Geometría y Cestería de los Bora en la Amazonía Peruana

Paulus Gerdes

PERÚ Ministerio de Educación
Viceministerio de Gestión Pedagógica
Dirección General de Educación, Intercultural, Bilingüe y Rural

Geometría y Cestería de los Bora en la Amazonía Peruana

REPÚBLICA DEL PERÚ

Ministerio de Educación

Ministro de Educación
Jaime Saavedra Chanduví

Viceministro de Gestión Pedagógica
José Martín Vegas Torres

Viceministro de Gestión Institucional
Fernando Bolaños Galdos

DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN INTERCULTURAL BILINGÜE Y RURAL - DIGEIBIR

Directora General
Elena Antonia Burga Cabrera

Director de Educación Intercultural Bilingüe
Manuel Salomón Grández Fernández

Directora de Educación Rural
Rosa María Mujica Barreda

Geometría y Cestería de los Bora en la Amazonía Peruana

Autor
Paulus Gerdes

Diseños y fotografías
Paulus Gerdes

Traductor al Español
Carlos Reyes

Revisión del texto
James Matos Tuesta

Diseño y diagramación
Walter Año Mendoza

Primera edición (2007):
Centro de Investigación Etnomatemática - Cultura, Matemática, Educación
C.P. 915, Maputo, Mozambique.
Programa de Formación de Maestros Bilingües de la Amazonía Peruana (FORMABIAP)
Calle Abtao 1715, Iquitos.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú: 2013 - 20993
Segunda edición: Lima, noviembre de 2013
Tiraje: 800 ejemplares

Calle Del Comercio N° 193, San Borja
Lima, Perú
Teléfono: 615-5800
www.minedu.gob.pe

Impreso por: Origuela Zeballos Javier Modesto R.U.C.: 10091603549

Impreso en el Perú / Printed in Perú

ÍNDICE

Prefacio

El pensamiento matemático es una característica de la especie humana, sin embargo sus procedimientos, estrategias y conceptualizaciones están determinados por los elementos culturales de cada grupo humano. El Dr. Paulus Gerdes en esta obra GEOMETRIA E CESTARIA DOS BORA NA AMAZÓNIA PERUANA (Geometría y Cestería de los Bora en la Amazonía Peruana) da cuenta del pensamiento y procedimientos de carácter matemático del pueblo indígena Bora, los mismos que ha logrado plasmar en sus trabajos de cestería, entre otras actividades sociales y productivas de este pueblo.

El Dr. Gerdes, con gran profundidad y detalle analiza las diversas relaciones numéricas y geométricas de que hacen uso las mujeres de este pueblo indígena (cuenca del Amazonas-Loreto) al tejer variados diseños en los diferentes tipos de cestería, en sus múltiples y diversas formas. Identifica la estructura básica de cada diseño a la que él llama "mariposas" a partir de las cuales descubre, simboliza y abstrae los patrones seguidos al tejer cada uno de los diseños, da cuenta también de la habilidad de que hacen uso las mujeres bora en el manejo de las simetrías para organizar los diseños en los diferentes tipos de cestería.

Este trabajo, como muchos otros que ha publicado el Dr. Paulus Gerdes, se constituye en una contribución al rescate y revalorización de los conocimientos de los pueblos indígenas, en particular a los de tipo matemático, permitiéndonos comprender que no existe una sola matemática, sino que cada pueblo, sector o grupo social, de acuerdo a su cultura o factores sociales, desarrollan sus propios conocimientos que les son útiles y pertinentes para su realidad, según su propia cosmovisión.

La publicación de este trabajo, nos plantea el reto de avanzar en el conocimiento e investigación de los conocimientos matemáticos de los pueblos indígenas, recuperándolos y revalorándolos, esforzándonos por hacer que los sistemas educativos de nuestros países incorporen estos conocimientos al trabajo pedagógico de cada pueblo, lo que ayudará de manera importante a desarrollar aprendizajes significativos en los educandos y con ello mejorando la calidad y pertinencia de su educación.

Iquitos, agosto de 2007
Dubner Medina Tuesta
Docente FORMABIAP

Presentación

Siguiendo una sugerencia del profesor Francisco Queixalós del Museo Goeldi en Belém (Brasil) y del 'Institut de Recherche pour le Développement' [Instituto de Investigación para el Desarrollo] (IRD) en París (Francia), el profesor Dubner Medina Tuesta, matemático y co-director del Programa de Formación de Maestros Bilingües (PFMB) por parte del Instituto Superior Pedagógico Público de Loreto (ISPPL), me invitó, en setiembre de 1998, para orientar un seminario sobre etnomatemática en el PFMB. El PFMB es un programa conjunto del ISPPL y de la Asociación Interétnica de Desarrollo de la Selva Peruana (AIDESEP), iniciado en 1988 y cuenta con el apoyo técnico del Programa Marco de Formación Profesional Tecnológica y Pedagógica en Perú (FORTE-PE) a través del Proyecto de Formación de Maestros en Educación Bilingüe Intercultural (PROEBI), financiado por la Comunidad Europea.

Casi dos años después de la invitación inicial, tuve la oportunidad única de poder estar en la última semana del mes de mayo y en la primera mitad del mes de junio de 2000 en el Perú en calidad de Consultor de etnomatemática del Programa FORTE-PE. En este período orienté un seminario de diez días sobre etnomatemática (cultura, matemática, educación), realizada en las instalaciones de la Comunidad Educativa de Zungarococha (AIDESEP). Algunas sesiones tuvieron lugar en las instalaciones del PFMB en Iquitos. En el seminario participaron 24 colegas, siendo profesores de matemática, profesores de lenguas indígenas (Bora, Shipibo, Wampis, Ashaninka, Shawi y Quechua), lingüistas de las lenguas Kukama-Kukamiria, Ticuna y Jíbaro, profesores indígenas Awajún y Ashaninka, antropólogas, profesores de los Institutos Superiores Pedagógicos de Yarinacocha y de Puerto Maldonado, responsables del Ministerio de Educación - Unidad de Educación Bilingüe, de PFMB y de FORTE-PE/PROEBI. El día 14 de junio de 2000, dicté una conferencia pública en la Biblioteca Amazónica (Iquitos) bajo los auspicios de PFMB, FORTE-PE/PROEBI y de la Dirección Regional de Educación de Loreto (DREL) sobre el tema "Cultura, Lengua y Matemática en la Educación".

Para tornar más interesante el seminario, estimulante y dinámico, intenté, al concretizar la presentación de los métodos de investigación etnomatemática, incluir ejemplos de las culturas amazónicas. Los participantes fueron convidados a traer sugerencias de temas para el seminario, completadas con mis sugerencias, algunas de las cuales están relacionadas con el análisis de objetos que había visto en Iquitos donde estaba alojado. En particular, había tenido la oportunidad de ver, fotografar y adquirir algunos cestos Bora.

Durante el seminario dedicamos dos períodos de cuatro horas al análisis de los cestos bora. En el primer período, el profesor de la lengua bora del PFMB, Gerardo del Águila Mibeco, presentó una breve introducción a la historia y a la cultura Bora y explicó algunos aspectos de la fabricación de paneras (fotografía en el Capítulo 4). En seguida, los participantes intentaron fabricar una estera y un cesto bora, reflexionando, en cada paso de fabricación sobre las ideas matemáticas involucradas. En el debate en grupo y, más tarde con todo un grupo de personas, se intercambiaron las reflexiones y se debatieron posibilidades para una exploración en la educación matemática.

Algunos participantes durante el seminario. La segunda persona a partir de la izquierda es el profesor bora Gerardo del Águila Mibeco.

En el presente libro presento algunos aspectos geométricos de la fabricación y decoración de dos tipos de cestos bora. Es mi deseo que investigadores y educadores peruanos puedan continuar en esta línea de indagación y contribuir con ideas, sugerencias y prácticas para valorizar la experiencia científica y cultural Bora, en particular, en la educación de las dos futuras generaciones; que el rescate del conocimiento y saber-hacer del pueblo Bora y de otros pueblos indígenas pueda contribuir para su propia afirmación y valorización, para una comprensión intercultural más profunda y para una educación matemática de mayor calidad para todos.

Después de una breve presentación del pueblo Bora en el Capítulo 1, se analizan en los capítulos 2 al 9 varios aspectos de la decoración de las paneras y *travessas* circulares, desde su fabricación a la composición y colorización de patrones finitos y planares, inclusive una reflexión sobre las simetrías involucradas.

En el capítulo 10 se analizan aspectos geométricos de la fabricación de estos cestos de fondo cuadrado y de boca circular.

En el capítulo 11 se presentan algunas sugerencias para la incorporacion de facetas geométricas de la cestería Bora en la educación matemática.

En el capítulo 12 sobre etnomatemática y educación bilingüe intercultural constituye la reproducción de un texto elaborado inmediatamente después de la conclusión del seminario para su inclusión en el *Boletín de Educación Bilingüe*.

Una faceta de la investigación geométrica consiste en la búsqueda de todas las configuraciones posibles que satisfacen determinadas condiciones. Es en esto que los cesteros bora son excelentes, como pretendo demostrar en el libro.

Dedico el libro a los cesteros boras, ¡maestros de la imaginación geométrica!.

Paulus Gerdes
19 de octubre de 2001

Centro de Investigación Etnomatemática - Cultura, Matemática, Educación
C.P. 915 Maputo, Mozambique

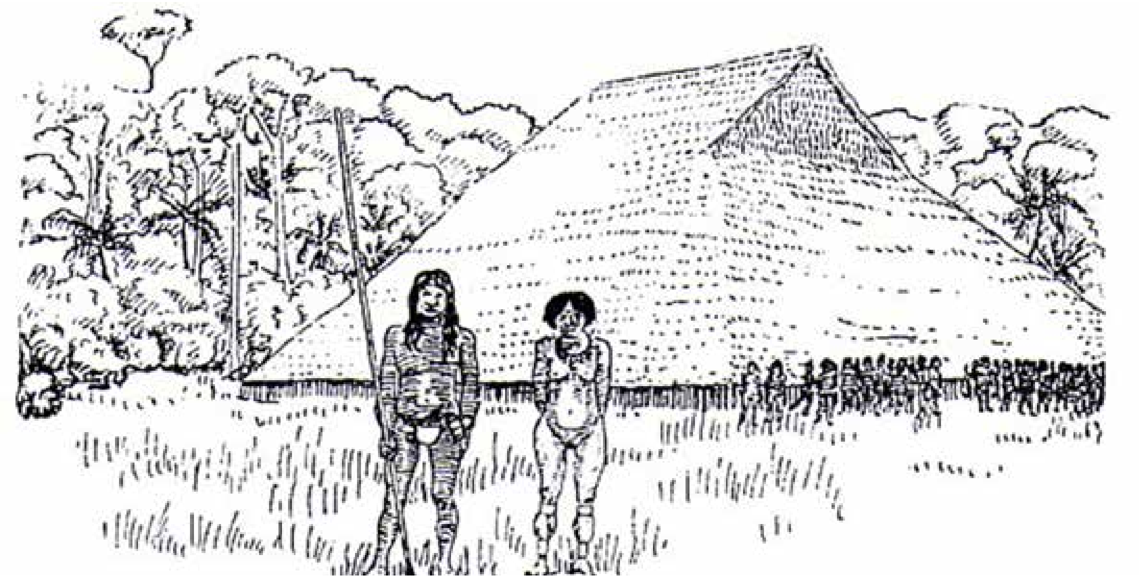
Agradecimientos

Agradezco al profesor Dubner Medina Tuesta por la invitación de venir a Iquitos; por las conversaciones y por el intercambio de ideas; a los co-jefes del PROEBI, Luciano Carpo y Heinrich Helberg Chávez (Iquitos), por las informaciones, encuadramiento y el acompañamiento;
Al Co-Director de FORTE-PE, profesor José Ignacio López Soria, y al Jefe de la Unidad de Educación Bilingüe del Ministerio de Educación, Juan Carlos Godenzzi Alegre, por el interés en la etnomatemática;
A la Fundação Bosch i Gimpera de la Universidad de Barcelona (España) por haberme invitado como consultor en etnomatemática para una misión de corta duración y a la Unión Europea por el financiamiento de esta misión;
A la Agencia Sueca de Cooperación en el área de Investigación Científica (SAREC) por el apoyo financiero (1989-2000) al Proyecto de Investigación en Etnomatemática en Mozambique;
A la Embajada de Francia en Maputo, Mozambique, por la oferta de parte del equipamiento electrónico con la ayuda por la cual fue elaborado el libro;
A todos los participantes en el seminario por el interés, dinamismo y compromiso;
A mi hija Lesira por el interés y entusiasmo en participar en más de alguna experiencia educacional-matemática;
Al profesor Maurice Bazin (Florianópolis, Brasil) por los comentarios valiosos relativos a la primera versión del libro;
Al profesor bora Gerardo del Águila Mibeco por las enseñanzas sobre algunos aspectos culturales Bora;
A los cesteros Bora por el placer y por las enseñanzas que me proporcionaron.

Capítulo 1

Los habitantes de la miel

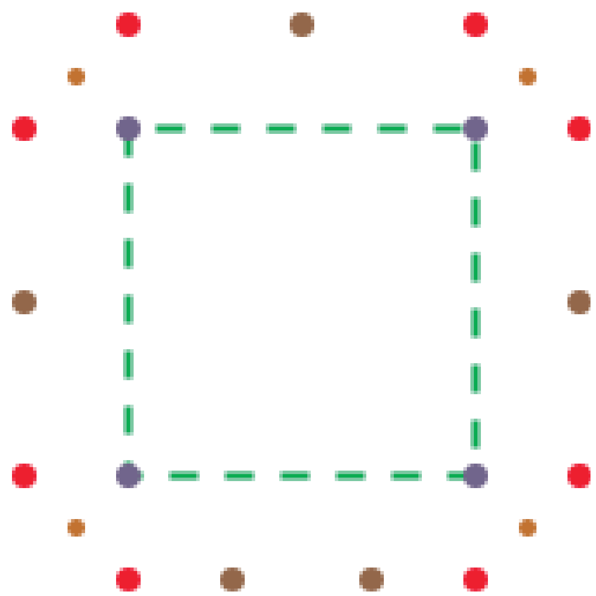
El pueblo Bora vive en las márgenes del Alto Cahuinari y del Igara-Paraná en la Amazonía colombiana y peruana (cf. Los mapas en Queixales y Renault-Lescure, 2000). La denominación “Bora” viene de “irapora”, una designación tupi para los “habitantes de la miel”. De acuerdo a la leyenda, el río Cahuinari había sido creado por la caída del árbol cósmico, a lo largo del cual los diferentes grupos se repartieron. Los Boras viviendo en lo alto, viven cerca de la cumbre o cima del árbol, tal como las abejas.
La autodenominación de la población Bora es Mé Múiná, o sea, “los hombres” (Tamisier, 57).



Una casa comunal ‘maloca’
(reproducido de Forde, 1934, p. 134)
Figura 1.1

Originarios de Colombia, los Bora eran, al inicio del siglo 20, alrededor de unas 12 mil personas (Tessmann, 267). El censo de la población peruana de 1993 contó 371 Bora, probablemente una subestimación (Brack, 63). Actualmente se estima una población Bora de cerca de 2000 personas (Tamisier, 56; información oral de Aguila, 2000)[1].

Diseminados en la densa floresta, los Bora acostumbraban vivir en pequeñas comunidades autónomas de 50 a 200 personas (Forde, p. 143). Los Boras viven básicamente de la agricultura, caza y pesca, siendo la mandioca la principal cultura agrícola. Las consideraciones geométricas intervienen en varias de sus actividades. Durante el seminario de Zungarococha, el profesor bora Gerardo del Águila Mibeco explicó como se marca en el terreno los lugares donde colocan los postes para la gran casa 'maloca' (Figura 1.1): a partir de un cuadrado central se marcan los otros locales para la colocación de los postes, formando una estructura octogonal en el suelo (ver la Figura 1.2). Los Bora decoran frutos, madera, y cerámica, hacen tatuajes en el cuerpo, tanto mujeres como hombres fabrican esteras y cestos con tiras de varios colores, produciendo patrones decorativos complejos (cf. Forde, p. 138-142).



Base octogonal de una 'maloca'
Figura 1.2

No encontré estudios sobre la artesanía de los Bora, mucho menos sobre el saber que se cristaliza o concreta en ella.

[1]Conforme a la información proporcionada en la página www.w.ethnologue.com, el número de los hablantes de la lengua Bora en el 2000 es de 2.238, estimándose en 500 el número de hablantes Bora en el Brasil y en Colombia.

Capítulo 2

Níjtyubane, paneras y platos redondos

Los cesteros bora, en general hombres, fabrican *níjtyubane* (singular *níjtyuba*), muy utilizados por las mujeres como paneras, cribas o cuencos, o platos de comida o de secado. Para fabricar un *níjtyuba*, un cestero comienza por entrecruzar una estera cuadrada. Pega en dos ramas flexibles (6 a 14 mm de diámetro) casi del mismo largo y dobla ambos en arco, atando los extremos uno al otro. De este modo el obtiene dos rebordes o bordes circulares de diámetros casi iguales. Moja la estera y ata las tiras a los dos rebordes circulares: el reborde menor queda del lado superior de la estera, en tanto que el reborde menor queda del lado inferior. Después se cortan las partes salientes de las tiras.

Para entrecruzar el fondo de un *níjtyuba* se usan tiras de más o menos el mismo ancho (3 a 6 mm conforme sea el caso) del plan *bájyuhba* ('bombonaje' en español). El color natural de una de estas tiras es castaño oscuro, en tanto que la otra cara es amarilla. Al raspar cada castaña de una tira, esta también se vuelve amarilla. Frecuentemente, se raspa la mitad de las tiras y se entrecruza la estera utilizando en una dirección las tiras raspadas y en otra dirección las tiras no raspadas. Así en la cara inferior del *níjtyuba* se pueden ver patrones castaño-amarillo. La cara exterior, formada por los reversos de las tiras, es un color único: amarillo.

Para garantizar que la estera inicial sea realmente cuadrada –lo que es importante para garantizar un buen equilibrio del producto final– el cestero bora lo entreteje de tal manera que las líneas medias de los lados del cuadrado se vuelven visibles (Figura 2.1.a), partiendo de cerca del futuro centro de la estera, llamado *tujkénu*. En el capítulo 4 se explica como se puede fabricar el centro, volviendo las líneas medias visibles desde el inicio del proceso de entrecruzamiento. Las líneas medias visibles de la estera se transforman en dos ejes visibles del *níjtyuba*, como el esquema de la figura 2.1b lo ilustra.

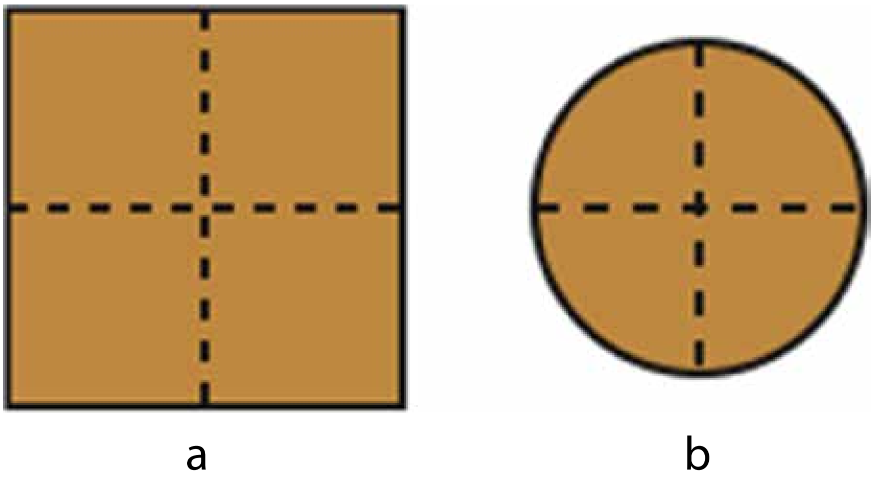


Figura 2.1

La proporción entre el largo del lado de la estera cuadrada y el reborde circular determina la profundidad del *níjtyuba*. La figura 2.2. muestra imágenes transversales posibles.

Figura 2.2

Fotografía 2.1

Las Fotografías 2.1 a 2.3 presentan tres *nîjtyubane*. Los ejes perpendiculares de simetría son bien visibles.

Fotografía 2.2

Fotografía 2.3

La Fotografía 2.4 muestra un *níjtyuba*, cuyo productor quebró la simetría axial sustituyéndola por una simetría rotacional: rodando el *níjtyuba* sobre un ángulo raso, en torno del centro no altera la imagen de la decoración.

Durante mi estadía en Iquitos adquirí doce *níjtyubane* y conseguí fotografiar otros 19 en tiendas y en la Feria de San Juan y otros 3 en la 'Comunidad Educativa' de Zungarococha. Son así un total de 34 *níjtyubane* que constituyen la base para el análisis en los capítulos siguientes.

En mi libro O *círculo e o quadrad. Criatividade geométrica, artística e simbólica de cesteiras e cesteiros de África, das Américas, da Ásia e da Oceânia* (2000) [El círculo y el cuadrado: creatividad geométrica, artística y simbólica de cesteras y cesteros de África, de las Américas, del Asia y de Oceanía], concluido antes que yo conociera los *níjtyubane* de los Bora, presento un estudio comparativo de cestos del tipo de los *níjtyubane*.

Fotografía 2.4

Capítulo 3

‘Mariposas’ formadas por cuadrados dentados concéntricos

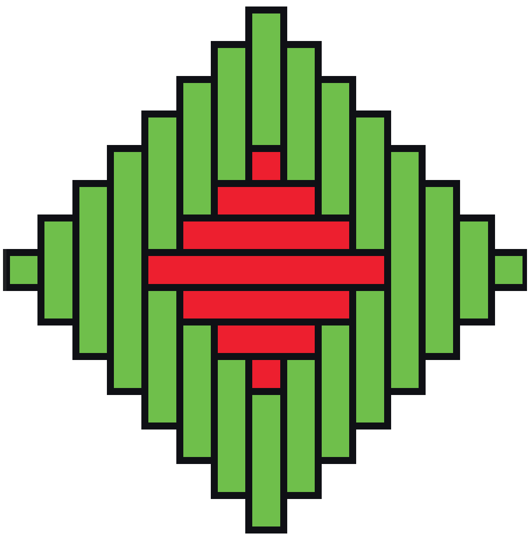
La mayoría de los *níjtyubane* que tuve la oportunidad de adquirir o fotografiar, están decorados por ‘mariposas’ o ‘borboletas’, en el lenguaje de los cesteros bora, compuestos por cuadrados dentados concétricos. La Fotografía 3.1 da algunos ejemplos.

a

Fotografía 3.1

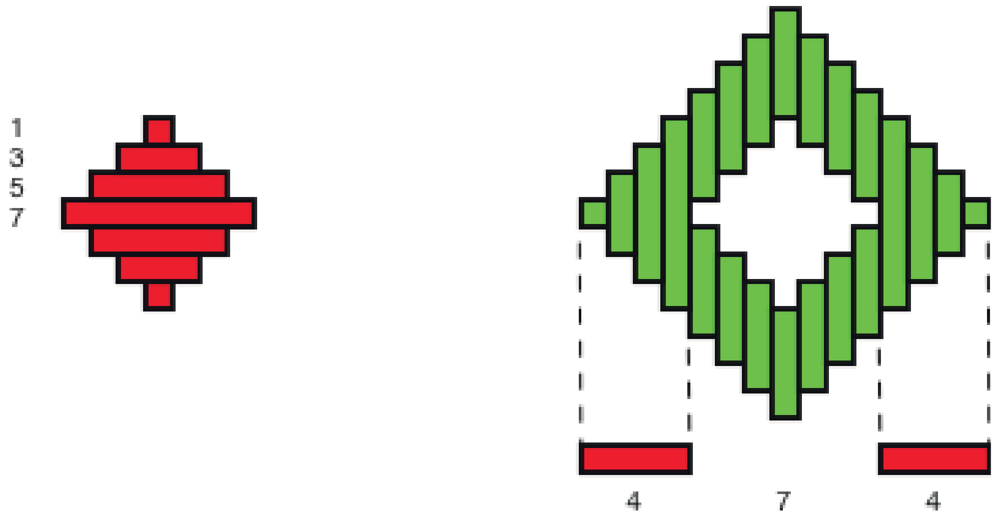
b
Fotografía 3.1

La Figura 3.1 presenta, aisladamente, una 'mariposa' entrecruzada en un *níjtyuba.*



Una 'mariposa'
Figura 3.1

Esta 'mariposa' está compuesta por dos cuadrados dentados (ver la Figura 3.2). El cuadrado central tiene un diámetro de siete unidades, o sea, la tira horizontal central pasa por encima de siete tiras que le son perpendiculares. El segundo cuadrado dentado es un anillo a la vuelta del cuadrado dentado central. La tira horizontal central pasa ahora por debajo de cuatro tiras verticales.



Cuadrado dentado central
a

Anillo dentado exterior
b

Figura 3.2

Podemos decir que la 'mariposa' es caracterizada por tres números, a saber: la dimensión del centro (7), el número de cuadrados dentados concéntricos (2) y el número de tiras por debajo del cual la tira horizontal pasa al salir del cuadrado central (4).
La Figura 3.3 nos presenta otra 'mariposa'.

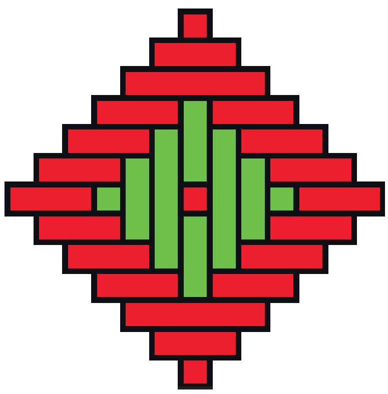
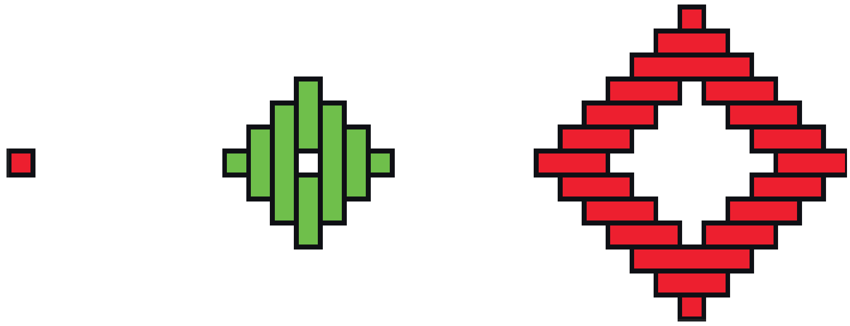


Figura 3.3

Está formada por tres cuadrados (ver Figura 3.4).



Cuadrado central y dos anillos
Figura 3.4

El cuadrado central tiene un diámetro de apenas una unidad, o sea, la tira horizontal central pasa por encima de una tira vertical. En seguida, la tira horizontal central pasa primero por debajo de tres tiras verticales y después por encima de tres tiras verticales. Podemos decir que la 'mariposa' es caracterizada por tres números, a saber: la dimensión del centro (1), el número de cuadrados dentados concéntricos (3) y el número de tiras (3) por debajo del cual y por encima del cual la tira horizontal pasa consecutivamente al salir del cuadrado central.

Alguien que no vio la 'mariposa', pero que conoce solo esta terna de números (1, 3, 3), podrá reconstruir la 'mariposa'. Al tercer número podremos llamar el ancho de los anillos dentados consecutivos.

En general, podemos decir que las 'mariposas' del tipo considerado se caracterizan por una terna de números (C, N, L), donde C representa la dimensión del cuadrado dentado central, N el número de cuadrados dentados concéntricos y L el ancho de los anillos consecutivos.

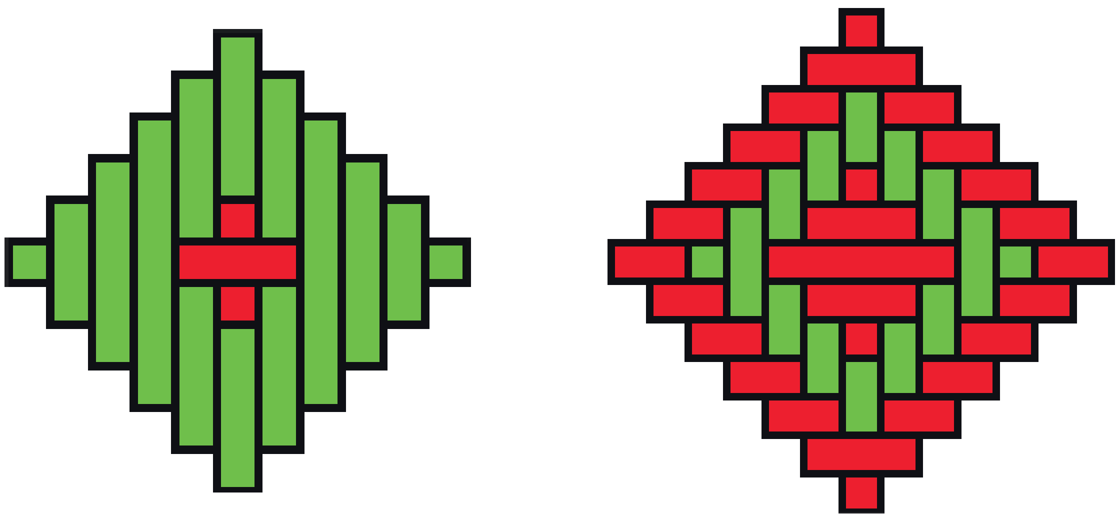
Experimentación:
Se invita al lector o lectora a intentar diseñar las mariposas que corrresponden a las ternas (1, 5, 3) y (3, 4, 4).

Los artesanos bora son muy creativos en la invención de 'mariposas' distintas. En las paneras *níjtyubane* que tuve la oportunidad de analizar, encontré nada menos que 26 'mariposas' distintas, un número bastante superior al número de variantes que encontré en otros pueblos.

Las veintiséis ‘mariposas’ distintas se caracterizan por las ternas siguientes:

N	2	3	4	5	6	7
C 1	(1, 2, 2) (1, 2, 3) (1, 2, 4)	(1, 3, 3) (1, 3, 4) (1, 3, 5)	(1, 4, 4)	(1, 5, 3) (1, 5, 4)	(1, 6, 4)	
3	(3, 2, 3) (3, 2, 4)	(3, 3, 3)	(3, 4, 3) (3, 4, 4) (3, 4, 5)	(3, 5, 4)		
5	(5, 2, 3)	(5, 3, 2)	(5, 4, 5)		(5, 6, 5)	
7	(7, 2, 4)	(7, 3, 4) (7, 3, 5)	(7, 4, 3) (7, 4, 4)			
9						

La Figura 3.5 presenta algunas ‘mariposas’ más, indicando en cada caso las características numéricas.



(3, 2, 4)
A

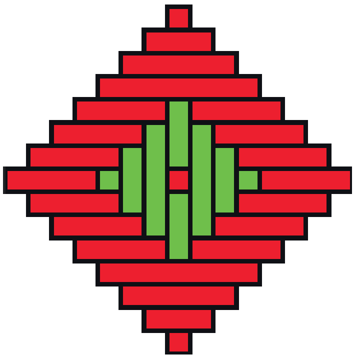
(5, 3, 2)
b

Figura 3.5

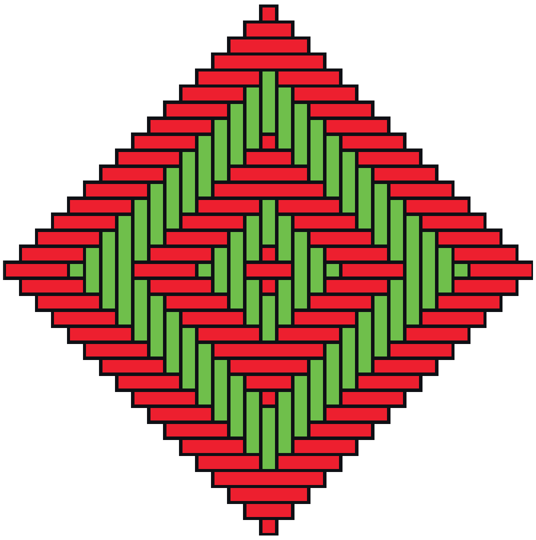
La Fotografía 3.2 muestra un abanico bora en el que son visibles ‘mariposas’ de los tipos (3, 2, 3) e (3, 3, 3).

Un abanico bora
Fotografia 3.2

Encontré algunas 'mariposas' en paneras bora en las que el ancho L no es constante. La Figura 3.6 presenta dos ejemplos. En el primer caso tenemos dos anillos. El ancho del primer anillo es 3, en tanto que el del otro es 4. Así, podemos caracterizar la 'mariposa' de la siguiente manera: (1, 3, 3+4). En el segundo caso tenemos cuatro anillos. El ancho del primer anillo 3, en tanto que el de los otros es 4. Por consiguinte, podemos caracterizar la referida 'mariposa' por la expresión numérica (3, 5, 3+4+4+4).



(1, 3, 3+4)
a



(3, 5, 3+4+4+4)
b

Figura 3.6

Se nota que la dimensión del cuadrado central de las 'mariposas' bora es casi siempre un número impar. Encontré solo una única excepción, ilustrada en la Figura 3.7. Podemos decir que las dimensiones del cuadrado dentado central son 4 (en la horizontal) por 3 (en la vertical). Así estamos delante de una variante del patrón (3, 2, 4), que podremos representar, si quisiéramos, por (4x3, 2, 4).

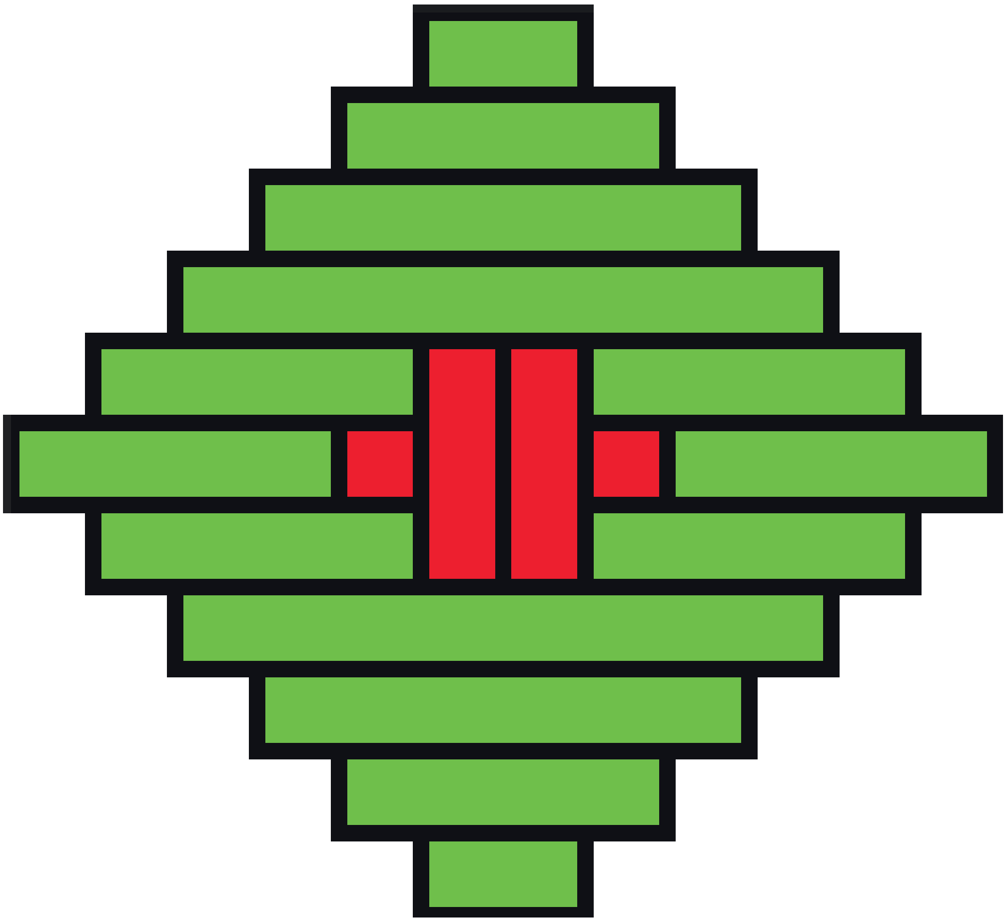


Figura 3.7

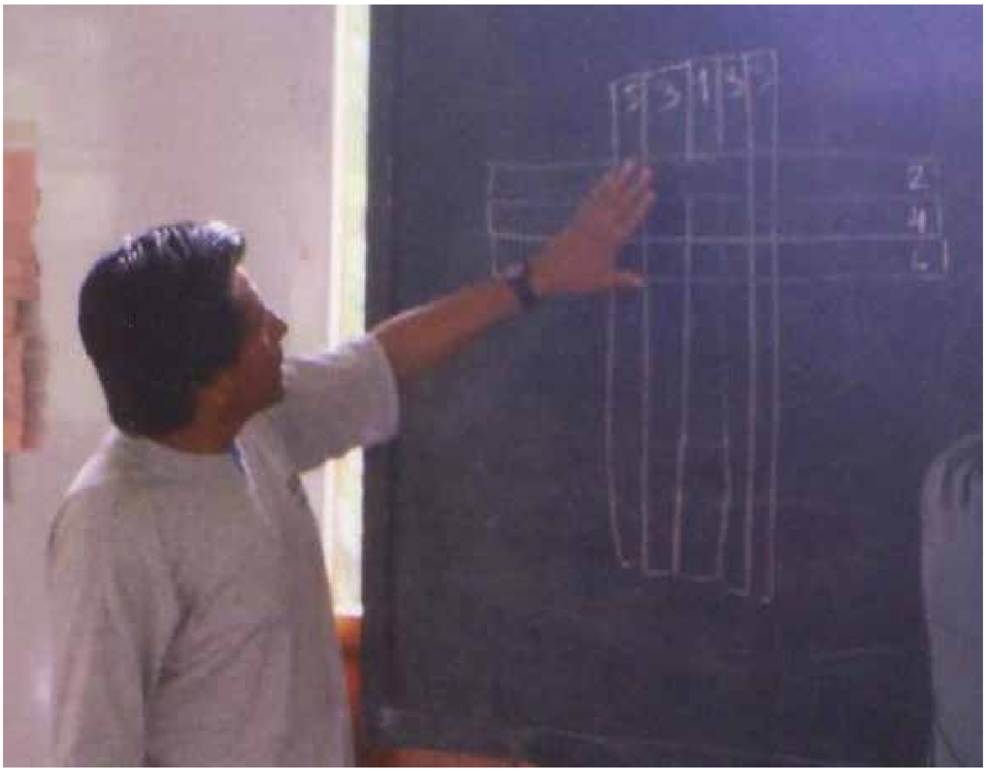
Una bandeja cuadrada

Capítulo 4

¿Cómo se puede entrecruzar una ‘mariposa’?

¿Cómo es que un cestero bora genera una “mariposa”, por ejemplo en el centro de un *nijtyuba*?

El profesor de la lengua bora en el Programa de Formación de Maestros Bilingües de la Amazonía Peruana, Gerardo del Águila Mibeco, explicó a los participantes en el seminario sobre Etnomatemática cómo procede un cestero bora. (Fotografía 4.1).



Fotografía 4.1

En la Figura 4.1 se presenta los primeros pasos para producir una “mariposa” del tipo (3, N, 3), donde el número N de cuadrados dentados concéntricos sucesivos es mayor o igual al número 3. El cestero comienza por colocar una tira (2) [horizontal en la Figura

4.1] encima de una primera tira (1) [vertical en la figura 4.1]. En el tercer paso el cestero junta, dos tiras (3) inmediatamente a la izquierda e inmediatamente a la derecha de la primera tira. En el cuarto paso junta más una tira horizontal.

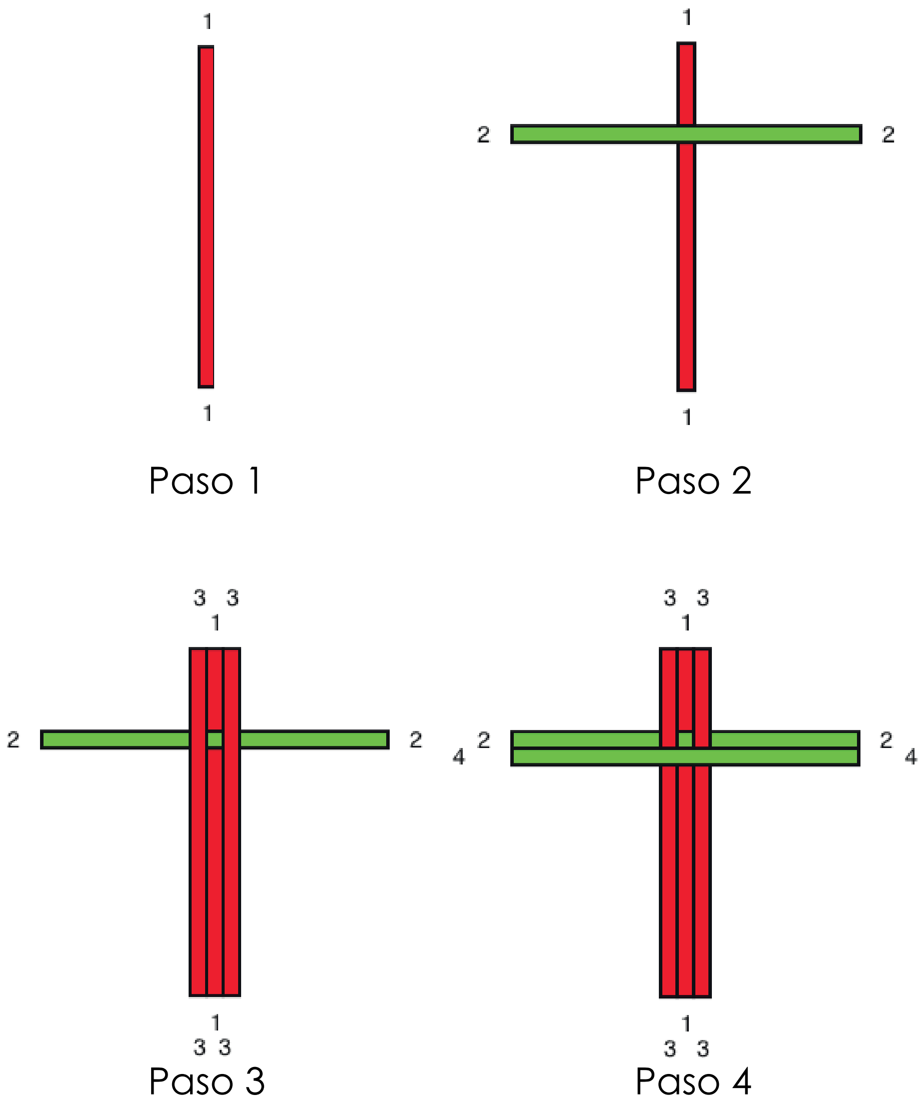


Figura 4.1

En la Figura 4.2 se presentan los pasos subsiguientes.

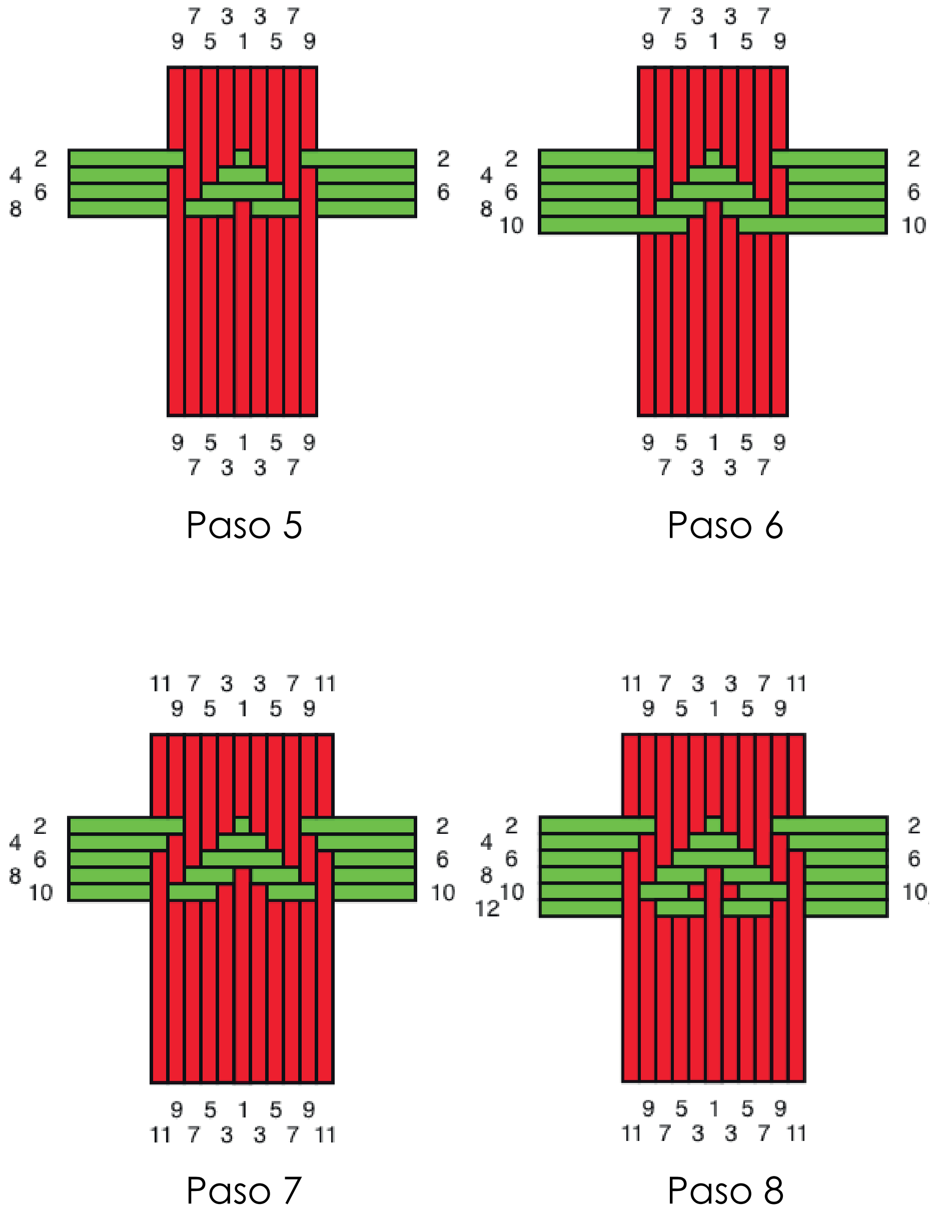
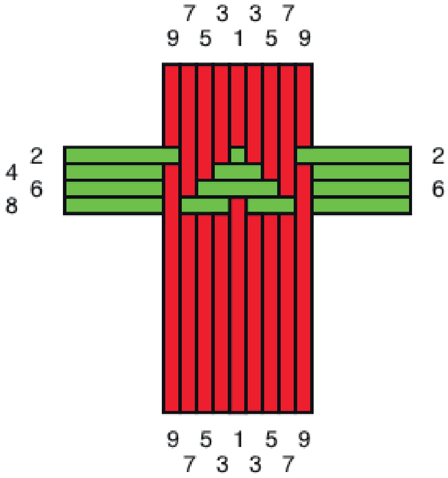
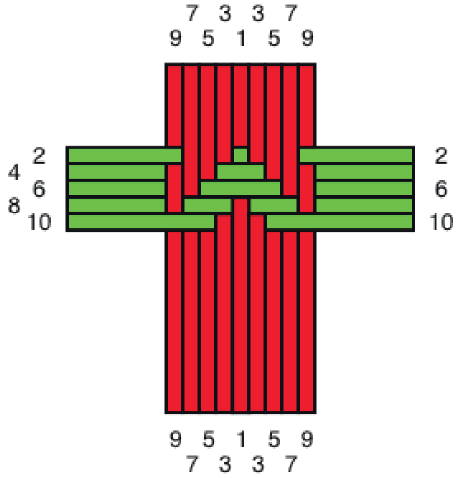


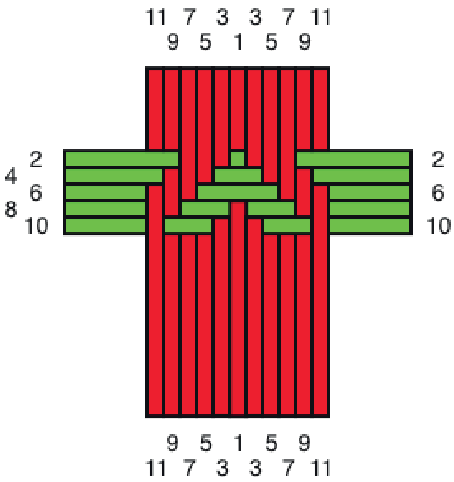
Figura 4.2 (primera parte)



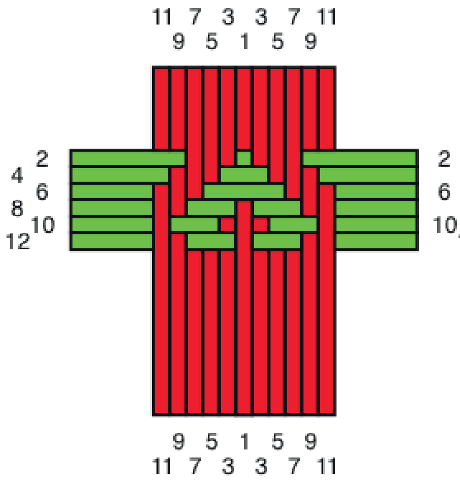
Paso 9



Paso 10

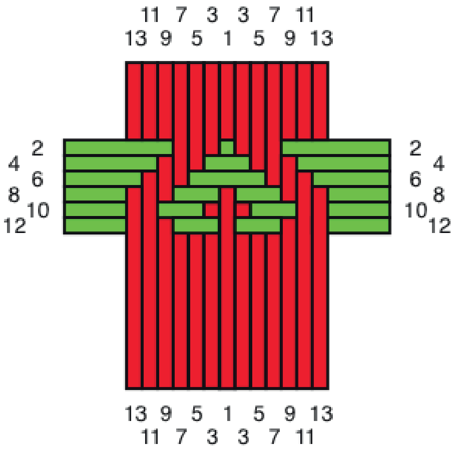


Paso 11

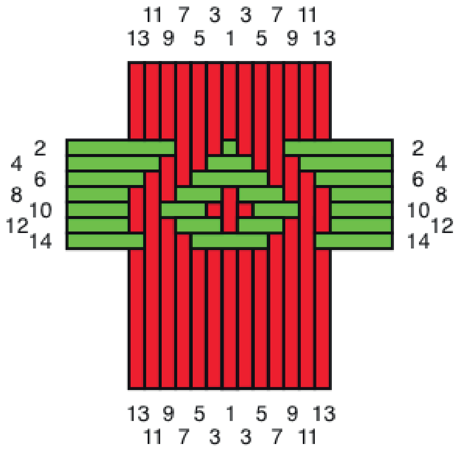


Paso 12

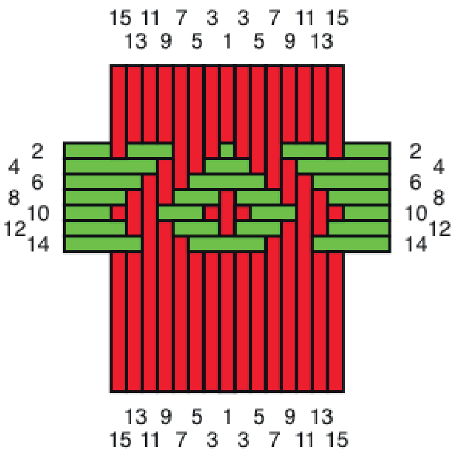
Figura 4.2 (segunda parte)



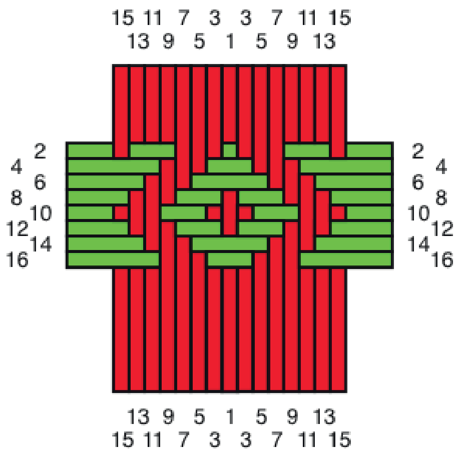
Paso 13



Paso 14



Paso 15

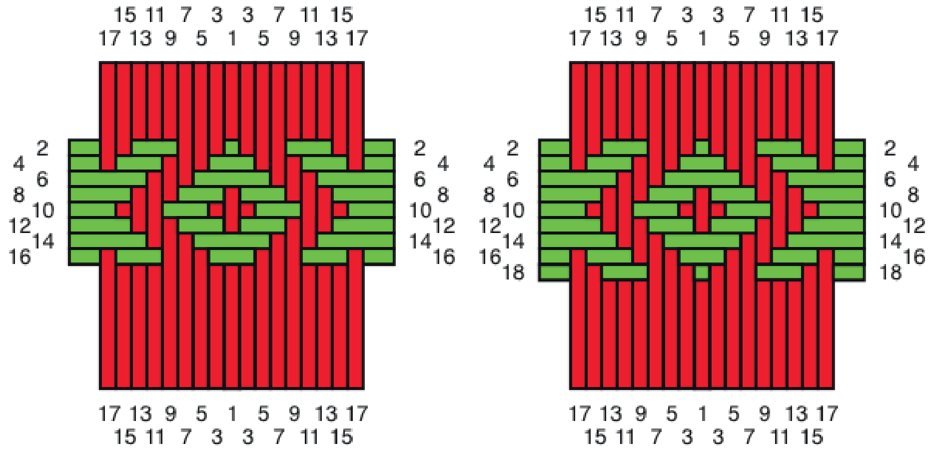


Paso 16

Figura 4.2 (tercera parte)

Hasta el séptimo paso, cada vez las tiras nuevas se sobreponen sobre las tiras ya colocadas. A partir del octavo paso comienza el proceso de entrecruzamiento propiamente dicho.

En los pasos de orden impar, el cestero siempre junta dos tiras verticales, que tienen exactamente el mismo curso o recorrido al pasar por encima y por debajo de las tiras horizontales.



Paso 17 Paso 18

Figura 4.2 (conclusión)

También al entrecruzar las sucesivas tiras horizontales, el cestero lo hace de tal manera que la primera tira (1) se mantenga como eje de la simetría. En el décimo paso, él introduce el segundo eje de simetría

El proceso de fabricación de una 'mariposa' muestra claramente la importancia de la simetría axial en la actividad del cestero.

