

4. Systematische Ansätze

4.5 Etnomatemáticas y educación matemática

María Luisa Oliveras Contreras, Universidad de Granada

4.5.1 Etnomatemáticas

Tratar de explicar todo lo que se ha llegado a significar con el término Etnomatemáticas me resulta muy difícil y no por dudas o desconocimiento, sino por la dificultad que entraña hacer una exposición o explicación, con términos de otras teorías, de una cosmovisión global (que engloba concepciones del mundo, de los saberes, de las culturas y de las manifestaciones que pueden llamarse matemáticas) que en su conjunto constituye una distinta teoría local, explicativa del quehacer humano integral y su reflejo matemático. Esta es como un destello vital, que los ojos pueden captar pero no se han creado aún todas las palabras que lo puedan explicar.

Cada intento de explicar lleva consigo un aumento de comprender, de asignar un significado más rico y sólido, por eso trataré de buscar explicaciones y palabras que den cauce a mi versión de qué es Etnomatemáticas, apoyandome en autoras y autores con los que comparto mi visión.

Las „Etnociencias” (*etnobotánica o etnoastronomía*) principalmente son un método, para el estudio de sistemas tradicionales de conocimiento y cognición. El método utiliza análisis lingüísticos para inferir sistemas de clasificación y categorización del mundo natural, propios de cada cultura, (...) Etnomatemáticas en algún sentido se parecen a esto. (...) Para las matemáticas, sin embargo, hay un largo debate filosófico sobre la realidad de su objeto de estudio. (Ascher M. 1991, p.193). Que realidades externas o que ideas internas a nuestra mente forman parte del entramado matemático constituye el interrogante respondido por diversas corrientes epistemológicas, siempre bajo el presupuesto de unas categorías construidas desde una cultura Occidental y una ciencia formal únicas. Estas presuponen unas relaciones, órdenes y estructuras que considero no pueden generalizarse, al margen de cada cultura, sino que forman parte integrante del modo de pensar y ser dentro de la cultura, por lo tanto es necesaria una relativización contextual definiendo las matemáticas, lo que nos conduce a las Etnomatemáticas.

En las etnociencias el objeto es común y en las distintas etnomatemáticas lo común es: *la creación y uso de modelos abstractos, esta es la esencia de las ideas matemáticas* (Ascher M. 1991, p.194).

Pero los modelos y sus usos están intrínsecamente ligados a las ricas y variadas culturas que existen afortunadamente, *por esto las ideas matemáticas son ricas y multifacéticas* (Ascher M. 1991, p.185) aún teniendo ciertos invariantes que son aceptados por todas las culturas: *contar y hacer aritmética, clasificar, ordenar ,...Etno incluye: símbolos, códigos, jergas y mitos y también sus maneras específicas de razonar e inferir* (D´Ambrosio 1985, p.45).

Etnomatemáticas es la respuesta a las inquietudes epistemológicas de un grupo de científicos, investigadores y educadores, que comparten una concepción plural del conocimiento matemático.

Los supuestos etnomatemáticos dan cauce a un movimiento relativista posmoderno en el campo de las Matemáticas, constituyendo una muestra de que este campo científico está vivamente concientizado de que una parte de su objeto de trabajo es redefinir su posicionamiento ontológico.

Actualmente se acepta que el Positivismo Lógico ha dado paso al Relativismo para explicar el conocimiento, los conocimientos en plural, de modo que el pretendido objetivo de justificación universal del conocimiento ha tomado carácter de contextualización, localidad y verosimilitud. Hemos pasado de unos objetivos de „Demostración” a otros de „Interpretación local”, hemos rescatado los „saberes”, emergentes de loas distintas tareas grupales, como „conocimientos” y le hemos devuelto a éstos sus raíces culturales, históricas y lingüísticas, que de hecho nunca perdieron, pero que desde el positivismo se despreciaron como no válidas para explicar lo real.

En este paisaje el movimiento de Sociología del Conocimiento parece dejar al margen a las Matemáticas. El surgimiento, dentro de la comunidad de matemáticos y educadores, de la inquietud epistémica pluralista indica que solamente va más retrasada, pero camina dentro del sendero hermenéutico, comparte y participa de los signos de los tiempos de la posmodernidad.

Para mostrar y debatir cómo se entienden estas Matemáticas menos universales de lo que nos dijeron cuando nos las „enseñaron”, hemos tomado como medio la palabra, nuestras palabras en los lenguajes naturales de nuestras tierras nativas, y en seguida tenemos manifiesta parte de la contextualidad a que nos referíamos, las palabras son algo mas que sonidos y ni siquiera los sonidos son universales en los efectos que nos producen al ser pensados, mediatizados por las palabras nuestros saberes matemáticos son peculiares.

Para decantar lo común y lo idiosincrásico de los distintos saberes, catalogables como matemáticos, contamos con multitud de trabajos realizados por investigadores y profesores (ambas cosas juntas en la mayoría de los casos), con técnicas cualitativas y etnográficas, que a su vez forman parte de las creencias relativistas de quienes las utilizan como herramientas para capturar las manifestaciones del conocimiento en su ambiente natural. Estas técnicas, se van creando, en muchos casos y adaptando de otras investigaciones sociales, en otros, y constituyen parte de las aportaciones de cada investigación.

Exponer estos trabajos de un modo que posibilite la comunicación, la comprensión del que recibe la información, para que haya crítica constructiva, constituye un nuevo frente en el que vamos avanzando, empleando las tecnologías en unión de nuestras propias formas expresivas, para facilitar la comunicación.

Etnomatemáticas es pues un germen de reflexión sobre matemáticas, cultura, educación y justicia social, que está en expansión y consolidación mediante la unión de los trabajos de numerosas personas que siguen el camino históricamente iniciado por el grupo ISGEM .

El Grupo Internacional ISGEm, desde su origen en 1985, investiga sobre problemas que involucran a la ciencia Matemática y sus relaciones con la sociedad, como una de las herramientas de cultura y poder, influyente en el orden social.

Sus miembros (Consejo Directivo actual: Ubiratan D´Ambrosio (Presidente); M. Luisa Oliveras, Jolene Schillinguer, Abdulcarimo Ismael (Vicepresidentes); James Barta (Tesorero); Patrick Scott (Newsletter Editor); Lawrence Shirley (Representante en N.C.T.M.); realizan estudios históricos, en contextos de interculturalidad, de los grupos sociales deprimidos, condiciones sociales y políticas delimitadoras de los currículos de enseñanza de las Matemáticas, necesidades de conocimientos matemáticos para desempeñar trabajos, Matemáticas y Género, delimitación teórico-epistemológica del conocimiento matemático actual y su diversidad, usos del conocimiento matemático en contextos científicos, tecnológicos y sociales, etc., como puede comprobarse tanto en las publicaciones internacionales de sus miembros como en los compendios de su Newsletter.

A lo largo de trece años la extensión del grupo se ha hecho intercontinental. Dada la repercusión geográfica global de los estudios realizados por los miembros de este grupo, de reconocido prestigio en Estados Unidos, Brasil, gran número de países de África, Oceanía y Sudamérica, y de implantación más reciente en Europa y Asia, se ha considerado necesario iniciar reuniones del más alto nivel científico y máxima difusión internacional, para lograr una coordinación y máxima eficacia en sus esfuerzos de investigación y de acción.

En este sentido, el Primer Congreso Internacional de Etnomatemáticas ICEM1, realizado recientemente, es un evento histórico que quedará ligado al grupo de participantes que con gran entusiasmo y no menor esfuerzo han atendido a la convocatoria surgida de Ubiratán D´Ambrosio, para organizar un foro de debate científico que, de forma periódica (cada 4 años), contribuya a consolidar y expandir las Etnomatemáticas como una forma de pensamiento.

Actualmente bajo el pensamiento etnomatemático se reúnen una centena de investigadores de varias áreas científicas (antropología, sociología, filosofía, psicología, arte, etc.) y otros tantos profesores de enseñanza reglada de las Matemáticas en Universidad, Secundaria y Primaria, Educadores de Adultos y Educadores Infantiles, distribuidos por todo el mundo, que comparten y trabajan en temas cuyo interés está centrado en la pluralidad del conocimiento matemático y en las condiciones sociales y políticas que lo mediatizan.

En este grupo consideramos como *gentes etnomatemáticas* a cuantos compartan una visión plural de las Matemáticas.

En el actual mundo multicultural y a la vez intercomunicador, las matemáticas contextualizadas son un producto cultural, de innegable poder de resolución de situaciones problemáticas y de gran capacidad de identificación social. Es parte del pensamiento y modo de concebir el mundo. Por ello un grupo como el ISGEm puede convertirse en punto de encuentro de las personas preocupadas por la educación matemática para el desarrollo, por la dignidad y equidad de todos los pueblos y por la paz.

Las Etnomatemáticas nos han aportado la conciencia de la diversidad epistemológica y la duda sobre quien valida el conocimiento. Esto ya es bastante. Ahora conocemos que la realidad se construye socialmente, que no hay objetividad. Que todo constructo científico emerge de una cultura con características de ella, también en matemáticas.

La cultura occidental es la única que separa entre saber y conocer; sabiduría y ciencia, hacer y pensar, en otras culturas no se distingue. En la europea el criterio de demarcación del conocimiento es su pertenencia al campo de la ciencia. Esto es lo que se está derrumbando.

Es importante tener cuidado de no pensar que el término „etnomatemáticas” tiene relación con la teoría de Lucien Lévy-Bruhl sobre sociedades primitivas cuyas prácticas no constituyen conocimiento, es decir ciencia, en sus presupuestos y que estas prácticas constituyen un saber de otra categoría ontológica inferior, que el autor citado y otros denominan etnociencias. Por el contrario las Etnomatemáticas asumen que todas las culturas tienen conocimiento además de saberes. En nuestro trabajo propongo que la frontera no existe o a lo sumo es *difusa*, del mismo modo que es difusa la conciencia del saber-hacer.

En nuestra cultura occidental a los saberes no se les considera conocimiento mientras no están validados como ciencia, pero los epistemólogos pragmáticos creen, y yo con ellos, que también recíprocamente la validación social de los conocimientos científicos depende de la etnociencia o prácticas asociadas a los oficios.

En cuanto a los aspectos estudiados dentro de Etnomatemáticas, según los temas tratados por los autores más relevantes y su objeto de estudio, son:

1. **Elementos teóricos** definatorios y explicativos de la terminología y del enfoque epistemológico de „Etnomatemáticas“. Análisis descriptivos de elementos culturales matemáticos constituyendo Antropología cultural-matemática.
2. Aportaciones relacionadas con la Psicología Cognitiva: cognición matemática y vida cotidiana. **Aprendizaje dentro y fuera de la escuela.** Cognición matemática contextualizada.
3. **Condiciones socioculturales y políticas de la producción de las Matemáticas y de la enculturación o enseñanza.** Utilización y creación matemática. Problemática del Currículum, de su puesta en práctica y de los Profesores.

Estas son en líneas generales, las tres temáticas más tratadas en Etnomatemáticas.

La mayoría de los autores en sus trabajos tocan más de un tema. En general, tanto los trabajos del primero como del segundo temas conllevan partes pertenecientes al tercero o sea que aparecen relaciones entre la epistemología, la sociología y el curriculum.

Esto revela la existencia de dos fuentes teóricas una psico-sociológica y otra antropológica, para el planteamiento del conocimiento matemático localizado. Ambas se llegan a conjugar en los trabajos prácticos sobre el desarrollo curricular y la formación de los profesores.

Además de la variable referente al tipo de problemas que pueden plantearse como objeto de estudio, existe otra variable implicada en los trabajos de Etnomatemática, es la que se refiere no al contenido, sino a la perspectiva actitudinal, o enfoque desde el que se afrontan los problemas.

Se adopta un cierto compromiso ético, por el cual se asocia „la Verdad“, (el conocimiento) a los „Valores“, (principalmente de igualdad entre todos los seres humanos, dignidad y democracia), y a la „actitud crítica“ ante los procesos de enculturación, bajo condiciones de desarrollo político normalizado o bien llevados a cabo en condiciones políticas de colonización o dominio de grandes potencias, sobre países deprimidos.

En cuanto a esta variable, existen autores que tratan la problemática del conocimiento matemático dando un papel relevante a los condicionantes políticos de éste, o sea, autores más „comprometidos“ ideológicamente, que analizan el papel de las matemáticas su uso y su desarrollo curricular como elemento político que genera o ampara distintos valores o actitudes ante la organización social y el poder. Esto demuestra una concepción de la Didáctica de las Matemáticas bajo la cual esta tarea también es competencia de los investigadores, que pretenden tener una visión fiel de como se construye la realidad global del mundo y los aspectos matemáticos dentro de él y que en consecuencia, adoptan un posicionamiento ante la ciencia centrado en lo socio-antropológico.

