



OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO I: TENDÊNCIAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Angélica Vier Munhoz

Ieda Maria Giongo

(Organizadoras)

Angélica Vier Munhoz

Ieda Maria Giongo

(Organizadoras)

Observatório da educação I: tendências no ensino da matemática

1^a edição

Editora Evangraf

Porto Alegre, 2014

**Centro Universitário UNIVATES**

Reitor: Prof. Me. Ney José Lazzari

Pró-Reitora Interina de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação: Profa. Dra. Maria Madelena Dullius

Pró-Reitora de Ensino: Profa. Ma. Luciana Carvalho Fernandes

Pró-Reitora de Ensino Adjunta: Profa. Ma. Daiani Clesnei da Rosa

Pró-Reitora de Desenvolvimento Institucional: Profa. Dra. Júlia Elisabete Barden

Pró-Reitor Administrativo: Prof. Me. Oto Roberto Moerschbaecher

Avelino Tallini, 171 - Cx. Postal 155 - CEP 95900-000 - Lajeado - RS - Brasil
Fone/Fax: (51) 3714-7000 - Ligação gratuita: 0800 7070809

Imagen (capa): Marli Terezinha Quartieri

O14 Observatório da educação

Observatório da educação I: tendências no ensino da matemática / Angélica Vier Munhoz, Ieda Maria Giongo (Org.) - Lajeado : Ed. Evangraf, 2014.

261 p.:

ISBN 978-85-7727-712-4

ISBN (e-book) 978-85-7727-717-9

1. Ensino de Matemática 2. Ensino Fundamental I. Título

CDU: 51:372.4

Catalogação na publicação – Biblioteca da Univates

As opiniões e os conceitos emitidos, bem como a exatidão, adequação e procedência das citações e referências, são de exclusiva responsabilidade dos autores.

APRESENTAÇÃO

Essa primeira edição do livro *Observatório da educação* é o resultado de algumas ações realizadas no Programa Observatório de Educação – *Estratégias metodológicas visando à inovação e reorganização curricular no campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental*, do Centro Universitário UNIVATES, mas que também se abre a outros observatórios de Educação e a pesquisadores-colaboradores que vêm produzindo algumas inserções na área da Educação Matemática.

Escrever acerca das experiências produzidas em educação nos possibilita interrogar as nossas práticas, perguntar sobre o que elas nos permitem pensar, dizer, fazer no campo pedagógico, pois “na experiência, o que se descobre é a própria fragilidade, a própria vulnerabilidade, a própria ignorância, a própria impotência, o que repetidamente escapa ao nosso saber, ao nosso poder e à nossa vontade (LARROSA, 2014, p. 42)¹.

“Tendências no ensino da Matemática” é a temática dessa edição. Desse modo, os artigos versam em torno de práticas e reflexões teóricas que se mostram em forma de relatos de experiências, problematizações pedagógicas, reflexões em torno de algum tema pertinente a este Observatório da educação. De forma intertextual, o livro traz uma polifonia de vozes, uma diversidade de formas de se expressar, resultante de percursos, olhares, experimentações. Espera-se assim que, de modo singular, a experiência dessa escrita possibilite a cada um dos autores a invenção e a potencialização de novas práticas.

Agradecemos o apoio financeiro dos órgãos governamentais INEP/CAPES.

As organizadoras

¹ LARROSA, Jorge. Tremores. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

LISTA DE PARECERISTAS

Ma. Cristiane Antonia Hauschild (Univates)

Dra. Eniz Conceição de Oliveira (Univates)

Dra. Fernanda Wanderer (UFRGS)

Dra. Josaine Pinheiro (Unisinos)

Dra. Maria Luísa Lenhard Bredemeier (Unisinos)

Dra. Maria Madalena Dullius (Univates)

Dra. Mariane Ohlweiler (Univates)

Dra. Márcia Jussara Hepp Rehfeldt (Univates)

Dra. Marli Teresinha Quartieri (Univates)

Dra. Miriam Ines Marchi (Univates)

Dra. Morgana Domênica Hattge (Univates)

Dra. Neiva Ignês Grando (UPF)

Ma. Sônia Elisa Marchi Gonzatti (Univates)

PREFÁCIO

Muitos são os problemas no processo de ensino, tanto na Educação Básica, quanto no ensino superior. Um aspecto importante a ser considerado como relevante para a melhoria é buscar uma aproximação entre universidade e escola e isto pode ser viabilizado pela indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão. Esta indissociabilidade favorece a relação teoria e prática dos estudantes e pode ser realizada via projetos coletivos de trabalho, envolvendo diferentes atores do meio educacional.

A relação entre ensino, pesquisa e extensão pode trazer contribuições significativas nos processos de ensino e de aprendizagem, pois colabora com a formação e aperfeiçoamento de estudantes e professores envolvidos. Neste sentido é importante o desenvolvimento de projetos que buscam esta indissociabilidade e o Programa Observatório da Educação é um exemplo.

O Observatório da Educação é um programa do governo federal, resultado da parceria entre a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) e a Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão (SIDADI), e objetiva exatamente a articulação entre pesquisa, ensino e extensão, proporcionando também a articulação entre pós-graduação, licenciaturas e escolas de educação básica.

Na Univates são desenvolvidos projetos no âmbito desse programa. Entre as ações desenvolvidas, destacamos a realização de intervenções pedagógicas e oficinas junto a escolas da Educação Básica, bem como um análise das atividades experimentadas. Estas atividades envolvem o uso de diferentes tendências para o ensino da Matemática na Educação Básica, como por exemplo, a Modelagem Matemática, a Etnomatemática, a Investigação Matemática, a Resolução de problemas, visando experimentar diferentes possibilidades para contribuir na melhoria das práticas de sala de aula.

Maria Madalena Dullius

Pró-Reitora Interina de Pesquisa, Extensão e Pós-graduação

SUMÁRIO

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, ETNOMATEMÁTICA E PRÁTICAS PEDAGÓGICAS	9
<i>Fernanda Wanderer</i>	
ETNOMATEMÁTICA, ENSINO MÉDIO POLITÉCNICO E ALUNOS INVESTIGADORES: APONTAMENTOS PARA UMA PROPOSTA DE ENSINO....	22
<i>Rosana Zanon, Ieda Maria Giongo, Angélica Vier Munhoz</i>	
O OBEDUC COMO ESPAÇO PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS, TENDO COMO FOCO AS PRÁTICAS DE LETRAMENTO	35
<i>Regina Célia Grando, Adair Mendes Nacarato</i>	
EXPERIMENTAÇÕES CURRICULARES: OUTRAS POSSIBILIDADES	49
<i>Angélica Vier Munhoz, Ana Paula Crizel</i>	
INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA: RELATO DE UMA OFICINA	62
<i>Fernanda Eloisa Schmitt, Nicole Catarina Mazocco Busnello, Bruna Mariane da Silveira, Marli Teresinha Quartieri</i>	
A MATEMÁTICA PRATICADA POR UM GRUPO DE PROFISSIONAIS LIGADOS À CONSTRUÇÃO CIVIL: POSSIBILIDADES PARA UMA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NO ENSINO FUNDAMENTAL	77
<i>Mara Oliveira de Azevedo, Ieda Maria Giongo</i>	
ANÁLISE DE UM CONJUNTO DE DISSERTAÇÕES VINCULADAS TEORICAMENTE AO CAMPO DA ETNOMATEMÁTICA.....	86
<i>Ademir de Cássio Machado Peranson, Diandra Rockenback, Augusto Konig</i>	
EDUCAÇÃO FISCAL: UMA PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA 8^a SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL	97
<i>Mara Oliveira de Azevedo, Márcia Jussara Hepp Rehfeldt</i>	
PRÁTICAS DE LEITURA E ESCRITA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS	106
<i>Ana Paula Krein Müller, Silvana Neumann Martins</i>	
ENSINANDO GEOMETRIA PLANA POR MEIO DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS	121
<i>Viviane Brune, Fernanda Eloisa Schmitt</i>	

RESOLVENDO PROBLEMAS MATEMÁTICOS COM DIFERENTES ESTRATÉGIAS	137
<i>Virginia Furlanetto, Maria Madalena Dullius</i>	
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA	154
<i>Rosilene Inês König, Maria Madalena Dullius</i>	
TENDÊNCIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM DISCUSSÃO NOS SEMINÁRIOS INSTITUCIONAIS DO PIBID/UNIVATES.....	169
<i>Cristiane Antonia Hauschild, Ana Paula Dick, Jane Herber, Andréia Spessatto de Maman</i>	
ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO ORAL EVIDENCIADAS NUMA TURMA DE ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	184
<i>Marisa Cristina Görgen, Ademir de Cássio Machado Peranson</i>	
UMA PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA ENVOLVENDO ABASTECIMENTO DE ÁGUA	194
<i>Márcia Jussara Hepp Rehfeldt, Ieda Maria Giongo, Marli Teresinha Quartieri</i>	
UMA PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	208
<i>Marisa Cristina Görgen, Janaina de Ramos Ziegler</i>	
MODELAGEM MATEMÁTICA: ANÁLISE DE DISSERTAÇÕES APRESENTADAS NO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS	218
<i>Janaina de Ramos Ziegler, Marli Teresinha Quartieri, Daiana Meirelles</i>	
USO DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EM SALA DE AULA: PROPOSTAS DE ATIVIDADES COM ALUNOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA.....	231
<i>Ivanir Maria Lucca Weber, Fernanda Eloisa Schmitt</i>	
RELATO DE EXPERIÊNCIA: CÁLCULO DO ÍNDICE DE PESO IDEAL POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA.....	243
<i>Viviane Brune, Márcia Jussara Hepp Rehfeldt</i>	
MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ESTUDO A PARTIR DAS CONTAS DE ENERGIA ELÉTRICA	252
<i>Evandra Bottega, Janaina de Ramos Ziegler</i>	

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, ETNOMATEMÁTICA E PRÁTICAS PEDAGÓGICAS

Fernanda Wanderer¹

Resumo: Este capítulo tem o propósito de discutir questões relativas à incorporação de elementos das culturas dos alunos nas práticas pedagógicas escolares da área da Educação Matemática. Os aportes teóricos utilizados advém do campo da Etnomatemática. Partindo de uma experiência pedagógica desenvolvida com alunos da Educação de Jovens e Adultos, a análise mostra que essa incorporação facilita a aprendizagem e estimula o interesse pela disciplina Matemática. Por outro lado, para os professores, pode-se dizer que essa experiência evidencia a complexidade de inserirmos saberes e práticas matemáticas das culturas dos alunos no currículo escolar, pois é importante que não ocorra a glorificação dos saberes de “fora da escola” e, ao mesmo tempo, atentar para que as práticas vivenciadas pelos alunos não se tornem apenas “ponto de partida” para a aprendizagem dos conhecimentos acadêmicos.

Palavras-chave: Etnomatemática. Práticas pedagógicas. Saberes escolares e não-escolares.

INTRODUÇÃO

Este capítulo aborda algumas considerações sobre a incorporação de elementos das culturas dos alunos nas práticas pedagógicas escolares, centrando-se na área da Educação Matemática. Os aportes teóricos utilizados advém do campo da Etnomatemática. As reflexões aqui apresentadas emergem de duas experiências: uma prática pedagógica que desenvolvi como professora em uma turma do Ensino Médio noturno da Educação de Jovens e Adultos e as atividades mais recentes de orientação de estágio do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).

Como professora das disciplinas de Estágio, mantenho contato sistemático com contextos de escolas públicas da Região Metropolitana de Porto Alegre. Essas experiências têm me mostrado que são muitos os desafios dos professores de matemática (e de qualquer outra área do conhecimento). Cada vez mais presenciamos um grande sucateamento das escolas, materializado não só pela carência de materiais e problemas de estrutura básica, como também pela falta de profissionais. Os professores manifestam descontentamento com os baixos salários e sentem falta de espaços de formação continuada e de ações dos governantes pela construção de um projeto de educação com maior qualidade. Sem mencionarmos os graves problemas de saúde que atingem o Magistério. Os

¹ Licenciada em Matemática – Ufrgs. Doutora em Educação – Unisinos. Professora da Ufrgs.

alunos, em especial, os jovens, de um modo geral encontram-se desmotivados em relação ao ensino e questionam a relevância do estudo para sua vida pessoal e profissional. E as aulas de matemática seguem praticamente da mesma forma: as atividades planejadas pelos professores caracterizam-se pela explicação de um conteúdo no quadro, seguido de exemplos e da resolução de exercícios extraídos do livro didático.

Essas são algumas das marcas que identifico nas escolas em que observo meus alunos e alunas estagiando. Claro que poderíamos discutir muitas questões: a formação docente, o currículo escolar, as políticas públicas endereçadas à educação, o plano de carreira do Magistério, entre outras. Mas o foco de minha reflexão está em outra direção: as práticas pedagógicas. Aqui não pretendo elencar sugestões ou prescrições do que “deve ser feito”, muito menos dizer o que “não deve”. Busco apenas problematizar elementos apresentados pela área da Educação (Matemática) como uma possibilidade de tornarmos as aulas (de matemática) mais atrativas e relevantes: incorporar no currículo vivências e saberes dos alunos produzidos em suas formas de vida não-escolares. Para essa reflexão tomo como lentes teóricas o campo da Etnomatemática que será apresentado na próxima seção.

ETNOMATEMÁTICA

A Etnomatemática emerge como uma perspectiva da Educação Matemática em meados da década de 70 do século passado, com os estudos de Ubiratan D'Ambrosio (D'AMBROSIO, 2006, 2004, 2001, 1997; KNIJNIK et al., 2013). Desde então, pode-se identificar o discurso da Etnomatemática em vários trabalhos investigativos e nos mais diversos congressos, seminários e simpósios realizados na área da Educação Matemática, fazendo com que essa perspectiva tenha, atualmente, uma inserção internacional. Sendo referido como possivelmente o autor mais influente na produção etnomatemática, D'Ambrosio expressa que essa perspectiva busca “entender o saber/fazer matemático ao longo da história da humanidade, contextualizado em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações” (2001, p. 17).

As bases da Etnomatemática nasceram, segundo o autor, em uma entrevista com Chassot e Knijnik (1997), quando exerceu a função de Diretor dos Programas de Pós-Graduação em Matemática na State University of New York at Buffalo. Nesta entrevista, D'Ambrosio afirma que, como Diretor destes Programas, enfrentou o maior desafio de sua carreira administrativa, pois havia uma exigência de que um quarto dos estudantes novos daqueles Programas fossem negros. Para encontrar tais estudantes, D'Ambrosio diz que saiu num recrutamento pelo Sul daquele país. Continua afirmando o autor (1997, p. 13):

[...] conheci uma nova realidade americana, sobretudo a realidade das escolas e universidades discriminadas. Acredito que então surgiu o germe das minhas reflexões sobre uma Educação ligada à cultura.

Minhas reflexões sobre a etnomatemática, inclusive, vêm desta experiência.

Se em um primeiro momento o termo etnomatemática pode indicar um campo de estudos que visa a associar a matemática com a cultura de um grupo, um olhar mais denso indica que ela não se limita a esta associação. Ela pretende valorizar a produção de conhecimentos matemáticos praticados por diferentes grupos sociais, considerando que este conhecimento é produzido historicamente. Assim, o campo da Etnomatemática considera que conhecimentos matemáticos existem em todas as culturas, que grupos desenvolvem suas maneiras próprias e específicas de contar, medir, fazer contas. Porém, determinados grupos impuseram o seu jeito de pensar e praticar matemática como sendo o correto enquanto silenciaram e negaram os conhecimentos de outros. Como afirma Knijnik (2000, p. 51):

Neste sentido é que dizemos que a Etnomatemática procura contar, ensinar, lidar com a história não oficial do presente e do passado. Ao dar visibilidade a este presente e a este passado, a Etnomatemática vai entender a Matemática como uma produção cultural, entendida não como consenso, não como a supremacia do que se tornou legítimo por ser superior do ponto de vista epistemológico.

D'Ambrosio (2004) enfatiza que a disciplina matemática se desenvolveu na Europa, chegando a sua forma atual nos séculos XVI e XVII. Excluindo outras formas de pensar e fazer matemática, a maneira estruturada que conhecemos atualmente foi nos sendo imposta como “a ciência dos números e das formas, das relações e das medidas, das inferências, e suas características apontam para precisão, rigor e exatidão” (Ibidem, p. 48).

A análise de Lizcano (2004) vincula-se à discussão empreendida por D'Ambrosio. Examinando um texto de Galileu que afirmava ser a natureza um livro escrito pela linguagem matemática, Lizcano (Ibidem, p. 133) expressa que tal texto é exemplar para se discutir a linguagem da matemática acadêmica. Para o autor, ao afirmar-se que a natureza pode ser escrita nessa linguagem, há a constituição de um processo de legitimação do poder aspirado por uma minoria letrada – os únicos capazes de compreender a matemática e, por isso, a natureza –, ao mesmo em que põe em ação um programa de exclusão – de homens e mulheres como não-produtores do saber, salvo se dominarem a linguagem matemática. Além disto, há a exclusão de outras linguagens, que não aquela que conforma a matemática acadêmica, como geradoras de conhecimentos.

A partir de então, Lizcano (Ibidem) expressa que a linguagem da matemática acadêmica está marcada por mecanismos de exclusão que se fazem presentes desde a sua constituição como campo de conhecimentos. Destaca três modos dessa vontade de exclusão: “O primeiro, o encontramos já no célebre letreiro ameaçador na entrada da Academia platônica: ‘Ninguém que não saiba geometria entra aqui’” (Ibidem, p. 133). O segundo modo dessa vontade de

exclusão “pode ser apreciado no desprezo dos matemáticos gregos para com a lógística, este cálculo prático com o que se realizavam as formas vulgares de contabilidade” (*Ibidem*, p. 133). Sobre esse terceiro exemplo da vontade de exclusão – o método de demonstração por redução ao absurdo –, destaca Lizcano:

O raciocínio por redução ao absurdo, que Euclides adota a partir de certo momento, permitirá que a solução apareça de repente, sem que ninguém a pressinta, como caída do céu. O curioso é que, ademais, ao incorporar às matemáticas o raciocínio por redução ao absurdo, o que estão incorporando é a força coercitiva que tal raciocínio tinha nos debates na polis ateniense. Força coercitiva que, uma vez mais, se funda em uma ameaça de exclusão (*Ibidem*, p. 134).

Esse processo de apagar os vestígios, segundo o autor, é uma constante nas histórias da matemática, resultando nas marcas de universalidade, rigor, exatidão e assepsia que constituem a linguagem da matemática acadêmica e da matemática escolar. Apoando-se em Nietzsche, o autor afirma, ainda, que toda a ordem e regularidade presentes no que denominamos por “a” matemática e “a” ciência “não passam de projeções sobre elas da necessidade de ordem, regularidade e sujeição de todos ao império abstrato da lei, necessidade que é característica obsessiva do homem burguês” (*Ibidem*, p. 136).

Lizcano destaca, ainda, que se pode compreender por matemática acadêmica “o desenvolvimento de uma série de formalismos característicos da maneira peculiar que tem certa tribo de origem europeia de entender o mundo” (*Ibidem*, p. 126). Tal série condensa um modo muito particular de conceber o tempo e o espaço, de classificar, de instituir o que é possível e o que é impossível, constituindo-se em um conjunto de crenças muito particulares que se impôs com as marcas da exatidão, pureza e universalidade. De acordo com o autor:

Nossos números, nossa aritmética, nossa matemática são puras pela mesma razão que certos animais o são para os selvagens: são puros porque não devem ser tocados, pois formam parte deste substrato de crenças fundamentais que nos constituem e sem as quais a ordem social se destruiria (*Ibidem*, p. 129).

Em seus argumentos está presente a ideia da constituição da matemática acadêmica como uma linguagem pura, exata e universal, com pretensão de “tudo descrever e compreender”, por meio da criação de crenças que atuam na manutenção da ordem social. Em função dessa possibilidade de descrever fenômenos naturais e sociais, manifestando-se como atemporal e universal, diria que a linguagem que produz a matemática acadêmica constitui uma metanarrativa. Como afirma Peters (2000), as narrativas mestras ou metanarrativas funcionam como “uma história unificada e singular, cujo propósito é legitimar ou fundar uma série de práticas, uma autoimagem cultural, um discurso ou uma instituição” (PETERS, 2000, p. 18).

Muitas pesquisas têm se desenvolvido na área da Etnomatemática em comunidades indígenas, rurais e urbanas, abarcando uma grande heterogeneidade na produção acadêmica dessa área. Nessa vasta produção, destaco alguns trabalhos realizados em contextos escolares que relacionam-se com a experiência pedagógica que desenvolvi como professora e que será descrita na próxima seção. As pesquisas desenvolvidas por Knijnik (2014, 2011, 2007, 2006, 1999) podem ser consideradas como referências nessa área, sendo recorrentemente citadas em trabalhos do campo da Etnomatemática. Elas foram realizadas buscando problematizar as inter-relações entre os saberes populares e acadêmicos, no âmbito da Educação Matemática. Esses trabalhos caracterizam-se também por tomar como parte da empiria uma intervenção pedagógica. Como afirma a educadora (KNIJNIK, 2007), suas pesquisas buscaram construir com a comunidade escolar do assentamento um trabalho pedagógico que tivesse em seu centro a atividade produtiva principal da comunidade. Em outro estudo realizado com alunos de um Curso de Magistério de Férias do DER/FUNDEP (KNIJNIK, 2006), foram problematizadas as práticas de cubação da terra e cubagem da madeira, pois eram práticas relevantes para aquele grupo. Em outra pesquisa realizada pela autora (KNIJNIK, 1999) junto a um assentamento, o trabalho pedagógico com o grupo de alunos esteve centrado na produção do melão, atividade produtiva principal daquela comunidade. De acordo com Knijnik (*Ibidem*, p. 276), “o cultivo do melão foi examinado não como um material a partir do qual os conteúdos escolares pudesse ser exemplificados”. Os conhecimentos matemáticos envolvidos na atividade pedagógica “tiveram como objetivo principal fornecer elementos para uma melhor compreensão do processo produtivo objeto de análise” (*Ibidem*, p. 277). Durante o acompanhamento desta atividade, além da problematização dos saberes matemáticos envolvidos nela, a educadora buscou também recuperar as histórias de vida e trajetórias de ocupações dos integrantes do assentamento.

Tomando como referência os estudos de Knijnik acima citados, pesquisas mais recentes foram realizadas na área da Etnomatemática discutindo a incorporação de elementos das culturas dos alunos nas aulas de Matemática. Mello (2006) desenvolveu uma experiência pedagógica com alunos do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Campo Bom (RS) utilizando como referencial teórico os campos da Etnomatemática e dos Estudos Culturais. Seu trabalho teve como objetivo analisar narrativas sobre o negro e a discriminação racial através de atividades pedagógicas nas aulas de Matemática. A parte empírica da pesquisa envolveu técnicas de inspiração etnográfica, como observação e gravação em áudio das falas dos alunos produzidas quando da implementação das atividades pedagógicas e a escrita de um diário de campo. Utilizando-se dos estudos de Hardt e Negri, na obra “Império”, a pesquisa mostra que as narrativas dos alunos estavam marcadas tanto pelo racismo moderno como pelas sutilezas do racismo imperial.

A pesquisa de Leites (2005) foi realizada com o propósito de problematizar uma experiência pedagógica desenvolvida com alunos do Ensino Fundamental

de uma escola do município de Charqueadas (RS), tendo como centro a cultura da violência. Sua análise foi realizada tomando como suporte teórico o campo da Etnomatemática e as teorizações contemporâneas sobre Currículo. A análise mostrou que, para os alunos que participaram do estudo: a disciplina é um instrumento para minimizar ou combater a violência; a escola e a família são também tomados como lugares de disciplinamento; a prisão é um lugar de correção.

Outro estudo da área da Etnomatemática que envolveu a análise de uma experiência pedagógica foi o de Zanon (2013). O trabalho foi realizado com uma turma de alunos do Ensino Médio Politécnico de uma escola pública do município de Doutor Ricardo (RS). Foram desenvolvidas atividades pedagógicas centradas na cultura leiteira, uma vez que grande parte dos estudantes e seus familiares eram produtores de leite ou funcionários da Indústria de Laticínios da cidade. A análise mostrou que os alunos mencionam a necessidade de buscar oportunidades de trabalho em ambientes externos às atividades agrícolas. Já os agricultores entrevistados dizem que há inúmeras exigências para que os produtores possam fazer parte do mercado e vender seus produtos. Em relação aos saberes matemáticos o estudo aponta que os jogos de linguagem matemáticos presentes na forma de vida camponesa da comunidade examinada apresentam regras como aproximação e arredondamento, mas fazem uso de cálculos usualmente presentes nas escolas.

Esse conjunto de trabalhos, mesmo tendo se desenvolvido em contextos diferentes, mostra que diferentemente do que ocorre em outras pesquisas desta área, nas quais os pesquisadores apenas identificam os saberes matemáticos praticados por determinados grupos sociais, os aqui citados tomam como objeto empírico para análise as intervenções pedagógicas. Além disso, destacaria que, nestas pesquisas, os saberes locais e as maneiras próprias de os grupos lidarem com os conhecimentos matemáticos são apenas algumas das questões enfocadas. As dimensões políticas e sociais também recebem um papel central. A problematização das estruturas da sociedade, as discriminações sofridas por determinados grupos sociais, bem como a influência dos conhecimentos matemáticos na vida das pessoas são destacadas e questionadas junto ao grupo de alunos.

Na próxima seção, descrevo uma experiência pedagógica que realizei com uma turma do Ensino Médio noturno da EJA de uma escola pública, em 1999. Mesmo sendo um trabalho desenvolvido há mais tempo, foi selecionado para ser problematizado nesse capítulo, pois se constitui na última prática pedagógica que realizei como docente do Ensino Médio. A partir dessa experiência serão discutidas e problematizadas algumas questões referentes à incorporação de saberes e práticas das formas de vida dos alunos no currículo escolar.

EXPERIÊNCIA PEDAGÓGICA COM USO DE REPORTAGENS

Nesta seção, descrevo alguns elementos de uma experiência pedagógica que realizei com uma turma de alunos do Ensino Médio noturno da Educação de Jovens e Adultos onde atuei como professora. Eram 24 alunos, sendo 12 mulheres e 12 homens. A faixa etária do grupo variava: alguns eram adolescentes, mas a maioria tinha mais de 30 anos. Quanto à profissão, grande parte deles eram trabalhadores assalariados. As alunas trabalhavam no comércio, nas creches municipais como atendentes, algumas em indústrias de pequeno porte e outras eram donas de casa. Os alunos, da mesma forma, trabalhavam no comércio, em indústrias de pequeno e médio porte, em mecânicas, na prestação de serviços e também como autônomos.

Durante as aulas de matemática questionava os alunos sobre suas experiências de vida fora da escola: o que faziam nas horas de lazer, seus passatempos preferidos, leituras diárias, filmes e programas de televisão favoritos. A partir dessas conversas, pude perceber que a leitura de jornais era um hábito frequente naquele grupo. Considerando essa evidência, planejei uma experiência pedagógica com uso de reportagens de jornais. Muitos professores de matemática utilizam produtos da mídia, como jornais e revistas, em suas aulas. Em muitas situações, as propagandas de supermercados com ofertas de produtos são aproveitadas para o ensino de números decimais, figuras para o ensino de geometria ou ainda algumas “reportagens do dia” para introduzir algum conceito como inflação, porcentagem ou juros. Estas são práticas pedagógicas usualmente realizadas por muitos docentes quando querem trabalhar com algum recurso diferente do livro didático.

Porém, nessas práticas os conteúdos são retirados do contexto no qual aparecem, em que fazem sentido. O grande enfoque passa a ser o conteúdo matemático e, assim, esta disciplina continua sendo vista como uma ciência universal e neutra. Esta descontextualização do ensino da matemática contribui para obscurecer as diversas formas de opressão, exploração e injustiças presentes em nossa sociedade. Como afirma Walkerdine (1995, p. 222), “quando nós tratamos o mundo como abstrato, nós ‘esquecemos’ as práticas que nos formam, os significados nos quais nós somos produzidos, nós ‘esquecemos’ a história, o poder e a opressão”.

Buscando desenvolver uma educação ligada ao contexto político-social, as relações entre os produtos da mídia e a Educação Matemática são discutidas e analisadas por Frankenstein (2005, 1997a, 1997b) na perspectiva da Etnomatemática. A autora, ao trabalhar com produtos da mídia, como notícias de jornais e revistas, busca contribuir para o entendimento da situação em torno da qual o problema está centrado. As questões culturais, bem como as relações sociais e de poder estão imersas nestas discussões. Os dados numéricos presentes na informação não são retirados do contexto, ao contrário, é a própria situação, o próprio contexto que gera a importância da análise dos dados.

A matemática, nessa perspectiva, vem contribuir para uma melhor compreensão e análise da informação estudada. Dessa forma, o conteúdo matemático não é o centro da atividade. Seu objetivo não é apenas desenvolver e ensinar conteúdos desta disciplina, mas discutir questões mais amplas, como perceber o papel da matemática na compreensão dos dados apresentados e até mesmo a forma como ela pode contribuir para obscurecer certas informações, privilegiando determinados grupos sociais. Como afirma Frankenstein (1997b, p. 182), “as aplicações do conhecimento matemático que se ensinam nas escolas transmitem uma imagem de neutralidade e de naturalidade de determinadas disposições sociais que obscurecem a estrutura de classes de nossa sociedade”. O trabalho pedagógico que realizei se aproxima do desenvolvido pela autora.

A primeira atividade que organizei com o grupo de alunos foi a análise de uma reportagem do jornal Zero Hora que tinha como título “Semana de expectativa sobre o mínimo”. É importante destacar que, por se tratar de alunos trabalhadores assalariados, o assunto salário mínimo os envolvia diretamente. Para trabalhar com esta reportagem em sala de aula, a turma foi dividida em seis grupos. Cada grupo recebeu uma parte da reportagem, que foi dividida em três. Destaco que, ao introduzir a atividade para os educandos, explicando que naquela aula faríamos uma discussão sobre uma reportagem do jornal, a primeira pergunta de um aluno foi: “É de Matemática?” (referindo-se à reportagem) Esse fato, ao meu ver, mostra como, para muitos alunos, e professores também, as aulas de matemática ainda são sinônimos de cálculos e técnicas, não havendo espaço para a discussão de uma reportagem de jornal. Por outro lado, para que uma docente de matemática discuta com os alunos uma reportagem, só se esta envolver diretamente conteúdos desta disciplina.

Cada grupo leu e discutiu sua parte da reportagem e depois apresentou-a para o grande grupo. Observei que os estudantes não se preocuparam em compreender os cálculos matemáticos apresentados no texto. Seus comentários baseavam-se nas informações das tabelas, nos depoimentos das pessoas e em suas próprias conclusões a respeito do assunto. Senti um certo “desabafo” por parte de muitos deles. Alguns de seus comentários foram: “A senhora entende a matemática do governo?”. “Vamos comparar o salário dos deputados com o mínimo!”

Esta reportagem proporcionou, em sala de aula, uma grande discussão a respeito dos assuntos abordados por ela. Mesmo que a tabela sobre os produtos da cesta básica indicasse que o poder de compra do salário mínimo aumentou, os alunos destacaram que não eram considerados a conta de água, luz, telefone, aluguel, gastos com a saúde etc., o que seria essencial para eles. Todos se surpreenderam com a quantidade de pessoas que vivem com um salário mínimo no Brasil. Eles ainda se interessaram em encontrar a taxa de aumento dos preços dos combustíveis, bem como o número de passagens urbanas possíveis de se comprar com o salário mínimo. A defasagem do salário mínimo foi comentada por todos, o que fez surgir no grupo o interesse em saber as razões que levaram a esta. A reportagem discutida naquela aula não foi trabalhada com o intuito

de introduzir conceitos matemáticos, mas com o propósito de discutir e problematizar produtos veiculados pela mídia que faziam parte da cultura daquele grupo. A matemática, dessa forma, foi utilizada com o propósito de auxiliar na interpretação daquelas informações.

Como a reportagem discutia a expectativa em relação ao aumento do salário mínimo para aquele ano (1999), e todos esperavam que fosse o maior aumento possível, na semana seguinte, a decepção foi geral ao constatarem que o reajuste proposto não atingira suas expectativas. Em função disso, discutimos em aula uma outra reportagem que analisava o efetivo aumento do salário mínimo. Para trabalhar com essa notícia, a turma foi novamente dividida em grupos. Além da reportagem lida e discutida, cada um dos quatro grupos recebeu duas folhas a serem completadas por eles. Na primeira folha distribuída, cada grupo escreveria o que foi discutido sobre informações presentes no texto. Na segunda folha, sugeri que o grupo escrevesse sobre aquilo que foi discutido, mas que não estava explícito na reportagem. Ao propor estas atividades, meu objetivo era que houvesse uma interpretação de seus dados. A reportagem do jornal não seria, dessa forma, utilizada como ponto de partida para o ensino da matemática acadêmica. Na primeira folha distribuída aos alunos, ao solicitar que os grupos escrevessem aquilo que discutiram do texto, alguns deles escreveram:

O salário em cinco anos aumentou 94,28%. Parece muito, mas não é, pois o poder aquisitivo se tornou muito baixo. Há tantos desempregados desesperados, muitos há mais de anos sem emprego, chegando ao ponto de tentar o suicídio. Existem no mercado de trabalho 35 milhões de trabalhadores sem registro e carteira. O que será deles no futuro?

Esqueceram de dizer que muitas pessoas aparentemente desempregadas vivem melhor do que muitos que têm carteira assinada, pois podem estar pagando um outro tipo de plano para o futuro.

Se o governo baixasse a carga tributária, realmente as firmas iriam aumentar o emprego, facilitando o desenvolvimento. Além do alto custo da máquina administrativa, também acontecem os roubos (políticos corruptos) que desviam muita verba.

Pude observar que os comentários dos grupos giraram em torno da situação do país, do desemprego, dos grandes salários dos governantes. Alguns grupos utilizaram cálculos matemáticos para fazerem seus comentários, como calcular a taxa de aumento do salário mínimo de um ano para outro conforme dados da tabela presente na reportagem analisada. Como alguns alunos não mencionaram os dados matemáticos da reportagem em seus comentários, questionava-me se eles não sabiam como efetuar tais cálculos ou se não lhes atribuíam uma importância central para suas análises.

Observei que o trabalho desenvolvido em nossas aulas com estes produtos da mídia teve repercussões na vida e até nas leituras dos alunos. Eram

trabalhadores, muitos deles vivendo com um salário mínimo ou um pouco mais, portanto o interesse por este assunto não era apenas por ser “da ordem do dia”, mas por fazer parte de suas vidas. Uma semana após este trabalho, uma aluna trouxe uma reportagem sobre o desemprego no Rio Grande do Sul, na qual mencionava que este índice era o mais alto do país e que os desempregados esperavam, em média, 42 semanas para obterem outro emprego no estado. Após este relato, outro aluno comentou: “Sem fábricas, como vamos trabalhar? Faltam indústrias!”.

A partir dos seus comentários orais e escritos durante as aulas, verifiquei que vários assuntos surgiam constantemente em nossas discussões, como: o governo, eleições, desemprego, trabalhadores do setor formal e informal e a defasagem do salário mínimo. De acordo com os interesses mostrados pelos alunos nestas discussões, organizei um trabalho pedagógico para as nossas aulas com o uso de diferentes reportagens de jornais de nossa leitura diária, o qual pudesse resgatar suas vivências, valorizar suas opiniões, compreender e problematizar as relações sociais e de poder que estão imersas em nosso mundo social. A matemática, dessa forma, contribuiria para esta análise, desempenhando um papel importante, porém não central. O conjunto de atividades desenvolvidas não foi elaborado previamente por mim. Conforme os interesses dos alunos e os produtos da mídia que chegavam até nós, as atividades foram sendo realizadas.

Frequentemente, os estudantes traziam para as aulas reportagens de jornais ou revistas os quais tratavam dos assuntos que estávamos discutindo. Este fato, ao meu ver, mostrava como nossas aulas estavam sendo importantes para eles, não apenas por discutirmos os fatos veiculados pela mídia, mas por termos a oportunidade de analisar assuntos de suas vivências, elementos de sua cultura, o que lhes mostrava como a matemática abrange questões políticas, sociais e culturais. Houve ocasiões em que alguns trouxeram para a aula reportagens de revistas ou jornais que, muitas vezes, não estavam relacionadas diretamente com os assuntos que víhamos discutindo em nossas aulas, mas por utilizarem porcentagens, juros, gráficos, conceitos matemáticos, os alunos as relacionavam com nossas aulas. Este fato me indicava que, mesmo não enfatizando apenas os conteúdos matemáticos veiculados nas reportagens que discutíamos, alguns estudantes talvez pensassem que meu foco centrava-se apenas no ensino destes conteúdos. Talvez as marcas do ensino que receberam justificassem esta atitude.

IMPLICAÇÕES CURRICULARES

Nesta última seção do texto, destaco algumas considerações sobre a incorporação de elementos das culturas dos alunos nas aulas de matemática. Uma delas refere-se à não glorificação dos saberes matemáticos praticados fora do contexto escolar. Ou seja, ao realizarmos atividades que envolvam diferentes formas de fazer matemática considero importante mostrarmos aos alunos que seus saberes (ou os de seus pais e familiares) são válidos e têm espaço nas aulas de matemática. Por exemplo: as diferentes maneiras de realizar as quatro operações,

calcular porcentagem ou medir determinado espaço. Porém, ao mesmo tempo, é relevante assinalarmos que há um conjunto de conhecimentos legitimados socialmente que devem ser, também, ensinados nas escolas. Na área da Educação Matemática, estudos como os de Frankenstein (2005), Knijnik (2014, 2012, 2011) e Skovsmose (2008, 2007), mesmo que apoiados em referenciais teóricos diferentes, mostram que precisamos, sim, valorizar os saberes matemáticos produzidos fora da escola, mas também aqueles que conformam a matemática acadêmica e escolar.

Este é um ponto central nas discussões da Etnomatemática. Ao questionar a inclusão de certos conhecimentos matemáticos no currículo escolar, esta perspectiva não propõe a exclusão desta matemática que vem sendo considerada como legítima. Ela passa a ser vista como uma Etnomatemática, assim como a praticada pelas crianças em seus jogos ou brincadeiras, pelos agricultores, pelos indígenas, pelos construtores, mas que ocupa uma posição diferente das demais.

Outro elemento importante quando se discute a incorporação de práticas das culturas dos alunos no currículo escolar é que, ao trabalhar com o conhecimento matemático praticado por um determinado grupo, não se trata de utilizá-lo apenas como “ponto de partida” para o ensino das matemáticas acadêmica e escolar, o que reforça ainda mais a supremacia destas sobre as demais. Nesse sentido, concordo com Silva (1996, p. 193), que com propriedade afirma: “não se trata de “partir da cultura dominada”, mas de interrogá-la, questioná-la, historicizá-la, da mesma forma que se deve fazer com a cultura dominante”. No caso da experiência pedagógica aqui relatada, ao trabalhar com reportagens de jornal que pertenciam à cultura daquele grupo, estas não foram usadas apenas como fontes de exemplos para o ensino de conteúdos matemáticos. Discutir aquelas reportagens analisando seus dados criticamente possibilitou ampliar a compreensão e problematização de aspectos do mundo social dos alunos.

Os produtos da mídia não foram utilizados com o propósito único de ensinar “mais matemática”, tampouco foram empregados como “ponto de partida” para o ensino da matemática acadêmica. As atividades realizadas estiveram centradas na interpretação e análise das temáticas estudadas. Concordo com Benn (1997), quando a autora, ao mencionar a utilização de produtos da mídia nas aulas de matemática, explica que a questão não é somente dar a resposta certa, mas compreender como a operação de dados pode clarificar ou obscurecer a realidade. Através deste trabalho, penso que os alunos puderam não somente ler e interpretar os dados numéricos presentes nas reportagens que discutímos, mas também compreender as questões sociais, políticas e culturais ali presentes.

Finalizando, diria que pela experiência pedagógica desenvolvida, apoiada na perspectiva Etnomatemática, uma outra compreensão de Educação Matemática foi sendo ensaiada. Ao invés de um conjunto de técnicas e fórmulas descontextualizadas, o conhecimento matemático passou a se conectar mais com a vida dos estudantes, com suas formas de lidar com o mundo, auxiliando-os na

compreensão e problematização de suas vidas. Espero que este texto provoque a produção de outros ensaios que possam fazer alguma diferença na vida de nossos alunos.

REFERÊNCIAS

- BENN, Roseanne. **Adults count too.** Mathematics for empowerment. London: National Institute of Adult Continuing Education, 1997.
- CHASSOT, Attico; KNIJNIK, Gelsa. Conversando com Ubiratan D'Ambrosio. **Episteme**, Porto Alegre, v.2, n.4, p. 9-25, 1997.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **A reflection on Ethnomathematics:** Why teach Mathematics? Sítio oficial de Ubiratan D'Ambrosio. Disponível em: <<http://vello.sites.uol.com.br/>>. Acesso em: jul. 2006.
- _____. Etnomatemática e Educação. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José de (orgs.). **Etnomatemática, currículo e formação de professores.** Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004. p. 39-52.
- _____. **Etnomatemática:** elo entre a tradição e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- _____. **Educação Matemática.** Da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1997.
- FRANKENSTEIN, Marilyn. Educação Matemática crítica: uma aplicação da Epistemologia de Paulo Freire. In: BICUDO, M. A. V (Ed.). **Educação Matemática.** São Paulo: Centauro, 2005.
- _____. Em Adição à Matemática: Incluindo Debates de Eqüidade no Currículo. In: TRENTACOSTA, Janet; KENNEY, Margaret J. (ed.). **Multicultural and Gender Equity in the Mathematics Classroom.** The Gift of Diversity. United States: National Council of Teachers of Mathematics (YEARBOOK), 1997a. Texto datilografado.
- _____. La equidad en la educación matemática: el aula en el mundo exterior al aula. In: SECADA, W. G.; FENNEMA, E.; ADAJIAN L. B. (comps.). **Equidad y enseñanza de las matemáticas:** nuevas tendencias. Madrid: Morata, p. 179-205, 1997b.
- KNIJNIK, Gelsa. Etnomatemáticas en movimiento: Perspectiva Etnomatemática, sus formulaciones teóricas y ejemplificaciones. **RLE (Pasto)**, v. 7, p. 139-151, 2014.
- _____. Differentially positioned language games: ethnomathematics from a philosophical perspective. **Educational Studies in Mathematics**, v. 80, p. 87-100, 2012.
- _____. Wittgenstein y las matemáticas en la forma de vida de los campesinos Sin Tierra de Brasil. **Perspectivas metodológicas**, v. 11, p. 36-48, 2011.
- _____. Mathematics education and the Brazilian Landless Movement: three different mathematics in the context of the struggle for social justice. **Philosophy of Mathematics Education Journal**, v. 21, p. 1-18, 2007.

_____. **Educação Matemática, culturas e conhecimento na luta pela terra.** Santa Cruz do Sul: Edunisc, 2006.

_____. O político, o social e o cultural no ato de educar matematicamente as novas gerações. In: MATOS, João Felipe, FERNANDES, Elsa (Ed.). *Actas do PROFMAT 2000*, Associação de Professores de Matemática de Portugal, p. 48-60, 2000.

_____. Etnomatemática e Educação No Movimento Dos Sem Terra. In: SILVA, Luiz Heron da (Org.). **A Escola Cidadã no Contexto da Globalização.** Petrópolis: Vozes, p. 272-286, 1999.

KNIJNIK, Gelsa et al. **Etnomatemática em movimento.** Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

LEITES, Carmem B. **Etnomatemática e Currículo Escolar:** problematizando uma experiência pedagógica com alunos de 5 série. (Dissertação de Mestrado). São Leopoldo: Universidade do Vale do Rio dos Sinos, 2005.

LIZCANO, Emmanuel. As matemáticas da tribo européia: um estudo de caso. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José de (Org.). **Etnomatemática, currículo e formação de professores.** Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004. p. 124-138.

MELLO, Rosália. “É a cor da pele que faz a pessoa ser discriminada”: narrativas sobre o negro e a discriminação racial produzidas em uma experiência pedagógica de Educação Matemática. (Dissertação de Mestrado). São Leopoldo: Universidade do Vale do Rio dos Sinos, 2006.

PETERS, Michael. **Pós-estruturalismo e filosofia da diferença.** [Uma introdução]. Belo Horizonte: Autêntica, 2000.

SILVA, Tomaz Tadeu da. **Identidades Terminais:** as transformações na política da pedagogia e na pedagogia da política. Petrópolis: Vozes, 1996.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da Educação Matemática Crítica.** São Paulo: Papirus, 2008.

_____. **Educação Crítica:** Incerteza, Matemática, Responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007.

ZANON, Rosane. **Educação matemática, formas de vida e alunos investigadores:** um estudo na perspectiva da etnomatemática. (Dissertação de Mestrado). Lajeado: Centro Universitário Univates, 2013.

WALKERDINE, Valerie. O Raciocínio em Tempos Pós-Modernos. **Educação e Realidade**, 20 (2), p. 207-226, 1995.

WANDERER, Fernanda. **Educação de jovens e adultos e produtos da mídia:** possibilidades de um processo pedagógico etnomatemático. Dissertação (Mestrado em Educação). São Leopoldo: Universidade do Vale do Rio dos Sinos, 2001.

ETNOMATEMÁTICA, ENSINO MÉDIO POLITÉCNICO E ALUNOS INVESTIGADORES: APONTAMENTOS PARA UMA PROPOSTA DE ENSINO

Rosana Zanon¹
Ieda Maria Giongo²
Angélica Vier Munhoz³

Resumo: Este trabalho apresenta alguns resultados de uma prática pedagógica investigativa desenvolvida com uma turma de alunos do primeiro ano do Ensino Médio Politécnico de uma Escola Estadual de um Município do interior do Rio Grande do Sul. Um dos objetivos da proposta de ensino, tendo como aporte teórico o campo da Etnomatemática, consistiu em fomentar na referida turma, o espírito investigador. Por meio das anotações no diário de campo da professora pesquisadora, aplicação de questionários, entrevistas realizadas com trabalhadores do campo e de uma empresa de laticínios, foi possível evidenciar: a) que durante a prática pedagógica, os alunos operaram com metodologias de pesquisa qualitativa e b) a presença de regras alusivas à aproximação e arredondamentos nos jogos de linguagem matemáticos gestados na forma de vida da comunidade examinada.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Etnomatemática. Ensino Médio Politécnico.

O ENSINO MÉDIO POLITÉCNICO E A ETNOMATEMÁTICA

Este trabalho relata uma prática pedagógica investigativa que constituiu o material empírico da Dissertação de Mestrado intitulada “Educação Matemática, formas de vida e alunos investigadores: Um estudo na perspectiva da Etnomatemática” (ZANON, 2013). Dois motivos foram centrais para a escolha da temática. O primeiro diz respeito à implantação, em 2012, da nova proposta para o Ensino Médio Politécnico na Rede Estadual de Ensino Gaúcho que, segundo artigo divulgado pela Secretaria da Educação do Estado (2011, p. 4) visa ofertar:

[...] uma mudança estrutural que coloque o Ensino Médio para além da mera continuidade do Ensino Fundamental, instituindo-o efetivamente como etapa final da educação básica. Um Ensino Médio que contemple a qualificação, a articulação com o mundo do trabalho

¹ Licenciada em Ciências Exatas – Univates. Mestre em Ensino de Ciências Exatas – Univates.

² Licenciada em Matemática – Furg. Doutora em Educação – Unisinos.

³ Graduada em Pedagogia – Pucrs. Doutora em Educação – Ufrgs.

e práticas produtivas, com responsabilidade e sustentabilidade e com qualidade cidadã.

A nova proposta para o Ensino Médio, ainda segundo o referido artigo, também visa a promover a pesquisa escolar como um método que propicia o desenvolvimento da “atitude científica”, pois oferece ao estudante, ao longo de sua vida, condições de “interpretar, analisar, criticar, refletir, rejeitar ideias fechadas, aprender, buscar soluções e propor alternativas” (SECRETARIA DA EDUCAÇÃO, 2011, p. 21). Nesse sentido, a disciplina Seminário Integrado, obrigatória nos três anos do Ensino Médio, constituiu-se em lócus privilegiado de pesquisa-intervenção. O segundo motivo para a escolha da temática estava atrelado à forma de vida dos alunos do projeto - produtores e vendedores de leite ou queijo caseiro, funcionários ou filhos de funcionários da Indústria de Laticínios da cidade ou, ainda, consumidores dos produtos industrializados pela Empresa. Levando em conta a grande importância desse setor na economia do município, buscamos, com auxílio dos discentes, identificar os jogos de linguagem presentes nesse contexto. Por conta disso, as ideias da Etnomatemática, conforme descritas por Gelsa Knijnik, foram escolhidas para sustentar a pesquisa-intervenção.

Em efeito, a pesquisadora Gelsa Knijnik, sustentada pelas ideias de Michel Foucault e pela obra maturidade de Ludwig Wittgenstein, considera a Etnomatemática uma caixa de ferramentas que possibilita: estudar os discursos eurocêntricos que instituem as matemáticas acadêmica e escolar, analisando seus efeitos de verdade; discutir questões da diferença cultural na Educação Matemática, considerando as relações de poder que a estabelecem, e examinar os jogos de linguagem que constituem as diferentes matemáticas e suas semelhanças de família (KNIJNIK, 2006, apud KNIJNIK; WANDERER; GONGO, 2010, p. 51).

Ao apontar que examina os jogos de linguagem, que constituem as diferentes matemáticas e suas semelhanças de família, Knijnik evidencia a existência de múltiplas matemáticas e nega a possibilidade da existência de uma linguagem matemática universal que pudesse descrever o mundo e suas relações. Essa pragmática da linguagem possui significação determinados pelo uso que fazemos das palavras. Para Condé (2004, p. 45-47):

A significação de uma palavra é dada a partir do uso que dela fazemos em diferentes situações e contextos. Significações linguísticas constituem um fenômeno social, e esse ponto é crucial para que a concepção semântica seja substituída pela concepção predominantemente pragmática.

Ainda, segundo esse autor, dependendo da situação e emprego de uma mesma expressão linguística, diferente poderá ser sua significação, pois seu uso possui uma relação com a situação. Assim, a significação de uma palavra ou expressão surge desse uso, mediada por regras, definida a partir de nossas práticas sociais, hábitos e formas de vida. Como sugere Wanderer (2007, p. 162):

Wittgenstein, nessa segunda fase, repudia a noção de um fundamento ontológico para a linguagem, a qual assume um caráter contingente e particular, adquirindo sentido mediante seus diversos *usos*. [...] Dessa forma, sendo a significação de uma palavra gerada pelo seu uso, a possibilidade de essências ou garantias fixas para a linguagem é posta sob suspeição, nos levando a questionar também a existência de uma linguagem matemática única e com significados fixos [grifos da autora].

Conforme as referências teóricas produzidas por Wittgenstein e alguns de seus intérpretes, os jogos de linguagens e as regras que os instituem estão fortemente ligados ao seu uso e a uma determinada forma de vida. Logo, podemos entender os jogos de linguagem como integrantes de uma forma de vida e “amalgamados” pelas práticas e atividades nela desenvolvidas (GLOCK, 2006, apud GIONGO, 2008, p. 152). O pesquisador também argumenta que “uma forma de vida é uma formação cultural ou social, a totalidade das atividades comunitárias em que estão imersos nossos jogos de linguagem” (Ibidem, p. 152).

Evidenciamos a seguir os procedimentos metodológicos adotados ao longo da prática e alguns dos resultados.

A PRÁTICA PEDAGÓGICA E ALGUNS RESULTADOS

Iniciamos a prática pedagógica investigativa levando em conta que:

Pesquisa é uma atividade que exige reflexão, rigor, método e ousadia. Lembre sempre que nem toda a atividade intelectual é científica. O trabalho científico é um entre tantos outros e tem peculiaridades. Há muitas atividades intelectuais que requerem habilidades complexas e sofisticadas, mas não se encaixam em parâmetros de cientificidade. Embora estes parâmetros sejam cada vez mais amplos e flexíveis, eles existem e são distintivos desta atividade (COSTA, 2007, p. 150).

As atividades de pesquisa iniciaram na primeira semana do ano letivo junto à disciplina de Seminário Integrado, apresentando aos alunos, com apoio da direção e coordenação da escola, a nova proposta a ser implantada: o Ensino Médio Politécnico, bem como as ideias centrais da pesquisa. Inicialmente, os alunos responderam um questionário com o intuito de compreender quais seus temas de interesse, em especial, suas projeções para o futuro e como esperavam alcançá-las. Dentre as profissões citadas, surgiram médicos, psicólogos, administradores, arquitetos, engenheiros, químicos, fisioterapeutas, agrônomos, jornalistas, jogadores de futebol, advogados, professores e artistas.

Em seguida, os alunos assistiram a uma mensagem audiovisual, que lhes possibilitou reflexões sobre o quanto as profissões, que almejamos na adolescência, influenciam nossas decisões futuras, embora nem sempre se realizem da forma que desejamos. Por meio de leituras, pesquisas bibliográficas, debates, vídeos e slides, os alunos foram construindo conhecimentos sobre

pesquisa, quais são seus objetivos, suas classificações, hipóteses e metodologias utilizadas. Estabelecemos também nosso interesse em desenvolver uma pesquisa de natureza qualitativa.

Para esta construção, seguimos também os aportes teóricos de Costa (2007) quando, em *"Caminhos Investigativos II: outros modos de pensar e fazer pesquisa em educação"*, estabelece uma “agenda para jovens pesquisadores” e sugere algumas contestações, questionamentos e algumas certezas acerca das virtudes da ciência e o “regime de verdade” inventado pela modernidade.

A autora, em sua obra, indica doze pontos essenciais para serem analisados por jovens pesquisadores ao se dedicarem à pesquisa. Enfatiza também que só se leve em consideração as informações que, após rigoroso exame, julgamos “procedentes e consistentes” (COSTA, 2007, p. 147-152).

A partir da leitura e debate dos doze pontos sugeridos por Costa, definimos, em grande grupo, algumas metas que serviriam para nortear nossa prática pedagógica investigativa: dedicação, humildade, ousadia, ética, criatividade, personalidade, aventura, coletivo, objetivos, rigor, conhecimento, coragem, engajamento e método. Estas foram afixadas em um painel juntamente com o título da pesquisa.

Fomos definindo, ainda em grande grupo, as metas que gostaríamos de alcançar com nosso projeto, as quais, assim como os recursos, foram por nós escolhidas durante a investigação. Como bem aponta Costa (2002, p. 124):

Uma prática de pesquisa é um modo de pensar, sentir, desejar, amar, odiar; uma forma de interrogar, de suscitar acontecimentos, de exercitar a capacidade de resistência e de submissão ao controle [...] Portanto uma prática de pesquisa é implicada em nossa própria vida. A “escolha” de uma prática de pesquisa, entre outras, diz respeito ao modo como fomos e estamos subjetivadas/os, como entramos no jogo de saberes e como nos relacionamos com o poder.

A primeira atividade realizada envolvendo o projeto foi a criação, de forma coletiva, de um questionário, o qual deveria ser aplicado às pessoas mais idosas das diferentes localidades do município, buscando, por meio dele, descobrir como foram conseguidos os primeiros rebanhos bovinos leiteiros das famílias, como eram as pastagens, as formas de armazenagem, a conservação, tanto dos derivados leiteiros quanto dos agrícolas, a produção do queijo (ingredientes), a relação entre a alimentação do gado e a quantidade de leite produzida, vacinas e outras informações pertinentes ao tema.

Vale destacar que, mesmo que o tema escolhido estivesse em estreita relação com a forma de vida dos alunos, alguns deles inicialmente não se mostraram entusiasmados com a proposta. Mencionamos esta questão para demarcar nossa distância das teorizações educacionais, que apregoam que “práticas pedagógicas diferenciadas ou inovadoras”, garantem que todos os alunos participem ativamente das atividades, sem contestá-las.

Nosso intuito era resgatar informações desde a época da colonização de nossas terras, em 1910, até o momento atual. Todas as questões foram sugeridas pelos alunos, que buscavam abranger igualmente as disciplinas de seu currículo escolar para que estas pudessem ser aproveitadas por cada professor de área. Após a finalização do questionário em sala de aula, disponibilizamo-nos para cada docente para que este pudesse dar sua contribuição, sugestão ou crítica. Aprovados, os questionários foram sendo aplicados, em duplas ou trios, durante as horas de folga dos estudantes, finais de semana ou visitas a familiares, em um período de dez dias. Terminado o prazo, todos compareceram à aula com as informações e dados coletados, momento em que iniciamos a compilação de todos esses registros.

No Laboratório de Informática da Escola, cada grupo digitou as informações obtidas com o questionário e as enviaram a mim por e-mail. A partir disso, em sala de aula, foram sintetizadas as respostas. No primeiro momento, em quatro grupos, seguidos de dois maiores para, posteriormente, dar origem à nossa síntese final, que continha todos os dados alcançados. Esta foi apresentada e entregue a cada professor de área curricular durante suas respectivas disciplinas, o que levou as equipes a se organizarem com slides, cartazes e vídeos com o objetivo de expor as informações obtidas por meio do referido questionário.

Ao tomar conhecimento dessas informações, os professores procuraram, em suas disciplinas, por meio dos conceitos utilizados por cada produtor agrícola e leiteiro, destacar e valorizar o raciocínio por eles utilizado na resolução de situações cotidianas. Nesse mesmo período, nas aulas de Seminário Integrado, foi realizada uma pesquisa, onde, em equipes, os alunos procuraram por inovações, notícias, descobertas e novas tecnologias acerca das Produções Rurais ou Leiteiras. Com auxílio dos computadores da Escola e da internet, distribuídos igualmente entre “Cultura Rural” e “Cultura Leiteira”, iniciaram uma investigação à procura de publicações e artigos de cunho científico ou acadêmico que os levassem a produzir um texto informativo baseado no referencial teórico sobre a cultura que pesquisaram.

Posteriormente à correção dessa produção textual, os grupos, separadamente, disponibilizaram-na, via correio eletrônico, a cada integrante da turma e a apresentaram ao grande grupo, inclusive aos professores de suas disciplinas curriculares. Dessa forma, ocorreram trocas de informações e a construção de novas concepções sobre as culturas estudadas. Por meio das apresentações e debates gerados, várias informações coletadas e observações feitas puderam fazer sentido em nossa pesquisa. Os textos escolhidos nos oportunizaram avaliar a real situação em que se encontrava o meio no qual estávamos inseridos, a necessidade de superação produtiva, inserção tecnológica. Essa situação fazia parte da forma de vida na qual a maioria dos alunos estava inserida, auxiliando, assim, a visualização e compreensão, dando sentido e gerando interlocução de conhecimentos.

A proposta era que cada professor procurasse destacar os conteúdos referentes à sua disciplina ou área e fizesse esse comparativo com o propósito de enfatizar e valorizar os conceitos envolvidos. No segundo semestre, retomamos as informações já coletadas e, na sequência, pensamos no caminho percorrido pela nossa matéria-prima - o leite - até o produto final produzido na Empresa de nosso município. Para isso, utilizamos recursos, tais como, entrevistas com profissionais da área, técnicos, funcionários, visitas aos setores de produção da Empresa e outros. Nesse período, também era nosso intuito, apoiados no campo da Etnomatemática, evidenciar os jogos de linguagem matemáticos envolvidos na cultura a qual pertencíamos. Entretanto, como bem aponta Knijnik (2006, p. 150):

Não se trata, portanto, de glorificar a Matemática popular, celebrando-a em conferências internacionais, como uma preciosidade a ser preservada a qualquer custo. Este tipo de operação não empresta nenhuma ajuda aos grupos subordinados. Enquanto intelectuais, precisamos estar atentos para não pô-la em execução, exclusivamente na busca de ganhos simbólicos no campo científico ao qual pertencemos. No entanto, também não se trata de negar à Matemática popular sua dimensão de autonomia, tão cara às teorias relativistas.

Dando sequência, preocupamo-nos em investigar o método de produção adotado pelas produtoras de queijo colonial que vendiam suas “peças” deste produto diretamente aos consumidores ou mesmo aos mercados que as revendiam. Para isso, organizamos uma entrevista, estruturada em algumas questões que envolviam deste a alimentação do gado leiteiro, cuidados, quantidade de leite produzido, armazenamento, processos de produção de produtos coloniais derivados do leite, preço e pesagem destes produtos. Nesse momento, os alunos foram instruídos a solicitar que as entrevistadas lessem e assinassem o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido que especificava de forma clara e detalhada e livre de qualquer constrangimento e coerção, dos objetivos, da justificativa e dos procedimentos da pesquisa.

Com as questões decididas, os alunos foram ao campo aplicá-las às vizinhas, avós, conhecidas ou mulheres que produziam queijo para venda. Acreditamos que este tenha sido o principal momento da pesquisa, pois percebemos que o fato de viverem e dependerem do meio rural para sua sobrevivência, não significava que aquelas produtoras teriam que apresentar métodos ingênuos ou simplesmente “diferentes” do que a academia científica defende. Assim que os alunos retornaram, iniciaram, sob orientação da professora pesquisadora, as transcrições e debates sobre os resultados emergentes da entrevista. Nesse momento, constatamos que nossas produtoras de queijo colonial, embora inseridas no meio agrícola e distante dos centros urbanos, usufruiam de tecnologia para realizar suas atividades de produção e venda.

Desta forma, o próximo passo foi agendar uma visita à Empresa de Laticínios da cidade com o objetivo de observar se os métodos lá desenvolvidos

possuíam ou não semelhança de família com os apresentados pelas produtoras de queijo caseiro. Ao chegarmos à Empresa, fomos recepcionados pela Gerente Industrial que, muito gentilmente, mostrou-nos cada setor de produção, bem como seus maquinários e funcionamento. Esteve também sempre disponível a questionamentos, pois, a cada nova máquina apresentada, os alunos demonstravam entusiasmo e interesse sobre a produção diária, como registravam, quantos funcionários eram necessários, entre outras questões que iam surgindo no decorrer da visitação. Ela também se dispôs a responder a uma entrevista, em sala de aula, sobre a origem da matéria-prima, exigências e cuidados com os fornecedores, produtos industrializados, processos de produção, higiene e venda.

A partir desse momento, iniciamos a montagem e organização de um seminário aberto à comunidade escolar que foi apresentado com o intuito de relatar todo o trabalho desenvolvido durante esse ano letivo, bem como seus objetivos, metodologia e resultados encontrados. Para isso, foi necessário um trabalho de análise dos dados e informações emergentes presentes em nosso trabalho, em que houve o resgate e a relação do primeiro questionário até a última visita realizada. Concomitante a essa análise, o período foi marcado por construções de maquetes representando o meio rural antigo e o atual, propriedades rurais e leiteiras, cartazes e painéis contendo os principais momentos de nossa prática investigativa, material este que foi exposto durante a apresentação do seminário. Convidamos também para fazer parte da exposição duas produtoras rurais, uma que respondeu ao primeiro questionário e outra, produtora de queijo colonial, que foi entrevistada no terceiro momento de nossa pesquisa.

É importante salientar que todas as entrevistadas demonstraram-se felizes por serem indagadas sobre sua atividade econômica, pois respondiam aos questionamentos com interesse e afirmaram que, até aquele momento, nunca tinham sido procuradas por alguém em busca de conhecimento e que se sentiam “valorizadas” por isso ter ocorrido. Inicialmente, com certa timidez, declararam que, talvez, não estivessem aptas a responder a tudo o que lhes seria perguntado, segundo elas “falta de instrução e estudo”. Entretanto, as entrevistadas mostraram-se à vontade, respondendo aos questionamentos. Além disso, mencionaram a importância do conhecimento intelectual e do estudo na vida dos indivíduos e o quanto desejavam que seus filhos, diferentes delas, prosseguissem os estudos.

Salientamos que todo material produzido - textos, relatórios e outras produções - contou com a colaboração, apoio e correção dos professores das disciplinas curriculares do primeiro ano do Ensino Médio Politécnico, e todo material emergente durante as pesquisas também foram por eles utilizados, promovendo, assim, a integração entre os conteúdos envolvidos. Para uma melhor visualização das atividades desenvolvidas, descrevemo-las no quadro abaixo, juntamente com as datas em que ocorreram.