Algunas 'mariposas' producidas por los participantes en el Seminario de Zungarococha

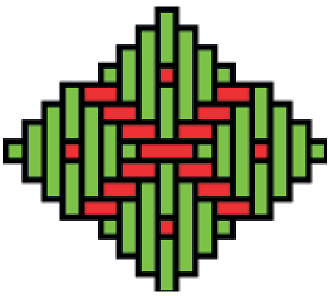
Fotografia 4.2

Capítulo 5

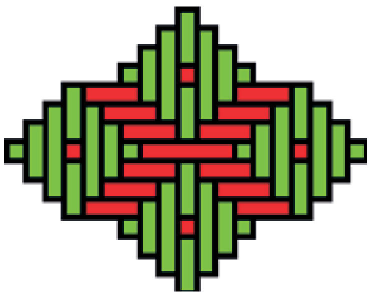
Patrones planares compuestos por 'mariposas'

Raras veces ocurre que una única 'mariposa' aparezca en un *níjtyuba*. Normalmente se entrecruzan varias 'mariposas', tejiéndolas una al lado de la otra. Frecuentemente, todas las 'mariposas' son congruentes y se encuentran posisionadas de una misma manera, unas relativas a sus vecinas.

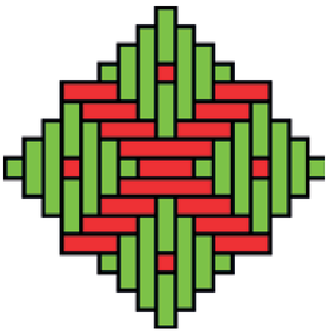
Consideremos el ejemplo de la 'mariposa' caracterizada por la terna (1, 2, 3). Cuatro de estas 'mariposas' pueden estar juntas de varias maneras. La figura 5,1 muestras tres posibilidades.



3x1
a



5x1
b



3x3
c

Figura 5.1

En el primer caso la distancia horizontal entre dos ‘mariposas’ horizontalmente vecinas es de tres unidades, en tanto que la distancia vertical entre dos ‘mariposas’ verticalmente vecinas es de una unidad. En el segundo caso, estas distancias son de cinco y uno, y en el tercer caso 3 y 3, respectivamente. Las tres situaciones pueden ser caracterizadas por las expresiones (1, 2, 3, 3x1), (1, 2, 3, 5x1) y (1, 2, 3, 3x3), respectivamente.

En general podemos caracterizar un patrón planar de ‘mariposas’ yuxtapuestas por un cuádruplo (C, N, L, p x p) donde (C, N, L) representa la ‘mariposa’ repetida y p y q las distancias horizontal y vertical entre ‘mariposas’ horizontalmente o verticalmente vecinas, respectivamente.

Podemos preguntarnos si ¿existe alguna diferencia entre los dos patrones (C, N, L, p x p) y (C, N, L, p x, p), por ejemplo, entre los patrones (3, 3, 3, 1x5) y (3, 3, 3, 5x1)?

La Figura 5.2 muestra la cara de una parte de un patrón planar (3, 3, 3, 1x5)

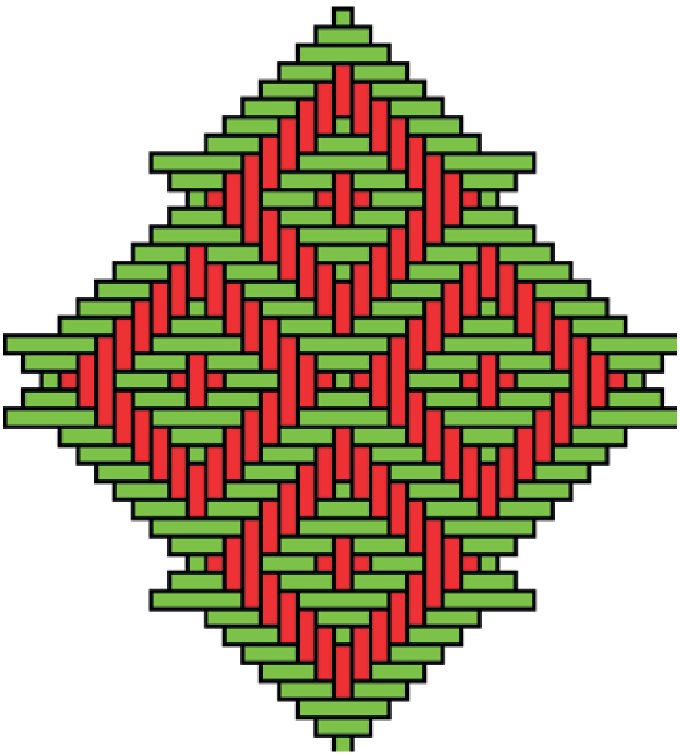


Figura 5.2

Observando la misma cara desde otro ángulo, el patrón parece ser el patrón (3, 3, 3, 5x1), como ilustra la Figura 5.3. Los patrones (3, 3, 3, 1x5) y (3, 3, 3, 5x1) son equivalentes.

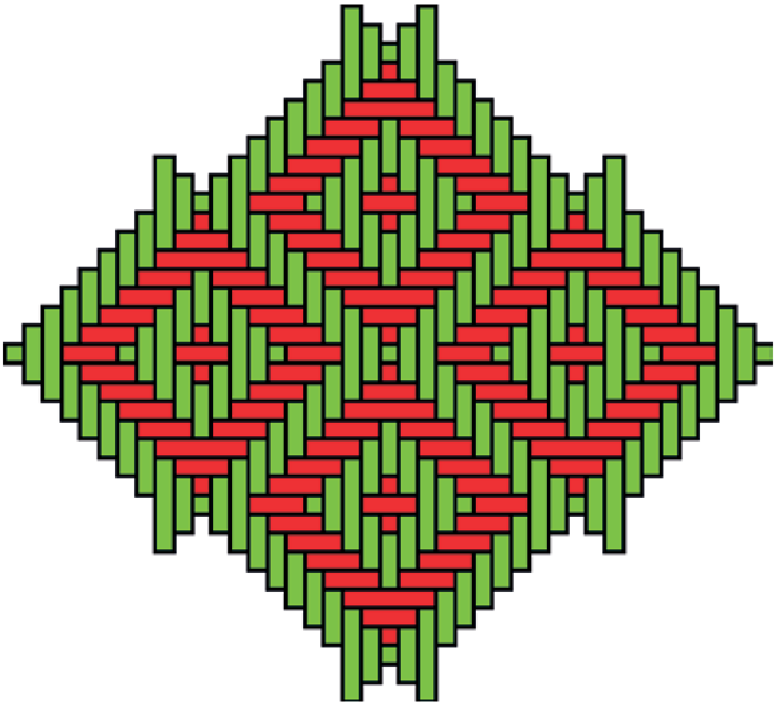


Figura 5.3

En los *níjtyubane* observados por mí, encontré nada menos que veinte patrones planares compuestos por 'mariposas' congruentes, reflejando la creatividad y la imaginación geométrica de los cesteros bora. Los patrones se caracterizan por los siguientes cuádruplos:

C	
1	(1, 2, 2, 3x1), (1, 2, 3, 5x1), (1, 3, 3, 5x1), (1, 4, 4, 7x1), (1, 5, 3, 5x1), (1, 6, 4, 7x1)
3	(3, 2, 3, 5x1), (3, 3, 3, 5x1), (3, 4, 3, 3x3), (3, 4, 3, 5x1), (3, 4, 4, 3x1), (3, 4, 5, 9x1), (3, 5, 4, 3x1)
5	(5, 3, 2, 3x1), (5, 4, 5, 9x1), (5, 6, 5, 9x1)
7	(7, 2, 4, 7x1), (7, 3, 5, 9x1), (7, 4, 3, 5x1), (7, 4, 4, 3x1)

(3, 4, 4, 3x1)
a

(1, 4, 4, 7x1)
b
Fotografía 5.1

(7, 4, 3, 5x1)
c

(7, 4, 4, 3x1)
d
Fotografía 5.1

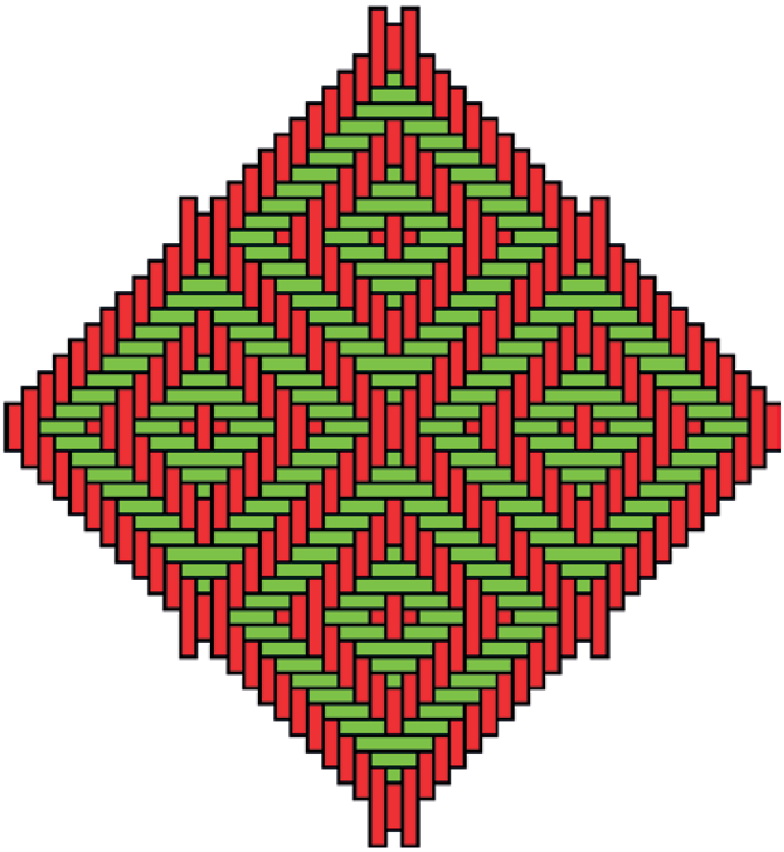
Aún no he encontrado la mayoría de estos patrones planares de 'mariposas' en otras culturas. Hasta el presente momento vi solo tres de estos patrones a ser utilizados en esteras o cestos tejidos por artesanos de otros pueblos. Estos son el patrón (1, 2, 2, 3x1) que vi en una estera entretejida por mujeres Yombe de la región del Bajo Congo (África Central) [la estera se encuentra en el Museo Real de África Central, Tervuren, Bélgica, en 80.12.30]; el patrón (3, 2, 3, 5x1) usado tanto en la cultura Obamba del Gabón (África Central) como en los cesteros Yekuana en Venezuela y Cherokee en el sudeste de los Estados Unidos de América; y el patrón (3, 4, 3, 5x1) que aparece también en la cultura Desana de la Amazonía noroeste colombiano y brasilero (ver en las fotografías en Perrois, p. 44; Wilbert, p. 148; Duggan, p. 17 y Hill, p. 245; y Reichel-Dolmatoff, p. 60, respectivamente).

La Fotografía 5.1 muestra cuatro *níjtyubane*, cuyos patrones son (3, 4, 4, 3x1), (1, 4, 4, 7x1), (7, 4, 3, 5x1) y (7, 4, 4, 3x1), respectivamente. La Fotografia 5.2 presenta un gran *níjtyuba* con el patrón (3, 3, 3, 5x1), fotografiado en la Feria de San Juan. La Fotografía 5.3 presenta un *níjtyuba* con el patrón (1, 5, 3, 5x1).

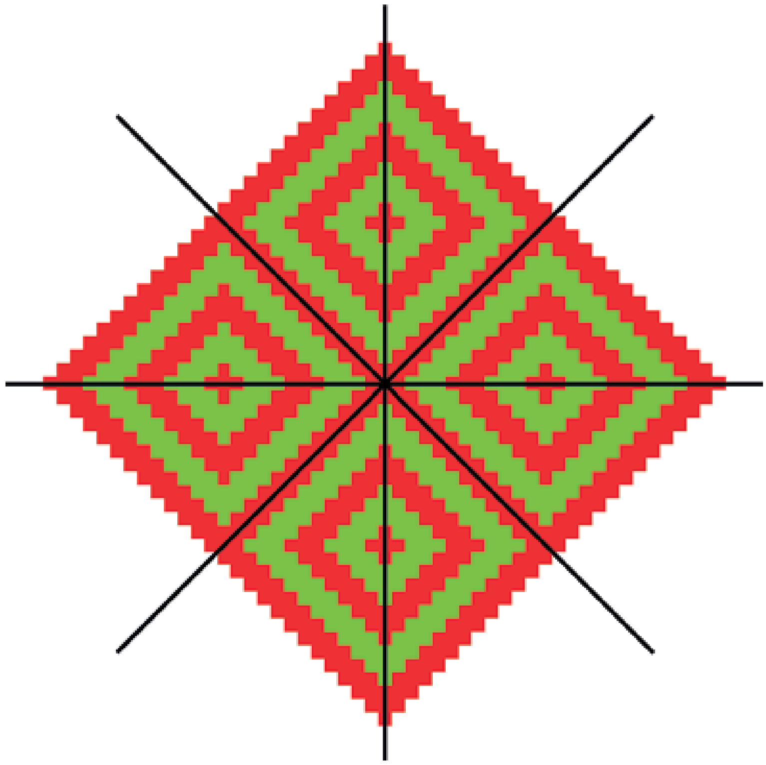
(3, 3, 3, 5x1)
Fotografia 5.2

(1, 5, 3, 5x1)
Fotografía 5.3

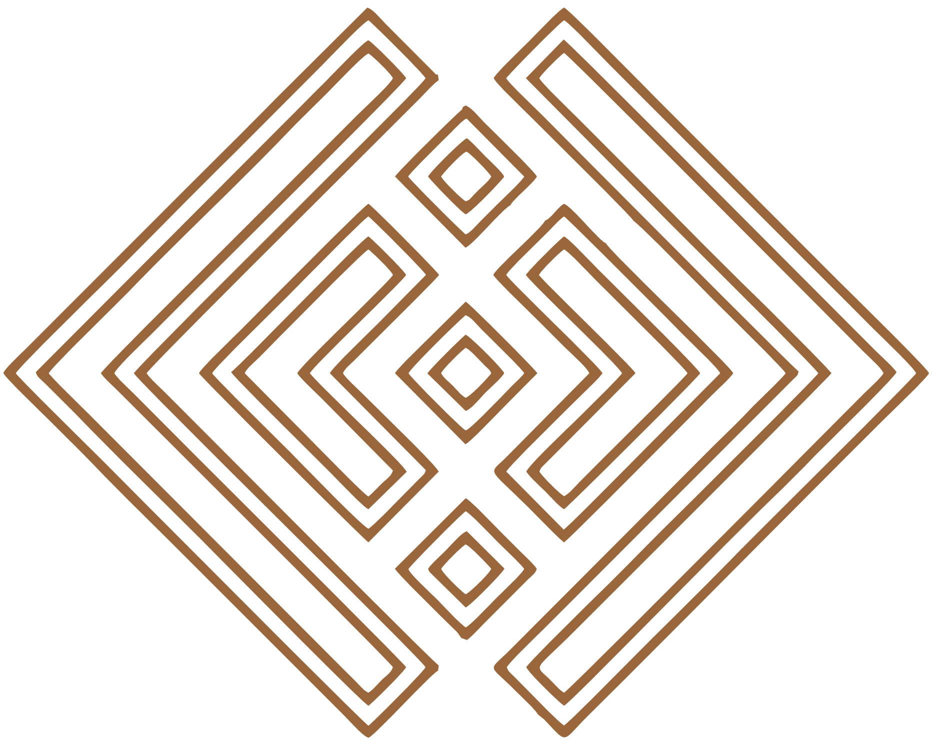
Todos los patrones (C, N, L, p x q) presentan ejes horizontales y verticales de simetría. Si p fuera igual a q. Sin embargo, como se verifica en el caso del patrón bora (3, 4, 3, 3x3) (ver la Figura 5.4), la impresión visual tiene también ejes diagonales de simetría (ver la Figura 5.5).



El patrón (3, 4, 3, 3x3)
Figura 5.4



Impresión visual: ejes de simetría en cuatro direcciones
Figura 5.5



Estructura del diseño en la panera de la Fotografía 2.2

Capítulo 6

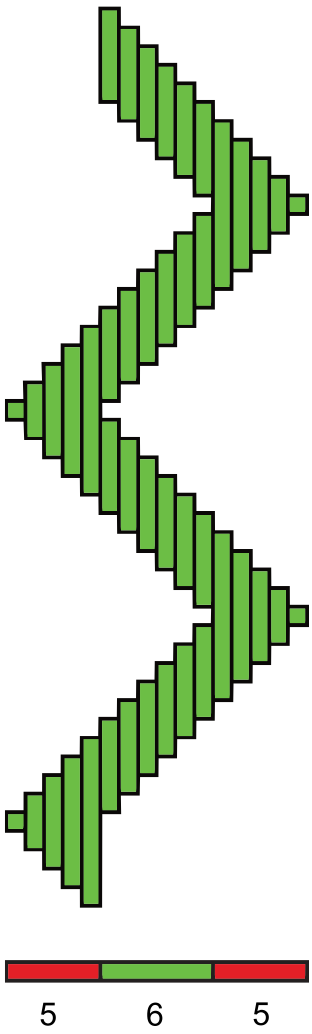
Cintas de 'mariposas'

No todos los patrones planares entrecruzados en *níjtyubane* se componen solo de 'mariposas'.

El primer grupo diferente de los patrones analizados en el capítulo anterior está formado por cintas de 'mariposas', separadas o no por líneas en zig-zag. Las Fotografías 6.1 y 6.2 presentan dos ejemplos.

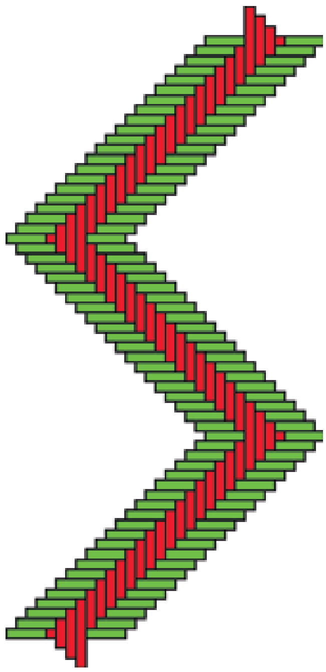
Fotografía 6.1

En la Fotografía 6.1 podemos observar cintas verticales del tipo (3, 2, 5, 1x9) separadas por zig-zag singulares. Cada zig-zag tiene un ancho de 5 unidades (ver la Figura 6.1). En la Fotografía 6.2 vemos cintas del tipo (1, 5, 4, 1x7) separadas por grupos de tres zig-zag de ancho de 4 unidades (ver la Figura 6.2).



Un zig-zag entretejido de 5 unidades de ancho
Figura 6.1

Fotografía 6.2



Tres zig-zag entretejidos de 4 unidades de ancho
Figura 6.2

Encontré cinco patrones en *níjtyubane* de estas cintas con zig-zag. Las características de los mismos son respectivamente:

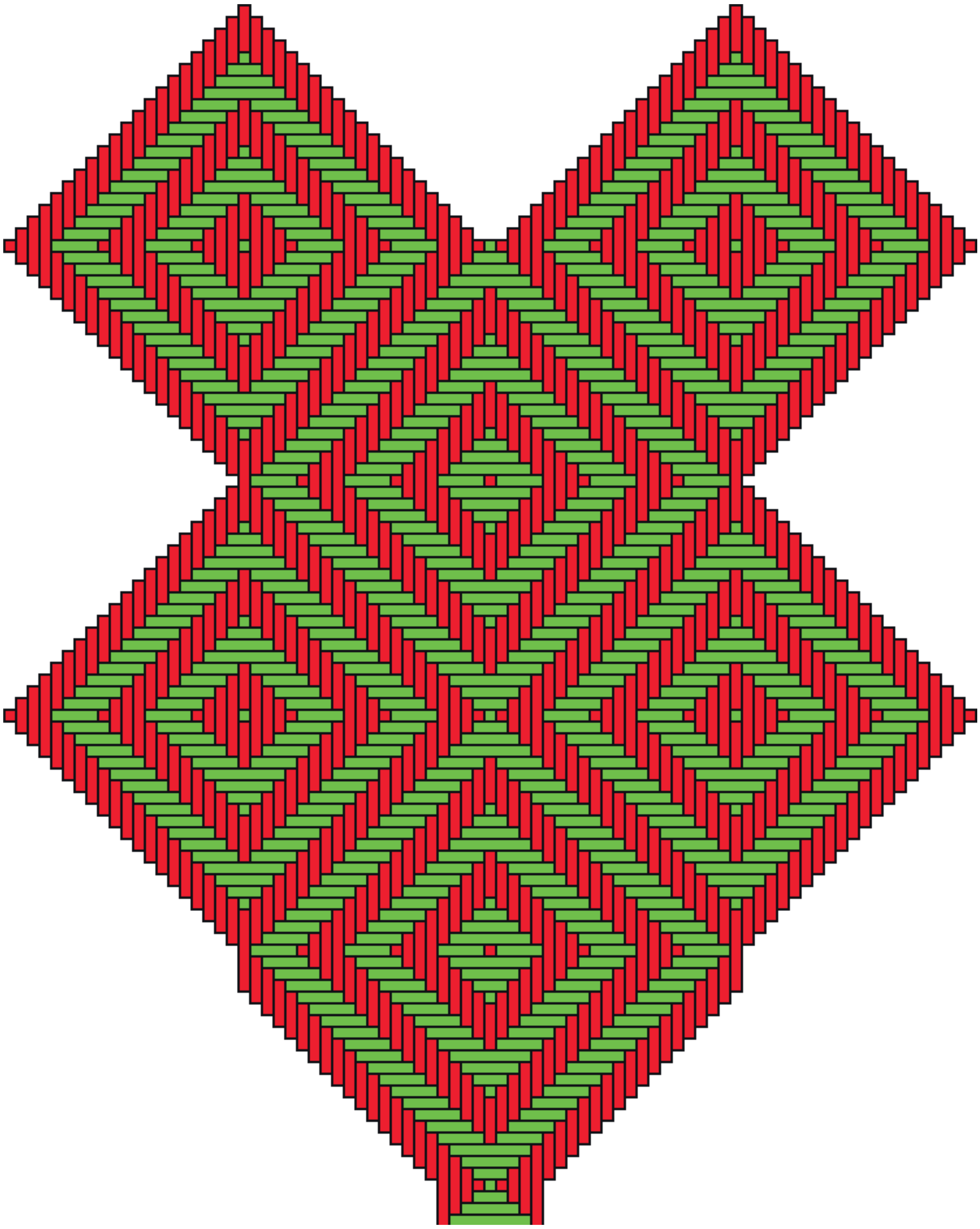
Cinta	Número de zig-zag	Ancho de los zig-zag
(1, 2, 3, 1x5)	1	3
(1, 4, 4, 7x1)	1	4
(1, 5, 4, 1x7)	3	4
(3, 2, 5, 1x9)	1	5
(7, 3, 5, 1x9)	1	5

Las cintas en la parte central del *níjtyuba* representado en la Fotografía 6.3 son del tipo (7, 3, 5, 1x9) separadas por zig-zag de un ancho de 5 unidades.

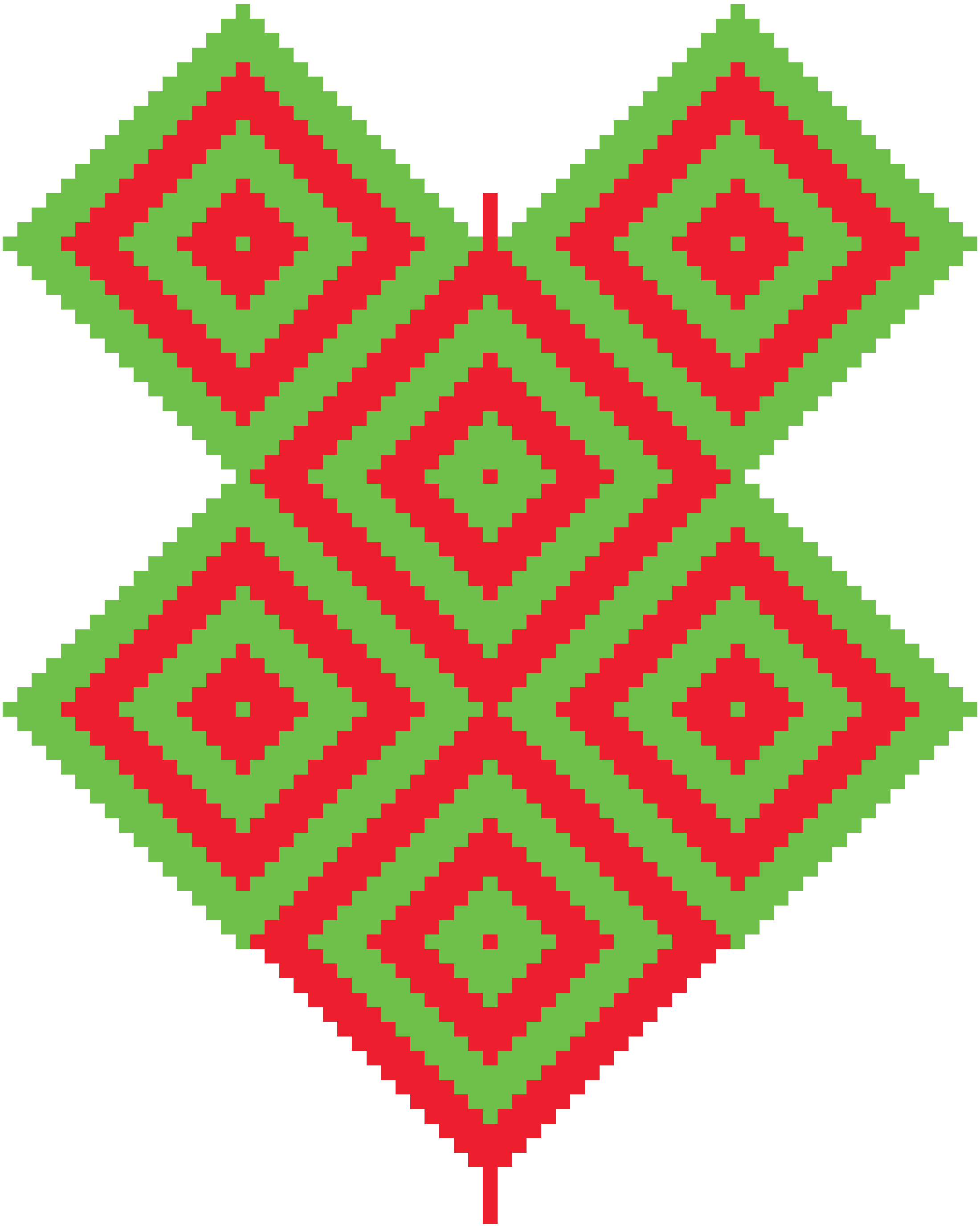
Fotografía 6.3

Fotografía 6.4

La cinta central del *níjtyuba* en la Fotografía 6.4 tiene la estructura caracterizada por la expresión (1, 5, 4, 1x7). Sin embargo las dos cintas, vecinas de la cinta central, presentan la misma estructura que está; los colores se invierten. La Figura 6.3 muestra una parte del patrón entrecruzado. La Figura 6.4 presenta la impresión visual del mismo. Se obtiene un patrón **planar** repitiendo pares de estas cintas de colores invertidos.



Parte de las cintas centrales del *níjtyuba*
en la Fotografía 6.4
Figura 6.3



Parte del patrón planar a dos colores
Figura 6.4

Las dos cintas del *níjtyuba* en la Fotografía 6.5 tiene la estructura caracterizada por la expresión (5, 3, 2, 3x1). Toda la panera presenta una simetría rotacional de 180°.

Fotografía 6.5

Capítulo 7

Otros patrones planares

Las Fotografías 7.1 a 7.3 nos muestran tres *níjtyubane* decorados con patrones interesantes, distintos a los tipos ya analizados.

Fotografía 7.1

El *níjtyuba* en la Fotografía 7.1 ilustra el patrón planar —infinitamente extensible para todos los lados o rincones—, representado en la Figura 7.1. En él, los cuadrados dentados de cinco unidades de diámetro están a ser ‘abrazados’ por una línea poligonal.

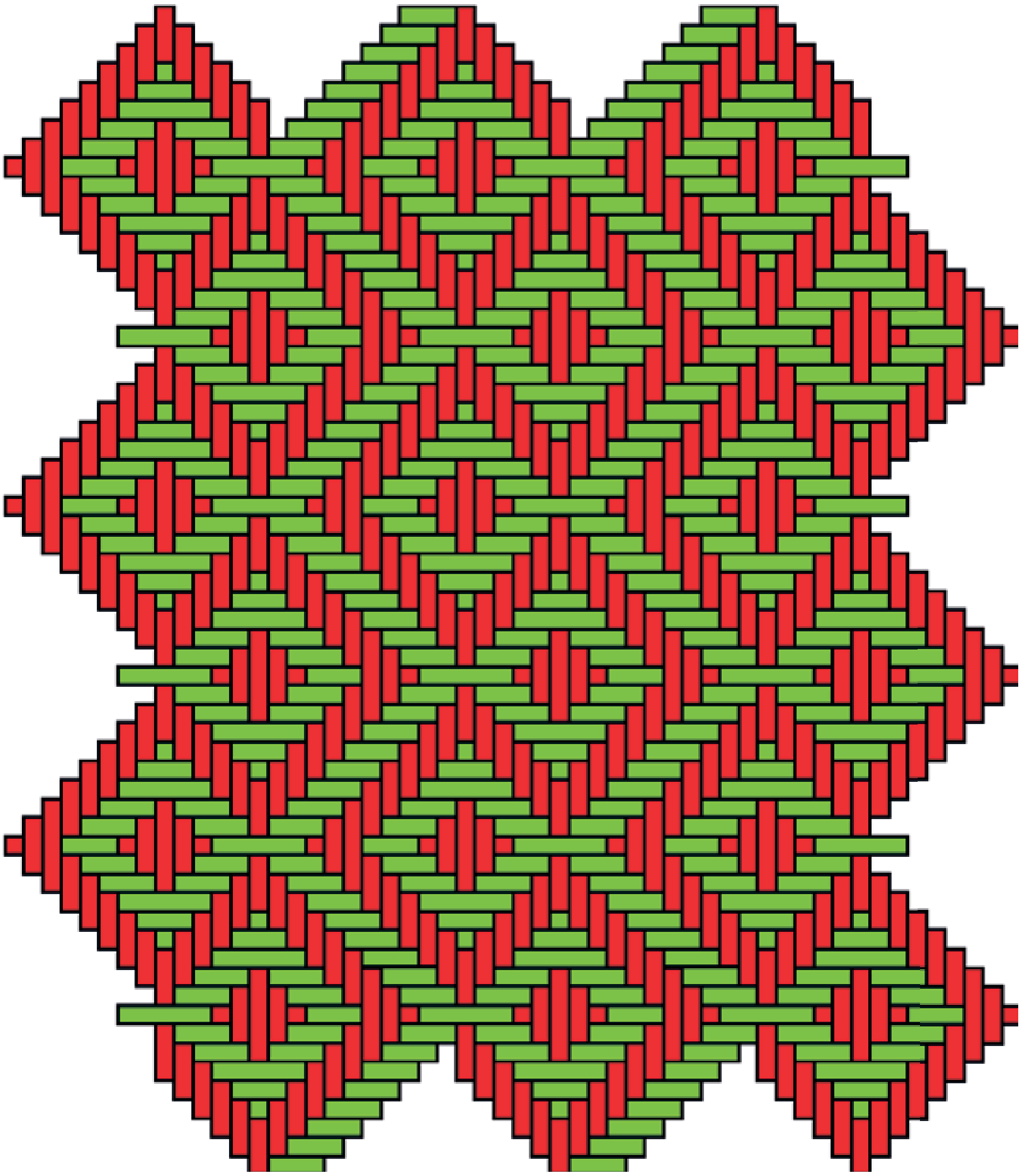


Figura 7.1

Las Figuras 7.2 y 7.3 presentan patrones planares semejantes al de la Figura 7.1, en que las líneas poligonales más complejas ‘abrazan’ ‘mariposas’ de los tipos (3, 2, 4) (ver la Fotografía 7.2) y (5, 2, 4), respectivamente.

Fotografía 7.2

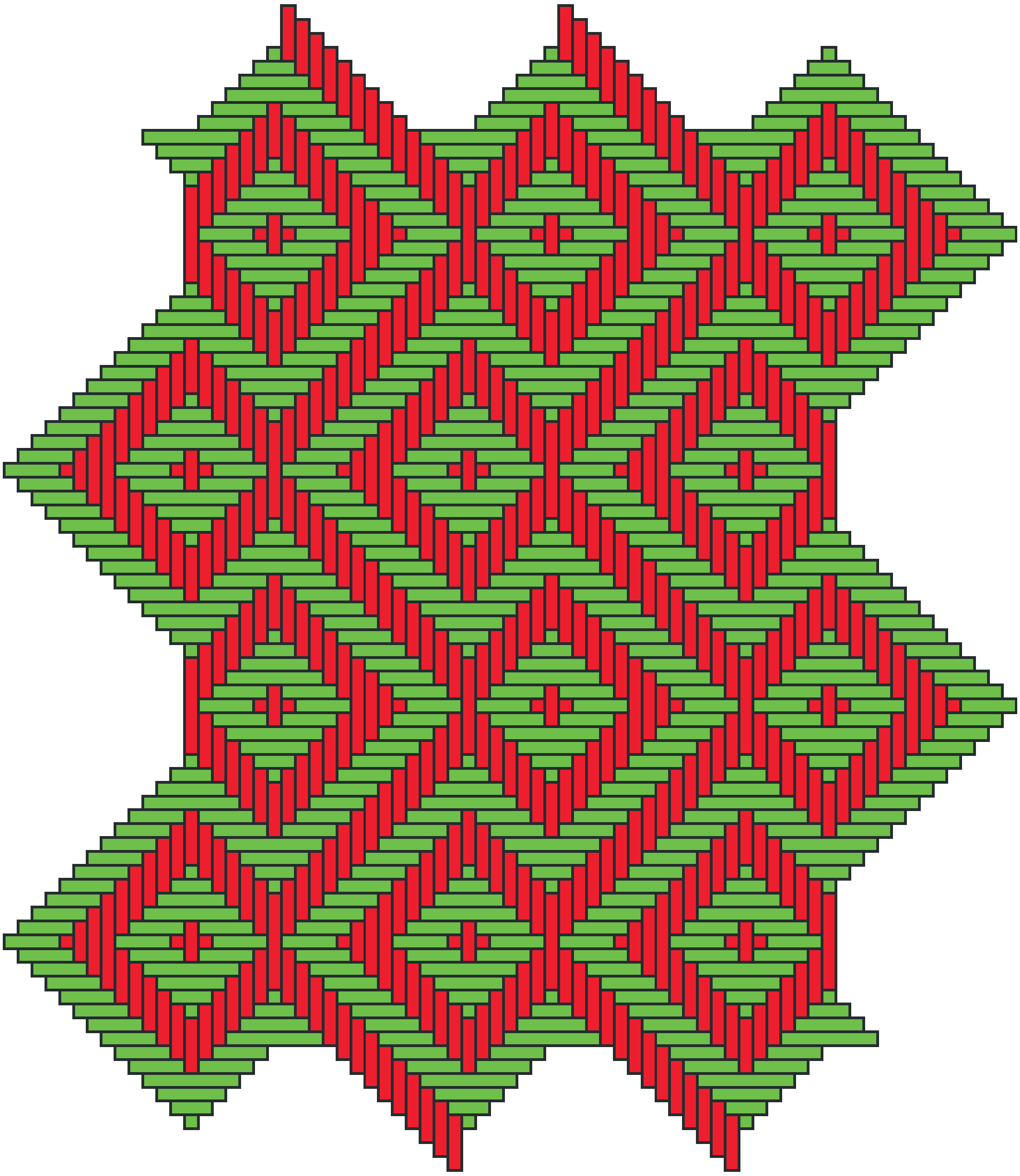


Figura 7.2

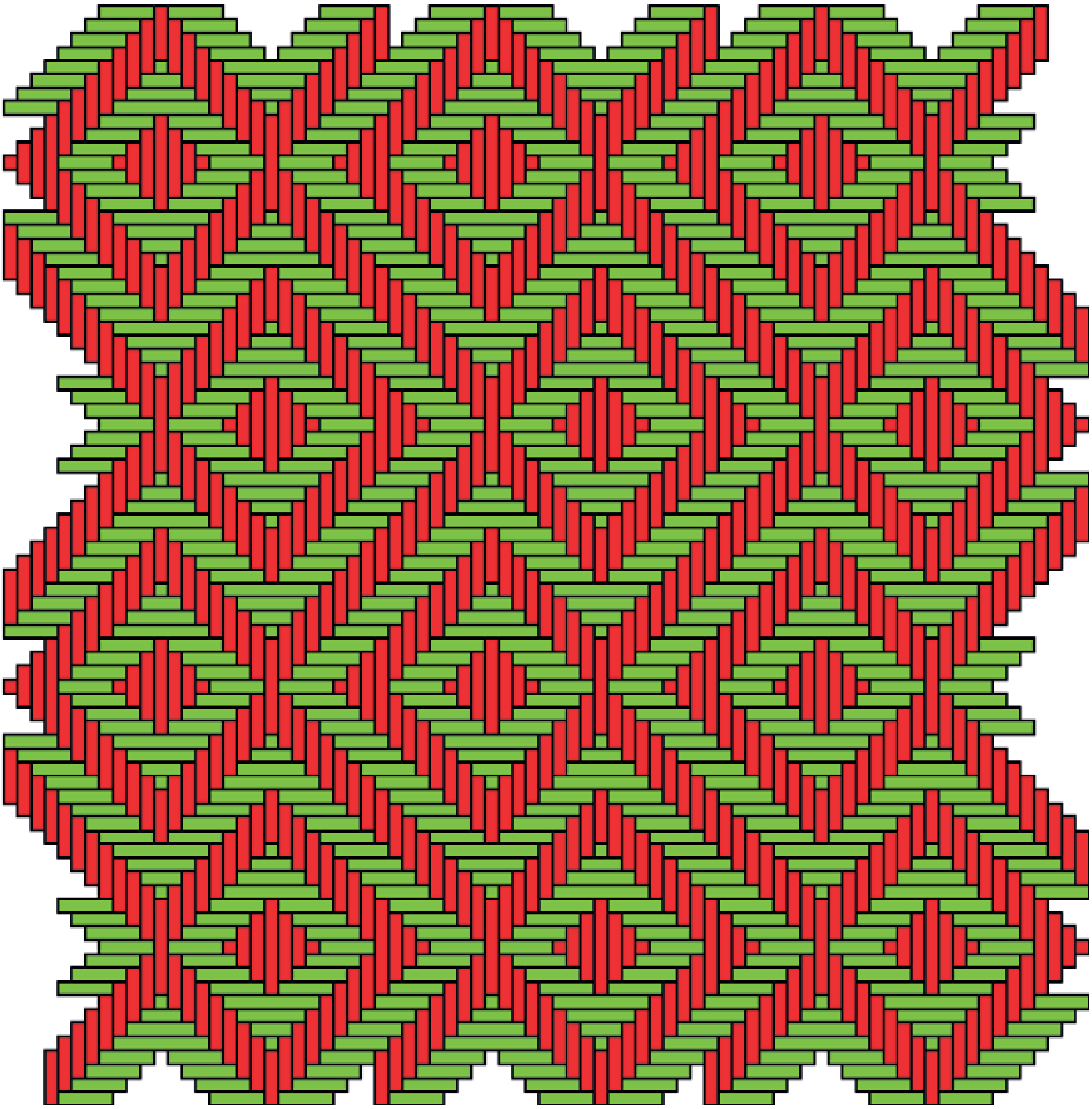


Figura 7.3

Todo el gran *níjtyuba* en la Fotografía 7.3 es cubierto por un único patrón planar, en el que cintas de 'mariposas' del tipo (3, 2, 3, 1x5) se alternan con fajas o superficies de 'mariposas' del tipo (3, 2, 3) (ver la Figura 7.4). Al transitar de las cintas hacia las fajas o territorios los colores de las 'mariposas' del tipo (3, 2, 3) se invierten.

Fotografía 7.3

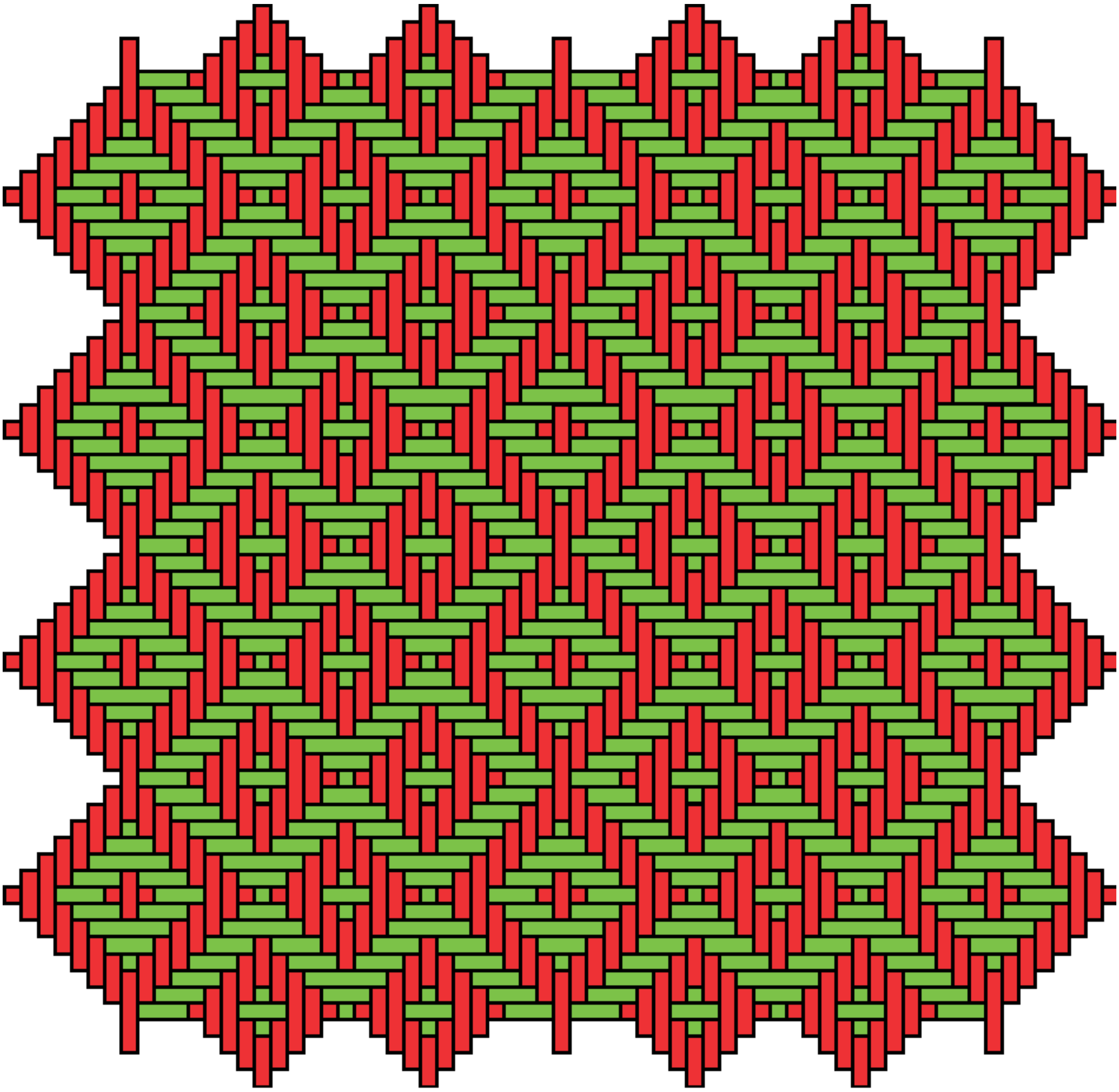


Figura 7.4

La faja central del *níjtyuba* en la Fotografía 7.4 presenta otro patrón (ver la Figura 7.5), en el que ejemplares del cuadrado dentado, de cinco unidades de diámetro, se encuentran entallados por ocho reclinados (∞'s).

Fotografía 7.4

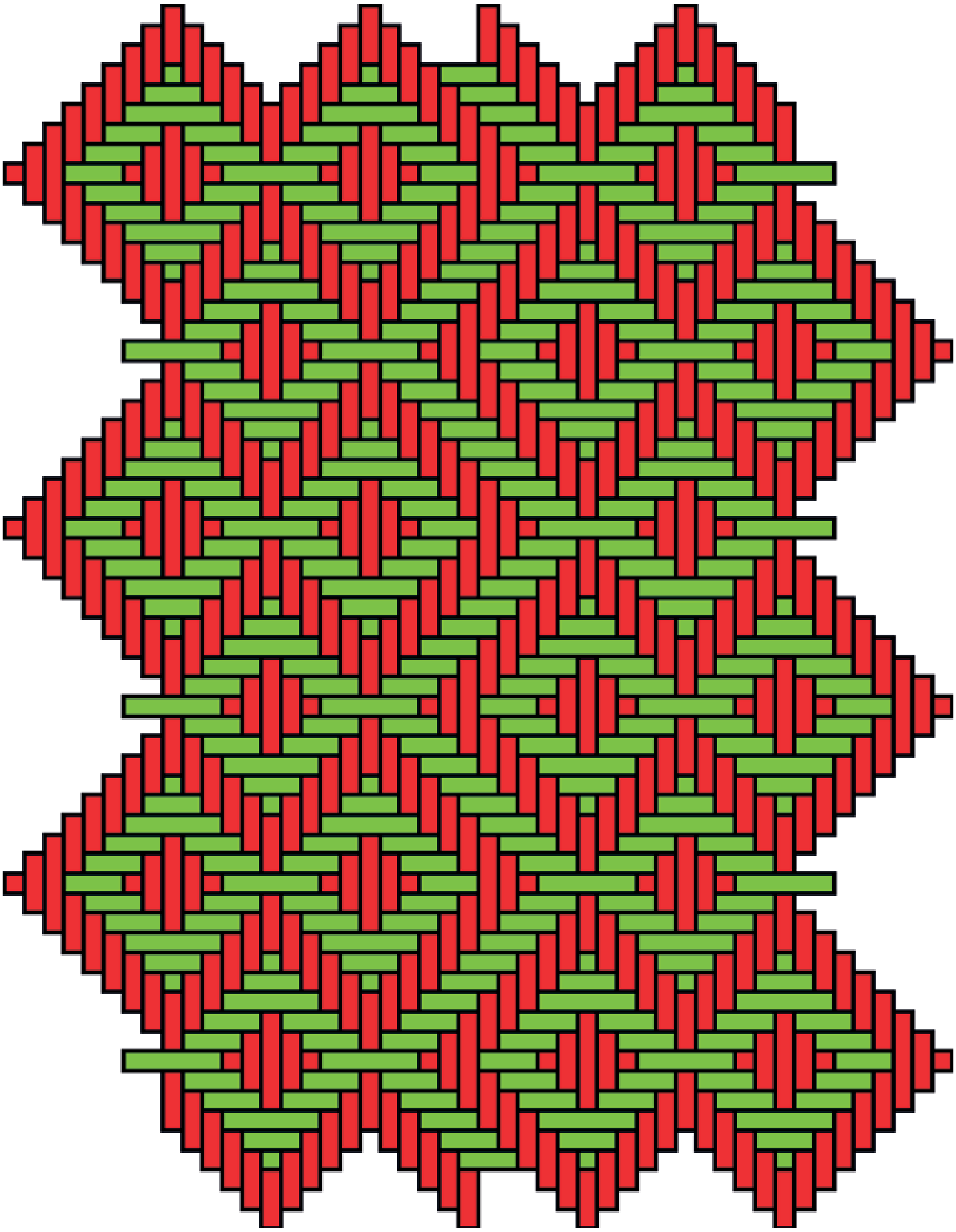
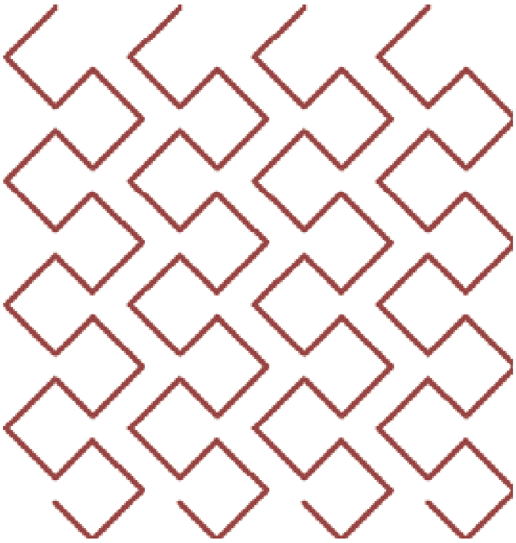
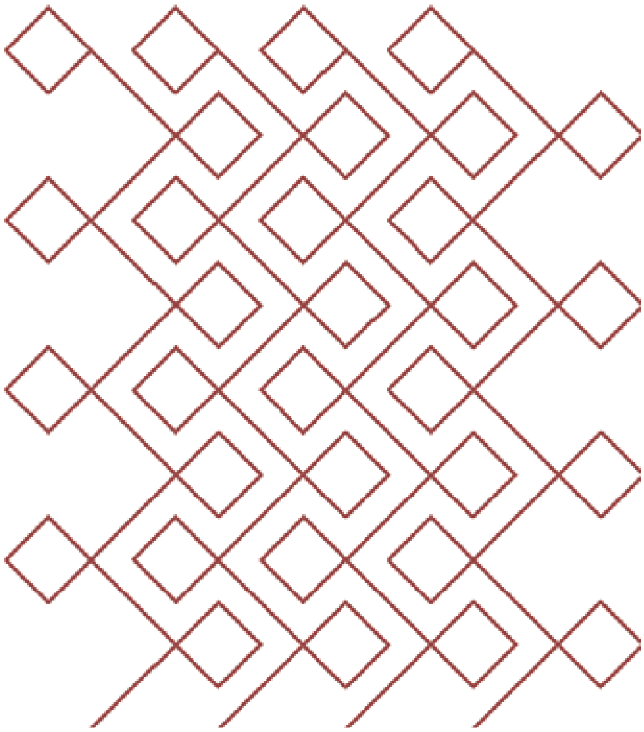


Figura 7.5

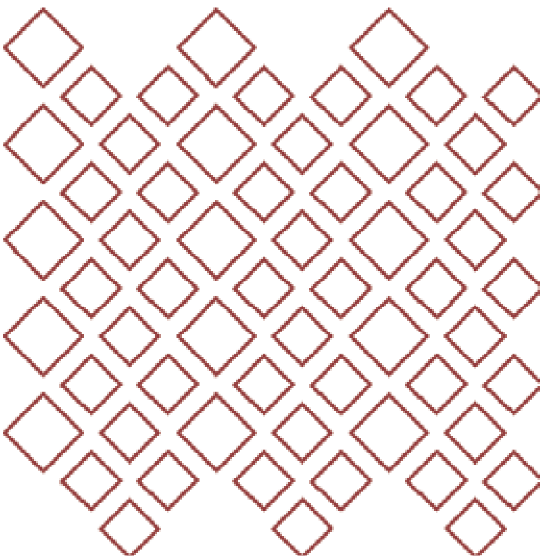
En la Figura 7.6 se representan esquemáticamente los patrones planares de las Figuras 7.1 a 7.5.



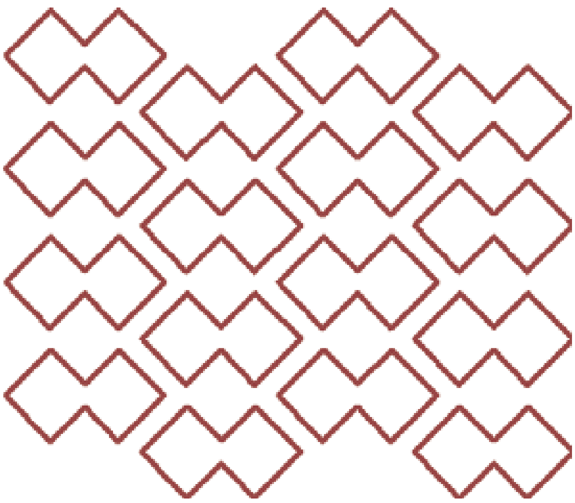
[1]



[2, 3]



[4]



[5]

Figura 7.6

Las Figuras 7.1a hasta 7.5a presentan las impresiones visuales de los patrones, abstrayéndolos de los de dirección horizontal y vertical de las tiras o pedazos de planta.

Figura 7.1a

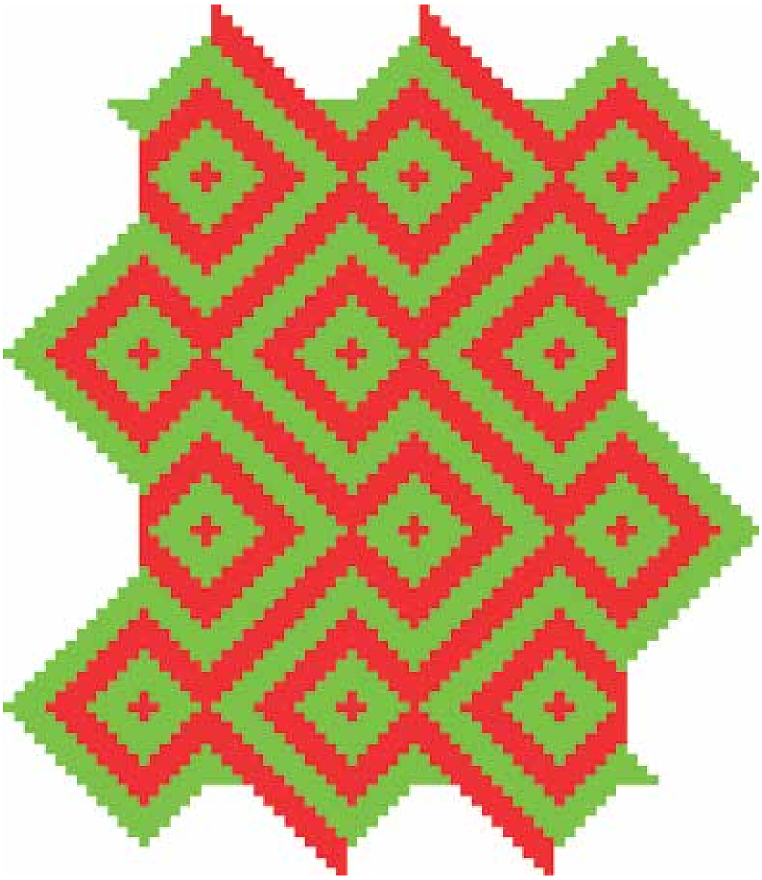


Figura 7.2a

Figura 7.3a

Figura 7.4a

Figura 7.5a

7.1 Simetrías

¿Cuáles son las simetrías que caracterizan estas impresiones visuales? ¿Dónde se encuentran los respectivos ejes de simetría y los centros de simetría rotacional?
En las Figuras 7.1b a 7.5b, se presentan los ejes de simetría y los centros de simetría rotacional de los patrones planares de las Figuras 7.1 hasta 7.5.
Los centros de simetría rotacional se indican por pequeños círculos. Se trata de simetría de rotación de 180°. Esto quiere decir que una rotación de 180° (media-vuelta) en torno de uno de estos centros no altera el patrón, transformándolo en sí mismo. En otras palabras, los patrones son invariables bajo una rotación de 180° en torno de cualquiera de uno de los centros indicados.
Los patrones son igualmente invariables bajo reflexiones en los ejes indicados: Reflejar un patrón en uno de los ejes marcados, lo transforma en sí mismo.