Existen otras investigaciones, dentro de ésta perspectiva, que resaltan más los caracteres psicológicos o psicosociales del concepto de „cultura“ en el sentido de rasgos de un grupo, por ejemplo ocupacional: Profesores, alumnos, científicos, ingenieros, comerciantes, etc.; o características de un grupo de edad: matemáticas de niños de E. Primaria o E. Secundaria o Universitarios; o manifestaciones culturales de un grupo de „género“ como estudios centrados en la mujer. Todos ellos se caracterizan por tomar como centro de sus consideraciones el grupo humano y dentro de éste los aspectos relacionados con las matemáticas.

En ambos enfoques no son las Matemáticas el centro de la cuestión, como algo unívoco y fuera de contexto. Lo central son los miembros de cada subgrupo, que tienen diferentes visiones de las Matemáticas y del rol de éstas en sus vidas, según las condiciones socioeconómicas y culturales del grupo. Sin olvidar que todo está condicionado o mediatizado por las condiciones políticas, generales y educativas.

4.5.2 Educación matemática

Los modos como se hacen las múltiples Matemáticas son el objeto de la Educación Matemática, que desde nuestra perspectiva yo he llamado: „Etnodidáctica“.

El otro gran foco de atención del grupo de gentes etnomatemáticas es la educación, o enculturación matemática. Centrándose principalmente en las condiciones sociales en las que se posibilita la enseñanza, la formación del Profesor y el Currículum a enseñar. A todo este cosmos de la Educación,

dentro de nuestra perspectiva etnomatemática, le he atribuido el nombre propio de „Etnodidáctica” (Oliveras 1995).

Es un foco de interés principal por constituir las practicas de enculturación de las nuevas generaciones que perpetúan las manifestaciones matemáticas de las culturas. Su interés es innegable tanto para todos los involucrados en el circuito profesional de la educación, como para los padres o ciudadanos con hijos en cualquier edad, para los adultos que quieren evolucionar en su propia formación, para los políticos, los pensadores, los comunicadores de masas, los ecologistas y publicistas, los vendedores de cualquier producto, los diseñadores de espacios-tiempos de ocio, los estrategas de la dominación, todos nos preguntamos cómo se consigue penetrar en las vidas de los grupos de personas y llegar a formar parte de sus referentes y de sus conductas, de sus valores y de sus emociones. Y a lograr esto le llamamos educar, enseñar-aprender, enculturarse en un grupo social que ya posee este bagaje global o cualquier manifestación parcial, matemática en nuestro caso.

La Etnodidáctica engloba no solo a profesores y alumnos y sus relaciones genuinas, que son una parte importante, sino también al análisis de los fundamentos que subyacen en los sistemas educativos formales en cada país o grupo autónomo y que afectan a la educación matemática, así como el análisis del entramado social que subyace a la enculturación no formal y encubierta, al margen de los sistemas educacionales.

En este sentido queda claro que existen diversas enculturaciones y no una sola. En nuestro sistema de fundamentos MEDIPSA, (Oliveras 1995), se muestra como unos ciertos enfoques o concepciones de lo que son las Matemáticas (M), el Conocimiento (E, de Epistemología), la organización de la educación (D de Didáctica), las visiones Psicológicas y Sociológicas del proceso de aprender-enseñar (P y S), la influencia de las investigaciones y sus métodos(I de investigación), en la caracterización de lo que pasa al aprender o enculturarse , junto con la cosmovisión antropológica (A), de los grupos humanos y del papel que juegan en ellos los diversos agentes actuales de la enculturación, conducirá a sistemas diferentes de educación en sentido amplio y de enculturación en sentido matemático.

En la escuela se transmite principalmente lo que se vivencia, los valores que se usan en la convivencia escolar, lo que es necesario para sobrevivir en este entorno, y no siempre lo que se enseña intencionalmente en la escuela trasciende operativamente el ámbito del horario y las actuaciones formalmente establecidas como educativas.

Son los modos de enculturación grupales propios de diversas culturas y microculturas los que nos darán cuenta de cómo las sociedades usan y generan con sus usos, „multimatemáticas”.

El estudio de los modos de generar matemáticas, de enculturar a jóvenes y niños es uno de los campos mas extensos en aportaciones. Existen muchas personas interesadas que se asoman a las multimatemáticas buscando la salida a las contradicciones que, como profesionales de la educación, les acosan y les remueven su original creencia en una matemática universal y genérica a la que todos deben llegar a conocer.

Recogiendo dichos estudios, tratando de extraer en ellos formas experimentadas de acción y contextos de vivenciación, en los cuales se encuentran evidencias de que se generan conocimientos o saberes matemáticos, en algunas de sus facetas caracterizables por las Etnomatemáticas, tenemos elementos de Etnodidáctica.

Partiendo de estos elementos podemos generar nuevos estudios interpretativos que nos muestren las condiciones locales que posibilitan los conocimientos matemáticos, con la prudencia de nunca establecer relaciones causa -efecto sino modelos analógicos a modo de metáforas en las que reflexionar para acondicionar las nuevas actuaciones educativas.

La creencia en la transmisión del conocimiento matemático mediante la comunicación asimétrica del caudal de saber que un texto o un profesor ha logrado acumular para sí, funciona solo cuando el alumno ya ha acumulado un cauce de interpretación que le permite decodificar el mensaje, pero ¿cómo ha logrado esa capacidad, ese saber escuchar con comprensión?, esta didáctica concreta de la transmisión oral es solo, una de las posibles y tal vez la menos eficaz hoy día.

En nuestro relativismo didáctico habrá que describir como funciona cada proceso de enculturación y buscar cuales han sido sus efectos, tanto previstos como emergidos sin previsión, dentro de procesos macro en los que todo joven, que está tratando de aprender, se ve envuelto y que aportan elementos de conocimiento desde fuera del circuito educativo intencional, haciendo todo ello posible su pensamiento matemático dentro de sus vivencias culturales.

Si se tiene un etnoconocimiento es que ha habido un proceso etnodidáctico mediante el cual se ha integrado en su cosmos ese conocimiento. Podemos capturar ese proceso mediante técnicas antropológicas y estamos obteniendo elementos de etnodidáctica, de la didáctica que funciona, permitiendo que se produzcan conocimientos matemáticos.

Un ejemplo: El Euro como moneda única europea nos plantea el reto de compatibilizar las presuntas estructuras mentales infantiles, presuntamente aditivas, con una situación multiplicativa cotidiana que aboca a los números reales decimales, hasta que se elimine la peseta (y las restantes monedas actuales) y se piense en euros continuamente. La escuela no puede dejar aparcado el problema hasta que el niño tenga 12 años, tendrá que ayudar a comprender tal situación a alumnos de todas las edades. Habrá que mirar como se logra esto, ¿tal vez fuera del circuito escolar?. En aquel momento el referente monetario en España será el EURO, (equivale a 168 pesetas, cambio provisional de mayo 1998) una cantidad mucho mayor que la actual peseta y la relatividad de los conceptos económicos a la vez provocará un engrosamiento del grupo de los marginados por razones económicas. Los conceptos de pobre y rico, tan relativos como todos los demás son los menos analizados, con un enfoque antropológico y de equidad, en el ámbito matemático escolar, siendo alarmante como forman parte los conceptos de rico y pobre, de la actual situación social que hace tambalear las escalas de valores, a las que el profesor tiene que aportar una actitud.

Forman parte de la Etnodidáctica y se pueden descubrir difícil y laboriosamente mediante etnografías muy costosas en medios humanos y económicos: el uso que se hace de los Currículos, además de

sus definiciones intencionales a priori, las prácticas escolares y sus artefactos, los currículos ocultos inherentes a los valores asumidos por los profesores, gestores y administrativos que participan en el circuito escolar. Todo esto y: los aspectos sociales en la convivencia y actitudes ciudadanas, la valoración de la tarea del profesor de matemáticas, su autoconcepto como profesional, el tipo de relación humana y científica con los alumnos como variable educacional, los agrupamientos de éstos profesionales según sus visiones críticas o continuistas de la situación oficial laboral, y la relación entre liderazgo y valores a enseñar, son temas de estudio e investigación en la Etnodidáctica.

Por todo ello, Etnomatemáticas y Etnodidáctica nos representan el qué y el cómo son y se generan socialmente las multimatemáticas, en el mundo actual, en el cual hemos llegado a la madurez filosófica de abandonar la inquietud por las esencias e inquietarnos por los grupos de seres pensantes, y vivientes en toda su integridad, sin los cuales nada tiene sentido.

4.5.3 Modelización difusa de elementos etnodidácticos

Antonio Machado era autor del aforismo: „caminante no hay camino, se hace camino al andar”, Machado era un genial poeta, pensador y profesor español que murió en el exilio, porque dudaba de lo aparentemente firme y seguro, del saber y del poder dominador.

Yo he tomado sus palabras en estos momentos para avalar mi opción por la incertidumbre y el diálogo relativizador, como camino hacia alcanzar cierto nivel de verdad en cuanto a las Matemáticas y a los procesos que conlleva su aprendizaje, y que hemos llamado Etnodidáctica.

Lakatos ya anunció la pérdida de la certidumbre en cuanto al conocimiento matemático, removiendo los cimientos de la ciencia que ha sido considerada como el máximo hito de la abstracción humana y a la vez se ha pensado que no era ciencia sino lenguaje. Wittgenstein, que primero identifico ciencia y lenguaje, después dudó de la generalidad de ambos y creó las bases para un concepto de ciencia que repudia los conceptos, las verdades generales. La explicación de este aparente sin sentido, Wittgenstein la hace con un ejemplo (¡cómo no!), relativo al juego.

Nuestras Etnomatemáticas presentan multitud de ejemplos o modos de hacer matemáticas como explicación de que esta ciencia es plural, contextualizada y es ciencia que participa de muchos lenguajes para expresarse. De esto se puede alcanzar más certidumbre de la que cabía esperar tras la crisis de los fundamentos de la Matemática.

El propio lenguaje matemático formal es uno de los utilizados dentro de las Etnomatemáticas, y lo he utilizado para expresar ciertos elementos de Etnodidáctica relativos a la adquisición de conocimientos profesionales por Profesores en formación, con los que llevé a cabo un proyecto de investigación en la práctica, basado en etnomatemáticas, y utilizando el modelo MED, que después presentaré.

Los estudiantes para Profesor, para enculturarse didacticamente adquiriendo conocimientos propios de su trabajo de profesor, participaron conmigo en las fases preactiva y activa del desarrollo de unos

tópico curriculares que elaboramos, con enfoque etnomatemático en sus actividades. Estas actividades se organizaban en un producto curricular que denominé Microproyectos, (Oliveras, 1995).

Se constituyó un grupo, denominado grupo Algabar (Algabar y Oliveras, 1996), que tenía como objetivo investigar en la acción, ese agrupamiento les proporcionaba conciencia de su identidad profesional incipiente. La investigación guiada por mi, que a la vez era su profesora en la Universidad, les permitió establecer un tipo de relación muy cercana y fuerte con la cultura en la que se pretendían formar, los nexos no eran los convencionales de profesor-alumno, sino los generados por una relación simétrica y activa en la que los roles de profesor, investigador y alumno se intercambian y producen conocimientos en el entorno.

Para caracterizar y evaluar algunos de estos conocimientos, creo que es apropiado el lenguaje de la matemática difusa que, surgida recientemente, ha teorizado Zadeh.

La teoría de conjunto difusos aparece en 1965 con la publicación del artículo del profesor L. A. Zadeh: Fuzzy Sets, con ella se tiende a dar soluciones matemáticas a términos vagos del lenguaje, y a la necesidad de tener una representación matemática de conjuntos de la „vida real” donde las definiciones a veces no tienen una fronteras claras. Tiene diversas aplicaciones a la Evaluación de Procesos de carácter no nítido, así A. Jones la ha aplicado a la evaluación de adquisiciones humanas o de cualidades imprecisas, como por ejemplo la creatividad.

Esta matemática es apropiada para medir componentes del conocimiento profesional de los profesores, pues tal como indican Alsina y Trillas (1991): „Quizás es el momento de que los conjunto difusos y la lógica difusa sean tomados en consideración, como poderosas herramientas, para modelizar matemáticamente algunos hechos interesantes que integran aspectos del conocimiento humano”. El tipo de hechos a que se refieren los autores anteriores no solo son cognitivos sino también educativos.

La formación de Profesores de Matemáticas presenta estos rasgos de imprecisión, modelizables mediante la lógica difusa, que resolverá algunos de los problemas que tiene planteados esta línea de la Didáctica de las Matemáticas. En nuestro estudio utilizamos la técnica de evaluación difusa de A. Jones (1986), para evaluar el Conocimiento Profesional Etnodidáctico Matemático de Profesores en formación, así le damos una nueva aplicación dentro del campo de la Educación, que no vamos a mostrar ahora, pero pueden ver en Espín y Oliveras (1997).

