

## El reconocimiento de variables en el contexto cafetero y su constitución como modelos matemáticos

*Jorge Didier Obando Montoya<sup>\*</sup>*

*John Fredy Sánchez Betancur<sup>\*\*</sup>*

*Lina María Muñoz Mesa<sup>\*\*\*</sup>*

*Jhony Alexander Villa-Ochoa<sup>\*\*\*\*</sup>*

### RESUMEN

En esta comunicación reportamos algunos avances de una investigación en la que pretendemos que los estudiantes reconozcan variables propias de un contexto cafetero para la constitución de sus propios modelos matemáticos en un proceso de modelación. La investigación se viene adelantando con metodología cualitativa puesto que nos posibilita hacer un estudio detallado en el contexto, debido a que posee un fuerte componente descriptivo que permite a través de la recolección de datos una profunda y significativa comprensión

del contexto y, como método, adoptamos el estudio de casos para analizar la particularidad y la complejidad de un caso y así llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes. Finalizamos el documento con una situación en donde la modelación matemática puede contribuir a una visión de algunos tópicos del contexto y del contenido matemático; además, reflexionamos sobre algunos aspectos en la relación matemática y cultura.

**Palabras clave:** contexto cafetero, variables, modelación y modelo

---

<sup>\*</sup> Universidad de Antioquia. Dirección electrónica: [jdom.6@hotmail.com](mailto:jdom.6@hotmail.com)

<sup>\*\*</sup> Universidad de Antioquia. Dirección electrónica: [jofresanbeta@hotmail.com](mailto:jofresanbeta@hotmail.com)

<sup>\*\*\*</sup> Universidad de Antioquia. Dirección electrónica: [limamu07@gmail.com](mailto:limamu07@gmail.com)

<sup>\*\*\*\*</sup> Universidad de Antioquia. Dirección electrónica: [javo@une.net.co](mailto:javo@une.net.co)

## PRESENTACIÓN DE PROBLEMA

A partir de nuestra experiencia como docentes de matemáticas observamos cierto predominio del uso de enunciados verbales que intentan “simular” ciertos aspectos de la “vida cotidiana” de los estudiantes. Frente a tales enunciados notamos en ellos ciertas dificultades al reconocer y representar las variables que se implican en la situación; asimismo, evidenciamos problemas al construir significados entre los aspectos del contexto de la situación y el contenido matemático que se puede determinar en él. En ese sentido nos propusimos desarrollar, en el marco de la Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia, una investigación en la que pretendemos observar la manera como los estudiantes reconocen algunas variables propias de un contexto cafetero (etapa vegetativa), las analizan y representan matemáticamente a través de un proceso de modelación.

Como lo expresamos anteriormente, algunos de los conceptos que presentan dificultad en los estudiantes están asociados al reconocimiento de variables. Este aspecto ya ha sido reportado en diversas investigaciones, en las cuales se establecen rupturas entre la representación (matemática) y la interpretación de las variables en el contexto que se le presenta al estudiante. Según Morales y Díaz (2003, p. 109) “[...] las variables se usan en textos escolares sin proporcionar una experiencia introductoria que pudiera servir como base en la cual la idea de variable pueda desarrollarse en sus diferentes significados”. Desde esta apreciación, consideramos que las prácticas de la enseñanza de la matemática deben responder a una identificación de elementos significativos que lleven al estudiante a crear modelos matemáticos (en sus diversas connotaciones) en el análisis de situaciones cotidianas, con el fin que le encuentre significado a su aprendizaje y así contribuir a suplir algunas de las falencias encontradas en los textos y en las mismas aulas de clase.

Desde esta mirada buscamos que las variables sean estudiadas en el contexto propio en el cual surgen; para ello propusimos a los estudiantes que, de acuerdo con sus intereses, eligieran una “situación” desde la cual quisieran *des-cubrir* algunas matemáticas. En este sentido, los estudiantes eligieron situaciones del contexto cafetero argumentando que es allí donde muchos de ellos y sus familias se desenvuelven, pues, el cultivo y la producción de café, constituyen uno de los pilares económicos de la región del suroeste antioqueño en donde se realiza esta investigación.

## ALGUNOS ELEMENTOS TEÓRICOS

Teniendo en cuenta las ideas anteriores, observamos en la modelación matemática una manera de atender a las cuestiones que se asumen en esta investigación. De forma particular, hacemos hincapié en las primeras acciones del proceso de modelación las cuales consisten en el reconocimiento de cantidades, la abstracción de relaciones entre ellas y su simplificación con el propósito de construir un modelo matemático (representación en lenguaje matemático).

Consideramos que la modelación se debe incentivar desde el aula de clase debido a que ésta fortalece la reflexión y el razonamiento, porque muestra un camino que lleva a solucionar problemas de la vida cotidiana empleando modelos que describen el fenómeno y se pueden interpretar en expresiones matemáticas, en sus diferentes representaciones.