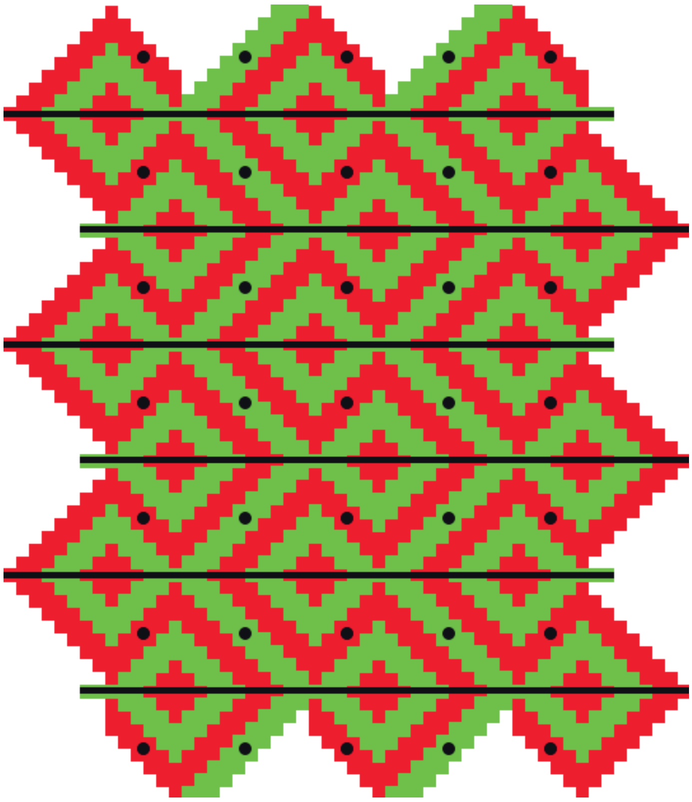


Figura 7.1b

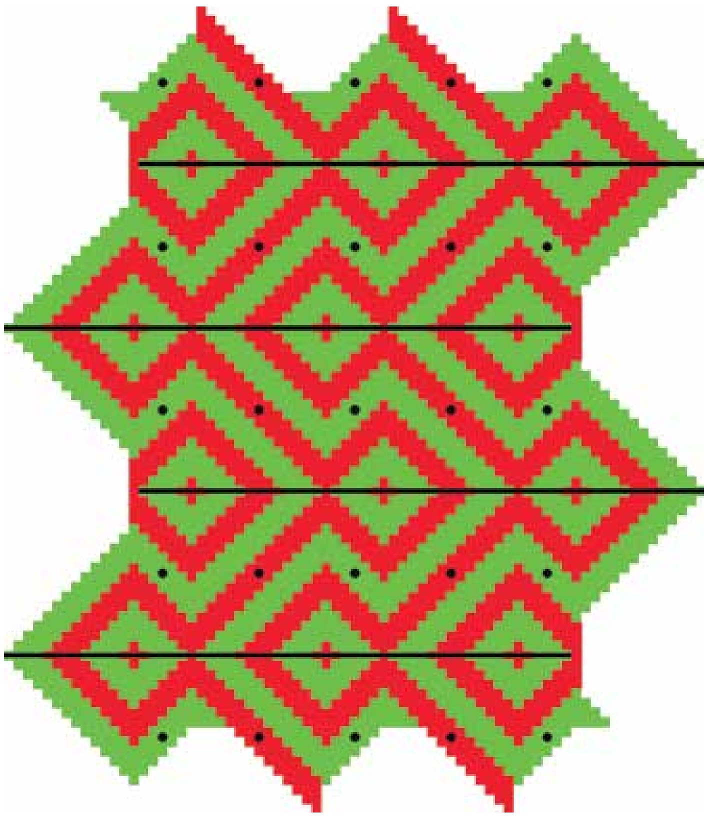


Figura 7.2b

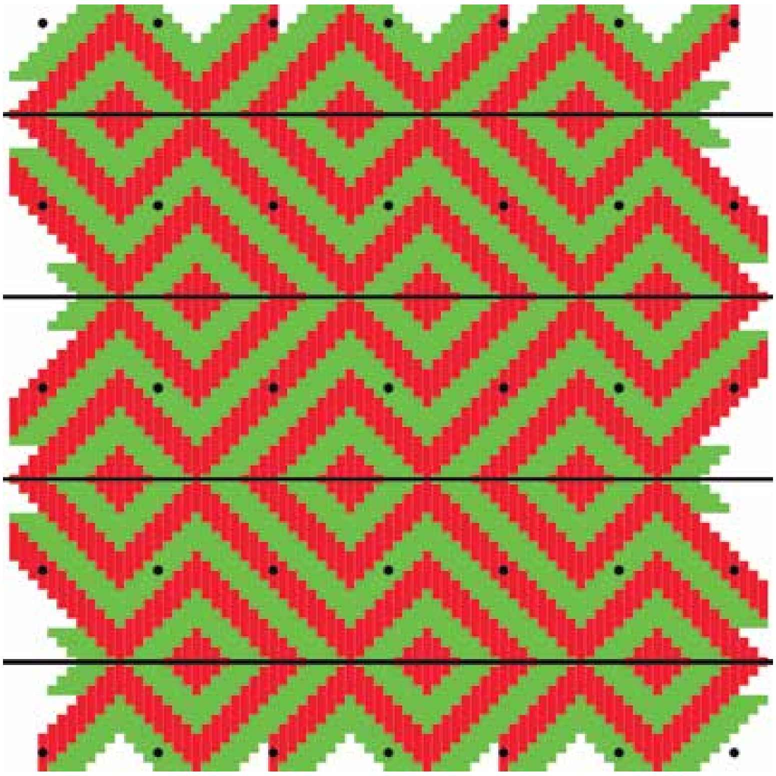


Figura 7.3b

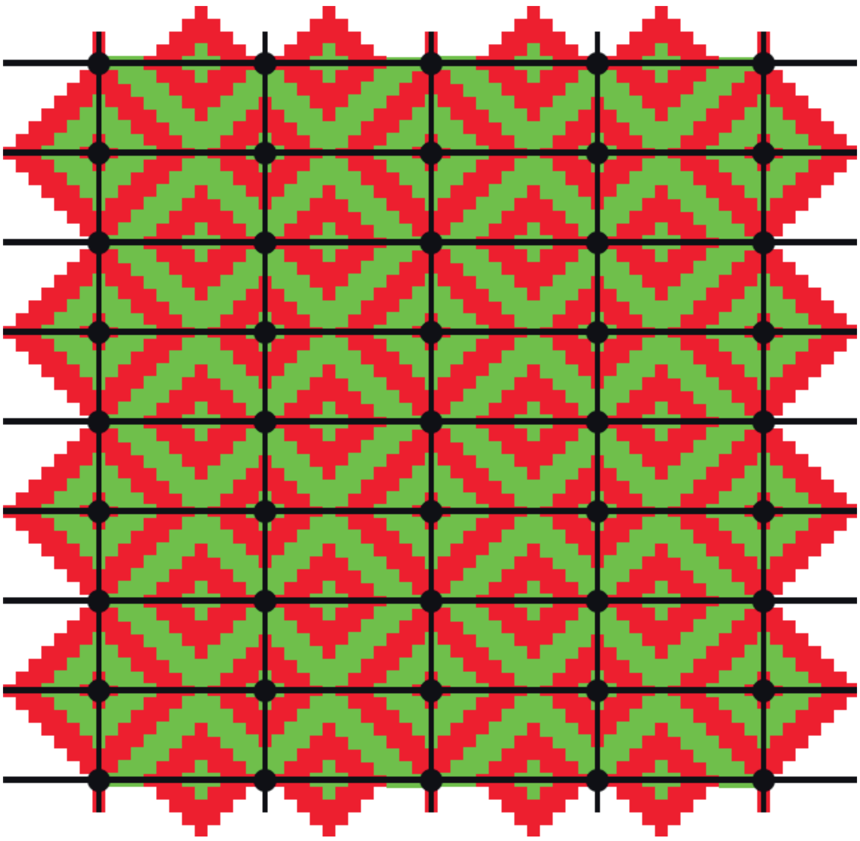


Figura 7.4b

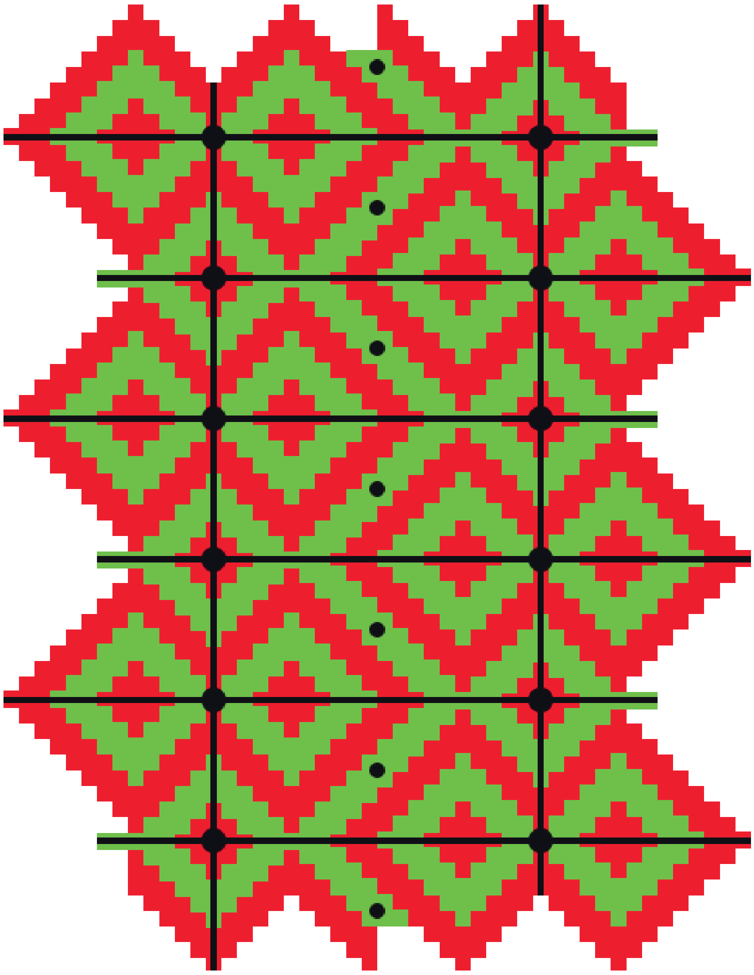
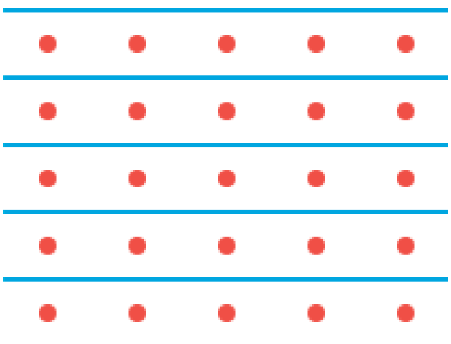


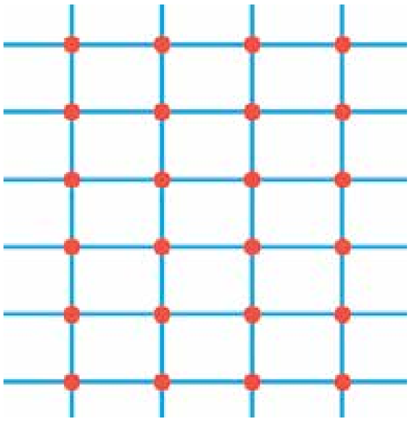
Figura 7.5b

Los patrones planares en las Figuras 7.1, 7.2 y 7.3 tienen la misma estructura simétrica. La Figura 7.7 ilustra esta estructura caracterizada por ejes paralelos y centros de simetría equidistantes de ejes vecinos.



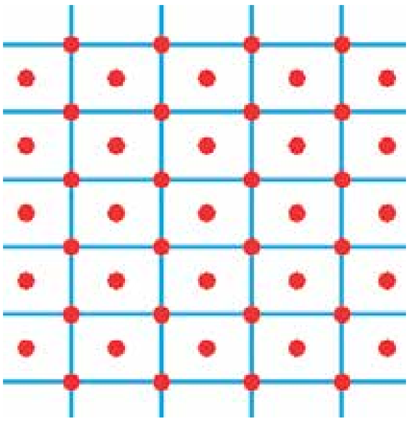
La estructura simétrica de las Figuras 7.1, 7.2 y 7.3
Figura 7.7

La estructura simétrica del patrón en la Figura 7.4 se caracteriza por ejes de simetría en dos direcciones perpendiculares, donde todos los centros de simetría rotacional son puntos de intersección de ejes (ver la Figura 7.8). Con la excepción del patrón (3, 4, 3, 3x3), todos los patrones bora del tipo (C, N, L, p x q) tienen también la misma estructura simétrica que el patrón de la Figura 7.5.



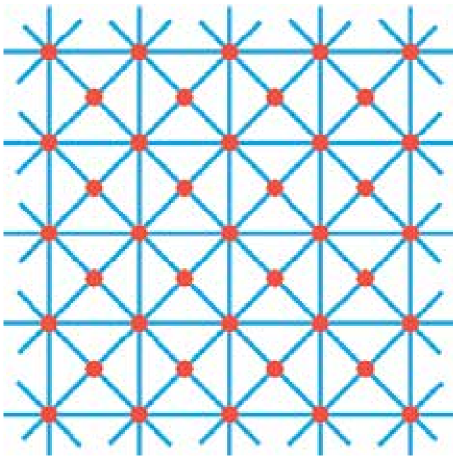
La estructura simétrica de la Figura 7.4
Figura 7.8

La estructura simétrica de la Figura 7.5 es diferente de las estructuras ya encontradas. Hay ejes en dos direcciones perpendiculares entre sí, pero existen también centros de simetría rotacional fuera de los ejes (ver la Figura 7.9).



La estructura simétrica de la Figura 7.5
Figura 7.9

La estructura simétrica del patrón (3, 4, 3, 3x3) y de todos los otros posibles patrones del tipo (C, N, L, p x p) se caracteriza por ejes de simetría en cuatro direcciones (ver la Figura 7.10).



La estructura simétrica del patrón (3, 4, 3, 3x3)
Figura 7.10

Podemos constatar que los cesteros bora inventaron patrones que presentan por lo menos cuatro estructuras simétricas distintas (Figuras 7.7 a 7.10). Es de notar que, para patrones planares entrecruzados donde las tiras se entretejen perpendicularmente, existen teóricamente 12 estructuras simétricas posibles (cf. la clasificación y el esquema en Washburn & Crowe, p. 128). La notación internacional para las estructuras simétricas de las Figuras 7.7, 7.8, 7.9 y 7.10 es pmg, pmm, cmm, y p4m, respectivamente. La presencia en nada menos que en cuatro estructuras simétricas distintas en la pequeña muestra de *níjtyubane* que pude adquirir u observar, atestigua la creatividad y la fuerza de la imaginación de los cesteros bora.

7.2 Más de dos patrones planares

La Fotografía 7.5 nos muestra un *níjtyuba* pequeño e interesante, fotografiado en la Feria de San Juan en Iquitos. A la vuelta de la 'mariposa' central del tipo (1, 2, 4) se encuentran cuatro 'mariposas' del tipo (7, 2, 4) (ver la Figura 7.11).
El cestero que produjo este *níjtyuba* probablemente conociese, o estaba en la inminencia de inventar, el patrón planar en el que las 'mariposas' de los tipos (1, 2, 4) y (7, 2, 4) se alternan como los cuadraditos negros y blancos en el tablero de damas o de ajedrez. La Figura 7.12 presenta este patrón planar entrecruzado, y la Figura 7.12a la impresión visual. Se nota que la estructura simétrica es igual a la de la estructura (ver la Figura 7.10), ya encontrada en el caso del patrón (3, 4, 3, 3x3).

Fotografía 7.5

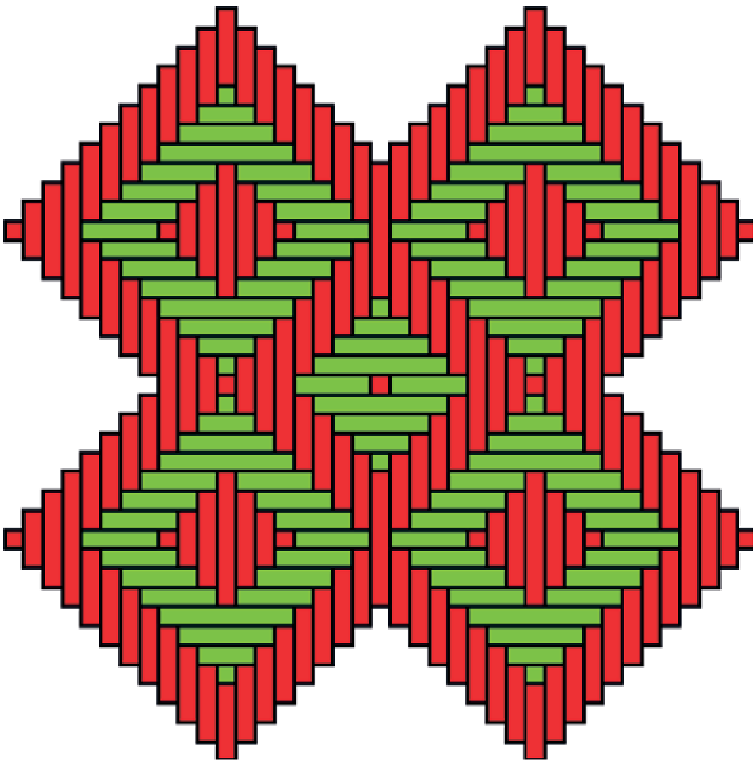


Figura 7.11

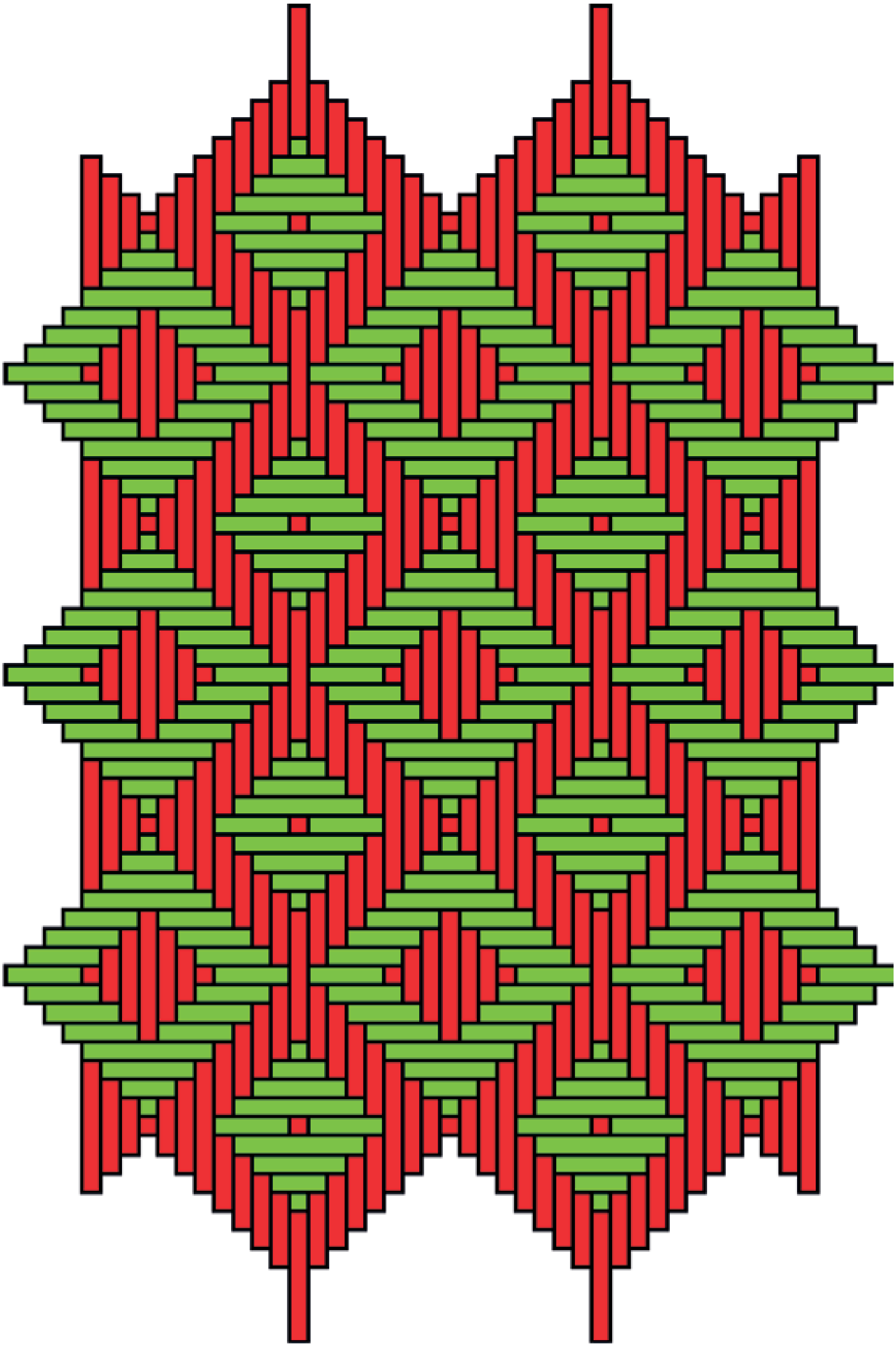
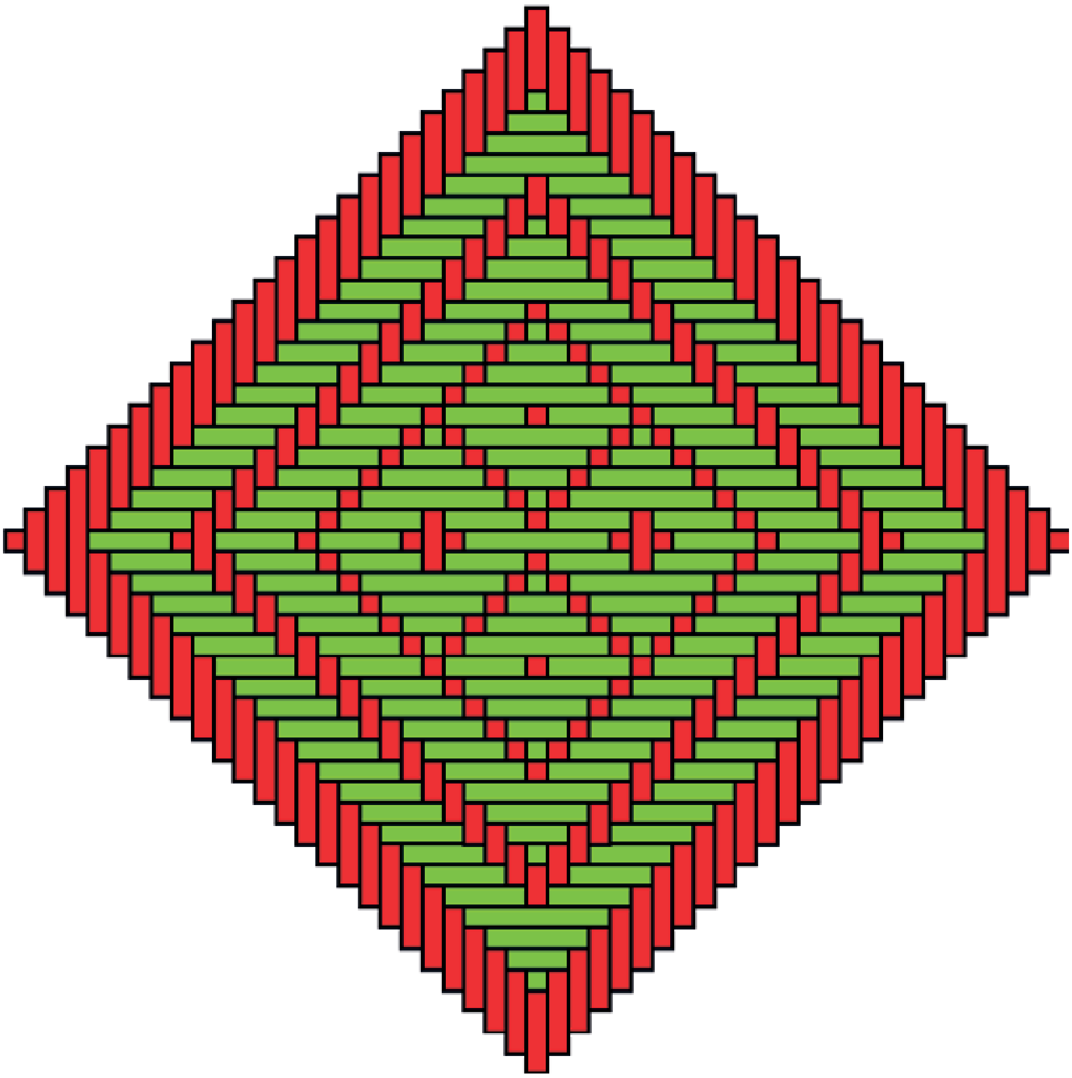


Figura 7.12

Figura 7.12a

Fotografía 7.6

La Fotografía 7.6 muestra un *níjtyuba* grande, decorado por un patrón planar compuesto por cuadrados dentados complejos. La Figura 7.13 presenta uno de estos cuadrados dentados congruentes. Entre los cuadrados dentados complejos se encuentran bandas diagonales de cuatro unidades de ancho. Allá donde estas bandas se cruzan, la tira amarilla pasa por encima de siete tiras castañas (ver la Figura 7.14).



a

Figura 7.13

b
Figura 7.13

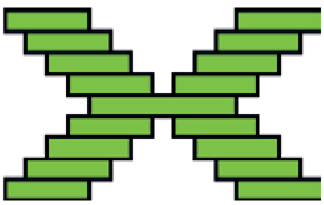


Figura 7.14

Capítulo 8

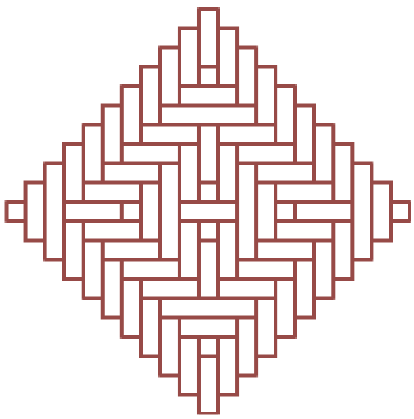
Transformación de patrones

La Fotografía 8.1 presenta la cara interior de un *níjtyuba* (diámetro = 28 cm). Su decoración es muy diferente de las ya analizadas en los capítulos anteriores. No se ve ninguna 'mariposa'. ¿En qué consiste la especificidad de la decoración?

Fotografia 8.1

Fotografia 8.2

¿Qué ocurre con la cara exterior del mismo *níjtyuba* (Fotografía 8.2) ? La cara exterior de los *níjtyubane* es aquella en la que se ve la cara inversa de las tiras de la planta. El lado inverso tanto de las tiras de color castaño natural como de las tiras raspadas-amarilladas es siempre de color amarillo lo que lo vuelve, en general, el patrón de entrecruzamiento menos visible. Sin embargo, observando con mucha atención la cara exterior del *níjtyuba* presentado en la Fotografía 8.1, podemos ver, por ejemplo, una 'mariposa' del tipo (3, 4, 3) (ver la Figura 8.1).



(3, 4, 3)
Figura 8.1

Con esta 'mariposa' en la cara exterior, era de esperar ver la 'mariposa' colorida de la Figura 8.2 en la cara interior. Era de esperar, pero no ocurre. ¿Por qué?

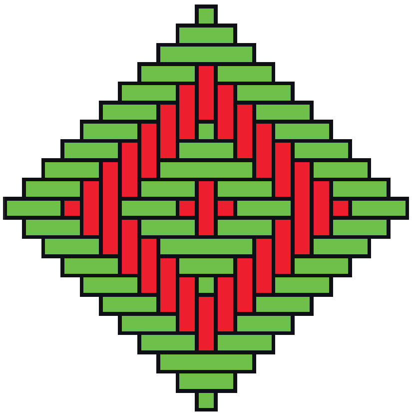
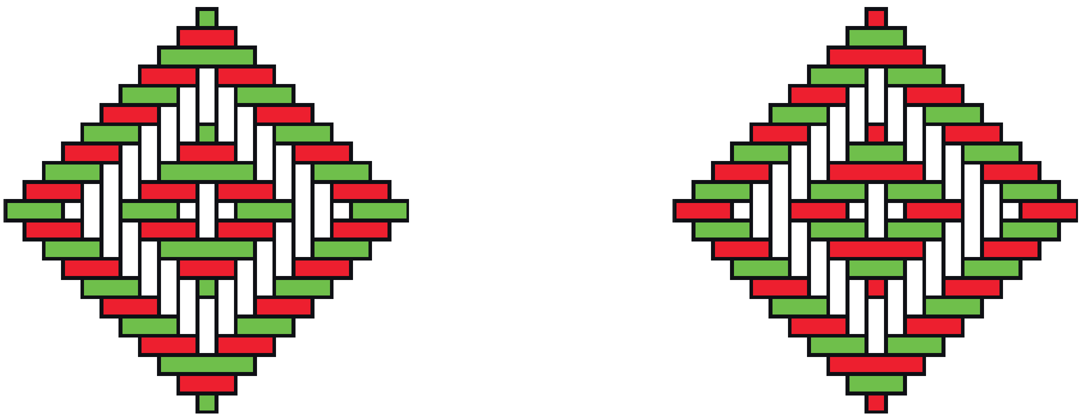


Figura 8.2

En todos los *níjtyubane* presentados en los capítulos anteriores, la cara interior se caracterizaba por el uso de tiras castañas en una dirección y de tiras raspadas-amarillas en otra dirección perpendicular a la primera. En el caso del *níjtyuba* de la Fotografía 8.1, sin embargo, la situación es diferente: en ambas direcciones se utilizan tanto tiras castañas como tiras raspadas. Mejor dicho, en ambas las direcciones se alternan tiras castañas y tiras amarillas.

¿Alternando las tiras castañas y amarillas, cómo se transformará la 'mariposa' del tipo (3, 4, 3)?

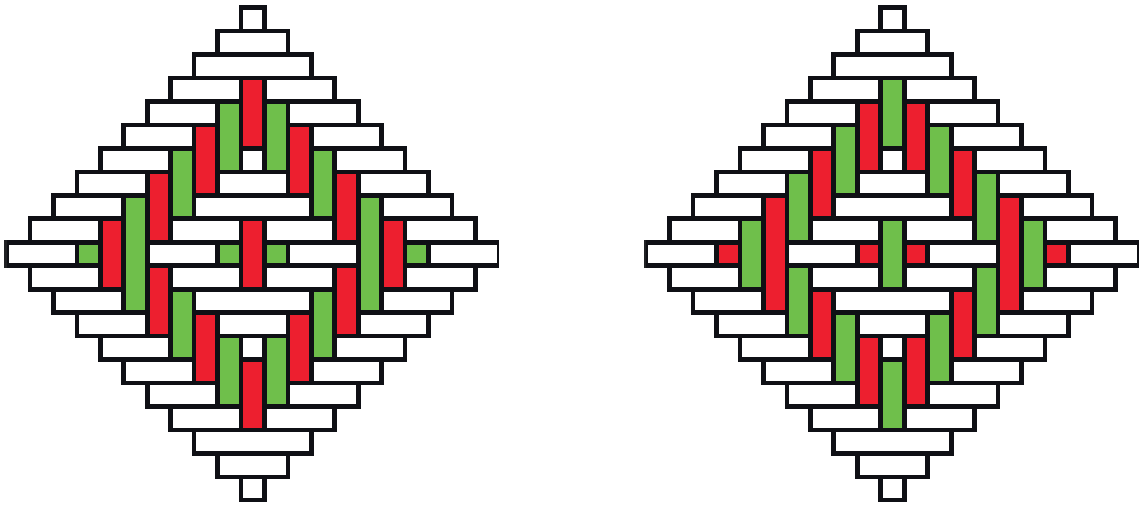
Para la dirección horizontal tenemos dos posibilidades: la primera tira, contada desde la cima, es amarilla, la segunda es castaña, etc. (Figura 8.3a), o la primera es castaña y la segunda es amarilla, etc. (Figura 8.3b).



a   b

Figura 8.3

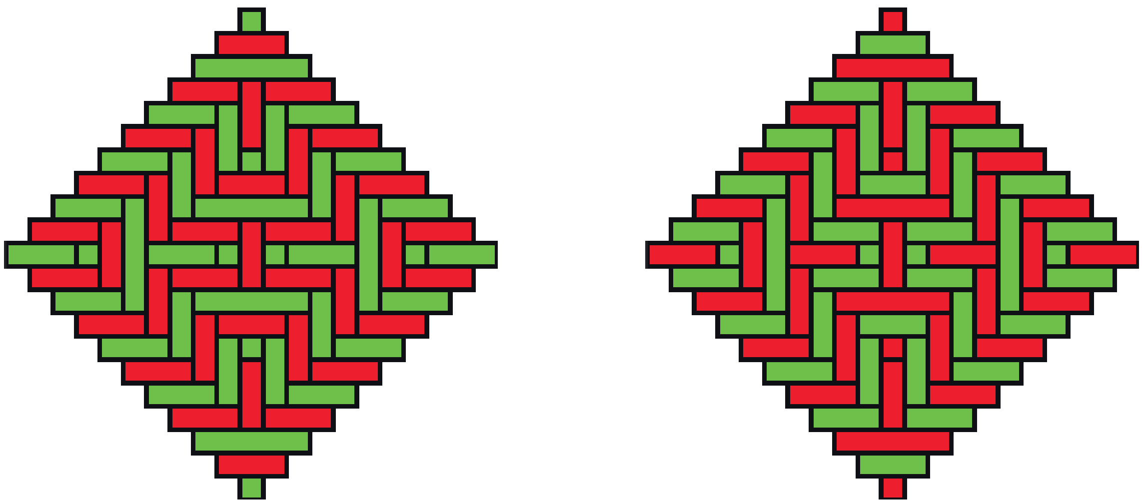
Del mismo modo, para la dirección vertical tenemos también dos posibilidades: la primera tira (visíble), yendo de la izquierda para la derecha, es amarilla; la segunda castaña, la tercera amarilla, etc. (Figura 8.4c); o la primera es castaña, la segunda amarilla, la tercera castaña, etc. (Figura 8.4d).



c d

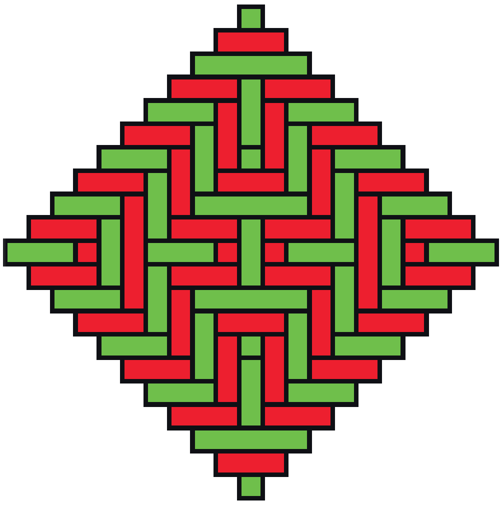
Figura 8.4

Combinando las dos posibilidades (a, b) para la dirección horizontal con las dos posibilidades para la dirección vertical (c, d), tenemos 4 posibilidades para la decoración alternada de la 'mariposa' considerada: ac, ad, bc, y bd (ver la Figura 8.5). La Figura 8.6 presenta la impresión visual de las cuatro posibilidades.

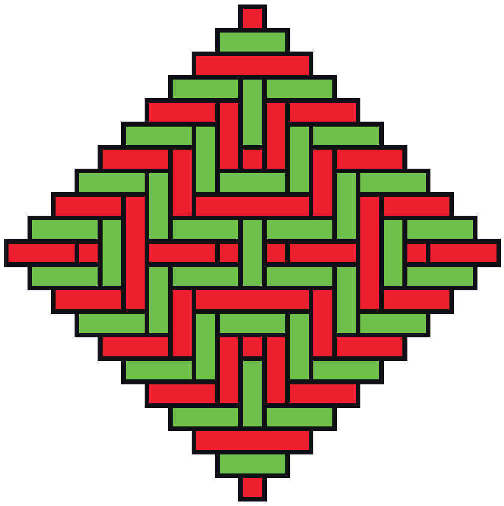


ac bc

Figura 8.5 (primera parte)

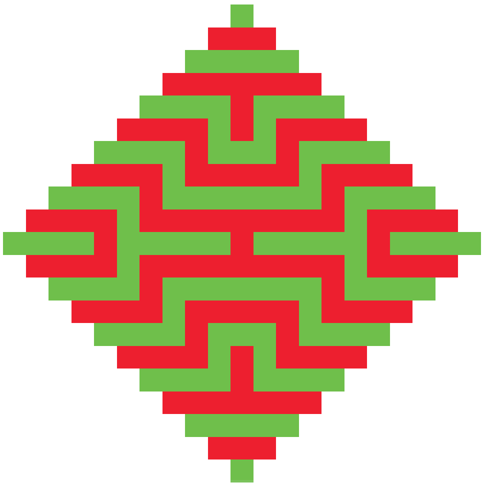


ad

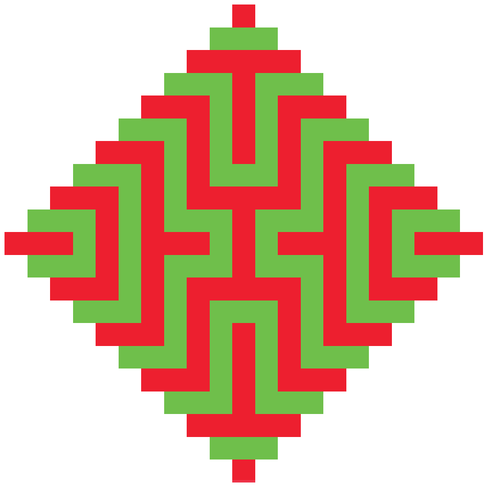


bd

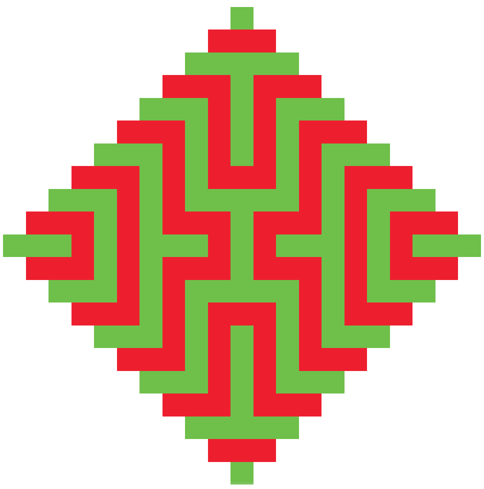
Figura 8.5 (segunda parte)



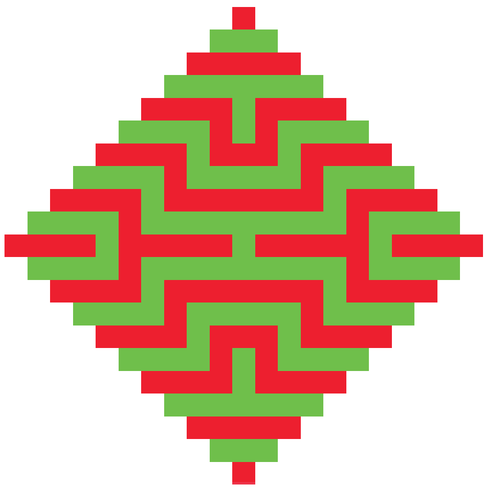
ac



bc



ad



bd

Figura 8.6

Es de notar que las posibilidades ad y bc son equivalentes: invirtiendo los colores se va de una decoración para la otra. En el mismo sentido, las posibilidades ac y bd son equivalentes. En otras palabras, las cuatro posibilidades se reducen a dos posibilidades realmente distintas para transformar la imagen de una 'mariposa' alternando tiras amarillas y castañas en ambas direcciones.

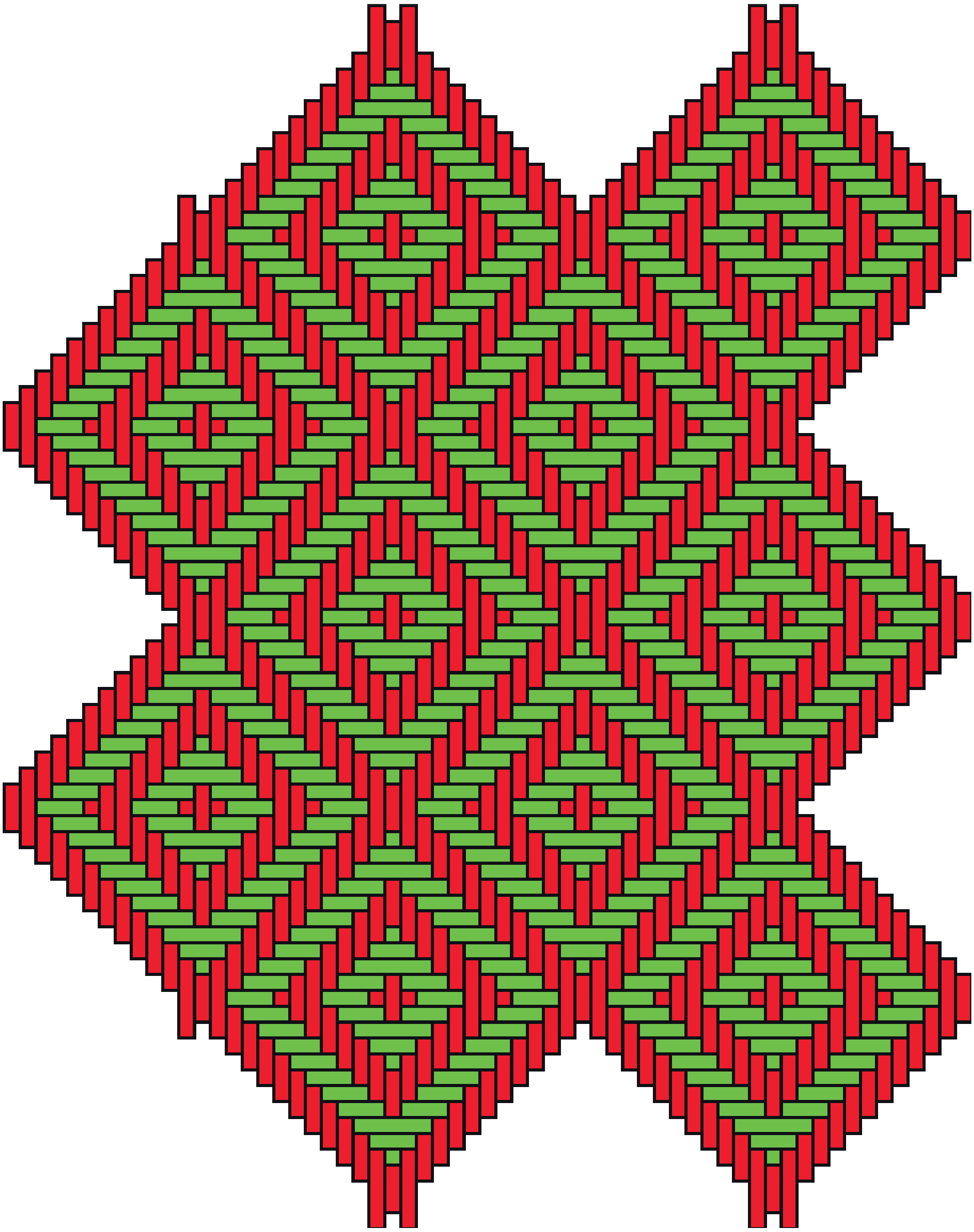


Figura 8.7

En el caso de la 'mariposa' considerada, podemos analizar cómo se transforma el patrón planar inducido, (3, 4, 3, 1x3). La Figura 8.7 muestra una parte del patrón planar. Las Figuras 8.8a y 8.9a presentan las dos posibilidades distintas para transformarla al alternar tiras amarillas y tiras castañas en las dos direcciones de entrecruzamiento. Las Figuras 8.8b y 8.9b ilustran las impresiones visuales de los dos patrones. La primera corresponde al del *níjtyuba* presentado en la Fotografía 8.1.

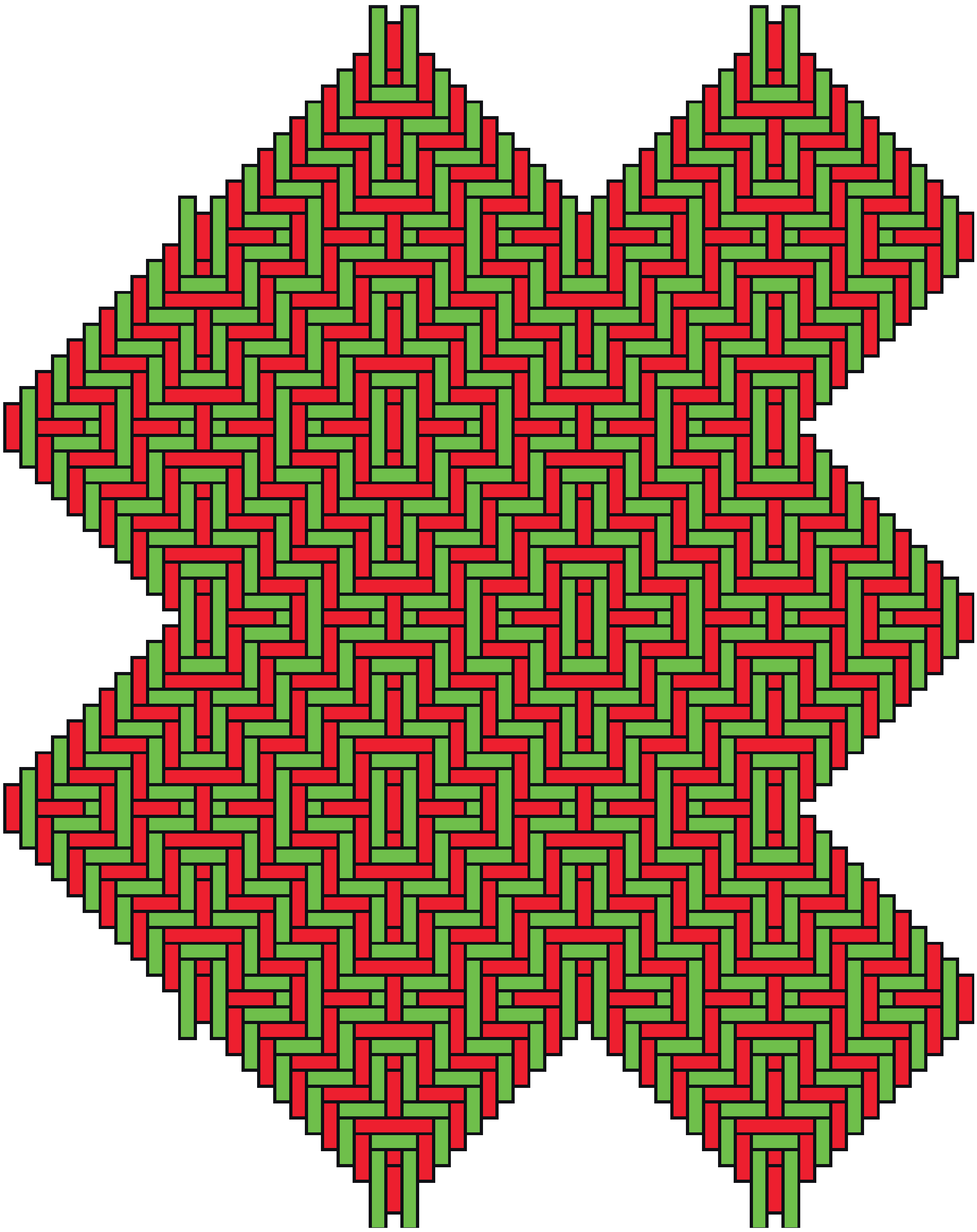


Figura 8.8a

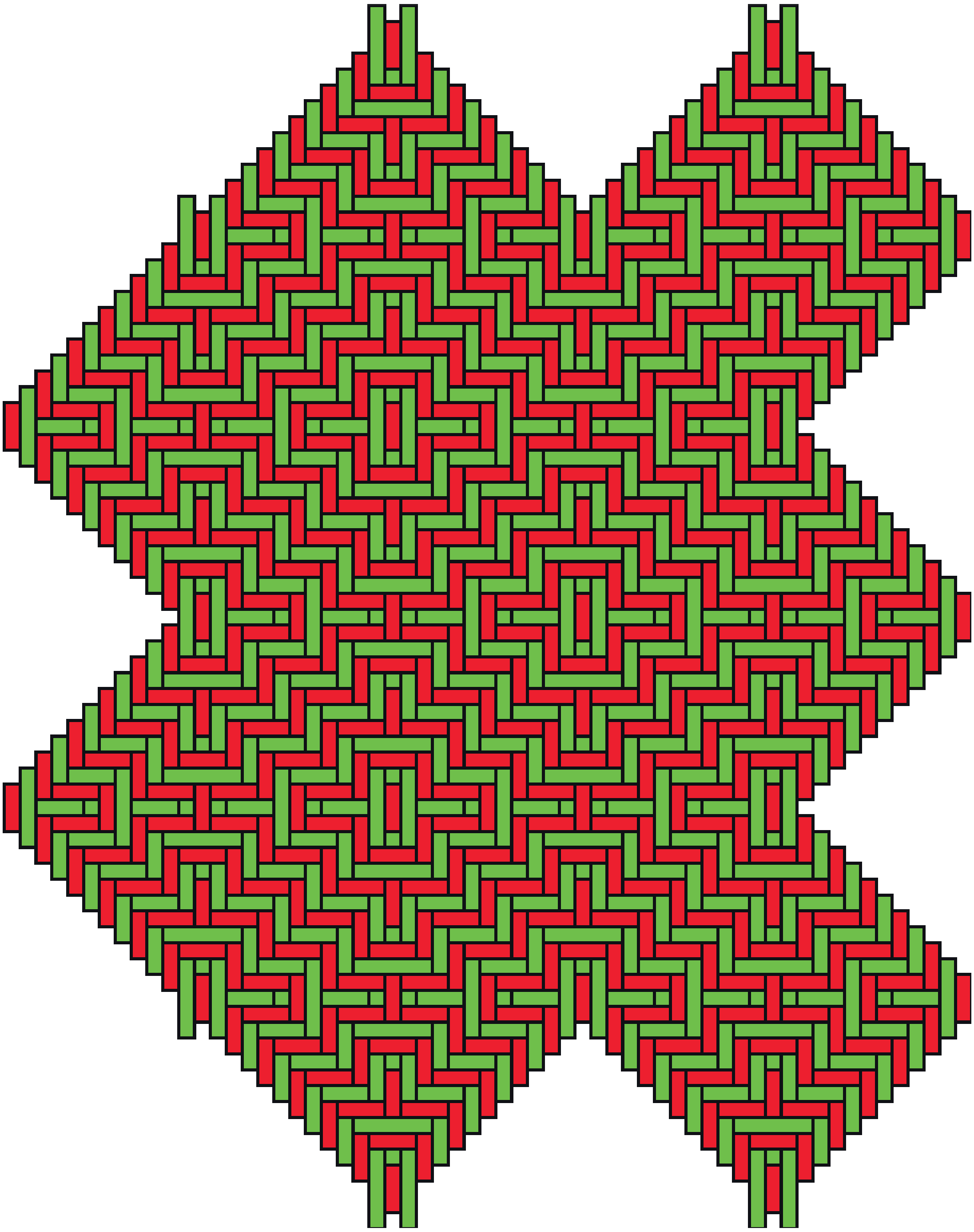


Figura 8.9a

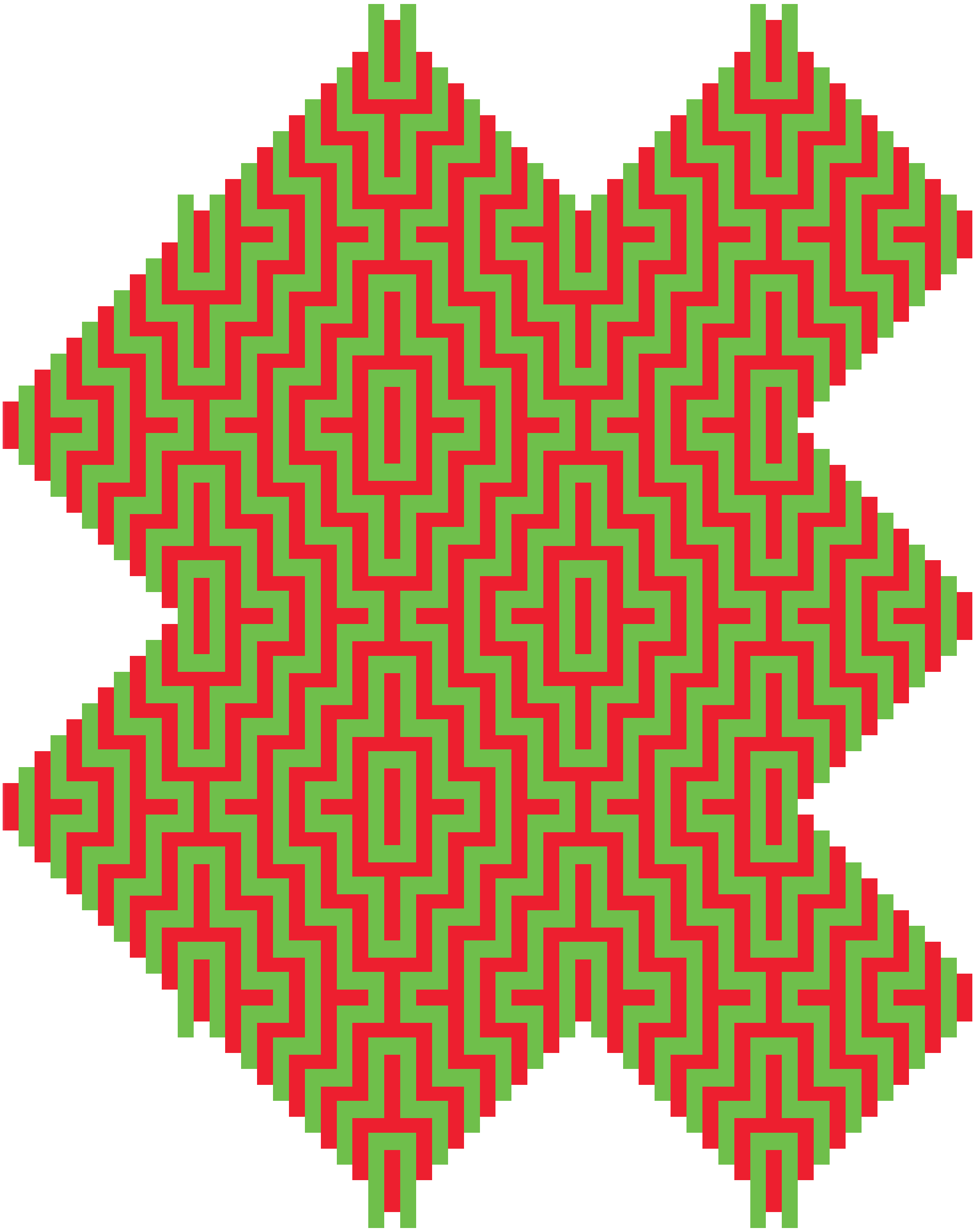


Figura 8.8b

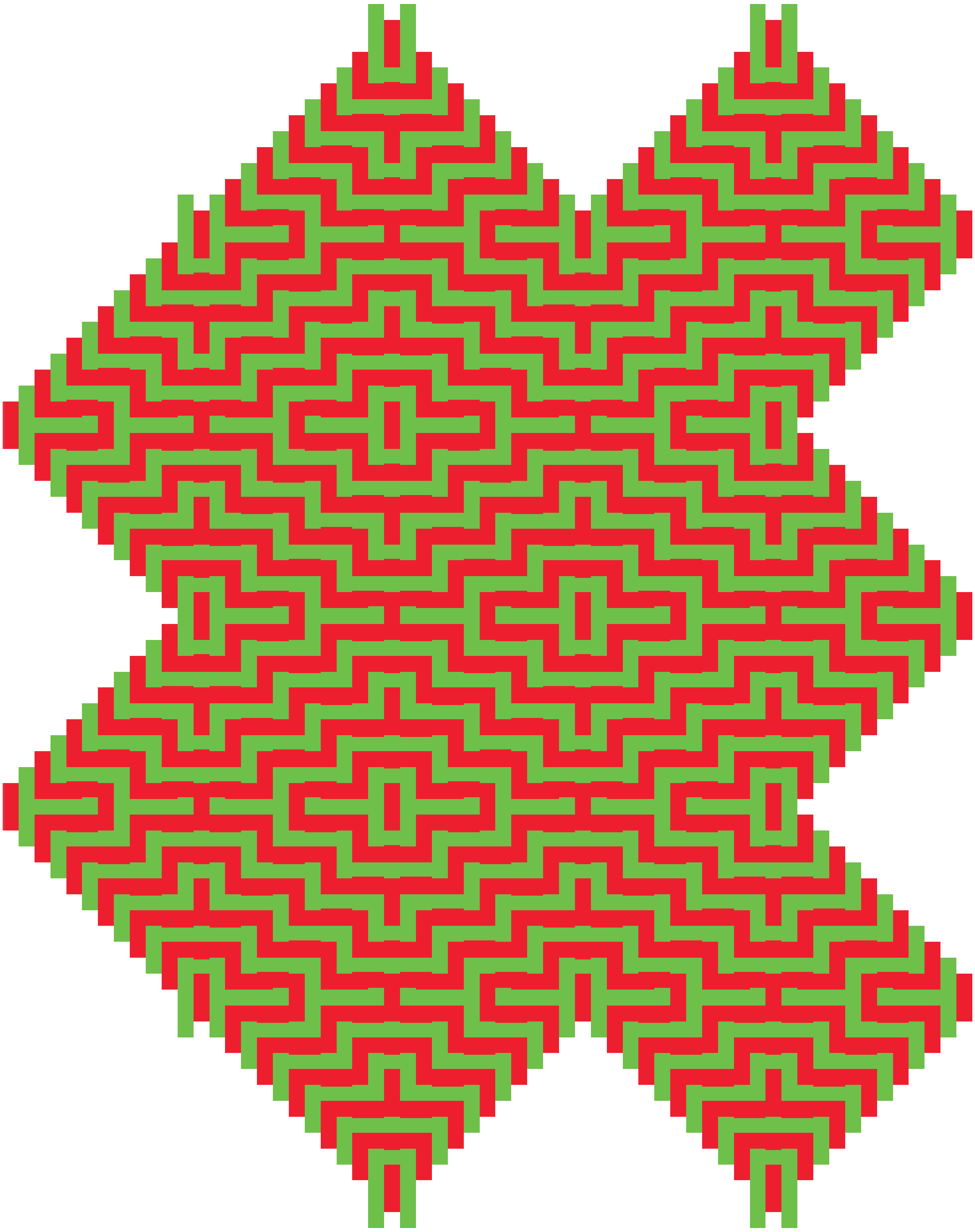


Figura 8.9b

La Fotografía 8.3 presenta el interior y el exterior de un segundo *níjtyuba* ornamentado (diámetro = 22 cm).