Quadro 1 - Atividades desenvolvidas

Encontros	Data	Atividades
1	28/02/12	- Dinâmica de socialização; - Mensagem de abertura.
2	06/03/12	- Apresentação da Proposta do Ensino Médio Politécnico.
3	13/03/12	- Debate coletivo sobre as ideias do questionário.
4	20/03/12	- O que é pesquisa e quais seus objetivos.
5	27/03/12	- Classificações das pesquisas (leitura, interpretação e debate coletivo).
6	29/03/12	- Escolha do tema, problema, objetivos e uma metodologia a ser adotada.
7	03/04/12	- Apresentações dos projetos de pesquisas para toda a turma.
8	05/04/12	- Leitura e discussão de um fragmento do texto: "Uma agenda para Jovens Pesquisadores" - (doze pontos de uma atividade de pesquisa) de COSTA (2007, p. 139-153)
9	10/04/12	- Discussão das ideias do texto
10	12/04/12	- Apresentação da proposta para o Projeto do Ensino Médio Politécnico da Escola; - Análise e formulação dos objetivos, tema e problema do projeto.
11	17/04/12	- Construção de questionário para aplicação nas comunidades do município.
12	19/04/12	- Conclusão do questionário, digitação e impressão para análise a ser realizada pelos professores das áreas.
13	24/04/12	- Organização de grupos para aplicação dos questionários e divisão das localidades. - Distribuição do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para assinatura dos pais.
14	26/04/12	- Confecção de cartazes contendo as ideias centrais de nosso Projeto de Pesquisa, tema da Escola, Objetivos do Ensino Médio Politécnico e outras informações relevantes para expor nos murais e corredores da escola.
15	03/05/12	- Digitação dos questionários respondidos, no Laboratório de Informática da Escola. - Recolhimento dos Termos de Consentimento assinados pelos pais dos alunos participantes da pesquisa.
16	08/05/12	- Compilação das informações e dados coletados através das entrevistas.
17	10/05/12	- Continuação do debate coletivo sobre as informações coletadas.
18	15/05/12	- Análise e síntese dos questionários em quatro grandes grupos.
19	17/05/12	- Análise e síntese em dois grandes grupos. Envio por e-mail.
20	22/05/12	- Entrega aos alunos e debate sobre a síntese final obtida.
21	24/05/12	- Organização para apresentação da síntese aos professores de área.

Encontros	Data	Atividades
22	28/05/12	- Apresentação para os colegas e professora da disciplina, utilizando todos os recursos planejados. Cada grupo apresenta para os professores de área durante suas respectivas disciplinas.
23	31/05/12	- Pesquisa Bibliográfica sobre publicações científicas ou acadêmicas referentes à cultura rural e leiteira pelos mesmos trios da apresentação anterior.
24	04/06/12	- Continuação da pesquisa no Laboratório de Informática da Escola.
25 – 27	11/06/12 14/06/12 18/06/12	- Produção textual baseada nas ideias encontradas no referencial teórico pesquisado. Material pesquisado enviado por e-mail para todos participantes da pesquisa.
28	21/06/12	- Apresentação das informações coletadas através da pesquisa. Aberta aos professores das áreas.
29 – 30	25/06/12 28/06/12	- Debate coletivo sobre as ideias que emergiram através da pesquisa e seu comparativo com nossas informações iniciais (questionário).
31 – 35	02/07/12 05/07/12 09/07/12 12/07/12 14/07/12	- Organização de material representando as informações coletadas a partir do questionário inicial e da pesquisa bibliográfica. Maquetes, painéis e cartazes que serão expostos em nosso Seminário ao final do ano letivo.
		- Recesso Escolar
36 – 38	30/07/12 02/08/12 06/08/12	- Retomada do semestre passado, revisitando nossos objetivos de pesquisa e métodos. Apresentação do roteiro a ser desenvolvido no novo semestre.
39- 41	09/08/12 13/08/12 16/08/12	- Construção de roteiro para entrevistas com produtores rurais e leiteiros do município, buscando identificar os métodos atuais na produção rural e leiteira. Entrega do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido a ser assinado por cada participante da entrevista para fins de ética na pesquisa.
42 – 45	20/08/12 23/08/12 27/08/12 30/08/12	- Organização para desfile cívico na Semana da Pátria. Escolha das profissões a serem representadas e confecção de materiais e adereços necessários.
46 – 47	03/09/12 06/09/12	- Debate sobre as profissões escolhidas para o desfile.
48 – 53	10/09/12 13/09/12 17/09/12 24/09/12 27/09/12 01/10/12	- Aplicação e transcrição das entrevistas. Conforme estas iam sendo aplicadas, iniciavam-se as transcrições no Laboratório de Informática da Escola. - Aplicação e transcrição das entrevistas. Conforme estas iam sendo aplicadas, iniciavam-se as transcrições no Laboratório de Informática da Escola.
54 – 55	04/10/12 08/10/12	- Compilação das informações coletadas com as entrevistas e comparação com as que já obtivemos.

Encontros	Data	Atividades
56 – 57	11/10/12 18/10/12	- Construção de roteiro para entrevista com técnicos e responsáveis pela produção na indústria de laticínios do município.
58	22/10/12	- Visitação a setores da Empresa de Laticínios. Realização da entrevista estruturada com técnico ou responsável pela produção da Empresa
59 – 60	25/10/12 29/10/12	- Debate coletivo sobre as observações feitas durante a visita.
61 – 62	01/11/12 05/11/12	- Produção de Relatório sobre a visitação, evidenciando os métodos utilizados na Empresa para o cálculo da produção, lucros e gastos, quantidade dos ingredientes necessários.
63 – 65	08/11/12 12/11/12 19/11/12	- Análise e comparação dos conceitos Matemáticos presentes nas informações que coletamos através de nossa Pesquisa desde os questionários iniciais até a visitação à Empresa.
66 – 67	22/11/12 26/11/12	- Produção textual nos grupos que desenvolveram a pesquisa, procurando expor o resultado de nossa análise sobre os conceitos e métodos utilizados pelos trabalhadores das áreas rurais e leiteiras de nosso município.
68 – 70	29/11/12 03/12/12 06/12/12	- Preparação de material para organização de Seminário a ser apresentado à comunidade escolar e local, utilizando o material confeccionado ainda no primeiro semestre e complementado com as novas informações coletadas e produções elaboradas.
71	10/12/12	- Seminário apresentado pelos alunos e professora pesquisadora com a participação e o depoimento de uma produtora rural que respondeu ao questionário inicial e uma que vendia queijo colonial.
72	13/12/12	- Avaliação da pesquisa desenvolvida.

Fonte: Das autoras, 2014.

A análise do material de pesquisa que os alunos coletaram durante o processo permitiu observar que os jogos de linguagem matemáticos apresentados pelos produtores rurais e leiteiros, participantes de nossa pesquisa, apresentaram traços de conceitos matemáticos recebidos culturalmente, como a presença de arredondamentos, abstração, proporção e medidas definidas unanimemente e comprovados pelas falas das produtoras ao evidenciarem a quantidade de coalho utilizada, a quantidade de leite por quilograma de queijo, o fato de que não possuíam uma fórmula para definir seus lucros, mas que tinham a noção de que lucravam, aproximadamente, mais do que a metade do que recebiam no momento da venda do queijo. Como bem apontam os excertos abaixo:

Filha de uma Produtora: *é que na verdade a conta que ele queria... faz 1 kg de queijo por dia... faz vezes 30 dias e vezes R\$8,00, só que tu nunca fez quanto custa a ração, o coalho, nunca foi feito essa conta, porque mais é pra consumo né, então, se vende é lucro se não vende tem pra consumo. Pelo menos não precisa gastar dinheiro pra compra, daí essa conta*

aqui nunca foi feita. É que tem gente que vende só pro comércio ou vende o leite e daí sim eles contam quanta ração compraram de quanto, por exemplo, lá no meu padrinho eles vendem, ele ganham mais ou menos R\$3.000 de leite por mês, mas só que R\$1.500 é pra comprar milho e ração daí o custo é de 50% né [grifos nossos].

Produtora 3: *Como eu falei não faço cálculos. Só me influencia que no fim de semana eu tenho o meu dinheiro pra ir no mercado.[...] Ah, em torno de uns ... o queijo por exemplo, se eu tiro mil e duzentos por mês, eu acho que seiscentos seria limpo né [grifos nossos].*

Produtora 4: *...sim, porque daí que nem fosse dizer, faz em média duas (peças de queijo) por dia quando chega final de semana tem... daí dá 21 kg, que nós tinha falado então dá bastante eu acho, né, que rende. [...] nós tinha feito a conta que dá 750 mais ou menos por mês [grifos nossos].*

Por meio dos excertos, tais como os acima expressos, foi possível verificar, por um lado, nos jogos de linguagem matemáticos gestados pelas produtoras rurais, fortes semelhanças de família com aqueles usualmente presentes na Matemática Escolar. A evidência da semelhança pode ser verificada, por exemplo, quando, ao questioná-las sobre o cálculo desenvolvido para verificar o lucro obtido na produção e venda do queijo, comentaram que, inicialmente, somavam o total arrecadado com a venda do produto para depois subtrair os gastos. Também destacamos que, neste processo, elas usavam a calculadora e ideias pertinentes à porcentagem. Por outro lado, as mesmas enunciações permitiram evidenciar que há produtoras que, para calcular seus gastos e lucros, não fazem uso de regras usualmente presentes na matemática escolar. Como bem apontou uma delas “como eu falei, não faço cálculos” [referindo-se ao cálculo para verificar qual seu ganho mensal com a produção e venda de queijos]. Ademais, a mesma entrevistada, ao expressar que “eu acho que seiscentos [reais] seria limpo” faz menção à ideia de calcular seu lucro por meio de aproximações e arredondamentos, não se atendo a cálculos considerados “mais precisos” do ponto de vista da matemática praticada usualmente nas escolas.

Acerca desse cenário, as entrevistadas de nosso estudo expressaram que realizavam os cálculos com calculadora por medo de errar, por não terem muito “estudo”, ou seja, a ferramenta lhes proporcionava segurança. Por isso, solicitavam auxílio de filhos ou netos que faziam parte do meio escolar. Completando com palavras de Junges (2012, p. 111):

[...] a ideia de que as mães participantes da pesquisa percebiam os jogos de linguagem matemáticos praticados na forma de vida escolar (marcados pela escrita e pelo formalismo do uso de algoritmos) como os corretos e, que, por assim serem compreendidos, procuravam elas reproduzir em casa os mesmos jogos de linguagem praticados pela professora ao ajudarem seus filhos com os deveres de casa de Matemática.

A descoberta de fatos que até então passavam despercebidos, métodos, ideias e rationalidades dos quais não fazíamos ideia foram sendo, pouco a pouco, problematizados e compreendidos como sendo carregados de significados. Ousamos dizer que, assim como para nós, este estudo se tornou uma experiência marcante nas vidas de nossos alunos, pois eram em nossos debates coletivos em sala de aula que eles demonstravam o quanto estavam comprometidos e determinados a “tornarem-se pesquisadores”. Muito mais do que simplesmente adotar uma modalidade de ensino - implantada pela Secretaria Estadual de Educação - direção, professores, alunos e funcionários da escola aderiram a um projeto que, como esperamos ter demonstrado ao longo da escrita deste texto, permitiu que os discentes e docentes envolvidos compreendessem por um lado, as especificidades da forma de vida à qual estavam inseridos e, por outro, como estas, em muitas situações, apresentam semelhanças com aquelas expressas, por exemplo, no contexto escolar.

Por fim, destacamos que os resultados que aqui expressamos se constituem numa pequena parte dos que foram evidenciados ao longo de um ano letivo. Também, estamos cientes de que os mesmos materiais de pesquisa, quando problematizados por meio de distintos referenciais teóricos, produziriam outros resultados. Mas, a partir de nossa escolha teórico-metodológica entendemos que “conhecer não é descobrir algo que existe de uma determinada forma em um determinado lugar real. Conhecer é descrever, nomear, relatar, desde uma posição que é temporal, espacial e hierárquica (COSTA, 2007, p. 104).

REFERÊNCIAS

COSTA, Marisa Vorraber. **Caminhos Investigativos**: novos olhares na Pesquisa em Educação. 2. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

_____. **Caminhos Investigativos II**: outros modos de pensar e fazer Pesquisa em Educação. 2. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2007.

CONDÉ, Mauro Lúcio Leitão. **As Teias da Razão**: Wittgenstein e a crise da racionalidade moderna. Belo Horizonte: Argvmentvm, 2004.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: arte ou técnica de explicar e conhecer. São Paulo: Ática, 1998.

GIONGO, Ieda Maria. **Disciplinamento e Resistência dos Corpos e dos Saberes**: um Estudo sobre a Educação Matemática da Escola Estadual Técnica Agrícola Guaporé. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Educação, UNISINOS, São Leopoldo, 2008.

JUNGES, Débora de Lima Velho. **Família, Escola e Educação Matemática**: um estudo em localidade de colonização alemã do Vale do Rio dos Sinos - RS. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação, UNISINOS, São Leopoldo, 2012.

KNIJNIK, Gelsa. **Educação Matemática, Culturas e Conhecimento na Luta pela Terra.** Santa Cruz do Sul: Edunisc, 2006.

KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; GIONGO, Ieda Maria. **Educação Matemática e Interculturalidade:** um estudo sobre a oralidade de formas de vidas rurais do sul do Brasil. Quadrante, v. XIX, n. 1 p. 49-69, 2010.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO, Governo do Estado do Rio Grande do Sul. **Proposta Pedagógica para o Ensino Médio Politécnico e Educação Profissional Integrada ao Ensino Médio – 2011-2014.** Out/Nov de 2011.

WANDERER, Fernanda. **Escola e Matemática Escolar:** Mecanismos de Regulação sobre sujeitos escolares de uma localidade rural de colonização alemã do Rio Grande do Sul. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Educação, Unisinos, São Leopoldo, 2007.

ZANON, R. **Educação Matemática, formas de vida e alunos investigadores: um estudo na perspectiva da Etnomatemática.** Dissertação (Mestrado em Educação). Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas. Lajeado: Centro Universitário UNIVATES, 2013.

O OBEDUC COMO ESPAÇO PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS, TENDO COMO FOCO AS PRÁTICAS DE LETRAMENTO¹

Regina Célia Grandó²
Adair Mendes Nacarato³

Estar no mundo, para nós, mulheres e homens, significa estar com ele e com os outros, agindo, falando, pensando, refletindo, meditando, buscando, *inteligindo*, comunicando o *inteligido*, sonhando e referindo-se sempre a um amanhã, comparando, valorando, decidindo, transgredindo princípios, encarnando-os, rompendo, optando, crendo...
(FREIRE, 2000, p. 125)

Resumo: Este trabalho insere-se numa pesquisa mais ampla, ainda em andamento, que tem como foco a formação de professoras que atuam no ciclo de alfabetização e suas práticas de letramento. Ela é realizada com sete professoras de escolas públicas que ensinam matemática a estudantes do ciclo de alfabetização (1º ao 3º ano). O objetivo deste texto é identificar e analisar algumas práticas de letramento matemático escolar das professoras, quando elas narram suas experiências em sala de aula. As narrativas docentes constituem o material de análise. As práticas dessas professoras centram-se em ambientes de problematizações, nos quais os alunos expõem suas ideias, ouvem as dos colegas e negociam significações matemáticas. As professoras têm produzido novos sentidos e significados para a matemática escolar e as práticas de letramento.

Palavras-chave: Práticas de letramento. Letramento matemático escolar. Matemática nos anos iniciais. Formação docente.

PARA INICIAR: O NOSSO CONTEXTO DE TRABALHO

As pesquisas em formação docente no Brasil, há mais de duas décadas, têm evidenciado a ineficácia do modelo de formação pautado na racionalidade técnica, e vem se buscando o reconhecimento do professor como produtor de

1 Este texto é uma versão ampliada do trabalho apresentado no V Colóquio Internacional sobre Letramento e Cultura Escrita, na UFMG, em agosto de 2014.

2 Licenciada em Matemática – Unicamp. Mestre e Doutora em Educação – Unicamp.

3 Licenciada em Matemática – PUC-Campinas. Mestre e Doutora em Educação – Unicamp.

saberes, como protagonista de sua prática e do desenvolvimento curricular e, até mesmo, como pesquisador.

No entanto, sabemos que as atuais condições de trabalho docente pouco possibilitam ao professor investigar sua (própria) prática. Muitas vezes, ele não tem tempo nem mesmo para preparar, como gostaria, as suas aulas, dada a intensiva jornada de trabalho. Nessa perspectiva, a iniciativa da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) de oferecer alguns programas nos quais os professores, em parceria com docentes da Universidade, têm bolsa de pesquisa, vem possibilitando que muitos professores possam assumir-se como pesquisadores.

Muitos projetos inseridos no Programa Observatório da Educação (Obeduc) têm oportunizado essa integração entre ensino e pesquisa de professores da escola básica e têm gerado importantes parcerias entre universidade e escolas.

Por vislumbrarmos essas possibilidades do Obeduc, desde 2011, temos elaborado projetos voltados à formação docente, em parceria com escolas públicas. No primeiro deles, intitulado “A parceria universidade-escola: múltiplos olhares para o letramento-numeramento nos anos iniciais do ensino fundamental”, desenvolvido de 2011 a 2013, estabelecemos uma parceria com uma escola pública municipal de Itatiba/SP. Foram dois anos e meio de intenso trabalho, estudos e produções. Nossa intenção era iniciar um estudo teórico sobre letramentos, considerando que a vasta produção nacional se refere às práticas de letramento na língua materna e, no caso da matemática, o foco tem sido a Educação de Jovens e Adultos ou as práticas não escolarizadas. Há poucos estudos, no campo da Educação Matemática, voltados às práticas de letramento escolar nos anos iniciais. Assim, assumimos esse desafio! Nesse primeiro projeto, contamos com a colaboração de duas colegas do campo da linguagem – Luzia Bueno e Márcia Aparecida Amador Mascia –, o que foi enriquecedor para as discussões sobre as práticas de letramento. A equipe foi constituída por quatro docentes da USF, quatro mestrandas e quatro professores da escola – sendo duas professoras, o diretor e a coordenadora.

Ao término desse projeto, sentimos necessidade de continuar nossos aprofundamentos teóricos e metodológicos no campo da Educação Matemática. Iniciamos, em 2013, um segundo projeto: “Estudos e pesquisas de práticas de letramento matemático escolar e de formação docente”, cujo objetivo geral é investigar, por meio de um trabalho colaborativo com professoras da educação básica, as práticas de letramentos escolares, mais especificamente, o letramento matemático escolar, bem como as práticas de formação docente de professores que ensinam Matemática. Da equipe anterior foram mantidas, além de nós, autoras deste relato, as duas professoras e uma mestrandanda, agora atuando como professora. O grupo foi ampliado com outras três professoras, duas mestrandas e uma doutoranda – também professora dos anos iniciais. São professoras de diferentes escolas e cidades. Nessa forma de organização do grupo, entendemos

haver maior abrangência e alcance de nossas discussões e produções. Cada professora tem levado para a sua escola os saberes produzidos coletivamente.

O grupo se reúne quinzenalmente para realizar estudos sobre letramentos, analisar documentos que chegam à escola, planejar tarefas para a sala de aula e analisar as práticas docentes narradas no grupo, oralmente e/ou por escrito. Os encontros são videogravados ou audiogravados, e suas transcrições são tomadas como objeto de análise. Pode-se dizer que existem dois movimentos investigativos no grupo: as pesquisas de sala de aula realizadas pelas professoras e sistematizadas em narrativas, e as pesquisas acadêmicas efetuadas pelas mestrandas e pelas professoras coordenadoras, autoras deste texto. No entanto, aqui estamos utilizando como objeto de análise apenas as narrativas de aulas das professoras.

As narrativas no grupo constituem um gênero textual no qual as professoras, após escolherem uma tarefa ou uma sequência de tarefas sobre um determinado conteúdo, narram o desenvolvimento em sala de aula, os discursos matemáticos dos alunos, as análises e as reflexões que elas produzem na escritura do texto e no compartilhamento com as colegas nos encontros.

A pesquisa tem uma abordagem qualitativa, de natureza colaborativa e apoia-se na perspectiva histórico-cultural, tomando como foco os estudos sobre letramentos e ensino de matemática. Pesquisar nessa abordagem implica em alguns pressupostos. Concordamos com Smagorinsky (2011, p. 60): “A pesquisa empírica é em si mesma uma construção social”, e as evidências obtidas, a partir de contextos de estudos específicos, têm possibilitado generalizações em situações semelhantes.

O objetivo deste texto é identificar e analisar as práticas de letramentos das professoras, quando analisam e discutem os discursos matemáticos dos alunos. Para isso, trazemos recortes das narrativas sobre aulas produzidas por elas. Inicialmente faremos uma discussão que é síntese dos estudos que temos realizado nesses quatro anos, visando construir um quadro teórico para investigar as práticas de letramento matemático escolar.

AS PRÁTICAS DE LETRAMENTOS: EM FOCO O LETRAMENTO MATEMÁTICO ESCOLAR

O conceito de letramento, hoje tão amplamente divulgado em inúmeros estudos da Educação e de Letras/Linguística Aplicada, começou a ser empregado nos finais da década de 1980 (KLEIMAN, 1995, p. 16-17), no Brasil, para diferenciar os estudos sobre os impactos sociais da escrita daqueles centrados apenas na alfabetização como aquisição de um código.

Letramento pode ser entendido, segundo Kleiman (1995, p. 18), “como um conjunto de práticas sociais que usam a escrita, como sistema simbólico e como tecnologia, em contextos específicos, para objetivos específicos”. Dessa forma, o letramento não pode ser dissociado do contexto sócio-histórico em que ocorre. Seguindo essa concepção, podemos dizer que não existe um único letramento,

mas diferentes letramentos, de acordo com as diferentes práticas sociais: na escola, no comércio, em casa, na igreja etc.

Analogamente ao conceito de letramento, há o de numeramento, para referir-se aos “modos culturais de matemeticar em diversos campos da vida social (até mesmo na escola) e de considerá-los em suas intenções, condições e repercussões” (FONSECA, 2009, p. 53), mas em nossas discussões temos preferido tratar as relações de leitura/escrita de palavras e números nas diferentes práticas sociais como práticas de letramento, pois não há como compreender um separado do outro, já que números e letras é que constituem os textos e, juntos, contribuem para a construção do sentido. Essa nossa perspectiva é corroborada por outros pesquisadores da Educação Matemática, como Fonseca (2009, p. 55), que afirma:

[...] a apropriação da cultura escrita, por sua vez, não poderia prescindir da constituição e/ou da mobilização de certas práticas de numeramento, não só porque representações matemáticas “aparecem” nos textos escritos, mas porque a própria cultura escrita, que permeia e constitui tais práticas de numeramento numa sociedade grafocêntrica, é também permeada por princípios calcados numa racionalidade que forja ou parametriza as práticas ditas “numeradas” e que é por elas reforçada.

E a mesma pesquisadora ainda reforça:

[...] mesmo quando se contemplam práticas orais de numeramento que não fazem uso da tecnologia da escrita, mas que se inserem no contexto de sociedades grafocêntricas – marcadas pelas relações de poder definidas na parametrização de práticas e posições por paradigmas da cultura escrita –, parece-nos útil conceber práticas de numeramento como práticas de letramento e nelas identificar a marca dessa cultura escrita: como idealização a alcançar; como acessório de que se utiliza ou que se dispensa; como intimidação à qual se resigna ou a que se resiste; como validação a que se submete ou que se questiona, que se respeita ou que se burla, que se venera ou da qual se desdenha (FONSECA, 2009, p. 55).

Nesse sentido, o letramento não é algo inerente à disciplina de português, mas algo presente em todas as disciplinas e na vida de cada um. O termo “letramento” é bastante polissêmico e, dentre as múltiplas interpretações, temos aproximado das perspectivas de Street (2013) e, em particular, da concepção de letramento ideológico:

O modelo diz respeito ao conhecimento: as formas como as pessoas se relacionam com a leitura e a escrita estão, elas mesmas, enraizadas em concepções de conhecimento, identidade, ser. Está sempre incorporado em práticas sociais, tais como as de um mercado de trabalho ou de um contexto educacional específico, e os efeitos da aprendizagem daquele

letramento em particular dependerão daqueles contextos específicos (STREET, 2013, p. 53-54).

Nosso objetivo tem sido ampliar as discussões sobre os letramentos – por nós entendido no plural –, para incluir nas práticas de letramento aquelas produzidas na escola: letramento escolar e letramento docente e, em especial, o letramento matemático escolar. Buscamos, também, integrar as discussões sobre letramentos na perspectiva histórico-cultural. Para tanto, temo-nos apoiado nas ideias de Smagorinsky (2011). O autor discute as questões relativas à leitura e à escrita, na perspectiva vigotskiana. Ele analisa a dinamicidade dessas práticas e o quanto elas estão integradas ao contexto e ao próprio leitor: “A natureza construtiva, relacional, contingente do significado que emerge através da confluência de leitor, texto, contexto, intertexto, intercontexto e interevocação” (SMAGORINSKY, 2011, p. 101). Para ele, o *intertexto* refere-se aos caminhos nos quais todos os novos textos são produzidos como parte do curso histórico textual e suas convenções; o *intercontexto* leva em consideração as maneiras pelas quais cada contexto valoriza os modos particulares de leitura e de envolver-se com textos que estabelecem o cenário para novas leituras; a *interevocação* refere-se às evocações que o leitor produz, ou seja, o leitor não responde aos textos em si mesmos, mas evoca imagens que vêm de suas experiências e formam a base do significado para a leitura. Assim, “ler é um fenômeno cultural, não uma prática isolada” (SMAGORINSKY, 2011, p. 108); é cultural, social, histórico e relacionado com as histórias de leitura do sujeito. No ato de ler há uma transação entre o que o sujeito traz consigo e aquilo que o texto apresenta. Ler é um aspecto central para o desenvolvimento humano.

De forma similar, a escrita na perspectiva vigotskiana também depende do contexto.

Este contexto não é simplesmente o ambiente imediato no qual um escritor escreve, mas, mais importante ainda, os elementos culturais e históricos sugerem a adequação das convenções particulares, da sintaxe, do vocabulário, da dicção, e de outros aspectos da composição de um texto (SMAGORINSKY, 2011, p. 116).

Numa perspectiva semelhante, Torres (2009, p. 31) afirma:

[...] as práticas de letramento em que nos envolvemos no presente têm raízes no passado e refletem, portanto, as histórias de leitura e escrita que fizeram parte da nossa vida e que nos constituíram, enfim. Acabam por serem refletidas nas nossas ações atuais, como o valor que atribuímos à leitura e à escrita, como as atitudes que tomamos frente ao letramento, e que se constituem fatores que podem vir a atuar diretamente em nossa aprendizagem.

É preciso também assumir a leitura e a escrita como práticas sociais que devem estar contextualizadas e vinculadas à vida social e política dos que

as produzem e dos que as recebem. Há também que considerar a necessidade de promover o letramento do professor, pois um professor letrado terá mais condições de conduzir o letramento de seus alunos.

Esses pressupostos, quando analisados no contexto escolar, nos remetem à compreensão das práticas de leitura e escrita de alunos e professores. São práticas sociais específicas, marcadas historicamente por tradições pedagógicas. São esferas da atividade humana nas quais circulam múltiplos textos, múltiplos significados – aqueles advindos dos textos que circulam pela escola, dos textos produzidos pelos alunos e pelos professores. Assim, entendemos que as atividades de ensino visando ao processo de elaboração conceitual, característico do espaço escolar, são intencionais e dirigidas por objetivos e marcadas pelas múltiplas práticas de letramento: ler, escrever, desenhar, registrar, argumentar, usar ferramentas de medida e de cálculo, usar ferramentas computacionais etc.– enfim, estar em contato com diferentes linguagens.

Nosso estudo pauta-se nessas reflexões teóricas e busca, nos múltiplos letramentos do contexto escolar, ter um olhar específico para os letramentos matemáticos, entendendo que existem práticas relativas à atividade matemática, com seus símbolos, textos, ferramentas auxiliares, que se constituem em práticas de letramento.

Enquanto as professoras se envolvem em múltiplas práticas de letramento escolar, no grupo Obeduc temos investido em múltiplas práticas de letramento docente. Temos conduzido nossas discussões a partir de leitura de documentos oficiais, textos acadêmicos e dissertações e teses; análise de provas externas que chegam das diferentes esferas – federal, estadual e municipal –; análise de textos produzidos pelos alunos; análise de vídeos de aulas das professoras, dentre outras práticas. No caso da escrita, além dos relatórios que as professoras precisam fazer, dos textos produzidos para eventos na área de Educação e Educação Matemática, temos investido na produção de narrativas de aulas. Assim, na próxima seção, traremos nossas concepções desse gênero textual.

A DOCUMENTAÇÃO NARRATIVA: PRÁTICAS DE LETRAMENTO DOCENTE

A produção de narrativas de aulas como possibilidade de sistematizar e comunicar práticas de sala de aula tem sido bastante utilizada na literatura voltada à formação docente. No nosso caso, em particular, temos valorizado as narrativas produzidas pelas professoras, por concordarmos com Prado e Damasceno (2007, p. 19): “a narrativa surge como uma estratégia/opção docente para socializar e divulgar as experiências acontecidas no âmbito docente, preservando a identidade do professor e da professora enquanto autores sociais de suas práticas”. Na narrativa, não apenas a professora-autora toma consciência de si como profissional, reflete sobre suas práticas e replaneja suas ações, como também a professora-leitora se identifica com a história narrada, identifica

similaridades entre as práticas – da narradora e da leitora – e não se sente solitária no seu fazer pedagógico.

Para o formador, esse material produzido pelas professoras torna-se um rico material para formação docente. A narrativa, como afirma Bruner (1997, p. 52), “pode até mesmo ensinar, conservar a memória, ou alterar o passado”. E, ao ser socializada – pelo debate em grupo de formação ou pela leitura individual ou coletiva do texto –, permite

o encontro do professor-autor e professora-autora com seus pares para compartilharem experiências, saberes e acontecimentos. É nesse encontro que se dão vários acontecimentos. Que se abre um campo de possibilidades. Encontro de problematizações. Encontro de movimentos do pensamento, da reflexão, do questionamento, da ressignificação de experiências, reelaboração de outras práticas e compreensão da própria prática docente (PRADO; DAMASCENO, 2007, p. 23).

O autor ou a autora de uma narrativa, no ato de sua produção, lembra o ocorrido em sua sala de aula, os diálogos, as interações, as reflexões, as dúvidas, as certezas e incertezas, as aprendizagens. E toma decisões sobre o que escrever. Há uma intencionalidade. Ele ou ela quer que seu texto seja lido, discutido e refletido pelos pares. Nesse sentido, esse é um material que vem se constituindo em uma rica fonte de dados sobre as práticas pedagógicas, possibilitando a constituição de um acervo sobre tendências de ensino de matemática.

Reconhecendo essas potencialidades das narrativas de aulas, nós as adotamos como documentação do grupo Obeduc e estamos denominando-a de “documentação narrativa”. A cada mês as professoras produzem uma narrativa. Elas podem escolher o tema/conteúdo a ser abordado. Algumas delas planejam mais de uma sequência de tarefas para ser desenvolvida, visando à produção da narrativa. Depois escolhem qual delas foi mais significativa e vale ser compartilhada com as colegas no grupo. O critério para essa escolha é a evidência de práticas de letramento matemático escolar.

Essas narrativas são lidas e discutidas no grupo. Num primeiro momento, a professora-autora justifica para o grupo a escolha do contexto narrado, complementa oralmente acontecimentos não registrados e escuta os comentários e as reflexões das colegas. Nesse movimento de registrar, ler, discutir e refletir, todas do grupo têm ampliado suas aprendizagens sobre as práticas de letramento matemático nos anos iniciais. Por isso, as narrativas se constituem em práticas de (auto)formação.

A seguir, apresentaremos a análise de excertos das narrativas das professoras, em que abordam suas práticas de letramento em sala de aula.

PRÁTICAS DE LETRAMENTO MATEMÁTICO ESCOLAR QUE EMERGEM DAS AÇÕES DAS PROFESSORAS EM SALA DE AULA

Ao adotarmos a perspectiva histórico-cultural como referencial teórico e metodológico, assumimos algumas posturas como formadoras e professoras. Como formadoras, desencadeamos um processo reflexivo, a partir de estudos teóricos que provocam as professoras a redimensionar suas práticas e a refletir o quanto têm conseguido inserir seus alunos em práticas de letramento. Isso ocorre quando essas professoras conseguem estabelecer relações e significados entre o que está posto teoricamente e suas práticas, essas pautadas em seu conhecimento profissional. Buscamos provocar, na concepção de Smagorinsky (2011), a “transação” entre aquilo que elas trazem como histórias de leituras e escritas e aquilo que gostaríamos que desencadeasse reflexões e tomadas de consciência de seus conhecimentos e práticas.

Nas práticas formativas que adotamos no grupo buscamos construir, colaborativamente com as professoras, modos de organização da sala de aula, de forma que sejam práticas de letramento matemático escolar. Nessas práticas, os alunos expõem suas ideias, ouvem as dos colegas e negociam significações matemáticas. A leitura e a escrita são ferramentas que possibilitam a circulação dessas significações nos diferentes discursos que são produzidos.

A ação pedagógica precisa ser vista como intencional; portanto, a professora precisa ter objetivos bem definidos para a sua ação em sala de aula, selecionar tarefas propícias ao desenvolvimento de seus alunos, planejar as formas de trabalho dos alunos e o modo como o trabalho será ali desenvolvido. Ela também precisa estar preparada para o imprevisível, decorrente de um movimento posto pelas diferentes formas de pensar das crianças.

O aluno traz para o contexto escolar diferentes conceitos e práticas de seu cotidiano. A professora, quando dá voz a seus alunos e os ouve, pode conhecer suas práticas de letramento advindas do contexto social no qual vivem. Por exemplo, a professora Ida, ao introduzir o conceito de medida em sua sala de aula e questionar seus alunos sobre o que sabiam sobre medidas, promoveu com eles o seguinte diálogo:

- T 01- Eloá: *Medir é ver o tamanho das coisas.*
T 02- Mércia: *O tamanho do armário para ver o que cabe dentro.*
T 03- Eduardo: É verdade, na minha casa tudo é muito pequeno, meu pai precisa medir tudo que vai pôr lá.
T 04- Eloá: *A gente usa aquela fita com números.*
T 05- Lucas: É a trena, meu pai tem uma e ela estica bastante.
T 06- Professora: *O número que a trena mostra é o tamanho?*
T 07- Eloá: *Não, a trena vê o número e não o tamanho.*
T 08- Professora: *Para que usamos a trena então?*
T 09- Eduardo: *A trena vê o tamanho das coisas.*
T 10- Professora: *Além do tamanho das coisas, o que mais é possível medir?*
T 11- Beatriz: *Comida.*

- T 12- Professora: *Explique como.*
 T 13- Beatriz: *Com o prato, bastante comida ou só um pouquinho. A carne também pode pôr na balança.*
 T 14- Eduardo: *Hoje eu comi 3 colheres de arroz, 1 carne e 2 refri.*
 T 15- Professora: *A colher serve para medir comida?*
 [Várias crianças respondem: *Sim!*]
 T 16- Professora: *Eduardo, é possível medir os dois refrigerantes que você bebeu?*
 T 17- Eduardo: *Eu bebi dois copos.*
 T 18- Professora: *O copo pode ser usado para medir? [...]* (Narrativa Ida, jun. 2013)

Nesse diálogo é possível identificar as práticas de letramento envolvendo o uso de medidas no cotidiano desses alunos (medir o armário, T02; os alimentos, T11, T12, T13, T14; as bebidas, T14), bem como os instrumentos de medida utilizados nessas práticas, padronizadas (trena T05, T09; balança, T13) ou não padronizadas (colher, copo, T14, T17). Constatata-se também o quanto a professora instiga os alunos a pensar sobre essas práticas e a utilidade dos instrumentos (T06, T08, T10, T15 e T16). Dessa forma, ela tenta produzir significados para tais práticas.

A mediação da professora é fundamental para o letramento dos alunos, como evidenciado no excerto extraído da narrativa da professora Elizangela, relativa a uma tarefa na qual os alunos estavam resolvendo uma situação-problema⁴:

- T 01- Marcelo: *Prô, é só pra contar esse aqui de gravatas?*
 T 02- P: *O que o problema quer saber?*
 T 03- Leandro: *Quantas gravatas ele tem no total!*
 T 04- P: *Vocês acham que é para contar só as gravatas, ou as gravatas e os cachecóis?*
 T 05- Leandro: *As gravatas e os cachecóis.*
 T 06- P: *E você, Marcelo?*
 T 07- Marcelo: *Também!*
 T 08- P: *Mas o que o problema quer saber?*
 T 09- Marcelo: *Quantas gravatas ele tem?*
 T 10- P: *E aí, o que vocês irão contar?*
 T 11: Leandro: *A gente vai contar assim: 21, 22, 23, 24, 25 (para somar 21+15 e assim por diante)* (Narrativa, Elizangela, out. 2013).

Constatata-se nesse diálogo a forma como a professora (P) busca colocar os alunos no movimento de pensar matematicamente (T 02, T 04, T 09 e T 10), mas,

4 A situação proposta era: Hemengardos é um “girafa”. Ele adora gravatas-borboleta. Diz que elas valorizam seu pescoço. Hemengardos tem vinte e uma gravatas lisas, quinze de bolinhas, trinta e quatro listradas, oito de estampados diversos, dezesseis floridas e trinta cachecóis. Quantas gravatas Hemengardos tem? (GWINNER, 1992, p. 22).

ao mesmo tempo, procura envolver os dois alunos da dupla na tarefa proposta (T 06) para um trabalho compartilhado. Há evidências também da prática de letramento da professora, ao insistir com os alunos sobre a leitura do problema, buscando atribuir significados ao texto escrito. Ler e produzir significados aos textos de problemas tem sido uma das práticas evidenciadas pelas professoras.

Muitas vezes, a professora precisa buscar apoio em referenciais teóricos para analisar os raciocínios e os procedimentos utilizados pelos alunos. Esse foi o caso da professora Daniela, que, numa atividade sobre medidas com unidades não padronizadas (os alunos deveriam medir a carteira utilizando palitos), apresentou a seguinte narrativa:

O que mais me chamou a atenção nessas duplas foi que para eles foi inconcebível deixar espaços vazios, na primeira solução os alunos relataram: "Prá medir não pode ter espaço vazio, então dá sete palitos e quatro dedos."

A segunda dupla disse: "Não pode ficar faltando nada, por isso nós colocamos a borracha, então dá sete palitos e uma borracha."

Perguntei aos alunos se para eles quando medimos não podemos deixar espaços, todos responderam que não, "tem que medir tudo senão fica faltando", uma aluna ainda concluiu: "por isso é mais fácil usar a régua, porque assim não fica sobrando nada".

Lendo o texto *O medir de crianças pré-escolares*, consegui compreender o porquê a primeira dupla optou por completar o espaço que faltava usando os dedos; para ela, como não estávamos utilizando um instrumento convencional de medida, o preenchimento do espaço vazio também podia ser realizado usando os dedos, uma comparação coerente (Narrativa, Daniela, mar. 2014).

Constata-se, assim, o quanto a leitura possibilita o empoderamento do letramento pela professora, o que lhe permite contribuir para o letramento de seus alunos.

Os excertos anteriores evidenciaram as potencialidades da oralidade, como práticas de letramento na sala de aula, para o processo de elaboração conceitual pelos alunos. No entanto, as práticas de escrita também são essenciais a esse processo. As professoras do grupo têm utilizado diferentes formas de registro pelos alunos. Por exemplo, a professora Cidinéia explora com eles um diário de aprendizagem. Em uma de suas narrativas, ela nos conta como esse diário é trabalhado, ao final de uma tarefa realizada.

Após abordar todos esses fatos, discutirmos sobre as possibilidades dos cálculos, trabalharmos em grupo, em duplas, socializarmos os registros, solicitei quem poderia registrar as descobertas no diário de aprendizagem de nossa sala. Essa é uma prática que utilizei desde o ano de 2012, em que temos um diário de aprendizagem de matemática, em que os alunos escrevem diariamente ou à medida que sentem

desejo contando suas descobertas durante a aula. Depois de fazer a narrativa, eles possuem a possibilidade ou não de ler seus registros para sala, que muitas vezes motiva outros alunos a escreverem também e discutir sobre esses escritos. Nesse ano o diário foi especial e nomeado como "Isac". Esse nome foi inspirado pela leitura de um artigo científico sobre Isaac Newton da revista Ciência Hoje para as Crianças, porém preferiram dar um toque especial na escrita do nome colocando apenas "Isac" (Narrativa Cidinéia, jun. 2013).

As diferentes formas de registro dos alunos têm sido valorizadas no nosso grupo, e as professoras as utilizam cotidianamente em suas aulas. Por meio da escrita, os alunos explicitam suas ideias matemáticas, e a professora pode avaliar o nível de desenvolvimento em que cada um se encontra, identificar formas de raciocínio ou equívocos conceituais. Outras vezes, elas utilizam o registro para promover discussões coletivas na sala de aula, como é o caso da professora Selene, ao propor o jogo de boliche aos seus alunos. Ela desenvolveu uma sequência de tarefas, incluindo o registro dos pontos obtidos no jogo:

A 2^a rodada foi iniciada depois de certo tempo que havíamos concluído a primeira, por isso, comecei retomando as discussões sobre as tabelas feitas pelas crianças: trouxe para a socialização algumas delas que continham problemas, diferentes das analisadas na primeira vez, copiei-as na lousa (somente uma delas não possuía nenhum equívoco). Fomos vendo uma a uma e fui chamando as crianças para apontar quais problemas havia: João Pedro, Henrique, Arthur, Ana Júlia, Eduarda e Gabriel Rodrigues foram à lousa para apontar os erros. Outros alunos complementaram as explicações, pude perceber que para a grande maioria estava claro o que uma tabela precisava ter. Após as correções, mostrei outras tabelas do boliche corretas que não possuíam nenhum problema. Perguntei o que a tabela que fariam deveria conter: as partidas, os pontos, o total, o número da partida [...] (Narrativa Selene, out. 2013).

Os excertos aqui apresentados evidenciam a riqueza de uma prática pedagógica pautada no diálogo e nas interações entre seus atores: professora e alunos, e alunos entre si, bem como o papel central que a professora tem como mediadora do processo, na negociação que se estabelece em sala de aula, na relação dialógica entre os participantes do processo.

Entendemos que múltiplas práticas de letramento têm sido apropriadas pelas professoras do grupo. Assim, na intencionalidade do ato educativo e na mediação pedagógica como elementos centrais para os processos de elaboração conceitual dos alunos, elas aprendem e validam novas formas de ensinar matemática. A análise das diferentes formas de raciocínios matemáticos dos alunos, expressas na dinâmica interativa na sala de aula ou em textos escritos, tem possibilitado a essas professoras a produção de novos sentidos e significados para a matemática escolar. Nesse intercontexto (SMAGORINSKY, 2011), os

modos particulares de leitura e escrita possibilitam que professoras e alunos se envolvam com textos que estabelecem o cenário para novas leituras.

Dentre as diferentes práticas por elas utilizadas, identificamos: 1) modos de ler e interpretar um texto de problema; 2) utilização de diferentes recursos didáticos que possibilitam a produção de significados matemáticos (materiais manipuláveis, instrumentos de medida, recursos tecnológicos, jogos); 3) produção de diferentes formas de registro (diário, explicações de estratégias, texto de problema, construção de tabelas e gráficos); e 4) leituras de diferentes gêneros textuais que envolvem conhecimento matemático. Elas também passaram a compreender a importância do diálogo e da circulação de um discurso matemático em sala de aula – daí a importância de dar voz aos alunos e ouvir o que eles têm a dizer; a necessidade de organizar duplas para o trabalho, com alunos com níveis próximos de desenvolvimento, visando atingir novos patamares do desenvolvimento; e a relevância de avaliar e refletir sobre suas ações, sistematizando-as em narrativas. Dessa forma, as professoras trabalham tanto com o letramento matemático escolar dos alunos como também com o próprio letramento – o letramento docente.

PARA CONCLUIR...

Temos conseguido reunir uma vasta documentação narrativa das professoras. A princípio nos limitávamos, como formadoras, a ler as narrativas e a arquivá-las no nosso banco de dados. Em final de 2013, ao avaliarmos nossas ações, chegamos à conclusão de que estávamos negligenciando as produções das professoras e indo contra nossas próprias concepções de professor como produtor de saberes. Assumimos, então, com as professoras, a dinâmica de ler todas as narrativas por elas produzidas.

Como afirmou a professora Daniela na reunião de maio de 2014: “*A melhor coisa que aconteceu nesse Obeduc foi o compartilhamento de nossas narrativas. Temos aprendido muito com as colegas*”. Evidência disso é que atividades narradas por uma professora são apropriadas pelas colegas, que também as desenvolvem em suas salas de aula, com suas singularidades e modos peculiares de trabalhar.

Os estudos sobre letramentos no campo da linguagem muito já avançaram para os diferentes níveis de ensino. No entanto, na Educação Matemática esses estudos são ainda incipientes e recentes. Por exemplo, quando Terzi (2013, p. 5) afirma:

Na prática, a opção pelo modelo ideológico de letramento significa não apenas ensinar aos alunos a tecnologia da escrita, ou seja, promover a alfabetização, mas simultaneamente, oferecer-lhes a oportunidade de entender as situações sociais de interação que têm o texto escrito como parte constitutiva e as significações que essa interação tem para a comunidade local e que pode ter para outras comunidades. Em suma, significa ensinar o aluno a usar a escrita nas situações do cotidiano como cidadão crítico. E é nesse sentido – de compreensão

e aprendizagem do uso cultural da escrita em suas funções e formas associado às relações de poder vigentes – que vemos um projeto de letramento como mais um instrumento de inclusão social.

Isso tudo nos possibilita refletir sobre os sentidos de adotar o modelo ideológico de letramento matemático escolar. Estamos admitindo que existem múltiplos letramentos e que o letramento escolar é um deles. Mesmo nas práticas de letramento escolar, há diferentes letramentos, um dos quais é o matemático. Nessa perspectiva, entendemos que adotar o modelo ideológico é ir além da alfabetização matemática, mas também possibilitar aos alunos a leitura de mundo. Ao ler ou produzir um texto matemático, por exemplo, o aluno vai se apropriando de diferentes práticas sociais de matematicar e produz significados para elas; ele se apropria dos símbolos, do vocabulário, dos modos de fazer matemática. Práticas de letramento matemático, nessa perspectiva, entendemos serem práticas de inclusão social. Nesse sentido, compreendemos que o nosso projeto Obeduc tem possibilitado que professoras e estudantes sejam incluídos nos modos de matematicar (FONSECA, 2009).

Tais práticas, quando narradas, socializadas e compartilhadas com os pares, se tornam instrumentos formativos. Formativos para os alunos das escolas em termos da educação matemática escolar, formativos para as professoras pesquisadoras em sua prática pedagógica e de investigação colaborativa e formativos para as docentes com relação à investigação sobre o cotidiano escolar, sobre as práticas de letramento e de formação docente.

REFERÊNCIAS

BRUNER, Jerome. **Atos de significação**. Trad. Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

FONSECA, Maria Conceição F. R. Conceito(s) de numeramento e relações com o letramento. In: LOPES, C. E.; NACARATO, A. M. **Educação Matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades**. Campinas: Mercado de Letras, 2009. p. 47-60.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da indignação**: cartas pedagógicas e outros escritos. São Paulo: Unesp, 2000.

KLEIMAN, A.B. Modelos de letramento e as práticas de alfabetização na escola. In: KLEIMAN, A. B. (Org.). **Os significados do letramento**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 1995. p. 15-61

PRADO, Guilherme do Val Toledo; DAMASCENO, Ednaceli A. Saberes docentes: narrativas em destaque. In: VARANI, A.; FERREIRA, C. R.; PRADO, G. V. T. (Org.). **Narrativas docentes**: trajetórias de trabalhos pedagógicos. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2007. p. 15-27.

SMAGORINSKY, Peter. **Vygotski and literacy research**: a methodological framework. The Netherlands: Sense Publisher, 2011.

STREET, Brian V. Políticas e práticas de letramento na Inglaterra: uma perspectiva de letramentos sociais como base para uma comparação com o Brasil. **Caderno Cedes**, Campinas, v. 33, n. 89, p. 51-71, jan.-abr. 2013. Disponível em: <<http://www.cedes.unicamp.br>>. Acesso em: ago. 2013.

TERZI, Sylvia Bueno. **A construção do currículo nos cursos de letramento de jovens e adultos não escolarizados**. Disponível em: http://www.cereja.org.br/img/top_nn_1.gif. Acesso em: 25 jul. 2013.

TORRES, Maria Emilia Almeida da Cruz. **A leitura do professor em formação: o processo de engajamento em práticas ideológicas de letramento**. 2009. 204 p. Tese (Doutorado em Linguística Aplicada) Universidade Estadual de Campinas-Unicamp, Campinas, SP.

VIGOTSKI, Lev S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

EXPERIMENTAÇÕES CURRICULARES: OUTRAS POSSIBILIDADES

Angélica Vier Munhoz¹
Ana Paula Crizel²

Resumo: O artigo problematiza o currículo e propõe algumas experimentações curriculares. Inicialmente, faz uma breve trajetória pelos modos de pensar o currículo, das primeiras aproximações da ideia de um currículo, na Idade Média, aos modos contemporâneos de pensá-lo rizomaticamente, conforme conceito desenvolvido por Deleuze e Guattari (1995) para pensar a multiplicidade de conexões possíveis. Num segundo momento, busca relatar a experiência de uma disciplina do curso de Pedagogia do Centro Universitário UNIVATES, em Lajeado (RS), intitulada Estudos do Currículo e ministrada no semestre 2014A. Tal experiência contou com o envolvimento de uma aluna do Mestrado em Ensino da mesma instituição, bolsista da Fapergs, na realização de estágio docente.

Palavras-chave: Currículo. Rizoma. Experimentações. Oficinas.

BREVES INCURSÕES

Nesta primeira seção, faremos uma breve incursão na história para compreendermos as maneiras como o currículo era pensado na Idade Média para depois nos aproximarmos do modo contemporâneo de pensá-lo. Embora já existissem algumas formas de ensino na Antiguidade, é somente na Idade Média que as escolas começam a ser instituídas. A partir da queda do Império Romano, a Igreja passou a organizar a sociedade, garantindo o ensino, que era ministrado por monges. O monge beneditino de York, Alcuíno, estruturou o sistema de ensino do Império Carolíngio e criou uma primeira ideia de currículo, que se dividia em duas partes: o *trivium* e o *quadrivium* (GRABMANN, 1949).

[...] as artes liberais, das sete disciplinas livres do *Trivium* (Gramática, Lógica ou Dialética e Retórica) e o *Quadrivium* (Geometria, Aritmética, Astronomia e Música) (GRABMANN, 1949, p. 32).

A sociedade do século XII começa a questionar o papel controlador da Igreja, pois o conhecimento já não estava mais restrito aos mosteiros, e passava-

1 Graduada em Pedagogia – Pucrs. Doutora em Educação – Ufrgs.

2 Graduada em Pedagogia – Univates. Mestranda em Ensino – Univates. Bolsista Fapergs.

se a viver uma nova organização social. As ideias de Aristóteles também começavam a difundir-se. Surge, então, a Escolástica – método que busca as ideias da Filosofia Clássica, sem abandonar os ensinamentos da Sagrada Escritura. Assim, as disciplinas que compunham o *trivium* (Gramática, Retórica e Filosofia) e o *quadrivium* (Aritmética, Geometria, Astronomia e Música) representavam o currículo dos estudantes; a partir dessas disciplinas, construíam-se os saberes necessários para aquela sociedade. Contudo, esse currículo escolar atendia somente a uma parcela mínima da população – meninos das classes altas.

No século XVII, a escola continua sofrendo influências da Igreja, mas, com o aumento do número de escolas e de alunos, nascem a pedagogia e uma consequente preocupação com o método de ensino. Nesse cenário, inaugurando a Pedagogia Moderna, Comenius ganha visibilidade. Com a tese de que “é preciso ensinar tudo a todos” (COMENIUS, 2011, p. 13), Comenius propõe, em sua *Didática Magna*, um tratado educacional que “demarca estratégias, meios e ações dirigidas a alcançar os objetivos finais” (NARODOWSKY, 2001, p. 25). Além disso, enfatiza a ordem do funcionamento da escola, pois “a arte de ensinar não exige mais que uma disposição tecnicamente bem feita do tempo, das coisas e do método” (COMENIUS, 2011, p. 127).

Por sua vez, contemporâneo de Comenius, Descartes cria a imagem da árvore dos saberes. Essa configuração arborescente tem como característica um único tronco com pontos fixos, de onde surgem galhos ligados a um centro. Assim, a metáfora da árvore representa a separação dos saberes em galhos, a hierarquização do conhecimento acumulado, a compartmentalização das informações. Essa lógica representa uma forma mecânica de apreensão da realidade: prioriza-se a purificação dos saberes, quantificando-se e classificando-se, dentro de um determinado campo, tudo o que pode ganhar estatuto de verdade. Dessa forma, conhecer, na visão moderna, exige a quantificação e o rigor das medições como fundamento da científicidade – dividir e classificar para depois estabelecer relações com o que foi separado.

Esse modelo deu origem à especialização do conhecimento e, consequentemente, ao formato disciplinar do currículo que conhecemos: a fragmentação dos espaços/tempos, a subdivisão dos conteúdos em disciplinas, a organização dos saberes de forma estanque e dissociada de seus contextos culturais. Torna-se claro que essa lógica de currículo opera a partir da concepção de um mundo que não pode ser apreendido por completo pelo espírito humano. “A árvore já é a imagem do mundo, ou a raiz é a imagem da árvore-mundo” (DELEUZE; GUATTARI, 1995, p. 13). É necessário dividir o mundo em áreas e disciplinas, fazer cortes, estriá-lo.

A árvore ou a raiz inspiram uma triste imagem do pensamento que não pára de imitar o múltiplo a partir de uma unidade superior, de centro ou de segmento [...] (DELEUZE; GUATTARI, 1995, p. 26).

Aprendemos, assim, a pensar por oposição, separação, hierarquização e classificação. “A lógica binária é a realidade espiritual da árvore-raiz” (DELEUZE; GUATTARI, 1995, p. 13). Essa racionalidade, que até hoje sustenta o currículo moderno, gera uma prática de ensino insuficiente no que diz respeito às aprendizagens e suas relações com o mundo. Em alguma medida, com o intuito de resgatar a totalidade perdida, cria-se a *interdisciplinaridade*, a *multidisciplinaridade*, a *transdisciplinaridade*. No entanto, recuperar a totalidade articulando saberes que foram apreendidos de forma fragmentada ou colocar em diálogo saberes que primeiramente foram separados é uma tarefa quase impossível. Segundo Japiassu (1976), trata-se de buscar um remédio para essa patologia do saber que é a fragmentação em disciplinas estanques.

Nas escolas, o processo é reproduzido na dimensão do ensino-aprendizagem, e os currículos mais e mais se especializam, subdividindo-se cada vez mais. No entanto, quanto mais nos enfronhamos pelos galhos das árvores, mais difícil fica vislumbrá-la em sua completude (GALLO, 2011, p. 41).

OUTROS MODOS DE PENSAR O CURRÍCULO

Propõe-se aqui pensar o currículo a partir da imagem de rizoma, conceito criado por Deleuze e Guattari (1995). “Um rizoma como haste subterrânea distingue-se absolutamente das raízes e radículas” (DELEUZE; GUATTARI, 1995, p. 15). Para os autores, a estrutura do conhecimento tem forma fascicular, não há ramificações; mas, sim, pontos que se originam de qualquer parte e se conectam com outros pontos. Dessa forma, o processo de produção do saber encontra-se em oposição ao modo segmentado e arbóreo de conceber a realidade e a construção do conhecimento.

Diferentemente das árvores ou de suas raízes, o rizoma conecta um ponto qualquer com outro qualquer e cada um de seus traços não remete necessariamente a traços de mesma natureza. [...] Ele não tem começo nem fim, mas sempre um meio pelo qual ele cresce e transborda (DELEUZE; GUATTARI, 1995, p. 32).

Sem começo nem fim, as linhas funcionam como multiplicidades, podendo ser reinventadas, desterritorializadas, redirecionadas. Os fluxos dos saberes agenciam-se uns com os outros, produzindo novos encontros e conexões.

Se pensarmos o currículo como rizoma e não como árvore, as disciplinas já não seriam gavetas que não se comunicam, mas tenderiam a soar como linhas que se misturam, teia de possibilidades, multiplicidades de nós, de conexões, de interconexões (GALLO, 2011, p. 46).

É a partir dessa imagem que se torna possível um currículo que não tem uma raiz principal e não está fixado a um único ponto. Um currículo produzido como um mapa com múltiplas entradas e outras formas de movimento. O mapa, segundo Deleuze e Guattari (1995), “[...] é aberto, conectável, desmontável, composto de diferentes linhas, suscetível de receber modificações constantemente” (p. 22). Um currículo-mapa é um composto de linhas e traçados sem início ou fim. A sua força está no meio - lugar de ebulação, de invenção, de diferenciação. O currículo permite, assim, transitar por conhecimentos e saberes que buscam romper com qualquer generalização ou homogeneização, produzindo processos de singularização da aprendizagem (MUNHOZ, 2012).

Nessa imagem de currículo, é possível movimentar-se em outro espaço-tempo, realizar outros planos de orientações curriculares, transitar por espaços lisos, pois tal currículo, “[...] sem alvo nem destino, sem ponto de partida ou chegada, que cresce no meio como grama, é um currículo-fluido, que desterritorializa e reterritorializa o plano curricular” (CORAZZA; TADEU, 2003, p. 22).

Trata-se, pois, de um currículo-dançarino, currículo-louco, currículo vagamundo (CORAZZA; TADEU, 2003); um pós-curriculum; um currículo da diferença (CORAZZA, 2002); um currículo vitalista (CORAZZA, 2012a); um currículo-mapa (PARAÍSO, 2005). O currículo-rizoma é a produção de linhas para novas vidas, percursos para novas possibilidades de criação e de existência.

Seguir sempre o rizoma por ruptura, alongar, prolongar, revezar a linha de fuga, fazê-la variar, até produzir a linha mais abstrata e mais tortuosa com n dimensões, com direções rompidas (DELEUZE; GUATTARI, 1995, p. 20).

Esse currículo precisa de um lugar novo, de um espaço que ainda não existe, mas que tem a potência para ser criado. “Em que consiste, afinal, um pós-curriculum da diferença? Ora, ele é tudo o que se pode dizer e fazer de um currículo, hoje” (CORAZZA, 2002b, p 112).

EXPERIMENTAÇÕES CURRICULARES

Um currículo é sempre uma imposição de sentidos, de valores, de saberes, de subjetividades particulares. Por isso, em vez de perguntar “o que é mesmo currículo”, é necessário perguntar: “que impulso, que desejo, que vontade de saber e que vontade de poder movem um currículo”? (SILVA, 2001, p. 15).

Em uma disciplina de Estudos do Currículo do curso de Pedagogia do Centro Universitário UNIVATES, do semestre 2014A, foi proposto um trabalho de experimentação com o objetivo de movimentar o corpo e o pensamento para desnaturar o objeto de estudo da disciplina – o currículo. É importante salientar

que, nessa disciplina, se discutem e se estudam as teorias críticas e pós-críticas em educação e currículo e se problematiza esse artefato cultural como um território de saber, poder e identidade. Tal disciplina foi pensada, planejada e realizada em conjunto com uma aluna do Mestrado em Ensino da mesma instituição, bolsista da Fapergs, na realização de estágio docente. De uma forma bastante breve, traçaremos alguns movimentos da disciplina a fim de registrar e compartilhar o trabalho realizado.

Em um primeiro momento, as alunas percorreram um panorama geral do pensamento curricular, partindo de Comenius, com a *Didática Magna* e sua pretensão de “ensinar tudo a todos”, e indo até as teorias tradicionais, críticas e pós-críticas de currículo, a partir do livro *Documentos de Identidade*, de Tomaz Tadeu da Silva (2001). Esse primeiro movimento, ao modo de Corazza (2012b), teve a intenção de propiciar uma aproximação meticulosa dos clichês e das “certezas e verdades herdadas” (p. 17), para, a partir delas, pensar, criar, inventar o novo em educação e currículo. Nesse sentido, a autora afirma que

Os clichês não representam, passiva e inocentemente, alguma coisa; mas produzem, ativamente, o conhecimento, o sujeito, o valor e o poder das coisas vistas, sentidas, pensadas, faladas, olhadas, escritas, lidas, desejadas, numa aula (CORAZZA, 2012b, p. 24).

Para o planejamento das aulas, aproximamo-nos de alguns conceitos, dentre eles, o conceito de “aula cheia”, em que Corazza (2012b) problematiza que uma aula, mesmo antes de ser pensada, planejada, já está cheia. Assim, é um engano pensar que uma aula é um quadro em branco.

Antes que o professor comece a dar a sua aula, dela pode ser dito tudo, menos que se trata de ‘a sua aula’; pois a aula está cheia, atual ou virtualmente, de dados; os quais levam o professor a dar uma aula que já está dada, antes que ele a dê (CORAZZA, 2012b, p. 23).

Para pensar essa ideia de uma aula cheia – que já está ali mesmo antes de a iniciarmos –, remetemo-nos ao livro *A invenção da sala de aula*, em que Dussel e Caruso (2003), ao realizarem uma genealogia das formas de ensinar, buscam desnaturalizar esse espaço tão “comum” para alunos e professores – a sala de aula.

Os mesmos autores problematizam que, muitas vezes, apenas ocupamos o espaço da sala de aula ao invés de habitá-lo. Para Dussel e Caruso (2003), somente ocupar esse espaço é tomá-lo, ao modo de Corazza (2012b), como um espaço vazio e, ao contrário, habitá-lo é tomá-lo como cheio – cheio de verdades, certezas, estereótipos que, se vistos como naturais, farão com que demos uma aula e ocupemos esse espaço apenas reproduzindo clichês.

Assim como o currículo (TADEU, 2003), a aula possui ‘dados’, que estão prontos, são anteriores a ela, e a ocupam: a) em primeiro lugar,

dados de ‘conhecimentos e verdades’, que determinam aquilo que é ensinado (o conteúdo) e a maneira como é ensinado (a didática); b) em seguida, dados sobre ‘sujeitos e subjetividade’, que indicam o modo de subjetivação que a aula pratica e a identidade do Eu que ela requer; c) após, dados correspondentes à definição de ‘valores e critérios’, que são exigidos, postos, impostos, instituídos pela aula; d) e, finalmente, dados sobre a ‘vontade de poder’, que indicam a favor de quem e do quê é realizado o confronto de forças na aula (CORAZZA, 2012b, p. 23-24).

Corazza (2012b) remete-se a esses “dados”, que já ocupam uma aula, como “clichês dados”, os quais devem ser questionados, problematizados, *desnaturados*. Um professor que queira dar uma aula que seja dita como sua – uma aula singular – precisa, em primeiro lugar, não conceber a aula como vazia; em segundo, pensar uma aula que “subverte as relações dos modelos (os dados, os clichês)” (p. 25) e, por último, proceder à preparação, o ato que antecede uma aula, um “trabalho preparatório, ‘invisível e silencioso e, entretanto, muito intenso’, pelo qual o ato da aula é um a *posteriori* em relação a esse momento de trabalho” (p. 24).

Foi na perspectiva teórica desses autores (mencionados nesta primeira parte do texto) que olhamos para a sala de aula e para o planejamento da disciplina. Por outro lado, também nos aproximamos das teorizações do autor Guilherme Corrêa, que, apoiado nos estudos foucaultianos, escreve sobre o potencial das oficinas como uma possibilidade na contramão dos efeitos escolarizantes da instituição escolar.