Para esta propuesta, entenderemos la modelación como:

El proceso de estudio de fenómenos o situaciones que pueden surgir tanto desde los contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes como de otras ciencias o disciplinas académicas. Dicho proceso de estudio involucra el uso y la construcción de modelos y otras herramientas matemáticas con las cuales puede ofrecerse una comprensión del fenómeno y resolver el problema (Villa-Ochoa, 2010).

Concebida la modelación como un proceso implicado en la construcción y validación de modelos matemáticos se hace necesario describir la manera en la que entenderemos los "modelos matemáticos"; es así como un modelo matemático lo entendemos desde la idea de una *construcción matemática* dirigida a estudiar un sistema o fenómeno particular, un contexto o fenómeno de los planteados anteriormente; en las palabras de Giordano et al. (1997), ese modelo matemático puede incluir gráficas, símbolos, simulaciones y construcciones experimentales. De esta manera, establecemos cómo el modelo no se refiere solo a una fórmula, sino cómo adquiere significado desde las construcciones experimentales que generan argumentos desde diversas representaciones verbales, simbólicas, entre otras.

## METODOLOGÍA

Esta investigación se viene desarrollando desde el enfoque cualitativo, ya que nos permite hacer un estudio detallado en el contexto y debido a que posee un fuerte componente descriptivo que permite a través de la recolección de datos una significativa comprensión del proceso de modelación matemática.

En este sentido, Erickson (citado por Stake, 2007) para referirse a lo primordial de los estudios cualitativos escribe que:

[...] la característica más distintiva de la indagación cualitativa es el énfasis de la interpretación y ella es la forma más apropiada de hacer investigación social, aunque pensar en la interpretación desde el inicio de ésta es un error, porque da la sensación de que el estudio hace referencia a sacar conclusiones de una forma apresurada (p.20).

El método de investigación en el que se centrará nuestro trabajo es el estudio de caso, el cual permite llevar a cabo los objetivos propuestos. Desde esta perspectiva, Yin (citado por Sandoval, 1996) define un estudio de casos como una indagación empírica que: "Investiga un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto real de existencia, cuando los límites entre el fenómeno y el contexto no son claramente evidentes y en los cuales existen múltiples fuentes de evidencia que pueden usarse" (p. 91).

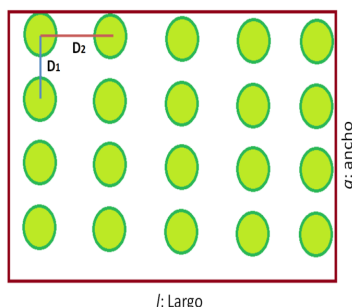
Los participantes del estudio son tres estudiantes de grado noveno y dos de grado décimo de una de las Instituciones Educativas del municipio de Andes-Antioquia los cuales, en compañía de los investigadores, analizarán el contexto particular en la producción de café en su primera etapa, desde la siembra hasta la primera floración. Los estudiantes, al relacionarse con el entorno de su interés, comenzarán a comprender las relaciones que se generan al reconocer sus variables y significados, además de incorporar algunas nociones conceptuales que son comprensibles e interpretables porque han surgido de su contexto cotidiano. La información será analizada atendiendo a las sugerencias de Yin (1989) las cuales nos permiten establecer vínculos entre los objetivos, la pregunta de investigación y la información recogida, para lo cual se seguirán las siguientes fases: organización del material, categorización individual, análisis individual y transcripción-categorización de segundo orden. Es de anotar que este análisis se elaborará con mayor profundidad en el informe final de esta investigación; por efectos de la comunicación breve del presente escrito, solo serán mencionados los elementos de análisis, mas no referenciados en detalle.

## **ALGUNOS MODELOS EN EL CONTEXTO CAFICULTOR**

En una investigación previa desarrollada en el contexto del café, Berrío (2012) indaga por los elementos que intervienen en la (re)construcción que hacen los estudiantes en los modelos matemáticos, en este caso, en el contexto del cultivo del café. En su trabajo este investigador señala que la modelación ofrece

una mirada alternativa que da “sentido” a algunos tópicos de la matemática en las aulas escolares. En un primer momento Berrío (2012) problematiza (con sus estudiantes) sobre la cantidad de árboles que pueden sembrarse el determinado terreno, frente a lo cual muestra cómo algunas ideas y creencias de los estudiantes se transforman a través de la modelación. En este documento retomaremos la pregunta de Berrío y detallaremos los aspectos matemáticos que se deben tener en cuenta para la construcción del modelo matemático estandarizado que generalmente se usa por los asesores técnicos en las empresas de caficultores.