4.5.4 Modelo para la formación de profesores

El conocimiento es un modelado de la realidad mediado por el macro-modelo llamado cultura. Es pues muy útil la construcción de un modelo para el estudio científico de los fenómenos cognitivos, sociales y de aprendizajes didácticos y pedagógicos, que incluyen desde nuestro punto de vista, las competencias y las capacidades del Profesor, que nos hemos propuesto estudiar.

Existe diversidad de enfoques en cuanto a como se producen los procesos de aprendizajes profesionales, en nuestro caso didácticos y pedagógicos, es decir, sobre cómo se debe formar a los profesores. En general estos posicionamientos dependen del concepto de aprendizaje y de la relación didáctica consiguiente.

Desde el punto de vista matemático esta formación dependerá, en su enfoque, del papel que se atribuya al profesor en el proceso del aprendizaje matemático, de los condicionantes de este proceso, curriculares, sociales e ideológicos, y de las consecuencias de cual sea este papel.

A partir de 1970 el profesional de la educación asiste a una modificación acelerada de su papel tradicional, en tres aspectos: primero, en la relación del profesor con el conocimiento; segundo, en el papel del profesor en el aula; y en tercer lugar y último lugar, en el control sobre el alumnado. El papel de control del alumno, o evaluación de sus actuaciones y conocimientos adquiridos, pasa ahora a ser el último frente a una nueva relación con el conocimiento, no basada en la autoridad del „libro de texto“, que requiere nuevas capacidades de selección y adaptación de recursos con base en criterios psicológicos. También frente a un nuevo papel en el aula, en la cual: „La exposición por parte del profesor no queda excluida, pero aparece como un elemento de un plan más general en el que se enfatizan el diálogo y el análisis y discusión del trabajo producido por los alumnos“ (Rico, 1990; p.24).

Con origen en los procesos de reforma de las enseñanzas obligatorias, ocurridos recientemente en nuestro país (España), vemos que cambia la idea sobre el papel del profesor: Los profesores de Matemáticas se dedican a hacer de mediadores entre la cultura, en este caso las Matemáticas, y los alumnos. La profesión del profesor exige pues una clarificación de los aspectos culturales de las Matemáticas.

Como consecuencia, este nuevo rol requiere que el profesor aumente su comprensión de los procesos didácticos, posea un fundamento y diseñe una estructura para la organización de aspectos concretos del currículo. Debe estar igualmente, capacitado para realizar una reflexión crítica sobre las causas y consecuencias de sus acciones en el aula.

Estos requerimientos evidencian la necesidad de formar profesionalmente a los profesores, además de proporcionarles la formación matemática necesaria para el ejercicio adecuado de la docencia y marcan un cierto enfoque para el proceso de formación profesional específica.

La aceptación del saber profesional del profesor en todos los paradigmas de investigación educativa ha hecho que las teorías sobre formación de profesores estén ligadas indisolublemente al papel que cada paradigma asigna al profesor en la realidad educacional.

En el paradigma proceso-producto se propone incidir en la formación de las aptitudes y capacidades que configuran la *personalidad* del profesor como *profesor eficaz*, ya que en la relación docente se considera que existe una influencia inmediata entre la personalidad y *el comportamiento docente eficaz* así como una relación causa-efecto sin interferencias entre este comportamiento docente y las adquisiciones de los alumnos. La eficacia se mide, especialmente, en los buenos resultados de los

alumnos. La posterior reformulación de este enfoque incluyendo la variable mediadora del alumno sólo considera en esta variable sus características *psicológicas diferenciales* que pueden ser objeto de medida, generalmente estadística. Pero la inconsistencia de las investigaciones desarrolladas en este paradigma condujo a su cambio hacia *el paradigma mediacional*. Este ha derivado en dos ramas: una centrada en el profesor y en la enseñanza: „*pensamiento del profesor*“, y otra que cambia el punto central al alumno y su aprendizaje: „*mediación centrada en el alumno*“. En ambas se acepta que existe algo intrapersonal que media entre la razón o el conocimiento y la acción o el comportamiento.

En el enfoque de „*pensamiento del profesor*“ se considera como mediador principal, que condiciona las decisiones docentes, a dicho „pensamiento“. Pensamiento incluye: conocimiento científico así como creencias, teorías y actitudes sobre la educación y la materia de aprendizaje.

Hay otros tres elementos que condicionan la acción docente:

las expectativas que tenga el profesor sobre cada uno de los alumnos y sobre el aula;

la naturaleza de las tareas propias de la instrucción;

las disponibilidades materiales, tecnológicas, etc.

Al concebir la enseñanza como un proceso racional de toma de decisiones por parte del profesor se indica la necesidad de formar su „pensamiento“, con informaciones, estrategias de acción, comprensión global de la importancia de sus decisiones y actuaciones.

Posteriormente se ha centrado la toma de decisiones del profesor no sólo en su propio pensamiento sino también en el pensamiento del alumno, de modo que esta rama del Paradigma Mediacional indica que hemos de formar a los profesores proporcionándoles información sobre los procesos de „*aprendizaje*“ que se realizan en el aula por parte de los alumnos, así como sobre las estrategias de procesamiento de la información que dan lugar al conocimiento.

Se consideran como principales mediadores del conocimiento:

- cómo el alumno percibe las tareas y los estímulos que impulsan a realizarlas;
- cómo el alumno lleva a cabo los „procesos“ implicados en las tareas;
- qué tipos de procedimientos mentales utiliza para organizar el conocimiento, cada alumno independientemente.

Esta variante está fundamentada en la psicología cognitiva del procesamiento de la información, proponiendo una relación directa y causal del „pensamiento“, (como algo más personal que la razón), hacia la conducta.

Sin embargo las interferencias entre el „procesador“ y el „ejecutor“ humano son evidentes y no explicables todavía dentro del propio enfoque mediacional. Es evidente así mismo que toda actuación (la educativa también) es, sólo en parte, el resultado de estrategias de procesamiento de información genéricas o específicas. En otra parte responden a variables no cognitivas, unas cognoscibles (emocionales, afectivas, sociocontextuales) y otras desconocidas. Se impone un cambio de paradigma en

el que se intente dar explicación a esta parte de los comportamientos del profesor, y a como considerar en su formación la carga de imprevisión que supone.

En el paradigma „*ecológico*“ se acepta que la vida en el aula se genera en la interacción y en el intercambio entre objetos, personas, grupos, instituciones y roles; y la interpretación subjetiva confiere significado a la realidad global que envuelve al fenómeno „*aula*“, integrando en esta interpretación esa parte inexplicable de los procederes de los actores.

Este paradigma asume los principales supuestos del paradigma mediacional, (importancia de los significados, enfoque de procesamiento de la información, recíproca causalidad en las relaciones de clase), pero los integra en un análisis más complejo. En este enfoque el aula es un espacio social de comunicación e intercambio y los comportamientos del profesor y el alumno son respuestas no mecánicas a los requerimientos de este medio. El análisis ecológico del aula enfatiza el valor funcional y el significado adaptativo de los comportamientos individuales.

Respecto al papel del profesor, no se parte de un estilo docente óptimo, sino de la necesidad de „*investigar*“ lo que realmente ocurre en el aula, mostrando a la luz sus entramados de relaciones y significados. Existe, por tanto, la necesidad de preparar al profesor para el análisis crítico de su aula y para la interpretación de las relaciones y los demás componentes, tanto a nivel interpersonal como intrapersonal. Debe ser capaz de analizar tanto el mensaje, (contenido explícito de la intercomunicación), como el metamensaje (sobre la relación de los que interactúan, es decir, el contexto próximo de la comunicación), que versa sobre el proceso de negociación de los conocimientos que se construyen, mostrando el papel de cada actor en ellos.

Según estos tres paradigmas se concluye que existen modelos de formación de profesores que varían según el concepto del papel del profesor y su necesaria preparación para él.

Sintetizando, existen modelos *centrados en el producto*, en las adquisiciones y la eficacia, para los que aprender a ser profesor equivale a la adquisición de un „*saber hacer*“ que se puede reproducir a voluntad según cada ocasión. La formación es adquisición de conocimientos científicos y una buena formación se hace patente por la obtención de buenos resultados constatables, evaluativamente.

Hay otros modelos *centrados en el proceso*, que no excluyen en la formación la adquisición de técnicas científicas, pero insisten más en la capacitación para su utilización teniendo en cuenta los condicionantes del alumno y propios, ante la situación de aprendizaje. La buena formación no consiste solo en el conocimiento de elementos científicos y tecnológicos aplicables a la enseñanza, sino en su aplicación adecuada que permite adquirir experiencia.

Por último, existen modelos *centrados en el análisis o en la investigación, del propio proceso de enculturación*. En éstos el profesor tiene que saber analizar los problemas de su aula y darle soluciones abiertas. Formarse para esto implica un proceso de auto-socio-construcción en el que la acomodación y reestructuración del conocimiento de lo real sea una posibilidad que capacite para la interpretación y aportación de soluciones contextualizadas, lo más válidas que sea posible.

Dentro de este enfoque último se encuadra la Didáctica Crítica, o Investigación en la Acción, de la que participa nuestro modelo, el cual pasamos a describir.

Sobre el concepto de modelo aplicado al campo didáctico se ha debatido mucho y podíamos escribir largamente, pero nos limitaremos a analizar y clasificar algunos modelos didácticos y a fundamentar el elaborado (MED) como parte del trabajo de Tesis Doctoral (Oliveras, 1995).

Partiendo de un enfoque Sistémico del mundo Didáctico, (en el sentido de la Teoría General de Sistemas, Bertalanffy et al, 1978), afirmamos la existencia de dos planos de análisis de un sistema y concretamente de cualquier nivel de sistema didáctico: el plano de su estructura o morfología, estática, y el plano de su fisiología o sintaxis, o de las reglas de su funcionamiento dinámico. La omisión de uno de estos niveles es un reduccionismo distorsionante del análisis y conducente a error.

Hay pues dos aspectos necesarios en un modelo didáctico, uno estático, y otro dinámico, ambos los sintetiza muy bien Bunge (1972): „*Un modelo conceptual es una representación de un sistema real, de su estructura y de su funcionamiento*“ (p. 49).

Se entiende pues por Modelo Didáctico, *un sistema de elementos, métodos y pautas de acción para la realización de una planificación docente o del desarrollo curricular.* (Joyce y Weil, 1985). Estos autores afirman respecto a los modelos didácticos: *El progreso de la enseñanza consiste en el dominio creciente de una variedad de modelos de enseñanza y en la capacidad de usarlos con eficacia; Algunos tienen objetivos muy amplios, mientras que otros solo valen para metas particulares. Cada uno a su manera representa una visión de la humanidad: lo que hay que aprender y cómo hay que aprenderlo.* (Joyce y Weil, 1985, p.19).

Para sistematizar los múltiples tipos de modelos didácticos, Joyce y Weil establecen cuatro familias que representan diferentes concepciones de la educación y del papel del profesor en ella:

1. Modelos de procesamiento de la información.
2. Modelos personales.
3. Modelos de interacción social.
4. Modelos conductistas.

Los distintos tipos de modelos una vez diseñados pueden emplearse para el desarrollo de curriculum diferentes.

Los modelos de proceso de la información pretenden, mediante la función intelectual, mejorar la capacidad de procesamiento de la información, ordenar los estímulos del medio, conceptualizar, resolver problemas y utilizar símbolos. Son los que generalmente se ocupan de las disciplinas académicas, y en particular de las matemáticas: adquisición de conceptos, resolución de problemas, capacidad lógica.

Los modelos personales pretenden ante todo el desarrollo del yo individual, ya que si los sujetos se consideran personas capaces se producen relaciones interpersonales más ricas y mayor capacidad de procesar información. Atienden especialmente a los procesos afectivos.

Los modelos de interacción social estudian con especial atención los procesos sociales que afectan al individuo y pretenden la mejora de la capacidad del mismo en sus relaciones con otras personas: capacidad de trabajo en grupo, comprensión y diálogo, procesos democráticos.

Los modelos conductistas se fundamentan en la psicología conductista y en las teorías del aprendizaje condicionado, pretendiendo ante todo el cambio del comportamiento visible del sujeto más que la estructura intelectual y afectiva no visible. Tiene como característica el fraccionamiento del aprendizaje en una sucesión de logros parciales. Se usan tanto para materias académicas como para conductas sociales. Se basa en el control de estímulos y refuerzos y generalmente controla el profesor.

Elementos de un modelo didáctico

Terminamos la información sobre los tipos de modelos viendo lo que tienen en común, o sea sus elementos constitutivos generales. Estos son los cuatro conceptos principales de la teoría, que describen las operaciones del modelo como tal:

Elementos de un modelo.

- a. Sintaxis.
 - b. Sistema social
 - c. Principios de reacción.
 - d. Sistema de apoyo.
- a. La *sintaxis* describe el modelo en acción, sus „fases“ o secuencia de actividades. Cada modelo tiene un flujo distinto de „fases“. Por ejemplo en el siguiente esquema el flujo de los modelos A y B es diferente.