É conveniente fazermos uma diferenciação entre educação e escolarização porque ambas são tomadas, comumente, como sinônimas, mesmo sendo muito distintas entre si. Nesse sentido,

a educação é qualquer movimento que produz uma modificação. Um movimento do pensamento, um movimento do corpo, um movimento no espaço, qualquer coisa que produza variação em termos de compreensão ou de perspectiva ou de visão. A educação assim, não conduz necessariamente ao bem, à felicidade ou ainda a um ideal de humano e de sociedade. Educação e processos educacionais não são bons. E não são maus. São processos de modificação. A escolarização, por sua vez, é, também, educação só que vinculada a objetivos institucionalizados. Almeja-se com ela um tipo de homem e um tipo de sociedade (CORRÊA; PREVE, 2011, p. 187).

A escolarização é uma maquinaria que coloca em funcionamento um “conjunto de processos educacionais” (CORRÊA, 2006, p. 23) regulados pelo Estado que determinam o saber, o ser e o estar nos espaços. Conforme Corrêa, a escolarização pressupõe algumas garantias:

[...] ações de inventar espaços próprios para a educação; de controlar o tempo em que se desenvolvem as atividades escolares; de selecionar saberes aos quais se confere caráter de universalidade; de inventar uma relação saber-capacidade; de desqualificar outras práticas em educação; de obrigar à frequência; de seriar; de avaliar e de certificar (CORRÊA, 2006, p. 30).

A partir desse contexto, a oficina questionaria essas garantias da escolarização, propondo outras relações com os saberes, com a verdade e o poder, com o tempo e o espaço e as posições do professor e aluno.

Essa mudança de relação com os “clichês-dados” da escolarização é muito diferente de uma técnica que busca apresentar de uma maneira “dinâmica” um dado conteúdo. A oficina não é uma técnica ou dinâmica, a oficina é

tomada como ação educativa em si, e não como meio para melhorar a aula, para produzir aulas mais interessantes, nem como estratégia didática e pedagógica adaptável à escola, a oficina abre-se como campo autônomo de pesquisa em educação (CORRÊA, 1998, p. 46).

Para Corrêa e Preve (2011), um dos pontos principais de uma oficina é a relação do oficineiro com o tema que ele escolhe. Para os autores, é necessário que o oficineiro ofereça algo que lhe interesse, aquilo que gosta de estudar, fazer. É uma escolha da ordem do desejo, sem as obrigações ou intenções curriculares.

Um dos pontos mais importantes da oficina como estratégia em educação, é a ligação do oficineiro com o tema que escolhe. Uma oficina corresponde sempre a um interesse do oficineiro. Interesse que independe de obrigações que possa ter com o cumprimento de currículos ou por força de sua formação. Não há necessidade de ater-se à sua especialidade ou área de conhecimento. A oficina inicia quando se quer conhecer algo. A pesquisa sobre o tema, todavia, só vai resultar em uma oficina quando se queira mostrar aos outros — qualquer um — o resultado do seu estudo (CORRÊA; PREVE, 2011, p. 197).

Impregnadas destes dois conceitos – “aula cheia” e “oficina como possibilidade” –, apropriamo-nos do objeto de estudo da disciplina – o currículo – e passamos a problematizá-lo, buscando sair dos “clichês-dados”. A partir desse momento, as aulas foram pensadas como oficinas, provocando os envolvidos nessa disciplina a pensar/questionar/desnaturar o currículo.

OFICINAS: UMA EXPERIMENTAÇÃO

A ideia de realizar alguns movimentos que se aproximassem das práticas de oficina tinha como objetivo provocar novos pensares sobre os “clichês-dados” acerca do currículo e tudo que ele abarca: conteúdos, avaliação, espaço/tempo, saberes, relação professor/aluno, etc. Dessa forma, buscamos descrever neste capítulo uma das oficinas realizadas na disciplina.

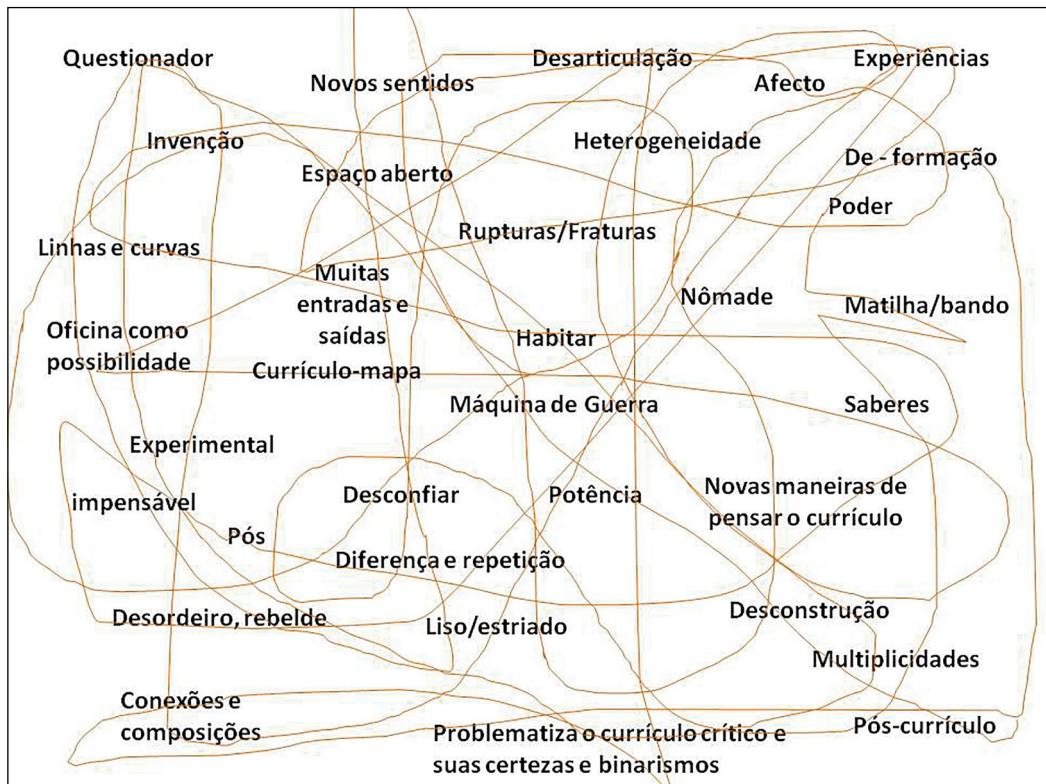
Destacamos a ideia de “alguns movimentos” porque o objetivo não era instaurar novas verdades, mas proporcionar novas relações, conexões que pudessem ou não instigar outros movimentos em um currículo. Dizemos poder ou não porque um professor não tem condições de dominar o que uma aula pode provocar no pensamento, um professor apenas tem a *sua³* aula, como uma ferramenta, para provocar movimentos.

Portanto, após percorrermos o panorama curricular, adentramos nas teorizações pós-críticas de currículo, que levaram nossos encontros a serem tomados por um movimento de desacomodação do pensar, de desconstrução de algumas imagens que temos coladas em nosso pensamento, com a proposta de pensar a partir de outras imagens, no caso, sair da imagem arborescente para a ideia de rizoma, proposta por Deleuze e Guattari (1995).

Assim, a maneira pela qual buscamos articular os textos em estudo partiu da ideia de rizoma, ou seja, ao invés de discutir texto por texto e o que cada autor problematizou, retiramos os principais conceitos e, ao conversar com as alunas, as provocamos a pensar o que os textos movimentaram nelas, o que, a partir dos textos, elas pensaram para suas vidas, para seu trabalho nas escolas. Após esse primeiro momento mais conceitual, em que discutimos a ideia de um currículo-mapa (PARAÍSO, 2005), um pós-curriculum (CORAZZA, 2002) e as oficinas como possibilidade (CORRÊA; PREVE, 2011), propusemos ao grupo o desafio de pensarmos de outros modos.

3 Usamos a palavra “sua” no contexto das teorizações de Sandra Corazza (2012b) quando diz que um professor só pode dizer que uma *aula é sua* quando ela for pensada enquanto aula cheia, então, ela pode ser compreendida como *singular*.

Figura 1: Slide com os conceitos dos textos trabalhados em aula



A imagem acima é resultado da oficina realizada na disciplina, e optamos aqui por descrevê-la. Para esse exercício, levou-se para a sala de aula o trabalho da artista Diana Aisenberg⁴, com a sua obra coletiva *Historias del arte: Diccionario de Certezas e Intuiciones*. Sua obra, em ação desde 1997, propõe uma rede de investigação para a busca de definições, curiosidades, piadas, histórias acerca de diferentes palavras que falam à arte. Para a artista, todas as palavras podem falar ou falam à arte. Nesse trabalho, a artista criou um dicionário com histórias da arte a partir de diversas palavras. Com essa obra, estabelecemos aproximações entre o dicionário inventivo da artista e o dicionário da língua culta, discutindo sobre o(s) sentido(s) das palavras e estabelecendo uma relação com as teorizações e concepções curriculares, que vínhamo até então realizando. Como o trabalho da artista problematiza a própria arte, levar para a sala de aula essa obra foi uma maneira de oferecer ao grupo de alunas algo da ordem da fruição e experimentação, de uma vivência para operar com os conceitos de oficina e aula cheia, problematizando o currículo.

⁴ O sítio da artista pode ser acessado no link: <<http://historiasdelartedicc.blogspot.com.br>>

Após a aproximação e apropriação do trabalho da artista, criamos e inventamos novos sentidos para palavras relacionadas ao currículo, como: *professor, aluno, planejamento, avaliação, ensino, aprendizagem*. Dessa relação intensiva com a obra, provocamo-nos a procurar ajuda para a busca de mais e novas definições de currículo. Para isso, propusemos a realização de uma intervenção⁵ na sala de aula, ao modo da artista, convidando uma turma da disciplina de Processos de Ensino e Aprendizagem da Univates, disciplina compartilhada que reúne alunos de diferentes licenciaturas da instituição.

A preparação. Tínhamos até o intervalo da aula para pensar na intervenção e preparar a sala. O primeiro movimento foi colocar no chão todos os materiais que tínhamos disponíveis. Depois retomamos qual era a proposta do trabalho – solicitar, ao modo da artista Diana Aisenberg, definições, citações, rumos, piadas, histórias acerca das palavras entre currículo e educação. Por termos optado por trabalhar com a proposta de intervenção, precisávamos criar um espaço que propiciasse a experimentação, por isso desconstruímos o espaço da sala, tiramos as cadeiras, interferimos no espaço. É interessante citar que neste momento de (des)organização da sala e distribuição dos materiais que seriam usados para a criação (tintas, carvão, giz de cera, canetinhas, etc.), o primeiro movimento das alunas foi colocar tudo em ordem, cada mesa com um material, mesas alinhadas e organizadas.

Perguntávamos, então: por que, mesmo em uma proposta de desorganização, se organiza um espaço como a sala de aula da escola moderna? Foucault (2011) sinaliza sobre isso em sua obra *Vigar e Punir*, onde diz que a escola, como um dispositivo disciplinar, adestra e age sobre o corpo.

O poder disciplinar é com efeito um poder que, em vez de se apropriar e de retirar, tem como função maior ‘adestrar’; ou sem dúvida adestrar para retirar esse apropriar ainda mais e melhor. [...] A disciplina ‘fabrica’ indivíduos; ela é a técnica específica de um poder, que toma os indivíduos ao mesmo tempo como objetos e como instrumentos de seu exercício (FOUCAULT, 2011, p. 164).

Chamamos, assim, a atenção das alunas para esse movimento e fizemos uma breve relação com as leituras que tínhamos realizado. A partir dessa sinalização, as alunas passaram a realizar a atividade de maneira mais atenta, desligando o “piloto automático” no qual fomos formados.

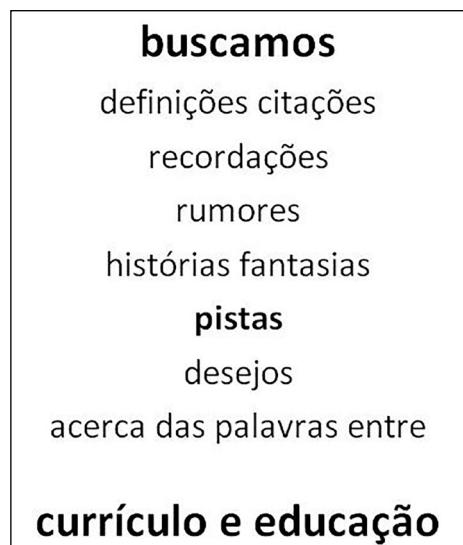
O movimento de preparação mostrou-se muito interessante porque foi um misto de ansiedade com incertezas, já que não sabíamos como “nossos convidados” reagiriam à proposta. Além disso, estávamos deslocadas de nossas

5 Buscamos o termo *intervenção* do campo das Artes para pensar uma prática artística que produza múltiplos sentidos.

posições, pois não éramos alunas, tampouco professoras. Misturávamo-nos na expectativa do que poderia acontecer.

A intervenção. Sala preparada. Meia luz. E uma solicitação. Buscamos. Definições. Citações. Recordações. Rumores. Histórias. Fantasias. Pistas. Desejos. Acerca das palavras entre Currículo e Educação. Ao fundo, uma música. Elas, as alunas, interferindo no espaço. Eles, os convidados, estranhamentos já na chegada. Emaranhado de fios, na porta, que desconstruíam a imagem do que poderia ali acontecer. Sensações diversas. O que fazer? Como fazer? Por que fazer? Experimentação sem ordens, sem professor, sem aluno, sem certo, sem errado, sem exame, apenas experimentação, sensação.

Figura 2: Solicitação que foi projetada e lida durante a intervenção



Após alguns minutos, sem palavras de ordem, ligamos as luzes e propusemos uma conversa sobre o que naquele momento se passou. As alunas assumiram a palavra e socializaram com a outra turma o que estávamos trabalhando e discutindo. Foi um momento muito interessante porque foi possível perceber os movimentos que a intervenção propiciou, a desacomodação no corpo e no pensamento.

Como último movimento, fizemos contato com a artista por *e-mail*, compartilhando as nossas experimentações a partir de sua obra. A artista foi muito receptiva e adorou a apropriação e os novos “usos” dados ao seu trabalho. Esse movimento de informar a artista e de ela ter acolhido nosso contato produziu um impacto nas estudantes, pois o que estávamos fazendo “dentro” de uma sala de aula em Lajeado extrapolou os limites e foi para “fora”, chegando ao conhecimento da artista na Argentina.

Afirma Larrosa (2002) que uma experiência / sentido é algo que transforma: “é experiência aquilo que ‘nos passa’, ou que nos toca, ou que nos acontece, e ao nos passar nos forma e nos transforma” (p. 25-26). O autor faz uma distinção entre experimento e experiência na intenção de deslocar o saber da experiência ao saber do experimento da ciência moderna.

Se o experimento é repetível, a experiência é irrepetível, sempre há algo como a primeira vez. Se o experimento é previsível e previsível, a experiência tem sempre uma dimensão de incerteza que não pode ser reduzida. Além disso, posto que não se pode antecipar o resultado, a experiência não é o caminho até um objetivo previsto, até uma meta que se conhece de antemão, mas é uma abertura para o desconhecido, para o que não se pode antecipar nem ‘pré-ver’ nem ‘pré-dizer’ (LARROSA, 2002, p. 28).

Acreditamos que o movimento das aulas e esse misturar-se com a matéria de estudo e com outras matérias proporcionaram a todos os envolvidos experiências / sentido que movimentaram o corpo e o pensamento. Temos claro que não é possível prever o impacto desses movimentos, mas acreditamos que o que passa pelo corpo deixa marcas.

Dessa forma, criamos algumas fissuras na matéria de nosso estudo – o currículo –, compreendendo que não se trata de uma nova forma de pensá-lo ou organizá-lo, mas de experimentações curriculares que nos levam a desconstruir algumas verdades ou certezas instituídas por um pensamento positivista moderno.

REFERÊNCIAS

COMENIUS. **Didática Magna**. São Paulo: Martins Fontes, 2011

CORAZZA, Sandra M. Diferença pura de um pós-curriculum. In: LOPES, Alice C; MACEDO, E. (orgs.) **Curriculum: debates contemporâneos**. São Paulo: Cortez, 2002.

CORAZZA, Sandra M. O drama do currículo: pesquisa e vitalismo de criação. **IX ANPED SUL**, 2012a. Disponível em: <<http://www.ucs.br/etc/conferencias/index.php/anpedsl/9anpedsl/paper/viewFile/128/786>>.

CORAZZA, Sandra. **Didatício de Criação**: Aula Cheia. Porto Alegre: UFRGS, 2012b.

CORAZZA, Sandra M; TADEU, Tomaz. **Composições**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

CORRÊA, Guilherme Carlos. **Educação Comunicação Anarquia**: procedências da sociedade de controle no Brasil. São Paulo: Cortez Editora, 2006.

CORRÊA, Guilherme Carlos. **Oficina**: apontando territórios possíveis em educação. 1998. 104p. Dissertação. (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Santa Catarina, 1998.

CORRÊA, Guilherme e PREVE, Ana Maria. A educação e a maquinaria escolar: produção de subjetividades, biopolíticas e fugas. **Revista de Estudos Universitários**, Sorocaba, 37 (2), p. 181-202, dez/2011.

DELEUZE, G.; GUATTARI, F. **Mil Platôs:** capitalismo e esquizofrenia. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1995.

DUSSEL, Inês; CARUSO, Marcelo. **A invenção da sala de aula:** uma genealogia das formas de ensinar. Trad. Cristina Antunes - São Paulo: Ed. Moderna, 2003.

FOUCAULT, Michel. **Vigiar e punir:** nascimento da prisão. Trad. Raquel Ramalhete. 39^a ed. Petrópolis: Rio de Janeiro: Vozes, 2011.

GALLO, Sílvio. A orquídea e a vespa: transversalidade e currículo rizomático. In: CONSALVES, Elisa P. et al. (orgs.). **Curriculum e contemporaneidade:** questões emergentes. São Paulo: Alínea, 2011.p. 37-50.

GRABMANN, M. **Filosofia Medieval.** Barcelona: Labor, 1949.

JAPIASSU, Hilton. **Interdisciplinaridade e patologia do saber.** Rio de Janeiro: Imago, 1976

LARROSA, Jorge. Notas sobre a experiência e o saber da experiência. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, jan/fev/mar/abr. 2002, n. 19, p. 20-28.

MUNHOZ, Angelica V. Práticas investigativas: experiências não escolarizadas. In: MUNHOZ et al. (orgs). **Diálogos na Pedagogia – Coletâneas;** v. 1 – Currículo. Lajeado: Univates, 2012, p. 11 -26.

NARODOWSKY, Mariano. **Comenius e a Educação.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001

PARAÍSO, Marlucy Alves. Currículo Mapa: linhas e traçados das pesquisas pós-críticas sobre currículo no Brasil. **Revista Educação & Realidade**, Porto Alegre, jan/jun, 2005, n. 30(1). p. 67-82.

SILVA, Tomaz T. **Documentos de identidade:** uma introdução às teorias do currículo. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

TADEU, Tomaz. Dr. Nietzsche curriculista - com uma pequena ajuda do Professor Deleuze. In: CORAZZA, S.M.; TADEU, T. **Composições.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003. p. 25-57.

INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA: RELATO DE UMA OFICINA

Fernanda Eloisa Schmitt¹
Nicole Catarina Mazocco Busnello²
Bruna Mariane da Silveira³
Marli Teresinha Quartieri⁴

Resumo: O objetivo deste artigo é problematizar a viabilidade do uso da Investigação Matemática como uma proposta pedagógica passível de ser desenvolvida em diferentes níveis do ensino. Investigação caracteriza-se, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), pela criação e teste de conjecturas de questões advindas do interesse dos alunos. As atividades aqui propostas foram desenvolvidas e problematizadas durante uma oficina ministrada no IV Seminário Institucional do PIBID, que contou com a participação de nove professores de matemática de diferentes níveis do ensino. Assim, oito atividades foram exploradas, as quais foram consideradas desafiantes e instigantes. E, apesar da simplicidade de algumas questões, os participantes encontraram uma gama de conjecturas que foram testadas, comprovadas, socializadas e discutidas.

Palavras-chave: Investigação Matemática. Atividades investigativas. Conjecturas.

CONTEXTUALIZANDO

Neste artigo relatamos atividades que foram exploradas e discutidas durante uma oficina realizada no IV Seminário Institucional do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID), realizado em 2014, utilizando-se a tendência Investigação Matemática. O objetivo da oficina foi divulgar algumas atividades e práticas pedagógicas oriundas de estudos e pesquisas do Observatório da Educação, bem como a viabilidade das mesmas para serem desenvolvidas com alunos.

Esta tendência está sendo problematizada por um grupo de seis professores de Matemática da Educação Básica, seis bolsistas de graduação, três mestrandos do Programa de Pós-graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas e três professores pesquisadores do Centro Universitário UNIVATES.

¹ Licenciada em Ciências Exatas – Univates. Mestranda em Ensino de Ciências Exatas – Univates. Bolsista Capes.

² Graduanda de Engenharia Civil – Univates. Bolsista Capes.

³ Graduanda de Direito – Univates. Bolsista Capes.

⁴ Licenciada em Matemática – Univates. Doutora em Educação – Unisinos.

O referido grupo participa da pesquisa intitulada “Estratégias metodológicas visando à inovação e reorganização curricular no campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental” desenvolvida no âmbito do Programa Observatório da Educação, que conta com apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) Investigação Matemática é uma metodologia que visa a desenvolver a autonomia do aluno para a resolução de questões, bem como a elaboração de hipóteses e de conjecturas. Ademais, o discente necessita testar as hipóteses elaboradas e modificá-las quando necessário. Cabe ainda ao aluno divulgar seus resultados e debatê-los com os colegas.

Conforme Palhares (2004), as Investigações Matemáticas são atividades que têm um caráter mais aberto do que os problemas comumente trabalhados em sala de aula, ou seja, poderão ter mais de uma resposta e necessitam do aluno criatividade e interesse para resolvê-las. Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) definem atividades de Investigação Matemática como a formulação de questões de interesse próprio, para as quais não existem respostas prontas e, portanto necessitam ser investigadas utilizando processos fundamentados e rigorosos para que as mesmas sejam válidas e aceitáveis. Segundo os autores, uma Investigação Matemática tem quatro momentos para sua realização como apresentado do Quadro 1.

Quadro 1 – Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	<ul style="list-style-type: none">• Reconhecer uma situação problema• Explorar a situação problemática• Formular questões
Conjecturas	<ul style="list-style-type: none">• Organizar dados• Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	<ul style="list-style-type: none">• Realizar testes• Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	<ul style="list-style-type: none">• Justificar uma conjectura• Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 21).

Durante a oficina nosso intuito foi explorar e discutir algumas atividades envolvendo Investigação Matemática, pois acreditamos que esta metodologia possa auxiliar na melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, em particular na Educação Básica. Além disso, a Investigação proporciona desenvolver habilidade de escrita, bem como possibilita ao discente o trabalho em grupo.

DESCREVENDO AS ATIVIDADES DE INVESTIGAÇÃO

A oficina que propusemos contou com questões retiradas de publicações na área, adaptadas ou elaboradas pelo próprio grupo de pesquisa. Após o desenvolvimento das atividades, estas foram discutidas e problematizadas, objetivando possibilitar ao participante da oficina explorá-las em sua prática pedagógica. Além disso, discutimos em que nível de escolaridade tais tarefas poderiam ser usadas e com que ênfase, bem como quais os conteúdos envolvidos.

Durante a investigação, profere Skovsmose (2008), o professor tem o papel de desafiar os alunos com questões instigadoras, deixando que assumam o processo de exploração e explicação, possibilitando que o cenário de investigação passe a constituir um novo ambiente de aprendizagem. Segundo Civiero e Santana (2013, p. 694)

O importante para trabalhar num cenário para investigação é o aceite do aluno. Para tanto, procure instigá-lo à investigação, desperte a sua curiosidade quanto ao tema a ser explorado e deixe que o aluno sinta-se parte do processo. Por outro lado, após o aluno aceitar o convite é função do professor manter o interesse do aluno, conduzindo o trabalho de forma aberta para que o cenário não migre para o paradigma do exercício.

Ao desenvolver atividades de Investigação Matemática torna-se interessante incentivar os alunos a escrever suas conjecturas e justificativas, pois se percebe que os mesmos demonstram insegurança com as palavras e preferem colocar no papel o mínimo possível. Assim, os participantes foram instigados a escrever suas conjecturas, em pequenos grupos, e após esta etapa, socializar suas hipóteses a todo o grupo.

Smole e Diniz (2001, p. 30) ressaltam a importância da produção de textos nas aulas de matemática, apesar dos professores desta disciplina não utilizarem esta prática como algo integrante do currículo de Matemática. Para as autoras a utilização da produção de textos “é um componente essencial no ensino-aprendizagem dessa disciplina”.

A oficina contou com a participação de nove inscritos, destes apenas um não era graduado. Os demais eram professores atuantes nos diversos níveis de ensino, desde os anos iniciais, ensino fundamental, ensino médio e uma professora do nível superior. Inicialmente os participantes foram questionado sobre o que é investigar, ou seja, na percepção deles, o que seria Investigação Matemática. Deste questionamento surgiram diferentes conotações que foram sendo expostas no quadro, dentre elas citamos: busca pela pesquisa, aluno tirando conclusões próprias, professor não traz as coisas prontas, hipóteses, formalização, aluno chega à resposta, verificação do nível de conhecimento, metodologia, procura, pesquisa, reflexão... Após o questionamento inicial passou-se a desenvolver a primeira atividade. E, depois da exploração dessa tarefa, discutiu-se com os presentes alguns conceitos de pesquisadores em relação à Investigação

Matemática, seguindo, explorou-se outras atividades que problematizavam diferentes conteúdos, como geometria plana e espacial, potências, funções, álgebra, sequências numéricas... sendo estas disponibilizadas na íntegra para os professores. A seguir, apresentamos as atividades propostas.

A Atividade 1 (FIGURA 1) é uma tabela com números sequenciados e tem como objetivo a exploração dos mesmos procurando encontrar relações numéricas posicionais. Esta abrange diferentes conteúdos como sequência, aritmética e álgebra.

Figura 1 – Atividade 1: Exploração com números

Descobrir relações entre os números e registrar as conclusões obtidas.			
0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
16	17	18	19
...

Fonte: Investigações em sala de aula. Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 27).

Na segunda atividade (FIGURA 2) o foco do estudo é área e perímetro de figuras planas, objetivando-se desenvolver no aluno a percepção de que com um mesmo valor de medida para o perímetro encontramos diferentes áreas. Ademais, podemos instigar os alunos a encontrarem qual será a figura, dentre tantas, que tem a maior área de todas.

Figura 2 – Atividade 2: Descobrir perímetro e área de figuras planas

- 1) Cortar um pedaço de barbante com 32 unidades de comprimento. Com a ajuda do barbante, desenhar as figuras que seguem, no papel milimetrado, de modo que o perímetro seja de 32 unidades de comprimento.
- 2) Círculo – nomear com a letra A
- a) Quadrado – nomear com a letra B
- b) Dois retângulos diferentes – nomear com as letras C e D
- c) Triângulo – nomear com a letra E
- 3) Calcular a área em unidades quadradas de cada figura.
- 4) Responder as questões que seguem:
 - a) Que figura tem a maior área?
 - b) Que retângulo cerca a maior área?
 - c) Que figura escolheria para a base de sua casa? Por quê?
 - d) Que outras conclusões podem ser tiradas destas construções?
 - e) Figuras com formas diferentes e de áreas iguais têm perímetros iguais? Justificar.

Fonte: Adaptado de Zaslavky (1989).

As atividades 3 e 4 (FIGURA 3) proporcionam o desenvolvimento de conceitos relacionados a sequências numéricas, possibilitando generalizações algébricas. Nestas, esperamos que o aluno consiga deduzir a regra que rege tais sequências, bem como encontre relações existentes entre seus números e a posição que ocupam.

Figura 3 – Atividade 3 e 4: sequências

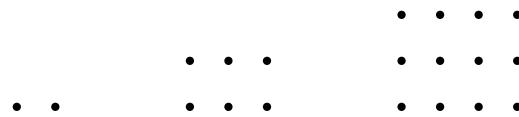
Atividade 3: Sequência numérica

Dada a sequência de números: 2, 6, 10, 14, 18, 22, ...

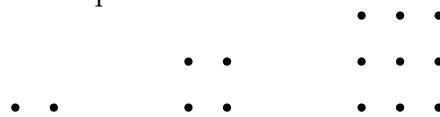
- Completar a sequência até 30.
- Investigar se 94 é um elemento da sequência. Descrever como chegou à sua conclusão.
- Investigar se 76 é um elemento da sequência. Descrever como chegou à sua conclusão.
- Na mesma sequência, qual o elemento antecessor e o sucessor de 362? Descreva como chegou à sua conclusão.

Atividade 4: Sequência de pontos.

Observar a sequência:



- Qual a próxima figura dessa sequência? Desenhar.
- E a seguinte? Desenhar.
- Como é que cada figura se transforma na seguinte?
- Quantos pontos tem cada uma das figuras que você desenhou?
- Imagine que você quer saber o número de pontos da 10ª figura sem fazer o desenho, como você faria?
- Observar agora essa outra sequência:



Verificar quais as conclusões realizadas a partir da outra sequência de pontos também valem para essa nova sequência e fazer as alterações nas que não forem válidas.

Fonte: Autor desconhecido.

A atividade 5, apresentada na Figura 4, apresenta intrínseco questões de probabilidade, análise combinatória e aritmética, desafiando os alunos a pensarem em diferentes possibilidades de respostas para encontrarem os valores apresentados.

Figura 4 – Atividade 5: os discos

Atividade 5: Os discos

Tenho dois discos. Em cada um deles assinalei dois números, um de cada lado. Atiro os discos ao ar. Ao caírem no chão adiciono os números que se veem. Desta forma consigo obter sempre 4 totais diferentes. Por exemplo, se marcar:

- um disco com 5 de um lado e 3 do outro;
- o outro disco com 4 de um lado e 8 do outro;

Posso obter os totais de 9 ($5+4$), 13 ($5+8$), 7 ($3+4$) e 11 ($3+8$)

Imaginar agora que, depois de marcar os meus discos, verifico que os totais possíveis são 13, 11, 10 e 8. Quais foram os números que assinalei nos meus discos?

Qualquer conjunto de quatro números pode ser um conjunto dos totais de dois discos?

Quantos totais diferentes são possíveis com 3, 4, 5 etc. discos?

Fonte: Extraído de Brocardo e Serrazina [s. d.].

A atividade 6 apresenta uma atividade de geometria espacial (FIGURA 5), onde os alunos são instigados a analisar diversas características de cubos formados por cubinhos. Objetivamos desenvolver habilidades de construção, de visualização, de organização de dados em tabelas e de generalizações. Ademais, podemos explorar conteúdos como potência e álgebra.

Figura 5 – Atividade 6: Cubos e cubinhos

Atividade 6: Cubos e cubinhos

a) Construção

Construir um cubo de aresta “3 cubinhos”. Quantos “cubinhos” foram necessários?

Quantos “cubinhos” seriam necessário para construir um cubo de aresta “4 cubinhos”?

E de “5 cubinhos”?

b) Cubos pintados

Imaginar agora que, depois de construído o cubo de aresta 3 cubinhos, decidiu-se pintá-lo exteriormente de vermelho.

Quantos cubinhos ficaram com uma única face pintada? E com duas? E com três? E com nenhuma?

Investigar o que aconteceria se pintássemos um cubo de aresta 4 cubinhos. E se pintássemos um de aresta 5? Organizar numa tabela as suas descobertas sobre o número de cubinhos com 0, 1, 2, 3,... faces pintadas num cubo de $3 \times 3 \times 3$, $4 \times 4 \times 4$, $5 \times 5 \times 5$. Observar a tabela e escrever algumas conclusões.

Fonte: Adaptado de <<http://pt.scribd.com/doc/97764348/lista-de-questoes-para-estudos-para-2a-avaliacao>>.

Na sétima atividade, apresentada na Figura 6, o intuito é explorar o conteúdo de potências e as características observáveis nas potências de acordo com a base das mesmas. Ao desenvolver esta atividade pretendemos possibilitar aos alunos uma visão mais abrangente do conteúdo potências juntamente com algumas sequências numéricas.

Figura 6 – atividade 7: Potências

Atividade 7: Potências

1. O número 729 pode ser escrito como uma potência de base 3. Para verificar basta escrever uma tabela com as sucessivas potências de 3:

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = 27$$

$$3^4 = 81$$

$$3^5 = 243$$

$$3^6 = 729$$

a) Procura escrever como uma potência de base 2

$$64 =$$

$$128 =$$

$$200 =$$

$$256 =$$

$$1000 =$$

b) Que conjecturas podes fazer acerca dos números escritos como potências de base 2? E como potências de base 3?

2. Observar as seguintes potências de base 5:

$$5^1 = 5$$

$$5^2 = 25$$

$$5^3 = 125$$

$$5^4 = 625$$

a) O último algarismo de cada uma destas potências é sempre 5. Será que isso também se verifica para as potências de 5 seguintes?

b) Investigar o que se passa com as potências de 6.

c) Investigar também as potências de 9 e as de 7.

3. Reparar que os cubos dos primeiros números naturais obedecem às seguintes relações:

$$1^3 = 1$$

$$2^3 = 3 + 5$$

$$3^3 = 7 + 9 + 11$$

• Notar que, no exemplo acima, 1^3 foi escrito como uma “soma” com *um* único número ímpar, 2^3 como a soma de *dois* números ímpares e 3^3 como a soma de *três* números ímpares. Será que o cubo de qualquer número pode ser escrito como a soma de números ímpares?

Fonte: Oliveira et al. (1997).

A oitava e última atividade apresentada (FIGURA 7) é bem abrangente, tendo diversas possibilidades de respostas. Assim, poderá instigar os alunos a usarem sua criatividade. Diversos conteúdos podem ser desenvolvidos, mas comumente são explorados conceitos relacionados a funções e porcentagem.

Figura 7 – Atividade 8: Procura de emprego

Atividade 8: Procura de emprego

Imagine que seu amigo esteja à procura de emprego, e que você para ajudá-lo compra um jornal e seleciona os seguintes anúncios:

- *Vendedores de lona*

10 vagas para estudantes, 18 a 20 anos, com experiência.

Salário: R\$ 350,00 + comissão de R\$ 0,50 por m² vendido.

- *Vendedores de loja*

8 vagas para pessoas com idade entre 18 e 35 anos, sem experiência.

Salário: R\$ 630,00 + comissão de 6% sobre o valor total de venda por mês.

- *Vendedores autônomos*

Trabalhe vendendo os produtos de nosso catálogo (cosméticos, roupas, utensílios domésticos, eletroeletrônicos, bijuterias, etc.) e ganhe de 20% a 35% sobre cada produto vendido.

Você seria capaz de verificar qual dessas propostas de emprego seria mais vantajosa para seu amigo? Existe alguma que será sempre mais vantajosa que as outras? Estude vários casos e justifique.

Fonte: Redling e Junior (2011, p. 128).

Na próxima seção apresentaremos a análise dos dados emergentes de duas das oito questões, as quais foram escolhidas devido às discussões ocorridas durante a oficina ministrada.

ANALISANDO DADOS EMERGENTES

Nesta seção apresentaremos a exploração e discussão dos dados emergentes de duas atividades. A primeira (FIGURA 1), objetivava a exploração dos números naturais dispostos em quatro colunas e uma sequência de linhas, sendo que os participantes deveriam encontrar relações entre estes. E a outra atividade (FIGURA 2) tinha o intuito de desenvolver conceitos relacionados a perímetro e a área de figuras planas.

A atividade 1, foi disponibilizada sem maiores explicações sobre o que deveria ser feito. Os participantes, trabalhando em duplas ou trios, deveriam ler a ordem da tarefa dada e elaborar conclusões sobre a tabela de números. Em seguida, solicitamos que eles dividissem com todo o grupo as hipóteses e conjecturas escritas. Timidamente começaram a apontar relações numéricas que foram sendo colocadas no quadro, tais como:

- nas linhas temos números naturais;
- nas colunas os números aumentam de 4 em 4;
- linhas em sequência;
- Matriz 4 X 4 sendo que a diagonal principal aumenta numa razão de 5 e a secundária numa razão de 3.⁵

5 Colocaremos, ao longo do texto, em *Itálico* as falas dos professores.

A última colocação, apresentada por uma professora, alguns não conseguiram entender, visualizar o que esta estava querendo dizer. Então ela citou um exemplo, o qual foi escrito no quadro (FIGURA 8).

Figura 8 – Exemplo de matriz 4×4 encontrada na sequência de números da atividade 1

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
16	17	18	19
...

Fonte: Dos autores.

Ao formarmos uma matriz 4×4 , a diagonal principal aumenta numa razão igual a 5. Após todos entenderem o que a participante quis dizer e concordarem com ela questionamos: “será que isso sempre funciona, ou só funciona para as quatro primeiras linhas?” Os participantes então fizeram diversos testes para averiguar se este fato se repetia com diferentes linhas. Após, alguns minutos, perceberam que esta mesma relação se repetia para outras linhas, conforme demonstramos na Figura 9.

Figura 9 – Mais exemplos encontrados para justificar a conjectura apresentada pelos participantes

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
16	17	18	19
...

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
16	17	18	19
20	21	22	23
24	25	26	27
...

Fonte: Dos autores.

Ao concordarem que este fato sempre se repetia, instigamos os participantes a escreverem esta conclusão de forma clara e explícita, utilizando conceitos matemáticos. Neste momento, percebemos que escrever se mostrou um desafio, sendo que o texto explicativo em questão foi escrito e reescrito diversas vezes. Depois de algum tempo, e com a ajuda de todos, conseguimos encontrar um consenso e o texto ficou assim:

Considerando a tabela dada, agrupando os números em sequência, formando uma matriz de ordem 4, verifica-se que os elementos da diagonal principal formam uma PA (Progressão Aritmética) (aumenta) de 5 e os elementos da diagonal secundária uma PA (aumenta) de 3.

Outra conjectura encontrada, por um participante, foi em relação ao posicionamento dos números nas colunas. Se considerarmos a primeira coluna como $4n$ (sendo n o conjunto dos números naturais), a segunda coluna seria $4n+1$, a terceira $4n+2$ e a quarta coluna $4n+3$. Esta observação foi testada e exemplificada por um participante da seguinte maneira:

Se quisermos saber qual é o número que se encontra na linha 8 segunda coluna temos: $4n+1$ sendo $n = 8$, resultando em 33. Para comprovar, seguimos escrevendo a tabela até chegarmos ao número 33 (FIGURA 10) e averiguamos que o mesmo se encontra na segunda coluna.

O grupo testou as relações com outros números e concluímos que a conjectura era verdadeira.

Figura 10 – Tabela utilizada para comprovar uma conjectura

	Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3	Coluna 4
n	1	2	3	4
0	0	1	2	3
1	4	5	6	7
2	8	9	10	11
3	12	13	14	15
4	16	17	18	19
5	20	21	22	23
6	24	25	26	27
7	28	29	30	31
8	32	33	34	35
...

Fonte: Dos autores.

Ainda surgiu como conjectura o fato de que todos os números na primeira coluna são divisíveis por 4, os da segunda coluna ao dividir por 4 tem resto igual a 1, os da terceira coluna tem resto igual a 2 e o da terceira coluna tem resto igual a 3.

Após estas colocações e descobertas passamos a parte teórica sobre Investigação Matemática, focando as discussões no conceito e nos quatro momentos de uma Investigação, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) apresentados no Quadro 1. Destacamos com os participantes, que todos estes momentos ocorreram durante a realização da Atividade 1. A exploração e formulação de questões, que foi o momento inicial, onde os participantes tiveram contato com a atividade e tentaram encontrar relações. A organização dos dados, que ocorreu no quadro, ao listarmos as conjecturas encontradas. Os testes e reformulação, quando tiveram a tarefa de averiguar se as hipóteses abordadas eram generalizadas ou pontuais. Além disso, a apresentação das conjecturas por escrito, onde os participantes necessitaram escrever suas conclusões de maneira clara e concisa.

Destacamos também o papel do professor que segundo Skovsmose (2008, p. 21) deve desafiar os seus alunos ao mesmo tempo em que lhes possibilita autonomia para explorarem as tarefas. “No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo”. Ainda segundo o mesmo pesquisador

[...] qualquer cenário para investigação coloca desafios para o professor. A solução não é voltar para a zona de conforto do paradigma do exercício, mas ser hábil para atuar no novo ambiente. A tarefa é tornar possível que alunos e professor sejam capazes de intervir em cooperação dentro da zona de risco, fazendo dessa uma atividade produtiva e não uma experiência ameaçadora (SKOVSMOSE, 2008, p. 37).

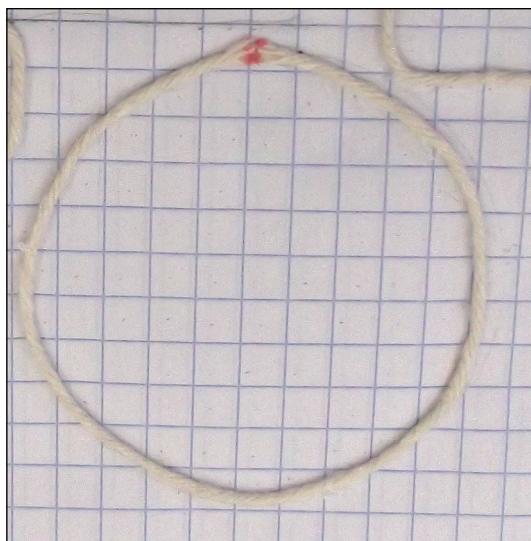
No momento final de uma atividade investigativa a interação torna-se obrigatória tendo em vista a divulgação e a confirmação dos resultados. Conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), muitas vezes o que se torna mais importante, nestas atividades, não é a variedade de conjecturas propostas na investigação, mas os diversos processos de justificação e prova, sucessivamente postos em ação. E, nesta fase, torna-se necessária a escrita que necessita apresentar rigor matemático para que as justificativas sejam aceitas.

Após a explanação teórica, passou-se a Atividade 2 (FIGURA 2), sendo que cada dupla recebeu uma folha quadriculada, juntamente com um barbante para realizá-la. Os participantes deveriam cortar o barbante para obterem 32 unidades de comprimento, utilizando o tamanho do quadriculado da folha como unidade de medida. Após, montar as figuras solicitadas (um círculo, um quadrado, dois retângulos de medidas diferentes e um triângulo) com o uso do fio. Além disso, todas as figuras deveriam caber na folha dada.

Para desenhar as figuras foram usadas diferentes estratégias. No desenho do círculo, alguns grupos calcularam quanto deveria ser o raio através da

fórmula $2\pi r$, encontrando o raio aproximadamente igual a 5,1 unidades, e com esta informação construíram o círculo. Após, encontraram para o valor da área aproximadamente 75 unidades, pois como não tinham calculadora fizeram os cálculos por arredondamento utilizando $\pi = 3$ e o raio como sendo 5. Outros, não calcularam o raio e utilizaram apenas o fio para desenhar o círculo, conforme Figura 11. Para encontrar a área contaram os quadradinhos e fizeram compensações.

Figura 11 – Imagem de um círculo confeccionado pelos participantes



Fonte: Dos autores.

Para desenhar o quadrado, os participantes dividiram as 32 unidades por 4 encontrando a medida dos lados (8 unidades). Depois de desenharem a figura, no papel quadriculado, calcularam a área multiplicando 8 por 8 e encontrado 64 unidades. Em relação aos retângulos surgiram diferentes medidas de lado e todas foram colocadas no quadro conforme Quadro 1.

Quadro 1 – Diferentes medidas encontradas para formar os retângulos

Medidas dos lados	Área
1 x 15	15
2 x 14	28
3 x 13	39
4 x 12	48
5 x 11	55
6 x 10	60
7 x 9	63

Fonte: Dos autores.

Ao observar este quadro os participantes escreveram suas conclusões, tais como: “quando as medidas dos lados se aproximam, o valor da área do retângulo é maior”; “a medida que o valor da largura aumenta uma unidade o valor do comprimento diminui uma unidade”.

Para o desenho do triângulo, o formato preferido foi o de triângulo retângulo. Os participantes foram fazendo tentativas, utilizando os catetos com medidas iguais e calculando o valor da hipotenusa através do Teorema de Pitágoras. Para o valor da medida dos catetos testaram valores como 8; 9 e 9,5; sendo que este último foi o que mais se aproximou das 32 unidades de perímetro, como podemos observar na Figura 12. Para o cálculo da área utilizaram a fórmula, encontrando como resultado, aproximadamente 45 unidades.

Figura 12 – Cálculos realizados por um grupo para chegar às medidas do lado do triângulo



Fonte: Dos autores.

Na realização desta atividade, destaca-se a utilização do cálculo formal, por parte dos professores participantes. Como já tínhamos realizado esta atividade, com grupos de alunos do Ensino Fundamental, em outras oportunidades, poucos fizeram menção a fórmulas e cálculos. Os alunos desenhavam as figuras por tentativa; e o cálculo da área era realizado pela contagem dos quadrados que as figuras englobam na folha quadriculada.

As respostas das demais questões também foram socializadas. Os professores comentaram sobre a importância desta atividade, pois proporciona ao aluno, além de desenhar e construir, conhecimentos em relação aos conteúdos de área e perímetro, sem o uso de fórmulas. Ademais, as duas últimas perguntas (que figura escolheria para a base de sua casa? Por quê? Que outras conclusões podem ser tiradas destas construções?) possibilita ao professor trazer para as aulas de Matemática questões sociais para discussão com os alunos.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Ao serem questionados sobre o que é Investigar os participantes da oficina demonstraram pouco conhecimento sobre está prática, visto que esta tendência é pouco explorada no contexto e práticas escolares, contudo a maioria das opiniões convergia na ideia de que as respostas não devem ser dadas pelo professor, sendo dever do discente a busca por conhecimentos.

Para a elucidação das questões apresentadas na oficina, junto aos professores, foi possível destacar o uso do cálculo formal por parte dos professores presentes na oficina. Os docentes, frente às questões de Investigação Matemática mostraram dificuldades em se expressar matematicamente através da escrita, escrevendo pouco durante o desenvolvimento das questões.

As atividades exploradas nos permitem inferir que a prática desta tendência possibilita ampliar o conhecimento de alunos e professores dentro da sala de aula. Ao utilizar Investigação Matemática na prática pedagógica esta oportuniza um ambiente de interação e troca, favorecendo maior interesse e entusiasmo pela atividade matemática tanto aos discentes quanto aos docentes.

A Investigação propõe que as atividades possam servir de motivação e aumento de interesse ao estudar a disciplina de matemática. Comprovamos o potencial deste tipo de atividades, mediante a surpresa dada pelos participantes da oficina, no momento em que perceberam a diversidade de conjecturas possíveis de serem construídas diante da primeira questão.

Ao realizar as atividades de Investigação percebemos que uma única questão pode utilizar um tempo maior do que previsto, devido ao descobrimento de novas conjecturas, bem como observar que uma única questão possui diversas perspectivas e diferentes soluções. Isso ocorreu nesta oficina, pois não conseguimos explorar todas as atividades planejadas. Salientamos, que o uso desta tendência requer planejamento e organização, bem como o conhecimento sobre a Investigação Matemática por parte do professor. Esse desempenha papel fundamental, oferecendo segurança ao aluno quando este lhe apresenta suas conjecturas. Nesse sentido, Silva (2008, p. 27) destaca “é importante que o professor dê espaço para a escuta do aluno e ouça as suas soluções numa dada situação. Dando-lhe a oportunidade de explorar e esclarecer o seu pensamento”.

REFERÊNCIAS

BROCARDO, Joana; SERRAZINA, Lurdes. **Tarefas sobre números – 1º Ciclo.** [s. d.].

OLIVEIRA, H.; SEGURADO, I.; PONTE, J. P. CUNHA, M. H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula:** Um Projecto Colaborativo, Publicado originalmente em inglês com o título Mathematica linvestigations in the classroom: A collaborative project, como capítulo do livro de V. Zack, J. Mousley, & C. Breen (Eds.). (1997). Developing practice: Teachers' inquiry and educational change (p. 135-142), Geelong, Australia: Centre for Studies in Mathematics, Science and Environmental Education.

PALHARES, Pedro. **Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico.** Lisboa: LIDEL, 2004.

PONTE, João P. da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

REDLING, J. P.; JUNIOR, J. L. **Trilhas pedagógicas**, v. 1, n. 1. ago. 2011.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica.** Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008.

SILVA, V. E. **A aula investigativa e a construção dos conceitos matemáticos em alunos de 6º serie do ensino fundamental II.** Universidade do estado da Bahia – UNEB – Campus VII. Senhor do Bonfim (BA), 2008.

ZASLAVKY, Cláudia. **Pessoas que vivem em casas redondas.** Arithmetic Teacher, set. 1989. Traduzido por Fernanda Wanderer.

A MATEMÁTICA PRATICADA POR UM GRUPO DE PROFISSIONAIS LIGADOS À CONSTRUÇÃO CIVIL: POSSIBILIDADES PARA UMA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Mara Oliveira de Azevedo¹
Ieda Maria Giongo²

Resumo: O presente trabalho tem por objetivo relatar os primeiros resultados decorrentes de uma prática pedagógica, em andamento, com uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede pública localizada no Vale do Taquari, RS. As ideias do campo da educação matemática denominado de etnomatemática foram centrais para problematizar, junto aos alunos, como distintas culturas geram saberes matemáticos, em especial aquelas vinculadas à construção civil. Os procedimentos e métodos utilizados envolvem observações das atividades laborais e realização de entrevistas, gravadas e posteriormente transcritas com três profissionais da área e filmagens das discussões efetivadas em sala de aula. Os resultados, incipientes, permitem inferir que os discentes envolvidos compreenderam que todas as culturas geram conhecimentos matemáticos e que estes fazem sentido nas atividades laborais dos indivíduos.

Palavras-chave: Etnomatemática. Geometria. Observatório da Educação.

CONTEXTUALIZAÇÃO

O presente artigo descreve as possibilidades e limitações de uma prática pedagógica realizada em 2014, com uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual da região do Vale do Taquari. Cabe aqui destacar que a professora da turma está vinculada ao Projeto Observatório da Educação Univates e, junto a um grupo de pesquisadores – três docentes da Instituição, seis professores de Matemática da Escola Básica e três mestrandos oriundos do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas – tem estudado as teorizações da vertente da educação matemática denominada de Etnomatemática. A partir destes estudos, a docente compreendeu que seria produtivo realizar uma prática pedagógica centrada na cultura de seus alunos. A escolha da temática – a matemática praticada por um grupo de profissionais ligados à construção civil – se deu, inicialmente, em função da expressiva quantidade de familiares de alunos que são pedreiros. Também foi decisivo para a escolha do tema o fato de

¹ Licenciada em Matemática – Ulbra. Bolsista Capes.

² Licenciada em Matemática – Furg. Doutora em Educação – Unisinos.

a professora considerar que estes profissionais utilizavam conceitos matemáticos ligados à Geometria, foco das aulas naquele momento.

Ademais, os alunos passaram a discutir sobre o fazer matemático desses profissionais, como utilizam e quais são os métodos de resoluções de problemas usualmente aplicados em suas profissões, discutindo, sobretudo, se fazem ou não usos das técnicas e fórmulas matemáticas que aprenderam enquanto estudantes ou se seus conhecimentos seriam provenientes de atividades laborais. Em função de tais questionamentos, a turma decidiu que seria importante pesquisar como um arquiteto faz uso da matemática em sua profissão, já que, para os alunos, esse profissional, diferentemente do pedreiro, deve possuir muitos anos de escolarização. Por fim, por conhecerem dois eletricistas que atuavam na comunidade os alunos resolveram que seria interessante incluir estes profissionais nas atividades que serão mais adiante relatadas.

Assim, os discentes também sentiram-se desafiados pela proposta de pesquisa e, de imediato, vislumbraram a importância de identificar como as pessoas de diferentes contextos culturais (pedreiro, eletricista, arquitetos) resolvem problemas matemáticos, especificamente em seus ambientes de trabalho. Por conta disso elaboraram a seguinte questão de pesquisa: Como um pedreiro, um arquiteto e um eletricista, no exercício de suas profissões, resolvem questões que envolvem conceitos matemáticos? Tais modos de resolução são os mesmos daqueles usualmente presentes nas aulas de Matemática na Escola Básica? Destacamos que o que aqui apresentaremos se constitui numa pequena parte da prática pedagógica tendo em vista que esta segue em andamento.

Na próxima sessão serão destacadas algumas ideias vinculadas às teorizações do campo da Etnomatemática, que têm sustentado a referida prática pedagógica.

REFERENCIAL TEÓRICO

O campo da Etnomatemática deve seu início ao professor Ubiratan D'Ambrósio, sendo considerado o “pai” das teorizações relativas a este campo. O autor expressa que a Etnomatemática pode ser compreendida como

[...] a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos. [...] A etnomatemática é embebida de ética, focalizada na recuperação da dignidade cultural do ser humano (D'AMBRÓSIO, 2009, p. 9).

O mesmo autor (D'Ambrósio, 2009, p. 5) menciona a definição de etnomatemática como “a arte ou técnica de explicar, de conhecer, de entender nos diversos contextos culturais”. A partir das ideias do “pai” da Etnomatemática, Giongo (2001, p. 75) comenta que:

A Etnomatemática procura entender as possibilidades de incorporar ao currículo escolar estas diversidades culturais, trazendo para a escola a memória cultural dos mais variados grupos humanos (notadamente as minorias), seus mitos, código de símbolos, procurando resgatar estes aspectos que historicamente têm ficado de fora da educação formal.

Este entendimento de Etnomatemática permite concluir que a noção de cultura é central. Como expressam Knijnik et al:

Para a etnomatemática, a cultura passa a ser compreendida não como algo pronto, fixo, e homogêneo, mas como uma produção, tensa e instável. As práticas matemáticas são entendidas não como um conjunto de conhecimentos que seria transmitido como uma "bagagem", mas que estão constantemente reatualizando-se e adquirindo novos significados, ou seja, são produtos e produtores da cultura (2012, p. 26).

Em sua pesquisa, Giongo (2002), apoiada nas ideias de Gelsa Knijnik, tinha por objetivo compreender como se relacionam os saberes do "mundo da escola" e os saberes do "mundo do trabalho", quando examinados no contexto fabril calçadista. Entretanto a autora faz uma ressalva, expressando que a ideia de utilizar a cultura como ponto de partida para ensinar a matemática escolar precisa ser problematizada. E acrescenta:

A autora [referindo-se à Gelsa Knijnik] se opõe à perspectiva de utilizar a Matemática praticada fora da sala de aula unicamente como "ponte" para o ensino da Matemática formal. Desta maneira, segundo Knijnik, consideraríamos a cultura dos grupos subordinados, seus modos de significar o mundo como "ponto inicial de uma trajetória ascendente" e, portanto, passível de superação. Entretanto, a autora também alerta para o devido cuidado de não exaltar de modo ingênuo a Matemática praticada pelos diferentes grupos culturais, em uma posição que tornaria [...] a Matemática popular como algo folclórico. Esta "folclorização" em nada contribuiria para os processos de inclusão social (GIONGO, 2001, p. 77-78).

Vale aqui também destacar um estudo de Knijnik (2004). A autora, ao mencionar um trabalho pedagógico que realizou, em 1998, junto a grupo de estudantes de sétima série de uma Escola Estadual vinculada a um assentamento. Tendo como "foco de problematização principal "o cultivo de alfaves" uma das atividades produtivas da comunidade, tal projeto teve o envolvimento da professora de Matemática, a pesquisadora, alunos, famílias assentadas e o agrônomo que realizou o acompanhamento técnico da produção local, bem como um dos assentados que produzia alfaves. As atividades, desenvolvidas durante a realização do trabalho pedagógico, envolveram tanto os cálculos matemáticos

usualmente presentes na escola, como também a discussão de temas sociais e políticos mais amplos. Como bem aponta a autora:

No desenrolar do processo pedagógico que ocorria na escola de Itapuí, problemas em torno da produção de alface foram sendo formulados, tanto pelos alunos como pelo próprio agricultor para, a partir do que estava sendo construído, surgirem novas indagações. Assim foi sendo produzida uma ruptura com as posições mais tradicionais da Educação Matemática, caracterizada pela separação do mundo da escola e o mundo do trabalho (KNIJNINK, 2004, p. 228).

Ao efetivarem uma discussão acerca da etnomatemática, Knijnik et al. (2012) evidenciam que esta tendência “problematiza centralmente esta grande narrativa que a matemática acadêmica - considerada pela modernidade como linguagem por excelência para dizer o universo mais longínquo e também o mais próximo” (KNIJNINK et al. 2012, p. 24). As mesmas autoras ainda comentam que, de modo análogo, a “Etnomatemática também põe em questão a Matemática Escolar, com as marcas de transcendências que herda da Matemática Acadêmica produzida pelos que tem a profissão de matemáticos” (Ibidem, p. 25).

As autoras também explicitam alguns modos específicos de indivíduos operarem com conceitos matemáticos. Um deles fica evidente quando um grupo de pedreiros, entrevistados por Duarte (2003), ao estimar valores na determinação de perímetros construía estribos – retângulos de ferro que tem como finalidade amarrar as barras, também de ferro, para serem colocadas entre as vigas e a coluna. Tal construção, segundo ele, era dividida em três etapas distintas: a preparação da forma de madeira, a preparação de ferragens e a concretagem. Apesar de existir a possibilidade de adquirir os estribos prontos, os próprios trabalhadores – pedreiros e serventes - os construíam assim somente para obras de grande porte eram comprados prontos. Assim, segundo ele, para a construção dos estribos, cortava os ferros deixando sempre uma sobra, necessária para a “dobra” na construção do retângulo. Nesse sentido, fica evidente que o referido pedreiro faz uso de regras que não estão usualmente presentes na disciplina Matemática. Segundo Knijnik et al. (2012, p. 50), as explicações dadas pelo pedreiro mostram que “para produzir um retângulo ‘de verdade’ utilizando como matéria-prima o ferro, é necessário mais do que o valor do seu perímetro”. Ainda para as autoras:

É possível inferir, portanto que, diferentemente das regras da Matemática Escolar – em que os retângulos construídos na sala de aula podem ser pensados como “amarras”, soltos, desconectados dos “detalhes”, aquele desenhado pelo pedreiro entrevistado por Duarte (2003) estava “encharcado” pelas contingências daquela forma de vida (KNIJNINK et al., 2012, p. 50-51).

Em efeito, ao comentar um caso de um estribo de vinte e dois e meio por nove, o pedreiro expressou que cortaria uma barra de sessenta e nove ou setenta,

mesmo que os perímetros do retângulo com essas medidas fossem de sessenta e três centímetros. Questionado sobre como obtivera tal resultado ele

[...] tenho que medir aqui a largura, né tenho que fazer com nove; essa aqui tem nove, são dezoito, mais duas vezes vinte e dois e meio são quarenta e cinco. Só que eu tenho que deixar, mas um pouquinho que é para dobrar. Por fim, argumentou que tem que dar mais seis centímetros, então dá sessenta e nove... setenta (DUARTE, 2003, p. 75 apud KNIJNINK et al., 2012, p. 50).

As ideias expressas nesta seção seguem sendo discutidas nos encontros semanais com a participação de professores da Universidade, da Escola Básica e dos mestrandos. Na próxima seção detalharemos como estão sendo desenvolvidas, com a turma de 8^a série antes mencionada, algumas atividades decorrentes destas discussões, bem como apontamos alguns resultados preliminares.

A PRÁTICA PEDAGÓGICA, ALGUNS DE SEUS RESULTADOS E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

A primeira parte da prática pedagógica foi realizada entre os meses de junho e agosto de 2014, em momentos intercalados, pois, como será mostrado a seguir, foram necessárias muitas ações/atividades para que fossem atingidos os objetivos a que a docente da turma se propusera.

Como primeira atividade, a professora solicitou aos alunos que se dividissem em pequenos grupos, sendo que cada um destes deveria produzir algumas questões para compor um roteiro de entrevista com os profissionais selecionados. Este roteiro tinha como objetivo coletar informações iniciais para posteriormente serem discutidas em sala de aula.

Os alunos elaboraram várias questões, gerando interessantes discussões, onde a maioria dos discentes ficou empolgada com escolha das perguntas que fariam parte do roteiro da entrevista. Durante esse processo, a professora orientou os grupos da importância ou não de fazer determinadas perguntas para os profissionais; por conta disso, foram selecionadas aquelas que estão diretamente ligadas a matemática utilizada pelos profissionais.

As questões propostas pelos alunos foram socializadas no grupo e a seguir foi elaborado o roteiro final que constituiria o plano de pesquisa. Em síntese, as questões puderam ser assim expressas, sendo que o nome do entrevistado se tornou opcional.

- 1) Grau de escolaridade;
- 2) Como aprenderam as práticas da profissão;
- 3) Necessidade ou não da matemática no exercício diário e em caso afirmativo, qual matemática e se a aprenderam na escola;
- 4) Como os entrevistados relacionam a matemática que aprenderam na escola com aquela utilizada na profissão;

- 5) Se, quando estudantes, seus modos de fazer matemática eram considerados pelos professores;
- 6) Como os entrevistados procediam para determinar: a) se uma casa estava no “esquadro”; b) a quantidade necessária de tijolos numa construção; c) a quantidade de materiais usados na massa para assentar os tijolos; d) a quantidade de cerâmica para revestir um piso; e) o gasto proveniente da compra de material de construção.

Os alunos entraram em contato telefônico com os profissionais e marcaram a data para as entrevistas, a serem realizadas na escola. Com base na elaboração das questões, os mesmos se propuseram a buscar mais informações sobre as profissões anteriormente escolhidas. Nesse momento, alguns discentes sugeriram que fossem elaborados filmagens e fotos do dia a dia do trabalho desses profissionais. Eles se dividiram em grupos, com a finalidade de realizar fotos e filmagens e apresentar aos demais colegas da classe no próximo encontro. Também foi feito o levantamento no grupo de quem ficaria responsável pela tarefa e quando poderiam realizá-la. Alguns grupos decidiram que a tarefa deveria se realizada por todos os componentes e em seguida foi organizado um cronograma para a realização da mesma. Neste período de espera pelos profissionais, a professora ministrava aulas de acordo com seu planejamento inicial, enfocando questões de Geometria como usualmente presente na matemática escolar.

Enquanto esperavam pela vinda desses profissionais, os alunos, em grupos, realizaram as filmagens para obter mais detalhes das regras matemáticas utilizadas pelos profissionais selecionados. Durante o desenvolvimento desta atividade, os grupos trouxeram as fotos e filmagens contendo as informações do dia a dia do trabalho do profissional escolhido.

A seguir ocorreu a visita, na escola, do pedreiro e da arquiteta escolhidos pelos alunos. A arquiteta integrante da comunidade, é conhecida por alguns alunos e o pedreiro é avô de dois deles. Durante a entrevista ambos responderam as questões elaboradas pelos alunos na primeira atividade, em forma de uma mesa redonda. Esta atividade - de modo análogo ao realizado em outras etapas do projeto – foi filmada e posteriormente transcrita, sendo disponibilizada para os alunos excertos das falas. Inspirada no trabalho de Knijnik (2004), esta parte da prática pedagógica fez uso do que a autora chamou de “material bruto” para o trabalho em sala de aula. Para ela, [...] Isto significa dizer que a linguagem usada pelos profissionais, os questionamentos elaborados pelos alunos e os relatos, todos foram mantidos na sua forma original [...] (KNIJNIK, 2004, p. 225).

A referida autora fez uso das entrevistas realizadas com o agricultor e nós utilizamos o mesmo procedimento com os profissionais já mencionados. As atividades terminaram na aula seguinte com apresentação e discussão sobre as falas dos profissionais. Durante as apresentações os alunos discutiam, trocavam informações, demonstrando muito interesse nas falas do pedreiro, arquiteta e eletricista, quando estes comentam sobre a quantidade de tijolos em uma construção e demais materiais, mas principalmente com relação à fala do

pedreiro, quando este comentou, por exemplo, do alinhamento da casa, ou na linguagem do pedreiro “como colocar no esquadro”. A seguir selecionamos alguns excertos das entrevistas realizadas com os profissionais:

É, tem que saber o tamanho da peça, que comprimento é, a altura, soma e aí divide por tijolo. Se é tijolo 6 furos, a média é 32 tijolos por metro. Uma parede de 4 metros, por 2,5 de altura, dá 8... dá 10 metros... Por 32 tijolos por metro, vai dar uns 320 tijolos, de uma parede de 4 metros por 2,5 de altura. Para somar a conta, tem que ter o tamanho da peça e a altura (PEDREIRO).