Interior
a

Exterior
b
Fotografía 8.3

El exterior presenta el patrón planar formado por cintas horizontales de 'mariposa' del tipo (1, 2, 3, 5x1) separadas por zig-zags con el ancho de tres unidades. La Figura 8.10 ilustra el interior correspondiente en el caso hubiera tiras oscuras en la dirección vertical y tiras claras en la dirección horizontal.

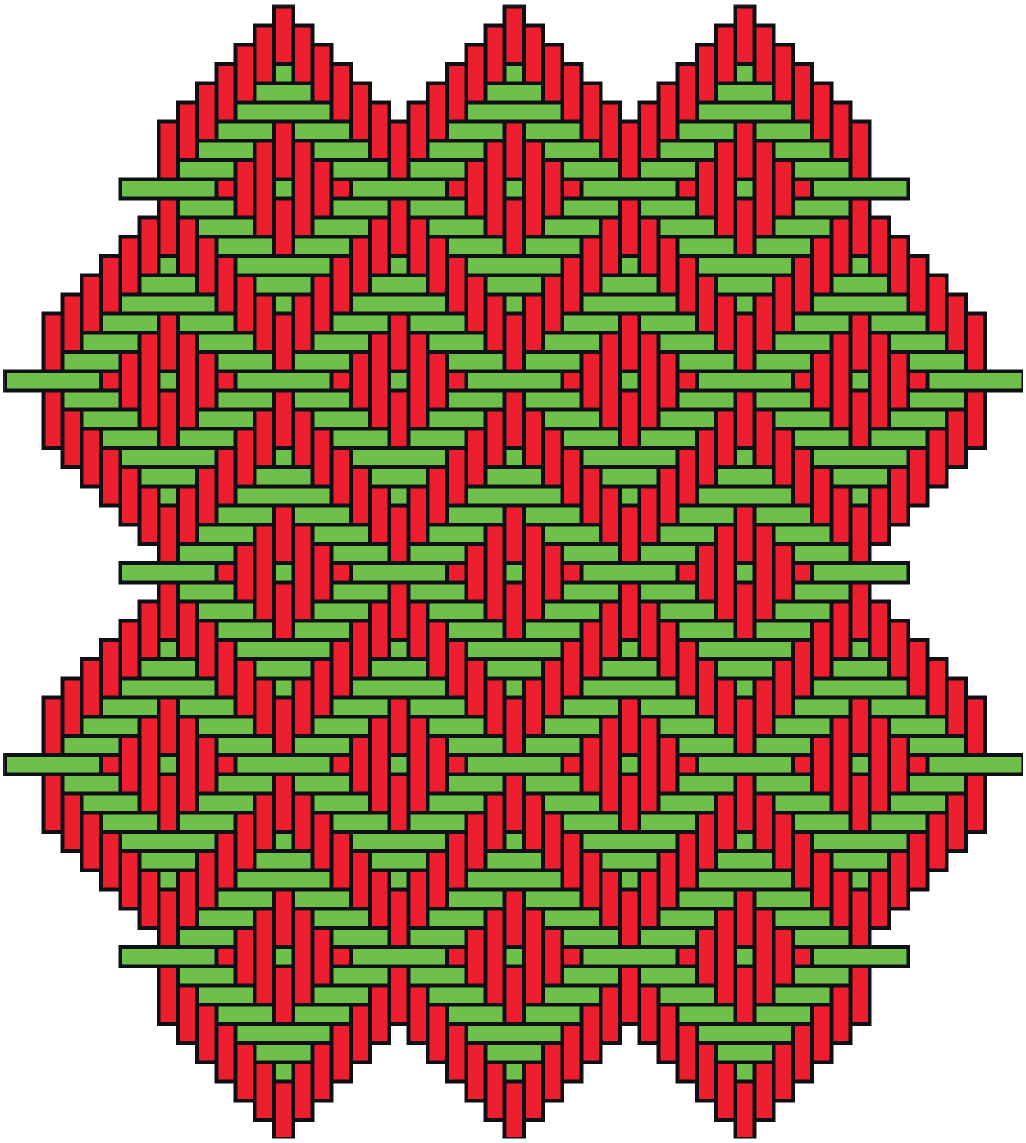


Figura 8.10

Las Figuras 8.11a y 8.12a presentan las dos posibilidades distintas para transformar este patrón de cintas de 'mariposa', alternando tiras amarillas y castañas en las dos direcciones. Las Figuras 8.11b y 8.12b ilustran las impresiones visuales de los dos patrones obtenidos. La primera corresponde al del *níjtyuba* presentado en la Fotografía 8.3.

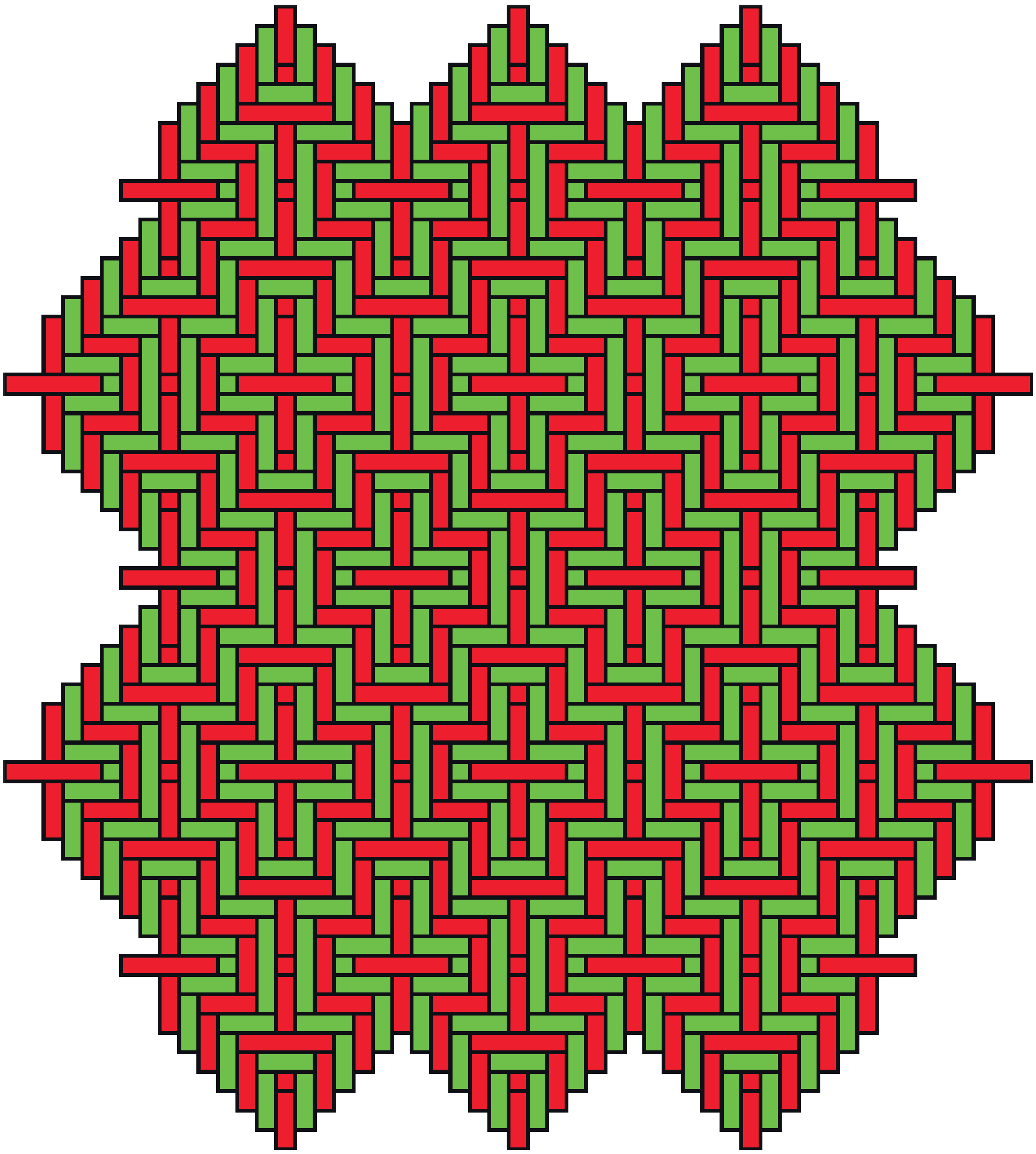


Figura 8.11a

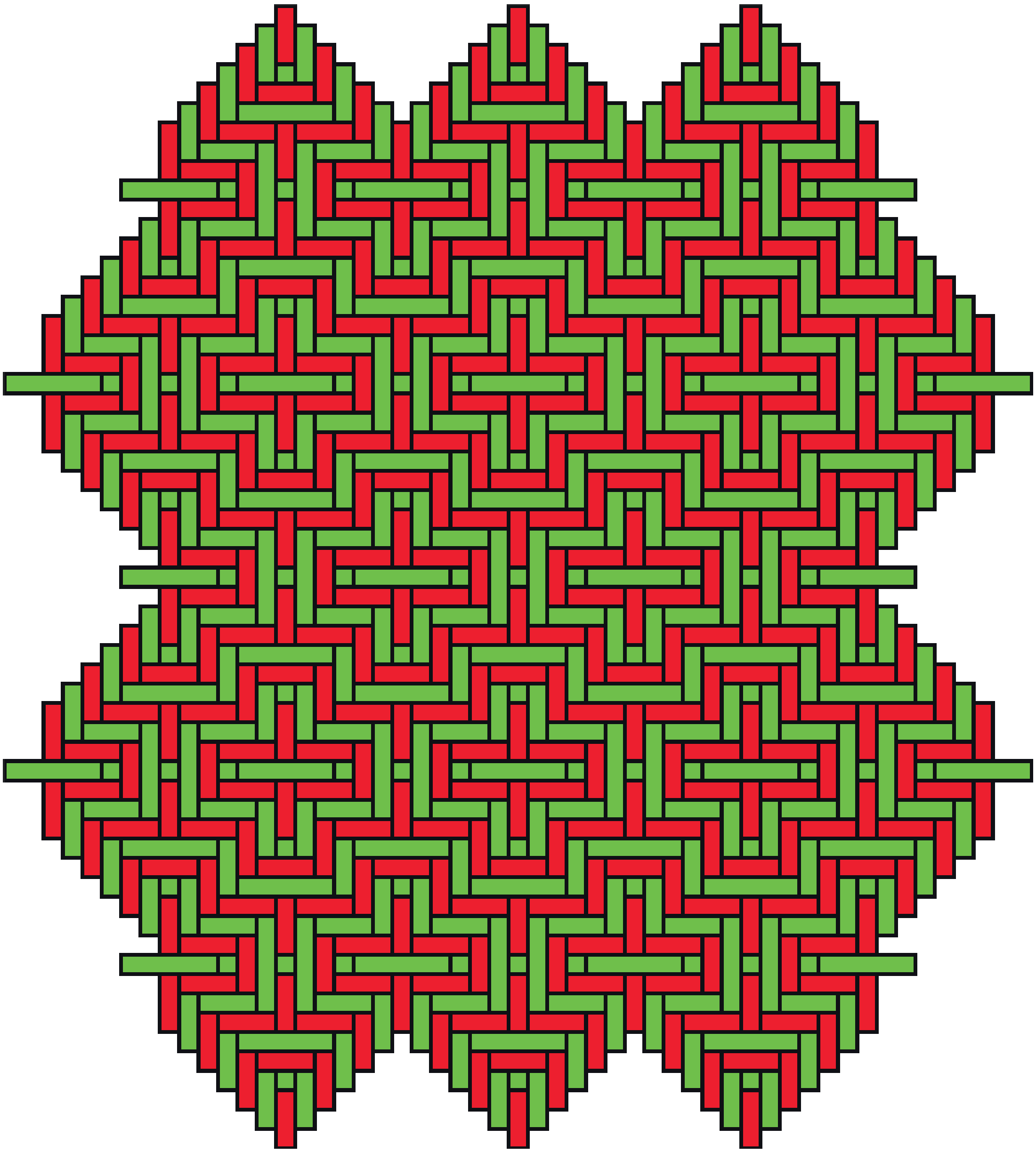


Figura 8.12a

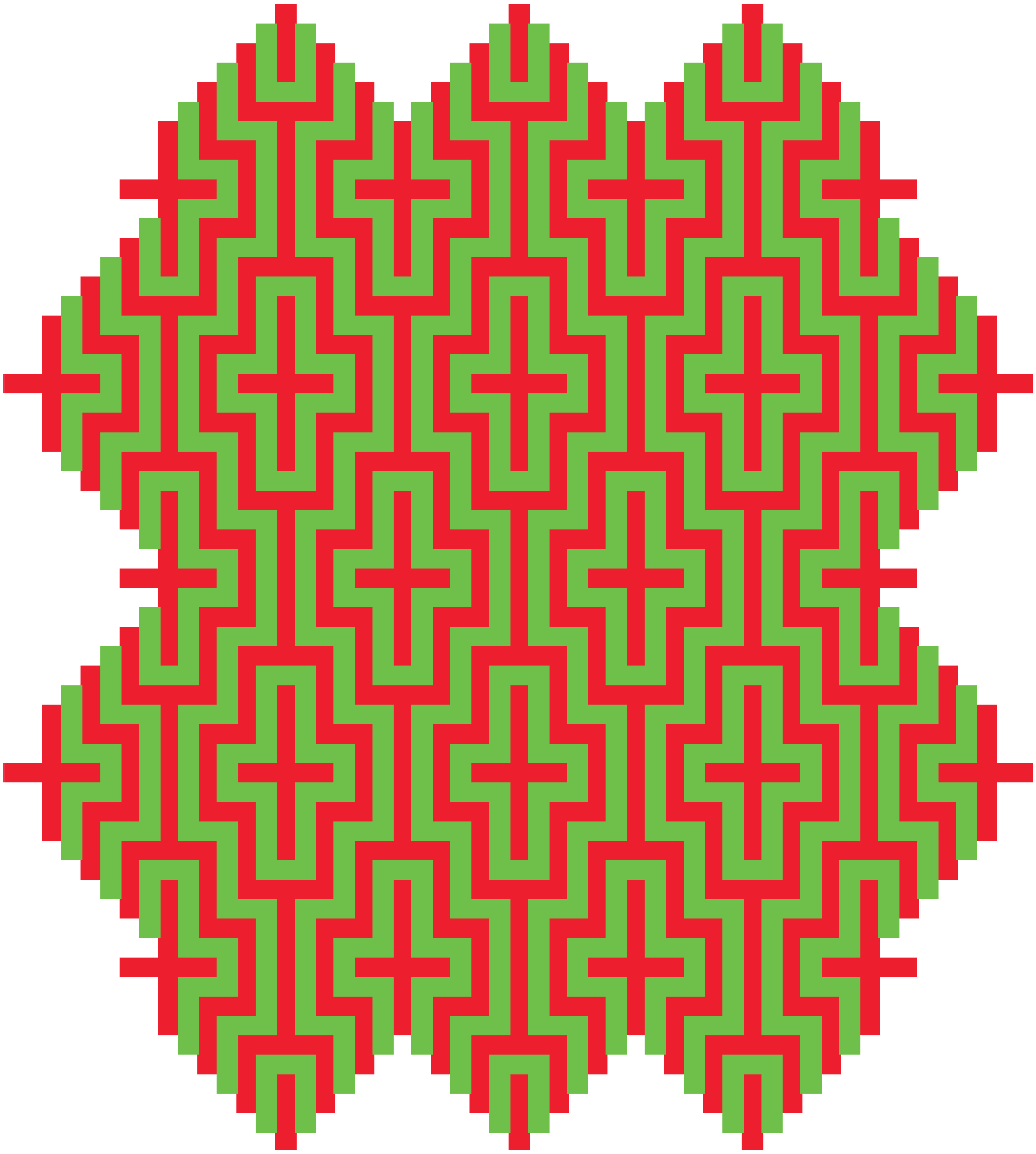


Figura 8.11b

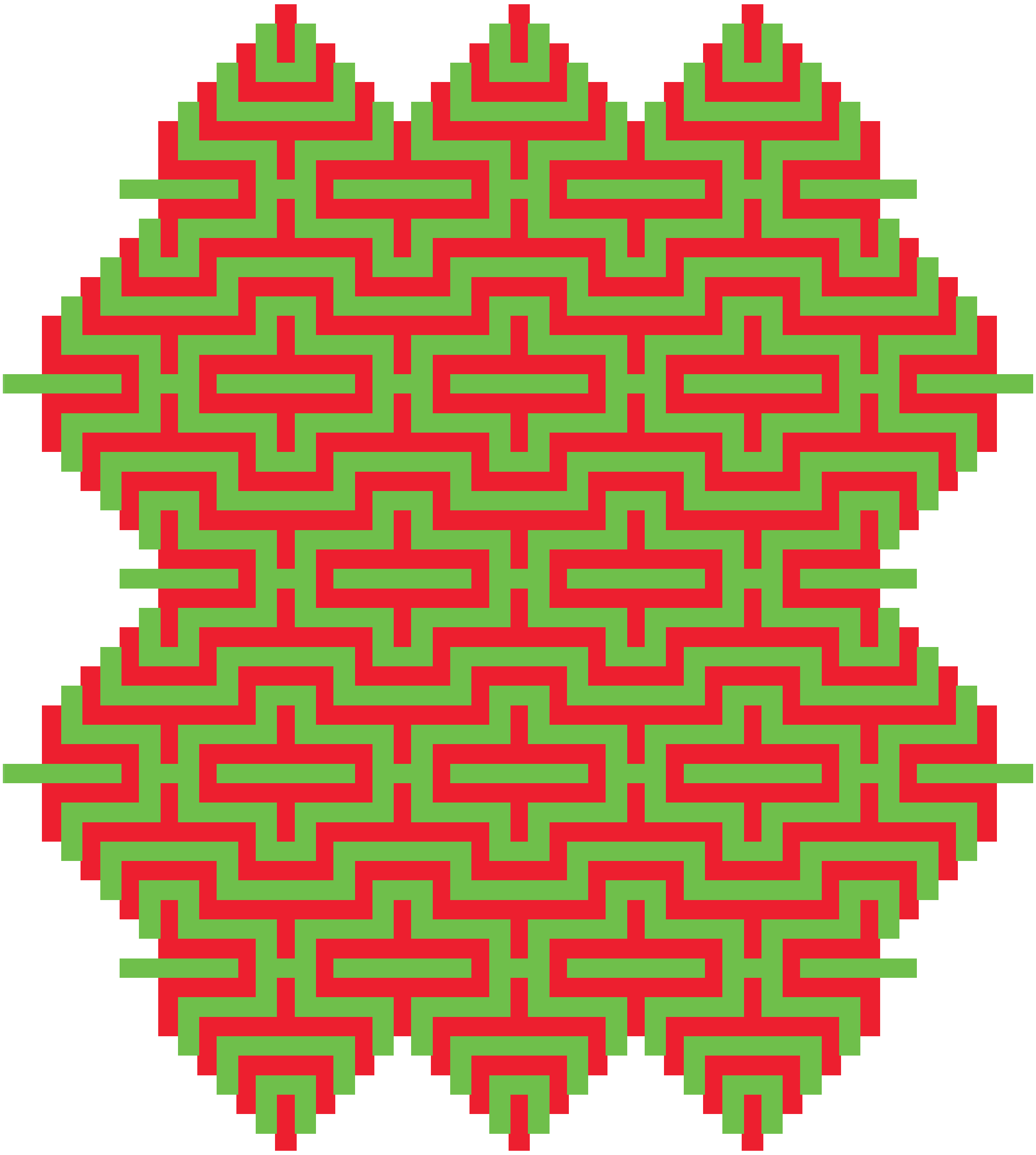


Figura 8.12b

La cara interior del *níjtyuba* grande (diámetro = 64 cm) en la Fotografía 8.4 presenta el mismo patrón que el *níjtyuba* pequeño de la Fotografía 8.3. Esta vez, sin embargo, las tiras amarillas no son el resultado de un raspado. Son los opuestos de las tiras castañas. Por consiguiente, en la cara exterior es también visible un patrón decorativo.

Fotografía 8.4

La Figura 8.13 presenta la estructura de entrecruzamiento de la cara exterior que constituye el inverso de la estructura de entrecruzamiento observable en la cara interior (Figura 8.10). Si todas las tiras en la vertical fuesen castañas, y todas las tiras en la horizontal fuesen amarillas, el patrón de la Figura 8.13 aparecería como en la Figura 8.14. Teniendo en cuenta que tiras amarillas y castañas se alternan en las dos direcciones tenemos, en principio, dos posibilidades distintas, ilustradas en las Figuras 8.15a y 8.16a. Las respectivas imágenes visuales se presentan en las Figuras 8.15b y 8.16b. Y es el patrón de la Figura 8.15b que se ve en la cara exterior (Fotografía 8.5) del referido *níjtyuba* grande.

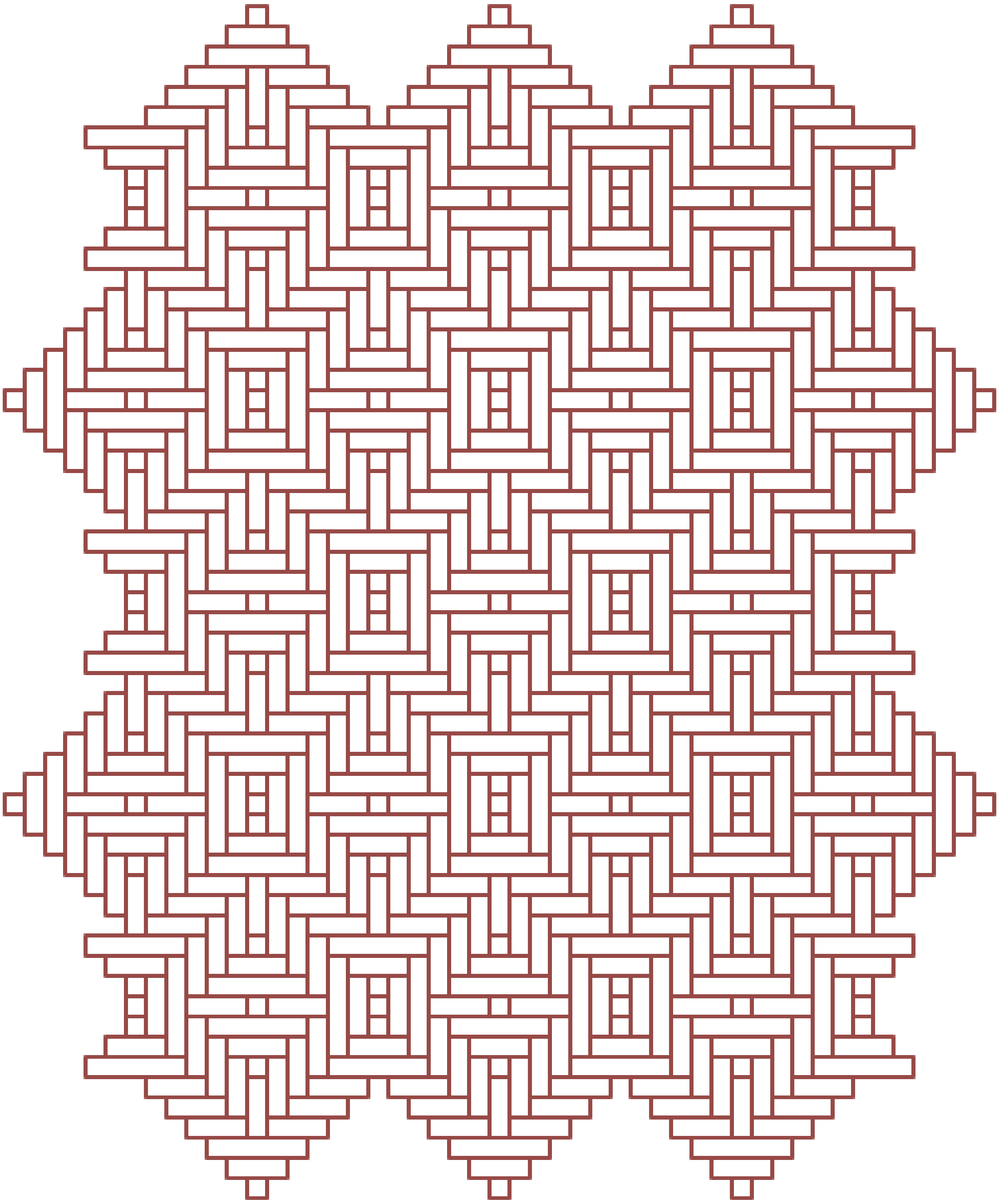


Figura 8.13

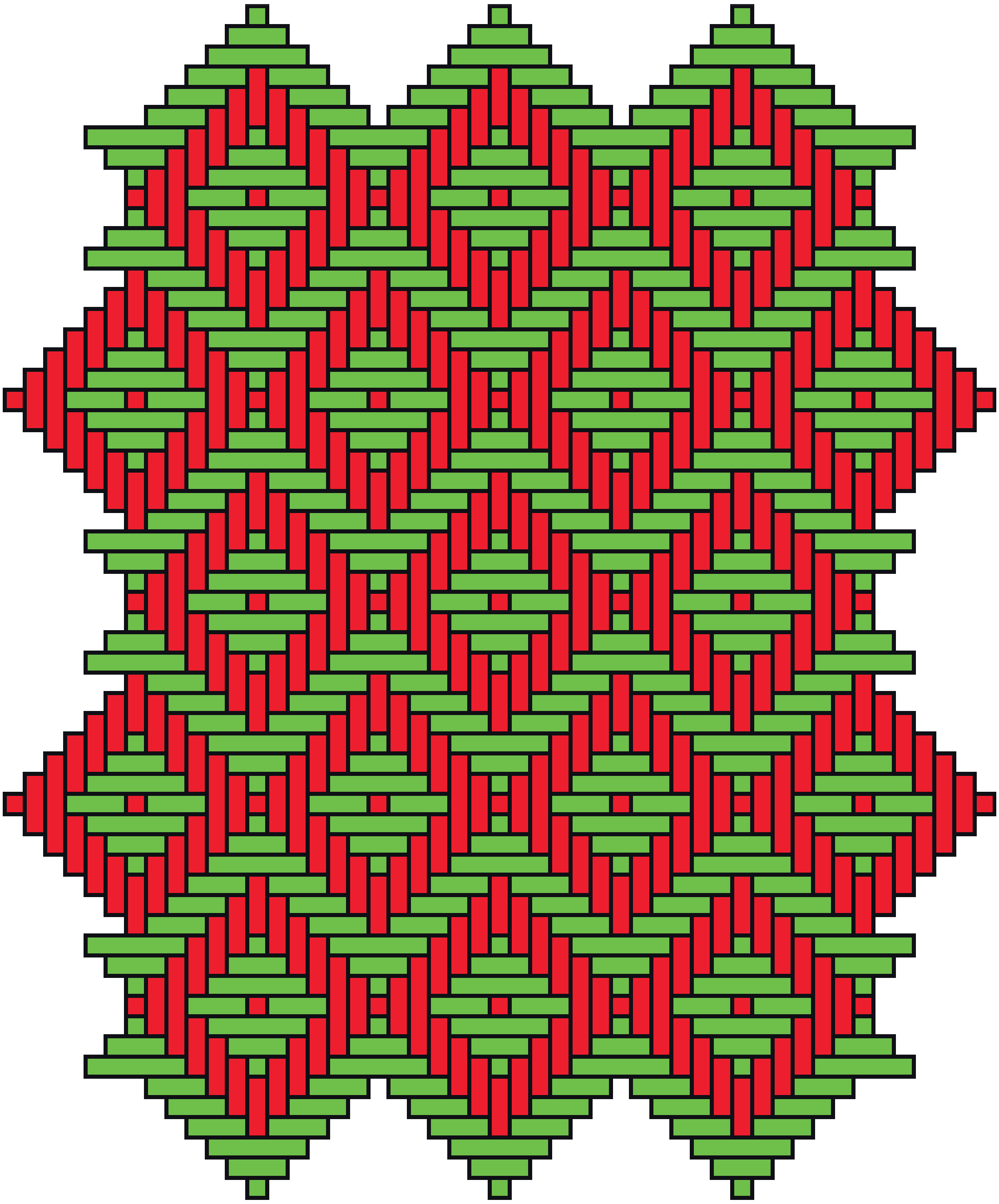


Figura 8.14

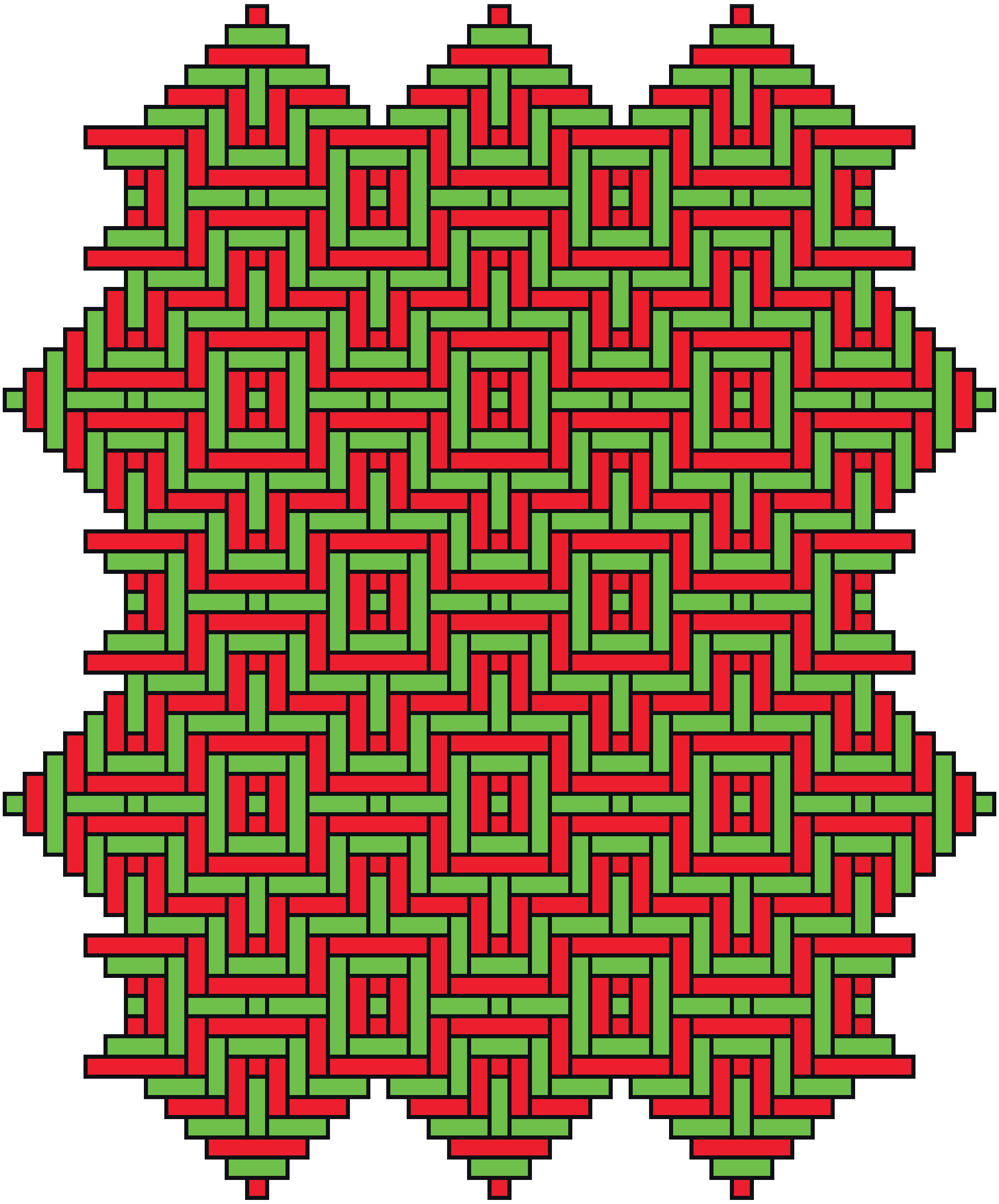


Figura 8.15a

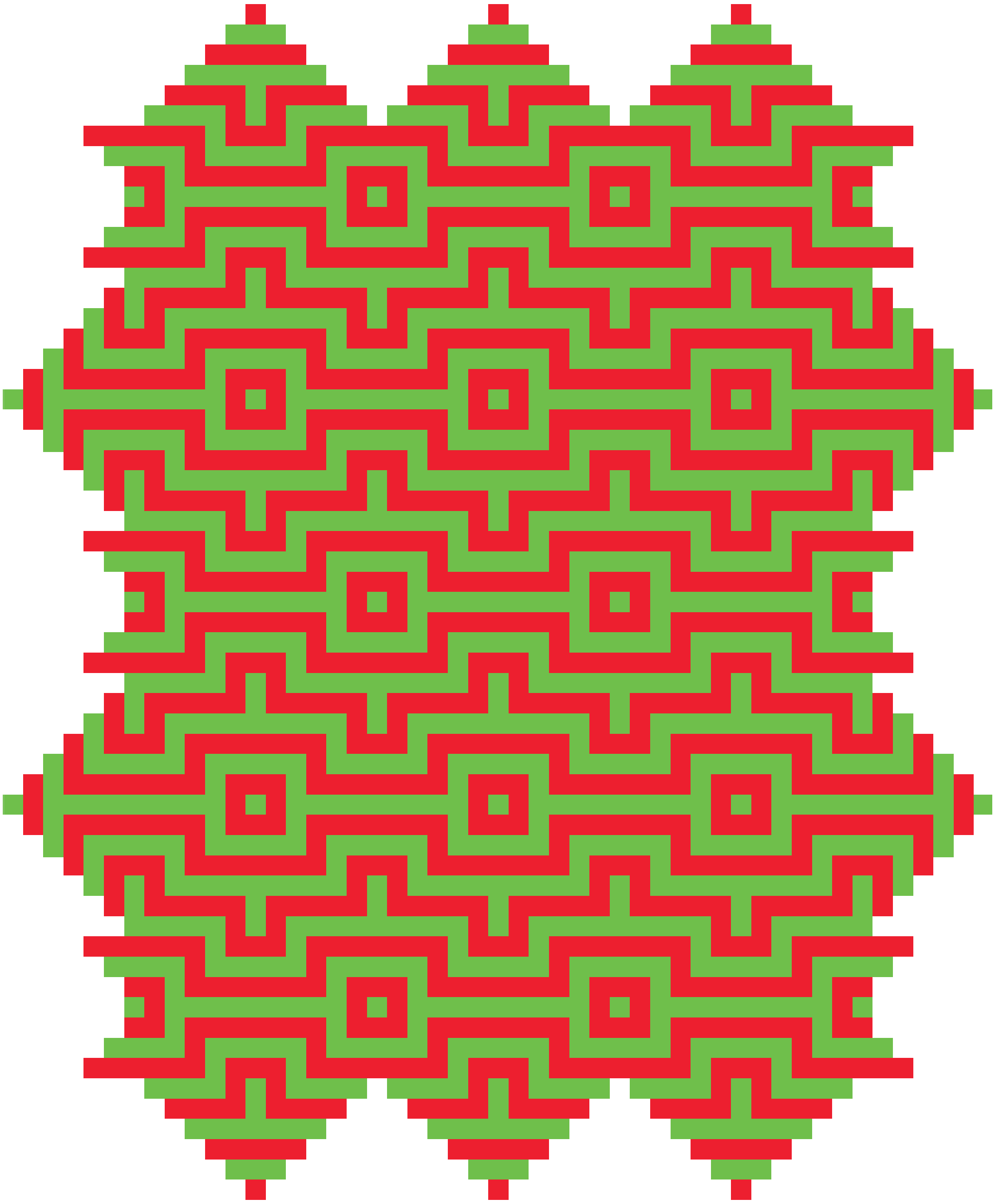


Figura 8.15b

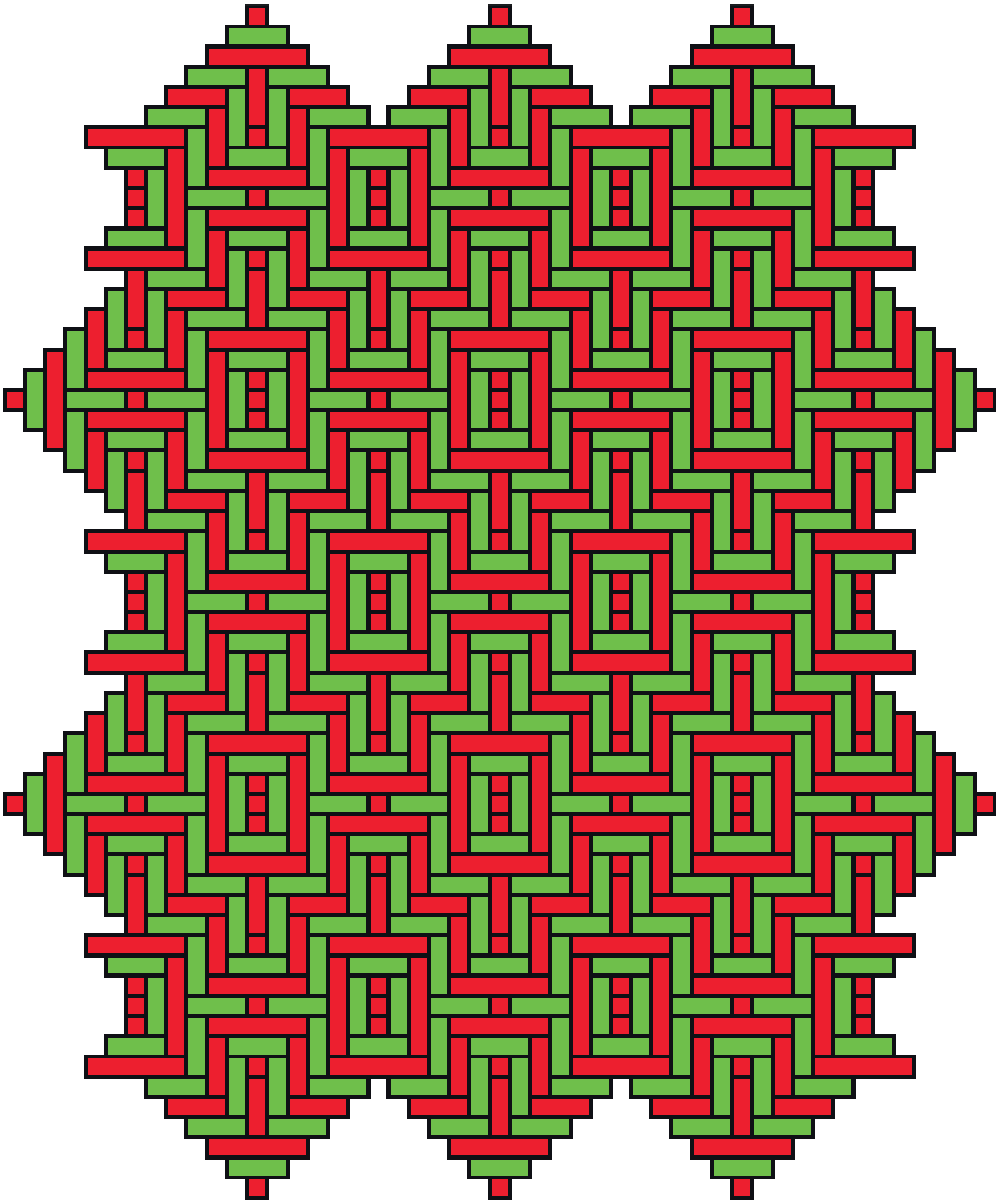


Figura 8.16a

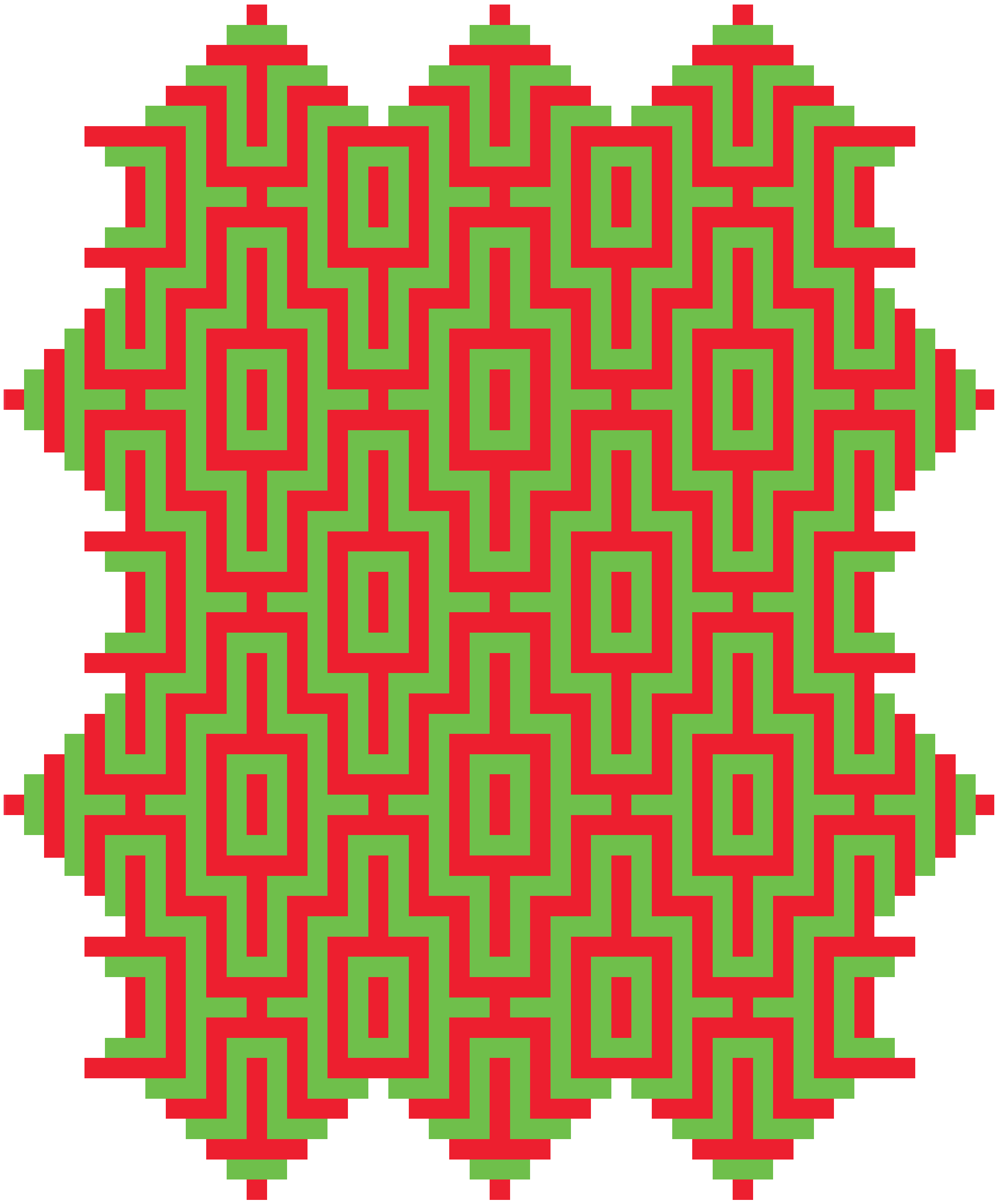
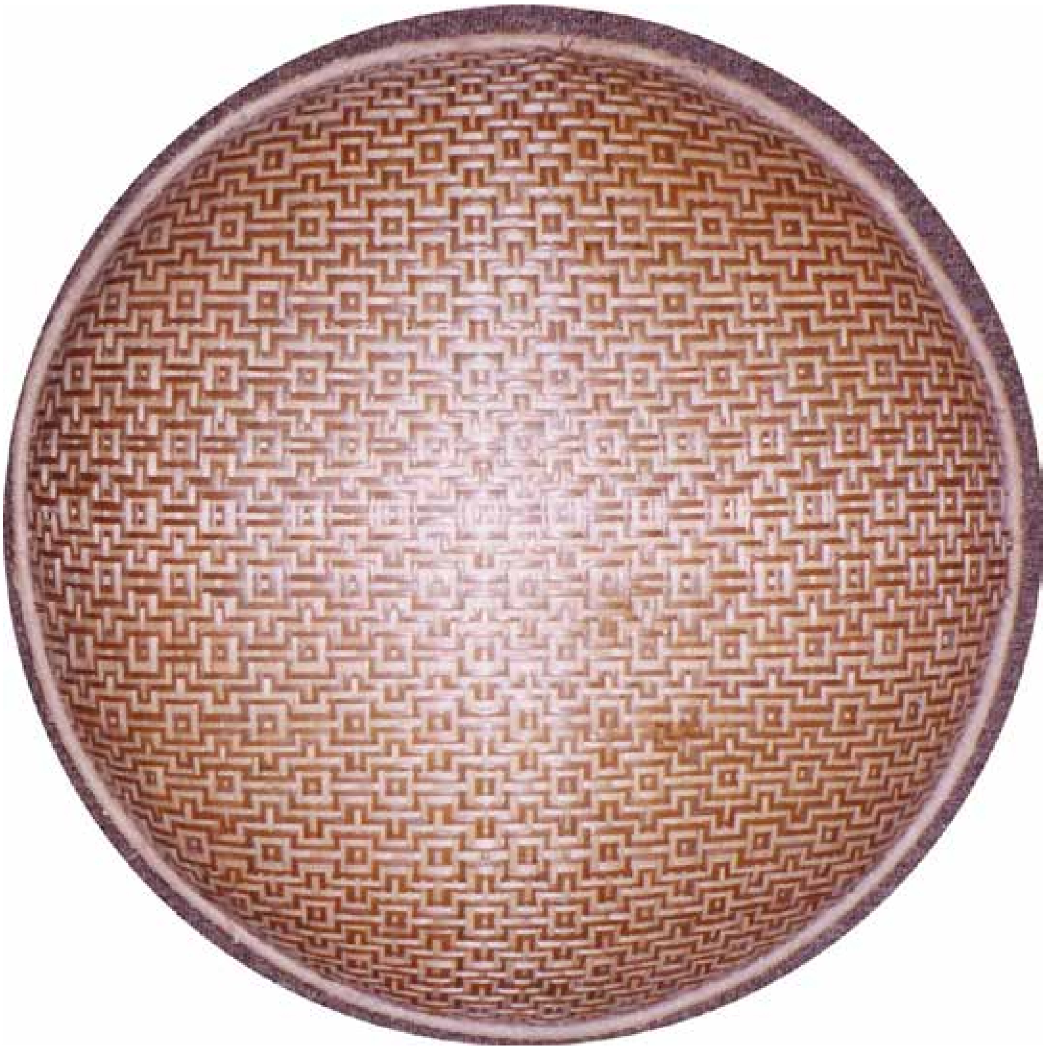


Figura 8.16b



Exterior
Fotografía 8.5

Pero más allá de los patrones en estos tres *níjtyubane* (Fotografías 8.1 a 8.5), los cesteros bora ciertamente habrían inventado otros patrones de la misma naturaleza, o sea, transformando patrones conocidos en otros al utilizar alternadamente tiras amarillas y castañas en las dos direcciones. Es interesante que experimentemos. Las Figuras 8.17 y 8.18 muestran las posibilidades de transformación del patrón bora ilustrado en la Figura 7.1 del capítulo “Otros patrones planares”. Las Figuras 8.20 y 8.21 presentan las respectivas posibilidades en el caso del patrón bora (3, 2, 3, 1x5) (Figura 8.19).