MODELOS	FASE 1	FASE 2	FASE 3
MODEL A	Presentación del concepto	Presentación de datos	Relación entre datos y concepto
MODEL B	Presentación de datos	Desarrollo de categorías por el alumno	Identificación y verificación de los conceptos

Tabla 1

En el A se pretende ejemplificar un concepto con un material que proporciona los datos, se trata de un modelo deductivo. El modelo B pretende enseñar un proceso inductivo de pensamiento mediante recogida de datos, organización de éstos mediante conceptos formados por los alumnos y verificación de los conceptos por comparación con otros datos.

- b.** El *sistema social* describe los papeles de profesor y alumnos y las relaciones que se establecen entre ellos. El grado de apertura o estructuración va paralelo al recorrido de la actividad desde el profesor animador y facilitador de la actividad del grupo, hasta situar al alumno en el centro, fomentando la independencia intelectual y social propias de un sistema abierto. El grado de estructuración del medio de aprendizaje es un modo de describir el modelo pues unos modelos están más estructurados esencialmente que otros.

Cuando las relaciones entre profesor y alumno se imponen menos desde fuera del grupo de alumnos y éstos son quienes las controlan, el sistema está menos estructurado, y recíprocamente.

- c.** Los *principios de reacción* indican como debe responder el profesor a las acciones de los alumnos.

Aquí se incluyen los criterios de evaluación en sentido amplio. Lo que considera como buenos resultados, premiando unas determinadas acciones y otras no. Si pretende fomentar la creatividad o la independencia procurará que el alumno se autodirija y no impondrá su criterio con rigidez. Aceptará diversos enfoques en el tratamiento de los problemas matemáticos, animará a aprender del error, a valorar la colaboración científica y no la competitividad, etc.

- d.** El *sistema de apoyo* describe las condiciones que posibilitan la implantación de cada modelo, condiciones tanto materiales como humanas, recursos variados o uniformes, etc.

La infraestructura material, humana, económica, etc. necesaria para el funcionamiento activo de un modelo, se considera en este concepto, así como distintas características del profesor y personas que haya en el modelo: carácter autoritario, líder, comprensivo, etc.

Emplearemos posteriormente estos conceptos, para describir y clasificar el modelo que proponemos como parte del trabajo, y que aplicaremos a la formación de profesores de Matemáticas de Educación Básica.

En esta clasificación introducimos un nuevo tipo que hemos *llamado Modelos didácticos Mixtos*. Éstos son los que participan de los supuestos de varios de los tipos „puros“, por adoptar una mezcla de sus componentes. Esto es lo más real cuando se trata de modelos empíricos que se analizan a posteriori. El investigador observa que no encuentra siempre modelos puros sino aproximaciones con intervención de distintos modelos compatibles o de una misma constelación de presupuestos no antagónicos. Veremos después que el modelo que proponemos es mixto.

Los enfoques curriculares culturales se desarrollan coherentemente mediante modelos Personalizadores y de Interacción Social. En el caso de la Educación Matemática aparecen ciertas características

propias del tipo de Procesamiento de la información debidas a la variable contenido. Por lo tanto un modelo Mixto entre los tipos 2-3-4 permite el desarrollo de un curriculum de Matemáticas y Didáctica, con enfoque Cultural, como es nuestro caso.

Descripción del modelo didáctico elaborado (MED) para formación de Profesores

El modelo que hemos elaborado, que presentamos teóricamente en este apartado, y que se ha utilizado para realizar la fase „experimental“ de este trabajo, es un modelo contextualizado didáctico-matemático, para las actuaciones de formación de profesores de Matemáticas de los primeros tramos de la Enseñanza Obligatoria.

Tiene su propia historia, como todos los constructos teóricos que manejamos, solo que en la mayoría de los casos no se conoce nada de su origen o modo de creación.

En la perspectiva antro-po-etnográfica interesa ante todo el contexto, ya sea histórico, temporal, geográfico o cultural, como característica ideosincrásica del objeto de estudio, sin la cual este carece de rigor. Conviene pues contextualizar mínimamente el modelo. Para lo cual, diremos que éste tiene una larga génesis, basada en el análisis inductivo de la propia acción. El análisis y conceptualización inicial quedaron recogidos en un primer documento, (Oliveras, 1980), en que se esbozó un modelo para docencia sobre Didáctica de Matemáticas. La exposición y debate de este pre-modelo, en el foro del VII Congreso Nacional de Pedagogía, mostró lo novedoso de una teorización a posteriori, construida desde un área no pedagógica sino matemática y de plantear la investigación como base indispensable del curriculum de la formación de profesores.

Continuando nuestra formación científica y la iniciada labor de metacognición del propio conocimiento y acción se van acumulando datos teóricos y productos de la „conciencia crítica“ (Borba, 1990), sobre la propia actividad de formación de profesores, que da lugar al segundo documento, ya estructurado como modelo, (Oliveras, 1984), y que constituye la base sobre la que se desarrolla el modelo definitivo, (Oliveras 1987, 88, 89, 90), que hemos perfeccionado y aplicado en la Tesis.

El proceso de perfeccionamiento ha consistido en:

1. Desarrollar una relación dialéctica entre la práctica guiada por el modelo y la reflexión sobre el mismo.
2. Reconceptualización de las componentes iniciales que se iban modificando en la práctica.
3. Aplicación de los planteamientos teóricos específicos de esta investigación a las actuaciones prácticas.

En suma, la búsqueda de un marco teórico, la maduración en la comprensión de los fenómenos del Aula, y la conciencia de que existen diversos grados de coherencia o validez explicativa en los distintos Paradigmas en que puede encuadrarse la Didáctica de las Matemáticas.

Este conjunto de actuaciones las consideran algunos de los autores citados como de modelización en el sentido de que van de lo concreto a su representación, no pretendiendo en nuestro caso crear un modelo general de validez universal sino un modelo *contextualizado* para la actuación e interpretación dentro de un entorno.

Teniendo en cuenta que en el término „Didáctica“ existen dos planos de significado, la didáctica como conjunto de prácticas docentes y la didáctica como *corpus científico* de investigación, y que se generan relaciones entre ambos planos, sería conveniente establecer una terminología más amplia con significantes diferenciados.

A los actos didácticos que se realizan y viven en cada aula es difícil denominarlos sin ser reduccionista o confuso. Por ejemplo, los franceses les llaman „pedagogía“, y reservan „didáctica“ para la investigación, pero tradicionalmente la Pedagogía era la filosofía de la Didáctica, por lo que el uso de estas palabras nos genera confusión.

Nuestra propuesta es denominar *didáctica* a lo teórico y *etnodidáctica* a lo práctico, a la didáctica que se usa en cada curso o aula, por analogía con el término etnomatemáticas, que tampoco todos consideran acertado a pesar de su concisión.

También convendría distinguir los constructos teóricos *a priori* de los que surgen para *modelizar* hechos didácticos del aula. En éstos la relación entre los dos planos es inductiva, y se les debe llamar emergentes.

En suma, el proceso de elaboración de este modelo es tal que permite calificarlo como un Modelo Didáctico Emergente, y nos referiremos a él con el descriptor MED.

En esta visión antropológica la Didáctica es todo el conjunto de modelos y constructos teóricos que se generan o emergen de la práctica consciente y crítica, fundamentada en un marco teórico y con capacidad de validación. Es en esta Didáctica donde se sitúa nuestro modelo, y así caracterizado pasamos a explicitar sus componentes, tipología y su capacidad de replicación, mediante las situaciones de esta investigación.

Componentes, clasificación y representación

Emplearemos los conceptos anteriormente expuestos, de Joyce y Weil, definitorios de un modelo así como de sus componentes estáticas y dinámicas, para describir y analizar el modelo MED.

Sistema social de MED

Este modelo se basa en un enfoque global y socializador, necesario para la formación vivenciada de Educadores Matemáticos, lo que confiere características peculiares a su Sistema Social.

Las relaciones que se establecen en el aula son entre profesor y alumno, entre alumnos, y entre el grupo formado por los alumnos y el profesor, con las materias del aprendizaje y el curriculum como conjunto.

- *Relaciones entre alumnos:*

El alumno *trabaja activamente*, en grupos pequeños y en el grupo de clase.

En el desarrollo de los debates se expresan las opiniones de cada grupo, las puestas en común de trabajos hacen que se relacionen los grupos pequeños entre sí, y fuera de clase se deben reunir para elaborar los trabajos. Todo ello con la finalidad de que intercambien opiniones y practiquen la discusión científica o argumentada. De este modo generan significados comunes, y dominios de experiencia subjetiva confluyentes que irán configurando los aprendizajes.

- *Relaciones entre alumnos y profesor:*

El sistema social es bastante *abierto*, ya que el alumno tiene poder decisorio sobre parte de las componentes de su curriculum. Puede elegir tema de „trabajo libre“ Establece fechas de conclusión de algunas tareas. Se le permite la elección de medios y criterios de evaluación de ellas, en parte.

El profesor es considerado como un recurso humano multivalente y un componente del grupo, que acepta las decisiones mayoritarias fundamentadas, y solo en caso de irracionalidad impondrá su criterio.

El profesor *orienta* al grupo, atiende en tutoría a los alumnos individualmente, propone los contenidos y recursos con flexibilidad, de modo que el programa quede cubierto de uno u otro modo, pero mejor a gusto del alumno. Por ejemplo, en el curso anterior (1988), a petición de los alumnos, se alteró el orden de temas, se eliminó parte de fundamentación psicológica que los alumnos consideraban excesiva, se cambió un tema de aritmética por el contenido de un libro sobre esa misma materia, pero con otro enfoque, se añadieron más sesiones de puesta en común de los trabajos realizados en grupo para aumentar el tiempo de debate, y tras una información por el profesor fue solicitada la asistencia a una ponencia del Profesor Appel en un congreso sobre formación de profesores que se celebró en la ciudad.

Respecto a la evaluación, se da al alumno poder para intervenir en su gestión, tanto en los aspectos de autoevaluación de la propia clase, como de evaluación de los alumnos, (durante las exposiciones del trabajo de grupo cada alumno emite su evaluación de los que exponen y el profesor las acompaña a su propio juicio, de modo ponderado) del profesor, de la programación y de los recursos e infraestructura.

También se realizó en cuanto a la evaluación de los alumnos el reparto cuantitativo de la puntuación total entre las distintas tareas, que se acordó en asamblea tras serio debate, lo que dio lugar a plantear en vivo el problema de la evaluación de los aprendizajes y a que tomaran decisiones a

modo de entrenamiento. En correspondencia las normas establecidas de común acuerdo no deben modificarse.

La relación afectiva del profesor y el grupo es cultivada dentro y fuera de la clase, tomando interés por sus problemas, conociendo sus circunstancias etc. lo que hace el clima de clase muy natural y motivador, ya que el alumno valora la confianza depositada en su capacidad científica y humana.

- *Relaciones del grupo humano con las materias del aprendizaje:*

La relación del alumno con la materia es la clave del modelo, ya que se propone como principal objetivo la vivenciación de las actitudes matemáticas, didácticas y democráticas. Para ello es fundamental la actuación de la clase o aula como un sistema científico-didáctico vivo que refleja o ejemplifica en sus propia vida aquello que pretende.

La institución „clase2 o „aula“ es consciente de que una relación colectiva y vivencial con el saber es la que puede dejar huella, y no la pretendida relación curricular (intencional según la clasificación de Pompeu), en la que realmente se establece una relación de segundo orden con el saber didáctico a través de un saber teórico, mediante una experiencia práctica que lo contradice, generando la diferencia entre el curriculum intencional y el logrado.

El contacto con la investigación y la participación en ella es fundamental en el modelo, con un concepto muy laxo de contacto, e incluso de investigación. En ocasiones el contacto es teórico, mediante lectura de informes, traducción y comentario de artículos, asistencia a lecciones que exponen resultados de investigaciones, e incluso a instituciones de intercambio de informaciones como son los congresos. En una proporción menor se tienen experiencias de investigación muy modestas.

Esta relación con la investigación es el origen de un sentido evolutivo del carácter de profesor de matemáticas que se pretende formar. Ser profesor requiere una actualización y movilidad de relaciones con el saber y con la sociedad que no se aprenden por transferencia de lo que otros lograron, sino personalmente.

En suma, la „estructuración“ de este modelo es equilibrada con tendencia a débil, ya que se pretende preparar profesores con criterio propio, independencia y espíritu crítico.

Principios de reacción del MED

El profesor acepta *opiniones* en los debates mientras se refieran a cuestiones que admiten distintos enfoques, potencia la opinión de los alumnos más acertados y resalta la de los más tímidos. Tiene su propio criterio pero sólo lo esgrime cuando quedan aspectos esenciales de la cuestión que se debate sin aparecer en las opiniones de los alumnos.

En cualquier aspecto de las situaciones de evaluación *no tolera errores* pero no los sanciona hasta dar una oportunidad de rectificación y *estimula la búsqueda de la verdad rechazando el sentimiento de fracaso*.