[...] Isso varia também (ARQUITETA).

[...] É, isso varia, mas a média, sempre foi assim, um maciço se colocar assim, simples... O maciço é aquele fininho, sem furos, aquele é 50 tijolos por metro. Se fizer atravessado, um pouco mais largo é 100 tijolos por metro, e o sem furo assim dá 32, e assim deitado dá 48 (PEDREIRO).

[...] Já a quantidade de materiais que vão na massa depende de como o engenheiro vai pedir, se o engenheiro pedir a massa 4 por 1 ou 5 por 1 ou 3 por 1. Se é 3 por 1, aí bota 1 de cimento e 3 de areia e meio de cal (PEDREIRO).

[...] Aí tem várias formas de fazer, tem uma massa “mais forte”, que precisa mais cimento, tem uma massa mais aguada “mais fraca”, tem várias (ARQUITETA).

Para colocar a casa no esquadro faço marcas no alinhamento, para um lado a marca é feita a uma distância de 60 cm do ponto de encontro com o outro alinhamento. No outro lado, marco 80 cm, marcando do mesmo jeito, depois meço com uma corda a distância entre os dois lados e tem quem dar 1 m, que é igual a 100 cm. Se não der certo, a casa está fora de esquadro e será preciso refazer tudo (PEDREIRO).

[...] para resolver os problemas do meu dia a dia, como as contas de multiplicação, multiplicava primeiro por 10, depois diminuía ou somava, ia depender por qual número era a multiplicação (ELETRICISTA).

Primeiro a gente tem que saber o tamanho do local que a gente quer colocar o piso e depois, o tamanho do piso, porque muda bastante, agora a gente tem muita quantidade de piso, tanto de 45 por 45 quanto 90 por 90. Então, a partir disso a gente calcula a quantidade de piso que vai pela área quadrada (ARQUITETA).

Quando foram disponibilizadas aos alunos as transcrições destas entrevistas, estes começaram a fazer relações entre a matemática estudada na sala de aula e aquela utilizada pelos profissionais mencionados anteriormente, relações estas não observadas por eles anteriormente nas aulas da disciplina Matemática. As discussões em sala de aula seguem e, neste relato, descrevemos apenas alguns posicionamentos dos alunos a partir da transcrição e análise das

falas dos entrevistados. Em especial quando o pedreiro destacou a importância, dentre outros, de “colocar a casa no esquadro desde a demarcação do terreno”, elaboração da planta baixa, construção das paredes até o acabamento final, alguns alunos comentaram:

Aluno1: Hum! Profe... acredito que o pedreiro use o Teorema de Pitágoras desde o início da obra.

Aluno 2: Sim, para demarcação inicial até o acabamento final na colocação dos pisos, o pedreiro necessita de ângulos retos, utilizando então o Teorema de Pitágoras.

Aluno 3: Hum, quando ele fala em [lendo a transcrição da entrevista com o profissional] marcar 60 cm e 80 cm em duas laterais de paredes que se interceptam e depois unirem esses pontos para encontrarem uma medida equivalente a 100 cm, os pedreiros conseguem um ângulo reto. Isto é uma aplicação prática do Teorema de Pitágoras. É o que na linguagem dos pedreiros é chamado de “deixar no esquadro”?

Estes são apenas alguns exemplos das discussões efetivadas em sala de aula após a visita dos profissionais. As próximas atividades a serem realizadas envolvem a participação do eletricista em sala de aula e atividades com conteúdos relativos à matemática escolar, dentre eles semelhanças de triângulos e cálculos de áreas. Finalizando, os alunos elaborarão, em grupos, um relatório sobre as semelhanças e diferenças por eles observadas, das estratégias de cálculos estudados na matemática escolar e aquelas utilizadas pelos profissionais pesquisados. É importante destacar que a escrita deste relatório ocorrerá após a visita, em sala de aula, do terceiro entrevistado, o eletricista. Tais relatórios serão problematizados entre os grupos, com posterior apresentação dos resultados para outras turmas da escola.

Pelo exposto até aqui, podemos pensar que o estudo das teorizações do campo da Etnomatemática possibilita a emergência de práticas pedagógicas que visem à integração entre o contexto cultural dos alunos e os conteúdos ministrados, bem como permitir a emergência de questionamentos sobre conhecimentos matemáticos. Nesse sentido, concordamos com Knijnik et al. (2012) quando expressam que ao possibilitar o reconhecimento de outros modos de operar com conteúdos matemáticos, distintos daqueles praticados na escola

[...] estamos possibilitando que nossos alunos aprendam outros modos de pensar matematicamente, a outras rationalidades. Isso é importante não só do ponto de vista do acesso mais amplo dos conteúdos. A Matemática que ensinamos na escola tem servido de modo muito exemplar para dizer “o que vale mais” no currículo, para dizer que “ela sim, é difícil”, que é “para poucos”. Com isso, ela mesmo estabelece uma hierarquia que a coloca em um lugar muito privilegiado, um lugar que acaba influindo sobre quem irá adiante

nos estudos, quem é “inteligente” e quem está fora deste currículo tão restrito dos “que sabem” (KNIJNIK et al., 2012, p. 84).

Nesse sentido, os alunos passaram a compreender que os entrevistados possuem conhecimentos específicos usados em suas áreas de trabalho. Por isso salientamos que, embora no momento desta escrita a prática pedagógica se encontre em construção, é possível evidenciar que os discentes envolvidos compreenderam que todas as culturas, inclusive a escolar, geram conhecimentos matemáticos e que estes fazem sentido nas atividades laborais dos indivíduos.

REFERÊNCIAS

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade**. 3. Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

DUARTE, Claudia Glavam. Implicações curriculares a partir de um olhar sobre o mundo da construção civil. In: KNIJNIK, Gelsa, WANDERER, Fernanda e OLIVEIRA, Claudio José (orgs). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: Edunisc, 2004, p. 183-202.

KNIJNIK, Gelsa. Etnomatemática e educação no Movimento Sem Terra. In: KNIJNIK, Gelsa, WANDERER, Fernanda e OLIVEIRA, Claudio José (orgs). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: Edunisc, 2004, p. 219-238.

KINIJNIK, Gelsa et al. **Etnomatemática em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012.

GONGO, Ieda Maria. **Educação e Produção do Calçado em Tempos de Globalização: um estudo etnomatemático**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Vale do Rio dos Sinos, UNISINOS, São Leopoldo (RS), 2001.

ANÁLISE DE UM CONJUNTO DE DISSERTAÇÕES VINCULADAS TEORICAMENTE AO CAMPO DA ETNOMATEMÁTICA

Ademir de Cássio Machado Peranson¹
Diandra Rockenback²
Augusto Konig³

Resumo: O presente artigo tem por objetivo analisar as práticas pedagógicas desenvolvidas e publicadas em dissertações disponíveis no site do Mestrado em Ensino de Ciências Exatas – PPGECE/Univates, vinculadas campo da etnomatemática. Esta perspectiva da educação, conforme descrito por Ubiratan D' Ambrósio na década de setenta, está interessada em problematizar questões culturais no âmbito da educação matemática. Os resultados apontam que as investigações buscaram, a partir do exame das práticas matemáticas gestadas nas formas de vida estudadas, possibilidades para composição de práticas pedagógicas com a finalidade de que grupos de alunos da Escola Básica compreendessem que todas as culturas geram matemática. Espera-se, com esta investigação, contribuir para a disseminação de conhecimentos acerca dessa perspectiva da educação matemática.

Palavras-chave: Etnomatemática. Dissertações. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas. Práticas pedagógicas.

1 INTRODUÇÃO

Desde 2007, o Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES “pretende formar profissionais multidisciplinares e que busquem inovar as práticas pedagógicas através de tecnologias e novos olhares sobre a educação” (www.univates.br/ppgece). Nesse sentido, as pesquisas inerentes ao programa estão alocadas duas linhas de pesquisa, a saber, metodologias e recursos didáticos para o ensino de Ciências e Matemática e epistemologia da prática pedagógica no ensino de Ciências e Matemática e Tecnologias. Em particular, algumas investigações efetivadas por discentes são sustentadas nas teorizações do campo da etnomatemática.

¹ Graduado em Ciências Biológicas – Urcamp. Mestrando em Ensino de Ciências Exatas – Univates. Bolsista Capes.

² Graduanda de Engenharia Civil – Univates. Bolsista Capes.

³ Graduando de Biomedicina – Univates. Bolsista Capes.

É importante destacar que o termo “etnomatemática” foi cunhado na década de 1970 pelo professor Ubiratan D’Ambrósio, sendo por isso considerado o “pai da etnomatemática”. Segundo o autor, esta perspectiva da educação matemática está particularmente interessada em reconhecer, validar e dar visibilidade à matemática praticada nas diversas culturas. Ademais, ainda segundo ele, “o reconhecimento, tardio, de outras formas de pensar, inclusive matemático, encoraja reflexões mais amplas sobre a natureza do pensamento matemático, [...] esse é o objetivo do programa Etnomatemática” (D’AMBRÓSIO, 2009, p. 17). Portanto, nesse registro teórico, questões culturais são centrais pois

A diversidade cultural é muito complexa, é como um emaranhado de atividades e comportamentos que não foram entendidos em educação, e especialmente, em educação científica. Ouso dizer que ela não foi reconhecida como fator importante na educação científica. Atitudes como formas de pensamento, jargões, códigos, interesses, motivações e mitos geram raízes culturais definitivas, modos de produção, de propriedade, conflitos de classe, senso de segurança social, direitos do indivíduo, etc. Esses fatores compõem a sociedade e são ignorados pela educação científica (D’AMBRÓSIO, 2002, p. 34).

A partir destas teorizações, pesquisadores passaram a efetivar investigações sustentadas nesta vertente da educação matemática. Em particular, Gelsa Knijnik aproximando-se das ideias da maturidade de Ludwig Wittgenstein e Michel Foucault, tem conceituado a etnomatemática como uma caixa de ferramentas que permite “analisar os discursos que instituem as Matemáticas Acadêmicas e Escolar e seus efeitos de verdade e examinar os jogos de linguagem que constituem cada uma das diferentes Matemáticas, analisando suas semelhanças de família” (KNIJNIK et al., 2012, p. 28). Operar com estes conceitos significa, sobretudo, apontar para a ideia de que “não existe “a” linguagem, senão linguagens, no plural, identificando-as com uma variedade de usos” (*Ibidem*, p. 29).

Ideias como as acima apresentadas sustentaram um grupo de investigações desenvolvidas no Mestrado de Ciências Exatas e foram efetivadas no período de 2009 a 2013: de Marco (2009), Rodrigues (2010), Picoli (2010), Strapasson (2012), Bortolli (2012), Grasseli (2012), Nicareta (2013), Zanon (2013) e Medrado (2013). Ao identificar pontos de convergência teórico-metodológicos entre as dissertações, espera-se contribuir para a disseminação de conhecimentos acerca dessa perspectiva com o intuito de que sejam fomentadas, nas escolas de Educação Básica, outras possibilidades de ensinar e aprender Matemática.

2 SOBRE ALGUNS PONTOS DE CONVERGÊNCIA

Inicialmente, cabe destacar que a metodologia de análise consistiu na leitura e posterior análise de um conjunto de nove dissertações, defendidas entre 2009 e 2013 e cujas versões finais estão disponíveis no site da Instituição (<http://www.univates.br/ppgece/dissertacoes>). O Quadro 1 a seguir, mostra

sinteticamente, os itens analisados: título, autor (ano), objetivo geral, contexto, material de pesquisa e principais resultados.

Quadro 1 – Análise das dissertações

Título	Autor	Objetivo	Contexto	Material da pesquisa	Resultados
As concepções de tempo profundo e suas implicações curriculares no ensino da matemática	Suzana de Marco (2009)	Analizar como os alunos de oitava série do Ensino Fundamental da rede privada da rede privada do município de Roca Sales – RS, compreendem o “tempo profundo” e suas implicações para o campo da educação matemática.	Escola de Ensino Fundamental da rede privada de ensino do município de Roca Sales – RS.	A pesquisa empregou técnicas oriundas da etnografia, observação direta dos participantes diário de campo do pesquisador	A análise apontou que os alunos, para o entendimento do conceito de “tempo profundo” operam com diferentes estratégias matemáticas vinculadas as culturas escolar, científicas e de suas vivências pessoais (MARCO 2009, p. 4).
Matemática, educação infantil e jogos de linguagem: um estudo etnomatemático	Neiva Rodrigues (2010)	Producir novos olhares sobre a educação matemática no âmbito da Educação Infantil e examinar os jogos de linguagem que emergem quando um grupo de alunos de 5 e 6 anos, de uma escola de educação infantil, do município de Lajeado RS, são confrontados com situações propostas pela professora.	Turma de Educação Infantil (5-6 anos) de uma Escola de Lajeado – RS.	Diário de campo da pesquisadora, filmagens da prática pedagógica, conversas informais com os alunos, bem como materiais escritos e produzidos pelas crianças.	A análise do material da pesquisa evidenciou que as crianças utilizam estimativas e comparações, e expressam quantidades com números superiores a uma centena e utilizam cálculo oral nas operações elementares (RODRIGUES, 2010, p. 8).
Alunos/ as surdos/ as e processos educativos no âmbito da educação matemática: problematizando relações de Exclusão -inclusão	Fabiana Diniz de Camargo Picoli (2010)	Problematizar a educação matemática de alunos/ as surdos/ as incluídos/ as em classes de ensino regular e que frequentam, em turno inverso, em Arvorezinha-RS.	Instituto Estadual de Educação Felipe Roman Ros, com quatro alunos/ as surdos/ as, em Arvorezinha-RS.	Diário de campo do pesquisador, filmagens das atividades propostas aos alunos na sala de recursos, bem como materiais escritos e produzidos pelos participantes da pesquisa.	A análise do material da pesquisa aponta, por um lado, os alunos utilizavam a calculadora cotidianamente na sala de aula regular, por outro, na sala de recursos não demonstravam reconhecer as funções de operacionalidade deste artefato (PICOLI, 2010, p. 7).
Um olhar histórico nas aulas de Trigonometria: possibilidades de uma prática pedagógica investigativa	Gládis Bortoli (2012)	Problematizar, junto a um grupo de alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola particular de Caxias do Sul – RS, a construção de conhecimentos vinculados à Trigonometria no triângulo retângulo	Grupo de alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola particular de Caxias do Sul – RS	Questionários, conversas informais com os alunos, gravações e fotos das aulas e material produzido pelos estudantes	A abordagem aplicada tornou o processo de ensino e de aprendizagem mais interativo, construtivo e participativo, provocando o envolvimento dos alunos. Estes conseguiram estabelecer relações entre a matemática escolar e os saberes matemáticos culturais (BORTOLI, 2012, p. 5).

Título	Autor	Objetivo	Contexto	Material da pesquisa	Resultados
Educação matemática, etnomatemática e viticultura: analisando uma prática pedagógica	Fernandes Grasseli (2012)	Examinar quais as regras matemáticas emergem quando um grupo de alunos analisa questões vinculadas a cultura da viticultura, e quais os sentidos atribuídos, por estes alunos, a tais regras e aquelas usualmente presentes na matemática escolar.	Turma de 3º ano do ensino médio de uma Escola Estadual de Monte Belo do Sul-RS.	Diário de campo do pesquisador, filmagens da prática pedagógica e entrevistas, semiestruturadas com agricultores da região, relatório dos alunos sobre a atividade e observação em uma tanoaria da região.	O professor e os alunos tornaram-se pesquisadores durante o processo investigativo. As regras matemáticas que emergiram das práticas laborais dos entrevistados aludem estimativas e arredondamentos. A análise das práticas matemáticas não-escolares, os alunos, durante a apresentação de trabalhos, estabeleceram relações por meio de regras presentes na matemática escolar (GRASSELI, 2012, p. 7).
Educação matemática, formas de vida e alunos investigadores: um estudo na perspectiva da etnomatemática	Andréia Strapasson (2012)	Investigar os jogos de linguagem matemáticos que emergem quando alunos de uma turma de sétima série do ensino fundamental lidam com situações vinculadas a disciplina de matemática e como tais jogos se relacionam com os que estão presentes na cultura camponesa da sua comunidade	Turma de 7ª série dos anos finais do ensino fundamental de uma escola municipal de Fontoura Xavier-RS	Entrevistas individuais, observações e entrevistas de grupo focal. Diário de campo do pesquisador, materiais escritos e produzidos pelos pais e alunos da escola pesquisada.	Os resultados da prática investigativa indicam que os alunos sujeitos da pesquisa, quando resolvem questões vinculadas à forma de vida camponesa se expressam por meio de regras próprias daquela cultura. Porém, ao resolverem as mesmas questões no ambiente escolar, valem-se de regras usualmente presentes na matemática escolar (STRAPASSON, 2012, p. 7).
Problematizando a educação, matemática(s) e tecnologia numa prática pedagógica no ensino fundamental	Elisângela Nicareta (2013)	Elaborar uma prática pedagógica para uma turma de alunos de oitava série de uma escola municipal localizada no município de Candelária – RS.	Escola Municipal de Ensino Fundamental no município de Candelária – RS, turma de 8ª série.	Entrevistas individuais, observações e entrevistas de grupo focal. Diário de campo do pesquisador, materiais escritos e produzidos pelos pais e alunos da escola pesquisada.	A análise efetivada do material da pesquisa apontou que: a) Os alunos, ao se reportarem a matemática, declararam que a disciplina é difícil e expressa por regras como, formalismo, linearidade e abstração, bem como a supremacia da escrita em detrimento da oralidade, e b) estes atribuíram importância a diversidade de culturas para o município, entretanto argumentaram que o cultivo do fumo deve permanecer por ser mais rentável (NICARETTA 2013, p. 7).

Título	Autor	Objetivo	Contexto	Material da pesquisa	Resultados
Educação matemática, formas de vida e alunos investigadores: um estudo na perspectiva da etnomatemática.	Rosana Zanon (2013)	Problematizar os jogos de linguagem matemáticos presentes na forma de vida dos trabalhadores do campo e suas semelhanças de família com aqueles gestados na matemática escolar.	Turma de 1º ano do Ensino Médio de uma escola Estadual de Doutor Ricardo-RS.	Diário de campo do pesquisador, entrevistas realizadas com trabalhadores do campo e de uma empresa de laticínios, material escrito e produzido pelos alunos.	A análise do material da pesquisa permitiu elaborar três unidades de análise: a) por um lado, os alunos aludem que necessitam buscar oportunidade de trabalho e sobrevivência em ambientes externos à atividades agrícolas, por outro, os agricultores entrevistados apontam que há inúmeras exigências para que os produtores possam fazer parte do mercado e vender seus produtos agrícolas. b) Os jogos de linguagem matemáticos identificados na forma de vida camponesa apresentam regras como aproximação e arredondamento, mas esses fazem uso de cálculos usualmente presente nas escolas. c) As fronteiras que delimitam as formas de vida urbana e rural se apresentam muito ténues na comunidade em questão (ZANON, 2013, p. 7).
Educação matemática, etnomatemática e culturas da confecção do vestuário	Elieth Santana Medrado (2013)	Problematizar, junto a uma turma de alunos do Ensino Fundamental, como distintas formas de vida operam com conceitos matemáticos na confecção de vestuário.	Turma de 8º ano de uma Escola Estadual de Boa Vista, Roraima-RR.	O material de pesquisa foi gerado por meio de observações das atividades laborais, produções escritas pelos alunos, diário de campo da professora pesquisadora, entrevistas - gravadas com um grupo de costureiras e de alunos da referida turma, posteriormente transcritas - e por meio de um questionário direcionado aos discentes.	Os resultados apontam que: a) No que se refere à confecção de peças de vestuário, os alunos demonstraram compreender as regras vinculadas à matemática escolar presentes no processo industrial do vestuário, no entanto, não atribuíram significado aquelas gestadas na forma de vida das costureiras e b) Existem semelhanças de família nos jogos de linguagem matemáticos vinculados à forma de vida das costureiras domésticas e aqueles presentes na costura industrial, em especial os que se referem ao sistema métrico decimal, arredondamentos e simetria (MEDRADO, 2013, p. 7).

Fonte: Dos Autores, 2014.

Inicialmente é importante ressaltar que as pesquisas examinadas são de cunho qualitativo e inspirações etnográficas. Estudos como os de Giongo (2001) já apontavam que, nesse registro teórico, ao utilizar a expressão “inspirações etnográficas” não se tem a pretensão de efetivar uma etnografia tal como descrita pelos antropólogos, embora, segundo a autora, tenha utilizado, para o entendimento de seu objeto de estudo, técnicas a ela atreladas, tais como observação direta de participantes, entrevistas e diário de campo.

A análise efetivada também mostra que as investigações examinadas problematizaram questões vinculadas às matemáticas gestadas nas formas de vida dos sujeitos pesquisados. Tais investigações buscaram, sobretudo, em

formas de vidas como as de camponezes, costureiras e de estudantes urbanos e rurais, o exame de jogos de linguagem matemáticos ali gestados para posterior composição de práticas pedagógicas, relacionando-os com aqueles presentes na forma de vida escolar. As práticas pedagógicas foram desenvolvidas em turmas de alunos do Ensino Fundamental e Médio e, na explicitação dos referenciais teóricos, inicialmente os autores fazem alusão às ideias de D'Ambrósio para quem etnomatemática é

[...] a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos. Além desse caráter antropológico, a etnomatemática tem um indiscutível foco político. A etnomatemática é embebida de ética, focalizada na recuperação da dignidade cultural do ser humano (D'AMBRÓSIO, 2009, p. 9).

Ainda na visão de D' Ambrósio, todas as culturas geram matemáticas e, por consequência, ao frequentar a escola, “o aluno [traz consigo] suas raízes culturais, que é parte de sua identidade” (D'AMBRÓSIO, 2009, p. 74). Nesse sentido, é possível falarmos em saberes matemáticos intrinsecamente ligados à cultura dos indivíduos “respondendo a fatores naturais e sociais” (*Ibidem*, p. 22). Entretanto, ainda para o autor, estas raízes, usualmente, são “eliminadas no decorrer de uma experiência educacional conduzida com o objetivo de subordinação” (*Ibidem*, p. 75).

As ideias de D'Ambrósio, como as acima citadas, foram centrais para o desenvolvimento das investigações, sobretudo as de Marco (2009), Grasseli (2012) e Bortolli (2012). Ademais, mesmo que não fizessem alusão, em seus trabalhos, à noção de etnomatemática conforme descrita por Knijnik et al. (2012), os referidos pesquisadores apontam para questões que podem ser vinculadas à perspectiva descrita pelas autoras. Como bem aponta De Marco (2009, p. 44):

Penso ser importante aqui apontar que a linguagem utilizada por minhas alunas, ao responderem os diversos questionamentos, invariavelmente estava amalgamada àquela utilizada em livros didáticos, como por exemplo, [quando mencionaram que] “era só ter acrescentado sete zeros depois do um e multiplicar por 4,8” [...].

Bortolli (2012), apoiada no campo da Etnomatemática, problematizou a possibilidade da inserção da História da Matemática no ensino e aprendizagem da Trigonometria no triângulo retângulo apontando que seus alunos de uma turma de Ensino Médio “foram instigados a pesquisar, explorar e interpretar conceitos trigonométricos [...] [tornando] o processo de ensino e de aprendizagem mais interativo, construtivo e participativo, provocando o envolvimento dos alunos” (BORTOLLI, 2012, p. 5). Ademais, a autora expressa que, por meio

deste referencial teórico, foi possível inferir que “estes [os alunos] conseguiram estabelecer relações entre a matemática escolar e os saberes matemáticos culturais” (*Ibidem*, p. 5).

Embora Grasseli (2012) não tenha operado com conceito de jogos de linguagem e semelhanças de família, estes emergiram em sua pesquisa quando os alunos declararam em sala de aula que, as “regras utilizadas pelos viticultores na fabricação de pipas”, cenário em que se desenvolveu sua pesquisa, são próximas daquelas normalmente trabalhadas e aplicadas nos cálculos matemáticos em sala de aula. Os que mais se parecem são a aproximação, arredondamento e estimativa, estas regras emergiram quando um dos sujeitos da pesquisa explicou o modo como efetivava seus cálculos visando a demonstrar como construía pipas em sua pequena fábrica.

Já os trabalhos de Rodrigues (2010), Picoli (2010), Strapasson (2012), Zanon (2013), Nicareta (2013) e Medrado (2013), operaram, centralmente, com conceitos e usos dos jogos de linguagem, formas de vida e semelhança de família, vinculados às ideias da maturidade de Wittgenstein. Os excertos a seguir apontam para essa ideia:

Nesse sentido, problematizar, junto a uma turma de Ensino Fundamental, como distintas formas de vida operam com conceitos matemáticos na confecção do vestuário – um dos objetivos da pesquisa - pode ser importante para que os alunos estudem sobre saberes presentes nas diferentes formas de vida (MEDRADO, 2013, p. 28)

Também foi possível perceber nos jogos de linguagem matemáticos gestados pelas produtoras rurais semelhanças de família com aqueles usualmente presentes na Matemática Escolar. A evidência da semelhança pode ser verificada, por exemplo, quando, aos questioná-las sobre o cálculo desenvolvido para verificar o lucro obtido na produção e venda do queijo, comentaram que, inicialmente, somavam o total arrecadado com a venda do produto para depois subtrair os gastos (ZANON, 2013, p. 99).

Nesse sentido, não se trata de dar maior importância aos jogos de linguagem matemáticos na forma de vida escolar ou camponesa. Cabe-nos compreender que são formas de vida diferentes, que geram distintas matemáticas (STRAPASSON, 2012, p. 71).

Entendi, também, que as diferentes formas de vida geram diferentes matemáticas, cada uma delas gestando jogos de linguagem que possuem, entre si, semelhanças de família (NICARETTA, 2013, p. 114).

Os jogos de linguagem gestados nas diferentes formas de vida podem possuir semelhanças uns com os outros [...] Não há nesse sentido, uma suposta essência comum a todos os jogos (PICOLI, 2010, p. 59)

Knijnik também mostra em seus estudos que se podem compreender atividades como descrever objetos, relatar acontecimentos, construir hipóteses [...] entre outros, como jogos de linguagem, tal como descrito por Wittgenstein (RODRIGUES, 2010, p. 34).

A respeito da produtividade das ideias de Wittgenstein para o campo da etnomatemática (KINIJNK et al., 2012 p. 29) aludem que

O “Segundo” Wittgenstein concebe a linguagem não mais com as marcas da universalidade, perfeição e ordem, como se preexistisse às ações humanas. Assim como contesta a noção de uma linguagem universal, o filósofo problematiza a noção de uma racionalidade total e *a priori*, apostando na constituição de diversos critérios de racionalidade.

Desta forma, os autores destas dissertações foram unâimes ao assumirem que “a linguagem tem um caráter contingente e particular, adquirindo sentido mediante seus diversos usos” (Ibidem, p. 29) sendo possível questionarmos “a existência de uma linguagem matemática única e com significados fixos” (Ibidem, p. 29). Como bem aponta Moreno (2000, p. 55):

Qual o significado de uma palavra? [...] Essa pergunta, diria ele [referindo-se à Wittgenstein] é mal formulada, uma vez que sugere uma única e definitiva resposta; na verdade há várias respostas a ela, sendo que cada uma tomará como apoio uma situação determinada de emprego das palavras, isto é, aquilo que Wittgenstein denomina um jogo de linguagem.

A respeito da constituição de jogos de linguagem matemáticos vale destacar o estudo de Picoli (2010). A autora, ao problematizar a educação matemática para uma turma de alunos surdos e analisar as estratégias matemáticas desenvolvidas por seus alunos explicitou que as teorizações do Segundo Wittgenstein a levou a compreender que

[...] os jogos de linguagem **não se restringem apenas a palavras**, mas a atitudes que possibilitam a compreensão de um processo de uso de linguagem [...] não devemos perguntar qual o significado de uma palavra, mas qual o seu uso: a significação de uma palavra está atrelada ao seu uso na linguagem. O filósofo também nunca pretendeu criar uma teoria de uso da linguagem, mas seu estudo propõe algumas reflexões: não há um controle específico sobre as significações, mas podemos observar diferentes usos no cotidiano [...] (PICOLI, 2010, p. 65, grifos nossos).

Dito de outro modo, na perspectiva teórica adotada pelos pesquisadores, torna-se relevante “considerar as Matemáticas produzidas nas diferentes culturas como conjuntos de jogos de linguagem que se constituem por meio de múltiplos usos” (Ibidem, p. 31). Mesmo que as práticas pedagógicas efetivadas pelos pesquisadores – e os jogos de linguagem que delas emanam – não sejam idênticas àquelas gestadas na forma de vida escolar – apresentam, em menor ou

maior grau, semelhanças de família com esta. Como bem apontam Knijnik et al. (2012, p. 31)

Os jogos de linguagem estão imersos em uma rede de semelhanças que se sobrepõem e se entrecruzam, podendo variar dentro de determinados jogos ou de um jogo para outro. A noção de *semelhanças de família* pode ser compreendida não como um fio único que perpassa todos os jogos de linguagem, mas como fios que se entrecruzam [...] pode-se afirmar que é na relação entre os jogos de linguagem e as semelhanças de família que se engendram os critérios de racionalidade [grifos das autoras].

Deste modo os resultados das pesquisas aqui assinaladas seguem produzindo “inquietações” em outros pesquisadores do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas. Em particular, um dos mestrandos vinculado ao projeto Observatório da Educação Univates (com apoio financeiro da CAPES), está promovendo, tendo como aporte teórico o campo da etnomatemática conforme descrito por Knijnik et al. (2012), discussões com grupos de professores de 4º e 5º anos de duas escolas parceiras do projeto. As ações desta investigação preveem que, concomitante ao adensamento teórico, o grupo dividido por escolas, examinará as possibilidades de compor, em suas turmas, práticas pedagógicas alicerçadas nas formas de vida de seus alunos. Destaca-se que, diferentemente das investigações analisadas neste artigo, as práticas pedagógicas serão elaboradas coletivamente com o grupo de docentes da Escola Básica, com o intuito de disponibilizá-las aos seus estudantes.

3 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

As dissertações aqui evidenciadas têm fornecido aportes teóricos para o desenvolvimento de novas investigações no âmbito do próprio Mestrado que as engendraram. Nessa perspectiva, também é possível inferir que as investigações enfocadas nesse artigo buscaram, a partir do exame das práticas matemáticas gestadas nas formas de vida estudadas, possibilidades para composição de práticas pedagógicas com a finalidade de que grupos de alunos da Escola Básica compreendessem que todas as culturas geram matemáticas, com ênfase em seus modos particulares de contar, medir e inferir.

A respeito deste campo, Knijnik et al. (2012, p. 13) aludem que, passados quarenta anos de sua emergência, a “Etnomatemática segue interessada em discutir a política do conhecimento dominante praticada na escola”. Para elas, esta política está associada a duas dimensões. Assim:

Na primeira delas, funciona compartmentalizando, engavetando, em compartimentos incomunicáveis, o conhecimento do mundo, fazendo-nos pensar ser “natural” que a escola esteja organizada por disciplinas, que o tempo e o espaço escolar sejam distribuídos entre as aulas de Matemática, de História, de Português, de Ciências...

Podemos, portanto, nos perguntar: seria esse o único modo possível de organização da instituição escolar? (KNIJNICK et al., 2012, p. 13).

A segunda dimensão apontada pelas autoras diz respeito “à manobra, bastante sutil, que esconde e marginaliza determinados conteúdos, determinados saberes, interditando-os no currículo escolar” (*Ibidem*, p. 13).

Em oposição à ideia de impedir que os conhecimentos não escolares circulem nas escolas, a Etnomatemática está centralmente interessada em operar com conceitos matemáticos vinculados à forma de vida dos indivíduos. Entretanto, há que se igualmente problematizar os jogos de linguagem gestados na matemática escolar pois

Seria um preço “demasiadamente alto” ignorar os jogos de linguagem matemáticos que, por não serem marcados pelo formalismo, pela neutralidade, pela “pureza”, pela pretensão de universalidade – como os que conformam a matemática escolar – acabam por ser pensados como de “menos” valor, como contaminados pela “sujeira” das formas de vida mundana. Mas é preciso que se diga: nós todos também circulamos por tais formas de vida e, portanto, aprender como ali se pratica os jogos de linguagem matemáticos, deve ser, parte dos processos educativos das novas gerações (KNIJNICK et al., 2012, p. 84).

Espera-se com este relato contribuir com a disseminação de conhecimentos acerca do campo da etnomatemática, visando à emergência de outros modos de ensinar e aprender matemática bem como contribuir para que professores e alunos da Educação Básica tenham acesso a pesquisas geralmente acessadas apenas em âmbito acadêmico.

REFERÊNCIAS

BORTOLI, Gládis. **Um olhar histórico nas aulas de Trigonometria:** possibilidades de uma prática pedagógica investigativa. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2012.

CONDÉ, Mauro L. L. **As Teias da Razão:** Wittgenstein e a crise da racionalidade moderna. Belo Horizonte: Argvmentvm, 2004.

DE MARCO, Suzana. **As Concepções de Tempo Profundo e suas Implicações Curriculares no Ensino da matemática.** Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2009.

DISSERTAÇÕES. Disponível em: <www.univates.br/ppgece/dissertacoes>. Acesso em: 19 jul. 2014.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática. Um enfoque antropológico da matemática e do ensino. In: FERREIRA, Mariana Kawall Leal (org). **Idéias matemáticas de povos culturalmente distintos**. São Paulo: Global, 2002, p. 25-36.

_____. **Etnomatemática** – elo entre as tradições e a modernidade. 3. Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

GONGO, Ieda M. **Educação e Produção do Calçado em Tempos de Globalização**: um estudo etnomatemático. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação, UNISINOS, São Leopoldo, 2001.

_____. **Disciplinamento e Resistência dos corpos e dos Saberes**: um estudo sobre a educação matemática da Escola Estadual Técnica Agrícola Guaporé. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Educação, UNISINOS, São Leopoldo, 2008.

GRASSELI, Fernandes. **Educação Matemática, Etnomatemática e Vitivinicultura**: analisando uma prática pedagógica. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2012.

KINIJNIK, Gelsa et al. **Etnomatemática em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012.

NICARETTA, Elisângela. **Problematizando a Educação, Matemática(s) e Tecnologia numa Prática Pedagógica no Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2013.

MEDRADO, Elieth S. **Educação matemática, etnomatemática e culturas da confecção do vestuário**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2013.

MORENO, Arley R. **Wittgenstein**: os labirintos da linguagem: ensaio introdutório. 1. ed. Campinas, SP: Moderna, 2000.

PICOLI, Fabiana D. de C. **Aluno/as surdos/as e processos educativos no âmbio da Educação Matemática**: problematizando relações de exclusão/inclusão. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2010.

RODRIGUES, Neiva I. **Matemática, Educação Infantil e Jogos de Linguagem**: um estudo etnomatemático. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2010.

STRAPASSON, Andréia G. **Educação Matemática, Culturas Rurais e Etnomatemática**: possibilidades de uma prática. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2012.

ZANON, Rosana. **Educação Matemática, Formas de Vida e Alunos Investigadores**: um estudo na perspectiva da etnomatemática. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2013.

EDUCAÇÃO FISCAL: UMA PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA 8^a SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

Mara Oliveira de Azevedo¹
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt²

Resumo: Este trabalho tem por objetivo discutir os resultados oriundos de uma prática pedagógica, realizada com uma turma de 8^a série, em uma escola da rede pública localizada na cidade de Paverama, RS. As atividades foram desenvolvidas nos encontros semanais do projeto Observatório da Educação, vinculado a Univates, no ano de 2013. A Modelagem matemática foi a tendência utilizada para explorar, problematizar e discutir conceitos relacionados à matemática financeira. Os resultados apontaram que os alunos compreenderam porcentagem, descontos e regra de três por meio de situações aplicadas ao cotidiano. Também perceberam a aplicabilidade dos cálculos e resolveram os problemas propostos de diferentes formas, evidenciando que a matemática não é uma ciência que admite solução única.

Palavras-chave: Educação Fiscal. Modelagem Matemática. Matemática Financeira.

INTRODUÇÃO

O presente estudo descreve uma prática pedagógica realizada em 2013, com uma turma de 8^a série do Ensino Fundamental em uma Escola localizada no município de Paverama, RS. A instituição é a única a acolher estudantes para o Ensino Fundamental e o Médio no município, recebendo, assim, alunos de diferentes localidades próximas. Ademais, em 2013, prestava atendimento em três turnos e atendia aproximadamente 502 educandos. Entre estes, estava o grupo, composto de 17 alunos, com o qual foi desenvolvida esta pesquisa, cuja faixa etária situava-se entre 13 e 14 anos. Os alunos da referida turma, em geral, eram participativos, responsáveis, pontuais, dinâmicos e interessados. Contudo, apresentavam dificuldades em alguns conteúdos matemáticos, havendo, assim, a necessidade de serem propostas atividades que abordassem, de forma diferenciada, esses assuntos. Para tanto, desenvolvemos uma proposta voltada para o ensino de conteúdos envolvendo conceitos relacionados à Matemática Financeira, utilizando uma tendência de ensino denominada Modelagem Matemática. A ideia de criar um projeto que abrangesse esse conteúdo surgiu do programa apresentado pela Prefeitura Municipal de Paverama intitulado

¹ Licenciada em Matemática – Ulbra. Bolsista Capes.

² Licenciada em Matemática – Ufrgs. Doutora em Informática na Educação – Ufrgs.

“Quero Nota”, o qual incentivava a população, em especial os jovens, a requerer a Nota Fiscal de produtos adquiridos no comércio local. Assim, os educandos foram desafiados a realizar uma pesquisa sobre essa temática, a partir de ações previamente elaboradas, tendo por objetivo motivá-los a explorar o tema por meio da Modelagem Matemática.

A construção desta prática foi desenvolvida nos encontros semanais do projeto Observatório da Educação, o qual está vinculado ao Centro Universitário UNIVATES e conta com apoio financeiro da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). O grupo é constituído de seis professores de escolas públicas, três mestrandos do Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas – e seis bolsistas de graduação. Nas reuniões, estão sendo abordadas as tendências matemáticas Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Etnomatemática. A partir do trabalho desenvolvido nesses encontros, passamos a conhecer a Modelagem Matemática que, para Barbosa (2003) e Biembengut (2005), é uma alternativa metodológica que pode contribuir para melhorar o desempenho escolar dos alunos, auxiliando também na formação de sujeitos ativos em busca do conhecimento, capazes de atuar como cidadãos conscientes dos problemas da sociedade. Ademais, nesta metodologia, parte-se de situações da realidade e do interesse do aluno para desenvolver algum conteúdo matemático.

Para estruturar esta prática, inicialmente, realizamos uma pesquisa bibliográfica, com leituras acerca da Modelagem Matemática e do ensino da Matemática Financeira. A partir desses estudos teóricos, e tendo como mote o interesse dos alunos pelo programa “Quero Nota”, elaboramos algumas atividades que são relatadas a seguir.

O objetivo consistiu em desenvolver uma proposta de modelagem matemática explorando conteúdos como porcentagem, regra de três, e descontos desenvolvendo o espírito crítico e investigativo dos alunos em uma situação de compra de produtos da cesta básica.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta seção, detalharemos como desenvolvemos as atividades sob a metodologia da Modelagem Matemática juntamente com a temática da Matemática Financeira, bem como destacaremos os resultados observados no decorrer das ações. A prática pedagógica foi dividida em quatro momentos, totalizando 10 horas/aula na disciplina de Matemática, no segundo semestre de 2013. O acompanhamento das atividades foi realizado através de registros sistemáticos no diário de campo, no qual foi anotado o que ocorreu no desenvolvimento do trabalho, além de fotos, filmagens e gravações.

Fez-se necessário realizar um estudo detalhado do tema a ser estudado para tentar limitar o que deveria ser discutido em sala de aula, pois em se tratando de nota fiscal, poderiam ser enfatizados vários aspectos. Dessa forma, tivemos como foco o estudo da porcentagem a partir da análise de notas fiscais.

Ademais, examinamos os itens que compunham a cesta básica e os dividimos em alimentação básica, alimentação supérflua, produtos de higiene básicos e supérfluos, segundo opinião dos estudantes.

No primeiro encontro, os alunos receberam orientações sobre o projeto “Quero Nota” por meio de vídeos e *folders*, disponibilizados pela Prefeitura e distribuídos pela Coordenação Pedagógica da Escola. Os vídeos falavam da origem dos tributos e o *folder* sobre como o referido projeto seria desenvolvido durante o ano.

Para iniciar as atividades, conversamos com os alunos sobre a forma como abordaríamos os conteúdos porcentagem, regra de três e descontos os quais seriam discutidos de maneira diferente, utilizando como metodologia a modelagem matemática. Além disso, discutimos a importância de solicitar a nota fiscal. Explicamos a eles que as atividades propostas envolveriam a uma tendência de ensino e que o problema inicial seria em relação aos impostos cobrados nas notas fiscais. Salientamos que, nesse trabalho, caberia a eles a investigação e a resolução do problema, mas que poderiam contar com o nosso auxílio para eventuais dúvidas. Após essas explicações, os estudantes foram divididos em grupos para que socializassem suas ideias sobre as notas fiscais com os demais integrantes. Foram estimulados os debates, as discussões e as trocas de experiências.

A descrição a seguir é uma forma abreviada de algumas questões discutidas em sala de aula por meio da modelagem matemática.

ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Atividade 1

Solicitamos aos alunos que se divissem em quatro grupos, sendo que cada um deveria produzir um texto a partir de questões como: O que você entende por educação fiscal? O que você entende quando falamos em percentual de ICMS? Quem cobra esse imposto? É correto cobrar imposto? Por quê? Na opinião do grupo, qual o destino do dinheiro cobrado nos impostos? O dinheiro arrecadado no Brasil por meio de impostos está sendo bem aplicado? Justifique. Qual é o valor, em reais, pago de ICMS em notas fiscais investigadas pelos alunos? Como esse valor é calculado? A seguir, a descrição de alguns relatos e considerações.

Nesse primeiro momento, ocorreu o envolvimento dos alunos com o tema. As questões por eles propostas e suas respectivas respostas serviram para avaliar o que e o quanto conheciam, bem como o grau de interesse a respeito do tema abordado. É importante destacar que não produziram um texto, mas responderam às perguntas separadamente. A maioria descreveu o percentual de ICMS associado a contas pagas pelos municípios. Um dos discentes escreveu:

"Em minha opinião, quando eu uso a palavra 'percentual de ICMS' eu penso que é tudo aquilo que é cobrado das pessoas". Ex: luz, IPTU" (E1³).

Referindo-se ao destino dos impostos cobrados, declararam ser um dever de o cidadão pagá-los, contudo a aplicação deste dinheiro era incorreta. "Imposto é o que você tem que pagar, mas não é aplicado na saúde como deveria ser" (E2). Ao citarem o valor em reais e como ele era calculado, afirmaram que desconheciam o assunto. "Não sei qual é o valor cobrado de ICMS, acho que tem valores diferenciados" (E3).

Cabe mencionar que os alunos foram em busca de informações acerca das questões propostas em sites específicos relacionados à matemática financeira, na Prefeitura municipal, bem como problematizaram o tema no âmbito familiar.

Atividade 2

Explorando as notas fiscais referentes às compras realizadas pelos alunos e seus familiares, no período do desenvolvimento das atividades, solicitamos que problematizassem, dentre outros, os seguintes itens:

- 1) Existem semelhanças e/ou diferenças entre as notas fiscais?
- 2) Como poderíamos descobrir o percentual de impostos cobrado?

A situação-problema foi estabelecida visando a proporcionar aos discentes o primeiro contato com o processo de modelagem, os quais demonstraram curiosidade em saber como descobrir semelhanças e/ou diferenças entre as notas fiscais e o percentual cobrado nessas notas. Levantaram hipóteses de solução, gerando uma discussão em que a maioria se empolgou na busca por respostas, mas não sabia exatamente como proceder, motivo pelo qual acompanhamos o trabalho desenvolvido em sala de aula, auxiliando os grupos na organização de suas respostas, como sugere Barbosa (2004). Durante o debate, propuseram-se a buscar mais informações através de uma pesquisa nos supermercados, sendo os produtos que compõem cesta básica o assunto. Nesse momento, alguns sugeriram que o tema fosse dividido em alimentação básica, alimentação supérflua, produtos de higiene básicos e supérfluos e que cada grupo apresentasse aos demais colegas da classe o resultado das pesquisas realizadas por meio de uma tabela organizada por eles. O trabalho, realizado em sala de aula, contou com nossa supervisão, cuja tarefa foi organizada em etapas.

Inicialmente, realizou-se o levantamento dos estabelecimentos comerciais (supermercados) onde o aluno e sua família tinham o hábito de realizar as compras mensais. Posteriormente definimos qual estabelecimento cada aluno integrante do grupo realizaria sua pesquisa. De posse desses dados, na segunda etapa, ocorreu a divisão da cesta básica em quatro itens (cesta básica / alimentos, cesta básica / alimentos supérfluo, cesta básica / produtos de higiene, cesta

3 Para preservar o anonimato, os alunos serão denominados por E1, E2 e, assim, sucessivamente.

básica / produtos de higiene supérflua). Em seguida, foi organizada uma tabela, contendo 16 produtos com as seguintes informações: nome do produto, quantidade e unidade de medida, preço com e sem ICMS e a diferença entre esses valores.

Para calcular o percentual de ICMS que constava nas notas fiscais os alunos observaram o valor total da nota, bem como o valor aproximado dos tributos. Depois disso, com o nosso auxílio e por meio de regra de três calcularam o referido percentual. Um dos exemplos explorados em sala de aula consistiu na seguinte situação:

Preço total da compra: R\$ 4,90

Valor aproximado dos tributos: R\$ 1,57

A partir dessa situação realizamos o seguinte cálculo:

Preço	Porcentagem (%)
4,90	100
1,57	X

Após o desenvolvimento descobrimos que o valor desconhecido corresponde a aproximadamente 32%.

Inicialmente, alguns alunos não associaram o cálculo da porcentagem com a regra de três, mas após alguns questionamentos eles conseguiram relacionar ambos os conteúdos. Assim descobrimos que nem todos os produtos têm os mesmos percentuais de ICMS.

Por fim cabe salientar que esta atividade gerou curiosidade quanto aos valores cobrados nos mais diversos produtos, motivando os alunos na busca por informações acerca de impostos em sites da internet.

Atividade 3

Após concluir a pesquisa de preços, cada grupo preencheu a Tabela 1 abaixo.

Tabela 1 - Informações acerca de produtos

Produto	Quantidade comprada	Preço total com ICMS e alíquota	Preço das unidades sem ICMS	Diferença de valor

Fonte: Dos autores, 2014.

Depois de os alunos terem preenchido a tabela, cada grupo apresentou os dados encontrados. Alguns utilizaram cartazes ilustrativos, outros prepararam slides e usaram o projetor multimídia. Durante as exposições, eles discutiam, trocavam informações, inclusive pessoais, demonstrando muito interesse, principalmente com relação às taxas dos produtos que mais compravam. Outro comentário, merecedor de destaque feito pela turma, foi a grande dificuldade que as pessoas apresentam na hora de calcular seus gastos, em especial, no que diz respeito à porcentagem. Durante a realização desta atividade, questionamos sobre a importância de realizar uma pesquisa de preço antes de comprar determinados produtos. Em adição, cabe mencionar que os alunos divergiram quanto aos produtos que compõem a cesta básica, pois o que para um aluno era supérfluo, para outro não era. Isto ocorreu, por exemplo, com produtos como desinfetante e desodorante de banheiro. Observamos que estas divergências têm relação com o poder aquisitivo das famílias dos alunos.

Atividade 4

Com base nas informações obtidas pelos alunos em suas pesquisas, exploramos as seguintes situações: Sabe-se que, na compra realizada no mercado A, 5 kg de arroz Tio João custaram R\$ 9,98 (valor com uma taxa de 12% de ICMS) e a cesta básica/alimentos, com ICMS, para uma pessoa, é de R\$ 59,01 e, sem ICMS, R\$ 53,63. Já no mercado B, o valor total da cesta básica/alimentos com ICMS, para uma pessoa, é de R\$ 55,68 e, sem ICMS, R\$ 40,30. Então:

- a) Qual é o valor, em reais, pago de ICMS no arroz Tio João de 5 kg ?
- b) Se comprar no mercado A, qual é a porcentagem de ICMS paga na cesta básica alimentos? E no mercado B?
- c) Analisando as compras realizadas nos mercados A e B, em qual você paga a menor taxa de ICMS?
- d) Qual a diferença, em reais, nas compras, incluindo ICMS realizadas do mercado A para o B? E do valor sem ICMS?
- e) Em qual mercado seria mais vantajoso comprar se não precisasse pagar ICMS? Justifique a resposta.

Durante o desenvolvimento da atividade, os alunos manifestaram sua satisfação em participar de um trabalho diferente, conforme podemos perceber em alguns depoimentos: “Eu gostei muito da atividade, porque me ensinou a trabalhar com porcentagem” (E1). “Eu gostei muito da forma como a professora ensinou porcentagem [...] eu também aprendi regra de três, seria melhor se toda aula fosse assim” (E2). Também demonstraram dificuldades quanto aos cálculos, em especial, àqueles que necessitavam para sua resolução o uso da regra de três.

Atividade 5

A atividade 5 consistiu, basicamente, na produção de um texto, com o objetivo de identificar as percepções dos alunos sobre o tema desenvolvido por meio da tendência Modelagem Matemática. Esta tarefa foi desenvolvida com o objetivo de verificar se houve mudança na percepção e no modo de aprender Matemática, bem como se a metodologia de ensino facilitou a compreensão do conteúdo escolhido. Nos relatos, apareceram citações que expressam apreço pelas atividades com Modelagem, elogios ao trabalho, especialmente por serem realizadas em grupo e com discussões que oportunizaram a fala do aluno, corroborando os resultados encontrados por Biembengut (2005). “Eu gostei da aula de modelagem, porque se tornou uma aula boa, não cansativa e a gente aprende com as coisas do dia a dia [...]” (E3). “Legal eu estou gostando, tomara que continue assim” (E4).

Os alunos demonstraram interesse pela disciplina, pois perceberam sua aplicação no cotidiano e o ambiente favorável à aprendizagem, que se criou durante o desenvolvimento das atividades de modelagem. Além de manifestarem o desejo pela continuidade das referidas atividades, sugeriram o desenvolvimento de outras.

CONSIDERAÇÕES

Ao refletirmos sobre dificuldades apontadas pelos nossos alunos referentes a certos conteúdos matemáticos, buscamos diferentes alternativas para incentivá-los a desenvolver novas habilidades. Uma das metodologias utilizadas foi a Modelagem Matemática que, conforme Barbosa (2003, p. 68), “[...] pode potencializar a intervenção das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações da matemática”. Assim, as atividades utilizando a Modelagem Matemática apresentadas neste trabalho, proporcionaram aos estudantes uma relação diferenciada com a Matemática, confirmando a necessidade de mudanças na prática pedagógica em sala de aula. Segundo os PCNs,

[...] a matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios (BRASIL, 1998, p. 27).

Dessa forma, levar a Matemática Financeira para a sala de aula não significou simplesmente oferecer informações financeiras ou conselhos. Situações do cotidiano puderam ser utilizadas. Por exemplo, quando o vendedor não nos entrega a nota fiscal, qual é a nossa atitude? Mostramos divergência ou ficamos calados? Qual é a nossa postura quando recebemos um troco maior que o devido?

O trabalho realizado com a metodologia Modelagem Matemática, desenvolveu-se de maneira dinâmica, proporcionando aos alunos enxergarem uma matemática para fora da sala de aula. Neste sentido ao trabalhar o tema Educação Fiscal, representou um novo caminho contextualizando o conhecimento sistematizado com a realidade na qual a comunidade escolar está inserida. Compreendendo a arrecadação financeira e a aplicação de recursos públicos, tornando um processo de sensibilização, informação, apropriação e, conscientização aos alunos sobre as questões fiscais, e a importância do respeito ao patrimônio escolar como um todo.

Durante as pesquisas de campo, pôde-se constatar a admiração dos profissionais e dos próprios alunos na troca de experiências, e a importância do conhecimento matemático. Porém, uma dificuldade enfrentada foi a participação de todos os alunos do grupo no contraturno. Mesmo assim, o objetivo foi atingido.

Nossa proposta não tinha como foco educar financeiramente os estudantes para transformá-los em consumidores. Nossa pretensão estava associada ao ensino de alguns tópicos, como: porcentagem, regra de três, descontos, entre outros, trabalhando com estes alunos em sala de aula, discussões, debates e as trocas de experiências entre professor, aluno e profissionais. Logo, situações de modelagem poderiam contribuir para que eles percebessem o aspecto dinâmico do conceito de Matemática Financeira. Além disso, é possível concebê-la como uma ferramenta a ser utilizada para explicar e entender várias situações reais.

É importante destacar que, no decorrer do trabalho, observamos que a maioria dos alunos executava as atividades com prazer, pois conseguia perceber a aplicabilidade do que estudava. Com base nas observações realizadas em sala de aula e documentos produzidos pela turma, constatamos que a escolha do tema fez despertar a participação ativa da maior parte por estar relacionada ao contexto real do seu dia a dia. Com a Modelagem Matemática, houve a aceitação, por parte dos discentes, das resoluções diferentes para o mesmo problema, ao contrário de antes, quando só admitiam a do professor e procuravam resolver todos os exercícios da mesma forma.

Ao analisarmos esta experiência, destacamos a sua importância e a perspectiva de que a Modelagem Matemática continuará fazendo parte de nossa metodologia de ensino. Essa experiência evidenciou, portanto que os alunos se tornaram mais conscientes quando aprenderam a identificar o valor dos impostos incluídos no preço dos produtos que consomem e como são revertidos à comunidade através de obras e benfeitorias.

Por um lado, foi um desafio; por outro lado, pudemos avaliar o quanto o trabalho desenvolvido foi capaz de motivar o grupo, tornar a sua aprendizagem mais significativa e produzir melhores resultados. Percebemos que o aluno, ao se deparar com uma situação em que tenha que pensar criticamente, apresenta maior envolvimento, interesse e dedicação, passando a enxergar a Matemática em seu cotidiano, não apenas aquela vista nos livros didáticos. Por fim, cabe salientar que, por sugestão da turma, as atividades continuaram a ser desenvolvidas.

REFERÊNCIAS

- BARBOSA, J. C. Uma perspectiva de Modelagem Matemática. In: Conferência nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 2003, Piracicaba. *Anais...* Piracicaba: UNIMEP, 2003.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática**: O que é? Por quê? Como? Veriatati, n. 4, p. 73-80, 2004.
- BASSANEZI, R. C. **Modelagem como Metodologia de Ensino de Matemática**. IMECC – UNICAMP, 2002.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 4^a ed. São Paulo: Contexto, 2005.
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, 1998.

PRÁTICAS DE LEITURA E ESCRITA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Ana Paula Krein Müller¹
Silvana Neumann Martins²

Resumo: Neste capítulo, relatam-se quatro experiências vivenciadas em sala de aula e que objetivaram utilizar a leitura e a escrita para auxiliar estudantes na interpretação e na resolução de problemas matemáticos. Para o desenvolvimento dessas experiências e objetivando a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem de matemática na Educação Básica, foram realizados encontros com oito alunos, do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola situada no município de Lajeado, localizado no estado do Rio Grande do Sul, Brasil. A partir da análise das experiências vivenciadas, constatou-se que a promoção da leitura e da escrita auxiliou os estudantes a obterem êxito na compreensão, interpretação e resolução dos problemas propostos, contribuindo, assim, com a melhoria do ensino de matemática na Educação Básica.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Leitura e escrita. Compreensão e interpretação. Ensino de Matemática.

INTRODUÇÃO

O ensino de matemática vem apresentando algumas dificuldades para os professores pois, apesar da importância desta disciplina para o conhecimento e para as relações que podem ser estabelecidas com o cotidiano, parece que isto não é percebido no contexto escolar. Atualmente, na escola, utiliza-se mais a matemática formal, conforme apresentado por Rabelo (2002, p. 18) “o ensino, de um modo geral, está baseado em um modelo de educação que trata o conhecimento matemático como um conjunto de fatos, leis e fórmulas prontas, fechadas e de difícil compreensão, não admitindo mudanças”.

Pode-se perceber a matemática presente em muitas atividades de nosso dia a dia. Porém, é comum, nas escolas, a utilização de exercícios repetitivos, o que normalmente é chamado de “fixação do conteúdo”. Com isso, pode-se desenvolver nos alunos uma falsa ideia de que a mera repetição de técnicas e algoritmos proporciona o aprendizado matemático.

No momento em que a resolução de problemas é trabalhada nas escolas, percebe-se que um dos obstáculos encontrados está relacionado com as

¹ Licenciada em Ciências Exatas – Univates. Mestranda em Ensino de Ciências Exatas – Univates.

² Licenciada em Letras – Univate. Doutora em Educação – Pucrs.

dificuldades de interpretação dos enunciados dos referidos problemas. Assim, apresenta-se aqui um relato de experiências, desenvolvidas com o intuito de identificar como a leitura e a escrita nas aulas de matemática podem auxiliar os alunos na compreensão, interpretação e resolução de problemas matemáticos. Rabelo (2002, p. 25) apontou, por meio de observações realizadas, que “[...] diante de um problema, os alunos não conseguiam analisar, interpretar e acabei percebendo que isso ocorria devido a duas questões básicas: [...] os alunos têm dificuldades de leitura e, portanto, de análise, devido principalmente à barreira da linguagem escrita [...]”.

A interpretação de problemas matemáticos, segundo Pozo (1998), é uma importante etapa após a coleta e seleção de informação, para que o estudante obtenha êxito na resolução destes. Com o propósito de auxiliar os alunos, Smole e Diniz (2001) acreditam que é possível superar a dificuldade encontrada com a interpretação de problemas, aproximando a língua materna à matemática. Assim, utilizando práticas de leitura e de escrita durante as aulas, pode-se atingir os objetivos propostos e auxiliar o aluno na resolução de problemas matemáticos.

As vivências apresentadas objetivaram auxiliar os alunos na compreensão de enunciados dos mais variados problemas matemáticos, estimular a elaborar problemas matemáticos, assessorar na compreensão, interpretação e resolução de diferentes problemas e contribuir com a prática de leitura e de escrita no ensino e na aprendizagem de matemática. Destaca-se que essas quatro vivências apresentadas fazem parte de um projeto de pesquisa conduzido no Programa Mestrado em Ensino de Ciências Exatas da Univates.

Para alcançar os objetivos que permearam as vivências aqui apresentadas, foram desenvolvidas quatro experiências com oito alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, de uma escola localizada no município de Lajeado. As experiências realizadas em sala de aula foram sustentadas a partir das teorias de Polya (1995), considerado por Dante (2009, p. 10) o “pai” da resolução de problemas, por ser o primeiro incentivador, nos anos 60, de investigações a respeito do método de ensino, e vem sendo a fonte de inspiração de outros autores, como de Onuchic (1999) e de Rabelo (2002).

As contribuições de Dante (2009) também foram de grande valia, principalmente, quando o autor aborda a importância de ensinar a formulação e a resolução de problemas no Ensino Fundamental. E não se pode deixar de mencionar as contribuições de Pozo (1998), quando traz para a reflexão o fato de que a escola deve incluir a resolução de problemas do cotidiano no currículo.

De acordo com Cândido (2001) trabalhar as questões de leitura e de escrita nas diferentes áreas do conhecimento proporciona aos alunos a contextualização das aprendizagens, tornando as aulas motivadoras. Na matemática, para que alguém se torne um bom resolvedor de problemas é de fundamental importância o professor utilizar textos matemáticos, em que o aluno poderá ler, compreender e interpretar. Sendo estes aspectos fundamentais para resolver as situações propostas.

Corroborando com as ideias apresentadas, Albuquerque enfatiza que

Um problema matemático requer situações de leitura, interpretação, compreensão e construção dos esquemas mentais, através de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Neste processo, a construção textual exerce um fator preponderante no resultado do problema matemático (2007, p. 43).

Além da leitura, acredita-se que a escrita, durante as aulas de matemática, podem auxiliar os alunos a compreender e a interpretar. Segundo Cândido (2001, p. 24) “Escrever [...] nas aulas de matemática favorece a compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos ao mesmo tempo, que aproxima a aprendizagem da matemática e a aprendizagem da língua materna”. Porém, sabe-se que, dificilmente, os professores de outras áreas do conhecimento utilizam práticas de leitura e de produção de textos durante suas aulas.

Percebe-se, assim, a importância da leitura e da escrita no processo de aprendizagem da matemática. Pesquisas e investigações acerca do tema apresentam que é fundamental o professor proporcionar momentos de construção de enunciados, praticando a produção escrita dos estudantes. Em relação à exploração da prática de leitura durante as aulas, o estudo aqui apresentado mostra que esta é fundamental, pois proporciona para o aluno a aproximação da linguagem materna com a matemática. As experiências vivenciadas e seus resultados são apresentados na seção seguinte.

EXPERIÊNCIAS VIVENCIADAS

Com o intuito de investigar se a leitura e a escrita auxiliam na compreensão, interpretação e resolução de problemas matemáticos, os alunos, na primeira atividade, trabalharam individualmente; na segunda, em pequenos grupos; na terceira, individualmente e na quarta, em duplas. Essa disposição foi realizada com o intuito de fazer com que os alunos pudessem vivenciar momentos de aprendizagem individuais e em grupos.

Na posterior análise dos materiais produzidos pelos estudantes, utilizou-se A1 para identificar o aluno 1, A2 para o aluno 2, e assim sucessivamente, de forma que não seja possível saber quem são os alunos?

Atividade 1:

Para alcançar os objetivos já citados, nesta primeira atividade, os alunos, individualmente, foram desafiados a elaborar problemas a partir de uma resposta dada. Os estudantes receberam uma ficha, que apresentava diferentes respostas, sendo que deveriam elaborar um problema para cada uma das respostas apresentadas pela professora.

Problema 1:

Resposta: R\$ 1.463,78

Problema 2:

Resposta: A noiva é 38 dias, 7 h e 45 min mais velha que o noivo.

Problema 3:

Resposta: Patrícia pode se vestir de 24 maneiras diferentes para ir ao baile.

Problema 4:

Resposta: O número 6 foi usado 20 vezes para numerar as páginas do livro.

Problema 5:

Resposta: Das 30 rodadas, Marieli acertou 18 e errou 5.

Problema 6:

Resposta: Faltam ainda 346 quilômetros para concluir a viagem.

Problema 7:

Resposta: Lucas ganhou R\$ 50,00.

Problema 8:

Resposta: 18 maçãs e 12 laranjas.

Problema 9:

Resposta: Sobraram 5 litros.

No Quadro 1, são apresentadas, na coluna denominada Problema Inicial, as primeiras redações realizadas pelos alunos após o recebimento da resposta elaborada pela professora. Na coluna denominada Problema Reformulado, está a redação final do problema, que foi produzida pelos alunos após a professora realizar um momento de releitura, de discussão, de troca de ideias e de reflexão sobre as primeiras produções elaboradas.