Frente la pregunta inicial ¿cuántos árboles pueden sembrarse en un terreno? Berrío (2012) menciona una cantidad de variables que intervienen en la situación. Simplificando un poco la cuestión podemos suponer que el terreno es rectangular, y que se incluyen las variables *punte* ( $D_1$ : Distancia vertical entre los árboles) y *calle* ( $D_2$ : Distancia horizontal entre los árboles). En la siguiente ilustración se presenta un *modelo* gráfico de la situación.



Para calcular la cantidad de árboles que pueden sembrarse horizontal y verticalmente se efectúan respectivamente las operaciones  $C_1 = \frac{a}{D_1}$  y

$C_2 = \frac{l}{D_2}$ . De esa forma, la cantidad de árboles está dada por la expresión

$$C_1 \times C_2 = \frac{a}{D_1} \times \frac{l}{D_2} = \frac{al}{D_1 D_2}.$$

Sin embargo, es claro que este modelo solo podría ser aplicable en terrenos de forma rectangular. Para generalizar a cualquier tipo de terreno plano en el cual se siembre de manera rectangular, se hace necesario considerar idea de “área” y de “unidad de medida” y, por tanto, para el caso de la hectárea se tendría el modelo  $\frac{10.000}{D_1 D_2}$  que es el modelo generalmente usado por los

asesores de las agencias de caficultores como lo reporta Berrío (2012). Esta última expresión funciona como una “unidad de medida” para calcular la cantidad de árboles que se sembrarían en cualquier terreno plano, pero ahora con “cualquier forma” y conociendo su área. De esa manera el modelo matemático a construir sería:  $Cant_{total\ de\ árboles} = \frac{10.000}{D_1 D_2} \times A$ , donde  $A$  representa el área del tal terreno.

## CONSIDERACIONES FINALES

La modelación matemática viene siendo defendida como un proceso que en el aula de clase permite: (i) ayudar a los estudiantes a comprender mejor los contextos en los cuales se desenvuelven, (ii) apoyar el aprendizaje de las matemáticas (motivación, la comprensión, entre otros), (iii) promover el desarrollo de algunas competencias y actitudes adecuadas hacia la matemáticas, y (iv) contribuir a una visión adecuada de las matemáticas (Blum y Borromeo-Ferri, 2009).

Estos elementos están en coherencia con las sugerencias que el Ministerio de Educación Nacional propone en cuanto a que el conocimiento matemático es imprescindible y necesario para que todo ciudadano pueda desempeñarse en forma activa y crítica en su vida social y política y para interpretar la información necesaria en la toma de decisiones (Colombia, 2006). Desde nuestra investigación concordamos con las reflexiones de Villa-Ochoa y Berrío (en prensa) en el sentido que no se trata de asumir un contexto de la cotidianidad o de la cultura solo con fines motivacionales, de introducir o producir un concepto; tampoco se trata solo de producir ideas utilitarias de la matemática como la de mostrar que ella “está en todas partes” y que “tiene múltiples aplicaciones” o que “sin ellas el conocimiento científico no hubiera alcanzado en nivel de desarrollo actual”; no se trata solo de un aprendizaje de contenidos específicos en contexto, ni del desarrollo de habilidades para identificar “formas” del contexto equiparables con las “formas” matemáticas. Más allá de ello, se trata de generar espacios en los cuales las matemáticas y la cultura dialoguen sin subordinarse entre sí.

## AGRADECIMIENTOS

Aunque no sean responsables de lo escrito en este documento, queremos agradecer a los miembros de la Red Colombiana de modelación en Educación Matemática-RECOMEM ([www.recomem.com.co](http://www.recomem.com.co)) por los comentarios realizados a las versiones previas de este documento.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Berrío, M. (2012) *Elementos que intervienen en la construcción que hacen los estudiantes frente a los modelos matemáticos: el caso del cultivo de café*. Tesis de Maestría no publicada (Programa en Enseñanza de las Ciencias), Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín
- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1 (1), 45-58.
- Colombia: Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias*. Bogotá: Magisterio.
- Giordano, F., Weir, M., & Fox, W. (1997). *A first Course in Mathematical Modelling*. Brooks/Cole Publishing Company.
- Morales, L. & Diaz, J. L. (2003). *Concepto de variable: Dificultades de su uso a nivel Universitario*. Sonora, México.
- Sandoval, C. A. (1996). *Especialización en teorías, métodos y técnicas de investigación social*. Bogotá: ARFO Editores e Impresores Ltda.
- Stake, R. (2007). *Investigación con estudio de casos*. España: Ediciones Morata S. L.
- Villa-Ochoa, J. A. (2010). *Modelación Matemática en el aula de clase. Algunos elementos para su implementación*. Conferencia presentada en el primer seminario de Educación Matemática, Historia y Entomatemáticas, Universidad de Medellín, Medellín.
- Villa-Ochoa, J. A., & Berrío, M. (sf). *Matemática y Cultura. Algunos aportes desde la modelación Matemática*. Documento inédito.
- Yin, R. (1989). *Case Study Research, Design and Methods*. SAGE Publication.