A cambio espera del alumno colaboración, deseo de aprender, sinceridad y esfuerzo, de modo que estas actitudes también reciben cierta valoración.

Sistema de apoyo de MED

Humanamente este modelo exige mucha entrega temporal, comprensión y variedad de acción ya que las distintas actividades que se realizan de modo individual unas y en grupo otras requieren del profesor situarse en roles o contextos diferentes en corto tiempo.

También requiere gran seguridad en lo que se pretende ya que la tentación de pasar a un modelo duro o directivo, es promovida a veces por los mismos alumnos más irresponsables, o por la incompatibilidad con el sistema institucional, por la incompreensión de otros elementos personales o incluso por los propios fallos.

Por tener un enfoque globalizador se sugiere como componente profesoral *un equipo interdisciplinar de formadores de profesores muy coordinado en sus concepciones didácticas*, como pieza clave del sistema de apoyo. En su defecto el profesor de Didáctica de las Matemáticas tendrá que plantearse y dar solución a cuestiones multidisciplinares con un enfoque muy abierto.

Los recursos materiales son:

1. Bibliográficos, cada tema del programa tiene su bibliografía con diez títulos como mínimo, entre artículos y libros, clasificados según su relación con el tema en: básicos, de consulta y referenciales.

Estos deben encontrarse en bibliotecas accesibles a los alumnos, y también en ocasiones son llevados a clase para su revisión y comentario de características didáctico-matemáticas.

2. Ludográficos. Otra fuente de información la constituye la Ludoteca, con sus materiales para juego y experimentación.

En el Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Facultad de la Educación, existe un fondo que contiene más de 400 juegos infantiles relacionados con el aprendizaje de conceptos y propiedades Matemáticas, cuya catalogación e informatización hemos realizado durante dos años, como parte del trabajo desarrollado mediante MED.

3. Ámbitos experienciales. Considero como recurso en el que incurren elementos de los tipos anteriores, o sea bibliográfico, material y humano, a las Escuelas donde se realizan las prácticas docentes y experiencias de investigación, así como a la Facultad en que se forman durante tres o cinco años.

Estos ámbitos reales añaden a la información estática de los medios bibliográficos y ludográficos la información experiencial inherente a su organización y desarrollo de la correspondiente actividad didáctica, por lo que este modelo los introduce como parte indispensable del sistema de apoyo.

Sintaxis

Establecer la Sintaxis de un modelo que emerge inductivamente, y no construido a priori totalmente, es una de las tareas de reflexión y conceptualización más complejas.

En este caso somos conscientes de tal dificultad a la vez que creemos que la sintaxis es uno de los elementos más definitorios del modelo. Por tanto hemos dividido la descripción de ésta en dos planos diferentes para su clarificación.

Como la sucesión de actuaciones internas que constituyen la sintaxis del MED se presta a ser ininteligible si no va apareada de la descripción superficial de las tareas, me he permitido realizar dos secuencias, correspondientes cada una a un plano ontológico. Denominaré de modo diferente a cada una. Así voy llamar:

***flujo A de fases de actuación:** el correspondiente a la secuenciación temporal

***flujo B de procesos:** el correspondiente a los **procesos cognitivos** implicados

No todas las actividades siguen exactamente el flujo B, de modo que éste representa más bien una síntesis del proceso mental favorecido en conjunto por la secuencia de actividades A.

En la tabla 2 se indica la secuencia B de procesos y los contextos en los que se han desarrollado.

PROCESOS	CONTEXTOS
1. ACTUACIÓN CON DATOS	Matemáticas Escolares
2. CONCEPTUALIZACIÓN	Enculturación didáctica
3. CRÍTICA DE DATOS	Conciencia reflexiva
4. ADAPTACIÓN CONCEPTOS	Emergen significados
5. CREACIÓN DE DATOS	Productos Curriculares
6. EVALUACIÓN	Encultuación Profesor-matemáticas

Tabla 2: Sintaxis del modelo didáctico MED: Procesos cognitivos

El proceso desencadenado por el modelo discurre desde el contexto concreto de la matemática escolar, hasta la conceptualización fundamentada en la teoría Didáctica-matemática, volviendo a tener en cuenta los datos reales construidos mediante la reflexión crítica. Así discurre un proceso que permite la adaptación o creación de propuestas curriculares.

La capacidad, conocimiento significativo y consciencia de los intercambios didácticos y de la producción de significados y evaluación se van generando a lo largo de todo el proceso.

Pasamos a la tabla 3 de la sintaxis en su aspecto de secuencia de actividades, o flujo tipo A, en la que también introducimos los agrupamientos que se realizan, cuyos códigos se encuentran al final.

FASES:	ACTIVIDADES TIPO	AGRUPAMIENTOS
1-A	Prácticas escolares Reflexión. <i>Conocimiento experiencial</i>	Grupo pequeño y Profesor-tutor: <i>Tutoría</i>
2-A	Análisis de textos Didácticos. Síntesis. Debate	Individual, Grupo-clase, y Profesor
3-A	Desarrollo de conceptos teóricos. Elaboración. Debate sobre contenido	Profesor y equipo interdisciplinar, Grupo pequeño, Grupo-clase
4-A	Revisión-evaluación del proceso	Grupo-clase y Profesor
5-A	Estudio crítico de Productos curriculares Investigaciones	Grupo pequeño
6-A	Creación curricular fundamentada en las fases A- 1,3,5	Tutoría:Profesor y Grupo pequeño
7-A	Exposición, debate y conclusiones de trabajos creados	Grupo pequeño, Grupo-clase, Profesor
8-A	Tarea de elección libre, referencial	Individual
9-A	<i>Evaluación final</i> de: grupo pequeño, alumno, proceso, profesor	Grupo-clase , grupo pequeño, auto-evaluación-individual Profesor y equipo

Tabla 3 : Sintaxis del modelo didáctico MED: **Actividades**

Descriptores de los códigos usados en la tabla 3:

Grupo - clase = Grupo de alumnos del Aula.

Grupo pequeño = Agrupamiento de n alumnos, $1 < n < 6$, por agrupación libre.

Profesor/es = Equipo interdisciplinar de profesores, o profesor de Didáctica de las Matemáticas solo.

Tutoría = Institución del Sistema de Apoyo; Profesor/es y Grupo pequeño.

Conjunto de elementos personales del Sistema de Apoyo = Equipo interprofesoral o solo Profesor y grupo de alumnos del aula.

Mediante la realización de las actividades-tipo citadas se desarrolla el Programa Curricular específico de Formación de profesores de Matemáticas de Educación Primaria, si bien puede realizarse cualquier otro programa de niveles diferentes, dadas las características de flexibilidad en la estructuración del modelo, que hemos visto.

Clasificación del MED según los tipos de Joyce y Weil

Teniendo en cuenta la sintaxis, flujo B, descrita, el modelo se sitúa en la familia de „procesamiento de la información“, si bien más próximo al modelo de *pensamiento inductivo* de Hilda Taba que a otros, como el de Ausubel o Bruner.

Teniendo en cuenta el flujo A de actividades así como el Sistema Social y el Sistema de Apoyo se encuadra mejor entre los grupos de modelos de Interacción Social (Dewey, Cox). Esta afirmación es justificable ya que emplea las técnicas de dinámica de grupos, como parte esencial del proceso de elaboración de conocimiento, y del mismo modo considera determinantes la cultura externa al aula y la contextualización con recursos del entorno.

Considerando los Principios de Reacción descritos, a la vez que el Sistema Social y el Sistema de Apoyo, también posee características de los modelos personalizadores (Roger, Gordon). Se puede afirmar esto, ya que presta gran atención a los factores que reafirman la capacidad personal dentro de un grupo, el intercambio de roles y el reparto de poder que posibilita la realización de peculiaridades personales.

En suma, se trata de un modelo „mixto“ con intersección de los tres tipos citados, y que tiende a sustituir el aspecto del procesamiento de la información por el de cognición situada.

Este modelo es, por lo que acabamos de decir, capaz de dar cauce a un curriculum de enfoque socio-cultural o etnomatemático.

Finalmente daremos una caracterización sintética de las cualidades del Modelo MED en la que se explicitan los elementos de las teorías tomadas como fundamentos que se han aglutinado en él, mencionando:

*Lo que se puede aprender mediante acciones formativas guiadas por este modelo:

Se pretende que sea un vehículo mediador en el aprendizaje profesional específico para ser profesor de matemáticas iniciales, según los requerimientos del paradigma ecológico-crítico, que se concreta en:

I: *Se aprende el modo como se llega a conocer, por enculturación.*

Se crea en cada sujeto un „dominio de experiencia subjetiva“ mediante „enculturación“ o vivenciación, en un „entorno“ colectivo intencionalmente creado, de roles y actuaciones profesionales. Creando unidades de „pre y post-acción“ así como de „acción“ didáctico-matemática, estos elementos de „etnodidáctica“ se analizan reflexivamente en la investigación que acompaña al proceso de reiniciación en la cultura didáctica o „formación“. Es decir se conoce mediante el uso grupal en un entorno real, guiado por un experto, y mediante la reflexión.

II: *Se aprende lo necesario para la profesión: sentido didáctico*

Lo que se conoce es:

- 1) Pautas de actuación global: análisis preactivo social y educativo, rasgos de la interacción en el aula.
- 2) Contextualización de la información matemática: Selección y tratamiento de contenidos matemáticos y objetivos educacionales, en función del entorno-aula (programación o actuación preactiva y evaluadora).

- 3) Creación interactiva y productiva (mediante el análisis de las propias producciones), de „sentido didáctico“.

III: *El producto de tal aprendizaje es un „modelo personal holístico de funcionamiento“.*

Que engloba „pensamiento“: concepciones, teorías, creencias respecto del proceso del conocimiento matemático y de su papel en él y „actuaciones“ profesionales: integradas por pautas de interacción, rutinas y hábitos profesionales. Este modelo se configura integrando además las experiencias y creencias previas relativas a los elementos constitutivos de la cultura didáctico-matemática, en especial las matemáticas y los aspectos de su transmisión.

El diagnóstico de este modelo se realiza activando el „sentido didáctico“ (mediante algunos de sus indicadores, como las concepciones o los „artefactos“ producidos) en las situaciones de acción, que en el caso de esta investigación se plantean como fase final de la misma, y del proceso de enculturación constituido por el conjunto total de las actuaciones investigativas.

Respecto a los efectos concretos de la aplicación del modelo, en el contexto de esta investigación, somos conscientes de la casi imposibilidad de evaluar las actitudes didáctico-matemáticas de los futuros profesores durante su proceso de formación. Éstas solo se manifiestan totalmente a largo plazo, cuando se realizan tareas docentes de responsabilidad plena y duración media, cuando se trabaja con cierta estabilidad en un Centro educativo.

Por lo tanto los datos de la evaluación difusa de los logros obtenidos en los ejemplos de aplicación del modelo, que comentamos antes, en el apartado 3, deben entenderse como los resultados contextualizados en un medio material y temporal.

Delimitación didáctica del modelo propuesto

Como sabemos, el estudio científico de los fenómenos educativos está totalmente condicionado por el enfoque conceptual que tenga el investigador, implícita o explícitamente al describir o explicar sus objetos de estudio.

Al tratar de situar el anterior modelo y sus aplicaciones prácticas en una corriente de pensamiento Didáctico, la adecuada es la „Crítico-constructiva“, en el sentido de Klafki (1986).

Éste afirma, para explicar su denominación: „el término constructiva sugiere una referencia continua a la praxis, al interés por la acción, la configuración y el cambio (...), así como nuevas formas de cooperación entre la praxis y la teoría“.

Hay otro párrafo del mismo artículo que es clave para mostrar la semejanza de los enfoques del modelo propuesto y de la corriente crítico-constructivista, ya que sintetiza la postura personalizadora e interactiva de toda didáctica constructiva, y estas dos posturas han sido definidas como esenciales al modelo: „En la didáctica crítico-constructiva, la enseñanza y el aprendizaje se entienden como un

proceso de interacción, como una relación mutua de enseñantes y alumnos y de estos últimos entre sí, como un proceso en el que los alumnos han de adquirir, con la ayuda de aquellos, conocimientos y métodos de conocimiento, posibilidades de percepción, de configuración, de enjuiciamiento, valoración y acción cada vez más personales para enfrentarse de forma reflexiva y activa a su realidad histórico-social; esto supone que en dicho proceso alcanzan también la capacidad de continuar su aprendizaje”. (Klafki, 1986, p.69).

En este enfoque el profesor asume el rol de alumno, y es consciente de que el proceso también le modifica a él y a sus actuaciones. En los procesos entendidos de este modo, los profesores pueden y deben realizar constantemente sus propios procesos de aprendizaje gracias a las interacciones con los alumnos. Esta postura es constante en todo el proceso de generación, análisis y aplicación de este modelo.