Quadro 1 – Problemas elaborados pelos alunos

Aluno	Resposta entregue pela professora	Problema Inicial	Problema reformulado
A8	Faltam ainda 346 quilômetros para concluir a viagem.	João e sua esposa foram viajar de carro. Eles saíram na quinta-feira, às 13:30 de Santa Clara e o destino seria Porto Alegre. Eles viajaram 136 Km e passaram a noite em um hotel. Na manhã seguinte continuaram e viajaram mais 210 Km até chegar ao destino. Quantos Km eles viajaram?	João e sua esposa foram viajar de carro. Eles saíram na quinta-feira, às 13:30 minutos de Santa Clara e o destino seria Porto Alegre, o trajeto será de 500 km, até agora eles viajaram 154 Km. Quantos Km faltam ainda para chegarem ao destino?
A1	Patrícia pode se vestir de 24 maneiras diferentes para ir ao baile	Patrícia tem 28 roupas e ela tem apenas 4 roupas preferidas, quantas roupas sobrarão?	Patrícia tem 12 calças e duas camisetas. Se ela quiser ir para o baile, quantas maneiras diferentes Patrícia pode se vestir?
A6	O número 6 foi usado 20 vezes para numerar as páginas do livro	Eu usei 20 vezes o número 6 para numerar um livro. Quantas páginas tem o livro?	Eu li um livro que tem 96 páginas. Quantas vezes o número 6 foi usado para numerar as páginas?
A4	A noiva é 38 dias, 7 h e 45 min mais velha que o noivo.	Dona Sofia, noiva de seu José, tem 42 anos e seu José tem 72, a noiva é 38 dias e 7 h e 45 min. Que idade o noivo tem?	Dona Sofia, a noiva, nasceu às 10 h e 30 min, em 10 de janeiro de 1968. Seu José nasceu às 18 h e 15 min, em 18 de fevereiro de 1968. Qual a diferença de idades entre a noiva e o noivo?

Destaca-se a dificuldade dos alunos durante a elaboração do problema para a tarefa recebida. Alguns problemas foram elaborados sem nenhuma pergunta a ser respondida, outros utilizaram os dados da resposta no próprio enunciado do problema. Essa atividade causou espanto por parte dos alunos, pois estes relataram nunca ter realizado uma atividade como essa. Pode-se inferir que este fato explica a dificuldade encontrada pelos estudantes e aponta para a necessidade de trabalhar a produção e resolução de problemas na escola.

Segundo Chica (2001, p. 152):

Dar oportunidade para que os alunos formulem problemas é uma forma de levá-los a escrever e perceber o que é importante na elaboração e na resolução de uma dada situação; que relação há entre os dados apresentados, a pergunta a ser respondida e a resposta; como articular o texto, os dados e a operação a ser usada.

A autora também destaca que, na formulação de problemas, o aluno se compromete em pensar sobre ele como um todo, compreendendo melhor as características das situações problema e não se detendo apenas aos números nem às palavras chave.

Atividade 2:

Nesta atividade, os alunos se organizaram em grupos, sendo que cada grupo recebeu uma ficha com problemas. Em seguida, os estudantes foram instigados a elaborarem perguntas para os problemas apresentados.

Problema 1

Vera comprou 40 rosas vermelhas e 32 rosas brancas para enfeitar as 9 mesas da festa de seu aniversário.

Problema 2

Uma fábrica de carros faz um carro a cada 3 horas.

Problema 3

Um ônibus inicia seu trajeto com 15 passageiros. Na primeira parada sobem 22 passageiros e descem 7. Na segunda parada descem 11 pessoas e 27 sobem.

Problema 4

José distribuiu 405 balas para seus amigos na festa de aniversário. Ele convidou 45 amigos.

Os alunos encontraram muita dificuldade em elaborar perguntas para os problemas. Cometeram erros como o de colocar a resposta na pergunta, além de realizarem comentários de que não seria possível fazer mais de uma pergunta para cada situação. Após a conclusão da atividade, alguns grupos conseguiram elaborar perguntas coerentes e de acordo com o que havia sido proposto.

Após a elaboração das questões, essas foram discutidas em grande grupo e reelaboradas a partir de sugestões apresentadas pelos alunos, sendo esses exemplos apresentados no Quadro 2.

Quadro 2 – Perguntas elaboradas pelos alunos

Alunos	Problemas	Perguntas iniciais	Perguntas reformuladas
A8, A5 e A6	Uma fábrica de carros faz um carro a cada 3 horas.	c) Quantos carros e quantas horas serão utilizadas em 1 mês? d) Quantos carros ela faz em apenas 2 horas? e) Meu amigo comprou um carro nesta fábrica e em 3 dias ficou pronto. Quantas horas foram necessárias para fazer o carro?	c) Quantos carros serão fabricados e quantas horas serão utilizadas em 1 mês? d) Quantos carros ela faz em apenas 6 horas? e) Meu amigo comprou um carro nesta fábrica e em 3 dias ficou pronto. Quantas horas foram necessárias para fazer o carro?
A1 e A2	Um ônibus inicia seu trajeto com 15 passageiros. Na primeira parada sobem 22 passageiros e descem 7. Na segunda parada descem 11 pessoas e 27 sobem.	a) Quantos passageiros havia no ônibus na segunda parada? b) Quantos passageiros havia no ônibus quando ele iniciou seu trajeto? c) Quantos passageiros subiram ao ônibus ao todo? d) Por quantas paradas o ônibus passou? e) Quantas rodas tinha o ônibus?	a) Quantos passageiros havia no ônibus na segunda parada? b) Quantos passageiros havia no ônibus quando ele iniciou seu trajeto? c) Quantos passageiros subiram ao ônibus ao todo? d) Por quantas paradas o ônibus passou? e) O ônibus possui 46 lugares, quantos não foram ocupados após a segunda parada?

Nesta aula, os alunos participaram ativamente das atividades, conseguiram perceber quando os problemas não estavam coerentes com as perguntas e, assim, reformular os mesmos. A discussão relacionada à elaboração de perguntas para o problema proposto gerou muitas ideias, os alunos conseguiram perceber que é possível elaborar várias perguntas baseando-se em um mesmo problema. Também conseguiram criar e avaliar as perguntas elaboradas.

De acordo com Chica (2001, p. 154)

Discussir as diferentes perguntas surgidas no grupo, bem como propor aos alunos que resolveram o problema a partir da pergunta formulada pelo amigo, exige maior empenho e favorece a melhoria da qualidade dos textos produzidos ao descobrirem incompREENSões ou falta de clareza.

Assim, destaca-se a importância do trabalho realizado com a escrita de diferentes textos matemáticos, como forma de elaboração de problemas e de perguntas, para que, aos poucos, os estudantes começem a se apropriar da estrutura textual de um problema.

Atividade 3:

Nesta atividade, os alunos, individualmente, receberam os enunciados dos problemas cortados em tiras, dentro de um envelope. A professora, após a entrega dos envelopes, solicitou que cada aluno, a partir das tiras recebidas, montasse seu problema, não esquecendo de utilizar uma sequência lógica. Após a montagem, o problema deveria ser resolvido.

Problema 1:

II) A 1^a bola à esquerda é a azul.

IV) A bola vermelha não está ao lado da verde e nem da preta.

As bolas estão ordenadas da esquerda para a direita. Sabe-se ainda que:

I) As bolas pretas e brancas estão juntas, ou seja, lado a lado.

Numa mesa estão alinhadas 5 bolas coloridas com cores distintas.

III) A bola verde está à direita da preta (não necessariamente juntas).

Qual a posição das bolas coloridas (da esquerda para a direita)?

As cores são: verde, azul, vermelha, preta e branca.

Problema extraído de: www.metodista.br/ev/omabc

Problema 2:

A folha dupla (dobrada) foi cortada ao meio, paralelamente à dobra, obtendo-se assim três pedaços retangulares.

de forma a obter uma folha dupla e 10 cm de largura por 12 cm de comprimento.

Qual é a área do maior desses pedaços?

Uma folha de papel retangular de 10 cm de largura por 24 cm de comprimento foi dobrada

Problema extraído de: <http://joelbarrosmatematica.blogspot.com.br/2009/08/questoes-das-obmep-anteriores.html>

Problema 3:

Rosa sobe 10 degraus a cada 15 segundos,

Quanto tempo faltará para a outra completar a subida?

Rosa e Maria começam a subir uma escada de 100 degraus no mesmo instante.

Mantendo-se estas velocidades.

Quando uma delas chegar ao último degrau.

Maria sobe 10 degraus a cada 20 segundos.

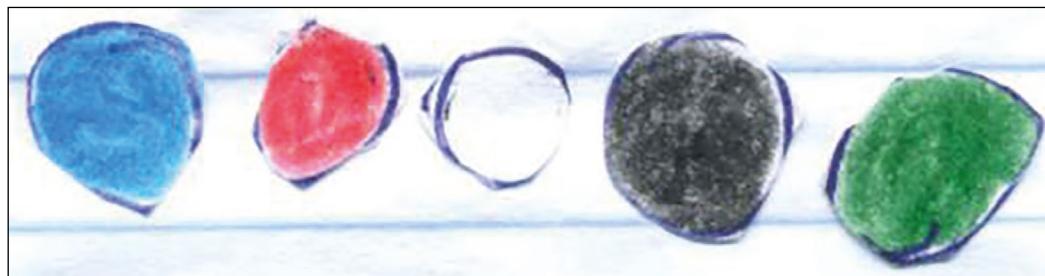
Problema extraído de: http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2005.pdf

Nesta atividade, os estudantes, inicialmente, resistiram em montar os problemas, porém quando efetuaram a montagem do primeiro problema, perceberam as relações de organização necessárias para um enunciado. Destaca-se, também, a satisfação por parte da professora em perceber que os problemas apresentados exigiam concentração na leitura e na interpretação, e os estudantes demonstraram um crescimento, uma evolução em relação a essas dificuldades relatadas, conseguindo resolver os problemas, inclusive fazendo o uso de diferentes estratégias de resolução.

Analizando as resoluções elaboradas, percebe-se que os alunos conseguiram fazer as relações necessárias para organizar os problemas numa sequência lógica. Destaca-se que os alunos, inicialmente, não cogitavam em utilizar diferentes estratégias de resolução, e, após algumas resoluções, esses passaram a utilizar formas variadas para encontrar o resultado.

Na Figura 1, é apresentada a resolução do problema 1, no qual o estudante utilizou uma estratégia diferenciada.

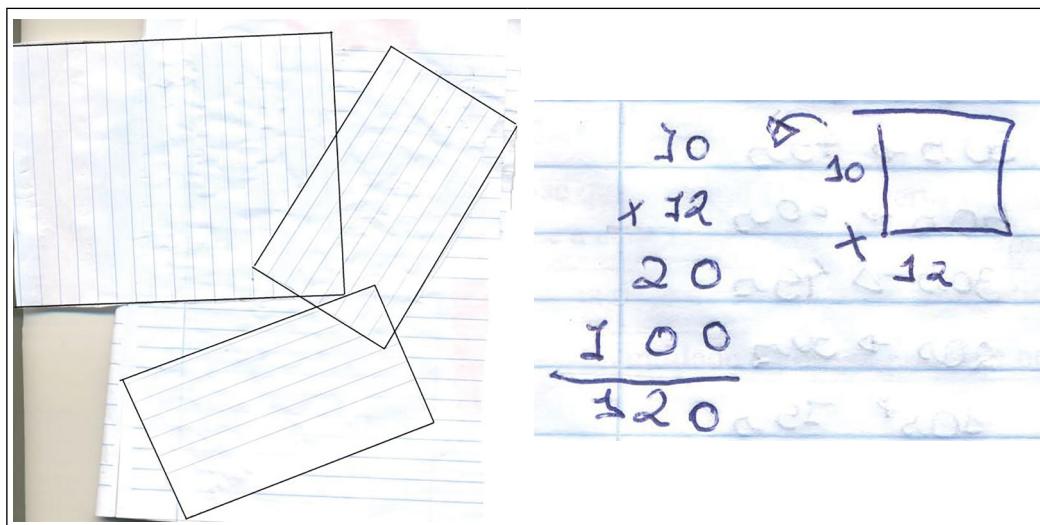
Figura 1 – Resolução dos problemas desenvolvidos pelo aluno A7



Na resposta apresentada, destaca-se a utilização da estratégia de resolução denominada, segundo Cavalcanti (2001, p. 127), como desenho, na qual o estudante confeccionou círculos com as cores indicadas no problema e seguiu as instruções para atingir o resultado. Salienta-se que a forma utilizada para a resolução não era esperada e também surpreendeu os colegas, mostrando para todos que podemos utilizar de diferentes raciocínios para chegarmos a uma resposta final, com êxito.

Na Figura 2, apresenta-se a resolução do problema 2, no qual o aluno utilizou material concreto construído por ele para atingir os resultados do problema.

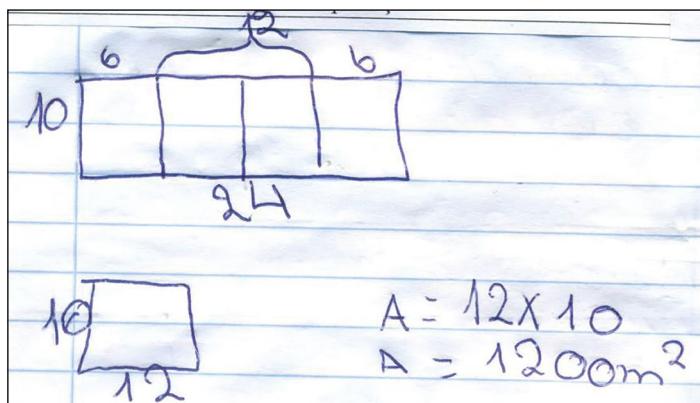
Figura 2 – Resolução dos problemas desenvolvidos pelo aluno A7



Nesta resolução apresentada, destaca-se a utilização de material concreto construído pela aluna para atingir o resultado. Observa-se que foram utilizados diferentes estratégias de resolução para alcançarem êxito na resolução.

Na Figura 3, apresenta-se mais uma resolução para o problema 2, no qual o estudante utilizou o desenho como uma forma de representar sua interpretação para o problema proposto.

Figura 3 – Resolução dos problemas desenvolvidos pelo aluno A2



Destaca-se a utilização de diferentes formas de resolução de problemas desenvolvidas por dois alunos, sendo importante salientar que a utilização de diferentes estratégias de resolução é apresentada por Carvalho (2005, p. 17).

Possibilitar ao aluno lançar mão de diferentes estratégias para resolver os problemas propostos é permitir que use os seus conhecimentos e a sua criatividade. Escolher diferentes recursos para resolver o problema, como desenhos, gráficos, tabelas, esquemas, apoio de materiais concretos e, se for o caso, aplicando a operação, possibilita o rompimento de um trabalho linear no ensino da matemática.

Sendo assim, salienta-se que no processo de resolução de problemas, o aluno deve ler, compreender, interpretar as informações, criar uma estratégias de solução e aplicá-la.

Na Figura 4, apresenta-se a resolução do problema 3, no qual o estudante resolveu a atividade utilizando o cálculo para encontrar o resultado.

Figura 4 – Resolução dos problemas desenvolvidos pelo aluno A1

The image shows handwritten mathematical work on lined paper. It consists of three separate calculations and a final answer:

- Calculation 1: $10 \times 15 = 150$
- Calculation 2: $10 \times 20 = 200$
- Calculation 3: $150 - 200 = 50$
- Final Answer: 50 segundos

Na Figura 5, apresenta-se mais uma resolução do problema 3, no qual o estudante organizou seu pensamento e os dados interpretados em forma de tabela para, consequentemente, obter o resultado final.

Figura 5 – Resolução dos problemas desenvolvidos pelo aluno A7

50 segundos	
100s + 200s	100s + 150
90s + 180	90s + 135
80s + 160s	80s + 120
70s + 140s	70s + 105
60s + 120s	60s + 90s
50s + 400s	50s + 75s
40s + 80s	40s + 60s
30s + 60s	30s + 45s
20s + 40s	20s + 30s
10s + 20s	10s + 15s

Nas resoluções apresentadas, percebe-se que os estudantes buscaram compreender o problema proposto, organizar os dados fornecidos e, em seguida, elaborar um plano para obter o resultado. Dante (2009, p. 29) destaca que “o processo de resolução de um problema é algo mais complexo e rico, que não se limita a seguir instruções passo a passo que levarão à solução, como se fosse um algoritmo.” Entretanto, eles podem orientar os estudantes no processo de organizar os dados e, consequentemente, na resolução dos problemas.

Atividade 4:

Nesta atividade os alunos foram desafiados a resolver o problema, observando os seguintes passos:

- Leia a parte 1 e responda à pergunta correspondente.
- Depois, releia a parte 1 (desconsiderando a pergunta dessa parte) e, na sequência, a parte 2. Responda a pergunta referente à parte 2.
- Por fim, releia as partes 1 e 2 (desconsiderando as perguntas dessas partes) e, na sequência, a parte 3.

Resolva:

Parte 1 – Todos os dias a abelha Quica acorda cedo e a primeira coisa que faz é olhar o calendário para saber o dia da semana. Às segundas-feiras, ela limpa a colmeia e lustra suas asas; aos sábados, faz tricô e assiste à TV; em outro dia, visita sua avó e lava a roupa da semana toda. Assim como nesses dias, nos outros dias da semana ela realiza apenas duas atividades fixas, saindo raramente da rotina. Todas as terças, seu primo teco a visita.

Pergunta 1 – Em que dia da semana Quica costuma visitar sua avó?

Parte 2 – Numa sexta-feira, Quica saiu da rotina: não produziu mel nem estudou inglês, porque ficou no salão de beleza o dia todo. Ela mudou os hábitos nesse dia porque, na véspera, em vez de produzir mel por apenas meio período, produziu o dia todo e não assistiu a seu seriado de TV preferido. Quando não sai da rotina, Quica produz mel em três meios períodos por semana.

Pergunta 2 – Quando, não sai da rotina, Quica produz mel em quais dias?

Parte 3 – Na quarta-feira passada, Quica não passou as roupas que foram lavadas na véspera, porque não estavam secas. Em compensação, depois que produziu mel, leu um livro. No domingo seguinte, como de costume, Quica cozinhou e assistiu à TV. Todas as quintas e sábados, sua prima Tuti lhe telefona.

Pergunta 3 – Que dia da semana Quica reservou para escrever um livro?

Considerando o problema, a professora realizou os seguintes questionamentos aos alunos:

a – Vocês conseguiram responder as três perguntas? Se não conseguiram responder alguma, qual foi a pergunta não respondida e por que acham que não conseguiram?

b – Vocês acrescentariam algum dado a alguma das perguntas para que a resposta fosse possível? Em caso afirmativo, que dado seria esse?

c – Existe uma maneira de organizar os dados de cada parte do problema de modo que facilite a resolução? Se sim, como seria?

d – Os dados que vocês tinham para responder a cada pergunta foram todos usados? Se não, listem quais?

Atividade retirada e adaptada de BARROSO (2006, p. 74 e 75)

Com essa atividade teve-se como objetivo abordar a leitura e a escrita, além de instigar e empolgar os estudantes na resolução de um desafio matemático. Sendo que de acordo com as ideias de Rabelo (2002, p. 83).

[...] para que ele se torne um bom formulador e resolvedor de problemas é preciso, igualmente, inseri-lo num bom e variado referencial de

“textos matemáticos”, através dos quais ele poderá ler, interpretar, analisar e produzir textos que constituam desafios matemáticos.

Nesta atividade observa-se que os alunos tentaram resolver a primeira pergunta e não admitiam a ideia de não ter uma resposta para aquela pergunta. Não foi tarefa fácil convencer os estudantes sobre essa possibilidade, nem que continuassem a leitura. Porém ao finalizar a atividade, os estudantes perceberam que estavam compreendendo o problema e descobriram que, na verdade, o texto era impossível de ser resolvido, sendo necessário reescrever uma parte para que tivesse uma solução.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As vivências apresentadas neste capítulo fazem parte de uma proposta desenvolvida com estudantes com o intuito de auxiliá-los no processo de compreensão, interpretação e resolução de problemas matemáticos, a partir de atividades envolvendo o uso da leitura e da escrita. Destaca-se que a prática desenvolvida auxiliou os estudantes nos processos de interpretação e de resolução de problemas, conseguindo melhorar a participação e o envolvimento dos alunos durante a realização da proposta.

Salienta-se que no desenvolvimento destas atividades, que evidenciaram a utilização da leitura e da escrita, percebeu-se que os estudantes conseguiram obter maior êxito na resolução dos problemas propostos, além de utilizar diferentes formas para alcançar o resultado final. Em relação à utilização da escrita e do raciocínio lógico, exigida dos estudantes na formulação de problemas e na elaboração de perguntas, destaca-se a dificuldade encontrada pelos estudantes ao organizarem suas ideias. Porém, a partir da discussão realizada entre a professora e os alunos e a consequente reformulação dos problemas, percebeu-se a evolução das competências desses estudantes em relação à utilização da escrita nas aulas de Matemática.

As atividades que envolveram a leitura, a compreensão e a interpretação dos estudantes para uma posterior resolução de problemas matemáticos, inicialmente não foram muito bem aceitas pelos alunos, porém, quando estes perceberam que as situações trabalhadas estavam relacionadas com situações do cotidiano, estas se tornaram prazerosas e importantes para o processo de construção da aprendizagem. Após estas quatro experiências realizadas em sala de aula, ficou evidenciado que a prática de utilização de textos, focando a leitura e a escrita durante as aulas de Matemática, auxiliou a professora e os alunos na melhoria dos processos de ensinar e de aprender.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, Rosangela Nieto de. **Alguns fatores linguísticos que interferem na interlocução dos problemas matemáticos no ensino fundamental I**; orientadora Virgínia

Colares Figueiredo Alves, 2007. 89f . Dissertação (Mestrado) – Universidade católica de Pernambuco . Pró-reitoria Acadêmica, 2007

BARROSO, Juliane M. **Projeto Araribá: matemática, 6^a série.** 1 ed., São Paulo; Moderna, 2006. p. 74-75.

CÂNDIDO, Patrícia T. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CAVALCANTI, Cláudia T. Diferentes Formas de Resolver Problemas. In; SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CARVALHO, Mercedes. **Problemas? Mas que problemas?!**: estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula. Rio de Janeiro: Vozes, 2005.

CHICA, Cristiane H. Por que Formular Problemas? In; SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática:** teoria e prática. 1. Ed. São Paulo: Ática, 2009.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-Aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em educação matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo, Editora UNESP, 1999.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. 2. Reimpressão. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POZO, Juan I. (Org.). **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

RABELO, Edmar H. **Textos matemáticos:** produção, interpretação e resolução de problemas. 3 ed. revisado e ampliado. Rio de Janeiro: Vozes, 2002.

SITES CONSULTADOS:

PROBLEMAS. Disponível em: <www.metodista.br/ev/omabc>. Acesso em: 15 agos. 2013.

_____. Disponível em: <<http://joelbarrosmatematica.blogspot.com.br/2009/08/questoes-das-obmep-anteriores.html>>. Acesso em: 20 agos. 2013.

_____. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2005.pdf>. Acesso em: 21 agos. 2013.

ENSINANDO GEOMETRIA PLANA POR MEIO DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS

Viviane Brune¹
Fernanda Eloisa Schmitt²

Resumo: Este trabalho relata a prática pedagógica desenvolvida com alunos do Ensino Fundamental, utilizando a metodologia Investigação Matemática e temas relacionados à geometria. Esta metodologia é utilizada para desenvolver a capacidade de formular e defender hipóteses, ampliar a linguagem matemática, despertar o interesse e a participação nas aulas, objetivando a melhoria nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. Durante as aulas, os dados e as observações foram registrados no diário de campo do professor, e os alunos fizeram suas anotações em cadernos. A metodologia utilizada para análise foi qualitativa, partindo da análise das falas dos alunos e do caderno dos mesmos. Como resultados perceberam-se o interesse dos alunos pela disciplina, a aprendizagem em relação aos conteúdos trabalhados e o aumento da autoestima. Entretanto, alguns, no final da prática desenvolvida, ainda demonstraram dificuldades em expor suas conjecturas e registrá-las.

CONTEXTUALIZAÇÃO

As atividades aqui relatadas foram desenvolvidas numa Escola Estadual de Ensino Médio situada no Vale do Taquari, RS. A turma era composta por 23 alunos da 7^a série/8^º ano, os quais usualmente demonstravam insegurança quanto à sua capacidade de desenvolver atividades que abrangessem conhecimentos matemáticos. Alguns alunos repetentes se declaravam “traumatizados” com a referida disciplina e, ao mesmo tempo, apresentavam desinteresse pelos conteúdos, não cumprindo com as tarefas propostas.

A proposta descrita neste trabalho foi pensada a partir de uma pesquisa vinculada ao programa governamental denominado Observatório da Educação, financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES), cujo objetivo central consiste em problematizar e propor estratégias metodológicas com vistas à inovação e reorganização curricular na disciplina de Matemática. Em especial, um dos intuito é promover discussões acerca dos rumos da Educação Matemática, utilizando como foco o estudo de três tendências: Investigação Matemática, Etnomatemática e Modelagem Matemática.

¹ Licenciada em Ciências Exatas – Univates. Bolsista Capes.

² Licenciada em Ciências Exatas – Univates. Mestranda em Ensino de Ciências Exatas – Univates. Bolsista Capes.

A equipe do referido Programa é composta por seis professores de Matemática da Escola Básica, três professoras do Ensino Superior e três mestrandos do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da Univates, e realiza encontros semanais onde faz estudos e problematiza as diferentes tendências citadas.

E cientes da disparidade de interesses dos alunos na sala de aula, resolveu-se adotar a metodologia de ensino denominada de Investigação Matemática para a realização de uma prática pedagógica numa das escolas parceiras do Observatório da Educação. Esta tendência, por sua vez, possibilita valorizar os conhecimentos, a curiosidade dos alunos e incentivar a busca dos discentes pela aprendizagem.

E, para Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 20) na Investigação Matemática é importante “requerer a participação do aluno na formulação das questões, o que favorece o seu envolvimento na aprendizagem”. De acordo com estes autores, as atividades investigativas deveriam seguir uma sequência que organiza as tarefas a serem desenvolvidas, conforme o Quadro 1.

Quadro 1 – Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	- Reconhecer uma situação problema - Explorar a situação problemática - Formular questões
Conjecturas	- Organizar dados - Formular conjecturas (e fazer afirmações)
Testes e reformulação	- Realizar testes - Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	- Justificar uma conjectura - Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 21).

Nesta metodologia, é apresentado um problema aos alunos que deverá ser explorado, organizando dados e fazer suas primeiras hipóteses a respeito do mesmo. Após, os discentes devem testar suas conjecturas e, a partir dos resultados, reformularem as mesmas, se necessário. Ao final, é importante que as conclusões obtidas sejam registradas e discutidas pela turma, estimulando o aluno a “escrever matematicamente”.

A Investigação Matemática convida o discente a participar ativamente da construção do seu conhecimento, com o objetivo de despertar o interesse pela disciplina. Ao refletir sobre suas hipóteses, confrontá-las com as dos colegas, questionar, comprovar suas ideias, o aluno pode construir conceitos matemáticos com mais significado. E, segundo Ponte, Oliveira, Brunheira (1998, p. 41):

As situações abertas, cujas questões não estão completamente formuladas, permitem ao aluno envolver-se na atividade desde o seu primeiro momento. De igual modo, na elaboração de estratégias, na generalização de resultados, no estabelecimento de relações entre conceitos e áreas da Matemática, na sistematização de ideias e resultados, são múltiplas as oportunidades de trabalho criativo, significativo para quem o empreende.

Diante desse contexto, as atividades aqui relatadas, foram planejadas, visando a utilizar a tendência da Investigação Matemática com foco nos seguintes assuntos: comprimento da circunferência e área do círculo. Cabe destacar que a turma possuía pouco conhecimento em geometria, pois o tema não é usualmente contemplado nos planos de estudo da escola. Portanto, as atividades também tiveram o intuito de possibilitar a aprendizagem de conceitos de geometria plana e discussões a respeito dos mesmos.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

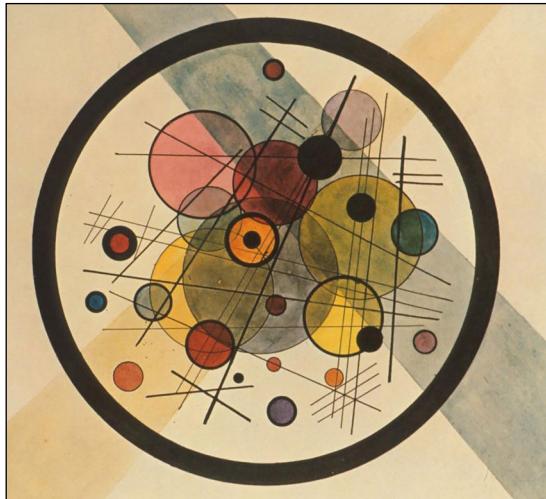
As atividades elencadas a seguir foram estruturadas de acordo com a proposta da Investigação Matemática, pois neste referencial teórico, a realização de investigações proporciona, muitas vezes, o estabelecimento de conexões com conceitos matemáticos relativos a outras disciplinas, neste caso, a Arte. Cabe também salientar que o professor precisa estar atento a tais oportunidades e, mesmo que não seja possível explorar detalhadamente todas essas conexões, deve estimular os alunos a refletirem sobre elas. As atividades exploradas serão apresentadas por aula, proporcionando ao leitor, uma visão detalhada do uso da metodologia da Investigação Matemática com alunos do 8º ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

AULA 1

Explicação da proposta das aulas a partir de atividades de investigação. Foi solicitado aos alunos que formassem grupos conforme afinidade, para realização das tarefas.

- A partir da observação da obra de arte contendo círculos (FIGURA 1), questionou-se oralmente as ideias dos alunos em relação à referida obra, conforme sugestões a seguir:

Figura 1 - Círculos em um Círculo



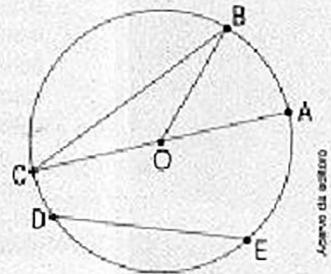
Fonte: http://www.allposters.pt/-sp/Circles-in-Circle-posters_i265148_.ht

- De quais figuras é composta a obra?
- Que instrumentos o artista deve ter utilizado para compor a obra?
- Que conhecimentos ele deveria possuir para fazer a pintura?
- Você conseguiria pintar uma obra inspirada na que observou? Em caso afirmativo, como?
 - Ler e analisar o que está descrito na Figura 2.

Figura 2 - A circunferência e seus elementos

» **Circunferência** é uma linha fechada em um plano, na qual todos os seus pontos estão a uma mesma distância de um ponto fixo, chamado **centro**. Em uma circunferência, podemos destacar alguns elementos.

- **Raio (r)**: segmento de reta que liga o centro O a um ponto qualquer da circunferência. Os segmentos OA , OB e OC são raios da circunferência.
- **Corda**: segmento de reta que une dois pontos quaisquer de uma circunferência. Os segmentos BC , AC e DE são exemplos de cordas.
- **Diâmetro (d)**: corda que passa pelo centro da circunferência. O segmento de reta AC é um exemplo de diâmetro. A medida do diâmetro é o dobro da medida do raio, isto é, $d = 2r$.



Fontes: Souza e Pataro (2012).

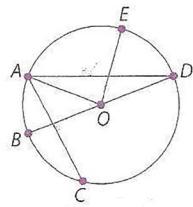
Após a leitura, discutiu-se com a turma acerca do que compreenderam do texto, destacando o uso correto da nomenclatura.

- Desenhar, em uma mesma folha, utilizando compasso, as seguintes circunferências:
 - Uma circunferência com raio 4 cm.
 - Uma circunferência com raio 7 cm.
 - Uma circunferência com diâmetro 16 cm.
 - Uma circunferência com diâmetro 6 cm.
 - Traçar, numa das circunferências anteriores, uma corda de 7 cm.
- Tarefa para casa: (FIGURA 3).

Figura 3 - Exercícios envolvendo a circunferência

Considere a circunferência abaixo, de centro O , e classifique os segmentos em: raio, corda ou diâmetro. Responda no caderno.

- \overline{AC}
- \overline{OA}
- \overline{BD}
- \overline{AD}
- \overline{OE}



ADILSON SECCO

Resolva no caderno.

Uma fábrica de rodas de bicicleta embala as rodas em caixas.

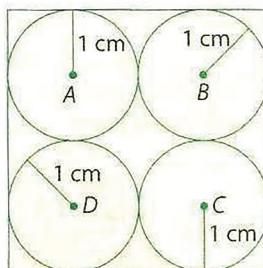


ARI NICOLOSI

- Se uma roda tem 20 cm de raio, qual deve ser, no mínimo, a largura da caixa?

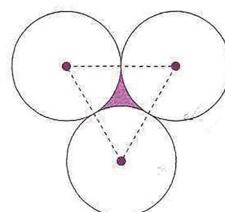
- No caderno, construa as circunferências indicadas com um compasso.
- Uma circunferência de centro O e raio de medida 2,5 cm.
 - Uma circunferência de centro O e diâmetro de medida 4 cm.

Calcule o perímetro do quadrado $ABCD$.



Resolva o problema no caderno.

Calcule o perímetro do triângulo formado pelos centros das três circunferências sabendo que a medida dos raios das circunferências é 1 cm.



Fontes: Projeto Araribá (2010), Souza e Pataro (2012).

Nesta aula, observou-se iniciativa e interesse dos alunos em usar o compasso, pois o instrumento nunca havia sido utilizado. Tornou-se necessário auxiliar alguns discentes a manusear o compasso. Ressalta-se que os alunos que comumente não têm gosto pela disciplina de Matemática, mas se destacam e apreciam a pintura, mostraram interesse às atividades propostas.

AULAS 2 E 3

Inicialmente, foi solicitado que os alunos formassem grupos de trabalho, com quatro componentes. Os grupos deveriam discutir as tarefas de casa entre si, fazendo a correção. A professora auxiliou os grupos e realizou questionamentos de modo a incentivar a explicação, a reflexão e o diálogo entre os grupos.

Depois, os alunos deveriam dispor no centro das mesas, os objetos de forma circular que haviam trazido, conforme orientação prévia da professora.

- A partir da análise de diferentes objetos com forma circular, trazidos pelos alunos, questionou-se:
 - a. Como podemos identificar o diâmetro da face circular dos objetos?
 - b. Podemos medir o comprimento do contorno desta face? Como?
 - c. Há alguma relação entre o diâmetro e a medida do contorno da face circular dos objetos?
- Solicitou-se que os alunos investigassem a relação existente entre o diâmetro e o comprimento do contorno da face circular dos objetos. Para tanto, realizaram medições com auxílio de barbante, régua e fita métrica. As medidas e resultados obtidos foram registrados no caderno. A conclusão do grupo deveria ser registrada em uma frase.
- Depois das medições, discutiu-se em grande grupo, as conclusões obtidas com o intuito de que os alunos obtivessem um valor próximo ao π .
- Tarefa de casa: Pesquisar informações acerca do número π , como seu valor exato, quem o descobriu, quando isso ocorreu e demais curiosidades.

Com o desenvolvimento desta aula, perceberam-se diferentes dificuldades que os alunos tiveram para realizar as tarefas. Alguns alunos não conseguiam utilizar corretamente os instrumentos de medida de modo a obter valores precisos, não considerando os milímetros ou o zero inicial. Também alguns discentes rapidamente exclamaram que o contorno da circunferência teria o dobro da medida do diâmetro e foram estimulados a comprovar sua afirmação. Após discussões e medições perceberam o equívoco. E, como pontuam Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 17)

Quando trabalhamos num problema, o nosso objetivo é, naturalmente, resolvê-lo. No entanto, para além de resolver o problema proposto,

podemos fazer outras descobertas que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original.

AULA 4

Nesta aula foram propostas atividades que tinham o intuito de que os alunos percebessem que, ao modificar o diâmetro de uma circunferência, o comprimento de seu contorno muda proporcionalmente.

- Discutir, em grande grupo, as informações obtidas com a pesquisa realizada como tarefa da aula anterior.
 - Organizar a turma nos grupos de trabalho e cada grupo reescrever a conclusão da relação proporcional entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro, a partir das novas informações obtidas com a pesquisa.
 - Propor à turma, a investigação da existência ou não de proporcionalidade entre diferentes círculos a partir da seguinte sequência de atividades:
 - a) Desenhar um círculo de raio 6 cm. Qual é o comprimento da sua circunferência?
 - b) Desenhar outro círculo com o dobro de raio e calcular o seu comprimento.
 - c) Discutir em grupo: há alguma relação de proporcionalidade entre as medidas dos círculos que foram desenhados?
 - d) Comprovar sua resposta, realizando mais dois exemplos.
 - e) Escrever em uma frase a conclusão obtida
 - Discutir em grande grupo, os resultados encontrados.
 - Tarefa de casa: Atividades (FIGURA 4).

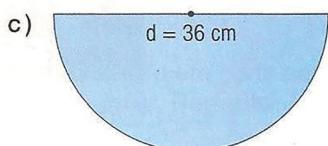
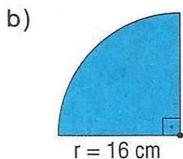
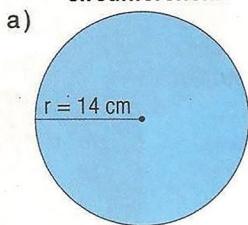
Figura 4 - Exercícios sobre o comprimento da circunferência

(UEMG-MG) “Os primeiros Jogos Olímpicos da Era Moderna, em 1896, já incluíam o ciclismo em seu programa oficial – com uma prova de 87 km entre Atenas e Marathon. Os Jogos Pan-americanos também incluem o esporte desde sua primeira edição, em Buenos Aires – 1951.” Um ciclista percorre uma pista circular de 15 metros de raio, para cumprir esta prova de 87 km. Considerando $\pi = 3,14$, o número aproximado de voltas a serem dadas por esse ciclista é equivalente a:

- a) 675 b) 923 c) 1087 d) 776

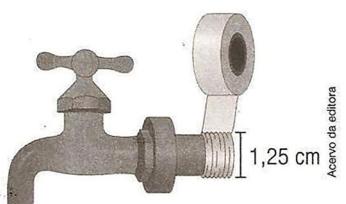
(SARESP-SP) Medi o comprimento da roda de minha bicicleta e, a seguir, calculei a razão entre esta medida e o diâmetro da roda, encontrando um número entre:

Calcule o comprimento da circunferência:



Ilustrações: Acervo
da editora

Para evitar possíveis vazamentos, Mário utilizou na instalação de uma torneira uma fita de vedação na parte que seria rosqueada.

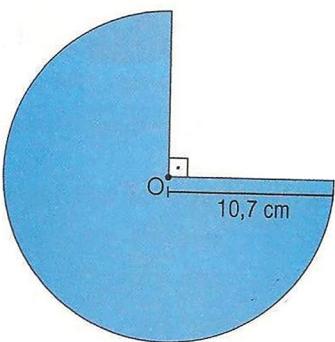


Acervo da editora

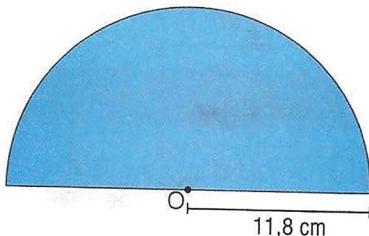
Sabendo que Mário deu 12 voltas completas com a fita ao redor da rosca da torneira, calcule a quantidade mínima aproximada de fita utilizada.

Determine a medida do contorno das figuras:

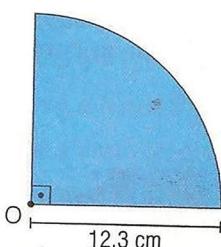
a)



b)



c)



(PUC-MG) A roda de uma bicicleta tem 90 cm de diâmetro. Então, a distância percorrida por um ciclista nessa bicicleta em movimento, quando a roda dá 2000 voltas completas sem deslizar:

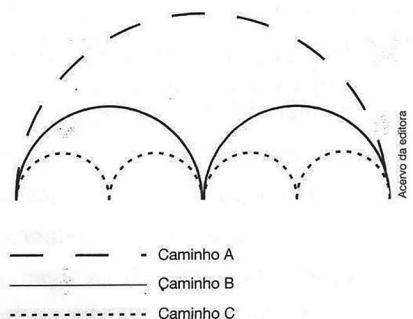
- a) é inferior a 3 quilômetros
- b) está entre 3 e 4 quilômetros
- c) está entre 4 e 5 quilômetros
- d) é superior a 5 quilômetros

Considere $\pi = 3,14$.

(UFMS-MS) Observe a figura, supondo que todos os arcos são semicircunferências.

A partir da observação da figura, é correto afirmar que:

- a) o caminho A é o maior de todos
- b) o caminho C é maior que o caminho B
- c) o caminho C é o maior de todos
- d) o caminho B é menor que o caminho A
- e) os caminhos têm o mesmo comprimento



Observe os objetos.



Lata de goiabada
Diâmetro: 16,5 cm

*Nas atividades deste capítulo,
aproxime π até a 2ª casa
decimal, ou seja, $\pi = 3,14$.*



Prato
Circunferência: 80,07 cm

*Ilustrações: Acervo
da editora*



frisbee
raio: 14,5 cm

- a) Qual o comprimento aproximado da circunferência do frisbee?
- b) Calcule a medida do diâmetro do prato.
- c) Quantos centímetros a circunferência da lata de goiabada é menor que a circunferência do frisbee?

Fonte: Projeto Araribá (2010), Souza e Pataro (2012).

Na realização das atividades anteriores, pode ser destacada à vontade que os alunos tiveram em explicar à turma informações que obtiveram durante as pesquisas sobre o número π , tendo em vista que a mesma pesquisa havia sido realizada por outras turmas em anos anteriores sem obter tais resultados. Concorda-se com Ponte (1994) que o uso de atividades envolvendo Investigação Matemática proporciona um estudo de forma mais significativa despertando o interesse dos alunos.

Ressalta-se que os grupos tiveram facilidade em realizar as tarefas investigativas, comprovando e justificando suas conclusões. Porém, foi possível perceber que ainda havia dificuldade em escrever as mesmas.

AULA 5

Nesta aula foi realizada a correção das tarefas realizadas em casa, nas quais os alunos explanavam o modo como realizaram os exercícios e suas dúvidas. Durante a correção dos exercícios, foi possível perceber a compreensão do conteúdo por parte dos alunos. Observou-se que os discentes ainda possuem insegurança para explicar suas ideias e ainda esperam por respostas do professor. Entretanto, a atividade reforçou o conceito de que é possível aprender sem a intervenção direta e constante do docente.

AULAS 6 E 7

A tarefa a seguir tinha o objetivo de instigar os grupos a descobrirem a forma geométrica que proporciona maior área a partir de um mesmo perímetro. Assim, foi proposta a seguinte situação:

Já sabemos calcular a área de diversas figuras geométricas. Agora o desafio é investigar qual forma geométrica proporciona a maior área, tendo todas sempre o mesmo perímetro. Para isso, há o seguinte material disponível para a atividade: malha quadriculada dividida em cm^2 , alfinetes, barbantes e folhas de isopor. Com este material ou através de desenhos, obter formas geométricas variadas sobre a malha quadriculada e calcular sua área interna. Vamos combinar que, para proporcionar melhores comparações, usaremos a medida de perímetro 36 cm para realizar a investigação. É importante ir marcando as formas obtidas com lápis colorido, de modo que cada tentativa diferente possa ser visualizada por uma cor diferente. No caderno, registrar a forma obtida e sua respectiva área. Após o levantamento e registro de hipóteses, os resultados oriundos de cada grupo serão discutidos coletivamente.

Durante a execução da atividade descrita foi possível realizar importantes observações em relação à aprendizagem de cada aluno. Conhecimentos como cálculo de área, cálculo de perímetro, arredondamento de números, uso correto de medidas e nomenclatura das formas, bem como habilidades de organização e planejamento foram necessários para a realização da mesma. Ao final, todos os grupos perceberam que o círculo era a forma que resultava em maior área.

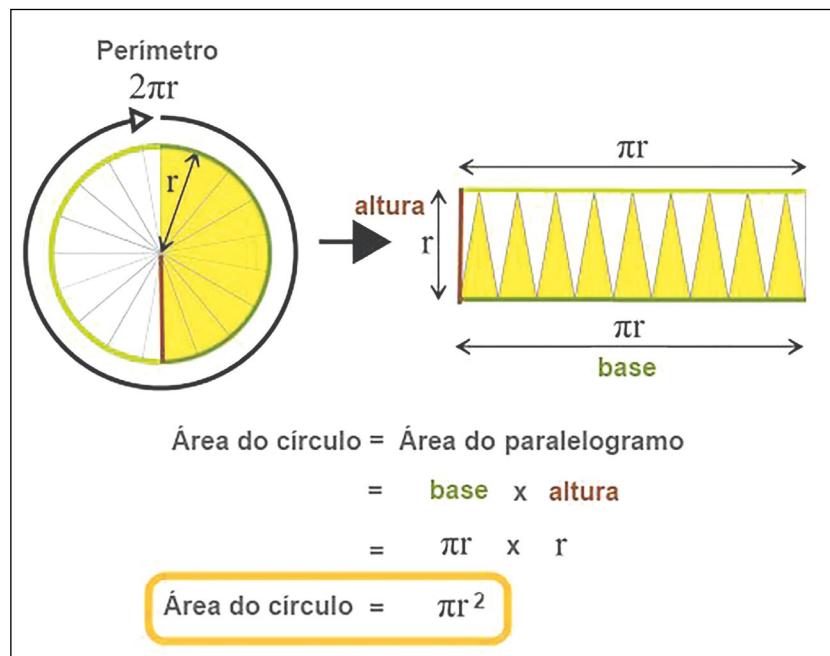
AULA 8

Esta aula objetivou descobrir a maneira de obter a área de um círculo, fazendo uma analogia entre raio e comprimento da circunferência e comprimento e altura de outra forma geométrica. Inicialmente, os alunos foram convidados a formarem os grupos de trabalho e o professor expôs as instruções da atividade investigativa.

- Desenhar em folha tamanho ofício e recortar um círculo com raio de 9 cm.
- Dividir, por meio de dobras e recortes, este círculo em 16 partes iguais, obtendo fatias com forma de pizza.
- Com as peças recortadas, compor uma forma geométrica cuja área já saiba calcular.
- Calcular a área desta nova figura obtida.
- Discutir: a área da figura montada tem alguma relação com a área do círculo desenhado anteriormente?
- Relacionar os lados desta figura montada, como por exemplo: base e altura, com a referente parte do círculo.
- Escrever a conclusão do grupo por meio de uma frase.

Durante a realização da tarefa, a professora auxiliou os grupos em suas reflexões. A figura abaixo foi um dos exemplos surgidos.

Figura 5 - Exemplo de cálculo de área do círculo

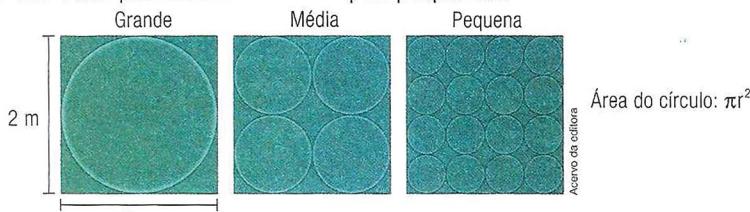


Fonte: <http://quebratolasmat5.blogspot.com.br/2013/06/area-do-circulo.html>

Depois que todos os grupos terminaram de escrever a relação, as respostas foram discutidas coletivamente. Como tarefa de casa foram disponibilizados alguns exercícios e problemas matemáticos envolvendo o cálculo da área do círculo, conforme a Figura 6.

Figura 6 - Exercícios sobre a área do círculo

(ENEM-MEC) Uma empresa produz tampas circulares de alumínio para tanques cilíndricos a partir de chapas quadradas de 2 metros de lado, conforme a figura. Para 1 tampa grande, a empresa produz 4 tampas médias e 16 tampas pequenas.



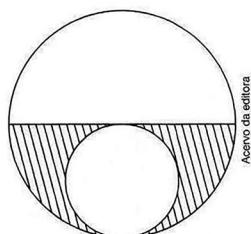
As sobras de material da produção diária das tampas grandes, médias e pequenas dessa empresa são doadas, respectivamente, a três entidades: I, II e III, para efetuarem reciclagem do material. A partir dessas informações, pode-se concluir que:

- a) a entidade I recebe mais material do que a entidade II.
- b) a entidade I recebe a metade de material em relação à entidade III.
- c) a entidade II recebe o dobro de material em relação à entidade III.
- d) as entidades I e II recebem, juntas, menos material do que a entidade III.
- e) as três entidades recebem iguais quantidades de material.

(PUC-RJ) Duplicando-se o raio de um círculo:

- a) a área fica multiplicada por 3
- b) a área fica multiplicada por 2
- c) a área fica multiplicada por 4
- d) a área fica multiplicada por 2π
- e) a área fica multiplicada por 4π

(UECE-CE) Na figura, as duas circunferências são tangentes, o centro da circunferência maior é um ponto da circunferência menor e o diâmetro da circunferência maior mede 4 cm.



A área da região hachurada é igual a:

- a) $\pi^2 \text{ cm}^2$
- b) $2\pi^2 \text{ cm}^2$
- c) $2\pi \text{ cm}^2$
- d) $\pi \text{ cm}^2$

(PUC-MG) Um salão de festas na forma de quadrado, com 14 m de lado, tem no centro uma pista circular de dança, com 5 m de raio. A medida aproximada da área desse salão não ocupada pela pista de dança, em metros quadrados, é:

- | | |
|----------|----------|
| a) 78,5 | c) 117,5 |
| b) 104,5 | d) 132,5 |

Use $\pi = 3,14$.

(Ibmec-SP) Um CD comum, que comporta em média 80 minutos de música, tem 12 cm de diâmetro, sendo que não é possível gravar em seu círculo interno de diâmetro 4 cm. Considerando que o tempo total de música que pode ser gravada num CD é diretamente proporcional à sua área de gravação, se duplicarmos as medidas dos diâmetros do CD e do círculo interno em que não se pode gravar, será possível gravar neste novo CD:

- a) 160 minutos de música
- b) 240 minutos de música
- c) 320 minutos de música
- d) 400 minutos de música
- e) 480 minutos de música

Determine a medida do diâmetro da base de cada objeto.

a)



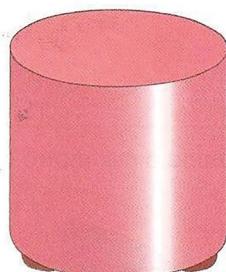
Área da base: $1962,5 \text{ cm}^2$.

b)



Área da base: $907,46 \text{ cm}^2$.

c)



Área da base: 1256 cm^2 .

Ilustrações: Paula Dazzì

A moeda de 1 real atualmente em circulação no Brasil possui centro prateado, composto de aço inoxidável e um anel externo dourado, composto de aço revestido de bronze.



De acordo com as indicações, qual a área aproximada ocupada pelo anel dourado em cada face dessa moeda?

Leia a tirinha.

ADMITO QUE O
ESCUDO É UMA ARMA
DEFENSIVA ALTAMENTE
EFICIENTE.



© 2009 King Features Syndicate, Inc. World Rights Reserved



CHRIS BROWNE

© 2009 King Features Syndicate/press

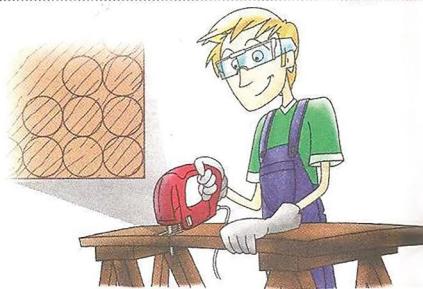
Hagar, de Dik Browne. Folha de S.Paulo, São Paulo, 14 set. 2005.

- Qual foi seu entendimento acerca dessa tirinha?
- Supondo que o diâmetro do escudo maior seja o triplo do diâmetro do escudo menor, a área do maior também será o triplo da área do menor? Justifique.

Desafio

De uma chapa de madeira retangular com 1,2 m por 2 m, deverão ser cortados círculos com 15 cm de raio, como mostra o esquema.

- Quantos desses círculos, no máximo, serão possíveis cortar dessa chapa?
- Qual a área da chapa de madeira que vai sobrar com esses cortes?



Fontes: Projeto Araribá (2010), Souza e Pataro (2012).

Em relação a esta aula observou-se que, na escrita, os grupos de trabalho escreveram a conclusão de maneira específica para a figura montada, a partir dos valores encontrados, sem conseguir expressar-se de forma generalizada. Após breve conversação conseguiram formular uma hipótese que explicasse como encontrar a área para qualquer círculo. Para desenvolver a habilidade de escrever conjecturas, conforme Ponte (2006) é “necessário aprofundar a compreensão da situação que se explora e conseguir imaginar uma generalização a partir de exemplos significativos”. Como este tipo de atividade não era utilizado geralmente nas aulas, ela demandou um tempo maior e atenção especial.

Ressalta-se a importância de registrar as conclusões dos grupos após as atividades. A Investigação Matemática integra esta tarefa como momento final da execução das atividades.

Pedir aos alunos que expliquem por escrito o seu raciocínio e as suas descobertas é um aspecto que melhora a capacidade de comunicação oral e escrita. Por outro lado, este é também um momento de reflexão sobre aquilo que acabaram de explorar (BRUNHEIRA; FONSECA, 1995, p. 5).

AULA 9

Correção dos exercícios nos grupos de trabalho, através do confronto de respostas e troca de ideias. Foram realizadas discussões com constante intervenção da professora. Tal intervenção foi necessária tendo em vista que os alunos apresentavam dúvidas em relação a alguns conceitos e/ou construção de fórmulas. Novamente percebeu-se que os alunos não tiveram dificuldades relevantes para resolver os problemas. Salienta-se que muitos não utilizavam fórmulas, mas sim o raciocínio para calcular a área do círculo, comprovando que o conhecimento havia sido adquirido e não memorizado.

Os alunos destacaram que, após estas atividades, se sentiram mais capazes de aprender e fazer matemática, além de mais prazer em participar das aulas. Relataram que tiveram dificuldades em registrar suas ideias e que admiravam matemáticos, por descobrirem a matemática que eles usam hoje, fazendo referência à pesquisa relativa ao número π .

RESULTADOS OBTIDOS

A prática pedagógica desenvolvida em sala de aula, utilizando a Investigação Matemática, possibilitou a execução e elaboração de atividades centradas em processos que instigaram os educandos a buscarem cada vez mais o conhecimento matemático. Na realização das atividades, vários alunos destacaram-se, pois tomaram iniciativa durante a realização das atividades, demonstrando interesse pelo conteúdo e promovendo valiosas discussões nos grupos. E, como cita Brunheira e Fonseca (1995, p. 4):

As atividades de investigação constituem uma boa oportunidade para os alunos trabalharem em grupo. Deste modo, mais facilmente se conjugam ideias e se ultrapassam dificuldades. O grupo aumenta também a confiança em enfrentar novos problemas e promove a discussão entre alunos.

Em determinados momentos, foi importante o uso de conhecimentos de geometria que já haviam sido contemplados anteriormente, ocasião em que os alunos apresentavam dificuldades em compreendê-los. Ademais, tiveram a oportunidade de experimentar e manipular materiais, objetivando a compreensão de conceitos pertinentes às atividades.

Como a Investigação Matemática propõe estimular o discente a aprender pelos processos investigativos, foi também perceptível a mudança na autoestima dos alunos que frequentemente apresentavam dificuldades com a disciplina. Conforme expressavam durante as aulas, a matemática tornou-se mais comprehensível, mesmo que ainda demonstravam dificuldades em expor suas conjecturas e registrá-las. No momento de comprovar alguma conjectura, sentiram necessidade de efetivar generalização e fazer relações entre as diversas atividades propostas, o que demandou a escrita matemática formalizada.

O uso da Investigação Matemática proporcionou importantes reflexões em relação ao ensino de Matemática. Foi relevante perceber que a compreensão dos conteúdos, por parte dos discentes, ocorreu de forma mais compreensiva a partir do momento que realizavam experimentações, testes e atividades, bem como discutiam hipóteses. Destaca-se também que, ao fazerem uso desta metodologia, os professores devem estar preparados para destinar um tempo maior durante as aulas para discussões entre os alunos.

REFERÊNCIAS

- BRUNHEIRA, L.; FONSECA, H. Investigar na aula de Matemática. **Revista Educação Matemática**, n. 35 (3º semestre de 1995). Disponível em: <<http://www.prof2000.pt/users/j.pinto/textos/texto3.PDF>>.
- PONTE, J. P.. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema**, 1994, p. 105-132.
- PONTE, J. P. O estudo de caso na investigação em educação matemática. **Quadrante**, 3(1), 2006, p. 3-18.
- PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.
- PONTE, J. P. et al. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. **Quadrante**, 7(2), 1998, p. 41-70.
- PROJETO ARARIBÁ. **Obra coletiva**. 3. ed. Moderna, 2010.
- SOUZA, J. R., PATARO, P. R. M. **Vontade de Saber Matemática**, 9. ano, 2. ed. São Paulo. FTD, 2012.

RESOLVENDO PROBLEMAS MATEMÁTICOS COM DIFERENTES ESTRATÉGIAS

Virginia Furlanetto¹
Maria Madalena Dullius²

Resumo: Neste estudo, apresentamos uma intervenção pedagógica baseada na utilização de diferentes estratégias de resolução de problemas, realizada com alunos de 7^a e 8^a séries (8^º e 9^º ano) do Ensino Fundamental, totalizando 10 encontros. A prática integra uma pesquisa desenvolvida no âmbito do Programa Observatório da Educação, com o objetivo de explorar o uso de diferentes estratégias de resolução de problemas matemáticos com estudantes da Educação Básica e verificar como estas interferem nesse processo. Verificamos, ao final do processo, a preferência dos participantes pela utilização de estratégias diferenciadas de resolução de problemas matemáticos, vinculada à maior eficácia, em comparação ao Cálculo formal.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Estratégias diferenciadas. Matemática.

INTRODUÇÃO

A Matemática é uma ciência que ninguém sabe ao certo quando surgiu, mas parece ser consensual entre pesquisadores que foi e continua sendo desenvolvida a partir de necessidades humanas. No cenário educacional, é uma disciplina considerada difícil por muitos estudantes e uma recorrente preocupação de professores e pesquisadores, visto que o desempenho dos alunos em avaliações da qualidade da educação apresentam indicativos de que a aprendizagem da Matemática no Brasil encontra-se em situação preocupante.

Preocupados com esse quadro, desenvolvemos uma pesquisa, que constitui uma dissertação de mestrado (FURLANETTO, 2013), vinculada ao projeto “Relação entre a formação inicial e continuada de professores de Matemática da Educação Básica e as competências e habilidades necessárias para um bom desempenho nas provas de Matemática do SAEB, Prova Brasil, PISA, ENEM e ENADE”, desenvolvido no Centro Universitário UNIVATES, de Lajeado/RS, no âmbito do Programa Observatório da Educação, da CAPES/INEP. Tal projeto visa, dentre outros objetivos, desenvolver ações de intervenção pedagógica que, a médio e longo prazo, possam contribuir para a melhoria do

¹ Licenciada em Ciências Exatas – Univates. Mestre em Ensino de Ciências Exatas – Unives.

² Licenciada em Matemática – Univates. Doutora em Ensino de Ciências e Matemática – Universidade de Burgos-Espanha.

desempenho dos alunos em avaliações como a Prova Brasil e o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que apresentam indicadores, em larga escala, da qualidade do ensino educacional brasileiro.

A partir de investigações acerca dos sistemas avaliativos Prova Brasil e SAEB, verificamos que a prova de Matemática possui como foco principal a resolução de problemas. Considerando que a resolução de um problema implica a compreensão do que foi proposto e a apresentação de respostas, aplicando procedimentos adequados, cabe ressaltar que existem vários caminhos para se chegar a um mesmo resultado, ou seja, inúmeras são as estratégias que o estudante pode utilizar nesse processo. A temática das estratégias que podem ser utilizadas na resolução de problemas matemáticos nos sensibiliza, por percebermos, em nossa trajetória docente, a facilidade com que alguns alunos, quando lhes são permitidos, resolvem determinados problemas utilizando estratégias alternativas, mesmo que conteúdos específicos estejam em desenvolvimento. Nesses casos, é comum justificarem que consideraram mais fácil resolver de tal forma, que o Cálculo formal é mais trabalhoso e, geralmente, suas resoluções são coerentes com o problema proposto.

Em contrapartida, percebemos em estudo anterior (DULLIUS et al., 2011), realizado a partir de resoluções apresentadas por estudantes do Ensino Médio à uma prova de Olimpíada Matemática realizada na Univates, a forte tendência dos participantes ao uso do Cálculo formal. Este, entretanto, nem sempre significa garantia de êxito e pode levar a um caminho mais longo e difícil na busca pela solução.

Nesse contexto, desenvolvemos uma pesquisa com o objetivo de explorar o uso de diferentes estratégias de resolução de problemas matemáticos com estudantes da Educação Básica e verificar como estas interferem nesse processo. Para tanto, desenvolvemos uma intervenção pedagógica onde, inicialmente, várias turmas de 8^a série foram convidadas a resolver uma seleção de oito problemas relacionados à Prova Brasil e SAEB. As resoluções foram analisadas sob a perspectiva das diferentes estratégias passíveis de serem utilizadas na solução de problemas matemáticos.

Em seguida, em uma das escolas, foram realizados encontros com alunos de 7^a e 8^a séries do Ensino Fundamental, baseados na resolução de problemas matemáticos, em grupos ou individualmente, incentivando o uso de diferentes estratégias de resolução de problemas e socializando as que foram apresentadas pelos participantes da coleta de dados inicial ou desenvolvidas pelos pesquisadores envolvidos. Por fim, foi realizada a coleta de dados final, composta de uma seleção de 8 problemas e uma entrevista semiestruturada. Neste capítulo nos propomos a apresentar a condução da intervenção pedagógica, detalhando algumas das atividades desenvolvidas nos encontros, os problemas resolvidos e as estratégias utilizadas, tecendo considerações sobre os mesmos.

MATEMÁTICA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A abordagem da Matemática através da resolução de problemas pode contribuir na formação de cidadãos mais autônomos e críticos à medida que o aluno se torna agente de sua própria aprendizagem, criando seus métodos e estratégias de resolução em contrapartida a metodologias mais tradicionais, onde predomina a memorização e mecanização. De acordo com os PCN's (BRASIL, 1998), a resolução de problemas pode ser vista como ponto de partida da atividade matemática em contrapartida à simples resolução de procedimentos e ao acúmulo de informações, uma vez que possibilitam aos estudantes a mobilização dos conhecimentos e o gerenciamento das informações que estão ao seu alcance. Educadores matemáticos concordam que a capacidade de resolver problemas constitui um dos principais objetivos do processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Dante (2000) assinala o trabalho com resolução de problemas matemáticos como a principal forma de se alcançar os objetivos da Matemática em sala de aula, entre eles, o de "fazer o aluno pensar produtivamente". O autor destaca ainda:

Mais do que nunca precisamos de pessoas ativas e participantes, que deverão tomar decisões rápidas e, tanto quanto possível, precisas. Assim, é necessário formar cidadãos matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver, de modo inteligente, seus problemas de comércio, economia, administração, engenharia, medicina, previsão do tempo e outros da vida diária. E, para isso, é preciso que a criança tenha, em seu currículo de matemática elementar, a resolução de problemas como parte substancial, para que desenvolva desde cedo sua capacidade de enfrentar situações problema (DANTE, 2000, p. 15).

Quanto à resolução de problemas, D'Ambrósio (s.d.) ressalta que, muitas vezes, os alunos desistem de solucionar um problema matemático por não ter aprendido como resolver esse tipo de questão, ou seja, por que não conhecem o algoritmo ou processo de solução que o professor espera que ele desenvolva para aquele problema. Segundo a autora, "falta aos alunos uma flexibilidade de solução e a coragem de tentar soluções alternativas, diferentes das propostas pelos professores" (D'AMBRÓSIO, [s.d.], texto digital). Este tipo de atitude pode demonstrar receio por parte dos alunos em tentar soluções diferentes daquelas que lhes são propostas em sala de aula, o que inibe o desenvolvimento de características muito importantes à formação cidadã e ao mundo do trabalho anteriormente citados, como a criatividade, a autonomia e o senso crítico.

A respeito disso, Cavalcanti (2001, p. 126) ressalta que, a valorização das estratégias utilizadas:

[...] inibe atitudes inadequadas em relação à resolução de problemas, como, por exemplo, abandonar rapidamente um problema quando a

técnica envolvida não é identificada, esperar que alguém o resolva, ficar perguntando qual é a operação que resolve a situação, ou acreditar que não vale a pena pensar mais demoradamente para resolver um problema.