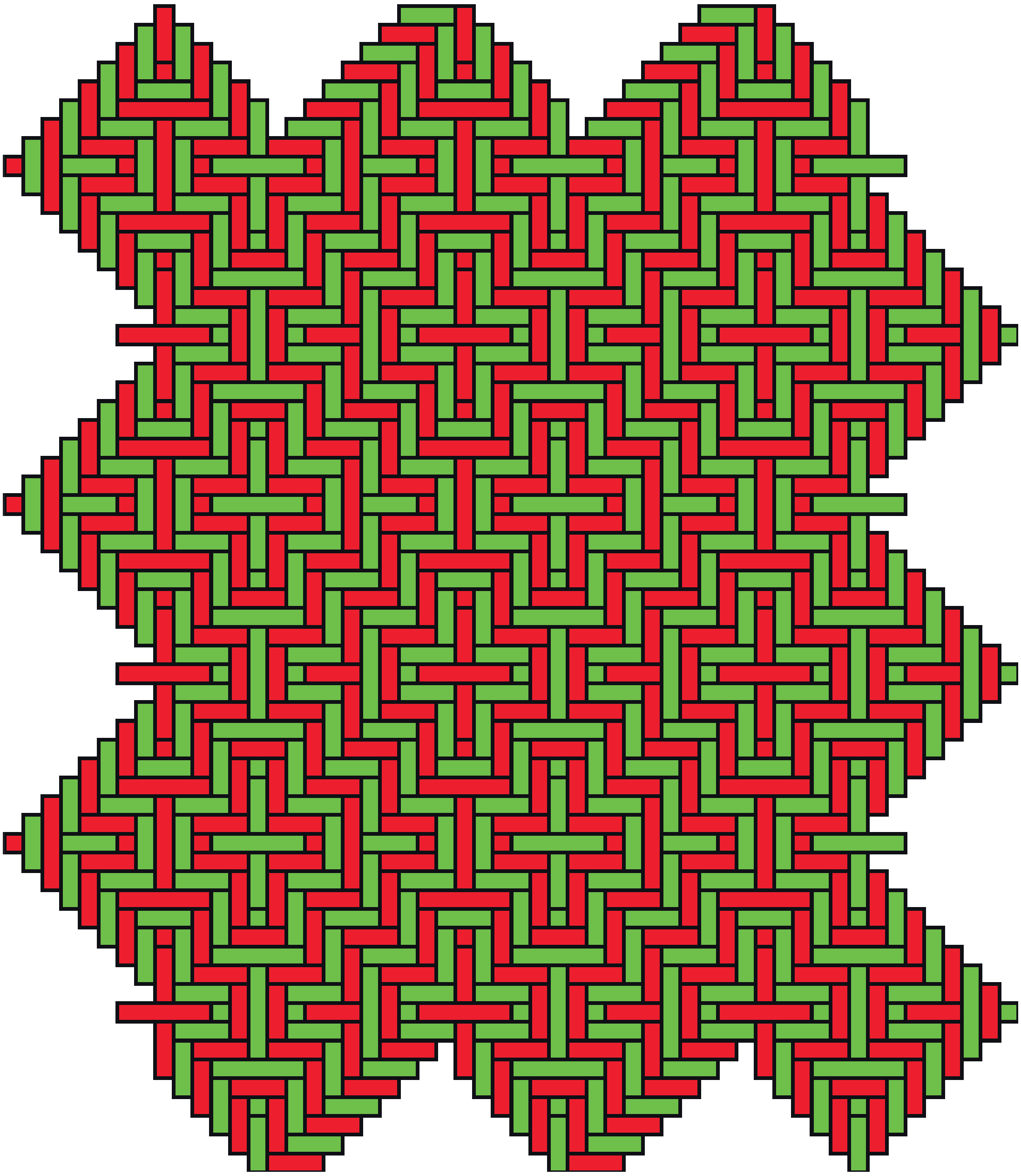


Figura 8.17a

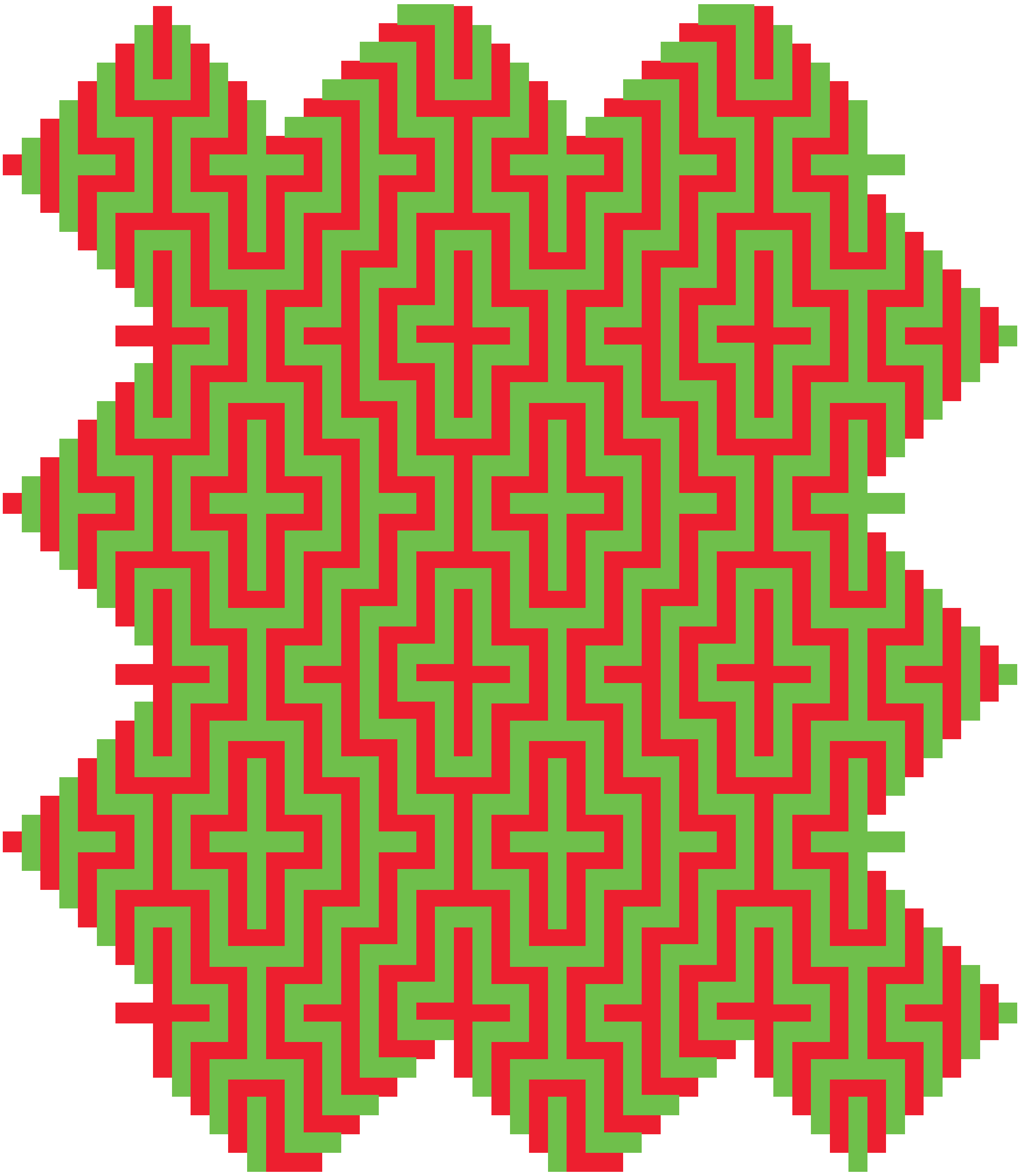


Figura 8.17b

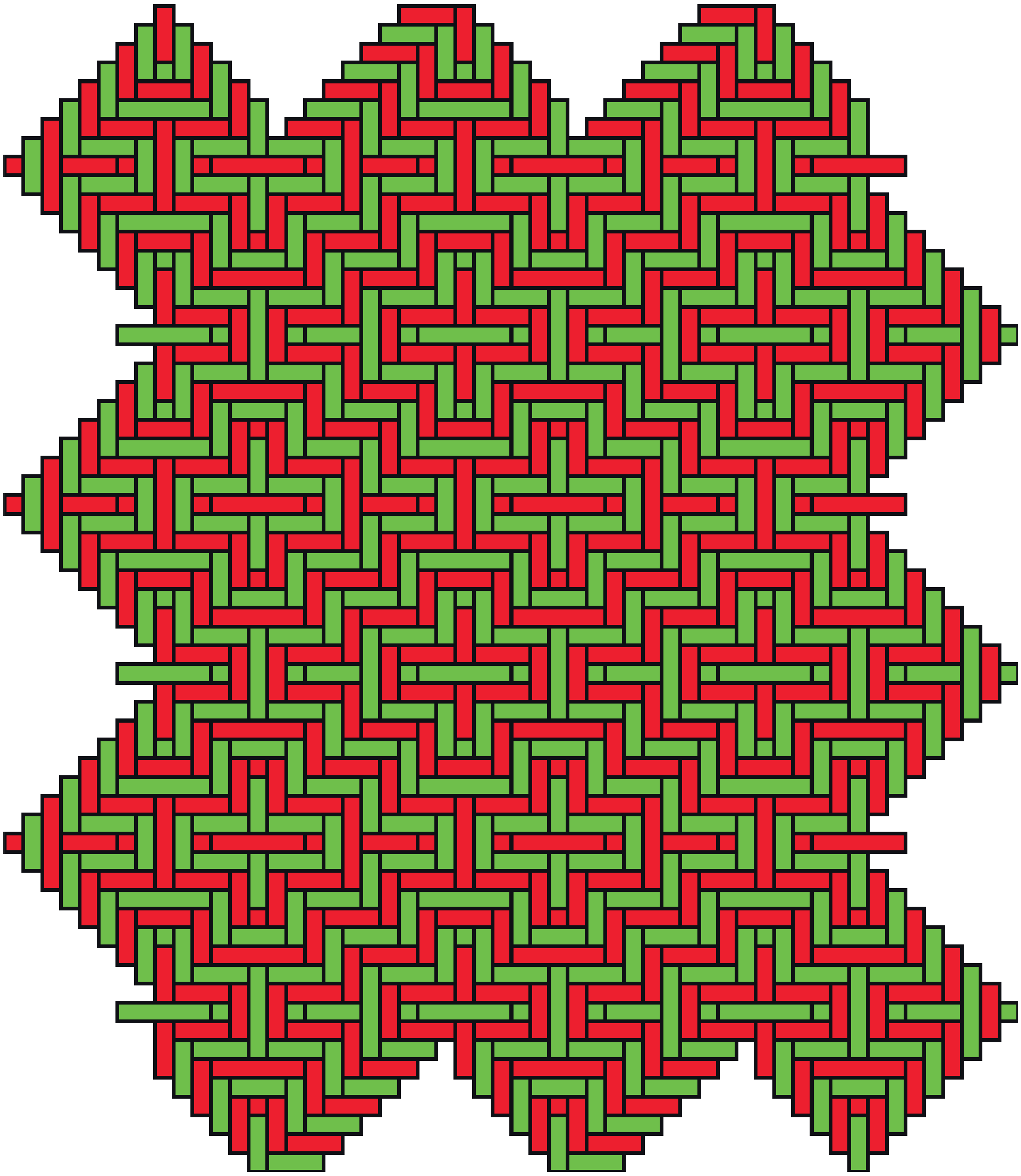


Figura 8.18a

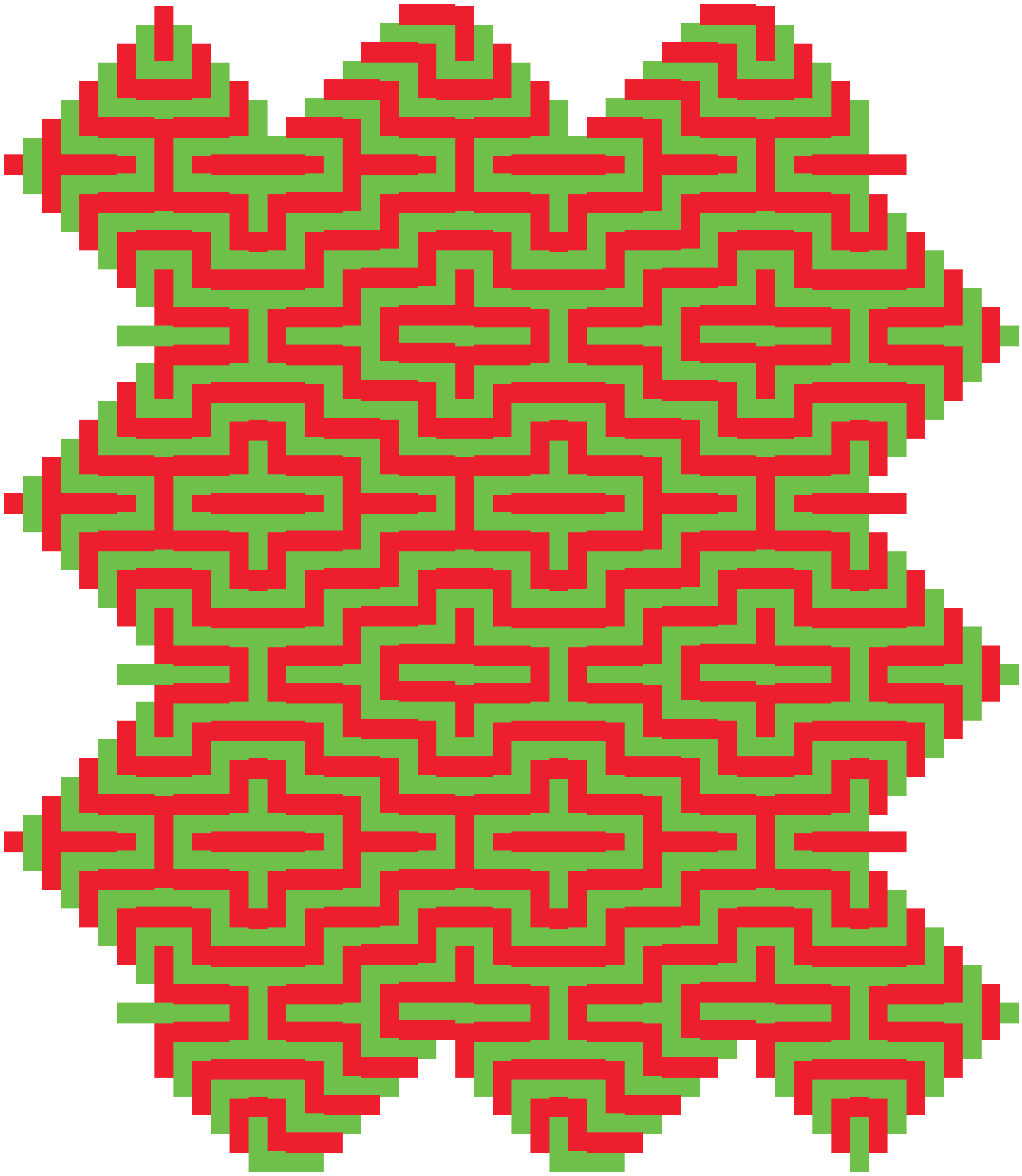


Figura 8.18b

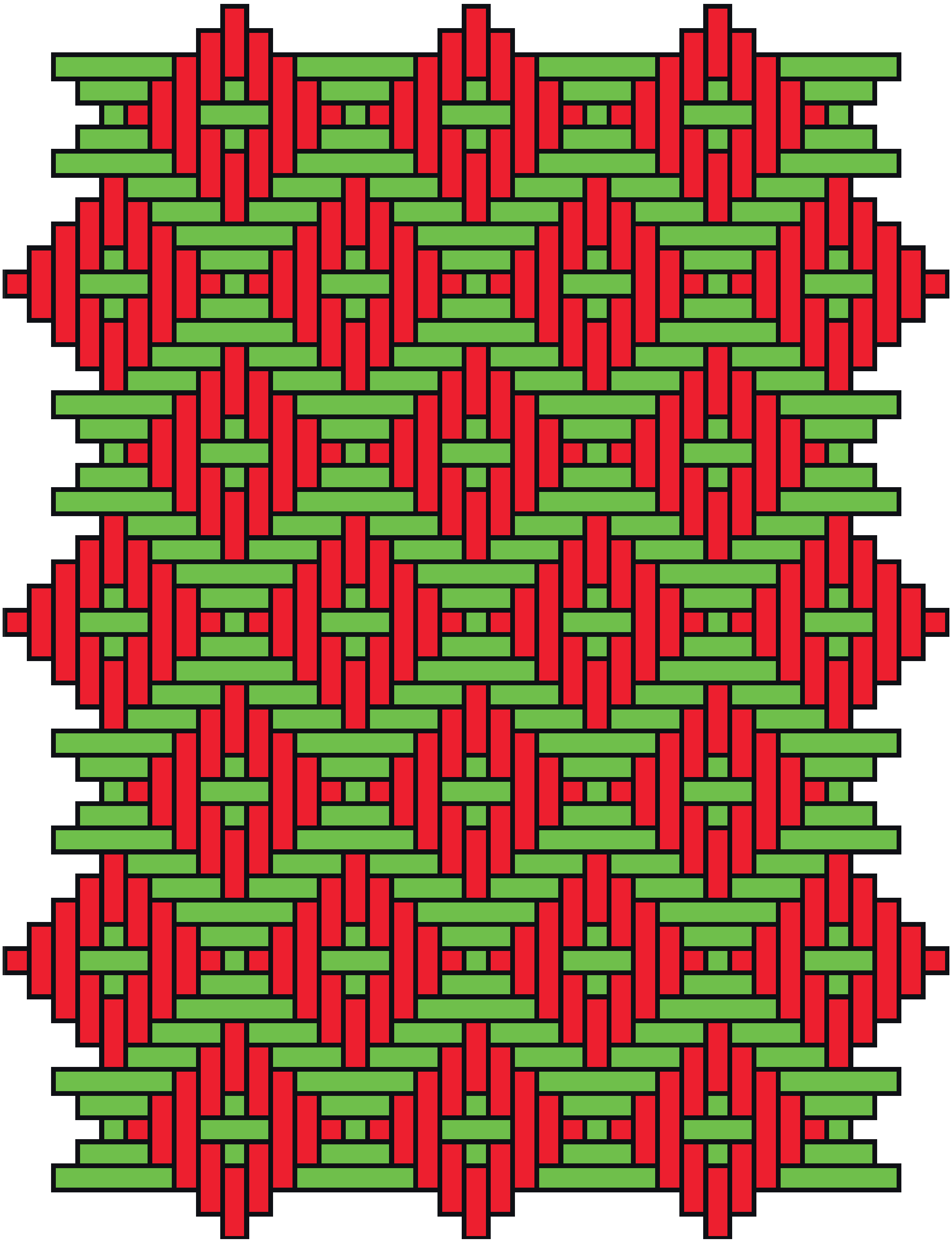


Figura 8.19

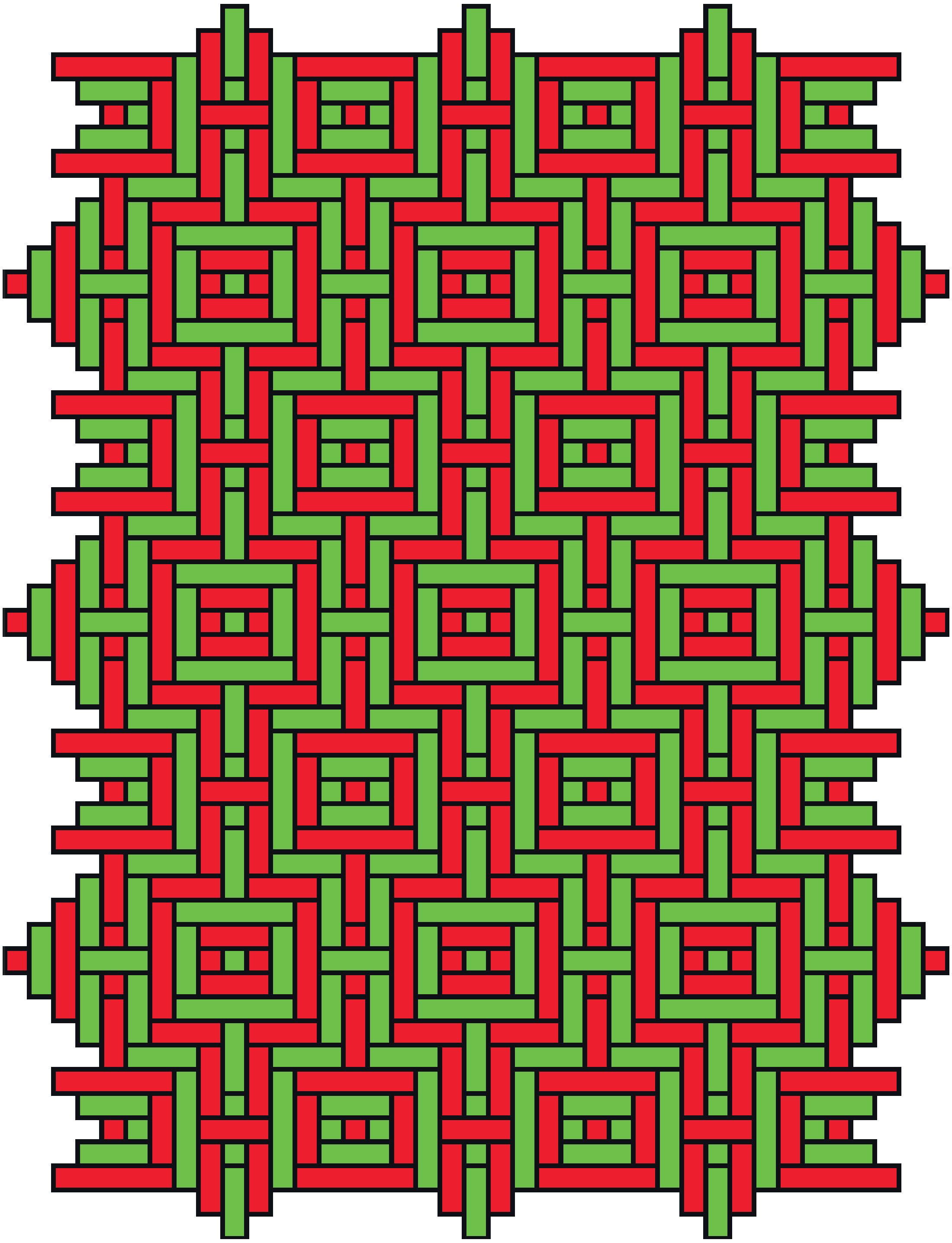


Figura 8.20a

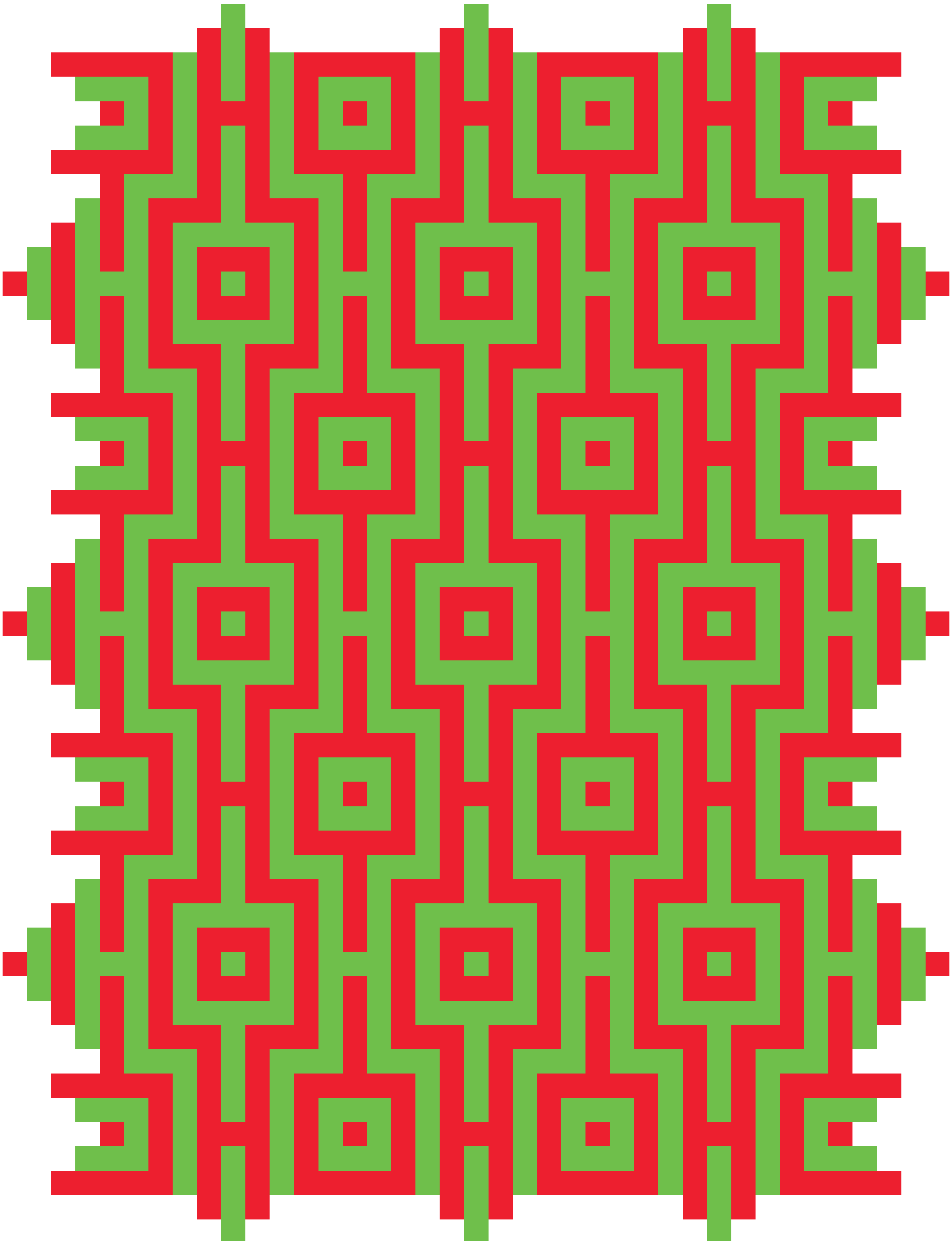


Figura 8.20b

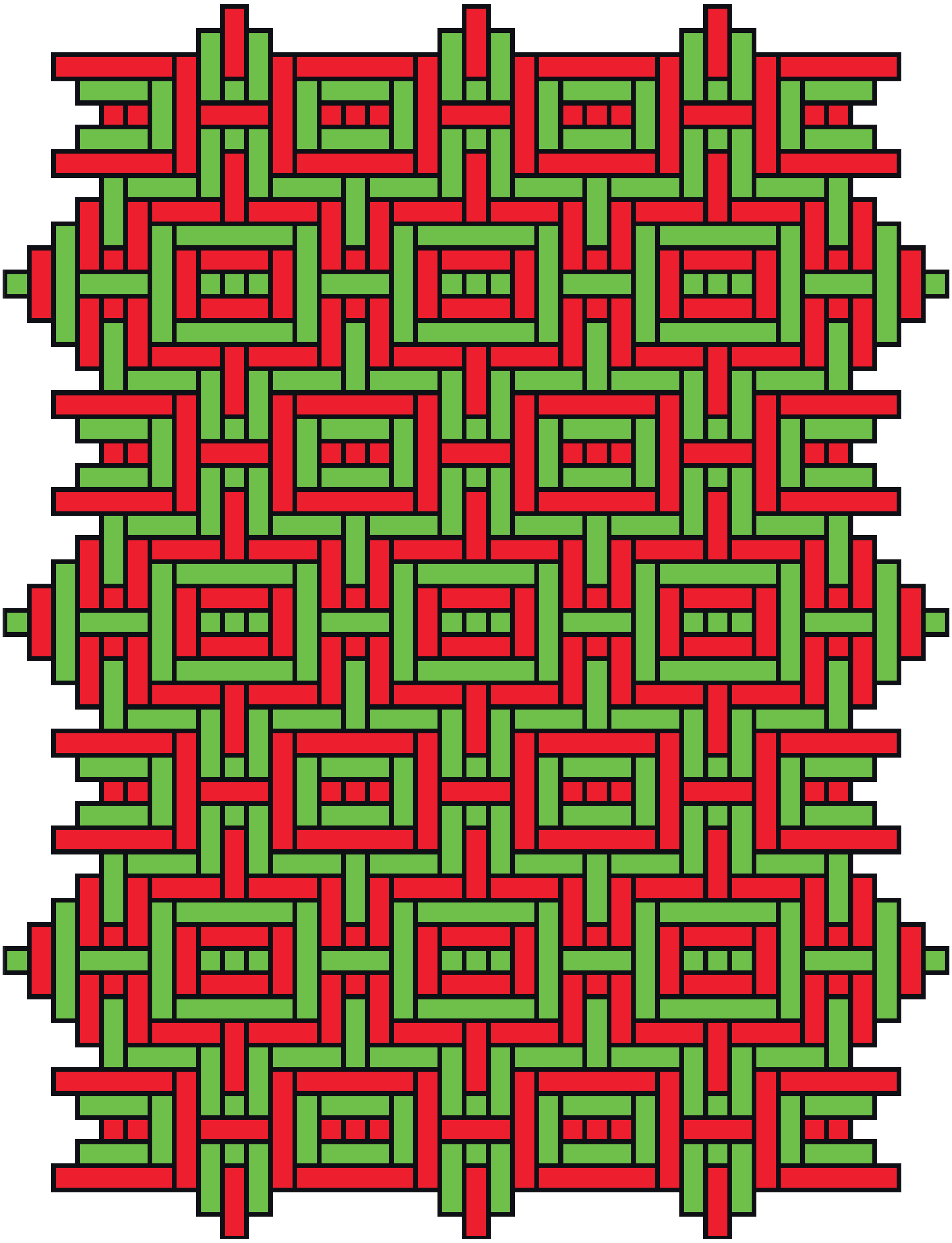


Figura 8.21a

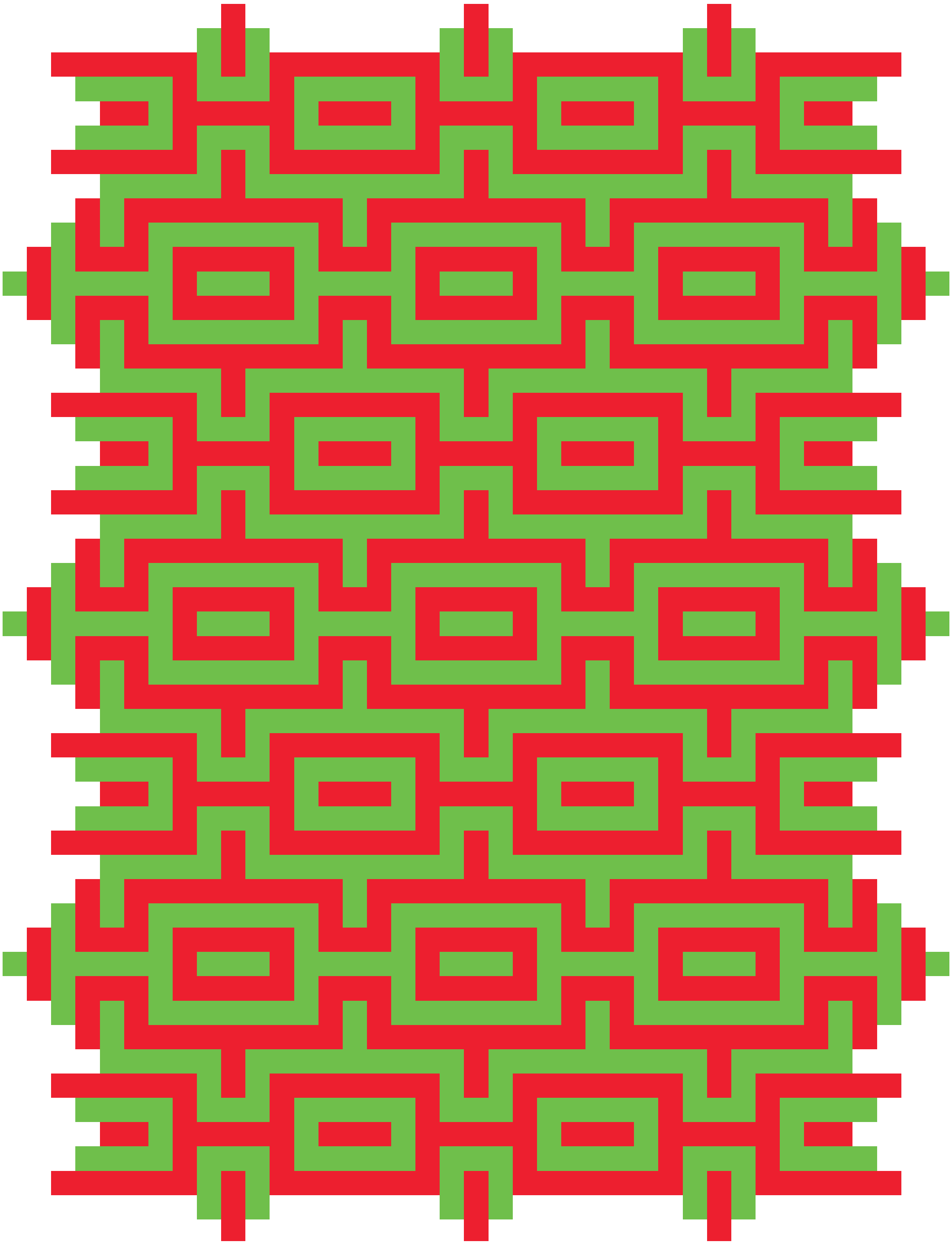


Figura 8.21b

Las Figuras 8.17b, 8.18b, 8.20b y 8.21b presentan simetrías que los patrones originales no poseen. Los centros de rotación que se encuentran fuera de los ejes de simetría se volverán o tornarán centros de rotación de simetrías a dos colores: una rotación de 180º en torno de uno de estos centros invierte los dos colores del patrón planar; la castaña se torna amarilla y viceversa.

Capítulo 9

Otras coloraciones

Tuve la oportunidad de fotografiar tres *níjtyubane* grandes en lo que, en las dos direcciones de entrecruzamiento, bandas de tiras castañas se alternan con bandas de tiras amarillas (ver las Fotografías 9.1 a 9.3).

Fotografía 9.1

En el *níjtyuba* representado en la Fotografía 9.3, por ejemplo, bandas de cinco tiras castañas se alternan con bandas de cinco tiras amarillas. No hay patrones de entrecruzamiento como 'mariposas' u otros. Todo el entrecruzamiento es regular 5/5: cada tira pasa consecutivamente por encima de cinco tiras y por debajo de cinco tiras que le son perpendiculares (ver la Figura 9.1).

Fotografía 9.2

Fotografía 9.3

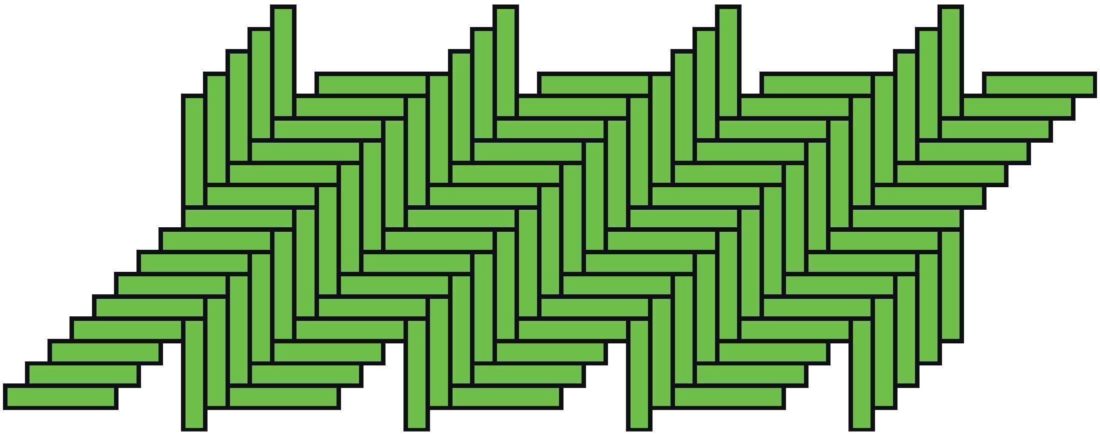


Figura 9.1

La Figura 9.2 reproduce la Figura 9.1, ilustrando la coloración en el caso del *níjtyuba* de la Fotografía 9.3.

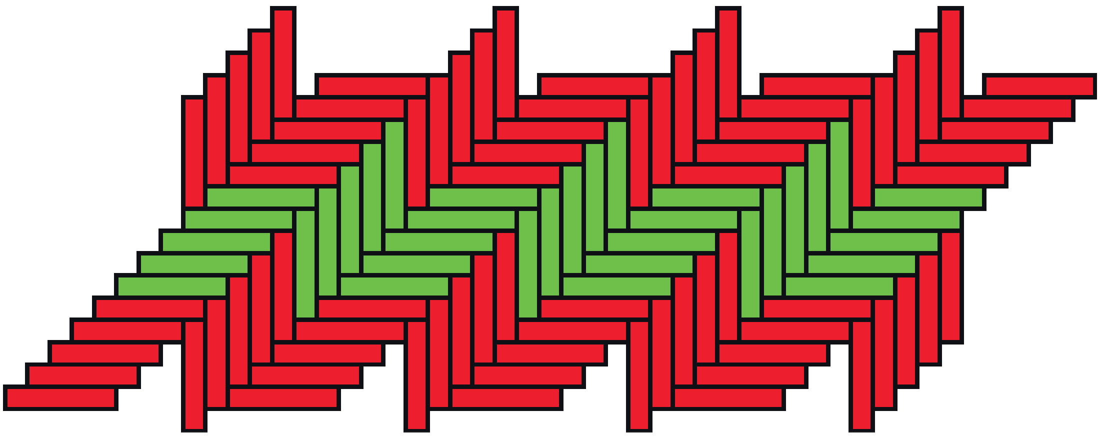


Figura 9.2

Centro simétrico del diseño en la panera de la Fotografía 2.3

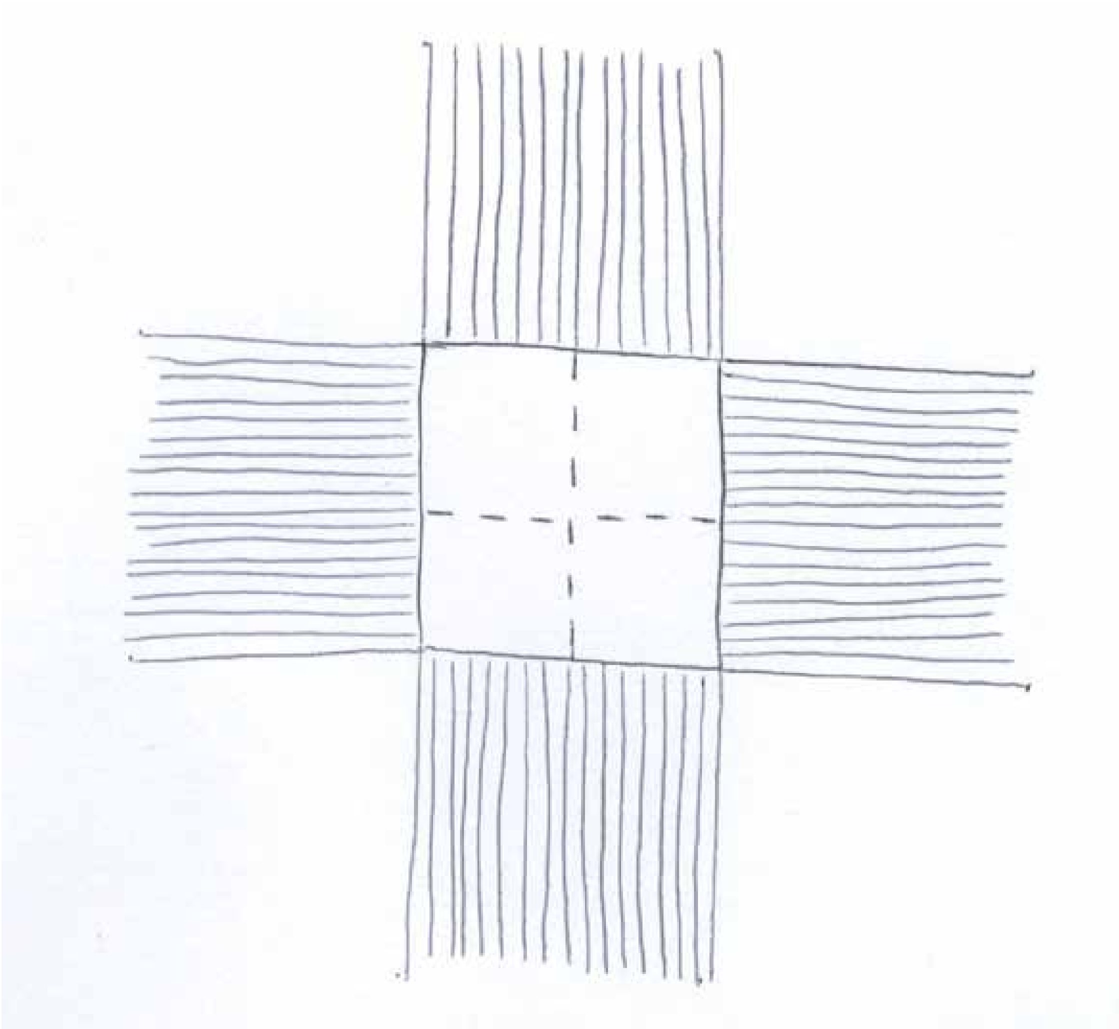
Capítulo 10

Cestos de fondo cuadrado y de boca circular

Adquirí, en mayo y junio de 2000 en Iquitos, seis cestos bora, de fondo cuadrado y de boca circular. La Fotografía 10.1 muestra un ejemplo. Lo fotografié en la posición invertida para poder presentar la cara externa del fondo. Del lado de afuera se ven tiras oscuras y tiras claras. El color oscuro es el color natural de una cara de la tira del *bájyuhba* (bombonaje). El color claro es obtenido por el raspado de la cara oscura de la tira. Del lado de adentro del cesto se ven solo tiras claras, correspondiendo al color natural de la otra cara de la tira de la planta utilizada para producir las tiras.

Cesto nº 1
Fotografía 10.1

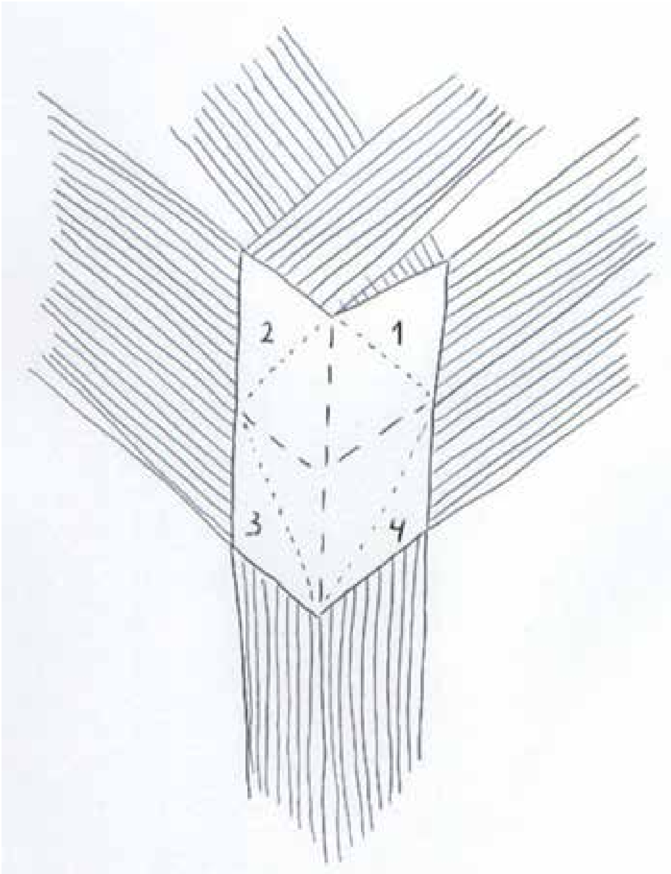
Este tipo de cesto es fabricado a partir del centro del fondo. Se entrecruza primeramente una estera cuadrada cuyas líneas medias sean bien visibles y con las partes sueltas de las tiras que sobresalen (ver el esbozo en la Figura 10.1).



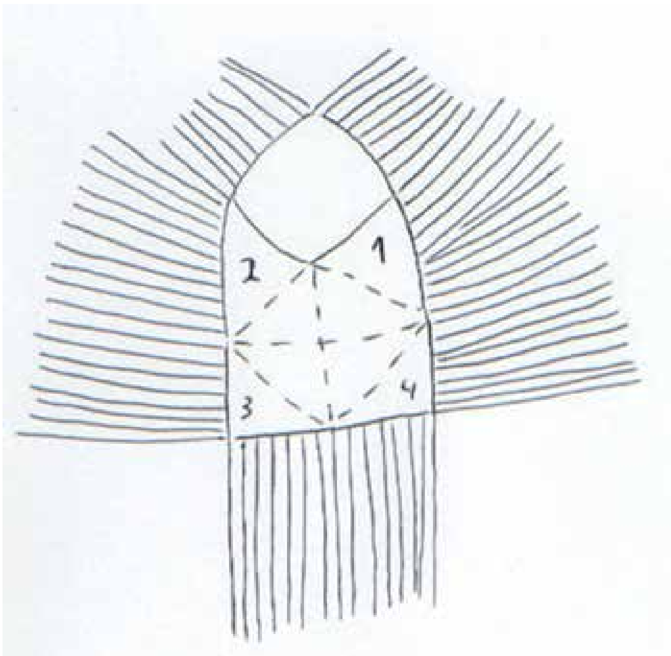
La estera cuadrada con tiras que sobresalen
Figura 10.1

En seguida, el cestero pega la estera por debajo, con dos manos abiertas, o la dobla ligeramente, girando las palmas de las manos. Este posicionamiento de las palmas permite que las dos mitades de tiras que salen de un lado de la estera cuadrada se sobreponen (ver el esbozo en la Figura 10.2a), esperando a ser entrecruzadas hasta complementarse en un cuadrado menor (Figura 10.2b).

Al hacer lo mismo con los otros tres lados de la estera cuadrada inicial, los cuatro triángulos marcados por 1, 2, 3, y 4 y formados por los vértices y por los puntos medios de los lados de la estera cuadrada inicial, se doblan por encima y se integran, juntamente con los nuevos cuadrados entrecruzados, en la pared del cesto. En la medida en que el cestero aumenta la altura del cesto, el material fuerza a la pared a tomar cada vez más la forma de un cilindro circular. Alcanzada la altura deseada, un reborde circular se ata a la pared y se procede a los acabados.

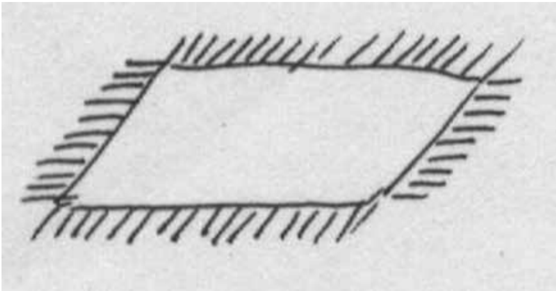


Doblando ligeramente a lo largo de la línea media
a

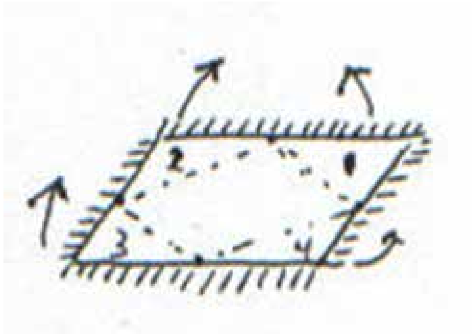


Entrecruzando un cuadrado del lado 'superior'
b
Figura 10.2

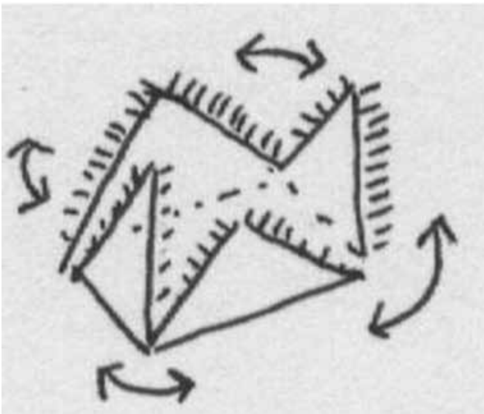
La Figura 10.3 ilustra esquemáticamente todo el proceso. En el esquema, las tiras largas y sobresalientes son representadas por las líneas cortas que sobresalen (1) los triángulos son efectivamente doblados hacia arriba y (2) que los vértices de la base cuadrada del cesto final son los puntos medios de la estera cuadrada inicial. Nótese que las tiras suben en la pared cilíndrica hacia la derecha y hacia la izquierda a 45 grados de la horizontal, en dos familias de tiras perpendiculares entre sí (ver la Figura 10.3c).



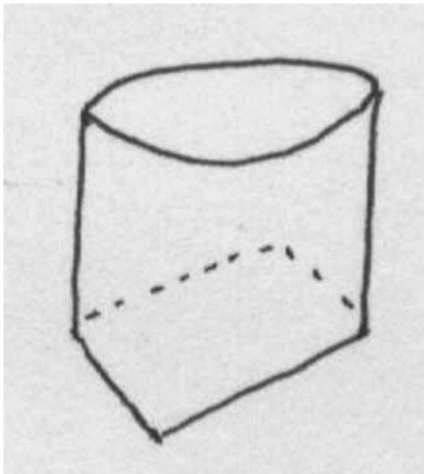
Estera cuadrada con tiras sobresalientes
a



Los cuatro triángulos
b



Doblar los triángulos hacia arriba
c



Forma final del cesto
d

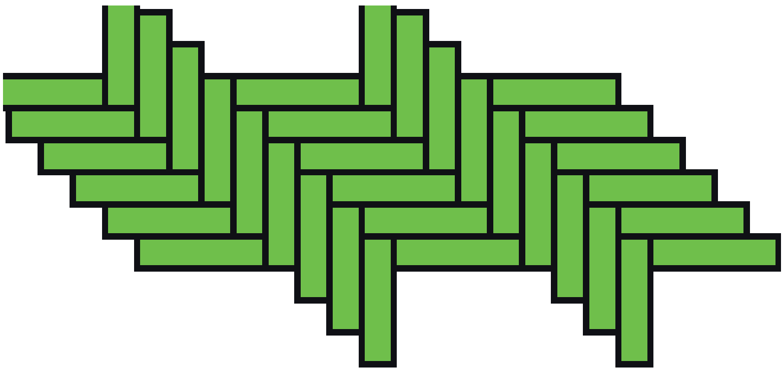
Figura 10.3

El análisis detallado de la decoración de cada cesto que presentaré en seguida, muestra que el largo de la diagonal del fondo cuadrado no puede ser escogido arbitrariamente. Es obvio que este largo o longitud depende de las dimensiones pretendidas o deseadas por el cestero para el cesto. Sin embargo, la decoración pretendida o deseada para la pared cilíndrica del cesto constituye el segundo factor que el cestero debe tomar en cuenta: la longitud de la diagonal, expresado en el número de tiras paralelas para formar el fondo, debe ser un múltiplo del espacio del motivo decorativo de la pared.
Avancemos con la descripción y análisis de cada cesto en nuestra colección.

Cesto nº 1

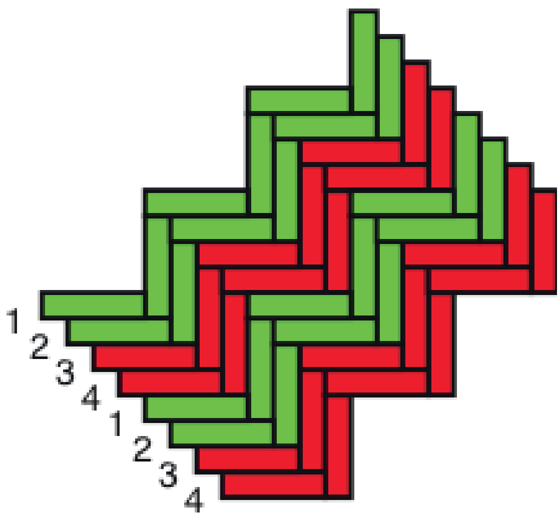
El entrecruzamiento de la pared cilíndrica del primer cesto es 4/4 y regular, esto quiere decir:

(1) cada tira pasa consecutivamente por encima de cuatro tiras y por debajo de cuatro tiras que le son perpendiculares;
(2) la diferencia de fase entre cualesquiera de las dos tiras paralelas consecutivas es de una unidad, o sea, en la fila siguiente la secuencia se repite, pero iniciándose por un elemento más adelante (ver la Figura 10.4).



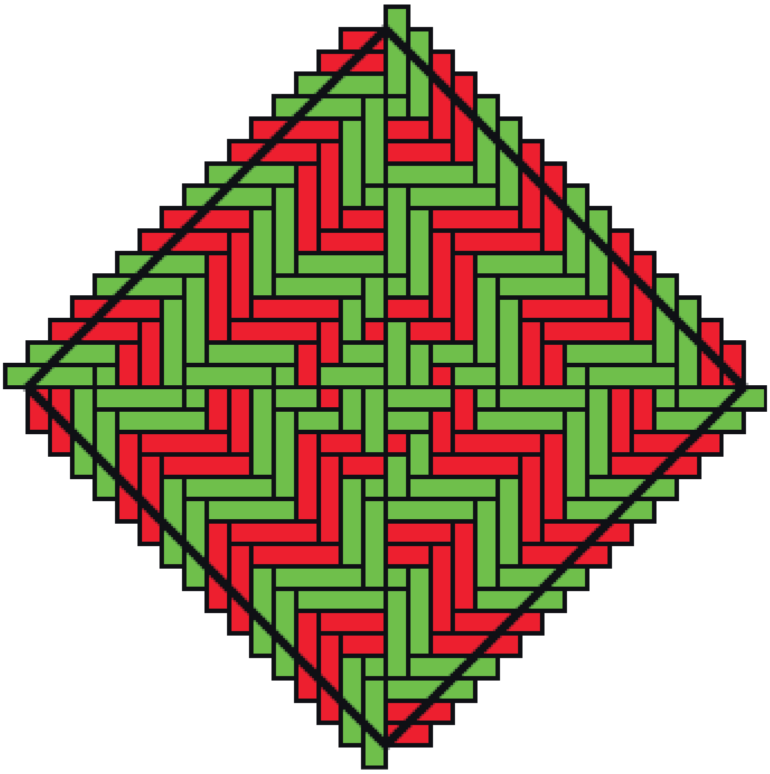
Entrecruzamiento 4/4; la diferencia de fase es igual a 1
Figura 10.4

La decoración de la pared del cesto nº 1 tiene el período o espacio igual a 4: pares de tiras claras y pares de tiras oscuras se alternan en cada una de las dos direcciones perpendiculares (ver a Figura 10.5).



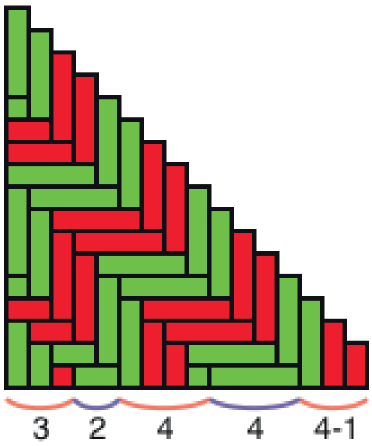
Decoración en zig-zag de período o espacio 4
Figura 10.5

El fondo cuadrado del cesto nº 1 tiene simetría rotacional de orden 4: los cuatro cuadrantes son congruentes (Figura 10.6).



El fondo cuadrado del cesto nº 1
Figura 10.6

Cada cuadrante (ver la Figura 10.7) presenta la estructura (3, 2, 4, 4, 4-1): el (-1) de (4-1) corresponde a la localización de las cuatro esquinas del fondo cuadrado. Una vez que 3+2+4+4+4-1 = 16 y 16 es un múltiplo del período o espacio 4, la periodicidad 4 de la pared cilíndrica quedó garantizada.