Referencias bibliográficas:

- Alsina, C., y Trillas, E. 1991. Fuzzy Sets and Mathematics Education. For the Learning of Mathematics, 11, 3, FLM Publishing Association.
- Ascher, M. 1991. Ethnomathematics. A Multicultural View of Mathematical Ideas. Chapman & Hall. New York.
- D’Ambrosio, U. 1985. Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics. For the Learning of Mathematics, 5,1. pp.44-48.
- D’Ambrosio, U. 1996. EducaÇao Matemática. Da teoria à prática. Papirus. Sao Paulus. Brazil.
- D’Ambrosio, U. 1998. Mathematics and peace: Our responsibilities. Analyses: Mathematics, Peace and Ethics. Z.D.M.1998/3. F. K. Berlín.
- Espín A. y Oliveras M.L. 1997. Introduction to the use of fuzzy logic in the assesment of mathematics teachers’ professional knowledge. P.107. Mathematics - Eduaction & Applications. MC.MEA-97. Cyprus Mathematical Society.
- Frankenstein, M. & Powell, A. 1997. Ethnomathematics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education. (Editors). S.U.N.Y.P. Albany.
- Jones A, Kaufmann A. And Zimmermann H.J. 1966. Fuzzy Sets. Theory and Applications. Series C: Mathematical and Physical Sciences Vol. 177.
- Klafki, W. 1986. Los fundamentos de una Didáctica critico-constructiva. Revista de Educación, nº 280, pp.37-79
- Oliveras, M.Luisa. 1995. Artesanía Andaluza y Matemáticas. Un trabajo transversal con futuros Profesores. Revista UNO. Número 6, año II. Graó. pp. 73-84. Barcelona. ISSN: 1133-9853.
- Oliveras, M.L. Tesis Doctoral. 1995. Parcialmente publicada como: Etnomatemáticas, formación de Profesores e innovación curricular. Comares. ISBN: 84-8151-241-9. Granada. 1996.
- Oliveras C., M^a. L. 1996. Panorama de la investigación en Etnomatemáticas. Una investigación sobre artesanías en Andalucía. Cultura y Matemáticas. pp.39-60. ISBN: 84-7801-341-5.

- Oliveras C., M^a. L. y Grupo Algabar. 1996. Memoria colectiva de autodescripción del Grupo Algabar. Investigación en el aula de Matemáticas. El currículo. pp.245-267. ISBN: 84-920554-5-6.
- Oliveras C., M^a. L. 1997. Reflexiones sobre el perfil del profesor de Matemáticas del próximo siglo. Alternativa para la Formación de Profesores de Matemáticas. pp.49-74. Santiago de Chile. ISBN: 956-272-797.
- Oliveras C., M^a. L. 1997. Etnomatemáticas y educación intercultural. Educación. ¿Integración o exclusión de la diversidad cultural?. pp.161-170. ISBN:84-921390-3-x.
- Oliveras, M.L. et al. 1998. Ethnomathematics and Mathematic Education. Building an Equitable Future. (CD.ROM.Editor & Author). J. Fuentes. Granada. Spain.
- Zadeh L. A. 1992. Knowledge Representation in Fuzzy Logic. An Introduction to Fuzzy Logic Applications n Intelligent Systems. Cap.1 Ed. Kluwer Academic Publisher.

4.5 Ethnomatematics and Mathematical Education

María Luisa Oliveras, University of Granada

4.5.1 Ethnomatematics

Explaining the entire meaning of Ethnomatematics is a difficult task for me. Not because of doubts or ignorance, but because of the difficulty that is implied in making an exposition or giving an explanation with words taken from other theories, from a point of view that includes conceptions of the world, of knowledge, of the cultures and the manifestations that can be called mathematics, which altogether make up a different local theory to explain the complete human tasks and its mathematical reflection. This is like a vital beaming, which can be grasped by the eyes, but the necessary words to explain it have not been created yet.

Each trial to explain them entails an increase of comprehension and the designation of a richer and more solid meaning. That is why I will try to search for explanations and words that lead to my approach of what ethnomatematics are and based on authors that share my point of view.

„Ethnoscience” (Ethnobotany and Ethnoastronomy) are mainly a method of studying the traditional systems of knowledge and cognition. This method uses linguistic analyses to deduce classification systems and categorization of the natural world of each culture. (...) Ethnomatematics are similar to that regarding (...). However, in mathematics a deep philosophical debate emerges about the reality of the object of study (Asher M. 1991, p.193). Which external realities or which ideas inside our minds make up the mathematical framework are the questions that several epistemological trends, always under the premises of categories constructed by an Occidental culture and a sole formal science, try to answer. These presuppose some relationships, orders and structures that I consider cannot be generalized without considering each culture because they are representative of the way of thinking and behaving within a culture. Therefore, a contextual relativism defining mathematics is needed, which will lead us to Ethnomatematics.

Ethnoscience has a common objective and in the various ethnomatematics the common objective is: creation and use of abstract patterns. This is the essence of mathematical ideas. (Asher M. 1991, p.194).

But patterns and uses are closely tied to rich and varied cultures which fortunately exist. That is the reason why mathematical ideas are rich and multifaceted (Asher M. 1991, p.185) even having some constants accepted by all cultures: counting and arithmetic, classifying, putting in order, ... Ethnomatematics embraces: symbols, codes, slangs, myths and also their specific ways of reasoning and inferring (D'Ambrosio 1985, p.45).

Ethnomatematics is the answer to the epistemological concerns of a group of scientists, researchers and educators that share a plural conception of mathematical knowledge.

The ethnomathematical assumptions lead to a postmodern relativist movement in the field of Mathematics, being a proof that this scientific field has a vivid consciousness that a part of its work object is redefining its ontological position.

Nowadays it is accepted that the Logic Positivism has given place to Relativism to explain not knowledge, but knowledges in plural. So that the pretended objective of universal justification of knowlegde has gained contextualisation, background and verisimilitude. We have passed from „Demonstration” objectives to others of „Local Interpretation”. We have rescued the „expertises” (savoir faire), emerging from different group tasks as „knowledge” and we have given them back their cultural, historical and linguistic roots, which in fact were never lost to them, but were disregarded and not considered valid to explain the reality from the point of view of positivism.

In this scenary, the movement of Sociology of Knowlege seems to leave apart Mathematics. The emergence within the mathematicians and educators community of the epistematical and pluralist worries reveals that though delayed, it follows also the hermeneutic path, participating and sharing the signs of the era of postmodernity.

To show and debate about these mathematics, less universal than what we were „taught”, we have used our words, those of the natural languages of our native homelands. We soon have an idea of the context we are treating. Words are more than sounds and sounds are not either universal in the effects they produce on us when we think of them. Canalized by words, our mathematical knowledges become quite peculiar.

To separate the common and the idiosyncratic of the different knowledges, classifiable as mathematical, we have many works at our disposal carried out by researchers and teachers (most times both together), cualitative ethnographic techniques, which are as well part of the relativist beliefs of those who use them as tools to collect knowlegde manifestations in their natural environment. These techniques are most times created and adapted from other social researches, and constitute a part of the contribution to the research.

Stating these works in order to allow communication and a constructive critique, as well as the comprehension by the information receiver, has become a new objective and we are getting closer to it using both technologies in association with our own expressive means to make communication possible.

Thus, Ethnomathematics are the origen of the reflection on mathematics, culture, education and social justice, which is spreading and consolidating by means of the union of the efforts made by sundry people that are following the path first initiated by the International Study Group on Ethnomathematics (ISGEm group).

From its origin in 1985 the international group ISGEm researches problems that involve Mathematics and their relationship with society, as one tool of culture and power with influence on the social order.

Their members (Directive Council: Ubiratan D'Ambrosio (President); MTM Luisa Oliveras, Jolene Schillinguer, Abdulcarimo Ismael (Vicepresidents); James Barta (Treasurer); Patrick Scott (Newsletter Editor); Lawrence Shirley (N.C.T.M Representative); carry out historical studies, in contexts of interculturality, of deprived social groups, social and political conditions delimiting the mathematics teaching curricula, needs of mathematical knowledges to carry out works, Mathematics and Genre, theoretical-epistemological delimitation of the current mathematical knowledge and its diversity, uses of mathematical knowledge in scientific, technological and social contexts, etc. Their labour can be witnessed in international publications of their members and in the summaries of the Newsletter.

During the last thirteen years the group has become intercontinental. Because of the global geographic repercussion of the studies carried out by the members of this group, of recognized prestige in the United States, Brasil, a large number of countries in Africa, Oceania and South America, and the more recent introduction in Europe and Asia, it has been considered necessary to begin holding meetings of a higher scientific level and maximum international diffusion in order to coordinate and get the highest efficacy of the research efforts and actions.

In this sense, the First International Conference on Ethnomathematics (ICEM1) held recently is a historic event which will always represent the group of participants that with great enthusiasm and with no less effort attended the appeal made by Ubiratan D'Ambrosio to organize a scientific debate forum that will periodically meet (every 4 years) and contribute to the consolidation and expansion of Ethnomathematics as a way of thinking.

Ethnomathematical thought gathers nowadays a hundred researchers from several different areas (anthropology, sociology, philosophy, psychology, art, etc.) and other teachers of Mathematics in universities, secondary and primary schools, adults and children teachers, spread all round the world. They all share and work on themes focused on the plurality of the ethnomathematical knowledge and the social and political conditions that influence them.

In this group we consider Ethnomathematical people all those who share a plural vision of Mathematics.

In the present, multicultural and intercommunicative world, contextualized mathematics are a cultural product with an undeniable power to resolve problematic situations, with a high capacity for social identification. It is a part of the thought and way to conceive the world. Therefore a group like ISGEM can become a meeting point for people concerned with mathematical education for development purposes, for the dignity and equity of all the people and for peace.

Ethnomathematics have contributed to the consciousness of epistemological diversity and the doubt about who validates knowledge. That's quite a lot! Now we know that reality is socially built and without objectivity. All scientific constructs emerge from a culture with their inherent characteristics, as do ethnomathematics.

Occidental culture is the only one that separates inherent or innate knowledge („savoir faire”) from acquired knowledge (backed up by science), wisdom from science; to do and to think are not distinguished in other cultures. In European culture the demarcation criterion of knowledge is the pertaining to a science field. This criterion is now crumbling.

However it is important not to associate ethnomathematics with Luvien Lèvy-Bruhl’s theory of primitive societies whose practices do not constitute knowledge. That is to say, science in its assumptions and these practices constitute a knowledge of a different ontological category and they are called by the aforementioned author and others ethnoscience. By the contrary, Ethnomathematics assume that all cultures have acquired knowledges besides inherent knowledges. In our work I propose the non-existence of a border or at least that it is fuzzy, in the same manner in which know-do science is fuzzy.

In our occidental culture inherent or innate knowledge is not considered, meanwhile it is not validated as science. But the epistemologists and the pragmatists think, and so do I, that reciprocally the social validation of scientific knowledge depends on the ethnoscience or practices associated with trades.

As regards to the studied aspects within Ethnomathematics, considering the subjects treated by the most relevant authors and their studies, are:

1. Theoretical elements, distinctive and explanatory of the terminology and the epistemological approach of Ethnomathematics. Descriptive analyses of mathematical cultural elements constituting cultural-mathematical Anthropology.
2. Contributions related to Cognitive Psychology. Mathematical cognition and ordinary life. Learning inside and out of the school. Contextualized mathematical cognition.
3. Sociocultural and political conditions in the production of Mathematics and in enculturation or teaching. Mathematical use and creation. Discrepancy in the curriculum, the implementation and the teachers.

These are in general the three main subjects most studied in Ethnomathematics.

Most authors deal with more than one issue. Usually, both the first and the second subjects entail parts of the third one. That is, epistemology, sociology and curriculum are interrelated.

This reveals the existence of two theoretical sources for the approach to localized mathematical knowledge, one psycho-sociological and the other one anthropological. Both are represented in the practical works about curricular development and teacher training.

Apart from the constant referring to the sort of problems that can come up as object of study, there exists another constant involved in the Ethnomathematical works. This last one is not referred to the content, but to the attitudinal perspective or approach used to face problems.

A certain ethical agreement is adopted, by which „the Truth” (acquired knowledge) is associated to „the Values”(especially those of equality among all human beings, dignity and democracy) and to the „critical attitude” before the instruction process under conditions of normalized political development or carried out under political conditions of colonization or domination of deprived countries by powerful nations.

As regards to this constant, some authors deal with the discrepancy about mathematical knowledge by attributing a relevant role to the political conditions. That is, some more ideologically „engaged” authors, who analyse the role of mathematics, its use and its curricular development as a political element that generates or shelters different values or attitudes before social organization and power. This proves a conception of the Didactics of Mathematics under which this task is also part of the researchers. They think they have a faithful vision of how the global reality of the world is constructed and of the mathematical aspects within the world. Consequently they adopt a socio-anthropological position before science.

There are other researches that share this perspective but highlight more the psychological and psychosocial characters of the concept „culture” in the sense of the features that characterize a group. For instance, occupational: teachers, students, scientists, engineers, traders, etc.; or the characteristics of a group of a certain age: mathematics applied to children in primary or secondary school or university students; cultural manifestations of a genre group like the studies focused on women. What they all have in common is the taking as the centre of their considerations the human group and within it the aspects relating to mathematics.