Musser e Shaughnessy (1997, p. 188) citam cinco estratégias de resolução de problemas que julgam pertinentes serem abordadas nas escolas:

- Tentativa-e-erro: aplicação de operações pertinentes às informações dadas.
- Padrões: resolução de casos particulares, encontrando padrões que podem ser generalizados.
- Resolver um problema mais simples: resolução de um caso particular ou um recuo temporário de um problema complicado para uma versão resumida, podendo vir acompanhado do emprego de um padrão.
- Trabalhar em sentido inverso: partindo do resultado, realizar operações que desfazem as originais.
- Simulação: utilizada quando a solução do problema envolve a realização de um experimento e sua execução não é prática.

Caívalcanti (2001, p. 127) cita também a utilização do desenho “como recurso de interpretação do problema e como registro da estratégia de solução”, podendo fornecer ao professor, pistas sobre como o estudante pensou e agiu para solucionar o problema. A mesma autora também cita a utilização do algoritmo convencional, ou seja, o cálculo relacionado ao conteúdo envolvido no problema como “mais uma possibilidade de solução” (Caívalcanti, 2001, p. 143).

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A intervenção pedagógica da qual tratamos envolveu as turmas 7^a e 8^a séries da Escola Municipal de Ensino Fundamental Roman Ross, localizada no município de Monte Belo do Sul, instituição de atuação da professora responsável pela condução das atividades relacionadas à pesquisa. A escola está situada na zona rural do município e é frequentada por alunos de várias comunidades do interior e também da sede, sendo o único educandário municipal a atender alunos das séries finais do Ensino Fundamental. As duas turmas eram compostas por 13 alunos, dos quais dois não participaram dos encontros, realizados em turno oposto ao de aula, ou seja, à tarde, pois trabalham nesse período. Dos 11, dois foram considerados desistentes por não terem participado dos últimos encontros. Alguns dos alunos que persistiram até o final também auxiliavam suas famílias nas propriedades rurais, porém dedicaram parte das tardes de quintas-feiras a participação na pesquisa.

Desenvolvemos uma prática docente baseada na utilização de diferentes estratégias de resolução de problemas por parte dos estudantes da Educação Básica. No decorrer destas aulas, onde foram propostos problemas da Prova

Brasil e SAEB, olimpíadas matemáticas, livros didáticos, sites, etc., utilizamos os passos para a resolução de problemas propostos por Polya (1995), insistindo na importância da leitura atenta e na identificação da incógnita para que ocorra uma correta interpretação das situações propostas. Nessa parte do processo, muitas vezes, foram realizadas discussões acerca dos dados apresentados pelos problemas e questionamentos aos alunos com o intuito de auxiliá-los na interpretação.

Porém, o foco da pesquisa estava no passo que correspondia ao estabelecimento de um plano, onde estimulamos a utilização de diversificadas estratégias, socializando aquelas que, porventura tenham sido utilizadas por alunos de outras turmas/escolas na coleta de dados inicial, ou mesmo as que surgirem na própria turma. Na etapa de execução do plano, a ideia era que os estudantes ainda pudessem aperfeiçoar a estratégia traçada, acrescentassem detalhes e verificassem atentamente cada passo dado. Quanto ao retrospecto, ocorreu de forma a socializar e discutir as estratégias utilizadas para cada problema apresentado, levando os participantes a detectarem qual das formas se demonstrava mais eficaz.

No decorrer dos 10 encontros realizados, não foram introduzidos ou explicados conteúdos envolvidos nos problemas, considerando que a intenção foi estimular a busca por estratégias alternativas de resolução. Não é nosso propósito sugerir a eliminação do conteúdo formal na sala de aula, tampouco que os alunos não devam utilizar o Cálculo formal na resolução de problemas, mas acreditamos que eles precisam ter a oportunidade de conhecer outras formas de resolver e optar, em cada caso, pela estratégia que julgarem mais conveniente e fácil. Ao se depararem, por exemplo, com problemas, que envolvem conteúdos de um ano inteiro ou mais, os alunos podem esquecer de detalhes que farão toda a diferença na obtenção de respostas corretas, ao utilizar o Cálculo formal, ao passo que, conhecendo estratégias, podem adaptá-las a diferentes contextos e obter êxito.

Na maioria dos encontros, os alunos estiveram organizados em grupos, ora escolhidos por eles próprios, ora por alguma técnica ou dinâmica proposta pela professora que conduziu as aulas. Nos primeiros encontros, optamos pela leitura coletiva dos problemas, seguida de uma discussão acerca dos mesmos, visando auxiliar os alunos na interpretação e estimulá-los na busca por soluções. Nesses momentos, o professor assume o papel de questionador, lançando mão de perguntas que não compõem o problema, fazendo-se necessário o cuidado de não fornecer respostas ou soluções. Dante (2009, p. 63) alerta que: “Não devemos dizer ao aluno aquilo que ele pode descobrir por si só. [...] Ao incentivar os alunos na resolução de um problema, devemos apresentar sugestões e insinuações, mas nunca apontar o caminho a ser seguido”. Nos últimos encontros, optamos por deixar a cargo de cada aluno ou grupo a exploração do problema, desde a leitura até a resolução, como forma de estimular a autonomia. O auxílio era dado, quando necessário, particularmente.

Em um dos encontros os alunos foram desafiados a elaborar problemas a partir de uma resposta dada, de uma figura e de uma pergunta, além de formular uma pergunta para uma situação que lhes foi apresentada. Cada grupo elaborou um problema, a partir de um desses aspectos, e os mesmos foram apresentados para leitura e discussão coletiva, resolução nos grupos e, quando necessário, reelaboração e nova resolução.

Por questões de organização, os problemas resolvidos pelos alunos foram enumerados em ordem crescente, do início ao fim dos encontros, a partir do número 1. Aqueles que, eventualmente, fossem resolvidos por apenas um grupo, nos momentos em que cada um resolveu ou analisou um problema diferente, receberam numeração diferenciada, sem relação com a primeira. Para análise das resoluções e exemplificação, o material escrito produzido pelos participantes também foi enumerado, utilizando P1 para designar o participante 1, P2 para o participante 2 e assim, sucessivamente.

Durante o período de realização da intervenção, foram registrados os aspectos relevantes ou inusitados observados, além de feitas cópias do material produzido pelos alunos durante as aulas, para possibilitar a análise detalhada do processo de cada um. Todos os encontros foram gravados em áudio e vídeo como forma de complementar o banco de dados da pesquisa e constituir mais uma fonte para possíveis análises.

Apresentaremos a seguir, alguns dos problemas propostos aos alunos e exemplos de resoluções utilizadas pelos mesmos, acompanhadas de uma breve análise de cada uma. Cabe destacar que a categorização das resoluções apresentadas pelos estudantes baseou-se em nossa experiência como professores-pesquisadores e na interpretação feita a partir do referencial teórico estudado, sendo possíveis outras formas de classificação por outro profissional. Ressaltamos ainda que algumas resoluções foram enquadradas em mais de uma categoria, por evidenciar mescla de estratégias.

As categorias utilizadas, a partir do referencial teórico estudado foram: Desenho, Cálculo formal, Tabelas ou gráficos, Tentativa e erro, Organizar padrões, Trabalhar em sentido inverso, Reduzir à unidade. Além destas, foi criada a categoria por nós denominada Eliminação, visto que, a partir da análise das resoluções propostas a problemas da etapa de coleta de dados inicial (que não é nosso foco neste trabalho), percebemos que, em alguns dos problemas de múltipla escolha, após a interpretação, os alunos analisavam as possíveis respostas e descartavam, segundo critérios por eles estabelecidos, algumas alternativas.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Um dos problemas explorados no primeiro encontro pelos grupos é apresentado na Figura 1, com a resolução proposta por P4 através da estratégia de Trabalhar em sentido inverso. Um dos componentes deste grupo, ao ler o problema, logo declarou aos colegas que a resolução era “muito fácil”, explicando-

lhe como havia pensado em resolvê-lo, ao que foi logo entendido e puseram em prática o plano. Na sequência dos encontros, foram propostos outros problemas semelhantes e alguns alunos, lembraram-se da forma utilizada para resolver este, utilizando-a novamente com êxito.

Figura 1 – Problema proposto a P4, P8 e P9 e resolução do grupo utilizando a estratégia de Trabalhar em sentido inverso

André pensou em um número, multiplicou-o por 3 e adicionou 15 ao resultado. Depois, ao número obtido, aplicou a mesma regra, ou seja, multiplicou-o por 3 e somou 15 ao resultado. André aplicou novamente a regra ao novo resultado, isto é, multiplicou-o por 3 e adicionou 15 ao resultado, obtendo como resultado final o número 357. Qual foi o número pensado por André?

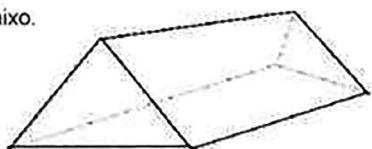
$$\begin{array}{r}
 357 \\
 -15 \\
 \hline
 34213 \\
 1 \quad 114 \\
 \hline
 04 \\
 \hline
 12 \\
 \hline
 12 \\
 \hline
 00
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 114 \quad 114 \\
 -15 \\
 \hline
 9913 \\
 33
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 33 - 15 \\
 1813 \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

Fonte: Problema extraído de Haetinger et al. (2008).

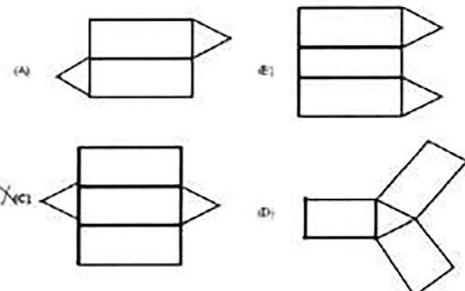
Com a resolução do Problema 6 (FIGURA 2), exemplificamos a utilização da estratégia de Eliminação, utilizada pela maioria dos alunos para resolvê-lo de forma exitosa. Apenas um aluno apresentou somente a resposta final.

Figura 2 – Problema 6 e resolução de P7 utilizando a estratégia de Eliminação

6 – É comum encontrar em acampamentos barracas que têm a forma apresentada na figura abaixo.



Qual desenho representa a planificação dessa barraca?



A letra C está representando as figuras.

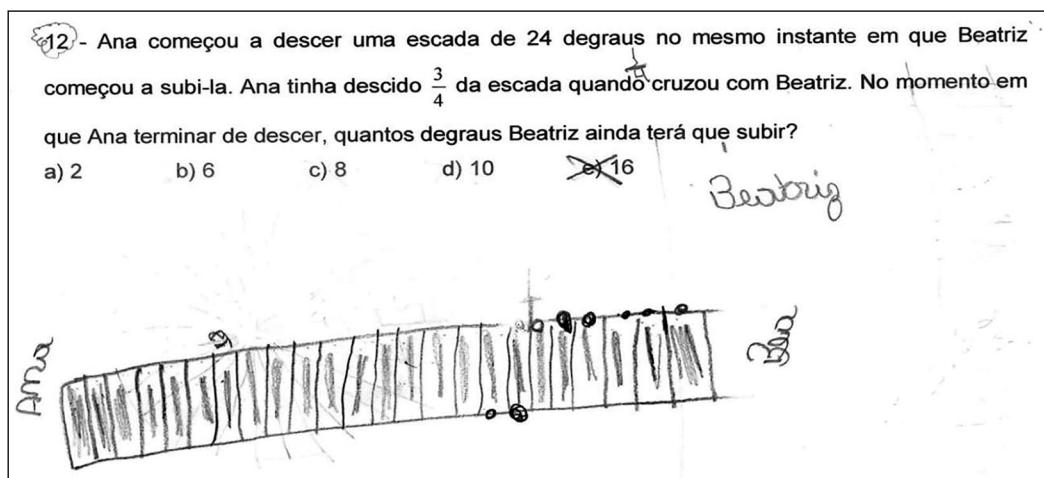
porque na figura há dois triângulos (um na parte z um outro) e 2 retângulos, 1 formando a base os outros 2 formando os laterais da figura.

Fonte: Problema extraído de <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/menu_do_gestor/exemplos_questoes/M08_Saeb_site_FP.pdf>.

Como a barraca em questão foi apresentada com efeito 3D, o aluno conseguiu contar a quantidade de faces e, mais do que isso, de cada forma geométrica. Percebe-se que ele precisou de um segundo critério para eliminar a alternativa “b”, já que esta possuía a mesma quantidade de faces de cada forma que a planificação “c”. O aluno escreveu: “A letra c está representando a figura, porque na figura há dois triângulos um na frente e outro atrás e 3 retângulos, 1 formando a base e os outros 2 formando as laterais da figura.” (Mantivemos a ortografia utilizada pelo aluno)

O Problema 12, apresentado na Figura 3, envolve números fracionários, os quais estiveram presentes em vários problemas propostos durante a prática pedagógica, pela dificuldade demonstrada pelos participantes, no trato e manipulação desta forma de representação numérica.

Figura 3 – Problema 12 e resolução de P5 utilizando a estratégia de Desenho



Fonte: Problema extraído de SBM (2011).

Exploramos o problema por meio de alguns questionamentos para auxiliar na interpretação, como por exemplo: “Qual a situação em discussão?”, “Ambas partiram do mesmo ponto?”, “Fizeram isso em diferentes tempos e velocidades?”, “Finalizarão o trajeto ao mesmo tempo?”, “Quem finalizará antes?”, “O que precisamos descobrir?”, “Conhecemos algum problema semelhante?”.

Mesmo com os questionamentos, alguns aspectos não ficaram esclarecidos para todos os alunos, pois muitos não se deram conta de que a pergunta se referia à parte da escada faltante para Beatriz quando Ana terminasse a descida, e não ao momento do encontro das duas. Logo, estavam focados em descobrir a quantidade de degraus representantes da escada. Quando entenderam que a questão não era essa, perceberam que precisariam reorganizar o plano de resolução.

Os nove alunos presentes no encontro, utilizaram Desenho para resolver o problema por terem considerado mais fácil simular os passos de cada uma das personagens simultaneamente do que calcular. A maioria, após desenhar a escada, fez simulações até descobrir quantos passos Ana dava para cada passo de Beatriz, levando em consideração o momento do encontro das duas. Depois, continuaram “na mesma velocidade” até que Ana chegasse ao final da escada, contando os degraus faltantes para Beatriz. No exemplo apresentado na Figura 3, isso fica evidente pelos dois pontinhos feitos pelo aluno no lado contrário aos outros seis: segundo a explicação dada no quadro, ao expor aos demais a resolução, os riscos no centro dos degraus indicam aqueles que já foram percorridos por Ana e os pontinhos, representam os degraus já percorridos por Beatriz, sendo os primeiros seis antes do encontro e os outros dois, após. Feito isso, bastou contar os degraus que faltavam.

A estratégia Desenho ganhou espaço no decorrer dos encontros para a resolução de problemas envolvendo frações, principalmente quando a necessidade era de comparação. Na série em que se encontravam os participantes, a exploração de frações já poderia ter passado a um plano mais abstrato, pois, há vários anos eles desenvolvem - ou pelo menos deveriam - satisfatoriamente esse tipo de situação. Porém, o Desenho pode ter auxiliado a vislumbrar a equivalência entre as frações da escada e a quantidade de degraus representados por elas, viabilizando a resolução do problema. Talvez esta estratégia tenha sido pouco explorada em anos anteriores, ocasionando dificuldades por parte dos alunos, ao lidar com a representação fracionária.

Apresentamos na Figura 4 o Problema 17, para o qual foi utilizado principalmente o Desenho, como forma de interpretação e obtenção de dados necessários para a resolução. O exemplo é a resolução de P4, que usou essa estratégia associada ao Cálculo.

Figura 4 – Problema 17 e resolução de P4 utilizando as estratégias de Desenho e Cálculo

17 - Um projeto arquitetônico inovador propõe que, em uma parede retangular com 3,5m de altura, sejam colocadas, do chão ao teto, placas quadradas com 50cm de lado. Essas placas formarão fileiras superpostas do seguinte modo:

- a primeira fileira ocupará toda a base da parede com as placas colocadas com um dos lados junto ao chão;
- na segunda fileira haverá a metade do número de placas da primeira, na terceira fileira haverá a metade do número de placas da segunda e, assim, sucessivamente;
- na última fileira haverá apenas uma placa com um dos lados encostados no teto;
- as placas serão colocadas lado a lado em todas as fileiras em que houver mais de uma placa.

O total de placas que serão utilizadas na execução desse projeto é:

550.

a) 2 b) 9 c) 15 d) 63 e) 127

~~e) 127~~

11 fileiras
pela
formula
3,5 m

Somando: 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 127

Fonte: Problema extraído de Haetinger et al. (2004).

Para a resolução desse problema, foi preciso organizar várias informações, ou seja, estar atento a diversas condições impostas pelo enunciado. Um aluno havia iniciado um desenho onde colocava várias placas, lado a lado, mas apagou-as e, ao ser questionado do motivo, relatou, apontando para o segundo item do problema, que leu novamente e percebeu que a cada camada, o número de placas diminui pela metade. A maioria entendeu logo esta condição, sendo que o que gerou mais dúvidas foi a quantidade de fileiras que deveriam existir, até que uma aluna disse: “tem que saber quantos 50 cm cabem em 3,5 m”. Descoberto isso, dois grupos adicionaram parcelas de 50 cm até obter 350 cm, chegando à conclusão de que seriam necessárias 7 fileiras portanto. O outro grupo não fez esse registro.

De posse desses dados, dois grupos iniciaram o desenho em Sentido inverso, ou seja, partindo da última fileira, composta por uma placa e dobrando essa quantidade a cada fileira. Após algumas fileiras perceberam que não havia necessidade de desenhá-las todas e a maioria optou por apenas escrever a quantidade de placas necessárias em cada fileira, somando-as ao final.

Porém, um grupo, ao descobrir que seriam necessárias 7 fileiras, iniciou a resolução através de Tentativa e erro, utilizando, na primeira delas, a quantidade de 30 placas para a primeira fileira e reduzindo à metade cada uma das, provavelmente para encontrar um número que possibilitasse restar uma placa na última fileira, conforme enunciado no problema. Após a segunda tentativa, parecem ter desistido e, assim como os demais, escreveram as quantidades para cada fileira partindo da última e dobrando a cada fileira.

Cabe ressaltar as prováveis análises que os alunos passaram a realizar no decorrer das resoluções, como, por exemplo, ao perceber que não precisariam desenhar todas as fileiras, o que seria mais trabalhoso, ou ainda, quanto ao grupo que abandonou a estratégia de Tentativa e erro para Trabalhar em sentido inverso, em uma lógica semelhante aos que utilizaram-se do Desenho.

Nas resoluções apresentadas para o Problema 19, evidenciamos a utilização da estratégia Tentativa e erro, como no exemplo da Figura 5 e também através da Redução à unidade ou desta, associada à Organização de padrões. Na resolução desenvolvida por esta dupla, percebe-se uma primeira tentativa de solução abandonada através da palavra “nulo”. Abaixo, percebemos a relação estabelecida entre os 120 dias trabalhados e o total de 1200 horas, calculadas mais abaixo ($10 \times 120 = 1200\text{h}$). Os alunos também demonstraram que são necessários 150 dias trabalhando 8h por dia, para completar as mesmas 1200 horas trabalhadas ($150 \times 8 = 1200\text{h}$). É provável que tenham testado também as demais alternativas ou eliminado, de antemão, pelo menos a primeira, por se tratar de menos dias do que na situação de 10 horas diárias trabalhadas.

Figura 5 – Problema 19 e resolução de P2 utilizando a estratégia de Tentativa e erro

Fonte: Problema extraído de Brasil (2008).

A dupla que errou a resolução tentou organizar uma regra de três (Cálculo formal), resolvendo-a, porém, como se a situação fosse diretamente proporcional, encontrando 96 dias como resultado. Entretanto, ao analisar a situação, percebeu que, em consequência da redução do número de horas diárias trabalhadas, o número de dias precisava aumentar. Neste caso, evidenciamos que a existência de alternativas, quando não forem bem utilizadas, pode atrapalhar o aluno na resolução, causando-lhe a falsa impressão de ter resolvido corretamente a situação. Na troca das resoluções entre os grupos, estes alunos receberam a dica do grupo que utilizou Tentativa e erro na resolução, relatando ao final, entendimento do problema.

Já a dupla que utilizou a estratégia de Redução à unidade, também precisou verificar o total de horas necessárias para a construção e redistribuí-las em 8 horas diárias, obtendo o total de dias necessários, conforme exemplificado na Figura 6, com a resolução de P7.

Figura 6 – Resolução apresentada por P7 ao Problema 19 utilizando a estratégia de Reduzir à unidade

19 - Trabalhando 10 horas por dia, um pedreiro constrói uma casa em 120 dias. Em quantos dias ele construirá a mesma casa, se trabalhar 8 horas por dia?

a) 96
 b) 138
 c) 150
 d) 240

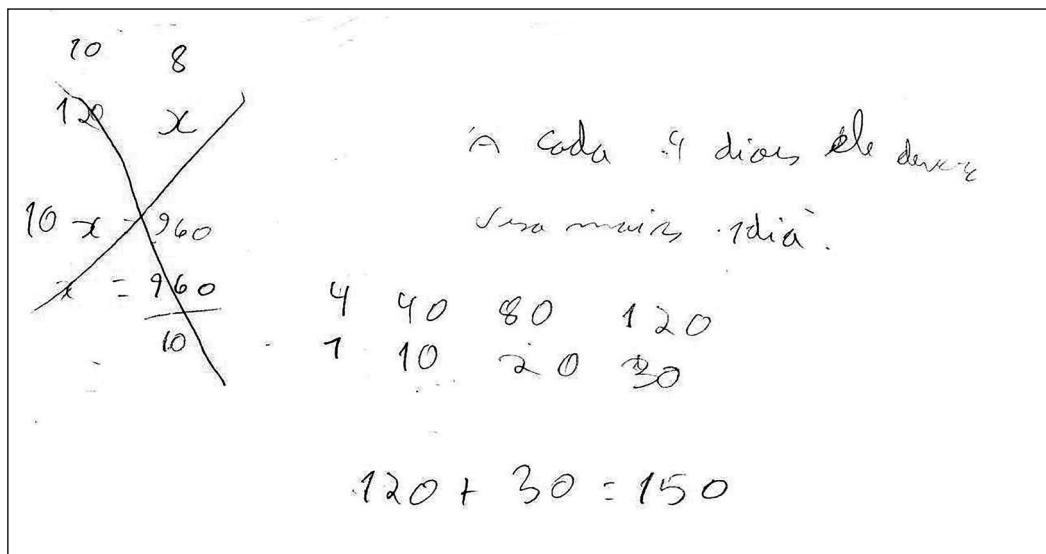
$\begin{array}{r} 120 \text{ dias} \\ \times 10 \\ \hline 1200 \end{array}$	$\begin{array}{r} 120 \\ \times 10 \\ \hline 1200 \end{array}$	$\rightarrow 1200 \text{ h em } 120 \text{ dias}$
$\begin{array}{r} 1200 \frac{18}{8} \\ \hline 150 \\ 960 \\ 40 \\ \hline 00 \end{array}$		

Fonte: Material produzido pelos alunos participantes da pesquisa.

Destacamos a resolução apresentada por outra dupla que associou o reconhecimento de Padrões à estratégia de Redução à unidade, e organizou a resolução apresentada na Figura 7. Os alunos que desenvolveram esta resolução haviam iniciado também através de regra de três como se a situação fosse diretamente proporcional, porém, ao serem alertados quanto à verificação da resposta, detectaram a impossibilidade da resposta encontrada e traçaram um novo plano. Perceberam, conforme o que detalharam em sua resolução, que a cada 4 dias trabalhados com a carga horária reduzida, seria necessário trabalhar 1 dia a mais para compensar. Logo, fizeram as relações seguintes, baseadas

nesta, como pode-se observar no exemplo, concluindo que seriam necessários 30 dias a mais de trabalho. Essa estratégia nos surpreendeu, pois não havíamos visualizado essa possibilidade de resolução, o que vem, mais uma vez, demonstrar a possibilidade de desenvolvimento de soluções criativas por parte dos alunos, quando permitidos a testar suas ideias.

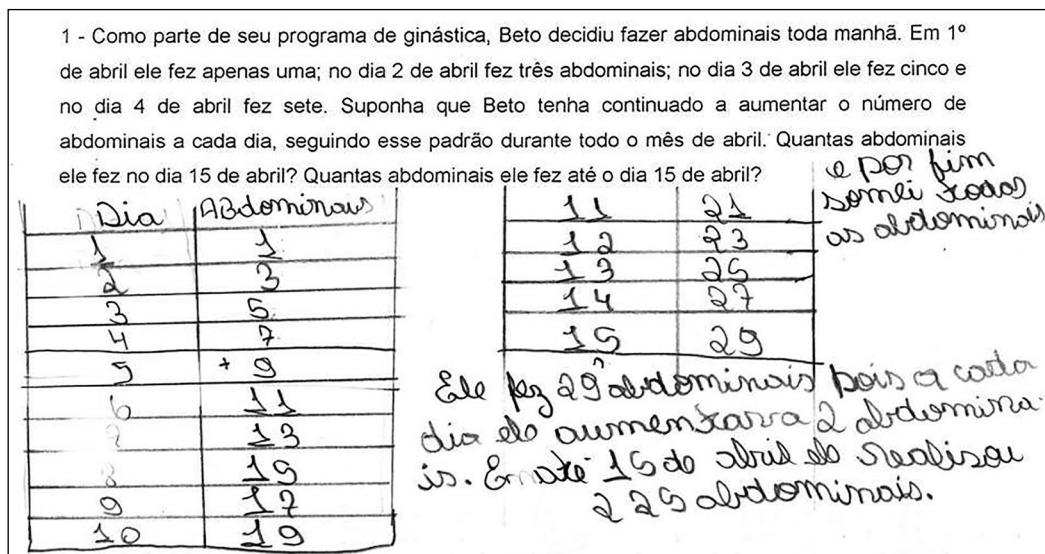
Figura 7 – Resolução apresentada por P4 ao problema 19 utilizando as estratégias de Organizar padrões e Reduzir à unidade



Fonte: Material produzido pelos alunos participantes da pesquisa.

Exemplificamos ainda um dos problemas utilizados na última coleta de dados da pesquisa, que está entre os que os alunos mais obtiveram êxito na resolução, principalmente ao analisarmos a questão “a”, que foi resolvida por todos os alunos de forma semelhante àquela utilizada por P5, na Figura 8. O aluno organizou uma Tabela com a quantidade de abdominais diários feitos por Beto, levando em consideração o acréscimo de duas repetições do exercício a cada dia, até chegar ao dado solicitado pelo problema, ou seja, a quantidade de abdominais no dia 15. Apesar de não apresentar a resolução para a questão “b”, esclarece que somou todos os abdominais, utilizando, portanto, um Cálculo com dados extraídos da Tabela, para chegar à resposta.

Figura 8 – Problema 1 e resolução de P5 utilizando a estratégia de Tabela



Fonte: Problema adaptado de Allevato e Onuchic (2009).

Se considerarmos o conteúdo envolvido neste problema (Progressão Aritmética), ele seria abordado apenas com alunos do Ensino Médio, mas nem por isso, alunos de 7^a e 8^a séries do Ensino Fundamental, deixaram de resolvê-lo, dando indícios do importante papel da utilização de estratégias diferenciadas na resolução de problemas.

CONSIDERAÇÕES

Preocupados com a forma como a resolução de problemas vem sendo abordada e com o pouco êxito atingido pelos alunos, decidimos investigar o potencial da utilização de diferentes estratégias de resolução de problemas, independentemente da abordagem de conteúdos específicos da Matemática escolar. Buscamos estimular os alunos a utilizar e compartilhar diferentes formas de resolver problemas, já que o Cálculo formal nem sempre possibilita a obtenção da resposta correta ou o entendimento do que fazem.

Durante a intervenção pedagógica, analisando o material produzido pelos alunos participantes, verificamos que foram capazes de utilizar, de forma eficaz, uma grande variedade de estratégias de resolução de problemas, tais como: Tentativa e erro, Desenho, Tabelas, Trabalho em sentido inverso, Redução de unidades, Organização de padrões e Eliminação, algumas delas sequer pensadas por nós professores, evidenciando assim, o estímulo à criatividade e autonomia proporcionado por esta forma de trabalho. Apesar de, na primeira discussão realizada, os participantes terem evidenciado o Cálculo como principal

forma de resolver problemas, esta estratégia foi a menos utilizada no decorrer da intervenção pedagógica.

Alguns alunos demonstraram-se mais insistentes, inicialmente, em tentar utilizar conteúdos que estavam sendo estudados nas aulas de Matemática do horário regular, resistindo à busca por estratégias próprias de resolução. Este fato pode ser decorrente da Matemática do século XIX, quando educadores acreditavam que a “resolução de problemas deveria ocorrer como aplicação de princípios aprendidos”, segundo D’Ambrósio (2008, texto digital) que lamenta o predomínio desta visão há mais de 150 anos. Cabe destacar que “ao propor uma forma de trabalho diferente da que estão acostumados, é preciso considerar que a adaptação dos alunos a esta metodologia será lenta, sendo um processo contínuo que evolui aos poucos” (DULLIUS; ARAÚJO; VEIT, 2011). Com o tempo, porém, parecem ter entendido que os encontros não tratavam de conteúdos específicos ou de algo diretamente relacionado às aulas.

Creditamos o fato de terem utilizado mais e melhor uma ampla gama de estratégias de resolução de problemas ao estímulo oferecido para que isso ocorresse, que foi um dos objetivos perseguidos desde o início da pesquisa. Os alunos utilizaram as estratégias compartilhadas, principalmente o Desenho, inclusive para auxiliar na interpretação de determinadas situações.

Cabe ressaltar ainda que a maioria dos alunos apresentou, durante a intervenção pedagógica, dificuldades relacionadas à interpretação dos problemas propostos. Para tentar auxiliar neste aspecto, cabe ao professor da turma, suscitar questionamentos que levem os alunos a raciocinar e tentar relacionar as informações, o que é uma tarefa árdua. É importante fazer questionamentos auxiliares, sem entretanto, deixar evidente a resposta ou o caminho a ser percorrido. Observamos a evolução de alguns alunos nesse sentido, o que inclusive foi comentado com a turma ao final de certos encontros, o que parece tê-los estimulado ainda mais à empenhar-se na realização dos problemas propostos.

Esta ação foi desenvolvida contando com auxílio dos demais participantes do grupo do Observatório da Educação em determinadas etapas, principalmente no que tange à categorização das resoluções apresentadas pelos estudantes. O compartilhamento das ações e resultados visa a socializar boas práticas em Educação Matemática, que consigam auxiliar os estudantes na melhoria de seu desempenho no processo de resolução de problemas.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma S.; ONUCHIC, Lourdes R. Ensinando Matemática na sala de aula através da resolução de problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, ano 33, n. 55, p 133-154, jul./dez. 2009.

BRASIL, Ministério da Educação. **PDE : Plano de Desenvolvimento da Educação**: Prova Brasil: Ensino Fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC/SEB; Inep, 2008. 193 p.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

CAVALCANTI, Cláudia. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, Kátia S.; DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 121 – 149.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? Disponível em: <http://educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf>. Acesso em 11 jan. 2012.

_____. A evolução da resolução de problemas no Currículo Matemático. In: I SEMINÁRIO EM RESOLUÇÃO PROBLEMAS, 2008, Rio Claro. **Múltiplos Olhares sobre Resolução de Problemas Convergindo à Aprendizagem.** Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo1.pdf>. Acesso em: 25 abr. 2013.

DANTE, Luiz. **Didática da resolução de problemas de matemática:** 1^a a 5^a series. 12. ed. São Paulo: Ática, 2000.

_____. **Formulação e resolução de problemas de matemática:** teoria e prática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2009. 192 p.

DULLIUS, Maria M. et al. Estrategias utilizadas en la resolución de problemas matemáticos. **Revista chilena de educación científica**, v. 10, n. 1, p. 23-32, 2011.

DULLIUS, Maria M.; ARAÚJO, Ives S.; VEIT, Eliane A. Ensino e Aprendizagem de Equações Diferenciais com Abordagem Gráfica, Numérica e Analítica: uma experiência em cursos de Engenharia. **Bolema**, Rio Claro, v. 24, n. 38, p. 17 – 42, abril 2011.

FURLANETTO, Virginia. **Explorando estratégias diferenciadas na resolução de problemas matemáticos.** 2013. 122 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Centro Universitário Univates, Lajeado, 2013. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10737/332>>. Acesso em 23 jul. 2014.

HAETINGER, Claus, et al. Anais da VII Olimpíada Matemática da UNIVATES, 15 de setembro de 2004. Lajeado, RS: UNIVATES, 2004.

_____. Anais da XI Olimpíada Matemática da UNIVATES, 10 de setembro de 2008. Lajeado, RS: UNIVATES, 2008.

MUSSER, Gary L.; SHAUGHNESSY, J. Michael. Estratégias de resolução de problemas na matemática escolar. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Orgs.) **A resolução de problemas na matemática escolar.** Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. 188 – 201.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 2. Reimpressão. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SBM, Sociedade Brasileira de Matemática. XXXII Olimpíada Brasileira de Matemática: Problemas e soluções da Primeira Fase. **Revista Eureka!**, n. 34, p. 3 – 14, 2011.
Disponível em: <http://www.obm.org.br/export/sites/default/revista_eureka/docs/eureka34.pdf>. Acesso em: 18 mar. 2012.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Rosilene Inês König¹
Maria Madalena Dullius²

Resumo: O presente trabalho apresenta atividades resultantes de uma pesquisa, cujo objetivo foi auxiliar os envolvidos na abordagem de resolução de problemas matemáticos visando à melhoria de práticas pedagógicas. Desenvolveu-se no Centro Universitário UNIVATES, localizado em Lajeado, RS/BR, uma intervenção pedagógica com docentes da Educação Básica e estudantes das licenciaturas, mediante uma formação continuada de professores. Foram propostas diversas atividades com foco na resolução e na formulação de problemas matemáticos. O estudo enfatiza três atividades abordadas: etapas para a resolução de um problema, organização de uma problemoteca, bem como a formulação de problemas. A intervenção contribuiu na produção de novos conhecimentos relacionados à resolução e à formulação de problemas matemáticos.

Palavras-chave: Formação Continuada de Professores. Resolução de problemas. Problemoteca. Formulação de Problemas.

INTRODUÇÃO

No ensino e aprendizagem da Matemática é fundamental que o aluno construa seus próprios conhecimentos de maneira que entenda e relate princípios e conceitos, perceba e se envolva com suas aplicações, desenvolva o raciocínio lógico e a criatividade, organize estratégias de resolução e aborde, com confiança, situações-problema.

O que se percebe é que os alunos, muitos deles, têm dificuldade em interpretar e lidar com a Matemática fora do contexto escolar, deixando transparecer uma visão superficial sobre as ações desta disciplina na sociedade. Usualmente, o que ocorre, é uma dissociação entre a Matemática que a escola trabalha e a Matemática do dia a dia e, por isso, não encontram uma justificativa que os convença da necessidade e da importância da disciplina em suas vidas. Chegam a questionar a utilidade do que estão lhes ensinando.

Para Moran (2007), o currículo precisa estar relacionado com a vida, o cotidiano do aluno, deve ter significado e, principalmente, ser contextualizado.

¹ Licenciada em Ciências Exatas – Univates. Mestre em Ensino de Ciências Exatas – Univates.

² Licenciada em Matemática – Univates. Doutora em Ensino de Ciências e Matemática – Universidade de Burgos-Espanha.

Muitas das noções que os alunos estudam lhes parecem vagas, não estão relacionadas com a sua realidade, suas expectativas e necessidades. De acordo com o autor, o conhecimento acontece quando alguma coisa faz sentido, quando pode ser experimentado, quando pode ser aplicado em algum momento ou de alguma forma.

A aprendizagem Matemática deve ser significativa, ativa: deve fazer o aluno pensar. O professor precisa ser o fio condutor, com o objetivo de levar o aluno a “aprender a aprender”. As aulas carecem de situações desafiadoras para o aluno em forma de situações-problema para introduzir e desenvolver conceitos; devem explorar, dentro das possibilidades, situações do seu cotidiano.

Ensinar Matemática através da resolução de problemas é uma das propostas que vem sendo discutida ao longo dos últimos anos por muitos pesquisadores, professores e especialistas em Educação Matemática, sendo que todos se mostram interessados e também preocupados com os processos de ensino e de aprendizagem desta disciplina.

Frente a isso, programas de estudos devem ser repensados, desde a formação acadêmica até a continuada, pois a função docente ganha novas dimensões. Nesta perspectiva, é imprescindível que a formação privilegie a estruturação de ideias, a análise de acertos e de erros, a expressão de pensamentos e a resolução de problemas.

Para o docente da área de Matemática, a formação continuada é a manifestação do comprometimento com o papel que assume em relação ao aluno. É reavaliando práticas, buscando novos saberes e trocando experiências que se há de continuar construindo o conhecimento. Além disso, deve-se encarar o desafio de preparar o ser humano para a vida e a diversidade que nela se apresenta.

O objetivo de transformar o aluno, de fazê-lo pensar, de fazê-lo aprender a aprender, de ensiná-lo a resolver problemas, deve nortear a ação do professor que, por sua vez, necessita de constante aprimoramento e atualização. Ao docente que é comprometido com sua função docente cabe buscar desenvolver no aluno a própria compreensão e a vontade de aprender; deve estimular-se na sua própria aprendizagem, sendo que esta pode ser reforçada pela formação continuada.

Neste processo de reflexão, desenvolveu-se no Centro Universitário UNIVATES, localizado na cidade de Lajeado, RS/BR, uma intervenção pedagógica com docentes da Educação Básica e estudantes das licenciaturas, mediante uma formação continuada de professores, com o objetivo de auxiliar os participantes na abordagem de resolução de problemas matemáticos, visando à melhoria de práticas pedagógicas.

Na referida formação, foram propostas diversas atividades com foco na resolução de problemas matemáticos. Neste trabalho, abordar-se-ão três das atividades desenvolvidas durante a formação: as etapas para a resolução de um problema, a organização de um acervo para uma problemoteca, bem como a formulação de problemas.

CONCEPÇÃO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O destaque dado à resolução de problemas, de acordo com Onuchic (1999), é recente e só nas últimas décadas é que os educadores matemáticos aceitaram a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia atenção. Caracterizar a Educação Matemática, em termos de resolução de problemas, revela uma tendência de reação a caracterizações passadas como um conjunto de fatos, domínio de procedimentos, algorítmicos ou um conhecimento adquirido por rotina ou atividade mental. Atualmente, a tendência é caracterizar essa atividade considerando os alunos como participantes ativos, os problemas como ferramentas precisas e bem definidas e o trabalho com foco na resolução de problemas como um método complexo simultâneo de vários níveis de trabalho (ONUCHIC, 1999).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de Matemática (BRASIL, 1997, p. 42), apontam a resolução de problemas como um caminho que pode ser usado para ensinar Matemática e trazem argumentos históricos que justificam o uso dessa metodologia desde a antiguidade:

A História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática (BRASIL, 1997, p. 42).

Onuchic e Allevato (2009) afirmam que a maioria dos relevantes conceitos e procedimentos matemáticos pode ser melhor ensinada por meio da resolução de problemas. As tarefas e os problemas podem e devem ser dados de maneira a engajar os alunos no “pensar sobre” e no desenvolvimento de uma Matemática mais significativa.

Ensinar a disciplina, segundo as autoras, por meio da resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias e sobre o dar sentido; desenvolve o poder matemático; fortalece a certeza de que os alunos são capazes de fazer Matemática e de que ela faz parte do seu cotidiano; organiza dados de avaliação contínua que podem ser utilizados a fim de tomar decisões instrucionais, auxiliar os alunos a alcançar o sucesso e comunicar os pais; é bom, visto que os professores que experimentam ensinar a disciplina dessa forma não voltam mais a ensinar do modo “ensinar dizendo”; a formalização da teoria Matemática de cada tópico construído, realizada pelo professor ao final da atividade, faz mais sentido para os alunos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009).

Tradicionalmente, segundo os Parâmetros de Matemática, a resolução de problemas não tem cumprido sua verdadeira função no ensino, uma vez que, na melhor das hipóteses, os problemas são usados somente como forma de aplicação de conhecimentos que foram adquiridos anteriormente pelos alunos. Para a maior parte deles, resolver um problema é sinônimo de realizar cálculos com

os números do enunciado ou de aplicar algo que aprenderam em aula (BRASIL, 1997).

Os problemas matemáticos, geralmente, são passados, depois da abordagem de um determinado conteúdo como uma forma de: “[...] avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado” (BRASIL, 1997, p. 42).

Princípios da resolução de problemas

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997) abordam alguns princípios que podem ser seguidos quando a resolução de problemas matemáticos é o foco:

- a) ao realizar uma atividade matemática, partir do problema e não da definição. Definições, ideias e métodos matemáticos são abordados durante a resolução do problema, ou seja, quando o aluno precisa desenvolver alguma estratégia de resolução;
- b) o problema não é uma atividade na qual o aluno pode aplicar uma fórmula ou um método operatório. Somente haverá problema se este for orientado a interpretar o que diz a questão e organizar a situação que lhe é apresentada;
- c) aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um determinado tipo de problema; o aluno pode utilizar aquilo que aprendeu para resolver outros problemas em outros momentos, o que requer transferências, ajustes e rompimentos;
- d) ao solucionar um problema, o aluno não constrói só um conceito, mas muitos conceitos que servem para solucionar muitos problemas. Um conceito matemático se constitui articulado com outros conceitos, através de muitos ajustes e generalizações;
- e) resolver problemas não é uma atividade que pode ser desenvolvida como uma maneira de aplicar a aprendizagem, porém como uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto no qual se pode compreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Propósitos da resolução de problemas

Dante (2010) ressalta que tanto a formulação quanto a resolução de problemas trazem muitos benefícios aos alunos em vários aspectos, principalmente por desenvolver o poder de comunicação quando são trabalhados oralmente. Valorizam o conhecimento prévio visto que “[...] dão a oportunidade de ele mesmo explorar, organizar e expor seus pensamentos, estabelecendo uma relação entre suas noções informais ou intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática” (2010, p. 18). Além desses objetivos, o autor ainda cita outros:

- a) fazer o aluno pensar produtivamente: constitui um dos principais objetivos do ensino de Matemática. É importante apresentar situações-problema que atraiam, desafiem e estimulem o aluno a resolvê-las;
- b) desenvolver o raciocínio do aluno: é necessário que se desenvolva no aluno a habilidade de criar raciocínios lógicos e também fazer uso inteligente e eficaz dos métodos disponíveis, a fim de que ele possa apresentar boas soluções às perguntas que aparecem no seu cotidiano, no contexto escolar ou na sociedade;
- c) ensinar o aluno a enfrentar situações novas: as rápidas mudanças da sociedade e o desenvolvimento da tecnologia não permitem fazer uma previsão exata de quais habilidades, conceitos e procedimentos matemáticos são úteis hoje para preparar o aluno para o futuro. É preciso desenvolver a iniciativa, o espírito explorador, a criatividade e a independência através da formulação e resolução de problemas;
- d) dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática: a chance de usar os conceitos e procedimentos matemáticos no cotidiano favorece o desenvolvimento de uma atitude positiva do aluno em relação à disciplina, evitando perguntas do tipo, “Para que serve isso?” ou ainda “Onde vou aplicar isto na minha vida?”;
- e) tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras: uma aula de Matemática na qual os alunos são incentivados e orientados pelo professor a trabalhar de maneira ativa, individualmente ou em pequenas equipes, na busca da solução de um problema que os desafia é mais interessante do que o clássico roteiro de explicar e repetir. “O real prazer de estudar matemática está na satisfação que surge quando o aluno, por si só, resolve um problema. Quanto mais difícil, maior a satisfação em resolvê-lo. Sua autoestima aumenta [...] ‘eu sou capaz de fazer isso’” (DANTE, 2010, p. 21). Um bom problema fomenta a curiosidade e estimula no aluno um comportamento de pesquisa, diminuindo a passividade e o conformismo;
- f) equipar o aluno com estratégias para resolver problemas: ao resolver problemas é necessário desenvolver algumas estratégias que, em geral, aplicam-se a grande número de situações. Esse mecanismo ajuda na análise e na solução de situações nas quais os elementos não conhecidos são procurados;
- g) dar uma boa base Matemática às pessoas: precisa-se, mais do que nunca, de pessoas que sejam ativas e participativas, que tomem decisões rápidas e precisas. A sociedade globalizada exige: raciocínio rápido, conhecimentos gerais e informações atualizadas. Dessa forma, é preciso formar pessoas matematicamente alfabetizadas, preparadas para resolver seus problemas domésticos, de economia, administração, engenharia, medicina, previsão do tempo e outras situações do cotidiano. Para tanto é imprescindível que o aluno tenha no seu

currículo de Matemática, a formulação e resolução de problemas, para que desenvolva desde cedo a capacidade de encarar situações-problema;

- h) liberar a criatividade do aluno: através da formulação e resolução de problemas que exigem do aluno o pensamento produtivo, é possível que se criem condições nas aulas de Matemática para que a criatividade emerja e se desenvolva.

Acredita-se que, se o professor ensinar Matemática através da resolução e da formulação de problemas, tendo como objetivos os citados anteriormente, ele estará auxiliando os alunos a pensar matematicamente; desenvolver a iniciativa, o espírito explorador, a criatividade e a independência; ter ideias e fazer relações entre elas; desenvolver o raciocínio lógico; evidenciar as aplicações da matemática no cotidiano; desafiar e motivar o aluno na solução de problemas reais.

Tipos de problemas matemáticos

Quanto aos tipos de problemas matemáticos, existem, na visão de Dante (2010), seis diferentes tipos que estão relacionados a seguir:

- a) exercícios de reconhecimento: visam ao reconhecimento ou à lembrança de algum conceito ou fato matemático;
- b) exercícios de algoritmo: estes podem ser solucionados passo a passo. Tem como objetivo treinar a capacidade em aplicar um algoritmo;
- c) problemas-padrão: são aqueles que não exigem estratégias, pois a solução está no próprio problema. O aluno só precisa transformar a linguagem usual em Matemática e reconhecer as operações necessárias para solucioná-lo. O objetivo é lembrar e fixar usando os algoritmos das quatro operações;
- d) problemas-processo ou heurísticos: são problemas que requerem do aluno um tempo para pensar e montar um plano de ação, uma estratégia que o leve ao resultado. Este tipo de problema torna-se interessante, pois estimula a curiosidade do aluno e faz com que libere a criatividade, a iniciativa e também o espírito explorador;
- e) problemas de aplicação: representam situações reais do cotidiano do aluno e requerem a aplicação da Matemática para resolvê-los;
- f) problemas de quebra-cabeça: são aqueles que atraem e instigam os alunos a resolvê-los. A solução depende, muitas vezes, de um golpe de sorte, da descoberta de algum truque.

Dentre os tipos de problemas supracitados, acrescentam-se mais quatro tipos, de acordo com Stanganelli (2001), descritos a seguir:

- a) problemas sem solução: desenvolvem no aluno a capacidade de aprender a duvidar, o que faz parte do pensamento crítico. Nem todo problema tem solução;

- b) problemas com mais de uma solução: a aplicação desse tipo faz com que o aluno perceba que nem todo problema tem uma única resposta e que não existe só uma maneira de resolvê-lo. O aluno participa como ser pensante e construtor de seu próprio conhecimento;
- c) problemas com excesso de dados: nem todas as informações fornecidas pelo problema são utilizadas na sua solução. Ressaltam a importância da leitura, fazendo com que o aluno aprenda a escolher os dados que são importantes na sua solução;
- d) problemas de lógica: requerem raciocínio dedutivo. Fomentam a análise dos dados, facilitam a leitura e a interpretação do problema e são motivadores, pois diminuem a pressão para chegar ao resultado imediatamente.

Pelo exposto até aqui, verifica-se que existem muitos tipos de problemas a serem abordados pelos professores no planejamento de suas aulas. Dessa forma, é possível diversificar os problemas selecionados, o que torna-se muito mais interessante e motivador para o aluno. Além disso, proporciona o uso de diferentes estratégias de resolução para os problemas propostos.

ABORDAGEM DE ATIVIDADES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

A formação continuada de professores vem ao encontro de novas perspectivas que visam melhorar sua prática pedagógica. É necessário, segundo Veiga e Viana (2010), formar professores que preparem o aluno para encarar as diversidades sociais da conjuntura atual, que através de práticas inovadoras e interessantes, concedam e estimulem no aluno a vontade de adquirir e construir o conhecimento a fim de responder aos desafios sociais.

Pensando nessas possibilidades, desenvolveu-se no Centro Universitário UNIVATES uma formação continuada de professores. Durante os dez encontros, os participantes tiveram a oportunidade de relatar experiências, vivenciadas em sala de aula ao abordarem problemas matemáticos; trocar informações com os demais colegas; refletir sobre suas práticas; produzir conhecimentos novos e significativos na área educacional e utilizar os conhecimentos adquiridos no decorrer da formação no contexto escolar.

A metodologia utilizada para realizar o estudo foi de cunho qualitativo com foco na pesquisa-ação, visto que investigou-se e interviu-se na prática pedagógica dos envolvidos neste processo de formação, mediante o uso de teorias, reflexão da própria prática, troca de conhecimentos e intervenção desses professores na escola. Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram questionários, fotos e filmagens, relatórios e diário de campo.

É importante destacar que a meta da formação continuada não era tornar a resolução de problemas em uma metodologia de ensino a ser adotada pelos participantes da formação, mas que abordassem mais regularmente no

planejamento de suas aulas, de forma que os problemas selecionados estivessem desvinculados dos conteúdos em estudo, visto que pode-se revelar um caminho interessante e motivador para fazer o aluno compreender melhor a Matemática.

Na sequência apresentam-se três atividades que foram desenvolvidas durante a formação continuada de professores: as etapas para a resolução de um problema, a organização de um acervo para uma problemoteca, bem como a formulação de problemas.

1^a) Etapas para a resolução de problemas conforme Polya

Nesta atividade os participantes foram instigados a refletir sobre duas questões: “como eles resolvem os problemas matemáticos” e “como os seus alunos resolvem os problemas propostos pelos professores”. A partir das respostas dadas, destacou-se a importância de resolver problemas seguindo as quatro etapas de Polya (2006) descritas a seguir.

Dentre os mais variados procedimentos utilizados para resolver um problema matemático, o modelo criado e usado por Polya (2006) – as quatro etapas da resolução de problemas – foi e continua sendo um método muito eficaz, pois dentre suas várias metas, pode-se afirmar que o foco não está somente na resposta do problema, mas também nas estratégias usadas pelos professores, alunos ou qualquer outro indivíduo que tenha interesse em resolver problemas matemáticos. Ele é flexível, visto que não é necessário seguir a sequência das etapas, podendo alterar ou transpor sua ordem.

Sendo assim, o modelo de Polya (2006, p. 19-20, grifo do autor) pode ser compreendido mediante as seguintes etapas:

- a) primeiro: é necessário compreender o problema. Perguntas como: *“Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? [...]”*, são de fundamental importância no primeiro momento da aplicação do problema;
- b) segundo: é preciso estabelecer um plano a fim de resolver o problema. Nessa etapa se faz uma conexão entre os dados e a incógnita e talvez seja necessário considerar problemas auxiliares se não for encontrada uma conexão imediata. Questões como: *“[...] Conhece um problema correlato? [...] É possível utilizá-lo? [...] Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?”*, são importantes nessa etapa;
- c) terceiro: executar o plano. Nessa etapa, ao executar o plano é preciso que se “verifique cada passo”. Perguntas importantes: *“É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?”*;
- d) quarto: examinar a solução alcançada. Nesse último e importantíssimo momento é imprescindível fazer um retrospecto do resultado

encontrado. Questionamentos a serem feitos: “É possível *verificar o resultado?* É possível chegar ao resultado por um caminho diferente?”

Os professores da formação continuada abordavam as teorias e as diferentes atividades com os alunos e socializavam os resultados durante os encontros. A Figura 1 ilustra um problema explorado durante a formação, cuja resolução feita por um aluno de um professor participante, indica as etapas criadas por Polya (2006).

Figura 1 – Problema das mesas de jogo

Ontem à noite, terminei de fazer a lista de convidados para o jantar que vou dar no próximo mês. Como haverá trinta pessoas, vou precisar tomar emprestadas algumas mesas de jogo, de tamanho que permita sentar-se uma pessoa de cada lado. E eu quero dispô-las numa longa fileira, encostadas umas nas outras. Naturalmente, quero tomar emprestadas o mínimo de mesas possível. De quantas mesas de jogo vou precisar? Tente resolver meu problema.

$30 \div 2 = 15$ logo umas duas pessoas. Mas como ele quer ocupar o mínimo de mesa possível, duas pessoas podem se sentar nas pontas, totalizando 14 mesas ao todo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

— significa o nº de pessoas.

Fonte: Material do Professor participante da formação, 2012.

A partir da organização da resposta, percebeu-se que o aluno compreendeu o problema, organizou e executou um plano de ação e realizou o retrospecto da solução encontrada. Além disso, resolveu o problema utilizando duas estratégias de resolução: o cálculo formal e o desenho.

Por meio desta atividade de resolução de problema, também destacou-se que uma das funções mais importantes do professor é a de auxiliar seus alunos, nem muito e nem pouco, porém de tal maneira que reste uma parcela plausível do trabalho (POLYA, 2006). O professor precisa se colocar no lugar do aluno e assim perceber o ponto de vista dele para tentar entender o que se passa na sua cabeça e, a partir daí, fazer uma pergunta. Ao auxiliar o aluno com discrição e naturalidade, este é levado amiúde a fazer as mesmas perguntas e a apontar os mesmos passos (POLYA, 2006).

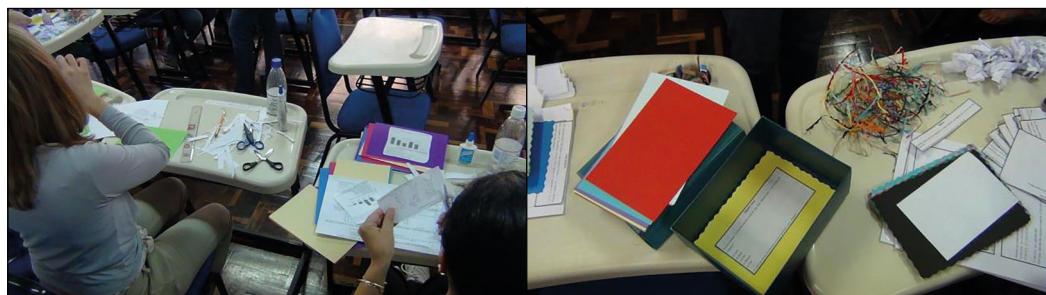
2^a) Organizando uma Problemoteca

A problemoteca, de acordo com Stancanelli (2001) é uma coleção organizada de problemas que pode ser colocada em uma caixa ou fichário, com fichas numeradas nas quais conste um problema e que podem trazer a resposta no verso, o que possibilita que o aluno faça a autocorreção e também favorecendo o trabalho independente.

Os problemas que fazem parte do acervo da problemoteca podem ser variados, não se limitando ao(s) conteúdo(s) estudado formalmente, desafiadores para o aluno e periodicamente reavaliados, a fim de deixá-la atualizada e bem equipada. O professor pode incluir problemas coletados ou formulados por ele e pelos próprios alunos, visto que a formulação é muito importante para auxiliá-lo na resolução de problemas. Além disso, poderá fazer uso do acervo como achar mais conveniente, podendo deixá-lo na sala de aula ou propor para os alunos em momentos previamente planejados. Os problemas podem ser resolvidos individualmente ou em grupos, a critério do professor ou dos alunos (STANCANELLI, 2001).

A Figura 2 mostra a confecção do acervo de uma problemoteca realizada pelos participantes da formação continuada. O arquivo foi separado em três níveis: ensino fundamental anos iniciais; ensino fundamental anos finais e ensino médio. Os problemas foram selecionados de diversas fontes: livros, revistas, olimpíadas matemáticas, *internet*, questões do Exame Nacional de Ensino Médio (ENEM) e também problemas formulados pelo próprio grupo de formação.

Figura 2 – Confecção do acervo da problemoteca



Fonte: Das autoras, 2012.

3^a) Propostas para formulação de problemas

Formular problemas matemáticos não é uma tarefa tão simples, pois exige do formulador muita criatividade e dedicação. É preciso que se tenha claro qual é o objetivo a ser alcançado antes de iniciar a formulação do problema e para isso o professor precisará ter conhecimento dos tipos que existem.

Para dar início a esta atividade, os participantes responderam duas questões que foram discutidas posteriormente: “Qual a importância de o professor formular problemas matemáticos para seus alunos?” e “Qual a importância de os alunos formularem problemas matemáticos?” A fim de esclarecer dúvidas relacionadas à formulação de problemas, realizou-se uma análise do texto escrito pela autora Chica (2001), “Por que formular problemas?”

Oportunizar ao aluno a formulação de problemas é uma atividade que desenvolve o raciocínio lógico, a criatividade, o espírito explorador, a organização, a escrita, a leitura e a troca de ideias. Nesse sentido Chica (2001, p. 152) explica que:

Dar oportunidade para que os alunos formulem problemas é uma forma de levá-los a escrever e perceber o que é importante na elaboração e na resolução de uma dada situação; que relação há entre os dados apresentados, a pergunta a ser respondida e a resposta; como articular o texto, os dados e a operação a ser usada.

A autora comenta que, na formulação de problemas, o aluno se empenha em refletir sobre ele como um todo, não se preocupando apenas com os números, com algumas palavras-chave ou com a pergunta da questão. Ele se familiariza e entende melhor as características das situações-problema. Chica (2001, p. 152) salienta que “[...] ao formularem problemas, os alunos sentem que têm controle sobre o fazer matemática e que podem participar desse fazer, desenvolvendo interesse e confiança diante de situações-problema”.

Concorda-se com a autora quando ressalta que a formulação de problemas deve ser vista como algo desafiador e motivador. É necessário estimular a capacidade inventiva e questionadora dos alunos, desenvolvendo na sala de aula um clima de interação e respeito, no qual é possível “[...] *fazer matemática* através da possibilidade de questionar, levantar hipóteses, comunicar ideias, estabelecer relações e aplicar conceitos. Para que o aluno torne-se um escritor eficaz, a escrita não deve ser sinônimo de trabalho cansativo [...]” (CHICA, 2001, p. 153, grifo do autor).

As primeiras propostas de elaboração devem ser preparadas com cuidado, visto que, geralmente, os alunos não estão habituados a formular problemas, mas estão acostumados a somente resolvê-los (CHICA, 2001). Para isso, a autora aborda algumas propostas de produção:

- a) a partir de um problema dado, criar uma pergunta que possa ser respondida a partir dele;
- b) a partir de uma figura dada, criar uma pergunta;
- c) a partir de um início dado, continuar o problema;
- d) a partir de um problema dado, criar um parecido;
- e) formulando problemas a partir de uma pergunta;
- f) formulando problemas a partir de uma palavra;

- g) formulando problemas a partir de uma resposta dada;
- h) formulando problemas a partir de uma operação;
- i) formulando problemas a partir de um tema;
- j) formulando problemas com determinado tipo de texto.

As quatro primeiras propostas são mais simples para que os alunos percebam aos poucos a complexidade de formular problemas e as demais podem ser abordadas quando este já estiver mais habituado com a atividade.

Ao concluir o estudo do texto, os participantes organizaram-se em pequenos grupos, a fim de formular problemas a partir de duas propostas: criar um problema a partir de uma palavra e de uma figura, respectivamente.

1^a proposta: Palavra dada “Desperdício”

No restaurante em que almoço, o valor do “Buffet Livre” é de R\$8,90. Para evitar desperdício de alimentos, o proprietário do restaurante decidiu pesar os pratos com a sobra de alimento cobrando R\$1,90 por cada 100 gramas de alimento que é servido e não consumido pelo cliente. Após almoçar, pesei meu prato e a balança marcou 230 gramas de alimento não consumido. Quanto pagarei pelo meu almoço?

2^a proposta: Figura disponibilizada



Um celular é vendido nas seguintes condições:

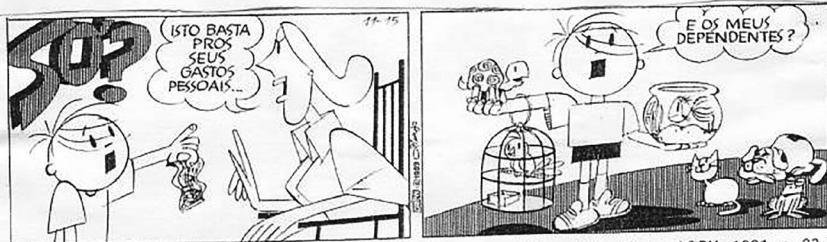
- À vista: R\$ 379,00
- A prazo, com 20% de entrada e o restante em 9 parcelas de R\$ 44,80.

Nessas condições:

- a) Qual o valor da entrada? Qual o valor total pago a prazo?
- b) Quanto economizaria, se o pagamento fosse à vista?
- c) Qual o percentual de acréscimo em relação ao preço à vista?

Os professores, por sua vez, também abordaram com seus alunos dos anos iniciais do ensino fundamental a formulação de problemas. Na Figura 3 percebe-se que o professor iniciou esta atividade abordando uma proposta mais simples de formulação: a partir de uma figura dada, criar algumas perguntas. Já na Figura 4, o professor solicitou ao aluno a formulação de um problema a partir de uma palavra: primavera.

Figura 3 – A partir de uma figura dada, criar perguntas



(Ziraldo. *O Menino Maluquinho em quadrinhos*. Porto Alegre: L&PM, 1991. p. 23.)

- 1 Há quantos animais na casa do menino Maluquinho?
- 2 Quantos anos a mãe do menino maluquinho tem?
- 3 Quantos personagens tem?
- 4 Quantos anos a tartaruga vive?

Fonte: Material do Professor participante da formação, 2012.

Figura 4 – Formular um problema a partir da palavra “primavera”

PRIMAVERA

Num dia a minha mãe foi na floricultura e comprou 10 sementes de Maravilhas, 7 de Girassol, 4 de Rosas e 2 de Jasmim. No outro dia, ela plantou as sementes. Chegaram a viver bichinhos como 4 joaninhas, 5 borboletas e 1 lagartixa. Quantas flores e bichinhos ao todo?

Ao todo tinha 33 bichinhos e flores.

20
10 = 10 + 0
07 = 00 + 7
04 = 00 + 4
02 = 00 + 2
04 = 00 + 4
05 = 00 + 5
01 = 00 + 1
 $30 + 3 = 33$

Fonte: Material do Professor participante da formação, 2012.

Por meio desta atividade conclui-se que a formulação e a resolução de problemas fazem o aluno pensar produtivamente, desenvolvem o raciocínio lógico, ensinam a enfrentar situações novas, tornam as aulas mais interessantes e desafiadoras e, principalmente, liberam a criatividade do aluno (DANTE, 2010).

A CONSIDERAR

Este trabalho é resultado de uma intervenção pedagógica direcionada à formação continuada de professores com foco na resolução e na formulação de problemas matemáticos. Assim, todas as atividades planejadas e desenvolvidas visavam à melhoria das práticas pedagógicas voltadas à resolução de problemas.

A formação continuada, além de proporcionar aos participantes muitos momentos de reflexão, de compartilhamento de informações e de atividades, de relatos de experiências e de angústias, também despertou a vontade de prosseguir nesta caminhada. Oportunizou uma mudança, a princípio em pequena escala, nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática abordando a resolução de problemas matemáticos.

Finalmente, as contribuições dessa formação podem contemplar expectativas e dúvidas que os professores venham a ter em relação à resolução de problemas. Contudo, sabemos que existem várias alternativas possíveis de ensinar Matemática e que a resolução de problemas é mais uma delas.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CHICA, C. H. (2001). Por que formular problemas? In: Smole, K. S.; Diniz, M. I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**. – Porto Alegre: Artmed Editora, p. 152-173.

DANTE, L. R. (2010). **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. 1 ed. – São Paulo: Ática.

MORAN, J. M. (2007). **A educação que desejamos: Novos desafios e como chegar lá**. 5^a ed. – Campinas, SP: Papirus.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática: Concepções & Perspectivas**. – São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. – 3 ed. – São Paulo: Cortez, 2009, p. 213-231.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. – Rio de Janeiro: interciênciia, 2006.