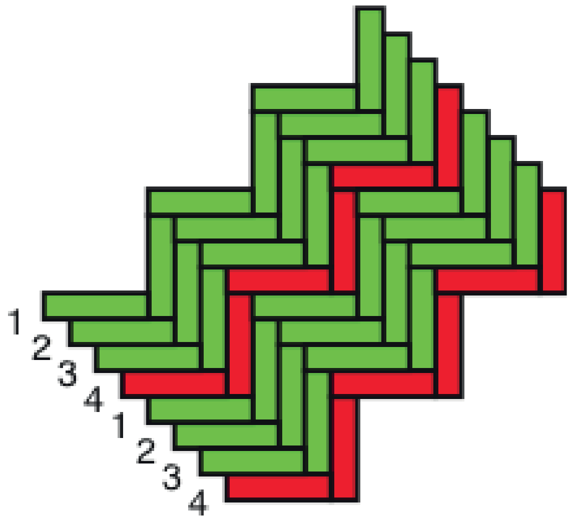


Un cuadrante del fondo del cesto nº 1
Figura 10.7

Cesto nº 2
Fotografía 10.2

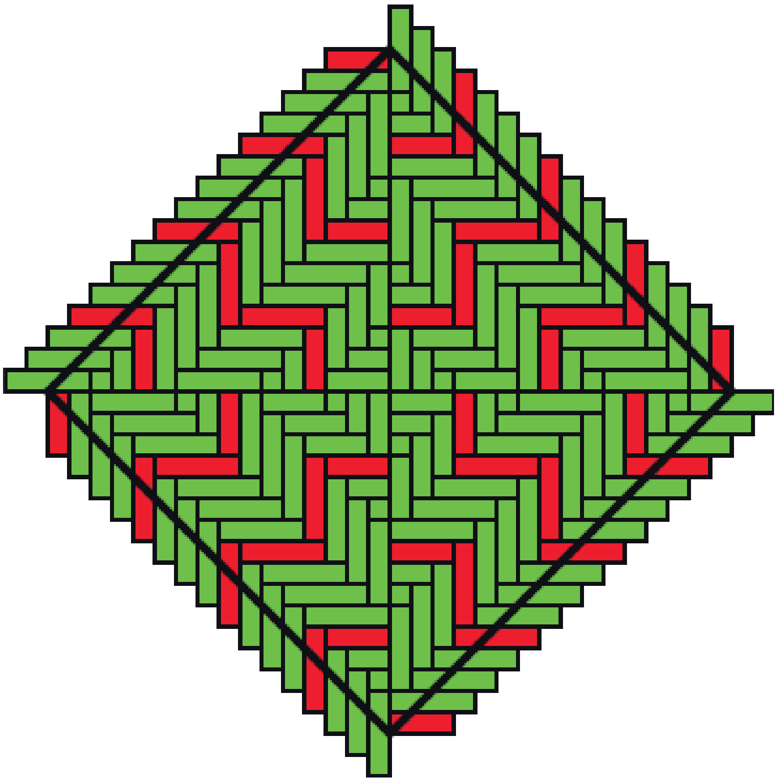
Cesto nº 2

El entrecruzamiento de la pared cilíndrica del cesto nº 2 es 4/4 y regular. La decoración de la pared tiene el período igual a 4: grupos de tres tiras claras y de una tira oscura se alternan en cada una de las dos direcciones perpendiculares (ver la Figura 10.8).

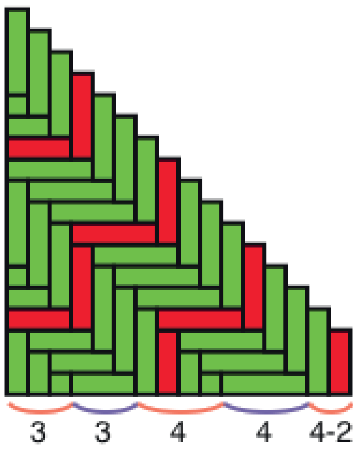


Decoración en zig-zag de período 4
Figura 10.8

El fondo del cesto nº 2 tiene simetría rotacional del orden 4 (Figura 10.9).
Cada cuadrante del fondo (ver la Figura 10.10) presenta la estructura (3, 3, 4, 4, 4-2): el (-2) de (4-2) corresponde a la localización de las cuatro esquinas del fondo cuadrado, indicando que se doblan dos unidades de cada tira para arriba al salir del fondo del cesto.
Una vez que 3+3+4+4+4-2 = 16 y 16 es un múltiplo del período 4, la periodicidad 4 de la pared cilíndrica quedó garantizada.



El fondo cuadrado del cesto nº 2
Figura 10.9

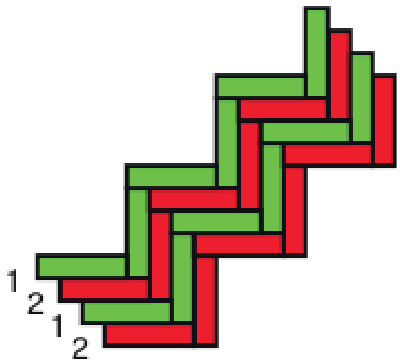


Un cuadrante del fondo del cesto nº 2
Figura 10.10

Cesto nº 3
Fotografía 10.3

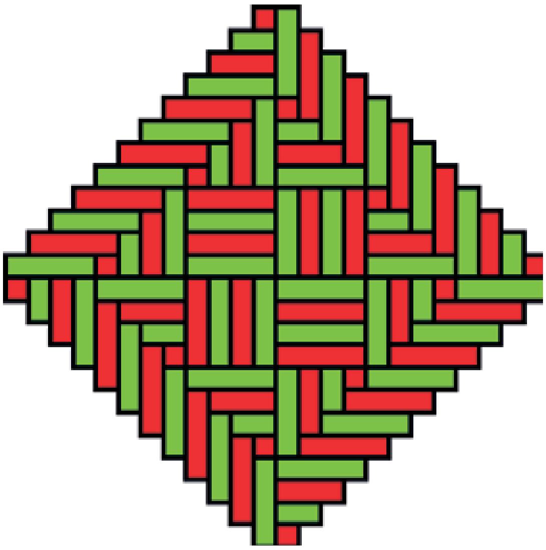
Cesto nº 3

El entrecruzamiento de la pared cilíndrica del cesto nº 3 es de nuevo 4/4 y regular. La decoración de la pared tiene el período igual a 2: tiras claras y tiras oscuras se alternan en cada una de las dos direcciones perpendiculares (ver la Figura 10.11).



Decoración en zig-zag de período 2
Figura 10.11

El fondo del cesto tiene simetría rotacional de orden 4 (ver la Figura 10.12). Cada cuadrante presenta la estructura (4, 4, 4), siendo el centro marcado por un cuadrado de dimensiones 8x8. Una vez que 4+4+4 = 12 y 12 es un múltiplo del período 2, la periodicidad 2 de la pared cilíndrica quedó garantizada.

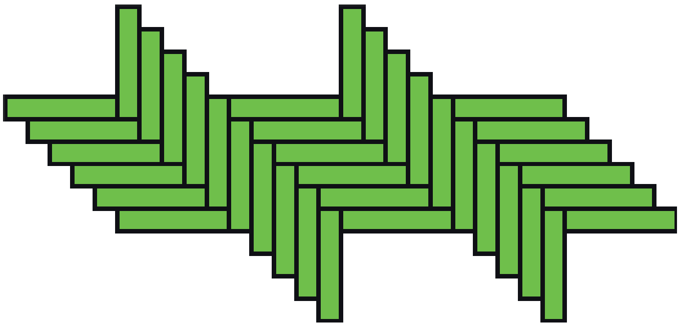


El fondo cuadrado del cesto nº 3
Figura 10.12

Cesto nº 4
Fotografía 10.4

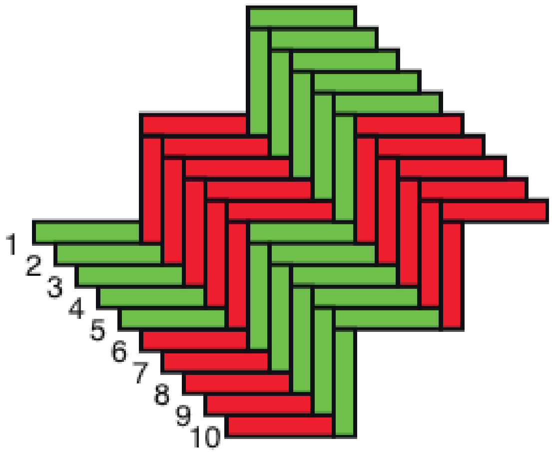
Cesto nº 4

El entrecruzamiento de la pared cilíndrica del cesto nº 4 es 5/5 y regular (ver la Figura 10.13).



Entrecruzamiento 5/5; la diferencia de fase es igual a 1
Figura 10.13

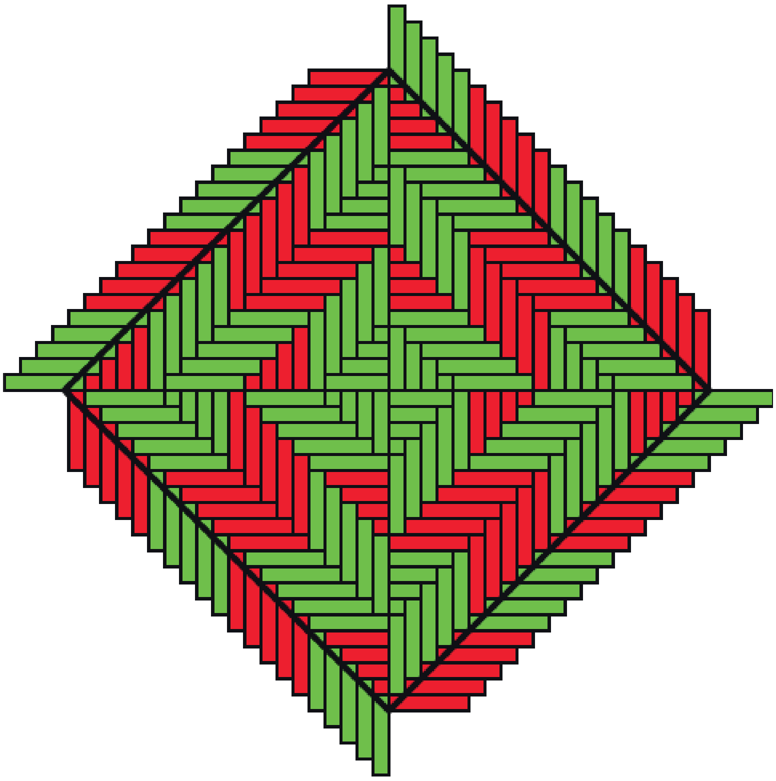
La decoración de la pared del cesto nº 4 tiene el período igual a 10: grupos de cinco tiras claras y grupos de cinco tiras oscuras se alternan en cada una de las dos direcciones perpendiculares (ver la Figura 10.14).



Decoración del período 10
Figura 10.14

El fondo del cesto nº 4 tiene simetría rotacional de orden 4 (Figura 10.15). Cada cuadrante presenta la estructura (4, 5, 5, 5, 5-4).

Una vez que 4+5+5+5+5-4 = 20 y 20 es un múltiplo del período 10, la periodicidad 10 de la pared cilíndrica quedó garantizada.

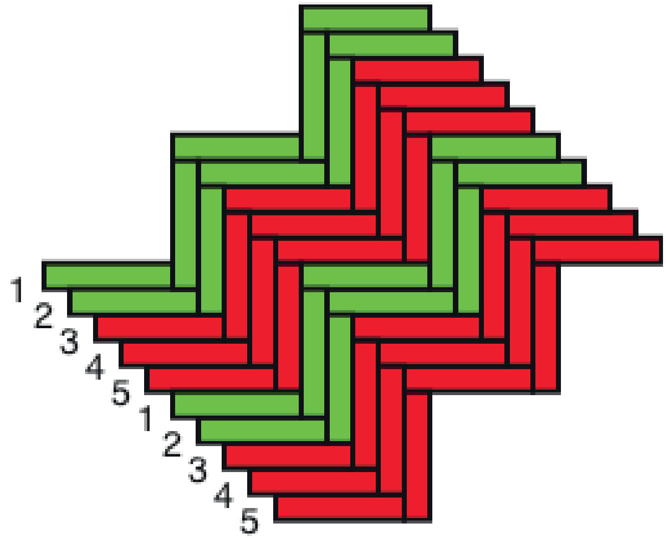


El fondo cuadrado del cesto nº 4
Figura 10.15

Cesto nº 5
Fotografia 10.5

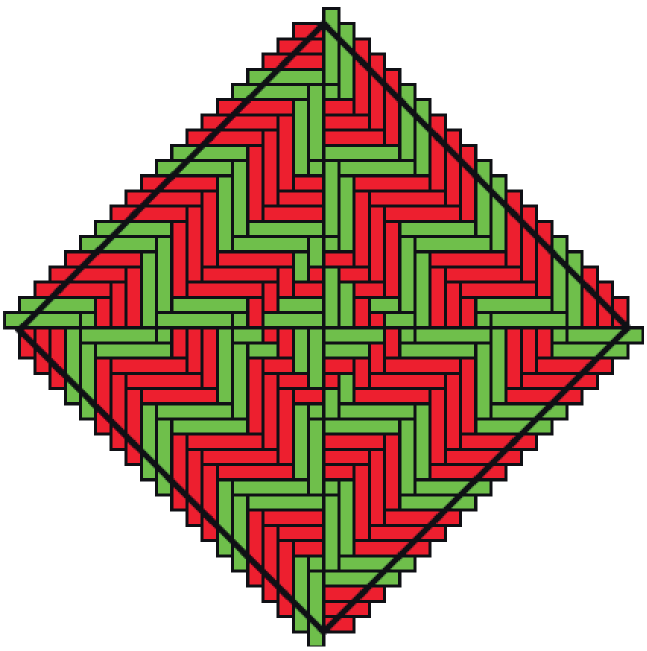
Cesto nº 5

El entrecruzamiento de la pared cilíndrica del cesto nº 5 es 5/5 y regular. La decoración de la pared tiene el período igual a 5: pares de tiras claras y grupos de tres tiras oscuras se alternan en cada una de las dos direcciones perpendiculares (ver la Figura 10.16).



Decoración de período 5
Figura 10.16

El fondo del cesto tiene simetría rotacional de orden 4 (Figura 10.17). Cada cuadrante presenta la estructura (4, 2, 5, 5, 5-1). Una vez que 4+2+5+5+5-1 = 20 y 20 es un múltiplo del período 5, la periodicidad 5 de la pared cilíndrica quedó garantizada

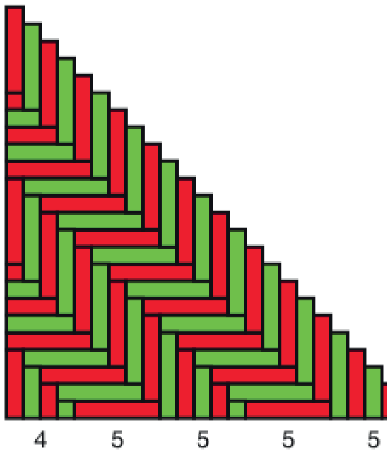


El fondo cuadrado del cesto nº 5
Figura 10.17

Cesto nº 6 con tapa
Fotografia 10.6

Tapa del cesto nº 6

El entrecruzamiento de la pared cilíndrica de la tapa del cesto nº 6 es 5/5 y regular. La decoración de la pared de la tapa tiene el período igual a 2: tiras claras y tiras oscuras se alternan en cada una de las dos direcciones perpendiculares. El fondo de la tapa del cesto nº 6 tiene simetría rotacional de orden 4. Cada cuadrante presenta la estructura (4, 5, 5, 5, 5) (ver la Figura 10.18).



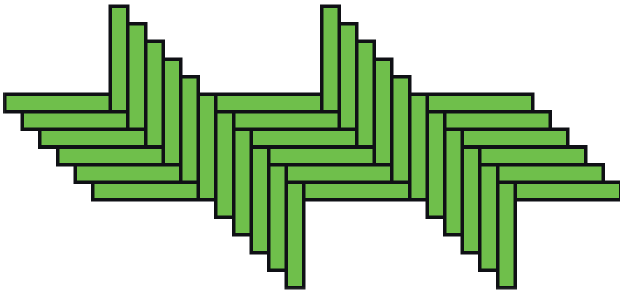
Un cuadrante del fondo de la tapa del cesto nº 6
Figura 10.18

Una vez que 4+5+5+5+5 = 24 y 24 es un múltiplo del período 2, la periodicidad 2 de la pared cilíndrica quedó garantizada.

Cesto nº 6

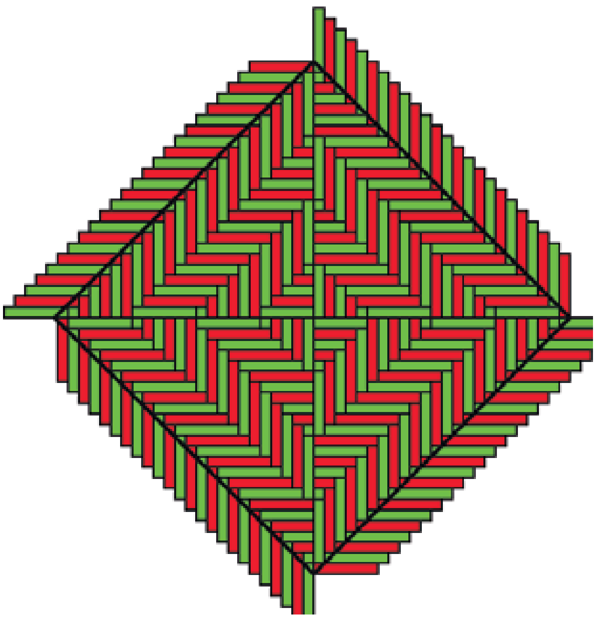
El entrecruzamiento de la pared cilíndrica del cesto nº 6 es 6/6 y regular: las tiras pasan cada vez sobre seis tiras y, en seguida, bajo seis tiras que les son perpendiculares; la diferencia de fase entre dos tiras paralelas consecutivas es de una unidad (ver la Figura 10.19).

La decoración de la pared del cesto nº 6 tiene el período igual a 2: tiras claras y tiras oscuras se alternan en cada una de las dos direcciones perpendiculares.



El entrecruzamiento 6/6; a diferencia de la fase es igual a una unidad
Figura 10.19

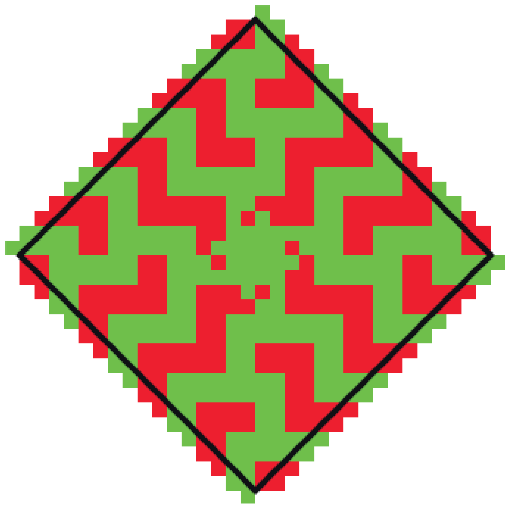
El fondo del cesto nº 6 tiene simetría rotacional de orden 4. Cada cuadrante presenta estructura (5, 6, 6, 6, 6-5): el (-5) de (6-5) corresponde a la localización de las cuatro esquinas del fondo cuadrado, indicando que se doblan cinco unidades de cada tira para arriba al salir del fondo del cesto (ver la Figura 10.20). Una vez que 5+6+6+6+6-5 = 24 y 24 es un múltiplo del período 2, la periodicidad 2 de la pared cilíndrica quedó garantizada.



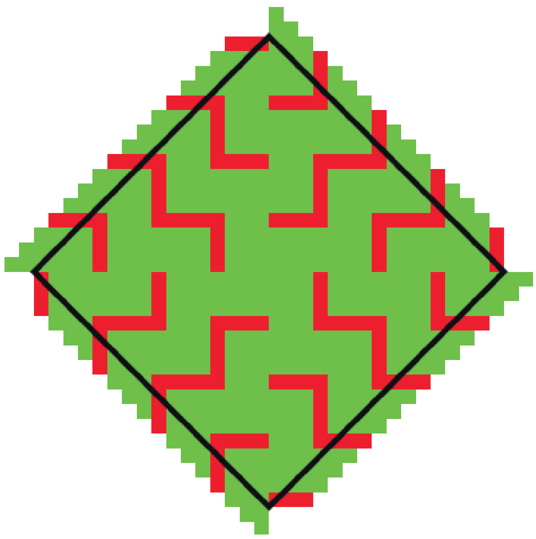
El fondo cuadrado del cesto nº 6
Figura 10.20

Las bases cuadradas de los cestos

Las Figuras 10.21 a 10.27 muestran la bella simetría rotacional de orden 4 de los fondos de estos cestos bora: una rotación en torno del centro del fondo sobre un ángulo recto transforma el diseño en sí mismo. En estas Figuras solo se reproduce la impresión visual sin destacar las tiras individuales, contrariamente al que había sido hecho en las Figuras anteriores.

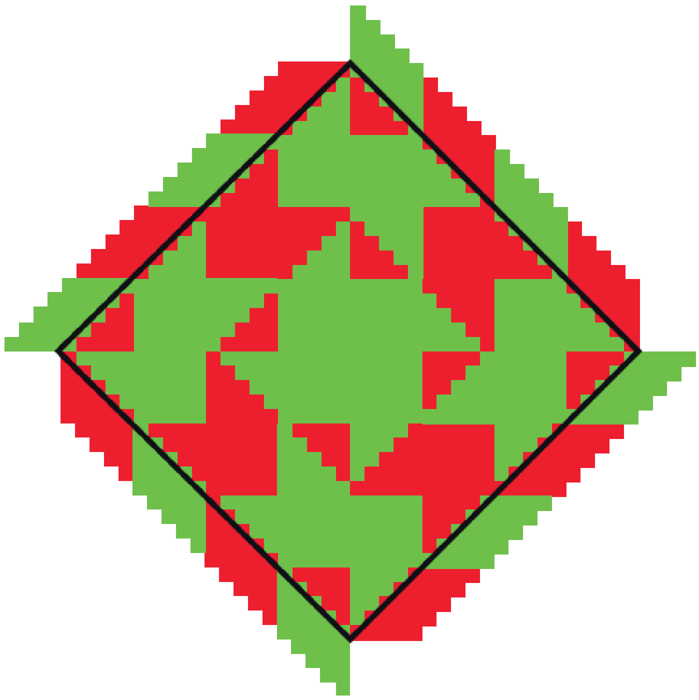


Impresión visual del fondo del cesto n° 1
Figura 10.21



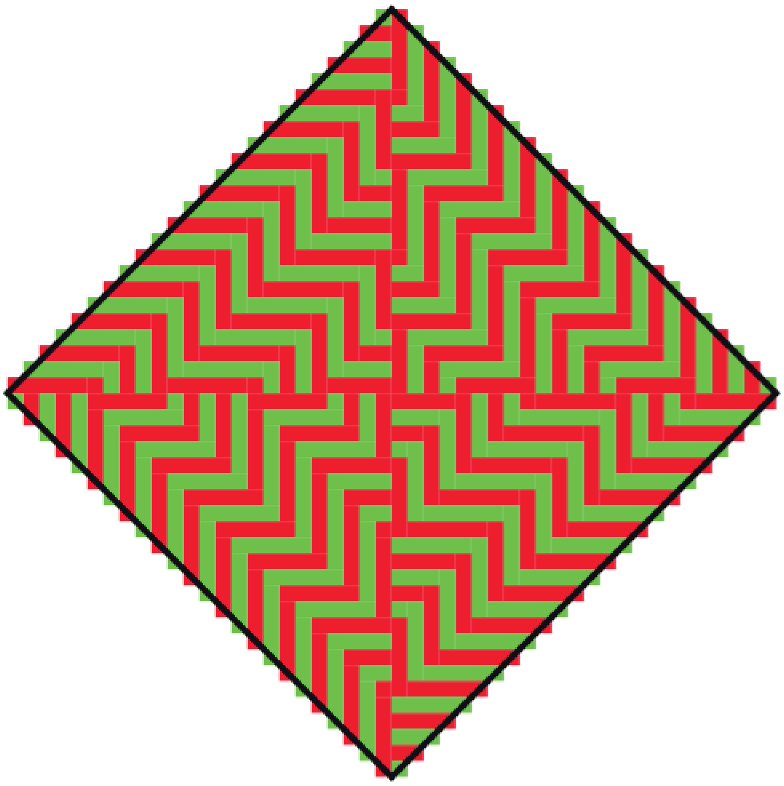
Impresión visual del fondo del cesto n° 2
Figura 10.22

Impresión visual del fondo del cesto nº 3
Figura 10.23

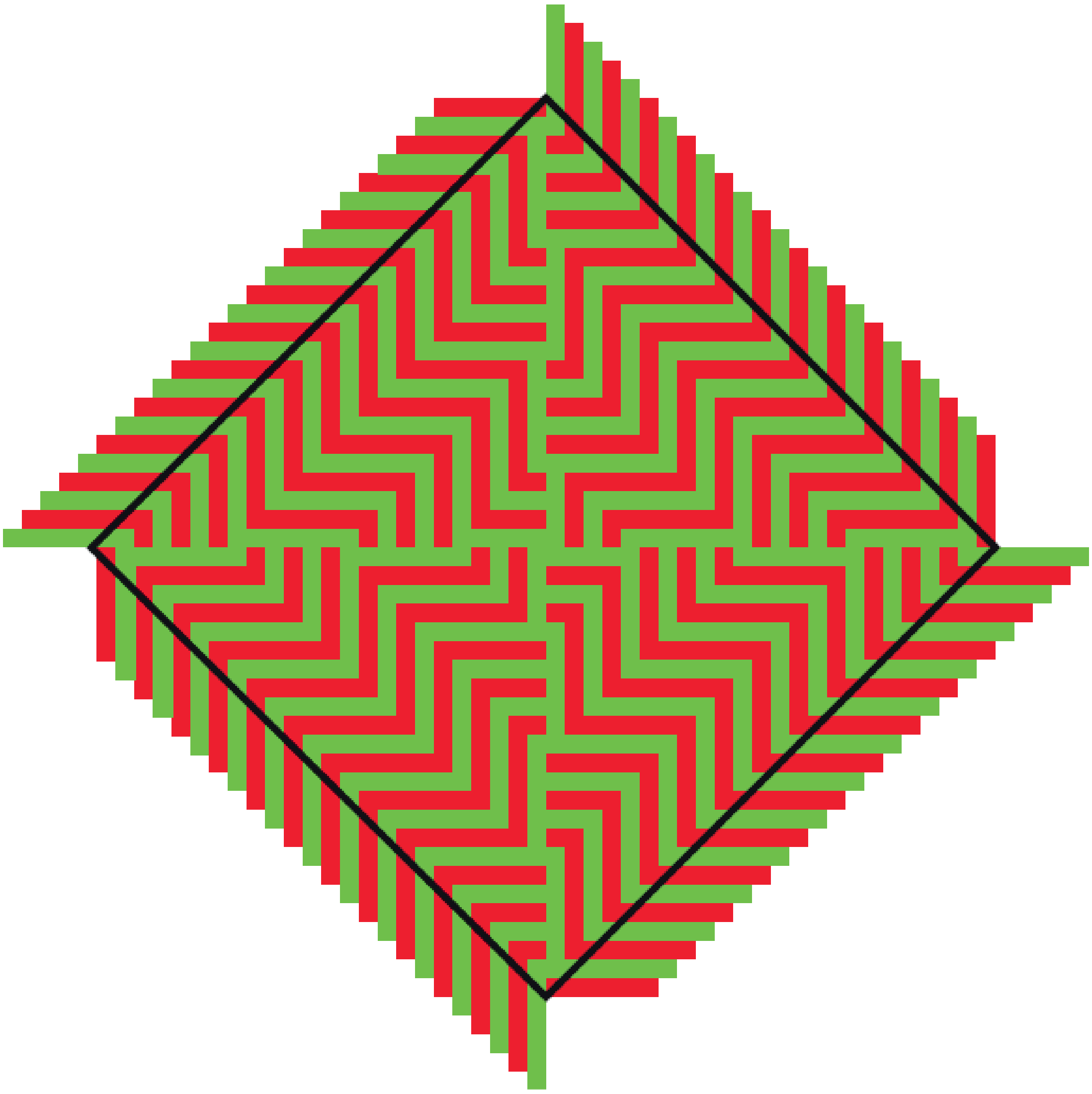


Impresión visual del fondo del cesto nº 4
Figura 10.24

Impresión visual del fondo del cesto n° 5
Figura 10.25



Impresión visual del fondo de la tapa del cesto n° 6
Figura 10.26



Impresión visual del fondo del cesto nº 6
Figura 10.27

Algunos participantes del seminario en Zungarococha
al analizar el cesto nº 1
Fotografía 10.7

Capítulo 11

Educación

Al aprender a hacer estos cestos, los jóvenes bora están por desarrollar también ideas geométricas. ¿Cómo valorizar y explorar estas ideas en el contexto de la educación indígena? Aquí reside un gran desafío tanto para los profesores indígenas como para los educadores de los profesores y otros investigadores. Se lanza aquí una invitación para una reflexión conjunta de las comunidades de los profesores involucrados.
Otro desafío consiste en la exploración de las posibilidades de incorporación de elementos del contexto geométrico de la cestería bora en la educación de otros niños, jóvenes y adultos de otros pueblos que viven tanto en las zonas rurales y en las ciudades de la Amazonía como en otras regiones del Perú y del mundo. Tal incorporación podrá contribuir para tener un mayor respeto y una mejor apreciación de la cultura Bora y, por extensión, de las culturas indígenas amazónicas. Podrá contribuir también a una mejor comprensión del potencial científico de las ideas elaboradas en estas culturas.
En seguida presento solo algunas sugerencias para una experimentación educacional y matemática.

11.1 Mariposando ...1

En varios lugares he presentado sugerencias relativas a la exploración del potencial educativo y matemático de los cuadrados dentados. Por ejemplo, en el libro *Geometría de África* sugerí como los cuadrados dentados pueden ser utilizados en el contexto educacional para que los alumnos descubrieran el teorema de Pitágoras (pag. 69-72), calcularan sumas de algunas secuencias numéricas (pág. 72-74), y resolvieran algunos problemas de análisis combinatorio geométrico (pág. 126-137). En el libro *Mulheres, Arte e Geometria na África Austral* (Mujeres, Arte y Geometría en el África Austral) presenté también algunas sugerencias sobre la utilización de los cuadrados dentados para descubrir relaciones aritméticas y demostraciones del teorema de Pitágoras (pág. 183-195).
En este momento me gustaría presentar algunos aspectos del potencial de las 'mariposas', tan frecuentemente utilizadas por los cesteros bora, compuestas por cuadrados dentados concéntricos.
En primer lugar, recapitulemos dos propiedades de los cuadrados dentados. Cuando

se diseña un cuadrado dentado en papel cuadriculado y se utiliza el cuadrado unitario como unidad de medición de las áreas, tenemos:

(1) Las áreas de las fajas horizontales de la parte superior del cuadado dentado son sucesivamente iguales a 1, 3, 5, 7, ... unidades (ver la figura 11.1).

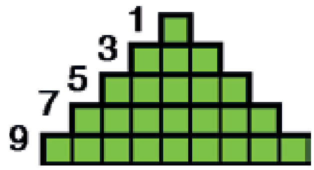


Figura 11.1

(2) El área de un cuadrado dentado es igual a la suma de los cuadrados de dos números naturales consecutivos, igual a la longitud de una diagonal del cuadrado dentado. Ver el ejemplo en la Figura 11.2, donde la longitud de una diagonal del cuadrado dentado (a la izquierda) es igual a 9 y los cuadrados a la derecha tienen lado de 5 y 4 unidades, respectivamente.

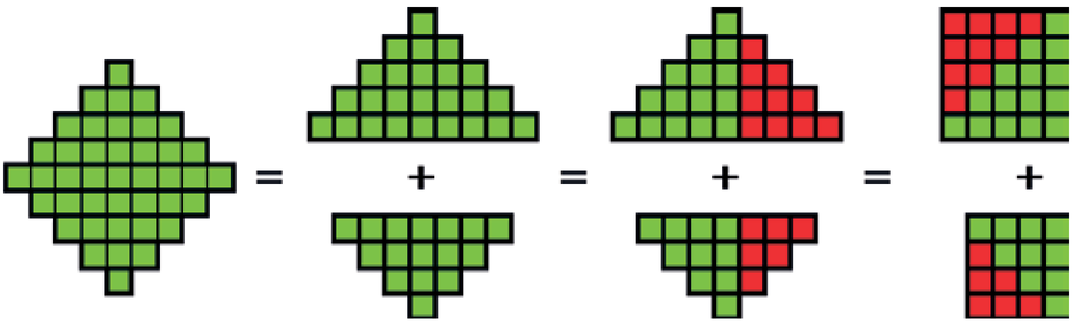


Figura 11.2

Como consecuencia de la primera propiedad y de la transformación efectuada en la Figura 11.2, tenemos:

(3) la suma de de los n primeros números ímpares es igual a n2.

Consideremos ahora la ‘mariposa’ (1, 5, 3) diseñada en papel cuadriculado (Figura 11.3).

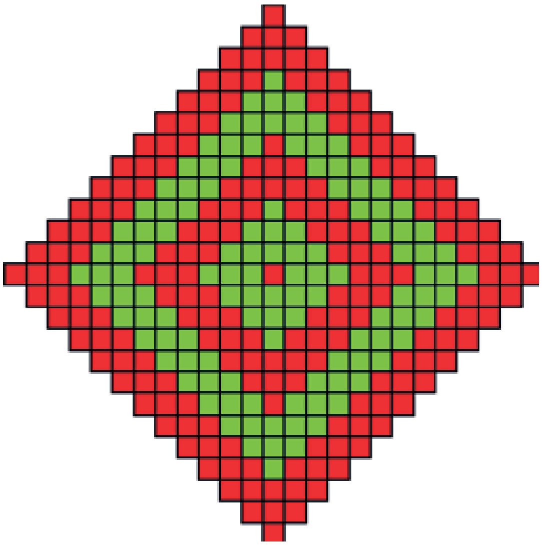


Figura 11.3

Sea a(1) el número de cuadraditos unitarios del primer anillo dentado, a(2) el número de cuadraditos unitarios del segundo anillo dentado, etc.
Como es fácil de verificar, tenemos:

$$a(1) = 8 \times 3 = 24,$$
$$a(2) = 20 \times 3 = 60,$$
$$a(3) = 32 \times 3 = 96,$$
$$a(4) = 44 \times 3 = 132, \text{ etc. (al aumentar el número de anillos).}$$

La sucesión a(n) es una sucesión aritmética, siendo la diferencia entre dos términos consecutivos cualesquiera igual a 36. En general tenemos:
$a(n) = [8 + 12(n-1)] \times 3 = 12(3n-1)$
Designando el área de los sucesivos cuadrados dentados por b(1), b(2), b(3), etc. (ver la Figura 11.4), tenemos:

$$b(1) = 1,$$
$$b(2) = 1 + a(1),$$
$$b(3) = 1 + a(1) + a(2),$$
$$b(4) = 1 + a(1) + a(2) + a(3), \text{ etc.}$$

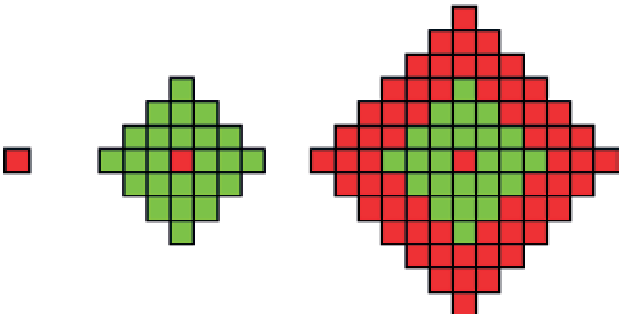


Figura 11.4

En general, verificamos:

$$b(n+1) = 1 + a(1) + a(2) + a(3) + \ldots + a(n).$$

En la base de la segunda propiedad, encontramos:

$$b(1) = 1 ,$$
$$b(2) = 32 + 42,$$
$$b(3) = 62 + 72,$$
$$b(4) = 92 + 102, \text{ etc.}$$

En general, tenemos:

$$b(n+1) = (3n)2 + (3n+1)2 .$$

Al comparar las dos expresiones para b(n+1), encontramos una fórmula para la suma de los n primeros términos de la sucesión aritmética:

$$a(1) + a(2) + \ldots + a(n) = (3n)2 + (3n+1)2 – 1,$$

o sea

$$24 + 60 + 96 + \ldots. + 12(3n-1) = (3n)2 + (3n+1)2 – 1.$$

Si comenzaramos por cualquier otra 'mariposa' en vez de la 'mariposa' (1, 5, 3), podríamos descubrir otras igualdades aritméticas. Por ejemplo, la 'mariposa' (1, 4, 4) nos lleva a la sucesión aritmética c(1) = 10x4 = 40, c(2) = 26x4 = 104, c(3) = 42x4 = 168, … La diferencia entre dos términos consecutivos es de 16x4 + 64. En general, tenemos:

$$c(n) = [10 + 16(n-1)] x4 = 4(16n-6).$$

Al calcular el área de los sucesivos cuadrados dentados, tenemos:

$$42 + 52 = 1 + c(1),$$
$$82 + 92 = 1 + c(1) + c(2),$$
$$122 + 132 = 1 + c(1) + c(2) + c(3), \text{ etc.},$$

lo que nos lleva a conjeturar que, en general, sea válida la relación

$$(4n)2 + (4n+1)2 –1 = 1 + c(1) + c(2) + \ldots +c(n),$$

encontrando la siguiente fórmula para la suma de los n primeros términos de la sucesión aritmética c:

$$40 + 104 + \ldots + 4(16n-6) = (4n)2 + (4n+1)2 –1.$$

11.2 Mariposando… 2

Otro contexto interesante a ser explorado educacionalmente es el de las cintas de 'mariposas'. Reconsideremos, por ejemplo, la cinta presentada en la Figura 8.14.

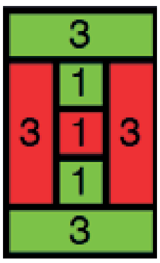


Figura 11.5

La Figura 11.5 nos muestra un etalle del patrón planar, compuesto por un rectángulo. Los lados del rectángulo miden 3 y 5 unidades, respectivamente. Por un lado, el área del rectángulo es igual a 3x5 cuadraditos unitarios. Por otro lado, la descomposición del rectángulo en partes de tiras horizontales y verticales conforme al entrecruzamiento, implica que el área del rectángulo es igual a (3+1) + (1+3) cuadraditos unitarios correspondientes a las partes de tiras horizontales más (3+1+3) cuadraditos unitarios correspondientes a las partes de las tiras verticales. De este modo, se sigue que

$$(3+1) + (1+3) + (3+1+3) = 3x5,$$

lo que nos lleva a

$$(3+1) + (3+1) + (3+1) + (3+1) = 3x5 + 1,$$

o sea

$$4 \times (1+3) = 3x5 + 1.$$

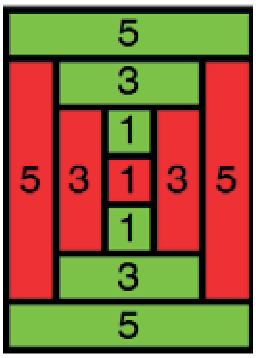


Figura 11.6

De la misma manera, al considerar un detalle mayor del patrón planar, ilustrado en la Figura 11.6, llegamos a la igualdad

$$4 \times (1+3+5) = 5 \times 7 + 1.$$

Extrapolando en la base de esta experiencia, podemos conjeturar una expresión para la suma de los n primeros números impares:

$$4 \times (1 + 3 + 5 + \ldots + [2n-1]) = (2n-1)(2n+1) + 1,$$

o sea

$$1 + 3 + 5 + \ldots + [2n-1] = (1/4)\ [(2n-1)(2n+1) + 1]$$

En vez de partir de los rectángulos considerados, podemos comenzar con detalles del patrón de entrecruzamiento constituídos por cuadrados. Las Figuras 11.7 y 11.8 nos dan ejemplos.

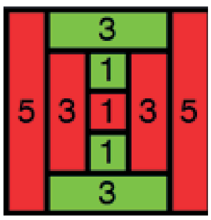


Figura 11.7

En el primer caso, somos llevados a la igualdad

$$(3+1) + (5+3+1+3+5) + (1+3) = 52,$$

y, en el segundo, a

$$(5+3+1) + (7+5+3+1+3+5+7) + (1+3+5) = 72.$$

En ambas expresiones se reflejan las simetrías axiales del patrón de entrecruzamiento.

¿Cuál será la igualdad aritmética general que se puede destilar a partir de estas dos igualdades particulares? ¿Cuál será la expresión para la suma de los n primeros números impares que se puede deducir? ¿Cuál será la relación entre esta expresión y las otras ya obtenidas para esta misma suma?
¿El proceso de descubrimiento de aquellas fórmulas aritméticas podrá proporcionarnos pistas de cómo demostrarlas?

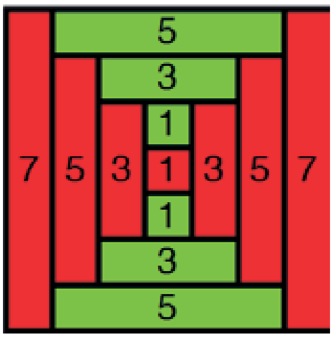


Figura 11.8

11.3 Profundizando...

El tipo de estructura que encontramos en los cestos de fondo cuadrado y de boca circular (Capítulo 10) se presta también a diversas exploraciones educacionales-matemáticas, como me gustaria ilustrar en adelante.
La Figura 11.9 presenta la estructura de entrecruzamiento del centro de uno de estos cestos.

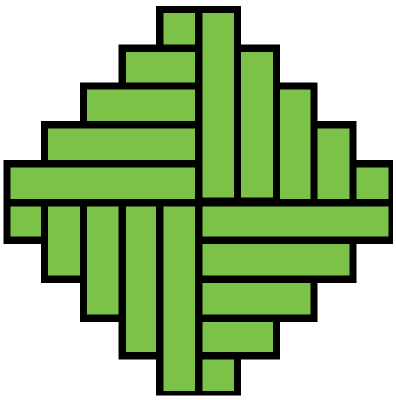


Figura 11.9

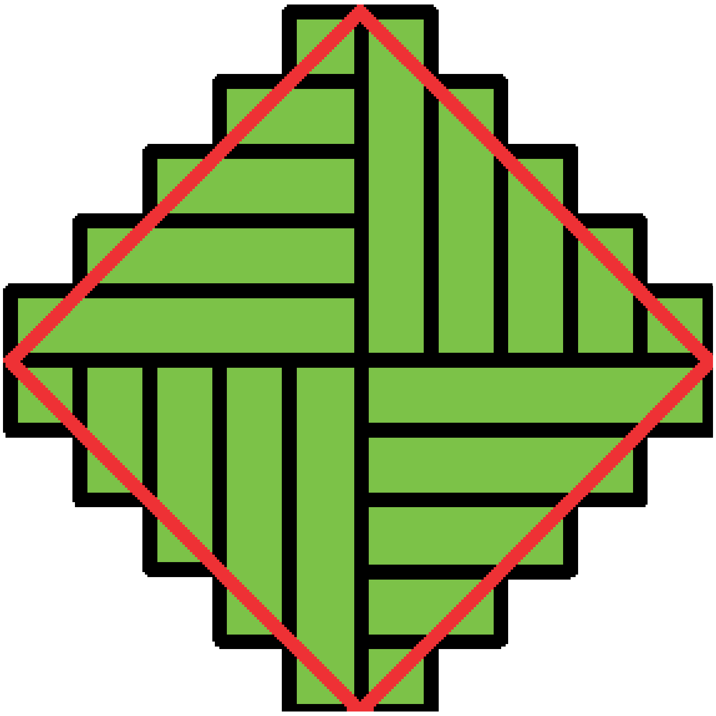


Figura 11.10

De hecho, la diferencia de las áreas es igual a 4x5 medio-cuadraditos. De este modo, tenemos:

4 x (1+2+3+4+5) = 2x52 + 2x5,

Lo que nos lleva a la igualdad

1+2+3+4+5 = (1/2) (52 + 5).

De igual modo, podemos ver que

1+2+3+4= (1/2) (42 + 4),
1+2+3+4+5+6 = (1/2) (62 + 6), etc.

Se puede de esta manera llegar a una fórmula para la suma de los n primeros números naturales:

1+2+3+…+ n = (1/2) (n2 + n).

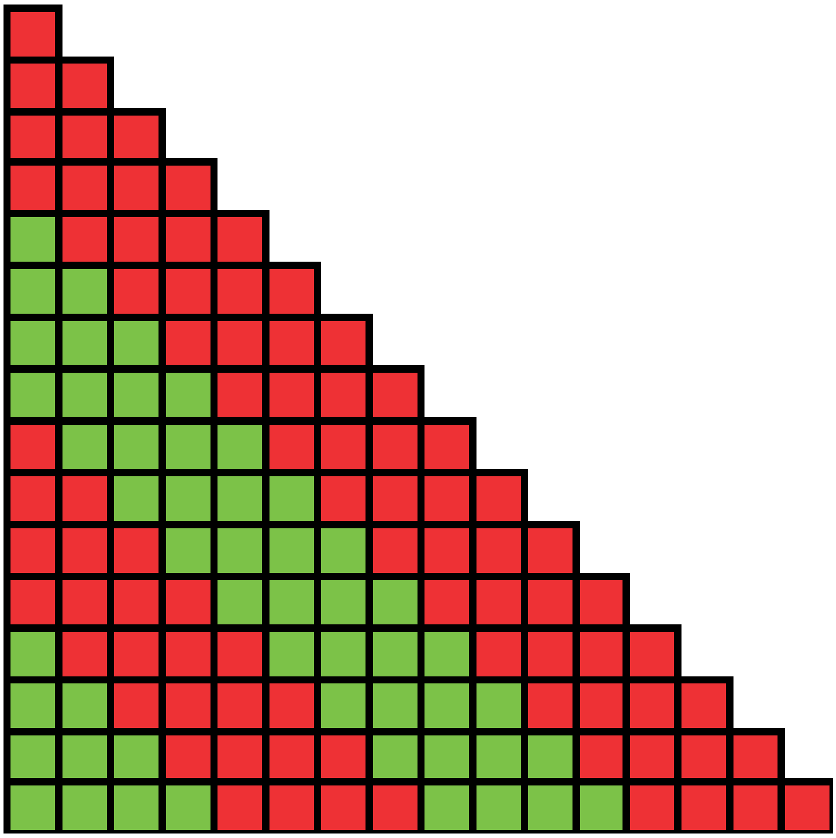


Figura 11.11

Por un lado, el área de este centro, medida en cuadraditos unitarios, es igual a 4 veces (1+2+3+4+5). Por otro lado, el área es un poco superior al área de un cuadrado cuya diagonal mide 2x5 unidades (ver la Figura 11.10).

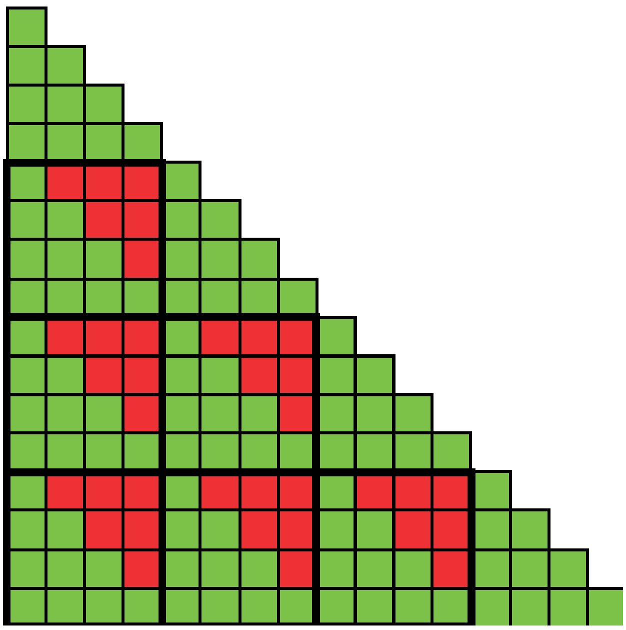


Figura 11.12

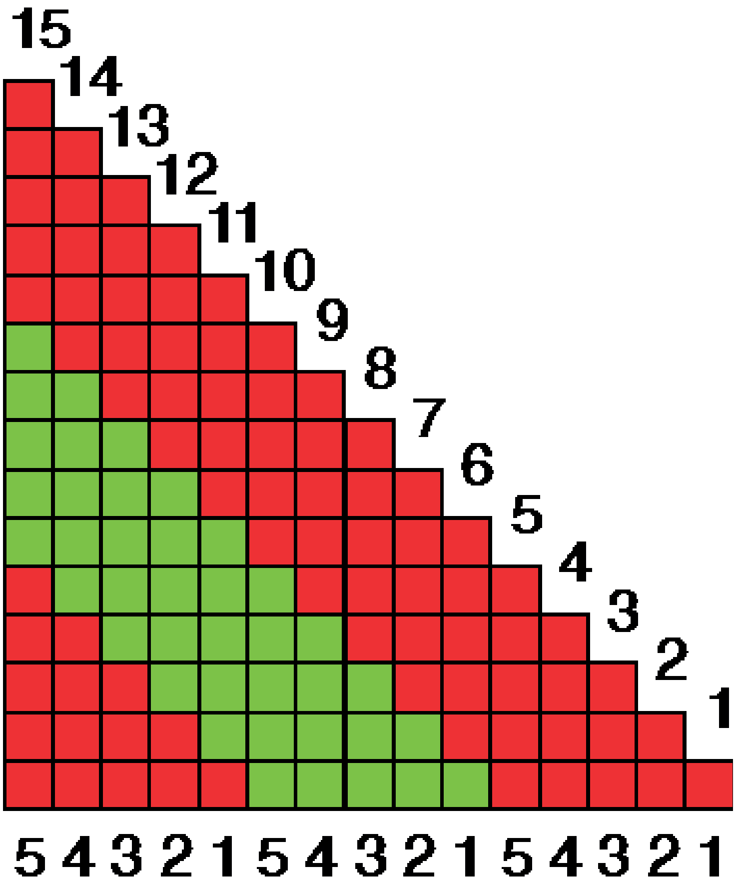


Figura 11.13

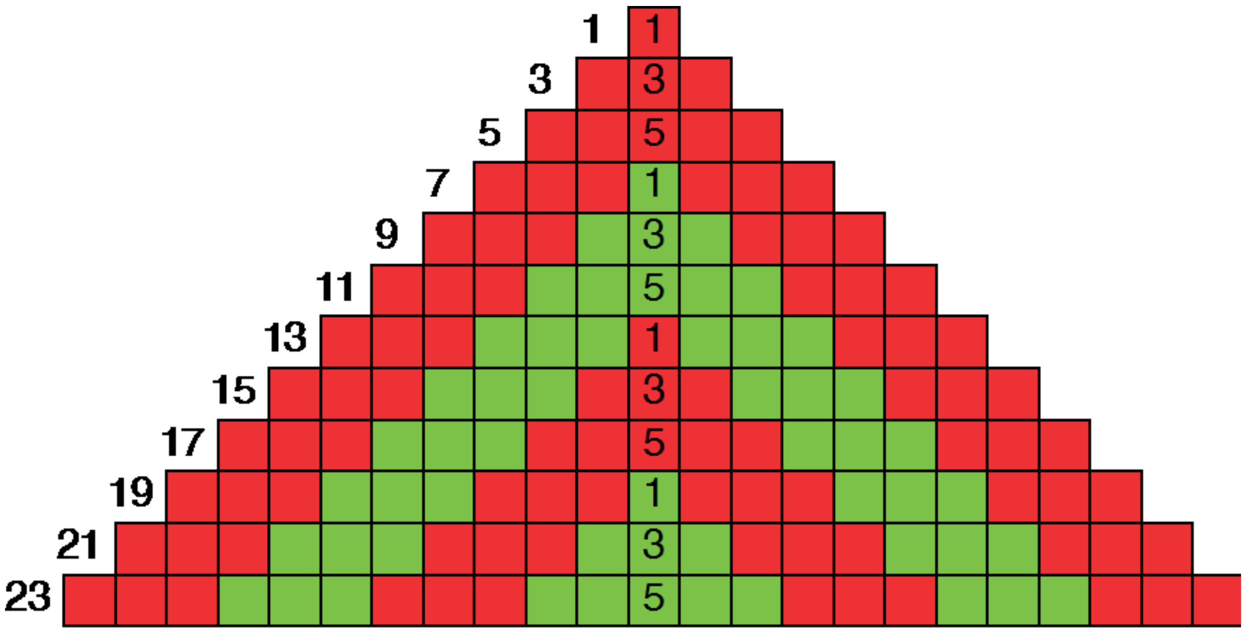
Comparando (ver la Figura 11.13), de la derecha hacia la izquierda, las alturas totales 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, etc. con las alturas hasta llegar a la primera línea dentada 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, etc.

a(n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	...
b(n)	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	...

tenemos un contexto para introducir el conteo ‘módulo 5’:

$$b(n) = a(n) \text{ módulo } 5.$$

El contexto de las ‘mariposas’ puede ser analógamente utilizado para introducir el conteo ‘módulo número par’ (ver el ejemplo en la Figura 11.14).



Conteo módulo 6
Figura 11.14

11.4 Exploraciones educacionales con mi hija Lesira

Regresando del Perú a Mozambique, realicé, experimentando y explorando patrones de entrecruzamiento de los Bora, algunas actividades lúdico-matemáticas con mi hija Lesira de 9 años de edad (ver las Fotografías 11.1 y 11.2). Algunas primas y amigas visitantes participaron en algunas de estas actividades.

Actividad 1
Imprimí diseños de partes de patrones planares bora en papel. Sugerí que las copiasen en papel cuadriculado y después continuasen los diseños, expandiendo los patrones para todos los lados hasta que la hoja de papel quedara llena (ver la Figura 11.15).

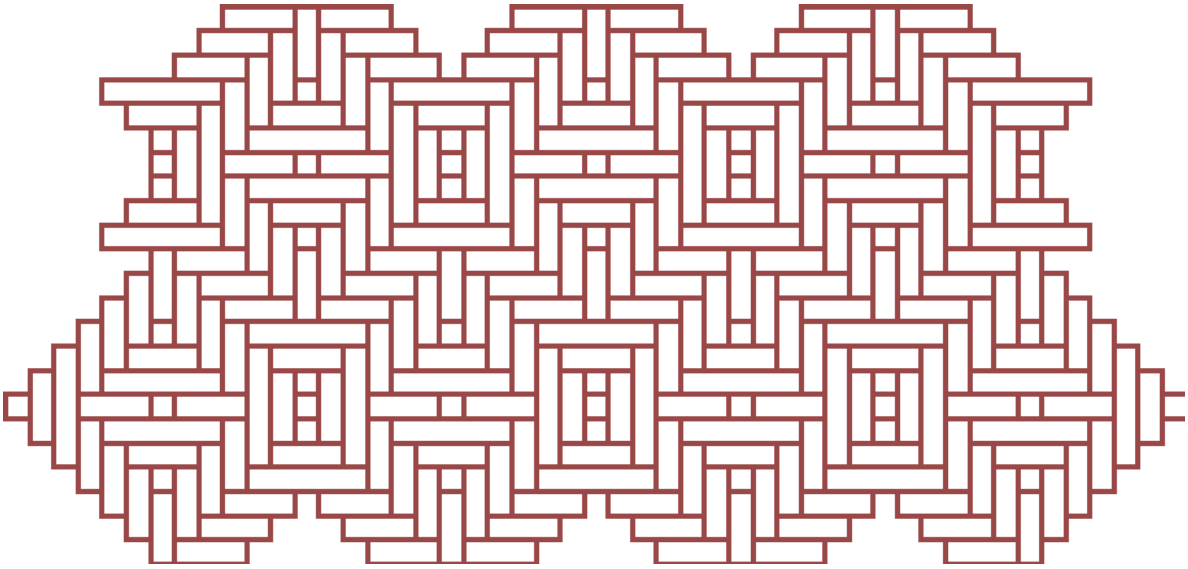


Figura 11.15

Fotografía 11.1

Actividad 2

Imprimí los contornos de varias 'mariposas', sugerí copiarlos en papel cuadriculado para después completar toda la hoja (ver la Figura 11.16).