Neither of these approaches considers Mathematics as an univocal or out of context focus of discussion. The members of each subgroup are the focus of study. They have different points of view about mathematics and of the role mathematics play in their lives, depending on the socioeconomical and cultural circumstances of the group, not forgetting that all is conditioned or influenced by general and educative political conditions.

4.5.2 Mathematical education

The ways how multiple Mathematics are made are the object of study of Mathematical Education, and from this perspective I have called it „Ethnodidactics”.

The other attention focus of the ethnomathematical people is education or mathematical enculturation. They focus mainly on the social conditions that make the instruction, the teacher training and the curriculum that is taught, possible. Within our mathematical perspective, I have called all this cosmos of Education „Ethnodidactics”, as I have already mentioned.

It is a main interest focus because it constitutes the enculturation practices of future generations which perpetuate the mathematical manifestations of cultures. They are of undeniable interest not only to those involved in the professional world of education, but also for parents and citizens with

children who are minors, for adults with an aim of improving within their professions, for politicians, thinkers, mass communication, ecologists and publicists, all sorts of products sellers, the designers of leisure spaces-time and domination strategists. We all wonder how it is possible to penetrate inside the lives of groups of people and participate in their referents and their conducts, values and emotions. This achievement is what we call to educate, teach-learn, enculturate of a social group that already owns this universal knowledge or any partial manifestation, mathematics in our case.

On one hand Ethnodidactics embraces teachers, pupils and the genuine relationships existing among them, which are also important. On the other hand it analyses the fundamentals that underlie the formal educative systems of each country or autonomous group and which affect mathematical education, as well as the analyses of the social framework that lies under the informal and hidden enculturation, independent from educational systems.

In this sense it is clear that there are more than one type of enculturations. In our basics system MEDIPSA (Oliveras 1995), it is demonstrated how certain approaches or conceptions of what mathematics are (M), Knowledge (E, of Epistemology), organization of education (D, of Didactics), Psychological and Sociological visions of the learn-teach process (P and S), the influence of the researches and their methods (R, of Research), in the characterization of what happens while learning or enculturating with the anthropological cosmovision (A) of human groups and the influence that the diverse current agents of enculturation exert on them, will lead to different systems of education in a wide sense and of mathematical enculturation.

Schools convey what is experienced in life; the values that are used in school regarding coexistence and what is needed to survive in one's environment. What it is intentionally taught at school does not always go beyond the school hours and the class walls.

The means by which diverse cultures and microcultures enculturate themselves make possible the perceiving of how societies use and generate with their uses „multimathematics”.

The study of the generating means of mathematics, of enculturating children and the youth is one of the vastest fields of contributions. A great deal of education professionals have begun to observe multimathematics as the solution to the contradictions that have come up and have made them change their point of view about the universal and generic mathematics that everybody has to learn.

We obtain some of the elements of Ethnodidactis by taking the above-mentioned studies and extracting experienced forms of action and contexts from them in which evidence is found of the generation of mathematical knowledge, which in some facets is characterized by Ethnomathematics.

Starting from these elements we can generate new interpretative studies that show the local conditions that make mathematical knowledge possible without establishing cause and effect relationships but metaphorical analogical models, which are objects of reflection and the way to prepare new educative performances.

The belief that mathematical knowledge is transmitted by the asymmetric fund of knowledge that a text or a teacher has accumulated is only correct when the pupil has already gained interpretation means which allow him/her to decode the message. The following question is: How has he/she achieved this capacity? How has he/she learned to listen comprehensively? This concrete didactics of oral transmission is only one of the possibilities and maybe the less efficient at the present.

In our didactic relativism we will need to describe each enculturation process and look for the effects it has caused, those expected and those unpredictable, within the macro processes in which each young person trying to learn gets involved and which constitute new contributions of knowledge elements coming from outside of the intentional educative world, which altogether represents the introduction of the mathematical thought in his/her cultural experiences.

When somebody has an ethnoknowledge it means that an ethnodidactic process has taken place by which this knowledge has been integrated in his/her cosmos. We can capture this process by means of anthropo-sociological techniques and we are obtaining ethnodidactic elements, of the functioning didactics, permitting the production of mathematical knowledge possible.

For instance, the Euro as the single European currency issues a challenge to combine child mental structures, supposedly additives, with an ordinary multiplicative situation which leads to real decimal numbers until the disappearance of the peseta (and the remaining current currencies) and until we think constantly in euros. The school cannot leave apart the problem until the child reaches the age of 12. It will be necessary to explain the situation to all the children whatever their age. How will this be achieved? Maybe outside of the school classroom? When this moment arrives the monetary referent in Spain will be the EURO (the provisional exchange calculated in May 1998 is equivalent to 168 pesetas) an amount much higher than the current peseta and the relativity of the economical concepts will produce an increase of the marginalized group for economic reasons. The concepts of rich and poor, as relative as all the other concepts, are the less analysed from an anthropological and equity approach in school mathematical education. It is alarming how the concepts of rich and poor are part of the current social situation that makes the set of values teteer and the teachers attitudes become here essential.

Some parts of Ethnodidactics are discovered with great difficulty by means of very expensive ethnographies; „expensive” due to the human and financial means required. The use of the Curricula and their previous intentional definitions; school practices and their artefacts; hidden curricula inherent to values assumed by teachers, managing and administrative agents which participate in the school environment. All of this and the social aspects regarding cohabitation and civic attitudes, assessment of the teacher’s mathematics task, his/her own concept as a professional, the sort of human and scientific relationship kept with the students as an educational variable, the grouping together of these professionals considering their critique or conformist visions of the official work situation and the relationship between leadership and the values that are taught. These subjects are all object of study and research in Ethnodidactics.

Therefore, Ethnomathematics and Ethnodidactics represent what multimathematics are and how they are socially generated in the current world, in which we have achieved the philosophical maturity reflected in the abandonment of the concerns for the essentials and the worries for groups of sentient beings which live with integrity and without which nothing makes sense.

4.5.3 Diffuse modelling of ethnodidactic elements

Antonio Machado was the author of the aphorism „Walker, there is no path; it is made upon walking.” Machado was a genial Spanish poet, thinker and teacher who died in exile because he doubted the apparently firm and sure dominant knowledge and power.

I have taken his words in this moment to support my option for uncertainty and relativistic dialog, as the way to achieve a certain level of truth regarding Mathematics and the processes that involve learning them, which we have called Ethnodidactics.

Lakatos proclaimed a long time ago the loss of certainty as regards to mathematical knowledge. Removing the foundations of the science that has been considered as the maximum landmark of human abstraction and simultaneously was considered a language instead of science.. Wittgenstein was the first in identifying science and language, but afterwards he doubted the generality of both and created the basis for a science concept that rejects concepts, general truths. The reason for this apparently non sequitur is explained by Wittgenstein by an example referring to games (of course !).

Our Ethnomathematics present multiple examples or ways to produce mathematics as an explanation for the plurality and contextualization of this science. It is a science that makes use of many languages to express itself. Thus, we can achieve more certainty than we expected after the mathematical foundations crisis.

The formal mathematical language is one among various which is utilized in Ethnomathematics and which I have used to express certain Ethnodidactic elements relating to the acquisition of professional knowledge by teachers in their training process. I carried out a practical research project with these future teachers based on ethnomathematics and I used the MED pattern, which I will later explain.

The students of teacher training, in order to enculturate themselves didactically by the acquisition of knowledge characteristic of their work as teachers, collaborated with me in the preactive and active phases of development of some curricular topics in their activities which we elaborated from an ethnomathematical approach. These activities were organized under a curricular product which I called Microproject (Oliveras 1995).

A group whose aim was the research in practice was formed. By the constitution of this group called Algabar (Algabar y Oliveras, 1996), they became aware of their incipient professional identity. The research was guided by me, who was as well their university professor, and in this way they could establish a very close and strong relationship with the culture they wanted to learn. The links

were not the conventional ones that exist between teacher-student, but ones generated by a symmetric and active relationship in which the professor, researcher and student roles are interchanged and produce knowledge in the environment.

To characterize and assess some of these knowledges, I think it is appropriate to use the recently created language of fuzzy mathematics, on which Zadeh has theorized.

The theory of Fuzzy Sets appears in 1965 with the the publication of the article Fuzzy Sets by L.A. Zadeh. It intends to give mathematical solutions to vague terms of language and to the necessity for having a mathematical representation of „real life” sets, where sometimes definitions do not have clear borders. It has diverse applications for the Evaluation of not well-defined Processes. For this reason, A. Jones has used it in the evaluation of human acquisitions and imprecise qualities, as for instance, creativity.

These mathematics are suitable to measure components of the professional knowledge of teachers, since, as Alsina and Trillas (1991) say: „Maybe it is time to consider fuzzy sets and fuzzy logic as powerful tools for mathematically modelling some interesting facts that integrate aspects of human knowledge”. The type of facts the previous authors are referring to are not only cognitive but also educative.

The training of teachers of Mathematics presents some imprecise features, that can be modelled by means of fuzzy logic and so we can resolve some of the problems that come up in this line of Didactics of Mathematics. In our study we use A. Jones’ technique of Fuzzy Evaluation (Jones, 1986) to assess the Ethnodidactic Professional Mathematical Knowledge of teachers in training, thus obtaining a new application within the Education field. It can be witnessed in Espin and Oliveras (1997).

4.5.4 Models for the teacher’s training

Knowledge is a reflect of reality and comes out through the macro-pattern called culture. Therefore, the creation of a model for the scientific study of cognitive and social phenomenon as well as of the didactic and pedagogic apprenticeship is extremely useful. These include from our point of view, both the competence and skills of the Teacher and so we have decided to study these aspects.

There is a wide variety of approaches related to the way the professional teaching process is produced, in our case didactic and pedagogic. That is, the way teachers should be trained. In general, each approach depends on the concept of teaching upon which it is based and its consequent didactic relation.

From a mathematical perspective, this training will depend on its approach, on the role conferred to the teacher in the process of mathematical training, on the determining curricular social and ideological factors involved in the process and finally on the consequences of the role that was chosen.

From 1970 on, the traditional role of the professional in the educational field experiences a drastic change that affects three areas: First of all, the teacher's relation with knowledge; then, the teacher's role in the class and finally, the teacher's control over the students. The teacher's role in controlling the students, or what's the same, in evaluating their acts and acquired knowledge, stands now in the last place through this new relation with knowledge, which is not based on the authority of the „textbook” and which requires new skills in selecting and adapting resources, based in psychological criteria. We also have a new role in the class, where „the teacher's exposition is not excluded but it nevertheless appears as an element from a more general plan where dialogue, analysis and discussion on the students' work is promoted”(Rico, 1990; p.24).

The reform process of compulsory education in Spain, which is quite recent, shows a change in the teacher's role: Math teachers act now as mediators between the culture, in this case Mathematics, and the students. The teacher's profession requires then a clarification of the cultural aspects involved in Mathematics.

As a consequence, this new role requires from the teacher a wider understanding of the didactic process and the construction of a structure which organizes specific aspects from the curricula. The teacher must be as well competent in making a critique reflection of both the causes and consequences of his/her acts in class.

These requirements show the need to train teachers in a professional way, providing them at the same time with the mathematical training needed for a satisfactory practice in the educational field. They also establish a new approach in specific professional training.

The acceptance of the teacher's professional knowledge in every type of educational research has firmly linked the theories about the training of teachers to the role which in every investigation is assigned to the teacher in the educational reality.

In the process-product paradigm, they propose an emphasis in the teaching of skills which will confer the teacher's personality the competence that will allow him or her to become an efficient teacher. This is due to the fact that in the training relationship, an immediate influence is thought to exist between the personality and the efficient teaching behaviour. There is also a cause and effect relation with no interferences between teaching behaviour and the students' acquired knowledge. Efficiency is mainly measured by the students' good academic results. The posterior reformulation of this approach, which will include the student's mediatory variable, does only consider in this variable, its differential psychological characteristics, which may be the object of measurement, especially in Statistics. Nevertheless, the lack of consistency in the research developed in this paradigm, led to its change towards the mediatorial paradigm. This paradigm has diverted in two branches: one centered in the teacher and in teaching: the „teacher's thinking”, and another that shifts the main emphasis on the students and their learning: „mediation centered in the student”. Both theories accept the existence of something inside the person that mediates between reason or knowledge and action or behaviour.

The „teacher’s thinking” approach considers the thinking itself as the main mediator, that determines the decisions involved in the teaching process. Thinking involves: scientific knowledge as well as beliefs, theories and attitudes about education and the subject treated.

Three other elements determine the teaching act:

- The teacher’s expectations of each student and of the class;
- The nature of the subject treated;
- The available material and technology.