STANCANELLI, R. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2001, p. 103-120.

VEIGA, I. P. A.; VIANA, C. M. Q. Q. (2010). Formação de Professores: Um campo de possibilidades inovadoras. In: Veiga, I. P. A.; Silva, E. F. (Orgs.). **A escola mudou. Que mude a formação de professores!** – Campinas, SP: Papirus, p. 13-34.

TENDÊNCIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM DISCUSSÃO NOS SEMINÁRIOS INSTITUCIONAIS DO PIBID/UNIVATES

Cristiane Antonia Hauschild¹

Ana Paula Dick²

Jane Herber³

Andréia Spessatto de Maman⁴

Resumo: Este capítulo inicia com a discussão das políticas públicas vigentes relacionadas com a formação de professores da educação básica. Com destaque para o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência do Centro Universitário UNIVATES – Pibid/Univates que realiza Seminários Institucionais para discutir a docência, a formação e a qualificação profissional docente. Apresenta o resultado de um levantamento realizado a partir dos Anais dos quatro Seminários Institucionais do Pibid/Univates, de 2011 a 2014, com vistas a verificar as tendências da Educação Matemática que foram apresentadas nos trabalhos. Os resultados apontam que as tendências da Educação Matemática com maior frequência são o uso de tecnologias, seguido de práticas/construções, resolução de problemas e jogos.

Palavras-chave: Formação docente. Pibid. Tendências da Educação Matemática. Políticas públicas.

INTRODUÇÃO

O desenvolvimento profissional docente, conceito visto como evolutivo e contínuo e que se dá ao longo da vida, vem sendo discutido por diferentes autores, entre eles: Nóvoa (2008), Imbernón (2010), Garcia (1999), André (2010), Amaral (2010) e Cunha (2010), em substituição à formação inicial e continuada de professores. A formação de professores vem se constituindo como um campo autônomo de estudos, conforme André (2010) e Garcia (1999). Portanto, desenvolver pesquisas nesse campo é fundamental tanto para interferir na qualificação dessa formação, bem como na qualificação da educação básica.

Considerando a necessidade constante de melhorar a qualidade de ensino, e a carência de profissionais nesta área, o Ministério da Educação, cria a Diretoria

¹ Licenciada em Matemática – Unisc. Mestrado em Educação em Ciências e Matemática – Pucrs.

² Graduanda em Licenciatura em Ciências Exatas – Univates.

³ Licenciada em Química – Unisc. Mestrado em Educação em Ciências e Matemática – Pucrs.

⁴ Licenciada em Ciências Exatas – Univates. Mestrado em Ensino de Ciências Exatas – Univates.

da Educação Básica Presencial – DEB, – da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior – Capes. Por intermédio dessa Diretoria são lançados vários programas com o intuito de qualificar a formação de professores para a Educação Básica, dentre os quais podemos citar atualmente: o Programa de Consolidação das Licenciaturas - Prodocência, Observatório da Educação – Obeduc, Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica – Parfor, Novos Talentos, Programa de Apoio a Laboratórios Interdisciplinares de formação de educadores - Life, Programa de Apoio à Formação de Profissionais no Campo das Competências Socioambientais e Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – Pibid, detalhados na próxima seção.

Essa preocupação com a qualificação da formação de professores, bem como com o incentivo e a valorização do magistério também é um ponto de discussão nas instituições de ensino superior. No Centro Universitário UNIVATES, instituição comunitária que integra o Comung – Consórcio das Universidades Comunitárias Gaúchas, não é diferente. Para tanto, a instituição tem procurado participar de programas lançados pela DEB e possibilitados às instituições comunitárias, tais como o Parfor, o Observatório da Educação e o Pibid, programa do qual a Univates participa desde 2010.

Uma das atividades do programa é a realização de Seminários Institucionais. Dessa forma, este trabalho visa apresentar um breve histórico dos Seminários Institucionais do Pibid/Univates bem como o levantamento realizado nos Anais dos quatro eventos. Primeiramente realizou-se uma busca nos trabalhos apresentados relacionados com Matemática, a fim de verificar do que tratam, que tendências apresentam e em que quantidade aparecem. A análise dos dados está baseada na análise documental de acordo com as ideias de Lüdke e André (2001).

Justifica-se a escolha pela Matemática, em função de ser uma área, constantemente criticada nas avaliações externas nacionais e internacionais (Provinha Brasil, SAEB, PISA) em função do baixo rendimento dos alunos, o que é apontado em índices como o IDEB. Ainda, a Matemática é a área com maior número de bolsistas Pibid, atualmente em nível nacional, segundo relatório de Gestão da DEB (BRASIL, 2013).

Assim, o presente capítulo está subdividido em seções que apresentam discussões acerca das políticas públicas para a formação de professores, o Pibid, os Seminários Institucionais, bem como o levantamento de dados e a respectiva análise realizada.

AS POLÍTICAS PÚBLICAS PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Em 11 de julho de 1951, pelo Decreto nº 29.741, é criada a Campanha Nacional de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior, atual Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior – CAPES, com o objetivo de “assegurar a existência de pessoal especializado em quantidade e qualidade

suficientes para atender às necessidades dos empreendimentos públicos e privados que visam ao desenvolvimento do país" (BRASIL, 1951).

Desde a sua criação a CAPES se dedica à pós-graduação. A partir de 2007 passa a ter atribuição na formação de professores para educação básica, para a valorização do magistério em todos os níveis e modalidades. Desse modo, é criada a Diretoria de Educação Básica Presencial – pela Lei 11.502 de 11 de julho de 2007 –, hoje denominada Diretoria de Formação de Professores da Educação Básica – DEB.

A DEB atua em duas linhas de ação:

- a. na indução à formação inicial de professores para a Educação Básica, organizando e apoiando a oferta de cursos de licenciatura presenciais especiais, por meio do Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica – Parfor.
- b. no fomento a projetos de estudos, pesquisas e inovação, desenvolvendo um conjunto articulado de programas voltados para a valorização do magistério.

Dentre os programas fomentados atualmente por essa Diretoria podemos citar o Prodocência, Obeduc, Parfor, Novos Talentos, Life, Programa de Apoio à Formação de Profissionais no Campo das Competências Socioambientais e Pibid.

O Prodocência tem como finalidade fomentar a inovação e a elevação da qualidade dos cursos de formação para o magistério da Educação Básica, na perspectiva de valorização da carreira docente (BRASIL, 2013).

O Obeduc visa a, principalmente, proporcionar a articulação entre pós-graduação, licenciaturas e escolas de educação básica e estimular a produção acadêmica e a formação de recursos pós-graduados, em nível de mestrado e doutorado (BRASIL, 2006).

O Parfor objetiva induzir e fomentar a oferta de educação superior, gratuita e de qualidade, para professores em exercício na rede pública de educação básica, para que estes profissionais possam obter a formação exigida pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB e contribuam para a melhoria da qualidade da educação básica no País (BRASIL, 2009).

O Programa Novos Talentos tem como objetivo apoiar propostas para realização de atividades extracurriculares para professores e alunos da educação básica, tais como cursos e oficinas, visando à disseminação do conhecimento científico, ao aprimoramento e à atualização do público-alvo e à melhoria do ensino de ciências nas escolas públicas do país (BRASIL, 2014).

O edital do Life visa a selecionar propostas que tenham por objetivo a criação de laboratórios interdisciplinares de formação de educadores. Os laboratórios constituem espaços de uso comum das licenciaturas nas dependências de Instituições Públicas de Ensino Superior (Ipes), destinados a promover a interação entre diferentes cursos de formação de professores, de modo a incentivar o desenvolvimento de metodologias voltadas para a Inovação

das práticas pedagógicas; formação de caráter interdisciplinar a estudantes de licenciatura; elaboração de materiais didáticos de caráter interdisciplinar; uso de tecnologias da informação e comunicação (TIC's); articulação entre os programas da Capes relacionados à educação básica (BRASIL, 2012).

O Programa de Apoio à Formação de Profissionais no Campo das Competências Socioambientais tem como objetivo fomentar a produção acadêmica e a formação de recursos humanos, em nível de pós-graduação, mestrado e doutorado incentivando a articulação entre pós-graduação, licenciaturas e escolas da rede pública de educação (BRASIL, 2014).

Observa-se que os programas estão alicerçados numa matriz educacional que articula três vertentes: formação de qualidade; integração entre pós-graduação, formação de professores e escola básica; e produção de conhecimento. Considerando que este trabalho situa-se no âmbito do Pibid, passaremos, a partir da próxima seção, a apresentar mais informações acerca do mesmo.

O PIBID

O Pibid é um Programa de incentivo e valorização do magistério que visa a qualificação da Educação Básica e a formação profissional docente “fomentando a iniciação à docência de estudantes de instituições federais de educação superior preparando a formação de docentes em nível superior, em curso presencial de licenciatura de graduação plena, para atuar na educação básica pública” (BRASIL, 2007). Foi instituído pela Portaria Normativa nº 38 de 12 de dezembro de 2007, com o objetivo principal de incentivar e qualificar a docência para a educação básica.

O primeiro edital para selecionar projetos foi lançado em 2007, para instituições federais de ensino superior. Posteriormente, de forma gradativa, os editais foram sendo ampliados para instituições estaduais, institutos federais, instituições comunitárias e instituições privadas. Atualmente, todos os Programas em andamento foram selecionados pelo edital nº 61/2013 ampliando significativamente o número de IES parceiras e, consequentemente, o número de bolsas.

Além de inserir os licenciados no cotidiano das escolas públicas, favorecendo o processo formativo e, em especial, o desenvolvimento de experiências metodológicas e tecnológicas de caráter inovador e interdisciplinar, vem possibilitando a superação de problemas identificados no processo de ensino e de aprendizagem procurando promover melhorias no ensino da área em que atua.

A fundamentação teórica do Pibid se apoia nos pressupostos sobre o desenvolvimento profissional docente de Nóvoa, conforme referencia Neves (2012, p. 365):

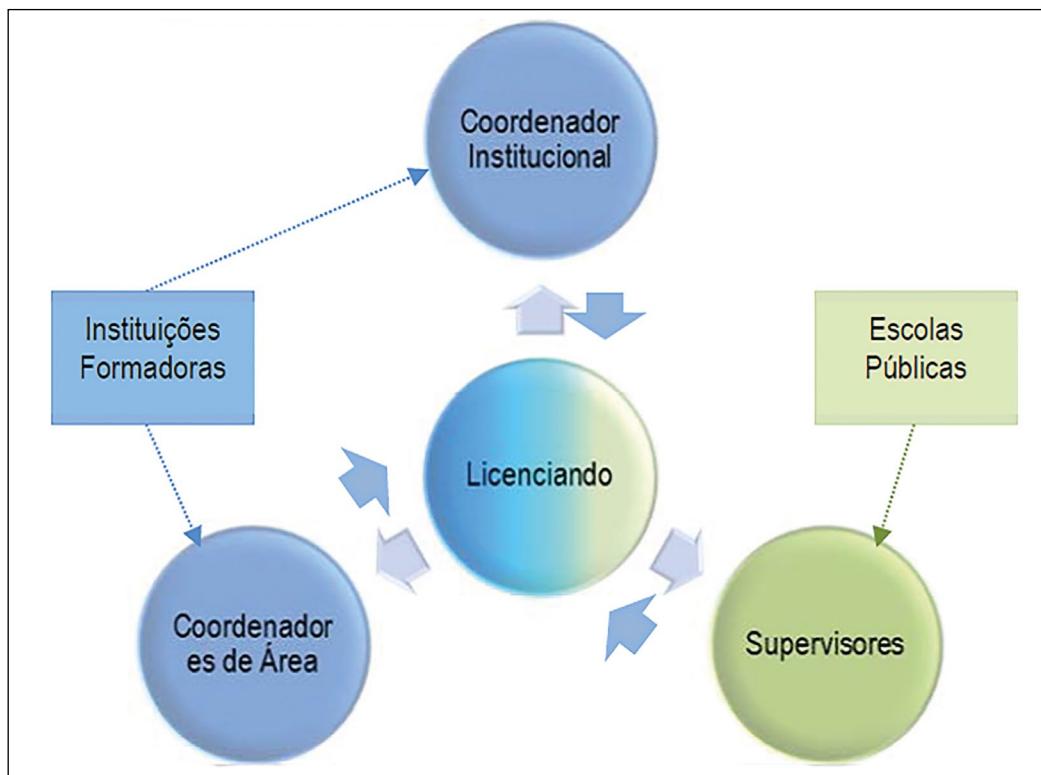
1. formação de professores referenciada no trabalho na escola e na vivência de casos concretos; 2. formação de professores realizada

com a combinação do conhecimento teórico e metodológico dos professores das instituições de ensino superior e o conhecimento prático e vivencial dos professores das escolas públicas; 3. formação de professores atenta às múltiplas facetas do cotidiano da escola e à investigação e à pesquisa que levam à resolução de situações e à inovação na educação; 4. formação de professores realizada com diálogo e trabalho coletivo, realçando a responsabilidade social da profissão.

Os objetivos do Pibid, de modo geral, consistem em incentivar a formação de docentes em nível superior para a educação básica; contribuir para a valorização do magistério; elevar a qualidade da formação inicial de professores nos cursos de licenciatura, promover a integração entre educação superior e educação básica; inserir os licenciandos no cotidiano de escolas da rede pública de educação, proporcionando-lhes oportunidades de criação e participação em experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar, que busquem a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem; incentivar escolas públicas de educação básica, mobilizando seus professores como coformadores dos futuros docentes e tornando-as protagonistas nos processos de formação inicial para o magistério; e contribuir para a articulação entre teoria e prática necessárias à formação dos docentes, elevando a qualidade das ações acadêmicas nos cursos de licenciatura (BRASIL, 2007).

Voltado para alunos licenciandos, o Programa está organizado de acordo como o organograma abaixo (FIGURA 1). Conta com a participação de professores formadores (de Instituições de Ensino Superior) e professores supervisores (de escolas públicas). Os integrantes do Programa são bolsistas de iniciação à docência, orientados e supervisionados por professores das escolas parceiras, que se envolvem em atividades pedagógicas, buscando associar teoria e prática, visando à indissociabilidade entre universidade e escola.

Figura 1 - Organização do Pibid



Fonte - Relatório de gestão DEB CAPES 2009-2013

O PIBID/UNIVATES E OS SEMINÁRIOS INSTITUCIONAIS

A Univates começa a sua trajetória pibidiana em 2010 ao participar do edital de seleção de projetos Pibid nº 18/2010, o qual é voltado para a inscrição de projetos de instituições comunitárias de Ensino Superior. Iniciando com 5 subprojetos aprovados, 100 bolsistas de iniciação à docência, 10 professores supervisores, 5 coordenadores, 1 coordenadora institucional e 8 escolas parceiras.

Ampliado em 2012, a partir do edital nº 11/2012, o Pibid/Univates passa a ter 7 subprojetos, 140 bolsas de iniciação à docência, 25 professores supervisores, 7 coordenadores de área, 1 coordenador de gestão de processos educacionais, 1 coordenador institucional e 18 escolas parceiras.

A partir do edital nº 61/2013, o Pibid/Univates amplia mais uma vez, passando agora a contar, a partir de março de 2014, com 166 bolsas de iniciação à docência, 28 de professores supervisores, 13 coordenadores de área, 1 coordenadora de gestão de processos educacionais e 1 coordenadora institucional, e com 18 escolas parceiras. O Quadro 1 apresenta um comparativo dos dados.

Quadro 1- Bolsas e escolas parceiras do Pibid/Univates

	Pibid 2010	Pibid 2012	Pibid 2014
Coordenador Institucional	1	1	1
Coordenador de Gestão de Processos Educacionais	0	1	1
Coordenador de Área	5	7	13
Bolsistas de Supervisão	10	27	28
Bolsistas de Iniciação à Docência	100	140	166
Subprojetos	5	7	9
Escolas parceiras	8	18	18

Fonte: Secretaria do Pibid/Univates.

Os bolsistas que participam do projeto têm a oportunidade de vivenciar experiências pedagógicas e refletir sobre as mesmas, com o olhar de um supervisor da escola e de um coordenador da instituição. Sendo assim, ele recebe suporte necessário, desde o planejamento até a execução da atividade sendo que esta, depois de desenvolvida é avaliada num processo constante de ação reflexão ação. As ações, além de proporcionarem segurança aos bolsistas, futuros professores, vêm fazendo com que desde a formação inicial tenham contato com as mais variadas situações da docência, sem contar que acabam fazendo parte da realidade das escolas em que desenvolvem suas atividades.

Outro fator a considerar, é a aproximação da universidade com a escola, parceria esta que também proporciona aos supervisores uma constante formação, pois participam de reuniões semanais, onde são discutidas e elaboradas estratégias de ensino e de aprendizagem com os bolsistas e o coordenador de área do subprojeto.

O Pibid/Univates desenvolve projetos de aprendizagem que priorizam a pesquisa como princípio educativo por meio de práticas interdisciplinares e posturas investigativas e colaborativas. Visa à relação dos conhecimentos acadêmicos com a prática pedagógica, oferecendo subsídios para o planejamento de aulas, oficinas, unidades didáticas, além da atuação em atividades como monitorias e reforço escolar. Para o acompanhamento e reflexão do processo de ensino-aprendizagem e da experiência formativa vivenciada no Programa, bem como para discussão de referenciais teóricos educacionais contemporâneos prioriza-se a realização de rodas de formação⁵.

5 Entende-se como Rodas de Formação espaços em que o professor discute suas experiências e questionamentos em busca de novos questionamentos e novos argumentos, que são discutidos na própria roda ou fora dela (ALBUQUERQUE; GALIAZZI, 2011).

Outra ação do Pibid/Univates são os encontros temáticos, que viabilizam a ampliação dos espaços de reflexão sobre educação e docência, e oportunizam a apropriação de conhecimentos técnicos que contribuem com o fazer pedagógico. Os encontros contemplam atividades para o aprimoramento da língua escrita e falada, tendo em vista instrumentalizar os bolsistas para produções escritas e participação em eventos relacionados com educação. Também oportuniza encontros voltados para o uso das tecnologias de informação e comunicação, inclusão, dicção e oratória.

Dentre as atividades desenvolvidas destacam-se os Seminários Institucionais que ocorrem anualmente desde 2011, que têm por objetivo refletir sobre questões relacionadas à educação, nas diferentes áreas do conhecimento, no âmbito da formação de professores e da docência na Educação Básica. Além de se constituírem momentos de socialização de resultados, representam importantes momentos de formação e compartilhamento de vivências, experiências e pesquisas. Nos seminários ocorrem diferentes atividades, tais como, palestras, mesas redondas, oficinas, comunicações orais, exposição de materiais didáticos e momento de integração.

O primeiro seminário ocorreu em 2011 com o tema *Formação de professores: compromissos e desafios da educação*. No mesmo foram apresentados 75 trabalhos, sendo 36 comunicações orais e 39 pôsteres. As oficinas foram ministradas apenas por docentes da instituição, num total de 18. Os trabalhos estavam distribuídos nos seguintes eixos temáticos: Ciências Biológicas, Ciências Exatas (Matemática, Química e Física), História, Letras, Pedagogia. Esses eixos referiam-se aos subprojetos do Pibid / Univates daquela época. O referido evento teve 204 participantes, e duas palestras.

Em 2012, o segundo seminário abordou *Novos desafios da prática profissional docente - saberes e práticas*. Contou com 307 participantes e teve a aprovação de 153 trabalhos nas modalidades comunicações orais (62), oficinas (24), pôsteres (67) e material didático (09). Também foram realizadas duas palestras. No momento da inscrição, os autores classificavam os seus trabalhos nos seguintes eixos temáticos: Propostas de organização curricular, Experiências pedagógicas em espaços não formais, Práticas Educativas Inovadoras, Experiências interdisciplinares e Tecnologia em ensino.

O terceiro seminário, que ocorreu em 2013, passou a ter o apoio de todos os cursos de licenciatura da instituição na organização por meio de um evento parceiro denominado I Simpósio Nacional sobre Docência na Educação Básica, e teve como temática a discussão sobre *Alfabetização e Letramento nas Diferentes Áreas do Conhecimento*. Foram aprovados e publicados 315 trabalhos, 155 na modalidade comunicação oral, 129 pôsteres, 31 oficinas e 32 materiais didáticos. Foram realizadas 2 palestras e 1 mesa redonda, com a participação de 6 palestrantes, com 553 participantes. Os eixos temáticos dessa edição foram: Alfabetização e letramento, Educação e Diferenças, Educação e Tecnologias,

Experiências Pedagógicas, Alfabetização e Letramento, Docência e Formação, Experiências Interdisciplinares e Currículo e Interdisciplinaridade.

Em 2014, o quarto seminário passou a contar também com o apoio dos Programas de Pós-Graduação em Ensino e em Ensino de Ciências Exatas, bem como dos Programas Obeduc da instituição, tendo como temática *Cognição e aprendizagem - múltiplos olhares*. Com 209 trabalhos aprovados, porém apenas 184 trabalhos apresentados e consequentemente publicados, sendo 120 comunicações orais, 42 pôsteres, 22 oficinas e 7 materiais didáticos. Foram realizadas 2 palestras e 2 mesas redondas, com 8 palestrantes, contando com 795 participantes. As oficinas foram ministradas por docentes da IES, e consideradas um diferencial pelos participantes, o que proporcionou a divulgação de diversas atividades vinculadas à extensão e pesquisa, bem como aos PPGs da instituição. O evento teve maior participação dos professores das redes estadual e municipal do Vale do Taquari. Os eixos temáticos foram reestruturados, passando a cinco: Alfabetização e Letramento, Currículo e Interdisciplinaridade, Docência e Formação, Educação e Tecnologias, e Experiências pedagógicas. O Quadro 2, apresenta um comparativo do total de trabalhos apresentados por evento e o número de trabalhos relacionados à Matemática, bem como o percentual que representa em relação ao todo.

Quadro 2: Panorama geral de trabalhos dos Seminários e os relacionados à Matemática

Ano do Seminário	Total de trabalhos publicados	Total de trabalhos relacionados à Matemática	Percentual
2011	75	21	28,0%
2012	153	27	17,6%
2013	315	38	12,0%
2014	184	37	20,1%

Fonte: Das autoras

Os dados e a análise realizada referente aos trabalhos publicados nos Anais dos quatro Seminários Institucionais realizados pelo Pibid/Univates são apresentados na próxima seção, buscando verificar quais são as Tendências da Educação Matemática que aparecem nos trabalhos submetidos e apresentados nestes eventos, de 2011 a 2014.

OS DADOS E A ANÁLISE

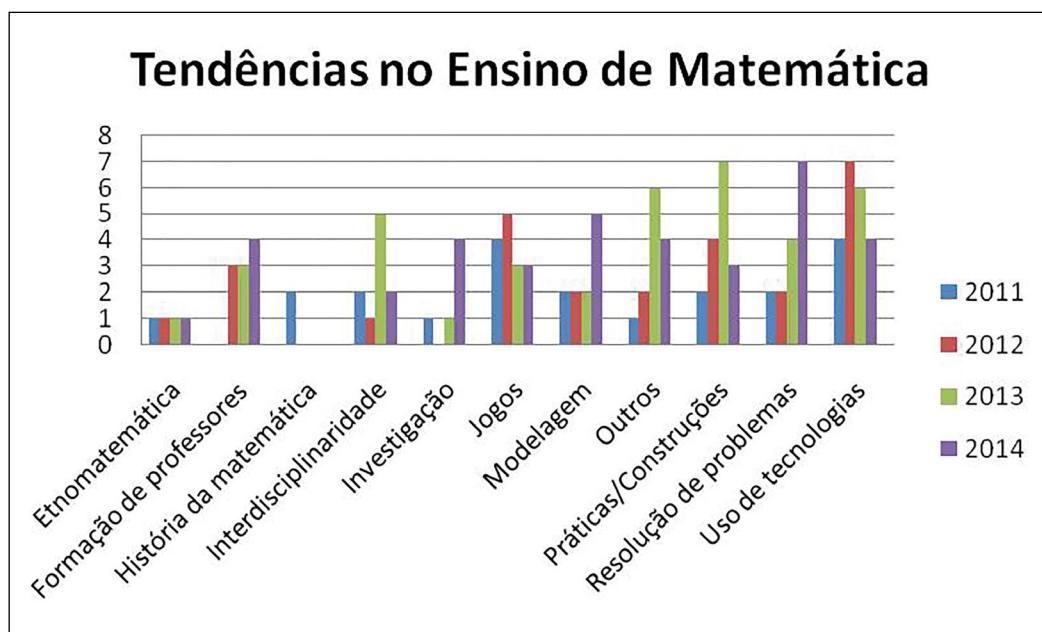
O instrumento de coleta de dados utilizado são os quatro Anais dos Seminários Institucionais do Pibid/Univates realizados anualmente até o presente momento. Lüdke e André (2001, p. 38) compreendem que "a análise

documental pode se constituir numa técnica valiosa da abordagem de dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema”.

Assim, após quatro edições de realização do Seminário do Pibid/Univates, pode-se fazer uma análise relacionando trabalhos apresentados no evento e participantes. Pois, nos seminários além da participação de professores e estudantes da área de Matemática também participaram professores de outras áreas do conhecimento. Sendo que para este estudo consideramos somente os trabalhos relacionados com matemática a fim de identificar as tendências presentes nas práticas destes professores, as quais foram evidenciadas por meio dos trabalhos submetidos, aprovados e publicados em anais.

Como objetivo de identificar quais as tendências Matemáticas emergentes, utilizamos os anais de cada uma das edições para fazer, primeiro, um levantamento dos trabalhos apresentados, classificando-os em categorias e, posteriormente, uma análise do que trazem esses trabalhos. As categorias utilizadas foram as seguintes: Etnomatemática, Formação de Professores, História da Matemática, Interdisciplinaridade, Investigação, Jogos, Modelagem, Práticas/Construções, Resolução de Problemas e Uso de Tecnologias e Outros, que podem ser conferidas no gráfico 1, conforme as respectivas frequências por evento.

Gráfico 1 - Classificação dos trabalhos



Fonte: Das autoras.

Na categoria de Etnomatemática, encontramos apenas um trabalho por evento, contemplando preocupações com a educação básica, bem como com

a formação dos respectivos professores nessa tendência. Como referencial básico comum aos trabalhos, destaca-se Ubiratan D'Ambrósio, complementado por Ludwig Wittgenstein e Mariza Vorraber Costa. Nas diferentes práticas apresentadas, é compartilhada a importância da cultura em que as escolas estão inseridas e a ideia de que o papel do professor é desenvolver seu trabalho a partir da necessidade de seus alunos, deixando de ser um reproduutor de verdades matemáticas.

A Formação de Professores, categoria presente a partir do segundo ano de realização do evento, totaliza dez trabalhos publicados. As produções de todos os trabalhos estão vinculados à professores e alunos que participam dos Programas Observatórios da Educação (CAPES) ou ao Pibid. Para fomentar suas atividades, utilizam-se de diferentes autores, nos quais destacamos João Pedro Ponte, Vygotsky, Dario Fiorintini, David A. Kolb, Valeida Anahi da Silva. De modo amplo, os trabalhos estão atrelados a importância da formação inicial de um licenciando ligada a prática docente, bem como a continuidade dessa formação, repensando e renovando o ensino da Matemática.

A História da Matemática, dentre as categorias consideradas nesta análise, foi a menos presente em todas as edições do evento. Nas duas vezes que está mencionada, relata atividades de trigonometria, utilizando os conceitos históricos de Carl B. Boyer e Edward Kennedy.

A categoria da Interdisciplinaridade aparece com dez trabalhos, apresentando principalmente resultados de atividades vinculadas ao Pibid. Como referencial teórico para a interdisciplinaridade, foram utilizados Diamantino Fernandes Trindade, Cristina d'Ávila Matheu, Marta Cassaro da Silva e François Hainard. As atividades relatadas nas formas de pôster e comunicações orais apresentam principalmente atividades lúdicas e experimentais, organizadas na forma de gincanas, circuitos, olimpíadas, recreios dirigidos, jogos e experiências.

A tendência matemática denominada Investigação aparece timidamente entre os trabalhos, apresentando uma quantidade maior apenas em 2014, com quatro trabalhos vinculados ao Observatório da Educação. O total de trabalhos encontrados foi de seis. Estes, apresentam atividades desenvolvidas no âmbito da investigação, com a influência de João Pedro da Ponte, Joana Brocardo e Hélia Oliveira. As atividades referem-se a práticas desenvolvidas com séries iniciais e finais no ensino fundamental e o ensino médio, apresentando resultados de intervenções principalmente na área da geometria e da álgebra.

Em terceiro lugar no quesito de quantidade de trabalhos aparecem atividades relacionadas com Jogos. A tendência dos Jogos é defendida principalmente no sentido de tornar a Matemática mais atrativa e de facilitar o entendimento de conteúdos específicos, desde que estes sejam bem orientados e aplicados. Para justificar a utilização de jogos nos mais diferentes níveis, são apontados diversos autores, como: Robson A. Lima Mattos, Letícia Pires Dias, Constansi Kamii, Kátia Stocco Smole, Maria Ignez Diniz e Patrícia Cândido, Julia Borin, Roger Caillois, Flavia Dias Rireiro, Liane Tarouco et al. Ainda,

feito referência aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), os quais também defendem a inserção de jogos no ensino.

A Resolução de Problemas, com quinze trabalhos, refletem sobre a importância de trabalhar na educação básica com esta tendência, o que vai ao encontro com os pressupostos dos PCNs, como citado em muitos relatos. São destacados alguns autores, como Luiz Roberto Dante, Maria Ignez Vieira de Souza Diniz, Cláudia T. Cavalcanti, Kátia Stocco Smole, Lourdes R. Onuchic, Juan I. Pozo (org), George Polya, Edemar H. Rabelo e Cleyton Hércules Gontijo.

A Modelagem Matemática esteve sempre presente nas edições do seminário, aparecendo com um número mais expressivo no último, em 2014. Os trabalhos desta categoria apontam como principais pesquisadores da área os seguintes autores: Jonei Cerqueira Barbosa, Olé Skovsmose, Rodney Carlos Bassanezi, Flávia Dias Ribeiro, Maria Salett Biembengut e Nelson Hein, que estão referenciados em praticamente todos os trabalhos. Dentro do campo da Modelagem, são apresentados trabalhos dos mais variados temas, como por exemplo, geometria das abelhas, construção de uma estufa, matemática financeira, dentre outros. Uma das características dos trabalhos apresentados e analisados desta tendência é de se tratar de um processo dinâmico, que pode ser relacionado com uma aprendizagem significativa.

Para a realização desta análise, foi criada uma categoria denominada Outros, na qual foram enquadrados os textos que faziam referência às tendências sem um número relevante de trabalhos publicados. Sendo assim, os Outros referem-se à Matemática no Ensino Superior, Ambiente Escolar, Currículo, Contextualização (no sentido de uma simples aplicação do conteúdo matemático). Nesta categoria, não serão explicitados os autores mais relevantes, dado o fato de se tratarem de textos de diferentes enfoques.

A categoria de Práticas e Construções, que aparece em segundo lugar com o maior número de trabalhos nas edições do seminário, é composto por textos que relatam diversos conteúdos desenvolvidas nas aulas de Matemática. O mais mencionado é a geometria, onde aparecem construções como: caleidóculos, origamis, confecção de personagens, construção de sólidos com materiais alternativos, que visam a trabalhar os conteúdos de forma concreta e lúdica, facilitando a aprendizagem dos alunos. Também são encontrados relatos que apresentam a problematização da Matemática Financeira, por meio da construção de mercados e farmácias. Os autores utilizados como referencial teórico para estes textos estão vinculados ao conteúdo específico de cada relato, não propriamente à utilização de práticas ou construções no ensino da Matemática. Desta forma, não serão citados nesta análise.

A categoria de Uso de Tecnologias contempla os textos que defendem a inserção de recursos computacionais nas salas de aula, seja por meio de jogos, aplicativos ou uso da calculadora. Dentre os vinte e um relatos, podemos encontrar como autores referenciados: José Armando Valente, Silvia Sales de Oliveira, Hermínio Borges Neto, Alex Sandro Gomes, Flávia Resende, Marcelo

de C. Borba, Fernanda Becker, Tania B. I. Marques, Marcelo Giordan, Maria Aparecida Bicudo (Org.), Giuseppe Nobilioni, Maria Madalena Dullius, João Pedro Ponte, Selma Garrido Pimenta, Juliana Matsubara Barroso, José Manuel Moran, Adriana Galdin, Maria Alice Gravina e Lucila Maria Santarosa.

Portanto, as tendências da Educação Matemática, que aparecem com maior frequência nos trabalhos dos Seminários, são o Uso de Tecnologias, seguido de Práticas/Construções, Resolução de Problemas e Jogos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do exposto, evidencia-se um considerável número de trabalhos relacionados com a Educação Matemática, o que pode ser atribuído ao fato de que na instituição atuam dois Programas vinculados a CAPES voltados para a formação docente, o Pibid e o Obeduc.

O Obeduc atua com dois projetos, um deles com foco na Resolução de problemas e o outro na Etnomatemática, Modelagem Matemática e Investigações Matemáticas. E, como na última edição do Seminário, o Obeduc foi parceiro do evento, estes trabalhos acabaram por adquirir um espaço maior no evento. Além disso, o Observatório já possui uma caminhada na instituição, o que contribui para escrita de trabalhos nesta linha. Também pode ser fator relevante o Programa de pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas.

O Pibid na Instituição trabalha com metodologias diferenciadas, que visam à qualificação da formação inicial de professores e a contribuição na melhoria do ensino na educação básica. Por este motivo, faz-se uso de tecnologias, e jogos e de atividades práticas/construções, possibilitando uma melhor compreensão de conteúdos matemáticos, além de proporcionar aulas mais atraentes. Cabe destacar que aproximadamente a metade dos trabalhos encontrados são de bolsistas da Instituição.

Assim, pode-se inferir que as tendências usam de tecnologias, de práticas/construções, resolução de problemas e jogos, encontradas com maior frequência deve-se ao fato da expansão do Pibid e de outros programas de fomento federal, pois no Seminário são apresentados trabalhos de diferentes regiões do Brasil. Além disso, é válido destacar, que em nível de país, uma das áreas com maior número de subprojetos no Pibid é a Matemática.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, F. M.; GALIAZZI, M. C. **A formação do professor em Rodas de Formação.** R. bras. Est. pedag., Brasília, v. 92, n. 231, p. 386-398, maio/ago. 2011. Disponível em: <<http://www.rbep.inep.gov.br/index.php/RBEP/article/viewFile/1742/1609>>. Acesso em: 06 out. 2014.

AMARAL, A. L. **Significados e contradições nos processos de formação de professores.** In: DALBEN, A. I. L. F. (org) Convergências no campo da formação e do

trabalho docente. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. p. 24-46. Disponível em: <http://www.fae.ufmg.br/endipe/livros/Livro_4.PDF>.

ANDRÉ, M. **Formação de professores: a constituição de um campo de estudos.** Educação, Porto Alegre, v. 33, n. 3, p. 174-181, set./dez. 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Decreto 29741 de 11 de julho de 1951. Institui uma Comissão para promover a Campanha Nacional de Aperfeiçoamento de pessoal de nível superior. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 13 jul. 1995. Disponível em: <<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1950-1959/decreto-29741-11-julho-1951-336144-norma-pe.html>>. Acesso em: 15 jan. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Decreto nº 5.803, de 8 de junho de 2006. Dispõe sobre o Observatório da educação - OBEDUC. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-2006/2006/Decreto/D5803.htm>. Acesso em: 03 set. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Portaria 38, de 12 de dezembro de 2007. Dispõe sobre o Programa de Bolsa Institucional de Iniciação à Docência – PIBID para instituições federais de ensino superior – IFES. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 13 de dezembro de 2007. Disponível em: <<http://www.cmconsultoria.com.br/imagens/diretorios/diretorio14/arquivo1003.pdf>>. Acesso em: 15 jan. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Edital CAPES nº 18/2010. Convite para Editais Pibid provenientes de instituições públicas municipais e comunitárias, confessionais e filantrópicas sem fins lucrativos. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 13 abr. 2010a. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/images/stories/download/bolsas/Edital18_PIBID2010.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Decreto nº 6.755, de 29 de janeiro de 2009. Institui o Parfor - Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica. Disponível em: <<http://www.capes.gov.br/educacao-basica/parfor>>. Acesso em: 28 ago. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Edital nº035/2012. Programa de apoio a laboratórios interdisciplinares de formação de educadores - LIFE. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/images/stories/download/editais/Edital_035_SICAPES_LIFE.pdf>. Acesso em: 28 ago. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Edital 11/2012 de 19 de março de 2012. Convida Instituições de Ensino Superior públicas, filantrópicas, confessionais ou comunitárias que não participam do Pibid e que possuam cursos de licenciatura legalmente constituídos e tenham sua sede e administração no País para proporem projetos novos; e as Instituições participantes do Pibid com projetos aprovados pelos Editais CAPES Nº 02/2009, 18/2010 e 01/2011 para propor alteração do projeto vigente. **Diário Oficial da União**, 20 de março de 2012. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/images/stories/download/bolsas/Edital_011_Pibid-2012.pdf>. Acesso em: 20 ago. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Relatório de Gestão 2009 - 2013 DEB. Disponível em: <<http://www.capes.gov.br/images/stories/download/bolsas/2562014-relatorio-DEB-2013-web.pdf>>. Acessado em: 20 abr. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Edital 019/2013 de 08 de abril de 2013. Decreto nº 7.692, de 02 de março de 2012. Programa de consolidação das licenciaturas - Prodocência, 2013. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/images/stories/download/editais/Edital_019_2013_Prodocencia.pdf>. Acesso em: 05 set. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Edital 061/2013. Convida Instituições de Ensino Superior a proporem seus projetos de iniciação à docência. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, de 02 de Agosto de 2013. Disponível em: <http://cac-php.unioeste.br/programa/pibid/docs/Edital_061_2013_PIBID.pdf>. Acessado em: 13 set. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Programa Novos Talentos, 2014. Disponível em: <<http://www.capes.gov.br/educacao-basica/novos-talentos>>. Acesso em: 28 ago. 2014.

CUNHA, M.I. da. **Lugares de formação: tensões entre a academia e o trabalho docente**. In: DALBEN, A.I.L.F (org) Convergências no campo da formação e do trabalho docente. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. p. 129-149. Disponível em: <http://www.fae.ufmg.br/endipe/livros/Livro_4.PDF>.

GARCIA, C. M. **Desenvolvimento profissional de professores**. In: GARCIA, C. M. Formação de professores – para uma mudança educativa. Porto, Portugal: Porto Editora, 1999. p. 133-261.

IMBERNÓN, F. **Formação Docente e Profissional**. São Paulo: Cortez, 2010.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 2001.

NEVES, C.M.C. A CAPES e a formação de professores para a educação básica. **Revista Brasileira de Pós-Graduação**. Suplemento 2, volume 8, março de 2012. Educação Básica: Ensino de Ciências e Matemática e a Iniciação à Docência, p. 353-373.

NÓVOA, A. **O professor pesquisador e reflexivo**. Entrevista (2008). Disponível em: <<http://desafiopio.blogspot.com/2008/06/entrevista-com-antrio-nvoa-o-professor.html>>. Acesso em: 06 set. 2011.

ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO ORAL EVIDENCIADAS NUMA TURMA DE ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Marisa Cristina Görgen¹

Ademir de Cássio Machado Peranson²

Resumo: Este texto tem por objetivo descrever alguns resultados que emergiram de uma prática pedagógica alicerçada teoricamente no campo da Etnomatemática, desenvolvida com uma turma do 5º Ano do Ensino Fundamental, em uma Escola Municipal da região do Vale do Taquari, RS. As atividades que compuseram a referida prática foram realizadas no primeiro semestre de 2014, e registradas via filmagens para posterior transcrição e análise. Os resultados iniciais apontam para a emergência de distintas estratégias de cálculo oral utilizadas pelos alunos. Algumas estratégias diferem daquelas usualmente presentes nos currículos escolares da disciplina Matemática para este nível de ensino.

Palavras-chave: Etnomatemática. Ensino Fundamental. Cálculo oral. Práticas pedagógicas

1 SOBRE O CONTEXTO DO RELATO E O REFERENCIAL TEÓRICO

Desde o primeiro semestre do ano de 2014, numa Escola Municipal localizada no Vale do Taquari, RS, está sendo desenvolvida, numa turma do 5º ano, uma prática pedagógica centrada nos distintos modos dos indivíduos operarem com cálculos orais. A referida Instituição está situada na periferia da cidade e possui vários ambientes como laboratório de aprendizagem, laboratório de informática e de ciências, sala de jogos educativos e de vídeo, ginásio de esportes, refeitório, biblioteca, praça com brinquedos e um amplo espaço ao ar livre. Possui Educação Infantil e Ensino Fundamental de nove anos, totalizando trezentos e cinquenta e seis estudantes, quarenta e cinco professores, oito funcionários e sete monitores. Os alunos dos Anos Iniciais participam do Projeto Mais Educação, permanecendo na escola em turno integral, realizando atividades diferenciadas em oficinas envolvendo música, esporte, informática e tarefas de reforço. A turma em que foram desenvolvidas as atividades é composta de dezoito alunos, com idade entre dez e treze anos.

¹ Licenciada em Matemática – Univates. Bolsista Capes.

² Graduado em Ciências Biológicas – Urcamp. Mestrando em Ensino de Ciências Exatas – Univates. Bolsista Capes.

Esta proposta de atividades foi elaborada a partir de estudos realizados na investigação/intervenção denominada “Estratégias Metodológicas, visando à Inovação e Reorganização Curricular no Campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental”, que está vinculado ao Centro Universitário UNIVATES e conta com apoio financeiro da Coordenação e Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Nas reuniões deste grupo, são estudadas e problematizadas três tendências da Educação Matemática: Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Etnomatemática. Especificamente, este trabalho está alicerçado teoricamente no campo da Etnomatemática, vertente da educação matemática, que deve seu surgimento ao assim chamado seu “pai”, o professor Ubiratan D’Ambrósio. Para ele “a abordagem de distintas formas de conhecer é a essência do Programa Etnomatemática”. Na verdade, diferentemente do que sugere o nome, Etnomatemática não é apenas o estudo da ‘matemática das diversas etnias’ (D’Ambrósio, 2004, p. 45). E completa o autor:

[...] para compor a palavra Etno-matema-tica, utilizei as raízes *tica*, *matema* e *etno* com a finalidade de enfatizar que várias maneiras, técnicas, habilidades (*ticas*) de explicar, de entender, de lidar e de conviver com (*matema*) distintos contextos naturais e sócio-econômicos da realidade (*etnos*) (Ibidem, p. 45). [grifos do autor]

Nessa concepção, aproximamo-nos de uma vertente de educação matemática que visa a explicitar o modo como as diferentes culturas empregam conceitos vinculados à Matemática para atender suas necessidades cotidianas. Analisando esta definição e buscando novos elementos para compreendermos as principais ideias desta vertente, podemos nos apropriar das ideias de Knijnik (2004, p. 22) quando esta expressa que para o campo da etnomatemática a noção de cultura é central. E, nesse sentido:

[...] é possível compreender a relevância dada ao pensamento etnomatemático no que se refere a recuperação das histórias presentes e passadas dos diferentes grupos culturais. [...] A Etnomatemática ao se propor a tarefa de examinar as produções culturais destes grupos, em particular, destacando seus modos de calcular, medir, estimar, inferir e raciocinar – isto que identificamos, desde o horizonte educativo no qual fomos socializados, como “os modos de lidar matematicamente com o mundo [...]”.

A autora ainda argumenta que, neste referencial teórico, cabe problematizar o que denominamos “conhecimentos acumulados pela humanidade” (Ibidem, p. 22). Assim, é importante compreendermos que somente modos particulares de operar com a matemática – usualmente aqueles enfocados na Academia e nas escolas – são considerados como “matemáticos”, ou seja, aqueles modos de produzir conhecimentos vinculados às culturas de outros povos “(como por

exemplo, os não-europeus, não-brancos, não-urbanos) são considerados como não-ciência, como não-conhecimento” (Ibidem, p. 22). E completa:

Nesta operação etnocêntrica, tais saberes acabam sendo desvalorizados não porque sejam, do ponto de vista epistemológico, inferiores, mas, antes de tudo, porque não se constituem na produção daqueles que, na sociedade ocidental, são considerados como os que podem/devem/ são capazes de produzir ciência (KNIJNIK, 2004, p. 22).

Assim, cabe ao professor entender as diferenças culturais e sua interferência na aprendizagem matemática de seus estudantes, considerando, entretanto, as práticas matemáticas dos distintos grupos culturais “não como um conjunto de conhecimentos que seria transmitido como uma ‘bagagem’, mas que vão constantemente reatualizando-se e adquirindo novos significados, ou seja, são produtos e produtores da cultura” (KNIJNIK et al., 2012, p. 26).

Ademais, cabe aqui evidenciar os apontamentos feitos por Knijnik (2004), quando esta faz referência ao uso da expressão “diversidade cultural”. Para a autora, “como entendê-la, sem cair na armadilha de uma visão essencialista da diferença”? Como lidar com a diversidade das culturas, sem folclorizá-las? (KNIJNIK, 2004, p. 32). Ao se afastar da ideia de folclorização dos saberes, a autora evidencia que “o que está em jogo é evitar o elogio ao exótico, ao diferente (é claro) ‘de nós’” (Ibidem, p. 32). E completa:

O que está em jogo é evitar a folclorização dos saberes subalternos, e também o seu duplo, a “gueto-ização”. Isto conduz a uma segunda questão: como articular dois movimentos originados de lugares tão distintos - um deles buscando a incorporação, no currículo escolar, das culturas marginalizadas e o outro interessado em possibilitar o acesso ao conhecimento hegemonic? (KNIJNIK, 2004, p. 32).

Cientes de tais premissas, mencionamos também que, embora as teorizações do campo da etnomatemática tenham iniciado na década de 70, e, considerando que os Parâmetros Curriculares Nacionais começaram a ser elaborados em 1995 e foram concluídos e entraram em vigor em 1997, há apenas uma menção sobre esta tendência, no livro de Matemática para os primeiros ciclos (1^a a 4^a série), conforme segue:

Dentre os trabalhos que ganharam expressão nesta última década, destaca-se o Programa Etnomatemática, com suas propostas alternativas para a ação pedagógica. Tal programa contrapõe-se às orientações que desconsideram qualquer relacionamento mais íntimo da Matemática com aspectos socioculturais e políticos – o que a mantém intocável por fatores outros a não ser sua própria dinâmica interna. Do ponto de vista educacional, procura entender os processos de pensamento, os modos de explicar, de entender e de atuar na realidade, dentro do contexto cultural do próprio indivíduo.

A etnomatemática procura partir da realidade e chegar à ação pedagógica de maneira natural, mediante um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural.

Ainda de acordo com os PCNs, há a necessidade de analisarmos o contexto no qual nossos alunos estão inseridos e a interferência deste na nossa prática pedagógica. Tendo em vista que este documento já mencionava a referida tendência – mesmo que de modo sintético – nos questionamos porque esta ainda não está disseminada nas escolas de Educação Básica. Esta questão também foi referenciada por ocasião da problematização de um curso para formação continuada de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Ao relatarem alguns resultados do referido curso, os autores mostram que dentre as tendências da educação matemática discutidas em grupo com os docentes – etnomatemática, investigação matemática, jogos e modelagem matemática – permitiu inferir que os professores desconheciam os aportes teóricos que sustentam o campo da etnomatemática (GONGO; QUARTIERI; PERANSONI, 2013). Os autores ainda mencionam que:

Em relação aos dados dos relatórios, podemos inferir que os professores efetivamente disponibilizaram as atividades nas turmas em que atuavam e as consideraram muito produtivas. Entretanto, as mais exploradas por esses docentes foram aquelas em que utilizaram jogos matemáticos e a Modelagem Matemática [...]. Podemos concluir que ainda há resistência para o uso desta tendência em sala de aula [...] (GONGO; QUARTIERI; PERANSONI, 2013, p. 676).

Neste sentido, ressaltamos a importância de continuarmos estudando e pesquisando para termos subsídios para a elaboração e aplicação de atividades, que contemplem algumas questões relacionadas aos modos específicos de nossos alunos, por exemplo, operarem com cálculos orais, valorizando o contexto social em que estão inseridos. Este conhecimento só será adquirido através de pesquisas realizadas no contexto social em que a escola está inserida e a elaboração de atividades que contemplem esta realidade.

Por conta do que até aqui expusemos, destacamos os estudos de Knijnik et al. (2012) quando estas mencionam distintos modos de indivíduos operarem com cálculos orais, tais como a de um assentado que, ao resolver o cálculo $92 \times R\$ 0,32$ (que representava o valor que receberia na venda de 92 litros de leite a R\$ 0,32, na época), se valia de estratégias usualmente ausentes do contexto escolar. Para realizar seus cálculos, o agricultor inicialmente duplicava o valor unitário obtendo R\$ 0,64; a seguir repetia duas vezes a operação, encontrando o valor de 8 litros (R\$ 2,56), somando a este o valor de 2 litros, totalizando 10 litros. O próximo procedimento consistiu em dobrar o resultado obtido, encontrando, deste modo, o resultado de 20, 40, 60 e 80 litros. Completam as autoras expressando que o assentado guardava “na cabeça” os valores que adquiriu ao longo do processo, encontrando o resultado do valor que receberia na venda do leite.

Outro exemplo mencionado pelas autoras mostra como um aluno de uma Escola Técnica Agrícola, entrevistado por uma delas, calculava a distância, em centímetros, necessária para disponibilizar três reforços de ferro, com 50 cm de comprimento cada, espaçados numa grade de 3,18 m de comprimento. O referido aluno relatou, oralmente, que se fossem oitenta centímetros cada um dos espaços, o resultado seria três metros e 20 cm de comprimento. Mas, ainda segundo ele, por ser 3,18 m, sobram 2 cm que divididos em 4 partes iguais – em função do total de espaços obtidos com as 3 estacas) – resulta em 0,5 cm. E completou afirmando que, por conta disso, o resultado final seria 80 menos 0,5, ou seja, 79,5 cm. Ao analisarem este episódio, as autoras expressam que neste processo “é possível verificar a existência da regra que faz alusão ao arredondamento expressa quando o aluno entrevistado arredonda 3,18 m para 3,20 visando facilitar os cálculos” (KNIJNICK et al., 2012, p. 39).

Estas estratégias de cálculo oral, adicionadas às demais que foram examinadas, acentuou a curiosidade de realizar atividades com os alunos do Ensino Fundamental com o intuito de investigar as diferentes maneiras de resolução que estes estudantes empregam. Tal ideia está expressa na próxima seção, quando descreveremos algumas atividades desenvolvidas.

2 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Esta proposta foi idealizada pensando no contexto em que a escola está inserida e nas diferentes estratégias de resolução de cálculos utilizada pelos alunos e possivelmente por seus pais. O trabalho iniciou com a pesquisa envolvendo os alunos, e continuará com atividades envolvendo os pais, para que os estudantes possam analisar as diferenças e semelhanças entre os distintos modos de resolução via cálculo oral. Cabe destacar que neste texto serão problematizados apenas os resultados iniciais obtidos com as atividades desenvolvidas inicialmente com os discentes, tendo em vista que o projeto está em andamento. As referidas atividades iniciaram no primeiro semestre de 2014.

Na primeira reunião de pais, além dos assuntos referentes à parte administrativa e pedagógica da escola, conversamos sobre as atividades que seriam desenvolvidas na pesquisa e a participação dos alunos e deles. Inicialmente, expusemos os motivos da pesquisa, a participação da professora em um grupo de investigação na Universidade e exemplos de algumas atividades que seriam desenvolvidas com os alunos. Neste momento alguns pais já relataram, de modo informal, algumas vivências e experiências diárias com cálculo mental aprendidos com seus pais e avós.

Nos primeiros dias de aula os alunos receberam uma entrevista, como tema de casa, para realizarem com seus pais ou responsáveis. O questionário referia-se a profissão, escolaridade, vivências com a Matemática durante o Ensino Fundamental, importância da Matemática no cotidiano e sua relação com práticas laborais. Os resultados apontaram que para estes pais, a matemática está presente no cotidiano das pessoas, sendo impossível conviver socialmente sem

ter conhecimento de algumas de suas regras. Em especial foram citados casos como recebimento de salários, pagamento de despesas, construção de imóveis e uso diário de várias unidades de medidas. Esta pesquisa serviu de base para que a docente da turma conhecesse a realidade das famílias e a relação que possuem com a matemática e as possíveis interferências do que aprenderam na escola nas estratégias de cálculo oral por eles utilizados.

Assim, após análise das respostas oriundas dos questionários, a docente elaborou as atividades que seriam realizadas com os alunos. A partir de então, com o consentimento dos pais, esta gravou, para posterior transcrição, as tarefas desenvolvidas com seus estudantes. A seguir, transcrevemos algumas delas.

Atividade 1: Calcular 62+25

Professora: Alguém quer dizer o resultado? Quanto?

Aluno: Oitenta e sete.

Professora: Explique como resolveu.

Aluno: Eu só fiz na cabeça.

Professora: Então como você fez na cabeça?

Aluno: Eu botei cinco na cabeça, depois botei mais dois. Deu sete!

Professora: E depois?

Aluno: A mesma coisa.

Professora: Como pensou?

Aluno: Coloquei o seis mais dois. Deu oito. Oitenta e sete.

Atividade 2: Calcular 78-32

Aluno: É fácil!

Aluno: Deixa eu “sora”. Eu fiz na mente.

Professora: Fez na mente como?

Aluno: Fiz assim... (escreveu no quadro o cálculo ao mesmo tempo em que o efetuava mentalmente). Eu somei oito menos dois, que deu seis. Daí eu pensei sete menos três, quatro. A resposta é quarenta e seis.

Atividade 3: Calcular 126+99

Aluno: Eu pensei seis mais nove, daí ficou quinze; daí eu pensei dois mais nove, que ficou onze e mais um do cinco que ficou doze; e depois eu pensei um do doze e mais um; e deu duzentos e vinte e cinco.

Atividade 4: Calcular 93-45

Aluno: Tirei um do nove e passei pro três; daí tirei cinco do treze e ficou oito. Daí depois eu somei oito com menos quatro, que deu quatro. Quarenta e oito.

Na resolução das atividades relacionadas à adição e à subtração a maioria dos alunos resolveu facilmente, partindo da unidade e após efetuando os cálculos relativos às dezenas e centenas. Alguns escreveram, no quadro, o algoritmo aprendido na escola para facilitar a visualização, mas utilizavam os dedos como apoio para a resolução dos cálculos.

Nesse sentido, os modos utilizados pelos alunos na resolução de cálculos de adição e subtração nos levaram a inferir que os mesmos fazem uso de estratégias semelhantes aquelas usualmente utilizadas nas aulas de Matemática para este nível se ensino. Entretanto, nas operações que envolveram multiplicação e divisão, algumas formas distintas de resolução puderam ser evidenciadas.

Atividade 5: Calcular 20x4

Aluno: Profe, mas essa é muito fácil!

Professora: Mas por que é fácil?

Aluno: Vai dar oitenta.

Professora: Como tu sabes que vai dar oitenta?

Aluno: Eu pensei dez vezes o quatro dá quarenta, e vinte é o dobro de dez, então dá oitenta.

Atividade 6: Calcular 250:5

Aluno: Deixa eu fazer agora "sora"!

Aluno: Eu pensei, uma vezes cinco, cinco; duas vezes cinco, dez; três vezes cinco, quinze; quatro vezes cinco, vinte e cinco vezes cinco, vinte e cinco. Daí só abaixo o zero que dá zero. Cinquenta [referindo-se à resposta final do cálculo]

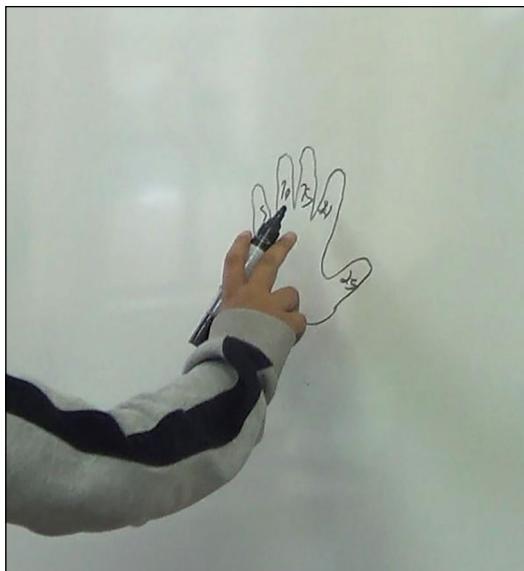
Atividade 7: Calcular 126:3

Professora: Dessa vez não fez na mão? [conversando com um aluno que se dispôs a ir para o quadro].

Aluno: Não, dessa vez não! Eu fiz três mais três que deu seis. Aí eu coloquei mais seis, que deu doze. Resposta, quarenta e dois [depois de efetuar o cálculo seis dividido por três].

Nesta descrição percebe-se que o aluno fez uso da assim chamada “lei do 5”, ou seja, embora se tratando de um cálculo de divisão, este optou por iniciar a resolução fazendo uso da operação multiplicação, com o auxílio dos dedos, conforme expresso na Figura 1.

Figura 1: Estratégia de cálculo utilizada por um aluno



Fonte: Dos autores, 2014.

Cabe destacar que o discente não utilizou o algoritmo da divisão comumente presente nas aulas de Matemática. Para explicar aos colegas, desenhou no quadro a mão e escreveu as respostas das multiplicações nos dedos. Sequencialmente, acrescentou o número zero para adequar a resposta, ou seja, 50.

O mesmo aluno, que utilizou os dedos da mão para resolver o cálculo anterior, dividiu cento e vinte e seis por três, utilizando a adição e duplicação dos resultados. Iniciou adicionando três mais três, encontrando seis como resultado. Após, adicionou seis à primeira soma, resultando doze. Tais procedimentos o levaram à conclusão de que o número três quando multiplicado por quatro, resultava doze. A seguir dividiu seis por três, encontrando dois como resultado. Por fim, expressou que a resposta final seria quarenta e dois.

Nas atividades de multiplicação e divisão observamos que alguns alunos se destacaram ao encontrar estratégias diferentes das usualmente utilizadas nas aulas. Isto tem nos levado a pensar na produtividade de seguir pesquisando distintos modos apresentados pelos discentes na resolução de cálculos. No final da atividade, os discentes relataram algumas impressões acerca das atividades propostas. No excerto a seguir estão expressas algumas ideias:

Professora: O que acharam dessas atividades?

Alunos: Fácil. É muito legal!

Professora: E estas diferentes formas de pensar? Todo mundo consegue pensar da mesma maneira?

Alunos: Não!

Professora: Por que isso acontece? Por que será que uma pessoa faz diferente da outra?

Aluno: Porque elas pensam diferente.

Aluno: Porque a gente não é a mesma pessoa.

Aluno: Se tudo mundo fosse igual...

Aluno: Não teria graça!

Esta ideia de “pensar diferente”, expressa por um dos alunos, nos levou a traçar os próximos caminhos da prática pedagógica, ou seja, convidar alguns pais desses alunos com intuito de, por um lado, integrá-los a escola e, por outro lado, proporcionar que estes possam expressar como desenvolvem cálculos envolvendo as quatro operações.

3 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados aqui apresentados se referem apenas à primeira etapa da pesquisa realizada com os alunos e, nesta, observamos as diferentes estratégias de cálculo oral, desenvolvidas pelos educandos. Por meio dessas considerações, apontamos alguns itens que julgamos importantes para o seguimento das atividades.

Inicialmente, expressamos que a professora da turma estava receosa com o desenvolvimento das atividades propostas, pois considerava que os alunos apresentariam dificuldades em relatar as diferentes maneiras de resolver os cálculos oralmente. Tal ideia se sustentava tendo em vista estarem os alunos habituados a realizar, na escola, cálculos somente com o auxílio dos algoritmos usualmente presentes nas aulas de Matemática.

Surgiu, então, a necessidade de incentivá-los, desafiando-os a solucionarem cálculos expressando livremente seus modos específicos de resolução. Quando tinham dificuldade para relatar a maneira que utilizaram na resolução expressavam que “fiz na mente”.

Mesmo que a análise da prática aponte para significativos resultados, entendemos que há ainda muito a problematizar, por um lado, com relação às próprias atividades propostas e, por outro, sobre suas contribuições para os processos de ensino e de aprendizagem da disciplina Matemática. Quanto às atividades, estamos cientes de que, ao propô-las, acabamos por, em certo sentido, seguir os ditames da matemática escolar, pois fizemos uso da ordem

de cálculos usualmente enfatizada nas aulas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Ademais, os próprios estudantes, ao utilizarem o quadro para expor suas estratégias para os colegas e a professora, muitas vezes fizeram uso dos algoritmos aprendidos na escola. Por isso entendemos que, nas próximas atividades disponibilizadas aos estudantes, questões como estas necessitam serem revistas.

Por fim, quanto às contribuições deste pequeno relato para os processos de ensino e de aprendizagem, destacamos que, por meio dela, podemos problematizar aspectos pertinentes ao que ainda hoje denominamos de “Matemática”. Caberia então perguntar-nos: quais conhecimentos e regras contam como “Matemática”? Como frisou D’Ambrósio (2004, p. 47):

A disciplina denominada Matemática é, na verdade, uma Etnomatemática que se originou e se desenvolveu na Europa, tendo recebido importantes contribuições das civilizações do Oriente e da África, e que chegou à forma atual nos séculos XVI e XVII. A partir de então, nessa forma estruturada, foi levada e imposta a todo o mundo. Hoje, essa matemática adquire um caráter de universalidade, sobretudo devido ao predomínio da ciência e tecnologia modernas, que foram desenvolvidas a partir do século XVII na Europa.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

D’AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. São Paulo: Editora Ática, 1998.

D’AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática e educação. In: KNIJNIK, Gelsa, WANDERER, Fernanda e OLIVEIRA, Claudio José (orgs). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: Edunisc, 2004, p. 39-52.

KNIJNIK, Gelsa. **Itinerários da Etnomatemática**: questões e desafios sobre o cultural, o social e o político na educação matemática. In: KNIJNIK, Gelsa, WANDERER, Fernanda e OLIVEIRA, Claudio José (orgs). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: Edunisc, 2004, p. 19-38.

KNIJNIK, Gelsa at al. **Etnomatemática em movimento**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2012.

QUARTIERI, Marli Teresinha; GONGO, Ieda Maria; PERANSONI, Ademir de C.M. Etnomatemática e formação continuada nos anos iniciais do ensino fundamental. 7º Seminário de Educação e Leitura: Desafios e Criatividade. **Anais...** Natal, 2013, p. 671-681.

UMA PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA ENVOLVENDO ABASTECIMENTO DE ÁGUA

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt¹
Ieda Maria Giongo²
Marli Teresinha Quartieri³

Resumo: Este artigo apresenta uma prática de Modelagem Matemática desenvolvida, parcialmente, com um grupo de professores, em 2011, adaptada e atualizada com os dados de 2014. A proposta envolve o enfoque sócio-crítica e o cerne das discussões encontra-se no problema de abastecimento de água. As questões elencadas abordam conteúdos relacionados a gráficos, média, moda, funções e custos, e problematiza temas não vinculados diretamente à matemática. Os professores que vivenciaram a prática não tinham experiência com essa metodologia e apresentaram algumas dificuldades em desenvolver os modelos matemáticos relacionados às funções por partes. A nova versão desta prática poderá auxiliar outros professores, como também os participantes do Projeto Observatório da Educação, na implementação dessa proposta.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Formação de professores. Abastecimento de água.

INTRODUÇÃO

Habitualmente questões relacionadas ao abastecimento de água têm sido divulgadas na mídia. São recorrentes as reportagens acerca de estiagens e cortes no fornecimento de água. Em notícia datada de 02 de fevereiro de 2005 na Gazeta Digital é possível ler: “A estiagem forçou a CORSAN a rationar a distribuição de água para cerca de 800 mil pessoas dos municípios de Gravataí, Alvorada, Viamão e Cachoeirinha, na região metropolitana de Porto Alegre (RS), a partir desta quarta-feira.” No ano de 2011, outra reportagem, publicada no Estadão Geral, anunciou situação idêntica:

A estiagem de nove meses forçou a prefeitura de Bagé, no sul do Rio Grande do Sul, a ampliar o racionamento de água [...]. O período de abastecimento caiu de 11 horas para nove horas. [...] Os cortes foram adotados em janeiro e só vão acabar quando chover o suficiente para encher as três barragens municipais (ESTADÃO GERAL, texto digital).