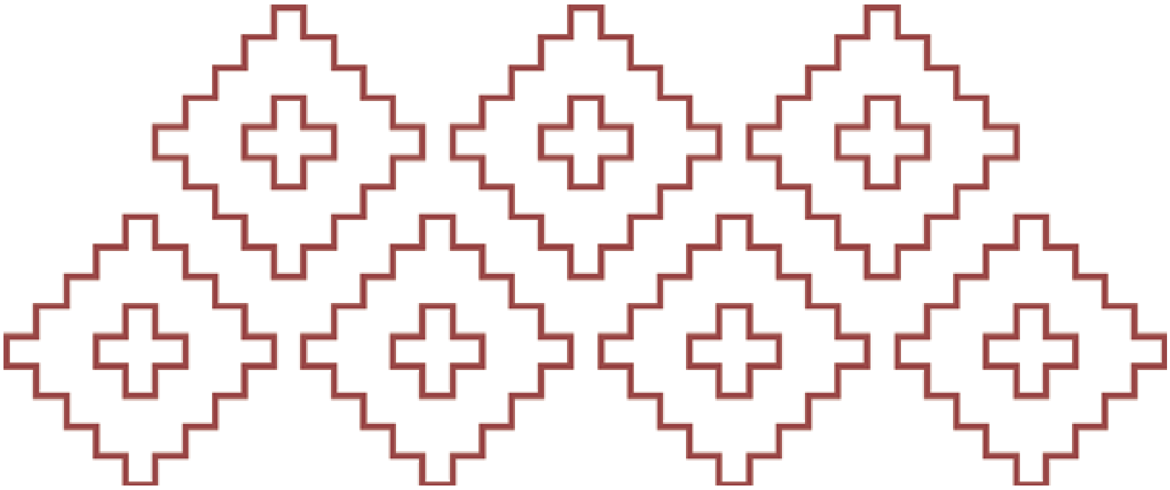


Figura 11.16

Fotografía 11.2

Actividad 3

Imprimí varios patrones planares sin indicar los colores (ver el ejemplo en la Figura 11.17) y pedí para colorear con el mismo color todas las tiras verticales y, con otro color, todas las tiras horizontales.

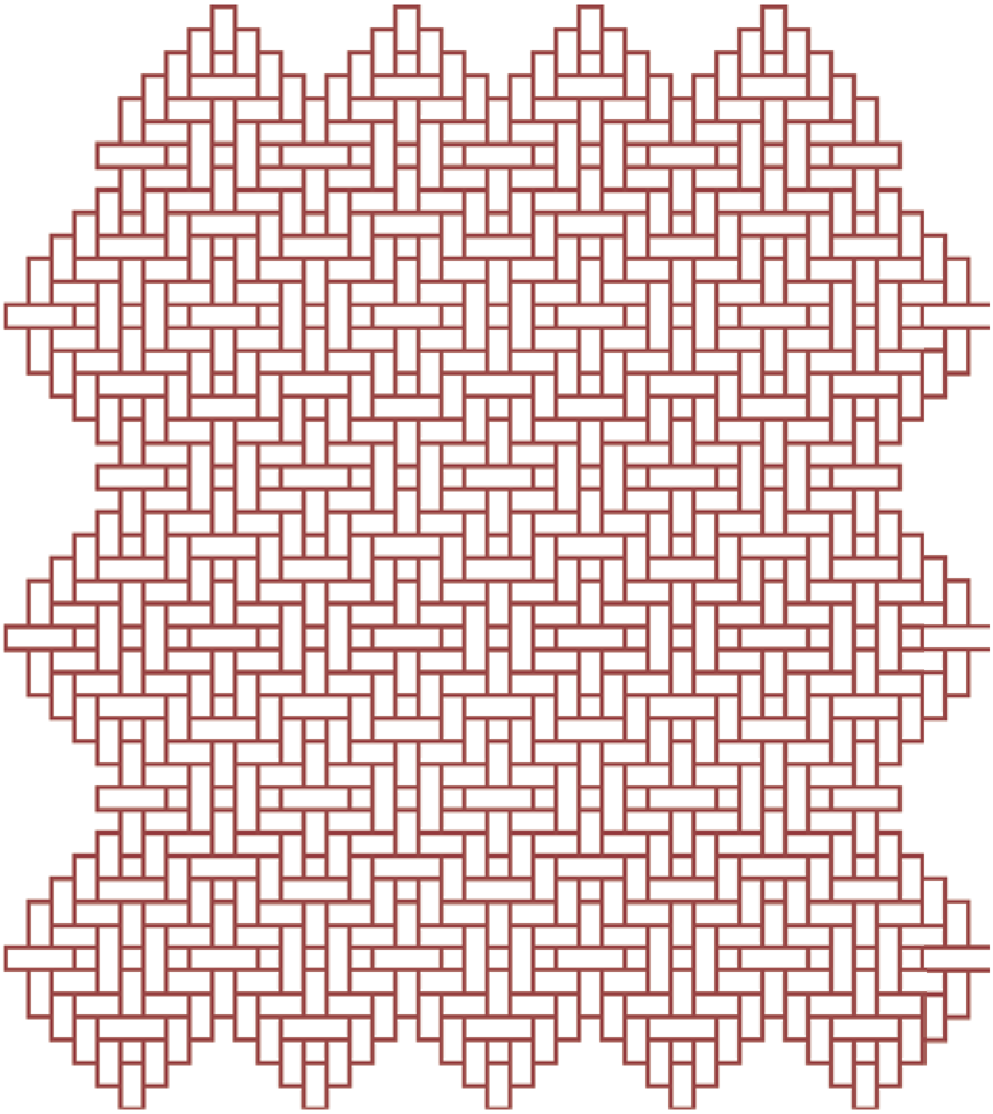


Figura 11.17

Actividad 4

La misma actividad que la actividad 3, pero ahora alternando los colores en las dos direcciones. Esta parecía ser la actividad más atrayente para las niñas.

Actividad 5

La misma actividad que la anterior, pero ahora con tres colores en ambas direcciones. La Figura 11.18 presenta la alternancia de los tres colores en la dirección vertical. La Figura 11.19 hace lo mismo para la dirección horizontal. La Figura 11.20a ilustra lo que ocurre cuando se alternan los tres colores en las dos direcciones, y la Figura 11.20b la impresión visual. La Figura 11.21 presenta otra impresión visual que se obtiene al escoger algún otro orden de los tres colores. ¿Cuántas posibilidades diferentes de estos patrones tricolores existirán? ¿Qué simetrías serán posibles?

Actividad 6

Sugerí inventar nuevos patrones y escoger libremente una forma de colorearlos.

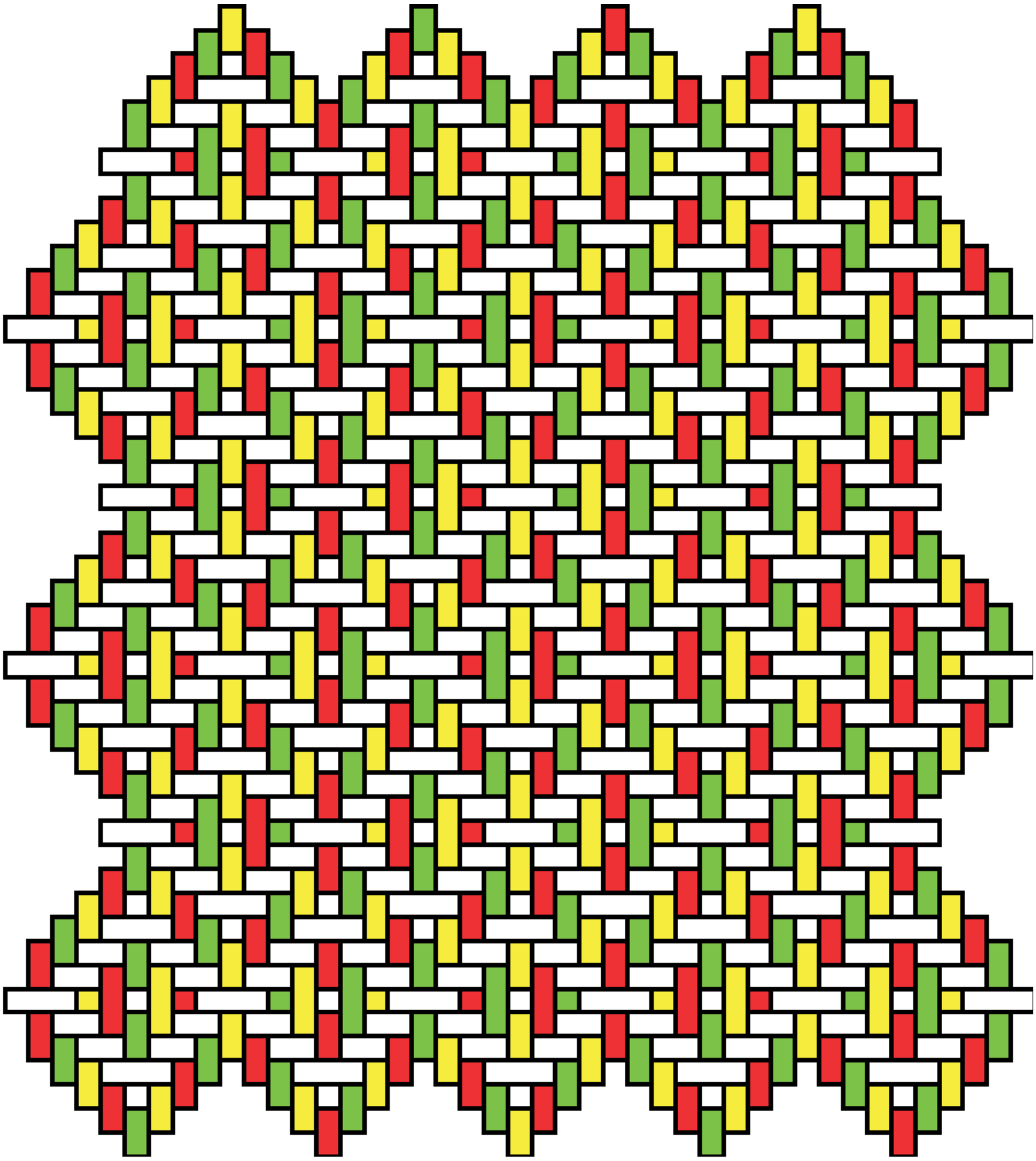


Figura 11.18

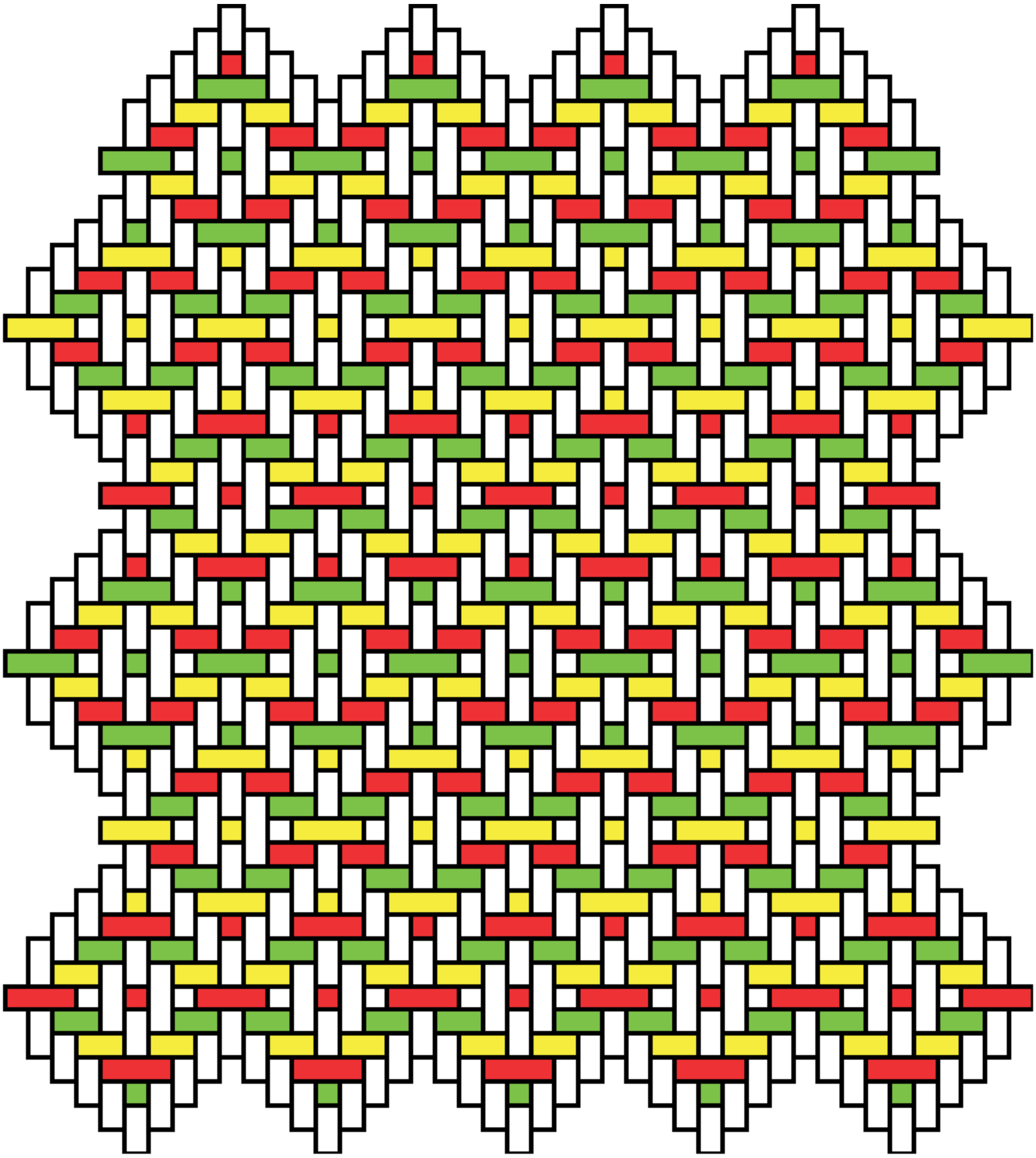
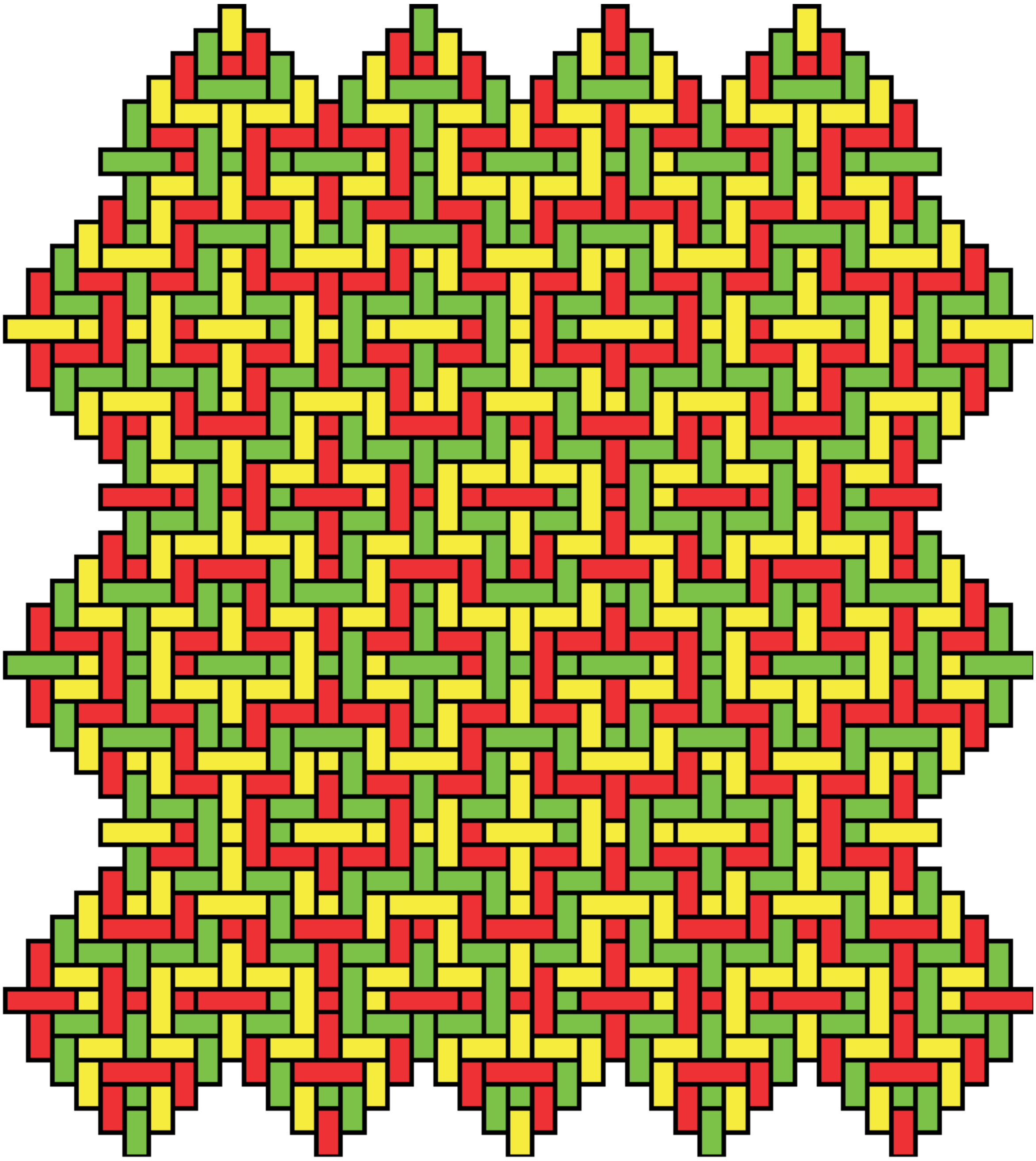


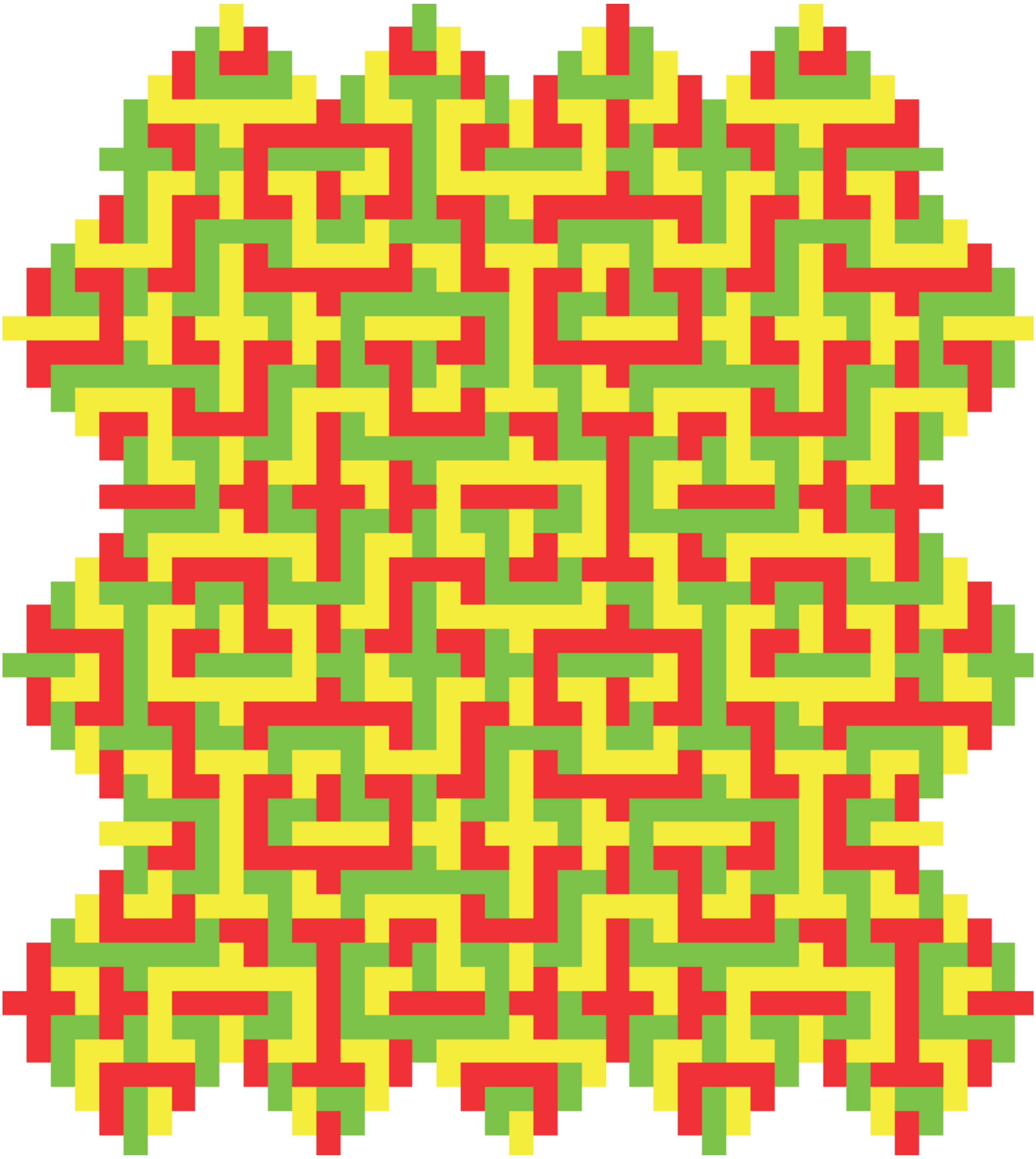
Figura 11.19

Me refiero a estas actividades realizadas con mi hija Lesira para resaltar que habrán muchas maneras de poder aprovechar la cestería geometrizante de los Bora. Las maneras a ser inventadas y exploradas podrán variar de acuerdo al contexto cultural, a la faja etaria, a los objetivos a alcanzar, etc.

Aquí dejo la invitación a los educadores para que lo experimenten.



a
Figura 11.20



b
Figura 11.20

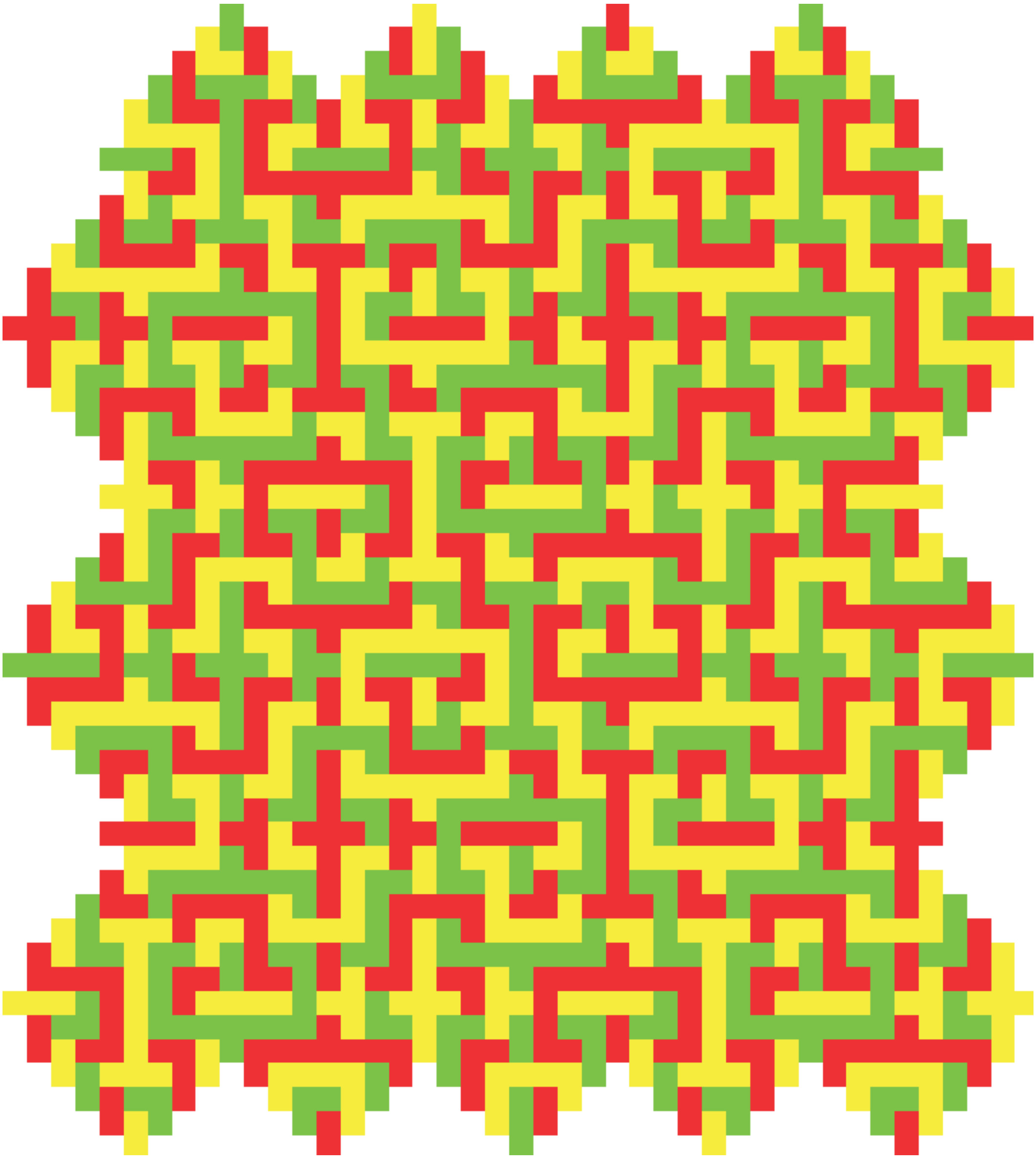


Figura 11.21

Capítulo 12

Sobre etnomatemática y educación bilingüe intercultural

¿Miedo por la matemática?

En todo el mundo, hay muchos niños y niñas que tienen miedo de la matemática escolar, tienen miedo de reprobar en la disciplina de matemática. Hasta hay adultos que odian la matemática. Bastantes niños encuentran que la mátemática es muy extraña: por ejemplo, viviendo en una zona montañosa, donde van de la escuela para su casa subiendo y bajando en líneas curvas, deben diseñar en el cuaderno escolar una línea zigzagueando en ángulos rectos de la casa hasta la escuela. Así, la matemática les parece poco útil. ¿A quién y para qué sirve esta matemática al final?

¿Será que este miedo, este odio, esta estrañeza, esta inutilidad son propios de la naturaleza de la matemática? ¿Será que son consecuencia de su nivel de abstracción, consecuencia de su construcción deductiva a partir de axiomas? ¿Será?

O, muy diferente, ¿tendrá que ver con el carácter de la educación matemática, con la manera como se enseña la matemática, con la forma como se presentan las ideas matemáticas? ¿Será que está relacionado con la motivación de los alumnos? ¿Con su autoconfianza?

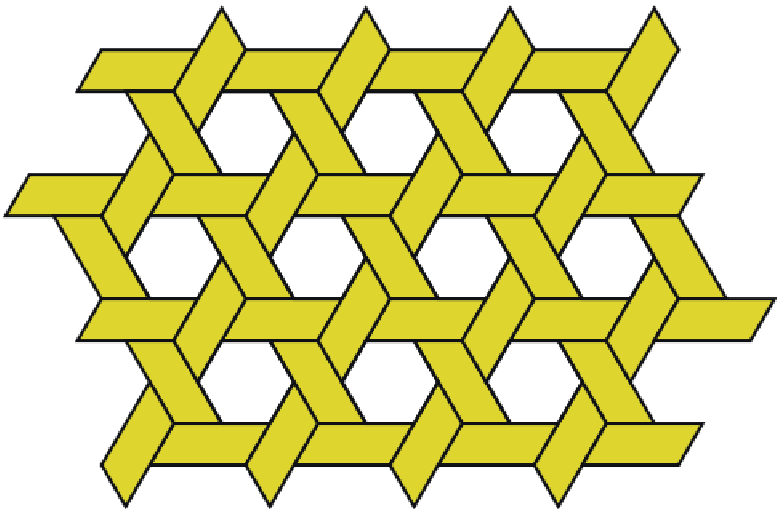
Pero, ¿esta motivación y autoconfianza dependen de qué?

Para reflexionar sobre estas interrogantes, y otras relacionadas, será bueno consultar a la etnomatemática.

1.- El artículo “Sobre etnomatemática y educación bilingüe-intercultural” es un texto de divulgación, elaborado inmediatamente después de la conclusión del seminario para la su inclusión en el Boletín de Educación Bilingüe de Perü. Fue publicado en el libro *Etnomatemática: Reflexões sobre Matemática e Diversidade Cultural* (Etnomatemática: Reflexiones sobre matemática y Diversidad Cultural), Edições Húmus, Ribeirão, 2007, pp. 155-161.

Consultar a la etnomatemática

La Etnomatemática es el área de investigación que estudia las multifacéticas relaciones e interconexiones entre ideas matemáticas y otros elementos constituyentes culturales, como la lengua, el arte, la artesanía, la construcción, la educación. Es el área de investigación que estudia la inlfuencia de factores culturales sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; es el área de investigación que estudia los conocimientos matemáticos de los pueblos llamados 'indígenas'. La etnomatemática es también el área de investigación que estudia el saber hacer y los conocimientos matemáticos adquiridos y desarrollados en la actividad práctica, por los vendedores en las calles, por los que cambian dinero, por los cesteros, por los pintores, por las constureras, por las tejedoras, por los jugadores de diversos deportes, por las cocineras…
La etnomatemática muestra qué ideas matemáticas existen en todas las culturas humanas, en las experiencias de todos los pueblos, de todos los grupos sociales y culturas, tanto de hombres como de mujeres.



Patrón de entrecruzamiento hexagonal
Figura 12.1

La Etnomatemática y la historigrafía de la matemática muestran, en conjunto, cómo los pueblos descubrieron ideas matemáticas a partir de sus actividades prácticas. En circunstancias en cierta medida similares, ideas semejantes podrían haber sido descubiertas y/o utilizadas, como los cesteros Awajún y Ticunas de la Amazonía peruana producen cestos de pesca como agujeros en forma de hexágonos regulares, tal como los cesteros de Makonde y Makhuwa del noreste de Mozambique en el África austral lo hacen (Figura 12.1; Fotografía 12.1). En circunstancias diferentes, ideas matemáticas diferentes pueden ser descubiertas. La etnomatemática muestra que existe una gran variación en los métodos inventados en varias partes del mundo para resolver ciertos problemas de índole matemática.

Cesto en la 'Comunidad Educativa' de Zungarococha
Fotografía 12.1

Etnomatemática y educación

La etnomatemática y la historiografía de la matemática muestran como muchos de los contenidos de la matemática enseñada en las escuelas primarias y secundarias tienen su origen en escuelas asiáticas y africanas, con algunas semejanzas en las culturas indígenas de las Américas. Muestran que no todos los contenidos tienen su origen en el llamado occidente. Demuestran que no existe una metemática occidental. Existe sí una matemática universal, patrimonio de toda la humanidad. Todos los pueblos, de todos los tiempos, pueden contribuir para esta matemática universal. Todos los pueblos tienen el derecho de poder aprender y usufructuar del saber acumulado, y de poder contribuir para su enriquecimiento. Reside aquí una dimesión ética y moral de la reflexión etno matemática.

Matemática universal y pueblos indígenas peruanos

Si observamos, por ejemplo, la construcción de malocas en el seno del pueblo Awajún, podemos ver como conceptos de la matemática universal como la circunferencia, el rectángulo, el ángulo recto, la pirámide están involucrados. En la fabricación de sus canastas de pesca los hombres awajún construyen los agujeros de forma de un hexágono regular y las esquinas de las mismas de forma pentagonal regular.

Participantes del seminario analizando la construcción de una casa
('Comunidad Educativa' de Zungarococha)
Fotografía 12.2

La Etnomatemática muestra que frecuentemente en las escuelas, los conocimientos de los alumnos adquiridos fuera de ella no son tomados en cuenta. La manera de presentación de las materias puede ser tan extraña al mundo del niño que puede quedar confusa, y hasta perder conocimientos y habilidades.

La Etnomatemática muestra que todos los niños tienen el potencial para aprender matemática. Tal como en una sociedad de cazadores todos los niños pueden aprender a cazar, pudiendo algunos volverse verdaderos maestros que saben orientar a otros; tal como en la cultura Bora todos los niños pueden aprender a entrecruzar paneras circulares, pudiendo algunos volverse verdaderos especialistas; también todos los niños pueden aprender a hacer matemática, pudiendo algunos volverse verdaderos especialistas, volviéndose ingenieros, economistas, profesores de matemáticas o hasta investigadores profesionales de la matemática.

La etnomatemática demuestra que aunque el miedo a la matemática, el odio, la extrañeza, la inutilidad pueden parecer naturales, en realidad no lo son, sin embargo, son producidos en determinados contextos educacionales que descuidan y menosprecian las culturas de los alumnos de la misma forma en que descuidaron los factores que influenciaron en el desarrollo del saber de la humanidad a lo largo de la historia. Este miedo, odio, etc. no son fenómenos naturales, ellos pueden ser superados o, mejor, evitados, contribuyendo para la realización del potencial de cada alumno.

Realizar el potencial

La etnomatemática demuestra que una condición para que la escuela contribuya a la realización del potencial de cada niño, reside en la integración e incorporación de los conocimientos matemáticos que el niño aprende fuera de la escuela. Este aprendizaje fuera de la escuela puede ser informal, puede ser espontáneo, pero es real. El niño está a voluntad en su contexto cultural en su manera de contar en su lengua materna. Este contexto debe constituirse en el fondo sobre el cual se continúa en la escuela, es la condición importante. Aumenta también la motivación y la autoconfianza individual de cada niño. Esto es importante pero no suficiente.

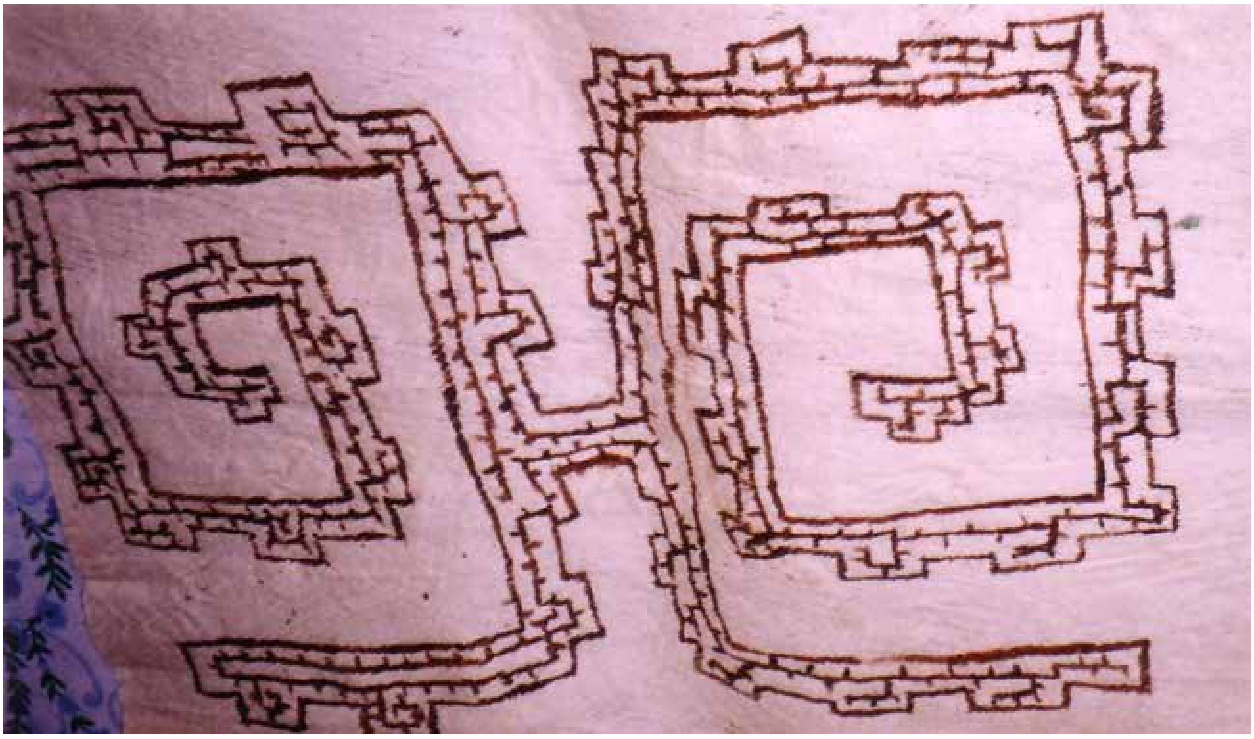
La etnomatemática demuestra que otra condición indispensable reside en la integración e incorporación, en el proceso de la enseñanza-aprendizaje, de los conocimientos, del saber y del saber–hacer de la cultura del pueblo a la cual pertenece el niño. Solo así se puede aumentar la autoconfianza cultural y social: nuestros pueblos indígenas fueron capaces de..., o mi pueblo es capaz de..., entonces yo puedo ser capaz de..., los cesteros en mi familia son capaces de..., entonces yo también puedo serlo.

De la misma manera que los estudios de educación infantil (etno-educación) demuestran que la alfabetización (crear su escritura) es un acto único a realizar en la lengua de la comunidad y no en una lengua ajena al contexto de la vida diaria del niño, la Etnomatemática demuestra que a través de esta integración e incorporación se puede construir un puente entre, por un lado, la cultura y la histroria cultural y, por otro lado, el patrimonio universal, pudiendo las nuevas generaciones escoger los conocimientos necesarios para el desarrollo en armonía de sus comunidades. Las opciones pueden variar de cultura a cultura, reforzando o desarrollando la individualidad, la identidad y el bienestar de los pueblos.

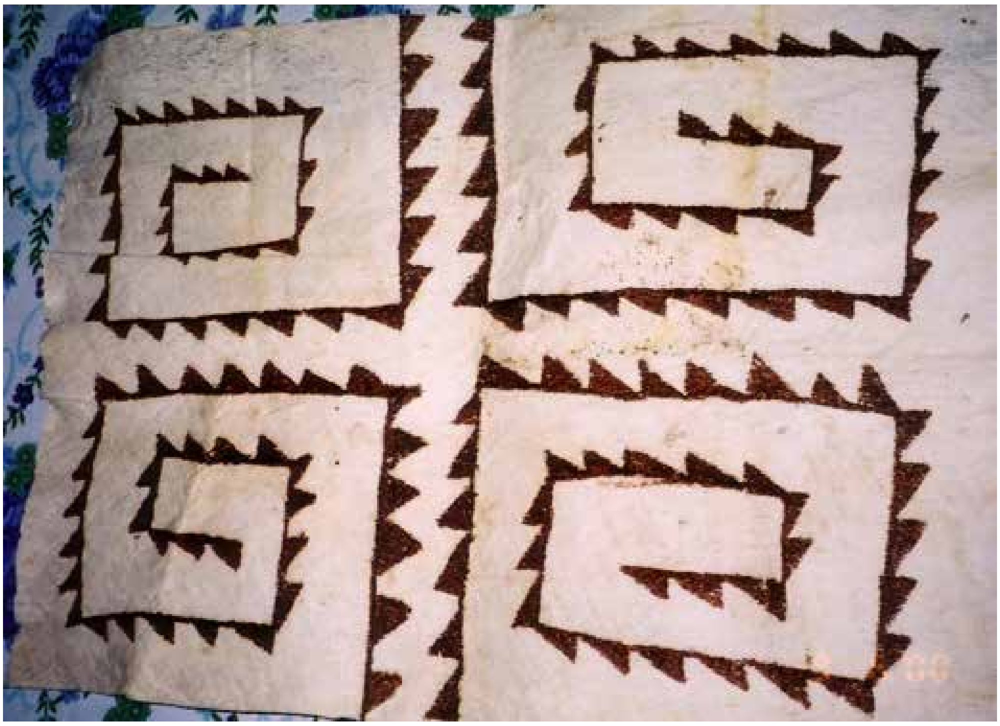
El cómo hacer la integración y la incorporación en condiciones concretas constituye uno de los desafíos principales para la intervención educacional etnomatémática en cada país.

Perú un país multilingüe, pluricultural y multimatemático

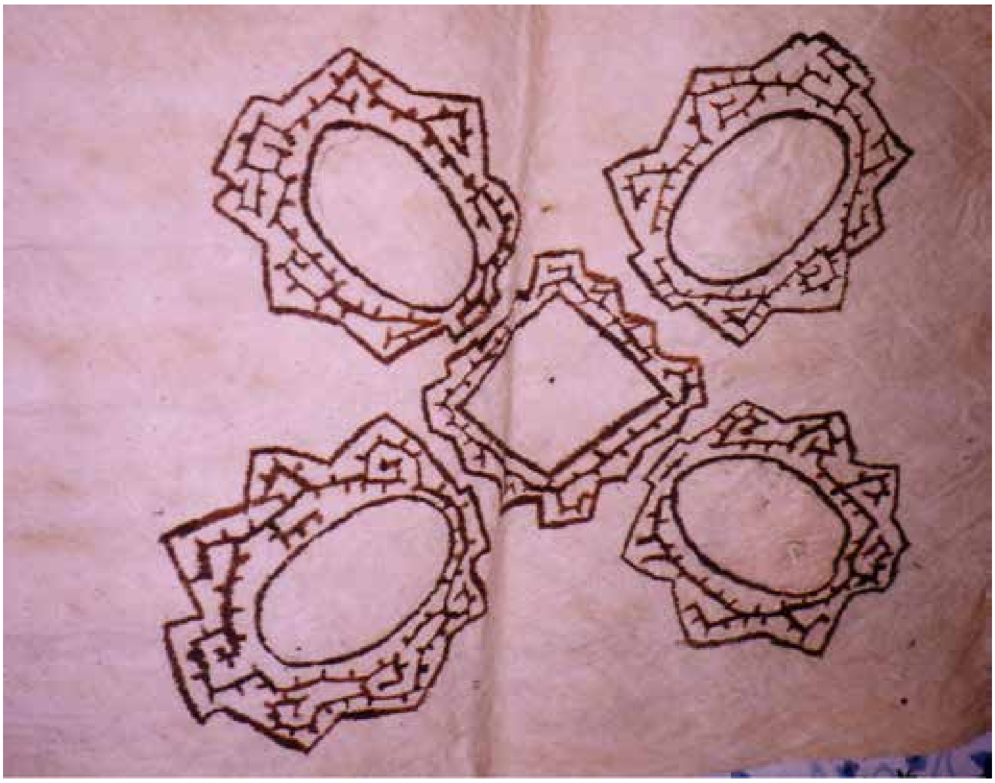
Perú es un país multilingüe y pluricultural (Boletín UNEBI, N°3, pág. 6). Me gustaría añadir, que Perú es también un país multiaritmético y plurigeométrico. Han habido varias matemáticas en el Perú. Desde las geometrías pre-incaicas y la contabilidad y las aritméticas de los quipus (cf. Ascher & Ascher) y de las yupanas (cf. Pacheco Ríos) de los Incas, hasta las geometrías de los diseños de las mujeres Shipibo y de las paneras decoradas de los Bora en la Amazonía.



a



b



c

Diseños simétricos hechos por mujeres Shipibo en tejidos
(‘Comunidad Educativa’ de Zungarococha)
Fotografía 12.3

Cada pueblo tiene una cultura, cada pueblo tiene una lengua. De la misma manera, cada pueblo tiene su matemática: su manera de contar, su manera de medir, su manera de estimar, su manera de orientarse en el espacio y en el tiempo, su manera de inventar formas, su manera de decorar sistemáticamente, su manera de explorar simetrías, su manera de clasificar...

Desde el nacimiento, un niño está influido por la cultura de su pueblo, por su vecindad, su familia. Desde el nacimiento el niño bebe la leche de su madre, "bebe" también la 'leche matemática' de la madre, del padre, de los abuelos, de los hermanos, de los vecinos...

Tal como cada niño aprende la lengua materna, cada niño aprende la matemática materna, la matemática familiar, la matemática de su cultura, la matemática de su pueblo. La lengua materna del alumno es el punto de partida. Es en ella que se alfabetiza. Es la palanca para poder adquirir más conocimientos y más habilidades, la palanca para poder pensar más..., inclusive la palanca para poder aprender otras lenguas.

En una educación que reconoce y aprovecha la existencia de muchas culturas se abre el horizonte del alumno, enriqueciéndolo con experiencias de otros pueblos y de otros tiempos.

Así puede ser también en la educación matemática: la matemática materna, la matemática familiar, la matemática de la cultura del alumno puede constituir más que un punto de partida, más que una palanca para ascender a más conocimientos y habilidades matemáticas, una palanca para poder pensar e imaginar más..., inclusive para aprender más (ideas) matemáticas, enriqueciendo el horizonte matemático del alumno con experiencias matemáticas de otros pueblos y de otros tiempos.

Culinaria y matemática materna

Cuando una madre prepara la comida para la familia no solo tiene que haber conseguido todos los ingredientes en cantidades suficientes para el plato escogido y para las personas que van a comer. Ella tiene que tener cantidades de combustible/energía y agua suficientes. Ella debe tener las ollas, los cestos y otros recipientes en cantidad suficiente y de la forma adecuada. Todo esto y mucho más, la madre evalúa, calcula de una forma o de otra antes de comenzar a cocinar. Después, para poder preparar una comida de calidad, todo esto aún no basta. Es necesario preparar los ingredientes correctamente, y sabiendo cómo y cuándo los junta y en qué cantidades precisas. Todo el saber para hacer una buena comida fue adquirido por la mujer en la educación familiar y cultural. Todo este saber hace parte del saber culinario materno. Y en todo este saber y saber-hacer está integrada la matemática: saber evaluar las cantidades y formas, saber estimar o medir el tiempo, la temperatura... La culinaria materna involucra parte de la matemática materna..., involucra otros conocimientos también, biológicos, físicos, químicos... El deber de los educadores y de cada profesor indígena es re(conocer) y revelar estas facetas científicas y utilizarlas en la educación escolar.

Tomando la cultura como base en el desarrollo de la educación matemática, se puede con certeza aumentar la motivación y la autoconfianza de los niños. En un contexto donde viven varias culturas y vivirán en una proximidad geográfica, es importante apoyarse en la historia y en las bases culturales materiales de los varios pueblos y grupos constituyentes, para todos sentirse valorados y respetados.

Seminario de etnomatemática

El seminario sobre etnomatemática realizado en el mes de junio de 2000 en Iquitos, en el ‘Programa de Formación de Maestros Bilingües’ (PFMB) constituye para mí una experiencia extremadamente positiva. Conocer las investigaciones ya realizadas, en particular en las áreas de neonumeración, formas y medidas, ver profesores indígenas, lingüistas, antropólogos y profesores de matemática, juntos, comprometidos en el reconocimiento, en la comprensión y en la exploración de elementos matemáticos en las culturas indígenas de la Amazonía peruana fue muy gratificante. Ver a estos docentes trabajando juntos en un ambiente en el que todos pueden aprender unos con los otros en condiciones de igualdad, fue verdaderamente inspirador. La riqueza cultural peruana en toda su diversidad, asociada al entusiasmo, a la modestia y a la persistencia de los participantes en el seminario me da toda la confianza de que el futuro de la Etnomatemática en el Perú, como instrumento para mejorar la calidad de la educación de todos, será brillante.

Iquitos, junio de 2000

Anexos

Anexo 1
Cestería, etnomatemática e historia de la matemática

En este anexo se reproducen las palabras previas y las consideraciones finales del artículo "Níjtyubane. Sobre algunos aspectos geométricos da cestaria Bora em la Amazónia peruana" ("Níjtyubane. Sobre algunos aspectos geométricos de la cestería Bora en la Amazonía peruana"), publicado en la *Revista Brasileira de História da Matemática* (Revista Brasilera de Historia de la Matemática) (Octubre de 2003, Vol. 3, Nº 6, pp. 3-22).

Palabras previas

Muchos pueblos no aparecen referidos en los libros de la historia de la matemática. Esto no significa que estos pueblos no hayan producido ideas matemáticas, significa solo que sus ideas (aún) no eran conocidas, comprendidas o analizadas por los matemáticos profesionales y por historiadores del conocimiento matemático. Un papel de la Etnomatemática como área de investigación reside en contribuir con estudios que permitan iniciar el reconocmiento de ideas matemáticas de estos pueblos, valorizando su saber de diversas maneras, inclusive estimular que ese saber puede servir como base para la partida de la educación matemática. Habiendo la etnomatemática nacido en el Brasil con las reflexiones de Ubiratan D'Ambrosio, me siento honrado con la invitación de la Revista Brasilera de Historia de la Matemática que me fue dirigida por el editor Sérgio Nobre para contribuir con un tema histórico-etnomatemático.
Un área fértil de exploración simétrico-geométrico ha sido, en muchas culturas olvidadas en los libros de la historia matemática, la de la concepción y fabricación de esteras y cestos entrecruzados[1].

---

[1]En la literatura brasilera hay autores que prefieren el término de 'trenzado realzado' para la subcategoría de 'trenzado entrecruzado' y 'entrelazado' en que se producen diseños geométricos (ver Ribeiro, 1985, p. 47). Velthem (1998, p. 161) habla de 'patrones realzados'. El término en inglês es 'twill-trenzado'.

Consideraciones finales

Expreso la esperanza de que el texto presentado y el presente libro *Geometría y Cestería de los Bora en la Amazonía Peruana* puedan servir de punto de partida estimulante para la historiografía de la geometría de los Bora. El equipo del PFMB y de AIDESEP, dirigidos por el matemático Dubner Medina Tuesta, ya había avanzado con el análisis de la numeración bora (cf. Thiesen, 1975) y con la elaboración de los primeros libros escolares de matemática en la lengua bora. Estas dos actividades ya marcan un paso crucial en la historia del pueblo Bora, luchador arduo por su sobrevivencia.

Una reflexión profunda sobre una práctica consecuente de educación matemática, en el contexto de la lucha por la sobrevivencia de un pueblo indio en el Brasil, se encuentra en el manuscrito "Ensinar matemática e ciência indígena ou como aprendi do povo tuyuka" ["Enseñar matemática y ciencia indígena o como aprendí del Pueblo tukuya"] (Bazin 2001)[2].

Me gustaría ver que el texto que se presenta aquí pueda estimular el estudio en el Brasil de cestos de reborde circular y de fondo entrecruzado. La etnografia de los (en)trelazados Wayana de Velthem (1998) presenta mucho material que invita a una reflexión histórica-etnomatemática de una investigación de campo. En Ricardo (2000) se proporciona información sobre cestería baniwa de arumá, inclusive sobre algunos patrones de entrecruzamiento y sobre los tipos de cestos circulares entrecruzados, el cesto 'walaya' y la panera 'dopítsi'. Para los Baniwa, el diseño del trenzado formando cuadrados dentados concéntricos es el primero que cada niño aprende.

Probablemente los primeros estudios en el contexto brasilero en que se analizan las posibles razones de la aparición de cuadrados dentados concéntricos en la cestería sean los de Max Schmidt. En Schmidt (1905, pp. 330-403 [traducción brasilera 1942]) se introduce el concepto de cuadrilátero de entrecruzamiento [en alemán: Geflechts-viereck], se hablan de las propiedades matemáticas de estos cuadriláteros y se estudia la transposición de patrones de entrecruzamiento para otros contextos de la ornamentación (cf. Schmidt 1904, 1926). En su autobiografia Schmidt resalta haber demostrado que los orígenes de la mayoría de los ornamentos geométricos de los indígenas sudamericanos derivan de la técnica de entrelazar (Schmidt 1955, p. 120)[3] . Tal vez se puede sugerir que se haga un estudio histórico de los aspectos etnomatemáticos 'avant la lettre' de la obra de Max Schmidt.

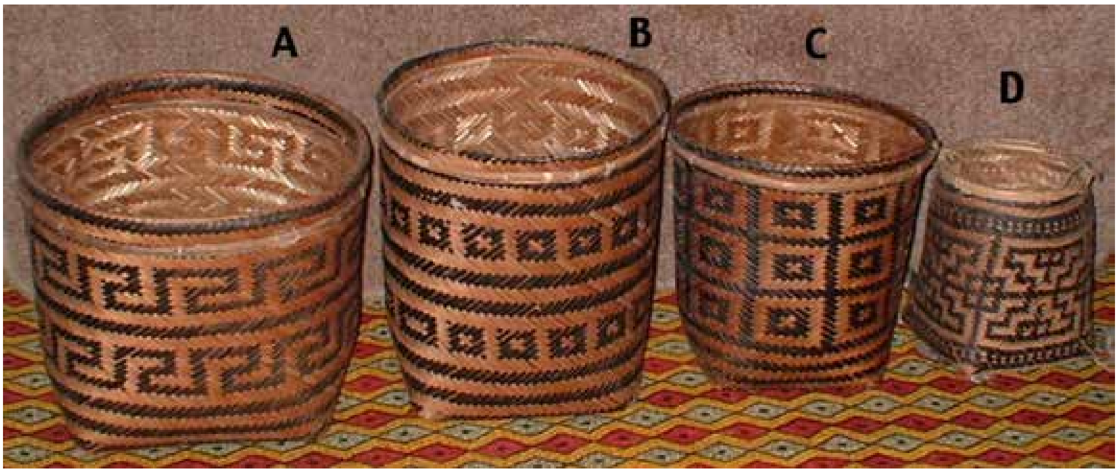
[2]Infelizmente el texto contiene varios errores de dactilografía y la coloración de la Figura 169 es errada (p. 342). Aún no tuve la oportunidad de ver la traducción brasilera

[3]La autobiografía incluye la lista de las 81 publicaciones de Max Schmidt.