When we conceive teaching as a rational process where the teacher takes decisions, we perceive the need to form his/her „thinking”, with information, strategies, global understanding of the importance of the decisions taken and of the acts performed.

The decision-taking process has then been centered not only in the teacher’s thinking but also in the student’s thinking. Therefore, this branch from the mediatorial paradigm indicates that teachers must be given first the information on the „learning” processes the students follow and that take place in the classroom and also the strategies needed to process the information and that result in the acquisition of knowledge.

The main mediators of knowledge are supposed to be:

- The way the students perceive homework and what encourages them to do it;
- The way the students carry out the ”processes” involved in their homework;
- The sort of mental procedures used by the students individually to structure knowledge.

This theory is based on the cognitive psychology that studies the way information is processed, and it proposes a straight and causal relationship from „thinking” (understood as something more personal than reason) to behaviour.

Nevertheless, the interferences between the human „processor” and the „executor” are evident and still not able to be explained inside the mediatorial approach itself. It is also clear that every act (the educational act included) is just in part, the result of the generic or specific strategies used to process information. On the other hand, they are also a result of non-cognitive variables, some of which are knowable (emotional, affective, socio-contextual) and some of which are unknown. A change of paradigm is needed in order to find some explanation on the teacher’s behaviour and to take into consideration the unexpected elements appearing in his or her training.

The „ecologic” paradigm accepts that everyday life in the classroom is created through interaction and exchange of objects, persons, groups, institutions and roles; the subjective interpretation gives meaning to the global reality surrounding the „classroom” phenomenon, integrating in this interpretation that unexplainable part from the actors’ performance.

This paradigm assumes the main directives of the mediatorial paradigm (the importance of meaning, information process approach, reciprocal causality in the relationships among classmates); nevertheless, they are integrated in a more complex analysis. This approach conceives the classroom as a social space for communication and interchange purposes and the teacher's and student's behaviour as a non-instinctive response to the environment's requirements; the functional value and the adaptative meaning of the individual behaviours.

In what refers to the teacher's role, we do not start with an optimal teaching style, but with the need to „investigate” what is really happening in the classroom, crystallising the way relationships are held. Therefore, there is a real need to prepare the teacher for a critique analysis on the class and for the interpretation of the relationships and other elements, both in inter and intrapersonal levels. The teacher must be able to analyze both the message (explicit content of intercommunication) and the metamessage (on the relation between those interacting, that is, the communication's context). This last element is related to the negotiation process on the created knowledge, showing each actor's role.

These three paradigms come to show that there are training models for teachers that change according to the concept on the teacher's role and his or her necessary training.

Summing up we can talk about the existence of techniques which are focused on the product, on the acquisitions and efficiency, where the process of learning to be a teacher equals the acquisition of a „savoir-faire” that may be reproduced according to each moment. Training means acquisition of scientific knowledge and a good training is reflected in good results when evaluating.

Other models focus on the process; these do not exclude the acquisition of scientific techniques during the training, but they do insist on a training centered in the determining factors of the teacher and students. An efficient training is not exclusively based on the acquisition of scientific and technical knowledge applied to teaching, but it is also based on the appropriate application that will allow the acquisition of experience.

Finally, we also have models which are focused in the analysis or research of the enculturation process itself. Here the teacher must know how to analyze the problems coming up in the classroom and how to solve them openly. This training implies a self-socio-construction process where the establishment and restructuration of the knowledge of reality is a possibility that enables the teacher to interpret and resolve the different problems according to the context; the more valid they are, the better.

Inside this last approach we find the Critique Didactics or Investigation in Action, related to our model, which we will now proceed to describe.

There has been much debate over the concept of the model applied to the didactic field and we could write much about it, but we will just analyze and classify some didactic models and explain the basis of the elaborated didactic model (MED) as part of the final thesis (Oliveras, 1995).

From a systemic approach to the Didactics world (as seen in the General Theory of Systems, Bertalanffy et al, 1978), we firmly believe in the existence of two possibilities for the analysis of a system and specifically at any level of the didactic system: one based on the structure or morphologic level, that's static, and another one based on its physiology or syntactic level, or what's the same, the rules of the dynamic performance. The omission of any of these two levels implies a distorsioning reduction of the analysis that may lead to an error.

So a didactic model implies two necessary elements; a static and a dynamic element. Both of them are synthetized by Bunge (1972) very clearly: „A conceptual model is a representation of a real system, its structure and its performance” (p.49). So we understand a didactic model to be a System of elements, techniques and guidelines used for the teaching planification or for the curricular development (Joyce and Weil, 1985). According to these authors, the progress of education is based on the growing control of a variety of teaching models and on the capacity to use them efficiently. Some of them have diverse objectives while others just concentrate on specific goals. Each of them in its way represent a vision of mankind: what there is to learn and how to learn it (Joyce and Weil, 1985 p.19).

In order to systematize the various kinds of didactic models, Joyce and Weil present four families representing different conceptions of education and the role the teacher plays in it:

1. Information processing models
2. Personal models
3. Social interaction models
4. Conductist models

Once they are established, the different models can be used for the development of the different curriculum:

1. Information processing models intend through the intellectual function, to widen the capacity to process information, to structure the stimulus in the environment, to conceptualize, to solve problems and to use symbols. These models usually treat academic subjects, especially mathematics: acquisition of concepts, resolution of problems, capacity to develop logical thinking.
2. Personal models intend basically to develop the individual „me”; when individuals consider themselves as competent persons, we find more enriched interpersonal relationships and a wider capacity to process information.
3. Social interaction models study with special interest the social processes affecting the individual and intend to improve his/her capacity to relate to others: to work in group, to understand and to engage in a dialogue, to accept a democratic process.
4. Conductist models are based in conductist psychology and in the conditioned learning theories. Their objective is to change the noticeable behaviour more than the intellectual and affective

structure, which is not so noticeable. It is distinguished by the division of the apprenticeship process in a sequence of partial achievements. They are used for academic subjects as well as for social behaviour. It is based on the control of the stimulus and enforcements and it tends to control the teacher.

Elements from a didactic model

We will end up the subject of the different models by seeing what they have in common, that is, their general and essential elements. The following are the four main concepts of the theory, that describe the model's operations:

Elements from a model

- a. Sintaxis
 - b. Social system
 - c. Reaction outlines
 - d. Support system
- a. Sintaxis describes the model in action, its „phases” or sequences of activities. Each model has a different flow of „phases”. For instance, the following scheme shows the flows of models A and B are different:

MODELS	PHASE 1	PHASE 2	PHASE 3
MODEL A	Presentation of the concept	Data presentation	Relation between data and concept
MODEL B	Data presentation	Development of categories by the student	Identification and verification of the concepts

Scheme 1

Model A shows an example of a concept with a material that provides the data, the deductive model. On the other hand, model B shows an inductive model of thinking through data compilation, data organization through concepts created by the students and the verification of the concepts comparing them to other data.

- b. The Social system describes the roles of the teacher and the students and the relationship developed between them. The level of structuration is parallel to the development of the activity, starting from the teacher who encourages and helps in the group's activity, to the student situa-

ted in the centre, who promotes the intellectual and social individuality that distinguishes an open system. The structuration level of the environment where the learning takes place is a way to describe the model as some of these models are more structured in their basis than others.

Whenever the relationship between teacher and student is less imposed from the outside of the students' group, and whenever the students are the ones in control of the relationship, the system tends to be less structured and viceversa.

- c. Reaction outlines indicate the way a teacher should respond to a student's acts. Here the evaluation criteria are largely included. So we have the obtention of good results and subsequently some acts are rewarded and others aren't. If the teacher wants to promote creativity and individuality, he or she will encourage the students to be self-sufficient in their acts and won't impose his/her opinions harshly. The teacher will accept as well different approaches in the solving of math problems, at the same time encouraging the students to learn from their own mistakes, to value scientific collaboration and not competitiveness etc.
- d. The Support system describes the conditions that make possible the establishment of each model; these conditions are both material and human, the resources are various and uniform.

The material, human, economic infrastructure among others, which is necessary for a model's performance, is considered in this conception, as well as different traits from the teacher and persons involved in the model: authoritarian personality, leadership, comprehension, etc.

These concepts will be used briefly to describe and classify the model we propose as part of the work; we will apply this model in the training of Elementary Education math teachers.

We introduce in this classification a new model called by us Mixed Didactic Model. These models are the ones that depart from certain assumptions of the "pure" kinds, when adopting a mixture of its elements. This is more real when treating with empiric models, analyzed afterwards. The researcher observes he/she cannot always find pure models but approaches with the intervention of different models that are compatible or with a same basis of non-antagonic assumptions. We will briefly see that the model we propose is mixed.

The cultural curricular approaches are developed in a coherent way through personalizing and social interaction models. In math education we perceive certain traits that are characteristic of the type of information process that is due to the content variable. Therefore a mixed model that is inside the 2-3-4 type, allows the development of a math and didactic curriculum with a cultural approach, as it is in our case.

Description of the elaborated didactic model (MED) for the teachers' training

The model we have created and that we are introducing in this section, has been used to elaborate the "experimental phase" of this work. It is a didactic and mathematical contextualized model used for the math teacher's training during the first steps of Compulsory Education.

It has its own story, as every theoretical construct we use; nevertheless, in most occasions its origin or form of creation remains unknown.

The main elements to bare in mind in the antropo-ethnographic perspective is context, whether it be historical, temporal, geographic or cultural, as an ideosincratic characteristic from the subject we study. Without it, the perspective loses its relevance. Therefore, it is quite convenient to contextualize the model. In order to do so, we'll punctualize that it has a long genesis, based on the inductive analysis of the action itself. The initial analysis and conceptualization are described in a first document (Oliveras, 1980) where the outline of the model was drawn to be used in the teaching of Mathematics. The exposition and debate of this pre-model, in the form of the VII National Congress on Pedagogy, presented the novelty of an empiric theory created not from a pedagogic area, but from Mathematics. It also introduced the concept of investigation as an essential basis of the curriculum in the teacher's training.

When following our scientific training and the metacognition task of knowledge itself and action, we get a compilation of data and products from the „critique conscience” (Borba, 1990) on the process of training teachers, that leads to the second document, that is already structured as a model (Oliveras, 1984) and that represents the basis where the final model is developed (Oliveras 1987,88,89,90) and that we have improved and applied to the Thesis.

The process of improvement consists on:

1. Developing a dialectic relationship between practice guided by the model and reflection about it.
2. Reconceptualization of the initial components that were being modified in practice.
3. Application of the specific theoric approach of this research in real practice.

So we can sum up these three aspects of the process in the search for a theoric frame, the growing comprehension of what takes place in the classroom and the awareness of the several degrees existing in the coherence or explicative validity when treating the different paradigms where Mathematic didactics can be found.

Some of the quoted authors in this document conceive this whole of activities as modelling, in the sense that they depart from a specific area to get to their representation; in our case, we do not intend to create a general model of universal validity but a contextualized model used for the acting and interpreting inside a specific environment.

Bearing in mind that the term „Didactics” comprehends two levels of meaning (didactics as a whole of teaching techniques and as a scientific corpus of investigation) and that there are several relations interacting between these two levels, it would be convenient to establish a wider terminology with differentiated significant.

It is quite difficult to name each and every didactic activity taking place in the classroom without being confusing and without reducing its true meaning. For instance, in France it is called „pedagogy”, and they maintain the term „didactics” exclusively for investigation; nevertheless, traditionally,

Pedagogy was the philosophy used in Didactics, and therefore the use of these words creates certain confusion.

We propose to call the theory Didactics and the practice ethnodidactics, that is, the didactics used in every classroom, analogically to the ethnomathematics term, still not accepted by everyone in spite of its accuracy.

It would also be convenient to differentiate the scientific or non-empiric theoretic constructs from the ones that arise to model didactic facts in the classroom. Here the relation between the two levels is inductive, and they must be referred to as emergent.

Summing up, we could say that the elaboration process of this model is such that it enables us to define it as an Emergent Didactic Model, and we refer to it as MED (Modelo Emergente Didáctico).

Didactics is, in this anthropological view, the whole of theoretic models and constructs that are created or that emerge from a critique and aware practice, based on a theoretic frame and with the capacity to validate. It is in this Didactics where our model is situated, and once described, we will proceed to specify its components, typology and its replication capacity, through the situations of this investigation.

Bibliography

- Ascher, M. 1991. *Ethnomathematics. A Multicultural View of Mathematical Ideas*. Chapman & Hall. New York.
- D'Ambrosio, U. 1985. *Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics*. *F.T.L.M.*,5,1. pp.44-48.
- Frankenstein, M. & Powell, A. 1997. *Ethnomathematics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education*. (Editors). S.U.N.Y.P. Albany.
- Oliveras, M.L. 1996. *Etnomatemáticas. Formación de Profesores e Innovación Curricular*. Comares. Granada.
- Oliveras, M.L. et al. 1998. *Ethnomathematics and Mathematic Education. Building an Equitable Future*. (CD-ROM. Editor & Author). J. Fuentes. Granada. Spain.