Anexo 2

Aritmética y ornamentación geométrica: el análisis de algunos cestos de indios del Brasil

Respondiendo a una invitación de María Aparecida Viggiani Bicudo orienté, en los meses de abril y mayo de 1988 en el curso de Post Grado en Educación Matemática de la Universidad Estatal de Sao Paulo (UNESP), en Río Claro (Brasil), un seminario sobre etnomatemática. En la tentativa de presentar algunos ejemplos del Brasil, además de ejemplos de África, adquirí varios cestos. En el artículo que sigue se presenta un análisis de la ornamentación geométrica de estos cuatro cestos. Se observa una estrecha relación entre aritmética y la calidad de la decoración geométrica.



A B C D

Fotografia A 1

4 Este artículo había sido inicialmente publicado en el primer número especial de la revista *BOLEMA* (Boletín de Educación Matemática), Universidad Estadual Paulista, Rio Claro, 1989, 11-34, y fue reproducido en la revista *QUIPU*: Revista Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología, Ciudad de México, 1989, 6, 171-187, en el libro: Mariana Kawall Leal Ferreira (org.), *Idéias Matemáticas de Povos Culturalmente Distintos* [Ideas Matemáicas de Pueblos Culturalmente Distintos], Global Editora, São Paulo, 2002, 206-220, y en el libro Paulus Gerdes, *Etnomatemática: Reflexões sobre Matemática e Diversidade Cultural* [Etnomatemática: reflexiones sobre Matemática y Diversidad Cultural], Ediciones Húmus, Famalicao, 2007 (Portugal, 2007, 99-116).

La Fotografía A1 muestra cuatro cestos cilíndricos con fondo cuadrado. Los cestos A, B, y C, fueron comprados en Río Claro. De acuerdo a lo que informó la vendedora, ellos provienen de pueblos indígenas del norte de Brasil. El último cesto (D) fue ofrecido en São Paulo y proviene de la ALDEA Kamayurá, de los indios Wai-Wai.

Las tiras de planta se entrelazan de tal modo que hacen ángulos de 45°, tanto con los lados del fondo cuadrado cuanto con la abertura redonda del cesto. Este tipo de cesto puede ser visto en diversas regiones del mundo, como Indonesia, Mozambique, Perú y Guyana. En la sección "¿Cómo se pueden entrecruzar cestos con fondo achatado?" del libro *Sobre el despertar del pensamento geométrico* (1987, número 3.6; 1992a, 1992b, 2003), analicé las consideraciones de la naturaleza geométrica que, probablemente hubiesen contribuido para la invención del referido cesto. Prosiguiendo el estudio anterior, pretendo en este trabajo abordar otra interrogante. ¿Cuales son las reflexiones de índole matemática que pueden desempeñar un papel em la ornamentación de los cestos cilíndricos de fondo cuadrado? Tomo como punto de partida los cestos presentados en la Fotografía A1.

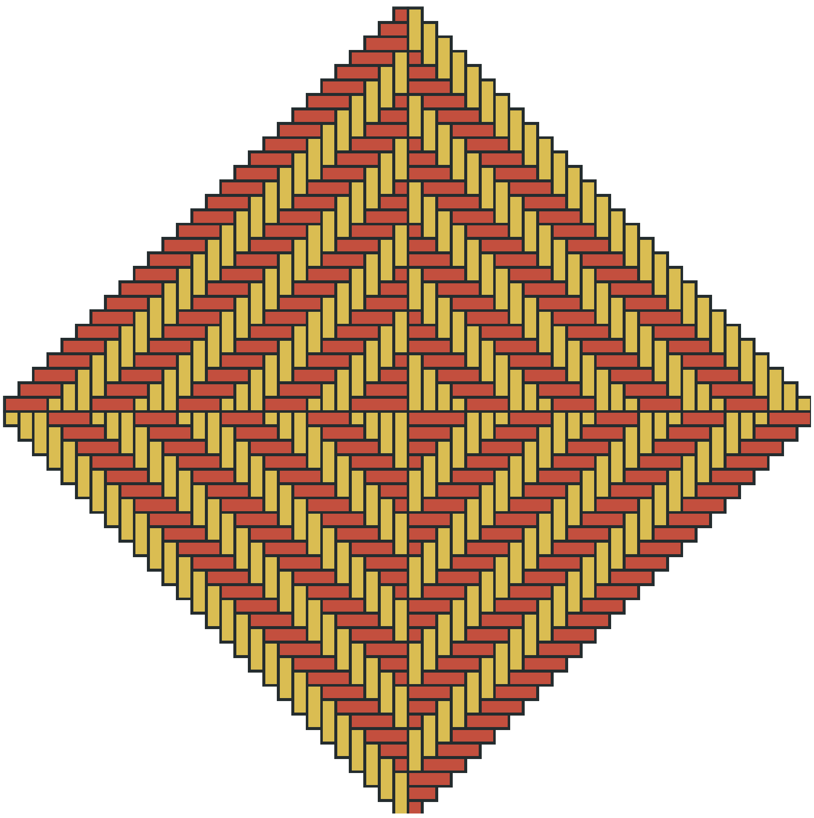


Figura A 1

Como se sabe, en el caso de las esteras se pueden generar lindos patrones al colorear las tiras de una dirección, en tanto que las de la otra dirección mantienen el color natural (amarillada-blanca) [ver el ejemplo en la Figura A1].

A primera vista, puede parecer que los patrones negro-blanco de los cestos A, B, C, y D fueron obtenidos de la misma manera, o sea, entrelazando de forma cruzada un grupo de tiras negras, con un grupo de tiras blancas, y en realidad no es así. Si los cestos cilíndricos de fondo cuadrado fuesen entrecruzados del mismo modo que una estera, es decir, utilizando tiras blancas y negras, no se obtendrían, de ninguna forma, curvas (cesto A) u otros ornamentos negro y blanco. Las tiras negras irían a cruzarse con otras tiras negras; tiras blancas, con blancas. La explicación para esta imposibilidad se encuentra en una particularidad de este tipo de cesto cilíndrico, de fondo cuadrado. Cada tira de la planta sale del fondo en dos lugares. Como ilustra el esquema en la Figura A-2, una parte de la tira para encima, en una espiral para la izquierda, en tanto que la otra parte gira hacia arriba, en una espiral hacia la derecha. Por esta razón, cada tira de la planta se cruza en la pared cilíndrica del cesto, con la misma y con todas las tiras que, en el fondo del cesto, aún eran paralelas.

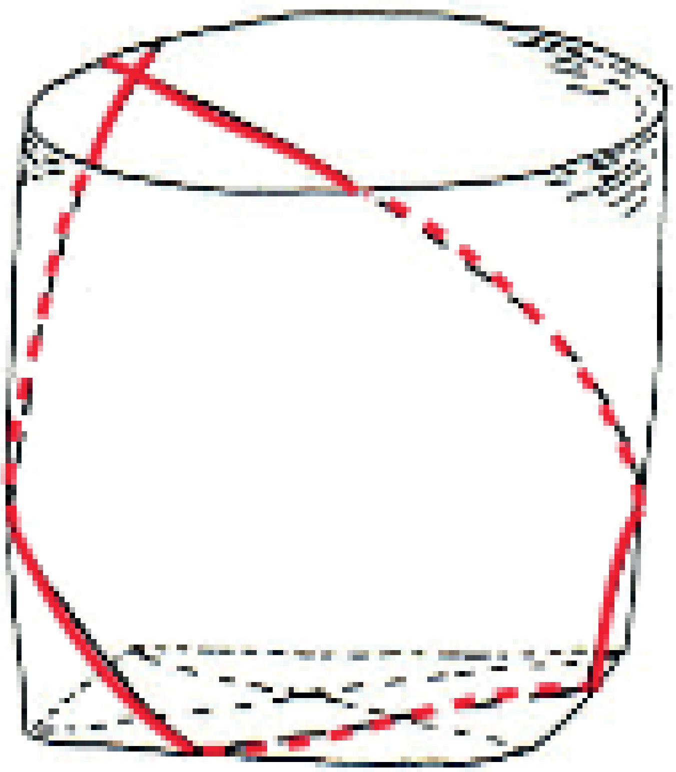
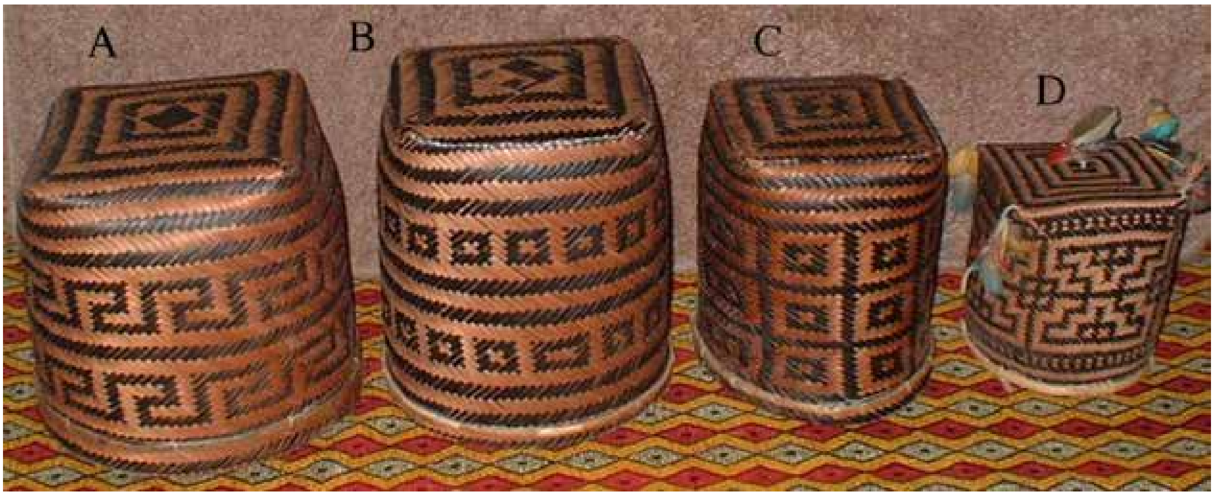


Figura A 2

¿Cómo, entonces, se obtuvieron los patrones negro y blanco de los cestos A, B, C, y D?



A B C D

Fotografía A 2

Al observar más de cerca los fondos de nuestros cestos brasileros (ver la fotografia A2 y la Figura A3), se constata que todas las tiras son del mismo género particular: exactamente la mitad de cada tira de planta fue ennegrecida (Figura A4). Cada fondo (como un patrón compuesto por varios cuadrados concéntricos) presenta una simetría rotacional de 90°, o sea, de orden 4: los cuatro cuadrantes son congruentes en cuanto a la coloración, (compare el fondo del cesto D, en la Figura A3, con el cuadrado entrecruzado, en la Figura A1). En consecuencia, todas las espirales que giran hacia la izquierda son negras y todas las que giran hacia la derecha son blancas (como en el caso de los cestos A y B) o, al contrario, todas las espirales que giran a la izquierda son blancas, y todas las que giran a la derecha son negras (cestos C y D). De esta manera los artesanos índios resolvieron el problema com creatividad: en las paredes laterales de los cestos, las partes de tira ennegrecidas se cruzan siempre con partes de tiras de color natural. Esta solución trae la posibilidad de transferir patrones planos de esteras o paneras para los cestos cilíndricos de fondo cuadrado.

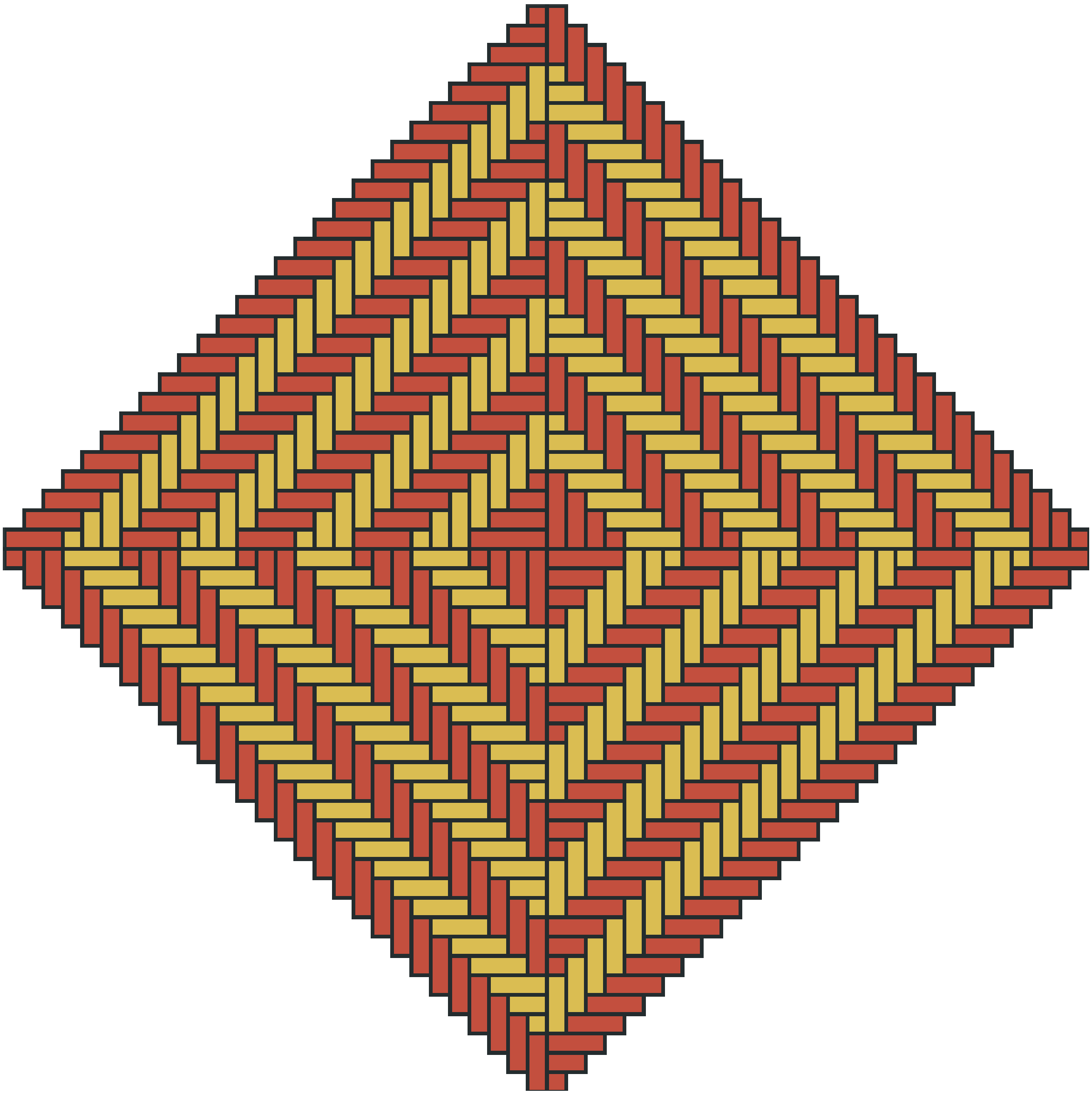


Figura A 3

Figura A 4

Con la posibilidad de ornamentación de las paredes cilíndricas de este tipo de cesto, surgió un problema nuevo. Al decorar esteras se podía entrecruzar, siempre y sin ninguna dificultad, un elemento retangular del patrón, al lado de un elemento igual.

La estera era, en principio, ilimitada. La pared cilíndrica de un cesto es, en contrapartida, limitada: no siempre se vuelve posible entrecruzar (horizontalmente) un elemento del patrón al lado del anterior. Esto solo será posible cuando hubiera lugar para tal, esto quiere decir, si el número de las partes de tira aún "libres" fuera igual o mayor que el número de las tiras necesarias para el elemento del patrón.

Para asegurar la continuidad de la ornamentación en torno de todo el cesto cilíndrico, o sea, para garantizar que la ornamentación del cesto presente una simetría rotacional (esto presupone esta simetria como valor estético y, en el proceso bajo consideración, este valor se enraíza aún más), el artesano se ve obligado a escoger el número (N) de tiras de tal modo que haya, en cada nivel horizontal del cesto, espacio necesario y suficiente para que el mismo elemento del patrón aparezca exactamente P veces (P debe ser un número natural). No puede "sobrar" ninguna tira. En otras palabras debe verificarse:

$$N = P \times Q$$

Así, Q representa el "ancho" del elemento del patrón, es decir, el número de tiras de planta que genera exactamente una vez el patrón decorativo.
Una vez que cada fondo de cesto es constituido por cuatro cuadrantes congruentes (compare Figura A 3), se verifica que el número (N) de tiras de planta es siempre el cuádruplo de un número natural menor (n):

$$N = 4n$$

En otras palabras, cada cuadrante genera un cuarto de la pared cilíndrica. Si se pretende repetir "p" veces un elemento del patrón en cada cuarto de la pared del cesto, debe garantizarse que:

$$n = p \times Q$$

Esto significa:

$$P = 4p$$

o sea, P es un número divisible por cuatro. En los casos concretos de nuestros cestos de indios, se observa que P de facto es siempre un cuádruplo:

$$P(A) = 12,\ P(B) = 16,\ P(C) = 8,\ P(D) = 4$$

A partir de aquí se puede concluir que los inventores de estos tipos de cestos decorados estaban, probablemente, conscientes de la relación (simplificada):

$$n = p \times Q$$

Así, Q depende de la selección del patrón. El número p de las repeticiones del elemento patrón puede, en principio, ser libremente escogido. Los valores de p y Q determinan el número (n) de las tiras de planta necesarias (en una dirección) para un cuadrante del fondo del cesto.

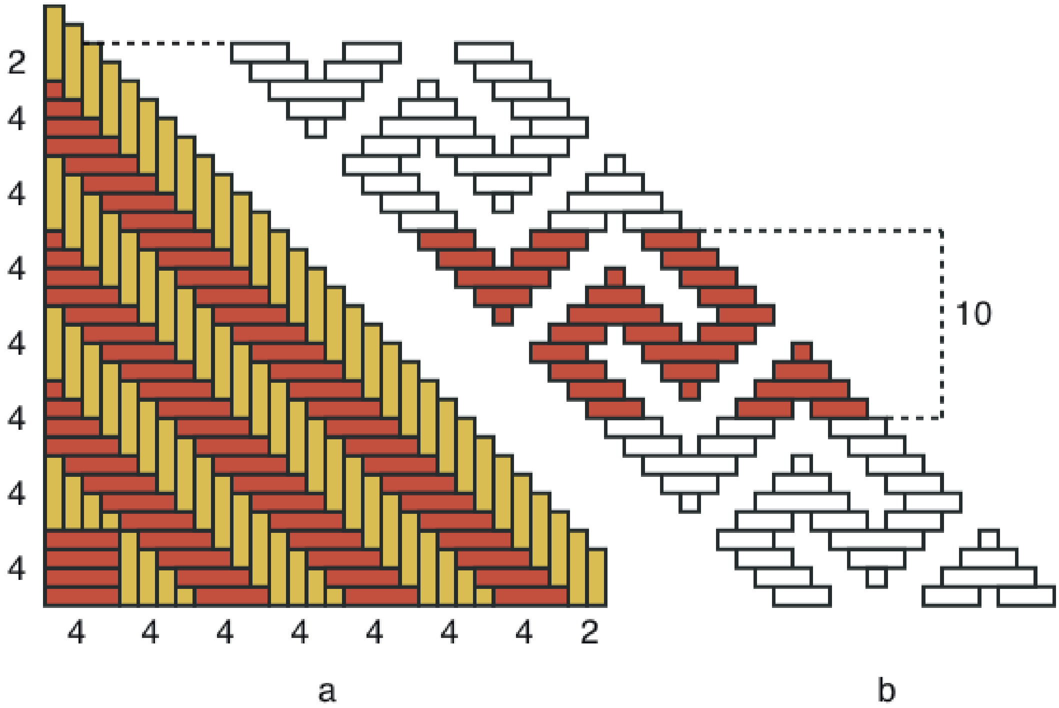


Figura A 5

Análisis del cesto A

La Figura A 5b muestra que el “ancho de entrecruzamiento”, o “período” del patrón de meandro o curva del cesto A, es igual a 10:

$$Q(A) = 10$$

Atendiendo a p(A), debe verificarse:

$$n(A) = p(A) \times Q(A) = 3 \times 10$$

En la Figura A 5a, se muestra un cuadrante del fondo del cesto A. El número n(A) de tiras de planta en una dirección (por ejemplo, el número de las partes de tira, blancas) puede ser contado en grupos de cuatro; al final, sobran dos tiras:

$$n(A) = 7 \times 4 + 2$$

Esto nos lleva a la conjetura de que el inventor de este tipo A sabía que:

$$7 \times 4 + 2 = 3 \times 10$$

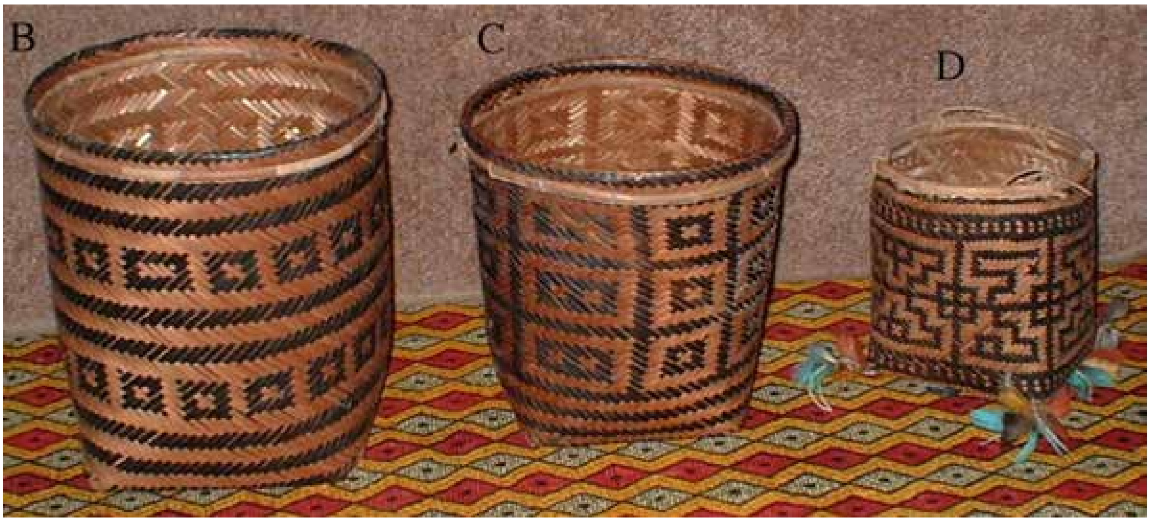
Queda aún abierta la pregunta ¿cómo y en qué forma este conocimiento fue adquirido? ¿Tal vez a través de la sobreposición de esteras decoradas, con los dos patrones negro y blanco involucrados? Observando el cesto A con más cuidado, se constata que no todos los meandros o curvas tienen el ancho de 10 tiras:

Fila superior	10	9	11	11	10	10	10	9	10	11	10	9
Fila inferior	10	9	9	10	10	9	10	11	13	11	9	9

Algunos tienen un ancho de 9, otros de 11 o 13; solo un ancho medio es igual a 10. Se trata de un cesto "descuidadamente" entrecruzado, probablemente una imitación de un cesto más antiguo. Aunque el fondo haya sido bien imitado, el cestero no se preocupó con la precisión (hacer todos los mendros o curvas con el mismo ancho) de la ornamentación de la pared. Si, en contrapartida, el inventor no hubiese pretendido la precisión, podría haber utilizado, por ejemplo, 7x4 tiras por cuadrante, en vez de 7x4+2. Esto refuerza nuestra conjetura de que la elección de 7x4+2 tiras por cuadrante no es casual, pero si el resultado del cálculo 3x19 =7x4+2, el cálculo podría, como ya lo dije anteriormente, haber sido de naturaleza geométrica. Por otro lado, es muy posible que el imitador/copiador no estuviese consciente, en este contexto, de la relación.

$$7 \times 4 + 2 = 3 \times 10.$$

Nuestro análisis del primer cesto (A) plantea imediatamente la pregunta sobre como, en los casos de los cestos B, C, y D, se relacionan el posible original y la probable imitación.



B C D

Fotografía A 3

Análisis del cesto B

La Fotografía A 3 muestra los "inversos" de los cestos B, C y D. Pero, además de los 16 cuadrados entrecruzados [P(B) = 16], aparece, en el caso del cesto B, en ambas filas de cuadrados entrecruzados, un rectángulo con un ancho de entrecruzamiento de 8 tiras de planta (ver la Figura A 6). Este rectángulo "termina" la continuidad y la simetría de la ornamentación en su todo. ¿Será que el artesano pretendió crear el rectángulo? O ¿el rectángulo fue, antes que nada, falla o error?

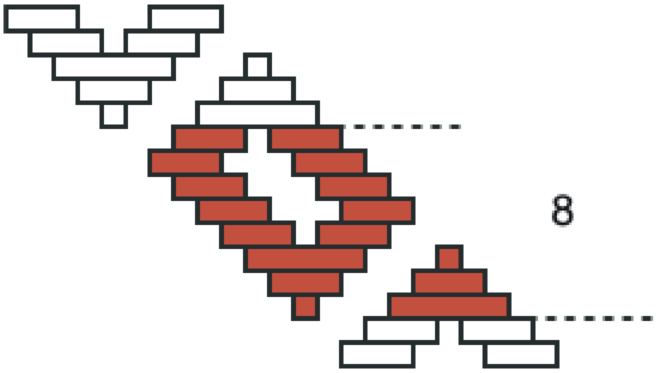


Figura A 6

Partamos, primeramente, de la hipótesis de que el rectángulo no fue pretendido. ¿Cómo podemos, entonces, explicar su aparición?

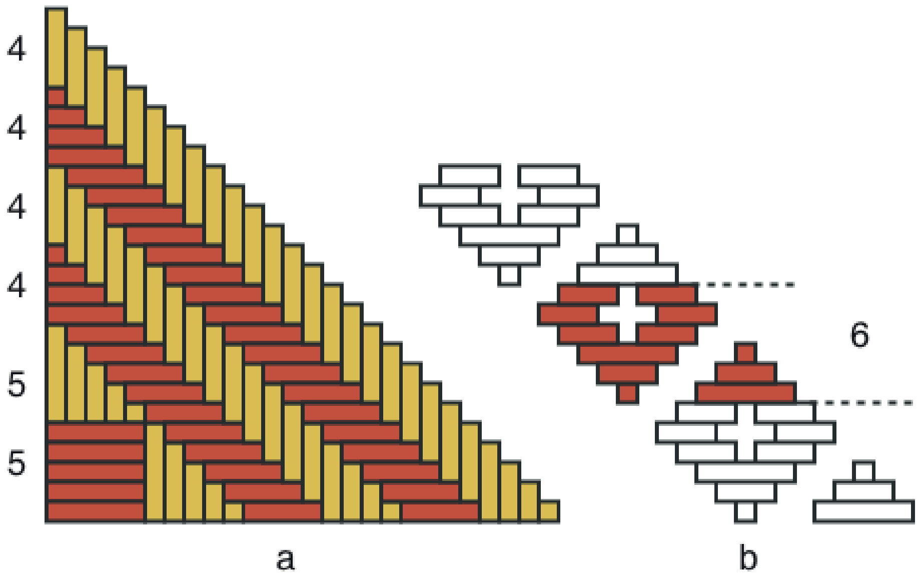


Figura A 7 (Primera parte)

La Figura A 7b muestra que el período del cuadrado entrecruzado es igual a 6:

$$Q(B) = 6$$

Atendiendo a P(B) = 16, tenemos p (B) = 4, y se debe verificar para el número n(B) de las tiras de planta por cuadrante:

$$n(B) = p(b) \times Q(B) = 4 \times 6$$

La Figura A 7a representa un cuadrante del fondo del cesto B. Las tiras de planta pueden ser contadas en grupos de 5 y 4:

$$n(B) = 2 \times 5 + 4 \times 4$$

En la base de nuestro conocimiento matemático, podemos constatar, que la cantidad 2 x 5 + 4 x 4 es igual a 26 y, por consiguiente, dos unidades mayor que la cantidad necesaria 4 x 6, o sea, 24. Por haber en cada cuadrante dos tiras de planta a más, son en todo 8 más de lo que es deseado. Solamente en el momento en que el cestero concluye la fila de cuadrados e intenta entrecruzar un último cuadrado él observa que esto no es posible. Hay tiras de planta a más, y él obtiene un rectángulo no-cuadrado (con un ancho de entrecruzamiento de 8 tiras). Ahora es tarde para corregir el error. Para tal acción, precisaría comenzar de nuevo.

Conseguimos explicar la aparición del rectángulo no cuadrado en la decoración del cesto B. Falta mostrar donde ocurrió la falla o error. Vimos que las tiras de planta de un cuadrante del fondo de este cesto pueden ser contadas en grupos de 5 e 4:

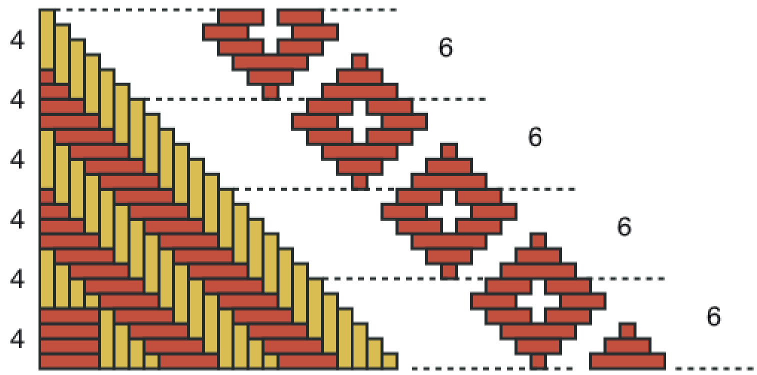
$$n(B) = 2 \times 5 + 4 \times 4$$

¿Por qué grupos de anchos distintos? ¿Qué ocurrirá si todos los grupos tuvieran el mismo ancho? Cuando los grupos en el centro del fondo tuvieran ancho de cuatro en vez de cinco tiras de planta (como en la Figura A 7a), habrá, en total, 6 grupos de 4 tiras de planta. En otras palabras, se verifica:

$$n(B) = 6 \times 4$$

En base de nuestro conocimiento aritmético, vemos, instantáneamente, que este número 6x4 es, de facto, igual a la cantidad necesaria 4x6. El error se vuelve evidente: los dos grupos de 5 tiras deberían haber sido grupos de 4. Muy probablemente se trata de error o falla en la reproducción o imitación de un cesto más antiguo. El inventor de este cesto ornamentado estaba consciente de que, para generar cuatro veces un cuadrado entrecruzado de ancho de 6 tiras, seis grupos de cuatro tiras satisfacían (ver la Figura A 7c). El inventor sabía, de una u otra forma, que

$$6 \times 4 = 4 \times 6$$



c

Figura A 7 (Conclusión)

Se nota una conexión entre simetría rotacional del cesto y la simetría aritmética. ¿Cómo fue adquirido este conocimiento? ¿En que medida fue generalizado (conmutatividad de la multiplicación)?

Al analizar el cesto B, supusimos que la aparición de un rectángulo no-cuadrado en las dos filas de cuadrados de la ornamentación lateral no había sido pretendido. Si lo hubiese sido, podríamos decir que el objetivo fue alcanzado.

Existe, aún, otra posibilidad. Puede ser que el cestero supiese que precisaba de 6 grupos de 4 tiras por cuadrante del fondo del cesto, para garantizar la aparición de exactamente 4 cuadrados entrecruzados en cada cuarto de una fila en la pared cilíndrica del cesto, pero, al mismo tiempo, él debería conciliar este saber con otros objetivos. Un posible objetivo podría ser garantizar determinado volumen [compare con la repetición de determinados patrones de entrecruzamiento en la cestería makonde, del norte de Mozambique, para obtener cestos de volumen estandardizado. Ver la sección 3.7, Sobre la formación de algunos patrones de entrecruzamiento y de una medida antigua de volumen (Gerdes 1987, 1992a, b).

Análisis del cesto C

Más allá de las 8 “ventanas” cuadradas entrelazadas [P(C) = 8], se encuentran, en cada una de las tres filas horizontales de la pared del cesto C, una ventaja rectangular (ver la Fotografía A 3C) que tiene un ancho de entrecruzamiento de 12 tiras de planta (ver la Figura A 8). Tal como en el caso anterior, se plantea ahora la pregunta si este rectángulo de “dos ojos” (que elimina la continuidad de la ornamentación en su globalidad) había sido pretendido o no. Tengo la impresión de que se trata, aquí, de nuevo de un error, cuya aparición puede

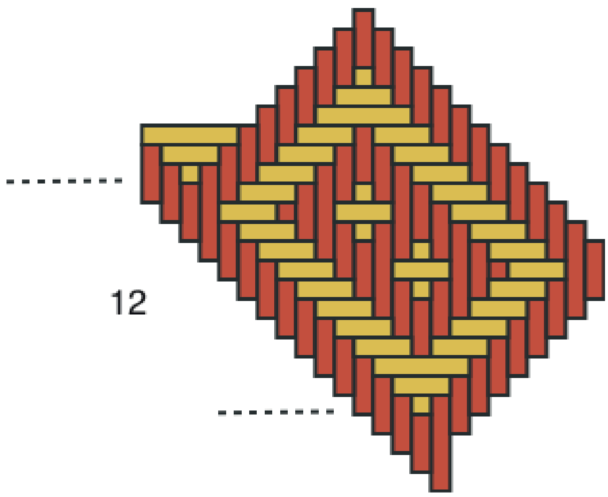


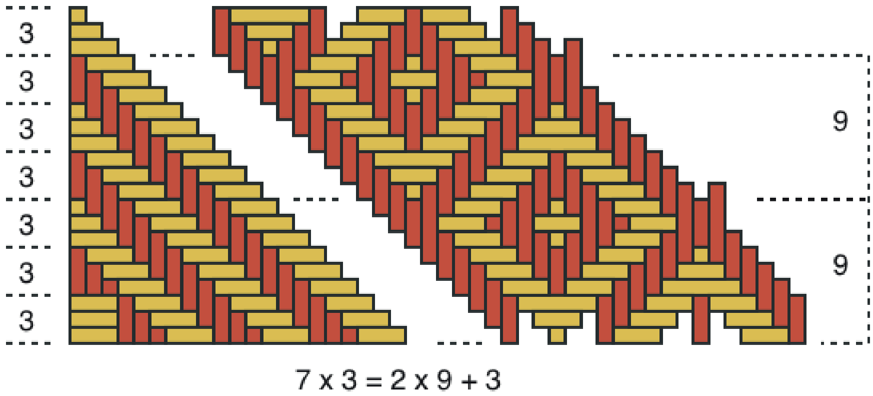
Figura A 8

La Figura A 9a (lado derecho) muestra que el período de la ventana entrelazada es igual a 9:

$$Q(C) = 9$$

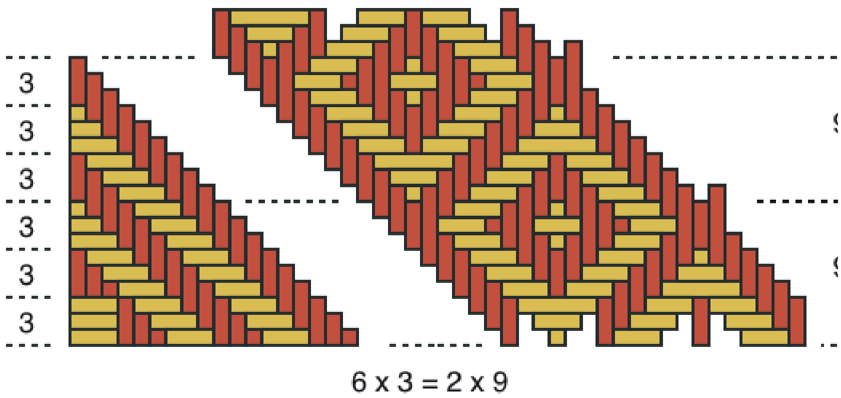
Atendiendo a $P(C) = 8$ y, por consiguiente, $p(C) = 2$, se debe verificar para el número $n(C)$ de tiras de planta por cuadrante:

$$n(C) = p(C) \times Q(C) = 2 \times 9$$



a

Figura A 9 (Primera parte)



b

Figura A 9 (Conclusión)

Una vez que un cuadrante del fondo del cesto C tiene, en realidad, 7 x 3 tiras en cada dirección y se verifica:

$$7 \times 3 = 2 \times 9 + 3$$

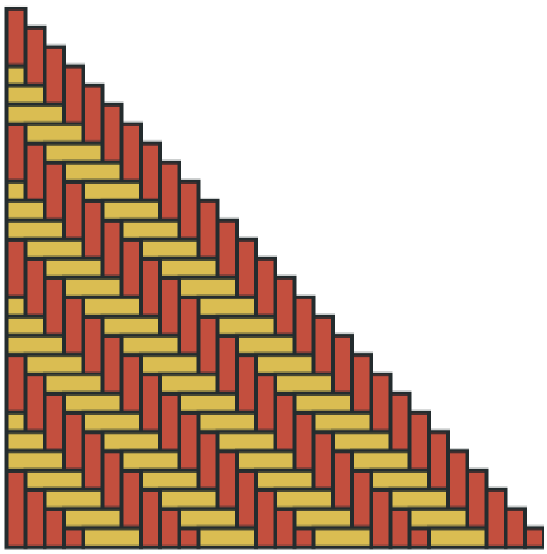
(esto también puede ser constatado geométricamente, como lo muestra la Figura A 9a), hay, en total, 4 x 3, o sea, 12 tiras de planta a más. Al entrecruzar los dos grupos (siniestrogiros y dextrogiros) de 12 tiras a más, el artesano obtuvo la "ventana de dos ojos": él intentó, tanto al partir de la derecha cuanto de la izquierda, entrecruzar una ventana normal y cuadrada de un solo ojo, lo que resultó imposible; las dos "ventanas de un ojo" se fundieron necesariamente en una linda "ventana de dos ojos". Que de aquí hubiese resultado un ornamento bonito, fue mera suerte. El productor del cesto D tuvo, como veremos, menos suerte. El error del fabricante del cesto C se volvió claro. El cestero tiene en cada cuadrante un grupo de tres tiras a más: 7 veces 3 tiras, en vez de 6 veces 3 tiras. Por una u otra razón, se engañó en el conteo.

Una vez más, se trata muy probablemente, de error de reproducción. El inventor de la ornamentación, en la cual se basa el cesto C, estaba consciente de que, para generar dos veces un ancho de entrecruzamiento de 9 tiras, precisaba de seis grupos de tres tiras.

En otras palabras, el inventor sabía, de una u otra forma, que,

$$6 \times 3 = 2 \times 9$$

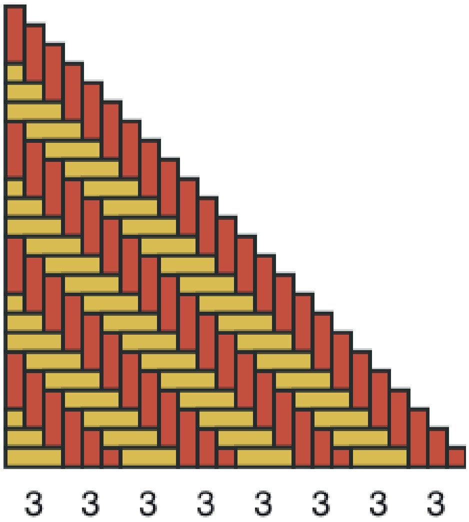
La Figura A 9b muestra cómo debería haber sido el cuadrante original, y como este genera exactamente dos veces el elemento del patrón, o sea, la "ventana de un ojo".



4 3 3 3 3 3 3 3 3

4 + 8 x 3

a

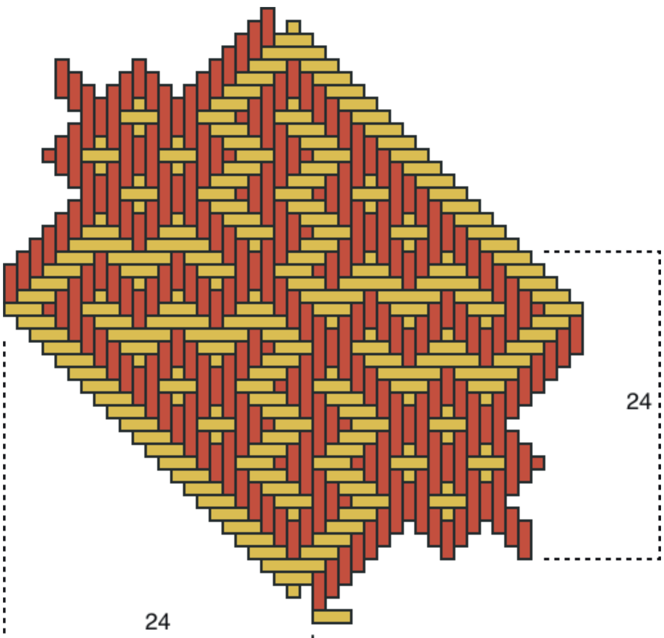


b
Figura A 10 (Primera parte)

Análisis del cesto D

Además de cuatro veces el lindo patrón de "macaco", se ve, en el cesto D, una quinta figura menor (Fotografía A 3D). La última figura tiene un ancho de entrecruzamiento de 16 tiras de planta, como lo muestra la Figura A 11. En contrapartida, el "macaco", con los dos ejes de simetría perpendiculares entre sí, presenta un ancho de entrecruzamiento de 24 tiras (ver la Figura A 10c, Q(D) = 24).
Atendiendo a P(D) = 4 y, por consiguiente, p(D) = 1, se debe verificar para el número n(D) de tiras por cuadrante:

$$n(D) = p(D) \times Q(D) = 1 \times 24$$



c
Figura A 10 (Conclusión)

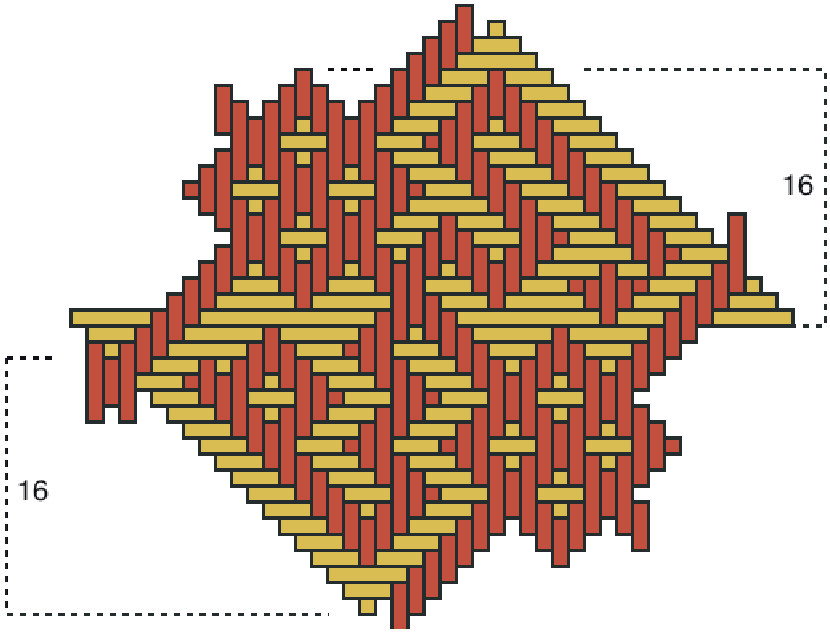


Figura A 11

En la Figura A 10a, se representa un cuadrante del fondo del cesto D. Las tiras de planta en cada dirección pueden ser contadas en grupos de 4 y 3:

$$4 + 8 \times 3$$

Teniéndose en cuenta que

$$8 \times 3 = 1 \times 24$$

los ocho grupos de tres tiras eran suficientes para generar el patrón de macacos. En tanto en el centro del fondo hay, aún, cuatro veces cuatro, o sea, 16 tiras a más, lo que obligó a una figura extra. El cestero intentó producir un quinto macaco (compare las partes inferiores de las Figuras A 10c e 11), pero no lo consiguió. Es muy probable que encontremos también en el caso del cesto D un error de reproducción. El inventor del cesto con el motivo de macaco sabía que para generar el elemento del patrón, precisaba de 8 grupos de 3 tiras:

$$8 \times 3 = 24$$

La Figura A 10b muestra cómo debería haber sido el cuadrante original. Tal vez el cestero haya cambiado la estructura del fondo con la de otro tipo de cesto. Al entender que

$$4 + 8 \times 3 = 28 = 7 \times 4 = 4 \times 7 = 2 \times 14$$

sabemos que el otro tipo de cesto tiene un elemento de patrón de período o ancho de 4, 7 o 14 tiras.

Retrospectiva

Teniéndose en consideración que los cestos A, B, C y D fueron adquiridos por precios relativamente bajos (entre dos y tres dólares americanos) y que los cesteros probablemente hayan recebido aún menos por el trabajo, queda reforzada la impresión de que se trata de cestos producidos apresuradamente. Los artesanos no se preocuparon por la precisión, porque una mayor precisión no sería ni observada ni valorizada por los compradores. La “falta de preocupación” puede explicar los errores de entrecruzamiento analizados. Esto no significa que los artesanos sean incapaces de alcanzar esta precisión. El problema es que, para sobrevivir, no vale la pena hacer los cálculos necesarios, para garantizar la continuidad en la ornamentación de las paredes de los cestos cilíndricos del fondo cuadrado. Ni vale la pena intentar copiar cuidadosamente cestos más antigos y más precisos.

Los inventores de los motivos de la ornamentación geométrica analizados tenían conocimiento exacto de las interconexiones geométrico-aritméticas entre los patrones del fondo cuadrado y de la pared cilíndrica de los cestos. Parece interesante e importante profundizar el análisis hecho, y proseguir el estudio. Para tal caso, es imprescindible hacer un trabajo de campo en las varias comunidades de indios, y estudiar los cestos que se encuentran en museos. En la base de este estudio, es necesario reflexionar sobre las posibles influencias de los conocimientos de los cesteros-artistas sobre el desarrollo, en el pasado, de la matemática de los pueblos indígenas en general, y de las civilizaciones del Perú y de México, en particular.

Además de la importancia histórica, la continuación del estudio puede ser útil también en el campo educacional: valorizar el pasado y el presente de las culturas de los pueblos indígenas, incorporando elementos de los respectivos conocimientos científicos, inclusive matemáticos, en la enseñanza.

Referencia

GERDES, Paulus (1987) *Sobre o despertar do pensamento geométrico*, Universidad Eduardo Mondlane, Maputo (Otras ediciones: Universidad Pedagógica, Maputo, 1992a; Universidad Federal de Paraná, Curitiba, 1992b).

Referencias bibliográficas

Ascher, Marcia & Ascher, Robert (1981), *Code of the Quipu: A Study in Media, Mathematics, and Culture*, The University of Michigan Press, Ann Arbor

Bazin, Maurice & Modesto Tamez (1995), Making baskets: The structural patterns of weaving, en: *Math across Cultures*, Exploratorium, San Francisco, 42-48

Bazin, Maurice (2001), Ensinar matemática e ciência indígena ou como aprendi do povo tuyuka, (manuscrito. Para recibir una copia, contacte al autor: mauriceb@floripa.com.br)

Bora (1995), en: Brack Egg, Antonio & Yáñez, Carlos (Coord.), *Amazonía peruana. Comunidades Indígenas, Conocimientos y Tierras tituladas. Atlas y base de datos*, GEF / PNUD / UNOPS, Lima, 62-69

Bora (1998), en: Tamisier, Jean-Christophe (Coord.), *Dictionaire des Peuples, Sociétés d'Afrique, d'Amérique, d'Asie et d'Océanie*, Larousse, París, 56-57

Cherinda, Marcos (2002), *The use of a cultural activity in the teaching and learning of mathematics: The exploration of twill weaving in Mozambican classrooms*, Tesis de doctorado, Universidad de Witswatersrand, Johannesburgo

Duggan, Betty J. & Riggs, Brett H. (1991), *Studies in Cherokee Basketry with a Reprint of 'Decorative Art and basketry of the Cherokee' by Frank G. Speck*, The Frank H. McClung Museum, The University of Tennessee, Knoxville

Forde, C. Daryll (1934), The Boro of the Western Amazon Forest, en: C. Daryll Forde, *Habitat, Economy and Society. A Geographical Introduction to Ethnology*, Dutton, New York, 131-147, 479

Gerdes, Paulus (1989), Sobre aritmética e ornamentação geométrica. Análise de alguns cestos de índios do Brasil, en: *BOLEMA Especial*, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Nº 1, 11-34; reproduzido en: *QUIPU*: *Revista Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología*, Cidade de México, 1989, Vol. 6, 171-187; en: Mariana Leal Ferreira (Coord.), *Ideias Matemáticas de Povos Culturalmente Distintos*, Global Editora, São Paulo, 2002, 206-220, y en: *Etnomatemática – Reflexões sobre matemática e diversidade cultural*, Edições Húmus, Ribeirão, 2007, 99-116

___ (1992), *Sobre o despertar do pensamento geométrico*, Universidade Federal de Paraná, Curitiba

___ (1996), *Femmes et Géométrie en Afrique Australe*, L'Harmattan, Paris

___ (1998), *Women, Art and Geometry in Southern Africa*, Africa World Press, Lawrenceville NJ

___ (1999), *Geometry from Africa: Mathematical and Educational Explorations*, The Mathematical Association of America, Washington DC

___ (2000a), *Le cercle et le carré: Créativité géométrique, artistique, et symbolique de vannières et vanniers d'Afrique, d'Amérique, d'Asie et d'Océanie*, L'Harmattan, Paris

___ (2000b), Gerade und Ungerade – Zu einigen mathematischen Aspekten der

Mattenflechterei der Yombe-Frauen am unteren Kongo, en: Jürgen Blankenagel & Wolfgang Spiegel (org.), *Mathematikdidaktik aus Begeisterung für die Mathematik. Festschrift für Harald Scheid*. Stuttgart: Ernst Klatt Verlag, 83-93.

___ (2002), Twill-Plaited Octagonal Designs, *Visual Mathematics*, 4(3) (http://members.tripod.com/vismath8/gerdokt/index.html)

___ (2003a), *Sipatsi: Cestaria e Geometria na Cultura Tonga de Inhambane*, Moçambique Editora, Maputo

___ (2003b), *Níjtyubane* — Sobre alguns aspectos geométricos da cestaria Bora na Amazónia peruana, *Revista Brasileira de História da Matemática*, Outubro de 2003, Vol. 3, No. 6, 3-22; reproduzido en: Etnomatemática – *Reflexões sobre matemática e diversidade cultural*, Edições Húmus, Ribeirão, 2007, 117-140

___ (2004a), Geometrical aspects of Bora basketry in the Peruvian Amazon (Capítulo 1) & Cylindrical baskets with a square base from the Bora (Peruvian Amazon) (Capítulo 9), en: *Basketry, Geometry, and Symmetry in Africa and the Americas*, E-book, Visual Mathematics, Belgrade [disponível na página internet: www.mi.sanu.ac.yu/vismath/]

___ (2004b), Symmetries on mats woven by Yombe women from the Lower Congo area: On the interplay between cultural values and mathematical-technical possibilities, en: Dorothy K. Washburn & Donald W. Crowe (org.), *Symmetry Comes of Age, The Role of Pattern in Culture*, University of Washington Press, Seattle, 81-99

___ (2007a), *Etnomatemática – Reflexões sobre matemática e diversidade cultural*, Edições Húmus, Ribeirão

___ (2007b), *Otthava: Fazer Cestos e Geometria na Cultura Makhuwa do Nordeste de Moçambique*, Universidade Lúrio, Nampula & Lulu, Morrisville NC

Gerdes, Paulus & Bulafo, Gildo (1994), *Sipatsi: Tecnologia, Arte e Geometria em Inhambane*, Universidade Pedagógica, Maputo.

Hill, Sarah H. (1997), *Weaving New Worlds: Southeastern Cherokee Women and their Basketry*, The University of North Carolina Press, Chapel Hill

Pacheco Rios, Óscar (1999), *Del Quipu Incaico a la Yupana. El computador ancestral*, Editorial CEPDI, Santa Cruz de la Sierra, Bolívia

Perrois, Louis (Coord.) (1969), *Gabon: Cultures et Techniques*, ORSTOM, Libreville

Queixalós, Francisco & O. Renault-Lescure (Coord.) (2000), *As línguas amazônicas hoje*, Instituto Socioambiental, São Paulo

Reichel-Dolmatoff, Gerardo (1985), *Basketry as metaphor: Arts and crafts of the Desana indians of the Northwest Amazon*, University of California Museum of Cultural History, Los Angeles

Ribeiro, Berta (1985), *A arte do trançado dos índios do Brasil, um estudo taxonômico*. Museu Paranense Emílio Goeldi, Belém

Ricardo, Beto (Coord.) (2000), *Arte Baniwa*. Federação das Organizações Indígenas do Rio Negro, São Gabriel da Cochoeira AM

Schmidt, Max (1904), Ableitung südamerikanischer Geflechtmuster aus der Technik des Flechtens, *Zeitschrift für Ethnologie*, 34, 490-512.

___ (1905) *Indianerstudien in Zentralbrasilien. Erlebnisse und ethnologische Ergebnisse einer Reise in den Jahren 1900 bis 1901*, Dietrich Reimer, Berlim

___ (1926), Die technischen Voraussetzungen in der Ornamentik der Eingeborenen Südamerikas, *Jahrbuch für Prähistorische und Ethnografische Kunst*, II, 142-174.

___ (1942), *Estudos de Etnologia Brasileira, Peripécias de uma viagem entre 1900 e 1901. Seus resultados etnológicos*, Companhia Editora Nacional, São Paulo

___ (1955), Autobiografia de Max Schmidt, *Revista de Antropologia*, São Paulo, Nº 3, 115-124

Tessmann, Guenther (1930), Bora, en: G. Tessmann, *Die Indianer Nordost-Perus. Grundlegende Forschungen fuer eine systematische Kulturkunde* [Os índios do nordeste do Peru. Pesquisas fundamentais para uma teoria sistemática de cultura], Friedrichsen, Hamburg, 1930, 267-280

Thiesen, Wesley (1975), *El sistema numérico del bora (huitoto)*, Datos Etno-Lingüísticos, Nº 1, Instituto Lingüístico de Verano, Lima, 14 p.

Velthem, Lúcia Hussak van (1998), *A pele de Tuluperê, uma etnografia dos trançados Wayana*, Museu Paraense Emílio Goeldi, Belém

Washburn, Dorothy & Crowe, Donald (1988), *Symmetries of Culture: Theory and Practice of Plane Pattern Analysis*, University of Washington Press, Seattle

Wilbert, Johannes (1972), *Survivors of Eldorado: Four Indian Cultures of South America*, Praeger, Nova Iorque

Calle Del Comercio Nº 193, San Borja, Lima, Perú. Teléfono: 615-5800, telefax: 223-0325, web: www.minedu.gob.pe