¹ Licenciada em Matemática – Ufrgs. Doutora em Informática na Educação – Ufrgs.

² Licenciada em Matemática – Furg. Doutora em Educação – Unisinos.

³ Licenciada em Matemática – Univates. Doutora em Educação – Unisinos.

No ano de 2012 o jornal eletrônico G1 Globo (texto digital) anunciou que “O município de São Leopoldo [...] retoma o racionamento de água nesta quarta-feira [...] Segundo o Serviço Municipal de Água e Esgotos, somente no fim de semana foi registrada uma queda de 1,20 m, o que levou a Prefeitura a adotar a medida”.

Em 2014, as atenções estão voltadas ao sudeste do país, visto que, em uma notícia divulgada no mesmo veículo de comunicação, datada de 22 de julho de 2014, pode-se ler: “Desde o início do ano, o volume dos reservatórios de água do Sistema Alto Tietê caiu mais da metade” (G1 GLOBO, texto digital). Em adição, a mesma nota comenta que os moradores já temem racionamento e estão reaproveitando a água das chuvas para uso de tarefas domésticas. Em outra notícia anunciada no Jornal da Manhã de Uberaba, Minas Gerais, em julho de 2014, é possível observar a mesma questão: “Na região Sudeste, 150 municípios de Minas Gerais e São Paulo enfrentam graves problemas com a seca e a falta de água. As leves chuvas registradas na semana passada ainda não foram suficientes para aumentar o nível dos reservatórios de água.” (JORNAL DA MANHÃ, texto digital).

Como se pode observar, o problema da seca é uma realidade e está presente em nosso cotidiano. Assim, a partir de inquietações proporcionadas pelo constante problema da estiagem em muitos estados e também nos municípios em que residem os autores deste estudo, conjuntamente com o convite para desenvolver uma prática de Modelagem Matemática, surgiu a proposta que será descrita a seguir. Ela foi desenvolvida com cerca de 10 professores da rede municipal de educação de Lajeado, no interior do Rio Grande do Sul, em 2011, que apresentaram diversas formações. O grupo era composto por professores das Séries Iniciais, docentes com formação em Matemática, Biologia e outras, todos atuando na Educação Básica. O curso teve duração de quatro horas.

Para Rehfeldt et al. (2013, p. 4),

a modelagem é uma atividade onde o aluno pode criar simulações baseadas em concepções particulares. Sob um ponto de vista didático, as modelagens servem para todo o processo de pensar cientificamente. A partir das observações, o estudante pode extrair tendências, criar hipóteses e, finalmente, construir modelos e testá-los. Estes modelos devem refletir suas concepções, alternativas ou não, sobre o fenômeno estudado.

Diversos autores mencionam que as propostas de Modelagem Matemática devem partir de uma situação real (BIEMBENGUT; HEIN, 2003; BASSANEZI, 2002; MOREIRA, 2001 apud REHFELDT et al., 2013) e oriunda dos interesses dos alunos.

A escolha de um tema para ser desenvolvido em Modelagem Matemática, na perspectiva assumida, parte do interesse do grupo ou dos grupos de estudantes envolvidos. Esses temas são inicialmente

colocados pelos estudantes, segundo o interesse que manifestam, pela curiosidade ou mesmo para a resolução de uma situação-problema (BURAK, 2010, p. 10).

Optou-se, em função do pouco tempo disponível, por desenvolver uma prática de Modelagem Matemática que Barbosa (2001) denomina de nível I. Segundo o autor, “Trata-se da problematização de algum episódio real. A uma dada situação, associam-se problemas. A partir das informações qualitativas e quantitativas apresentadas no texto da situação, o aluno desenvolve a investigação do problema proposto” (BARBOSA, 2001, p. 2). Neste nível, de acordo com Chaves e Espírito Santo (2011), Barbosa (2001, 2003), Burak (2004) e Chaves e Espírito Santo (2007), o professor escolhe o tema, elabora a situação-problema, coleta os dados, simplificando-os e auxilia o aluno na tradução do problema e na análise crítica da solução. O papel do aluno restringe-se à resolução e à validação do modelo encontrado.

A proposta desenvolvida incluiu uma vivência de Modelagem Matemática. Alguns autores têm mencionado a importância desta ação, haja vista que muitos professores sentem-se inseguros ao implementá-la. De acordo com Bassanezi (2002, p. 37), “muitos professores não se sentem habilitados a desenvolver modelagem matemática em seus cursos, por falta de conhecimento do processo ou por medo de se encontrarem em situações embaralhadas quanto às aplicações de matemática em áreas que desconhecem.” Complementando, Barbosa (2001, p. 7-8), menciona:

Entre uma abordagem e outra, [referindo-se à abordagem tradicional do ensino e à modelagem matemática] existe uma considerável diferença e os professores, muitas vezes, não se sentem seguros para desenvolver Modelagem em suas aulas. A tarefa da formação é, portanto, oferecer aos professores a possibilidade de se moverem para esta proposta.

Levando em consideração a falta de experiência dos professores e a necessidade de vivenciarem uma prática de Modelagem Matemática, como já mencionado anteriormente, foi proposta uma situação-problema de nível I. De acordo com Barbosa (2001), professores que desenvolvem uma prática tradicional sentem-se mais à vontade ao propor este tipo de atividades para seus alunos para, posteriormente, prosseguir aos demais níveis, aumentando assim a participação dos estudantes no processo de modelagem.

Neste contexto, foi desenvolvida a proposta cujo referencial teórico ocorreu à luz da Modelagem Matemática. A seguir, discutem-se alguns dos referenciais que nortearam a prática e que serviram de embasamento para este grupo de professores.

REFERENCIAL TEÓRICO

Os conceitos acerca da modelagem matemática têm sido os mais diversos possíveis. Para Biembengut e Hein (2003, p. 12) “modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo”. De acordo com Bassanezi (2002, p. 24), a “modelagem matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências”. Ainda, segundo o autor, “consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual” (BASSANEZI, 2002, p. 24).

Barbosa (2001, p. 2) entende a Modelagem Matemática

como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. Estas se constituem como integrantes de outras disciplinas ou do dia-dia; seus atributos e dados quantitativos existem em determinadas circunstâncias.

De acordo com Chaves e Espírito Santo (2011) apud Neide et al. (2013, p. 84), há várias possibilidades para o desenvolvimento da modelagem em sala de aula, como aponta o Quadro 1.

Quadro 1 – Possibilidades para a Modelagem matemática na sala de aula

Etapas do processo	Possibilidade		
	Nível I	Nível II	Nível III
Escolha do tema	Professor	Professor	Professor/aluno
Elaboração da situação-problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Coleta de dados	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Tradução do problema/resolução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno
Análise crítica da solução/validação	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte: Adaptado de Chaves e Espírito Santo (2011) apud Neide et al. (2013, p. 84).

Como já mencionado anteriormente, no nível I o professor tem uma atuação mais significativa, ativa, enquanto o aluno se incumbe de resolver e validar a solução, sendo essa uma das formas indicadas para professores iniciantes no processo de modelagem matemática. À medida que o professor adquire experiência, tende a migrar para os níveis II e III, ele aumenta o “grau de abertura” e os alunos vão assumindo a condução das atividades (BARBOSA, 2001).

Assim como é possível desenvolver Modelagem Matemática em diversos níveis também se pode compreender as diferentes abordagens. De acordo com Leite (2008), há duas perspectivas: a pragmática e científica, abordada por Kaizer (1995) e a sociocrítica de Barbosa (2003), Skovsmose (2001). Segundo a autora

A diferença entre cada uma dessas perspectivas é a forma como o processo de modelagem é conduzido e o enfoque dado aos modelos matemáticos construídos. Nas perspectivas pragmática e científica, procura-se enfatizar o desenvolvimento de competências necessárias para modelar situações reais e aprendizagem de conteúdos matemáticos. Já na perspectiva sociocrítica, busca-se criar oportunidades para que os alunos reflitam sobre o papel da matemática na sociedade. Nessa abordagem, procedimentos relacionados com a modelagem e que envolvem investigação, escolha ou construção de modelos, aprendizagem Reflexões sobre a disciplina de modelagem matemática na formação de professores de conceitos matemáticos, obtenção e validação de resultados são tidos como meios para propiciar discussões e reflexões sobre questões relevantes para a sociedade (LEITE, 2008, p. 116-117).

De acordo com Barbosa (2003, 2006, 2008), nesta perspectiva os alunos discutem, entre outros aspectos, o papel da matemática na sociedade. Para o autor:

O desenvolvimento de competências ou a aprendizagem de procedimentos e conceitos matemáticos, visto em outras perspectivas como propósitos primários, é considerado na perspectiva sócio-crítica como meio para gerar a discussão sobre o papel que os modelos matemáticos podem ter na sociedade (BARBOSA, 2008, p. 48).

Em adição, Barbosa (2008, p. 50) comenta que na perspectiva sócio-crítica uma implicação

é a recomendação de que os alunos ‘leiam’ os modelos matemáticos de forma crítica, analisando como os resultados matemáticos dependem do lugar de onde eles são produzidos e como estes últimos são usados (Por quem são produzidos? Que resultados geram na sociedade? A quem beneficia? A quem prejudica? Etc.).

Atualmente, autores têm enfatizado a relevância da modelagem matemática, no que tange ao aprendizado da matemática, independentes da perspectiva, do nível e do conceito que adotam. Biembengut e Schmitt (2007) sintetizam as vantagens em quatro principais grupos: a) processo cognitivo – por meio de modelagem matemática poder-se-ia variar observações e medidas, formular hipóteses verificáveis e identificar elementos numa situação. Os modelos se constituem como ferramentas que auxiliam as pessoas a processar informações e desenvolver novas ideias e compreensões assim como refletir

acerca de fenômenos complexos. b) Aplicabilidade e utilidade matemática – no cotidiano há muitas situações que requerem decisões que podem ser realizadas por meio de modelos matemáticos. Desta forma os estudantes podem desenvolver habilidades como identificar, descrever, comparar e classificar os objetos e coisas que encontram ao seu redor; visualizar e representar os mais diferentes entes; representar e resolver situações-problema. c) Metodologia de pesquisa – promover modelagem matemática quer dizer fazer pesquisa sobre um tema de interesse, além de estimular a criatividade e criticidade. Ao operar desta forma pode-se discernir e argumentar resultados que podem extrapolar o problema da vida real original. d) Aprendizagem – conhecimento é a capacidade da mente em significar ou modelar informações e utilizá-las em momentos oportunos. Reflete a habilidade intrínseca do sistema cognitivo de reorganizar-se para gerar novos conhecimentos frente a necessidades impostas pelo meio. Mas nem todas as informações geram aprendizagem (BIEMBENGUT; SCHIMITT, 2007 apud REHFELDT, 2009).

Compreendendo a importância da Modelagem Matemática, o projeto Observatório da Educação intitulado “Estratégias metodológicas visando à inovação e reorganização curricular no campo da educação matemática no ensino fundamental” tem estudado esta tendência. O referido projeto, em vigor desde 2013, está vinculado ao Centro Universitário UNIVATES e é apoiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Tem como objetivo geral problematizar e propor estratégias metodológicas com vistas à inovação e reorganização curricular da Matemática em Escolas de Educação Básica que possuem considerável distância entre o IDEB relativo à 4^a série/5º ano e 8^a série/9º ano.

Pretende-se neste projeto analisar, discutir e implementar propostas metodológicas diferenciadas, entre elas a Modelagem Matemática. Para consolidar tal possibilidade, o grupo de pesquisadores, entre os quais estão os autores desta proposta, planejam em encontros semanais atividades que podem ser exploradas e testadas. Entre as propostas desenvolvidas anteriormente ao projeto pelos mesmos pesquisadores estão as descritas a seguir. No entanto, os dados foram atualizados e novas questões foram inseridas.

ATIVIDADES PROPOSTAS

A situação-problema parte de um mapa do bairro de um município do interior do Rio Grande do Sul. Neste mapa pode-se observar a indicação de 19 poços artesianos que fornecem a água para a população, haja vista que a cidade não é banhada por rio. Estes poços de abastecimento estão ilustrados pelos números de 1 a 19, localizados a certa distância uns dos outros, exceto os poços 4 e 16. Neste local foram abertos dois poços em função da concentração de moradores nesta zona.

Segundo informações obtidas junto aos profissionais do Setor de Abastecimento de Água da prefeitura municipal, ocorrem alguns problemas

na distribuição e no fornecimento da água. São eles: o tamanho da bitola dos canos que transportam a água na rede (60 mm), a falta de abertura de novos poços nos últimos 15 anos e o aumento do consumo/ligações de novos pontos em determinadas zonas. Em adição, foi informado que um novo poço já foi perfurado e conectado a uma bitola de 85 mm.

Ainda, de acordo com as informações repassadas pelos funcionários, as regiões atendidas pelos poços 10 e 18 já apresentam problemas de abastecimento em horários de pico. O poço 10, por exemplo, consegue fornecer 20.000 litros por horas e armazena 50.000 litros. Já o poço 18 produz 40.000 litros por hora em um tanque com a mesma capacidade do anterior.

Cabe mencionar que a água é obtida por meio de bombas que operam com energia elétrica num período médio de 19 horas por dia e que alguns poços estão interligados, permitindo assim que quando falte em um poço este possa alimentar os outros. Em algumas situações isso não é possível, pois o sistema funciona por gravidade, ou seja, os poços cuja localização é mais alta não são alimentados por outros situados numa cota inferior.

Assim, algumas questões propostas para os professores, juntamente com as informações acima mencionadas, foram as seguintes:

ATIVIDADE 1

- a) Caso falte energia elétrica e que os poços não estejam interligados, por quanto tempo os poços 10 e 18 podem operar, respectivamente?
- b) Um novo poço artesiano foi perfurado e a bitola conectada foi de 85 mm. Em quanto aumenta a vazão da água em relação à antiga de 60 mm? E se fosse usada uma bitola de 110 mm?
- c) Que implicações traria para a população trocar as bitolas já instaladas?
- d) Quais são os benefícios e quais as implicações dessa troca?
- e) Realizar um estudo comparativo elencando as vantagens e desvantagens da troca de bitolas e da perfuração de novos poços artesianos.

A Prefeitura Municipal também informou os custos da água dividindo os consumidores em 14 categorias. Para este estudo serão informados apenas três, a saber: Tipo 1 – consumidor comercial padrão, Tipo 3 – consumidor industrial padrão, e Tipo 9 - residencial padrão. Os custos estão elencados no Quadro 2 a seguir:

Quadro 2 – Preços cobrados para os diversos tipos de consumidores

Tipo de consumidor	Consumo de água (m³)	Custo da água em reais	Observação
Tipo 1	Até 10	28,59	Custo fixo, independente do consumo
	Até 15	2,80	Preço por m ³
	Até 30	4,20	Preço por m ³
	Acima de 30	5,60	Preço por m ³
Tipo 3	Até 10	33,36	Custo fixo, independente do consumo
	Até 15	3,15	Preço por m ³
	Até 30	4,80	Preço por m ³
	Acima de 30	6,30	Preço por m ³
Tipo 9	Até 10	20,65	Custo fixo, independente do consumo
	Até 15	2,20	Preço por m ³
	Até 30	3,00	Preço por m ³
	Acima de 30	3,90	Preço por m ³

Fonte: Prefeitura Municipal.

A partir deste quadro foi possível discutir o conjunto de questões da atividade 2.

ATIVIDADE 2

- a) Quanto pagará um consumidor industrial que consome 110m³ de água?
- b) Quanto pagará um consumidor comercial que consome 55m³ de água?
- c) Se o consumidor residencial pagou R\$ 52,65, quantos m³ ele consumiu?
- d) É possível estabelecer um modelo matemático, para cada tipo de consumidor, que expresse o preço a ser pago em função do consumo? Expresse esses modelos.

Outra questão abordada foi a construção de gráficos, na Atividade 3, a partir de uma conta de água fornecida por um consumidor, conforme ilustrada na Figura 1 a seguir.

Figura 1 – Conta de água de um consumidor

Relógio : 247587	Vencimento : 15/08/2014			
Id Conta : 3175	Leit Anterior : 3628			
Consumidor: RÉSIDENTIAL PADRÃO	Leit Atual : 3650			
Ano Mês : 2014/07	Data Leitura : 16/07/2014			
Dados do Consumo				
MAR 18 m ³	ABR 24 m ³	MAI 20 m ³	JUN 18 m ³	JUL 22 m ³
Analise	Resultado	Faturamento		
Mês / Ano	07/2014	Valor Consumo :	52,65	
Ensaio		Despesas (+) :	0,00	
Colif Termotolerantes	0	Poças (+) :	0,00	
Colif Totais	0	Desconto (-) :	0,00	
Cor Aparente	0	Ronda (+) :		
Fluoretos	0,145	Encargos (+) :	0,00	
pH	7,87	TOTAL DA CONTA :	52,65	
Turbidez	0,08			
Recados				

Fonte: Consumidor residente no município, 2014.

ATIVIDADE 3

A partir dos dados extraídos da conta de água:

- Construa um gráfico representando o consumo de água do referido consumidor.
- Calcule a média de consumo dos últimos 5 meses.
- A continuar essa média de consumo, qual o valor que seria pago pelo consumidor?

Por fim, um documento ilustrando o perfil do consumidor foi repassado pela Prefeitura Municipal. Neste estão descritos, por tipo de consumidor e por faixa de consumo, o número de litros gastos, o total recebido pela Prefeitura Municipal, o valor médio por conta e o valor médio por m³. Após a categorização dos 14 tipos de consumidores chegou-se à conclusão que no mês de junho, neste bairro, há 6.746 pontos de ligação de água, 72.992m³ foram consumidos e

arrecadados R\$ 219.723,71. A partir disso, o valor médio por conta informado no documento foi de R\$ 32,57, com custo médio de R\$ 3,01 por m³.

A atividade 4 parte da seguinte premissa. No Quadro 3, representam-se apenas os dados referentes ao Tipo de consumidor 9 – Residencial Padrão.

Quadro 3 – Tipo de consumidor por faixa, m³, valor total pago, valor médio por conta e valor médio por m³

Tipo de consumidor	Número de consumidores (frequência)	Total de m³	Valor total	Valor médio por conta	Valor médio por m³
Sem consumo	513	0	10.449,90	20,37	0,00
De 1 a 1.000L	176	176	3.634,40	20,65	20,65
De 1.001 a 2.000L	222	444	4.584,30	20,65	10,33
De 2.001 a 3.000L	257	771	5.307,05	20,65	6,88
De 3.001 a 4.000L	288	1.152	5.947,20	20,65	5,16
De 4.001 a 5.000L	330	1.650	6.814,50	20,65	4,13
De 5.001 a 6.000L	395	2.370	8.156,75	20,65	3,44
De 6.001 a 7.000L	408	2.856	8.425,20	20,65	2,95
De 7.001 a 8.000L	411	3.288	8.487,15	20,65	2,58
De 8.001 a 9.000L	425	3.825	8.776,25	20,65	2,29
De 9.001 a 10.000L	405	4.050	8.363,25	20,65	2,07
De 10.001 a 15.000L	1335	16.924	35.430,55	26,54	2,09
De 15.001 a 20.000L	543	9.559	21.427,95	39,46	2,24
De 20.001 a 25.000L	190	4.281	10.306,50	54,24	2,41
De 25.001 a 35.000L	115	3.280	8.360,55	72,70	2,55
De 35.001 a 50.000L	29	1.176	3.416,25	117,80	2,90
Mais de 50.000L	19	8.855	33.767,85	1.777,26	3,81

Fonte: Adaptado de Prefeitura Municipal.

ATIVIDADE 4

A partir do material anteriormente apresentado foi possível discutir:

- a) A construção de um gráfico representando o tipo de consumidores x número de consumidores por faixa.
- b) Qual o tipo de consumidor mais frequente? Como isso é denominado na estatística?
- c) Como pode ser obtido o valor médio R\$ 3,81 obtido no Quadro 2 acima?
- d) O que significa multiplicar 115 x 72,70 expressos no Quadro 2 acima?

Para finalizar, propôs-se ainda a atividade 5:

ATIVIDADE 5

Ainda com as informações anteriormente mencionadas: 6.746 pontos de ligação de água, 19 poços e 72.992m³ consumidos em junho de 2014, questionou-se:

- a) Em média, quantos pontos estão ligados em cada um dos poços?
- b) Quantos m³, em média, são consumidos de cada poço, por mês? E por dia? E por hora?
- c) No poço de número 17 estão ligados 500 consumidores, segundo informações recebidas do funcionário da Prefeitura. Levando-se em consideração a média de consumo de bairro por consumidor, qual será a vazão necessária para abastecer a zona sem faltar água? É recomendado pensar-se na possibilidade de perfurar o novo poço? Se a média de incremento nesta zona for de 20 novos pontos ao mês, em quanto tempo é possível afirmar que faltará água?

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O objetivo central deste artigo foi o de descrever as atividades propostas a um grupo de professores da rede municipal de um município gaúcho, durante um curso de quatro horas, em 2011, e a atualização dos dados para uma nova prática. Cabe mencionar que tal grupo ao ser indagado acerca da Modelagem Matemática, mencionou que pouco conhecia a respeito do tema proposto. Por isso optou-se por vivenciar uma prática ao invés de apenas comentar e/ou ler acerca do assunto.

Embora o curso tenha tido uma carga horária pequena, pôde-se observar o interesse do grupo pelo tema. Também foi possível verificar as dificuldades em descrever os modelos matemáticos, em especial no que tange às funções. A questão que mais gerou discussão no grupo foi: É possível estabelecer um modelo matemático, para cada tipo de consumidor, que expresse o preço a ser pago em função do consumo? Expresse esses modelos. É possível inferir que tal dificuldade (funções por partes) possa ter relação com o conteúdo que

pouco é desenvolvido nos Ensinos Fundamental e Médio. Essa foi a justificativa apresentada pelos professores diante da sua dificuldade.

A prática da Modelagem Matemática proposta permitiu a discussão de assuntos como gráficos, média, moda, funções por partes e custos, além de aspectos não matemáticos, mas pertinentes à realidade local encontrada.

Na nova versão de atividades propostas foi incluída a problematização acerca das vantagens e desvantagens da perfuração de novos poços artesianos, bem como a troca de bitolas. Entendeu-se que será necessário considerar outros elementos, além da matemática para decidir o que traria menos impacto social.

Nas discussões ocorridas em 2011 chegou-se num consenso acerca do problema que a falta de água pode acarretar numa comunidade. Também se compreendeu que a situação-problema acerca do abastecimento de água no bairro Canabarro é oportuna para ser discutida numa perspectiva sócio-crítica, haja vista a utilidade dos modelos matemáticos na tomada de decisões da sociedade, em especial no que diz respeito à abertura ou não de novos poços artesianos e/ ou para um planejamento futuro na cidade.

Por fim, cabe mencionar que, a partir desse curso de formação continuada, é possível considerar alguns aspectos. Por um lado, concorda-se com Barbosa (2001) quando este menciona que cursos de curta duração não são suficientes para oferecer bases aos professores em modelagem. Por outro lado, também se acredita no que mencionam Biembengut e Hein (2003, p. 29): “A condição necessária para o professor implementar modelagem no ensino é ter audácia, grande desejo de modificar sua prática e disposição para conhecer e aprender, uma vez que essa proposta abre caminho para descobertas científicas”. O que importa é que “a experiência com Modelagem pode propiciar aos professores o contato com novos aspectos da Matemática. Mas, principalmente, num ambiente reflexivo, os professores têm a oportunidade de questionar a própria natureza da Matemática” (BARBOSA, 2001, p. 9).

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema**, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001. Disponível em: <<http://joneicb.sites.uol.com.br/bolema.pdf>>. Acesso em: 12 dez. 2013.

_____. Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos. Anais... São Paulo: SBEM, 2003. 1 CD-ROM.

_____. Mathematical modelling in classroom: a critical and discursive perspective. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 3, p. 293-301, 2006.

_____. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. **Acta Scientiae**, v.10, n.1, jan./jun., p. 47-57, 2008.

BARCELOS, Gisele. Codau inicia montagem do sistema de transposição. **JM Online**. Uberaba, 23 de julho de 2014. Disponível em: <<http://www.estadao.com.br/noticias/geral,racionamento-de-agua-e-ampliado-em-bage-rs,726785>>. Acesso em Acesso em 23 jul. 2014.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2003.

BIEMBENGUT, M. S.; SCHIMITT; A. L. F. Mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no cenário mundial: análise dos trabalhos apresentados no 14º Grupo de Estudo do Comitê Internacional de Educação Matemática STUDY GROUP, 14 - ICMI. **Dynamis** (Blumenau), v. 13, p. 11-20, 2007.

BURAK, D. Modelagem matemática e a sala de aula. In: Encontro Paranaense de modelagem na educação matemática, 1., 2004. Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, Ponta Grossa, v. 1, n.1, p. 10-27, 2010. Disponível em: <<http://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelagem/article/view/2012/1360>>. Acesso em: 05 fev. 2014.

CHAVES, M. I. A; ESPÍRITO SANTO, A. O. Modelagem matemática na escola de aplicação: proveitos e finalidades. In: SEMINÁRIO DE INSTITUTOS, COLÉGIOS E ESCOLAS DE APLICAÇÃO BRASILEIRAS, 5, 2007, Rio de janeiro. Anais... Rio de Janeiro: UERJ, 2007.

CHAVES, M. I. de A; ESPÍRITO SANTO, A. O. do. Possibilidades para Modelagem matemática na sala de aula. In: WERLE, L. M. de A; ARAÚJO, J. de L.; BISOGNIN, E. (Org.). Práticas de Modelagem matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina: Eduel, 2011. p. 161-180.

LEITE, Maria Beatriz Ferreira. Reflexões sobre a disciplina de modelagem matemática na formação de professores. **Educação Matemática e Pesquisa**. São Paulo, v. 10, n. 1, p. 115-135, 2008.

MORADORES DO ALTO TIETÊ TEMEM RACIONAMENTO E REAPROVEITAM ÁGUA. **G1 Mugi das cruzes e Suzano**. **Globo.com**, 22 de julho de 2014. Disponível em: <<http://g1.globo.com/sp/mogi-das-cruzes-suzano/noticia/2014/07/moradores-do-alto-tiete-temem-racionamento-e-reaproveitam-agua.html>>. Acesso em Acesso em 23 jul. 2014.

NEIDE, Italo Gabriel et al. Problematizando modelagem matemática por meio de uma situação-problema identificada na prática laboral de um engenheiro civil. **Caderno pedagógico**, Lajeado, v. 10, n. 1, p. 79-95, 2013.

RACIONAMENTO DE ÁGUA NO RS ESTÁ SE MULTIPLICANDO. Gazeta Digital, Cuiabá, 2 de fevereiro de 2005. Disponível em: <<http://www.gazetadigital.com.br/conteudo/show/secao/4/materia/63713/t/racionamento-de-agua-no-rs-esta-se-multiplicando>>. Acesso em 23 jul. 2014.

REHFELDT, M. J. H. *A aplicação de modelos matemáticos em situações problema-empresariais com o uso do software LINDO*, 2009. 299 f. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

REHFELDT, Márcia Jussara Hepp et al. O estudo de situações-problema para o ensino de ciências exatas e a modelagem matemática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: Centro Universitário Franciscano, 2013.

SEM CHUVA, SÃO LEOPOLDO COMEÇA NOVO RACIONAMENTO DE ÁGUA NO RS. G1 RS Globo.com. Porto Alegre, 01 e fevereiro de 2012. Disponível em: <<http://g1.globo.com/rs/rio-grande-do-sul/estriagem/noticia/2012/02/sao-leopoldo-rs-inicia-novo-racionamento-de-agua.html>>. Acesso em Acesso em 23 jul. 2014.

UMA PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Marisa Cristina Görgen¹
Janaina de Ramos Ziegler²

Resumo: Este relato tem por objetivo descrever uma prática pedagógica integrando conteúdos de Matemática e Ciências, desenvolvida com uma turma do 5º Ano do Ensino Fundamental. As atividades foram desenvolvidas tendo como aporte teórico as ideias dos autores que pesquisam o campo da Modelagem Matemática e os registros foram realizados em diário de campo do professor e caderno dos alunos. A análise dos resultados da prática pedagógica aponta que os alunos demonstraram interesse, curiosidade e envolvimento durante as atividades propostas, bem como o reconhecimento dos conceitos matemáticos necessários para representar um problema do cotidiano.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Prática Pedagógica. Ciências e Matemática.

CONTEXTUALIZAÇÃO

Este relato tem por objetivo descrever uma prática pedagógica desenvolvida, em 2013, numa turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal localizada no município de Estrela-RS. A referida instituição, à época, acolhia crianças e adolescentes de famílias que trabalhavam, em sua maioria, na indústria calçadista. Possuía Ensino Fundamental de nove anos, atendendo em dois turnos, totalizando 296 estudantes. A turma em que foram desenvolvidas as atividades era composta de 17 alunos, com idade entre 10 e 12 anos, sendo que estes frequentemente se apresentavam agitados e, ao mesmo tempo, participativos.

O trabalho aqui apresentado foi elaborado a partir de estudos realizados no Observatório da Educação, que está vinculado ao Centro Universitário UNIVATES e conta com apoio financeiro da Coordenação e Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). As docentes que descrevem o presente relato são integrantes desta proposta, juntamente com cinco professores de escolas públicas, três da área da Matemática da Instituição, três mestrandos do Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas – e seis

¹ Licenciada em Matemática – Univates. Bolsista Capes.

² Licenciada em Matemática – Unifra. Mestranda em Ensino de Ciências Exatas – Univates. Bolsista Capes.

bolsistas de graduação. Tal grupo tem por objetivo, dentre outros, problematizar as possibilidades de inserção, nas práticas pedagógicas da Escola Básica, de três tendências da Educação Matemática: Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Etnomatemática.

Dentre esses temas, o presente trabalho está baseado nos estudos realizados sobre a Modelagem Matemática, a qual, de acordo com Barbosa (2003), está associada, sobretudo, à problematização e investigação. Nesta, há uma articulação entre as atividades, envolvendo os alunos na seleção, organização e manipulação de informações, realizando investigações pertinentes ao assunto, objetivando atingir o conhecimento reflexivo. Segundo Blum (1995) apud Barbosa (2003, p. 67), as razões para a inclusão de Modelagem no currículo são:

Motivação: os alunos sentir-se-iam mais estimulados para o estudo de matemática, já que vislumbrariam a aplicabilidade do que estudam na escola.

Facilitação da aprendizagem: os alunos teriam mais facilidade em compreender as ideias matemáticas, já que poderiam conectá-las a outros assuntos.

Preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas: os alunos teriam a oportunidade de desenvolver a capacidade de aplicar em diversas situações o que é desejável para mover-se no dia a dia e no mundo do trabalho.

Desenvolvimento de habilidades gerais de exploração: os alunos desenvolveriam habilidades gerais de investigação.

Compreensão do papel sócio-cultural da matemática: os alunos analisam como a matemática é usada nas práticas sociais.

Essas premissas servem de base para fundamentar um trabalho direcionado à aprendizagem em que os alunos partem da problematização de uma situação do cotidiano, buscando, através da pesquisa, investigação e análise dos resultados, a solução para suas dúvidas. Conforme Barbosa (2004), todas as atividades devem estar articuladas no envolvimento dos discentes para que, dessa forma, eles atinjam o conhecimento reflexivo. Este ambiente de aprendizagem poderia ser mais explorado nas práticas pedagógicas, pois de acordo com o citado autor, a partir de temas de interesse do educando, este se tornaria mais motivado para a aprendizagem de conteúdos matemáticos. Para Burak e Brandt (2010, p. 33) “a Modelagem Matemática, de forma simplificada, consiste em uma alternativa metodológica para o ensino de Matemática. Como princípio, parte sempre do interesse do grupo, cujas ações, na sua maioria, estão nele fundadas ou a ele se voltam.”

Com relação à aprendizagem da matemática, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), pesquisas têm apontado, em diferentes países, pontos de convergência, como por exemplo:

- direcionamento do ensino fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores;
- importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento;
- ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas;
- importância de se trabalhar com um amplo espectro de conteúdos, incluindo-se, já no ensino fundamental, elementos de estatística, probabilidade e combinatória, para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos;
- necessidade de levar os alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia e a acompanharem sua permanente renovação (BRASIL, 1997, p. 20 -21).

Assim, a Modelagem Matemática pode se constituir em uma metodologia que favorece a integração entre distintos conteúdos, partindo do interesse, motivação e questionamentos realizados pelos alunos durante as aulas. Ademais, incentiva os alunos na busca de resoluções, tornando-os sujeitos nos processos de ensino e de aprendizagem. Barbosa (2003) expressa que o objetivo da Educação Básica é educar os discentes para que ajam na sociedade e exerçam a sua cidadania. Neste contexto, há a possibilidade de a Modelagem Matemática ser uma das formas de potencializar a intervenção das pessoas nos debates e na tomada de decisões.

Cabe destacar que a ideia deste trabalho surgiu durante uma aula de Ciências em que o foco de estudo era a importância dos alimentos na vida das pessoas. Os alunos demonstraram interesse em realizar um levantamento sobre hábitos alimentares saudáveis, com o intuito de investigar a preferência alimentar dos estudantes da escola e verificar se todos conheciam os benefícios que estes proporcionam à saúde. O grupo escolhido como público-alvo desta investigação foi o 5º Ano, do Ensino Fundamental da referida escola, composta por 17 alunos. Neste capítulo, serão relatadas atividades desenvolvidas com este grupo de alunos, utilizando a Modelagem Matemática, bem como a análise dos resultados decorrentes deste trabalho.

DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

As ações elaboradas transcorreram nas aulas de Ciências e Matemática, durante um mês, no segundo semestre de 2013, em uma turma de 5º Ano do Ensino Fundamental. O interesse pelo tema alimentação saudável partiu dos próprios educandos. Os resultados obtidos foram apontados pelos alunos em seus cadernos e diário de classe da professora. A seguir, a descrição das atividades desenvolvidas.

Primeira atividade: leitura do texto “Comer, comer, é o melhor para poder crescer!” (p. 05) do jornal “A Fantástica Magia dos Alimentos” da Editora Amigos

da natureza. Este periódico estava disponibilizado na biblioteca da escola e apresentava temas relacionados à saúde. Durante a leitura os alunos ficaram interessados em responder um questionário sobre alimentação que estava no mesmo periódico.

Segunda atividade: Após os alunos responderem o questionário que constava no jornal, demonstraram interesse em realizar uma pesquisa com os alunos do quarto ano, da mesma escola sobre o tema alimentação. Assim, em duplas, os alunos elaboram um questionário, contendo questões de múltipla escolha que, posteriormente, foram discutidas com o grande grupo. Das questões desenvolvidas pelos educandos, dez foram elencadas como sendo as mais relevantes e que serviriam de base para a pesquisa. Segue o questionário desenvolvido pelos alunos:

- 1) Você acha que sua alimentação é saudável?
 Sim Não Às vezes
- 2) Come frutas e verduras que são fontes de vitaminas e fibras?
 Sim Não Às vezes
- 3) Prefere suco de frutas a refrigerantes?
 Sim Não Às vezes
- 4) Faz várias pequenas refeições ao longo do dia?
 Sim Não Às vezes
- 5) Costuma comer sanduíche acompanhado de legumes?
 Sim Não Às vezes
- 6) Prefere pães e biscoitos integrais ou brancos?
 Sim Não Às vezes
- 7) Você sabe o que é um produto *diet*?
 Sim Não
- 8) Você sabe o que é um produto *light*?
 Sim Não
- 9) Bebe bastante água durante o dia?
 Sim Não Às vezes
- 10) Você sabe o que é gordura Trans?
 Sim Não

Terceira atividade: durante a elaboração do questionário, os alunos sentiram a necessidade de pesquisar sobre a importância da ingestão de produtos naturais, ricos em nutrientes, como carboidratos, vitaminas, lipídios e sais minerais. Essa necessidade surgiu das dúvidas decorrentes em relação ao assunto e também do receio que tinham em serem questionados pelos alunos entrevistados e não saberem a resposta correta. Neste sentido, foi necessário

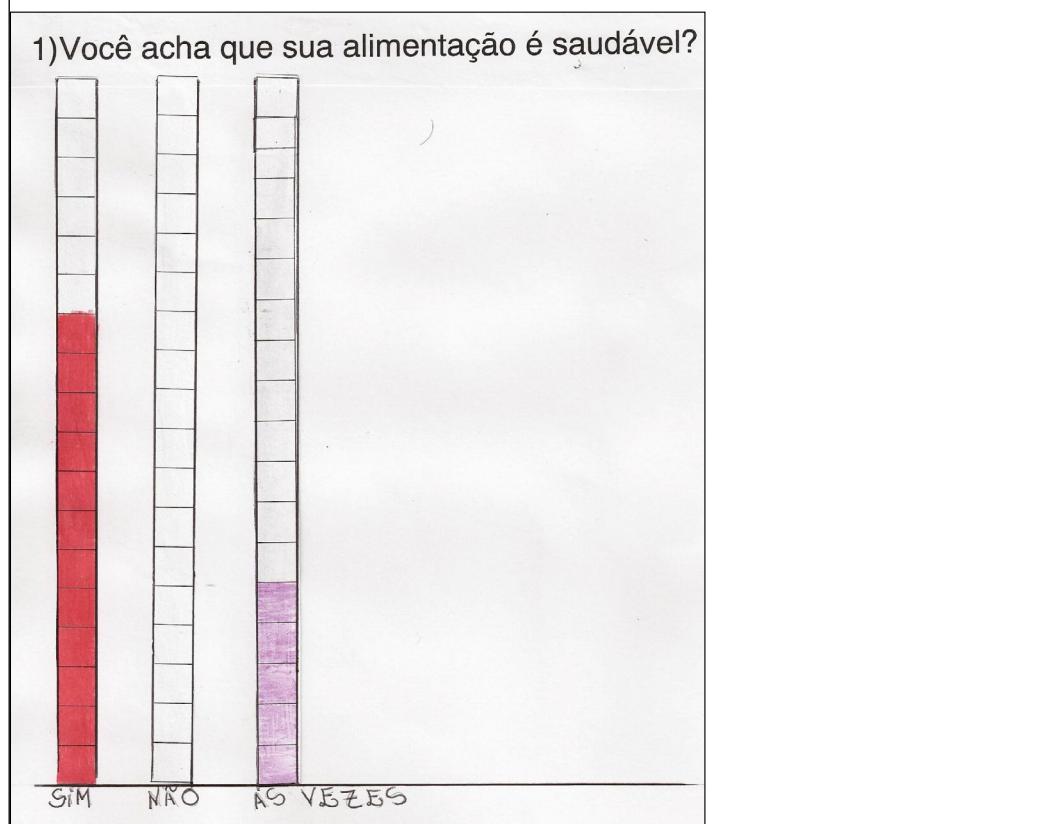
realizar uma pesquisa na internet, em duplas, durante três horas/aula, em que os alunos procuraram subsídios, anotando o *site* e suas descobertas em uma folha. Alguns dos temas investigados: produtos *diet* e *light*, gorduras trans, carboidratos, quantidade de calorias nos alimentos e as gastas em diversas atividades. Após ocorreu a discussão, em grande grupo, dos dados encontrados.

Quarta atividade: agendamento de um horário com a turma do 4º Ano B, grupo escolhido para a realização das entrevistas, de forma que, cada aluno do 5º Ano A entrevistasse um único aluno do 4º Ano B.

Quinta atividade: apresentação e debate dos resultados obtidos com a entrevista realizada com os alunos do 4º Ano B. Cada aluno indicava os dados coletados do seu entrevistado, que eram tabulados e anotados no quadro.

Sexta atividade: elaboração de gráficos, sendo um para cada pergunta do questionário. As questões foram dispostas em folhas, separadamente, totalizando dez páginas. Para a construção dos gráficos, cada dupla, recebeu uma pergunta do questionário, uma folha tamanho A4 e tiras de papel, divididas igualmente, para formarem colunas. Traçaram uma linha horizontal para servir de base para colar as colunas que estavam divididas igualmente em dezessete espaços que representariam o máximo de respostas em função do número de alunos entrevistados. A quantidade correspondente a cada entrevistado era pintada em cada coluna, deixando em branco o resto da mesma (FIGURA 01). Após a conclusão dos gráficos, confeccionaram um livro contendo os dados da pesquisa. Nesta atividade, surgiram questionamentos sobre representação numérica dos números fracionários. Foi solicitada a escrita de um texto, em dupla, que refletisse a análise dos resultados obtidos na construção dos gráficos. Como conclusão desta pesquisa, os alunos perceberam que a maioria dos entrevistados possuía hábitos saudáveis de alimentação.

Figura 01 - Gráfico da primeira pergunta do questionário

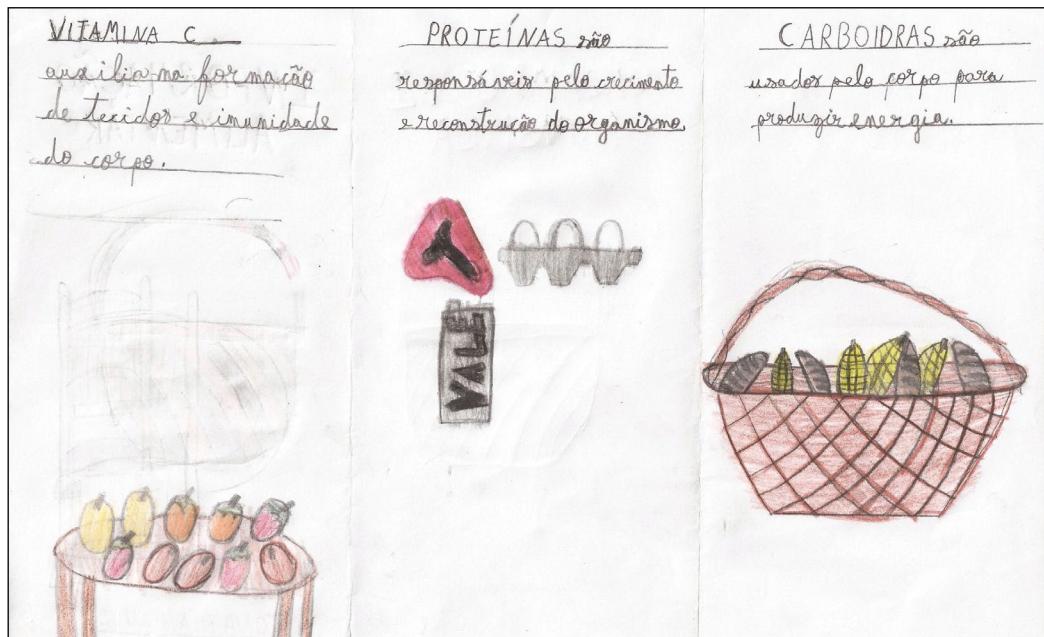


Fonte: Dos autores.

Destacamos que, durante a construção dos gráficos, indagamos a turma sobre a escrita numérica dos dados. Em especial, como podemos representar cada resultado? Surgiram ideias de usar números inteiros e racionais para expressar as descobertas. Alguns alunos perceberam que cada pesquisado correspondia a um dezessete avos do total, relacionando com conteúdos abordados no primeiro semestre.

Sétima atividade: os alunos sugeriram a elaboração de um *folder* (FIGURA 02) com as seguintes informações: produtos light e diet, gorduras trans, calorias, carboidratos e a pirâmide dos alimentos. Adotamos a ideia de dobrar as folhas, tamanho A4, em três partes iguais para formar o *folder*, digitando o que haviam pesquisado. Sobre o texto impresso os alunos realizaram alguns desenhos ilustrando, com criatividade, as suas produções.

Figura 02 - *Folder* (pesquisa e imaginação dos alunos para a elaboração).



Fonte: Dos autores.

Oitava atividade: apresentação dos resultados para a turma pesquisada, em forma de seminário, discutindo os resultados da pesquisa.

Nona atividade: visita de uma nutricionista para realizar a avaliação biométrica, bem como para discutir com os alunos sobre a importância de uma alimentação saudável, com a ingestão de frutas, legumes e poucos produtos industrializados porque contém aditivos químicos, gordura, sal e açúcar. A nutricionista lembrou os alunos de valorizarem o lanche oferecido pela escola que é elaborado a partir das necessidades diárias das crianças. Na sequência, convidou a todos a assistir um vídeo informativo sobre a quantidade de açúcar e gordura de alguns produtos e seus prejuízos para a nossa saúde.

Décima atividade: apresentação do *folder*, juntamente com o livro dos gráficos, na Mostra Pedagógica da escola. Esse momento foi muito importante, pois os alunos expuseram as suas produções à comunidade escolar, a qual contou com a presença de pais, autoridades do município e demais estudantes da Instituição (FIGURA 03).

Figura 03 - *Folderes* produzidos pelos alunos

<p>TRABALHO: 5º ano A</p> <p>ALIMENTAÇÃO SAUDÁVEL</p> <p>É a alimentação ou nutrição na qual deve-se comer bem e de forma equilibrada, para que os adultos mantenham o peso ideal e, as crianças, se desenvolvam física e intelectualmente, dependendo do hábito alimentar.</p>  <p>ALIMENTO DIET (dietéticos)</p> <p>É um alimento produzido industrialmente e que apresenta ausência ou quantidade bem reduzida de determinados nutrientes (carboidratos, açúcar, sal, lactose, gordura). Nem sempre os alimentos DIET apresentam baixas calorias. São criados para pessoas que devem seguir uma dieta baseada na restrição ou redução de um determinado nutriente. São mais usados por diabéticos.</p>  <p>ALIMENTO LIGHT</p> <p>São mais leves, isso quer dizer apresentam baixo teor de calorias ou de alguma substância em relação ao produto normal. São produzidos com redução de, no mínimo, vinte e cinco por cento (25%) do valor calórico em relação ao produto tradicional. Também são considerados LIGHT aqueles que reduzem, no mínimo, 25% de determinados nutrientes como gordura saturada, gorduras totais, sódio, colesterol,...</p>	<p>ALIMENTO TRANSGÊNICO:</p> <p>São alimentos criados em laboratórios com a utilização de genes (parte do código genético) de espécies diferentes de animais, vegetais ou microrganismos.</p> <p>GORDURA TRANS:</p> <p>É o nome dado à gordura vegetal que passa por um processo hidrogenação natural ou industrializada. Esse processo de hidrogenação serve para deixar a gordura mais sólida. É ela que vai fazer com que os alimentos fiquem saborosos, crocantes e tenham maior durabilidade.</p>  <p>*****INFORMAÇÕES*****</p> <p>Kcal = quilocaloria é a quantidade de energia que os alimentos contêm, que eles nos fornecem.</p> <p>CALORIAS GASTAS NAS ATIVIDADES:</p> <ul style="list-style-type: none"> *Dormindo: 60 Kcal por hora *Lendo, vendo TV: 85Kcal por hora *Andando rápido: 310 a 350 Kcal/hora *Andando de bicicleta: 320 a 480 Kcal/hora 	<p>QUANTIDADE CALÓRICA DE ALGUNS ALIMENTOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> *Xis – 470 Kcal *Sorvete – 255 Kcal *Fatia de pizza – 185 Kcal *Uma maçã – 70 Kcal <p>CARBOIDRATOS: responsáveis pelo fornecimento da maior parte da energia para o nosso corpo andar, brincar e crescer. Os alimentos mais ricos são o milho, o trigo, a aveia, o arroz, pães, raízes e tubérculos. Consumir em maior quantidade.</p> <p>ALIMENTOS REGULADORES: auxiliam no funcionamento de tudo o que acontece dentro do nosso corpo: digestão dos alimentos, prevenção de doenças. São as verduras, legumes e as frutas ricas em vitaminas, sais minerais, fibras e água. Consumir diariamente.</p> <p>ALIMENTOS CONSTRUTORES: fornecem material para o crescimento do corpo, ossos, músculos, pele, cabelo. Ajudam nos machucados ou ferimentos. São ricos em proteínas, cálcio, ferro, zinco, além de açúcar e gordura: leite e seus derivados, leguminosas como o feijão, soja, ervilha, lentilha,...</p> 
--	---	--

Fonte: Dos autores.

É importante destacar que, durante a Mostra Pedagógica, os alunos se revezavam nas explicações sobre a pesquisa, visando a atender a todos os interessados em receber informações sobre o trabalho.

Destacamos ainda que como forma de avaliação, ao final de cada atividade desenvolvida em sala de aula e também após a exposição dos trabalhos, os educandos relatavam, oralmente e por escrito, as percepções do trabalho efetuado. As anotações foram realizadas em seus cadernos como forma de autoavaliação.

RESULTADOS

Nesta prática pedagógica realizada com uma turma do 5º Ano do Ensino Fundamental, observamos a construção do conhecimento por meio da pesquisa, interesse e envolvimento dos educandos em realizar atividades envolvendo a Modelagem Matemática. A expectativa inicial foi superada ao perceber a motivação dos alunos durante a aplicação das atividades, tornando cada momento significativo, com ideias para a continuidade e maneiras diferentes de

expressar os resultados obtidos. Os educandos tornaram-se pesquisadores e as dúvidas surgiam como incentivo e desafio para novas descobertas. E, conforme Barbosa (2003), em um ambiente de modelagem é necessário problematizar, ou seja, elaborar questionamentos, tendo em vista problemas de interesse e também a investigação, procedimento de busca por informações que respondam às perguntas realizadas anteriormente.

A atividade de leitura surgiu como forma de incentivo para o estudo dos nutrientes necessários para uma vida saudável e, a partir desta, desencadeou a problematização e interesse em investigar, registrar e pesquisar as dúvidas que surgiam. Neste sentido, Pereira e Júnior (2013, p. 531) declararam que “a Modelagem Matemática nos permite pensar num ensino que possibilite aos alunos desenvolver e utilizar habilidades como identificar situações problemas, levantar hipóteses e refutá-las, formular e desenvolver modelos matemáticos.”

Na sequência do trabalho, após responderem ao questionário do jornal, o interesse em realizar uma investigação aumentou e surgiu a ideia da elaboração de um novo questionário para desenvolver em outra turma. Durante a elaboração, os discentes sentiram a necessidade de buscar mais informações sobre alimentação saudável, iniciando um trabalho de pesquisa para sanar algumas dúvidas, e conseguirem explicar aos entrevistados, as informações que consideravam relevantes. Cada aula servia de motivação para novas ideias na busca de conhecimento e para trabalhos futuros como a elaboração de um *folder* com estas descobertas.

Foi-nos perceptível o entusiasmo com que os alunos realizaram as entrevistas e socializaram os resultados. Vale lembrar que, durante a tabulação dos dados, notaram que alguns colegas não estavam respondendo corretamente, pois o número de informações não correspondia ao total de pessoas pesquisadas. Nesse momento, optamos pela revisão de algumas questões, como o total de respostas em cada pergunta, que deveria ser de dezessete alunos. Um dos educandos comentou que, quando estudaram as frações, também estabeleciaam relações com o inteiro e que cada resposta correspondia a um dezessete avos do total.

O registro da pesquisa, em forma de texto e gráficos, demonstrou que ocorreu aprendizagem, pois os alunos relembraram maneiras diferentes de anotar as informações, como a forma numérica e a fracionária, além de elaborarem um livro contendo a síntese dos resultados obtidos. A construção dos gráficos auxiliou na interpretação de dados e leitura de tabelas, tornando esse conhecimento expressivo. A professora de Língua Portuguesa discorreu sobre a importância deste trabalho, já que percebeu o envolvimento dos discentes nas redações. Vários deles usavam informações em seus textos, salientando o quanto é importante cuidar da saúde, ler os rótulos dos produtos, ingerir produtos naturais e deixar os refrigerantes e guloseimas para o final de semana.

Foi gratificante observar a motivação dos estudantes durante as explicações e conclusões sobre o seu aprendizado, orientando as pessoas que visitavam a

Mostra Pedagógica e falando da importância da sua pesquisa. Forneceram dicas e informações como, por exemplo, o conceito de calorias, as perdas durante as atividades diárias ou contidas em alguns alimentos. Comunicavam também aos presentes que gastamos energia na hora do sono, já que o nosso corpo não para de funcionar enquanto dormimos. Além disso, comentavam sobre suas preferências alimentares, entre elas, citavam *cheesburger*, sorvete, fatia de pizza e maçã.

Por fim, foi possível notar que os alunos tornaram-se protagonistas do seu aprendizado, buscando informações relevantes para a pesquisa em que, conforme Brasil (1997), o papel do professor é de organizador. Assim, alunos e professor envolveram-se no trabalho, organizando, refletindo, avaliando a pesquisa realizada, reconhecendo juntos, os conceitos matemáticos necessários para representar um problema do cotidiano.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? **Zetetiké**, Campinas, v.7, n.11, p. 67-85, jan/jun, 1999.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim (RS), v.27, n. 98, p. 65-74, junho, 2003.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 75, 2004.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** /Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BURAK, Dionísio; BRANDT, Célia Finck, Modelagem Matemática e Representações Semióticas: contribuições para o desenvolvimento do pensamento algébrico. **Zetetiké** – FE-Unicamp, v.18, n.33-jan/jun-2010.

KLÜBER, Tiago Emanuel. Modelagem: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. In: **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a educação básica**/org. por Celia Finck Brandt; Dionísio Burak e Tiago Emanuel Klüber. Ponta Grossa, Editora UEPG, 2010, p. 97-114.

PEREIRA, Rudolph dos Santos Gomes; JÚNIOR, Guataçara dos Santos, Modelagem Matemática e o Ensino de Ajuste de Funções: um caderno pedagógico. **Bolema**, Rio Claro (SP), v.27, n.46, p. 531-546, ago.2013.

MODELAGEM MATEMÁTICA: ANÁLISE DE DISSERTAÇÕES APRESENTADAS NO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

Janaina de Ramos Ziegler¹
Marli Teresinha Quartieri²
Daiana Meirelles³

Resumo: Objetiva-se por meio deste artigo, expor resultados decorrentes da análise de quatro dissertações de mestrandos apresentadas ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, que utilizaram a Modelagem Matemática, como metodologia de ensino. Nestes trabalhos acadêmicos, foram analisados os objetivos, as atividades desenvolvidas, bem como os resultados decorrentes das intervenções efetivadas. Durante este estudo, pode-se observar a preocupação dos pesquisadores em utilizar temas da realidade dos alunos. Ademais, os pesquisadores tiveram o intuito de promover um ambiente de ensino e de aprendizagem em que os estudantes pudessem empregar os conceitos matemáticos abordados na prática pedagógica durante a confecção de maquetes, gráficos e manipulação de objetos.

INTRODUÇÃO

Este artigo tem por objetivo socializar resultados decorrentes da análise de quatro dissertações apresentadas ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES. Essas relatam ações pedagógicas realizadas com alunos de diferentes níveis escolares, cuja metodologia utilizada foi a Modelagem Matemática. Essa tendência educacional, juntamente com a Etnomatemática e Investigação Matemática, é foco dos estudos realizados no Programa Observatório da Educação, desenvolvido na instituição, que conta com apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Tal programa tem por objetivo geral problematizar e propor estratégias metodológicas com vistas à inovação e reorganização curricular da Matemática em Escolas de Educação Básica que

¹ Licenciada em Matemática – Unifra. Mestranda em Ensino de Ciências Exatas – Univates. Bolsista Capes.

² Licenciada em Matemática – Univates. Doutora em Educação – Unisinos.

³ Graduanda em Engenharia Ambiental – Univates. Bolsista Capes.

possuem considerável distância dos resultados IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) relativos à 4^a série/5º ano e 8^a série/9º ano.

A análise das dissertações pode auxiliar os professores que pretendem utilizar a Modelagem Matemática em sala de aula. Ademais, este texto traz uma síntese de atividades elaboradas e desenvolvidas com alunos e também ideias de pesquisadores e autores referência na área. Objetiva-se tornar acessível essa metodologia, não apenas para os professores integrantes do projeto, mas também para os demais educadores que demonstrarem interesse em utilizá-la como recurso nos processos de ensino e de aprendizagem com seus alunos.

A modelagem⁴, neste âmbito, vem como uma alternativa para dar significado ao estudo da Matemática. Não sendo esta, porém, a única forma de ensinar essa disciplina, mas sim, uma alternativa de envolver o aluno na construção do conhecimento. Conforme comenta Barbosa (2008), uma atividade somente é considerada modelagem se ela for um problema para os estudantes. Ou seja, dar a oportunidade aos estudantes de compreender fatos, conceitos ou eventos reais, desenvolvendo estratégias para resolução dos problemas, empregando para isso sua criatividade, análise crítica, ferramentas matemáticas e examinando sua veracidade (BRASIL, 1998).

Em decorrência dos procedimentos metodológicos adotados na análise das dissertações, optou-se por apresentar a seguinte estrutura textual deste capítulo: referencial teórico, as dissertações e algumas considerações.

REFERENCIAL TEÓRICO

No Brasil, em estudos realizados por Biembengut (2009), a Modelagem Matemática na educação aparece entre o final dos anos 1970 e o começo dos anos 1980. Dentre os nomes que iniciaram esse movimento no país estão, Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D'Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi. A partir da ideia desses autores, ocorrem debates de como podem ser elaboradas e desenvolvidas atividades pedagógicas em que se faz uso dessa metodologia, no âmbito nacional. Entre esses, destaca-se a concepção apresentada por Bassanezi (2011, p. 16), “A modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Neste contexto, autores como Barbosa (2004), Biembengut e Hein (2011) e Bassanezi (2011) concordam que o tema a ser desenvolvido deve vir ao encontro da realidade da comunidade escolar, em que “os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática situações oriundas de outras áreas da realidade” (BARASUOL, 2006, p. 3). Do mesmo modo, Silveira e Caldeira (2010) afirmam que uma atividade desenvolvida por professores será considerada

4 O termo modelagem se refere à Modelagem Matemática e será usado no decorrer do texto desta forma.

modelagem quando ela discute algum problema da realidade, utilizando teorias e conceitos matemáticos. Para Biembengut e Hein (2011), o uso da Modelagem Matemática segue uma série de procedimentos agrupados em três etapas identificadas como: interação, matematização e modelo matemático. O primeiro consiste em uma exploração do tema a ser trabalhado. Este é realizado após uma listagem de questões que podem ser relacionadas ao assunto estudado. Na matematização, são elaborados e resolvidos os problemas que tratam do tema em questão, assim como o desenvolvimento de saberes necessários para determinar o modelo matemático que melhor representa o problema.

Para Barbosa (2001), o desenvolvimento de atividades a partir da Modelagem Matemática pode ocorrer considerando-se três casos. No caso 1, o professor apresenta aos alunos a situação-problema com os dados e eles necessitam realizar apenas a resolução. No caso 2, o discente também se envolve no processo de coleta de dados. No caso 3, a interação entre aluno e professor é maior, pois ambos buscam resolver juntos cada etapa. Desse modo, para Bassanezi (2011, p. 46) “[...] o professor não deve propor problemas, mas deve atuar como monitor em cada grupo, sugerindo situações globais que devem ser incorporadas pelos alunos”. Portanto, o educador orienta os estudantes para que suas ideias, indagações, projeto adquiram um formato e essa atitude pode ser vista como “[...] uma forma de o professor controlar as ações do estudante, conduzir sua conduta, tornando-o corresponsável pela aprendizagem e interessado pela matemática escolar” (QUARTIERI, 2012, p. 6). Ademais,

[...] muito do sucesso do processo da modelagem matemática depende diretamente da postura docente. Essa perspectiva requer um professor atuante, criativo, dinâmico que atue como mediador na transição do conhecimento do senso comum em conhecimento científico matemático dentre outros, tendo o aluno como participante ativo do seu próprio processo de aprendizagem, desse modo pode ter uma visão crítica do meio ao qual pertence (FERNANDES; JUNIOR, 2012, p. 28).

Logo, a escolha do tema deve ser realizada juntamente com os estudantes, proporcionando liberdade para que eles façam uso de suas estratégias, intuições e formas de pensar e agir perante uma problemática. Assim, ao empregar a modelagem em sala de aula pode-se “fortalecer o desenvolvimento de múltiplos aspectos favoráveis à aprendizagem, incluindo-se a autonomia na resolução de problemas matemáticos característicos da realidade e a apreciação crítica do uso da Matemática nessas situações [...]” (TORTOLA; ALMEIDA, 2013, p. 624).

A seguir são apresentadas as atividades desenvolvidas, seus objetivos e resultados encontrados nas dissertações apresentadas ao Programa de Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, bem como alguns excertos de seus autores.

AS DISSERTAÇÕES

A pesquisa iniciou com a realização de uma busca no *site* do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, por dissertações que tivessem utilizado como metodologia a Modelagem Matemática. Como resultado obteve-se quatro trabalhos, os quais foram desenvolvidos com alunos de diferentes níveis educacionais e defendidos em diferentes anos. Com a leitura destes textos, procurou-se destacar alguns pontos específicos como os objetivos, o referencial teórico utilizado, as atividades desenvolvidas e os resultados obtidos. Esta análise proporcionará ao público um entendimento sobre essa metodologia matemática e também socializar atividades realizadas no contexto escolar.

O primeiro trabalho analisado foi desenvolvido por Rosane Fátima Postal, intitulado “Atividades de Modelagem Matemática visando uma aprendizagem significativa de funções afins, fazendo uso do computador como ferramenta de ensino”, dissertação apresentada no ano de 2009. Este estudo teve por objetivo, desenvolver uma proposta de Modelagem Matemática, utilizando como ferramenta auxiliar o *software graphmática* e através dele verificar se os materiais didáticos propostos foram potencialmente significativos e se contribuíram para uma aprendizagem significativa de funções afins. Os estudantes envolvidos, nesta pesquisa, estavam no 1º ano do Ensino Médio, de uma escola pública do município de Lajeado-RS. Nesse trabalho os dados foram coletados, durante vinte aulas, por meio de observação direta, das produções individuais e em grupo, das tarefas avaliativas e dos depoimentos de alunos.

A escolha do tema de estudo foi realizada durante o primeiro contato com a turma, em que a pesquisadora explicou o trabalho a ser realizado durante o período e sugeriu alguns temas. Dentre estes os alunos escolheram “o uso da telefonia celular”. Da mesma forma, a pesquisadora elaborou um questionário com o objetivo de realizar um levantamento sobre como os estudantes faziam uso da telefonia celular. Esses dados serviram para a elaboração das atividades desenvolvidas na prática. Posteriormente, a pesquisadora disponibilizou textos sobre celulares, obtidos na internet e na revista *Veja*, os quais permitiram a construção de um esquema confeccionado pelos alunos e professor. Os conceitos da função afim foram desenvolvidos a partir da análise se planos de telefonia de diversas operadoras (FIGURA 1). De posse dos dados, os estudantes construíram gráficos com auxílio do *software graphmática*, comparando qual plano era mais vantajoso.

Figura 1: Atividade apresentada pela pesquisadora

1 - O valor a ser pago, de uma determinada conta telefônica, é dado em função dos minutos (tempo) utilizado mais um valor fixo pelo cliente. No quadro abaixo são apresentados três planos de telefonia celular. A partir destas informações, responda:

QUADRO 02 – Três planos de telefonia

Piano	Custo fixo mensal	Custo adicional por min
A	R\$35,00	R\$0,50
B	R\$20,00	R\$0,80
C	0	R\$1,20

Fonte: <<http://www.vivo.com.br>> Acesso em 26/08/08.

- a) Qual é o plano mais vantajoso para alguém que utilize 25 min por mês?
- b) A partir de quantos minutos de uso mensal o plano A é mais vantajoso do que os outros dois?
- c) Escreva a lei de formação dos três planos.
- d) Monte a tabela de acordo com a lei.
- e) Construa os gráficos das funções.

Fonte: Postal (2009, p. 46-47).

A autora relata que durante o período que desenvolveu sua prática pedagógica, a “procuram fora do horário para falar de assuntos pesquisados, [assim como] comentarem notícias sobre celular, mostrarem revistas que tratavam do assunto em questão ou ainda falarem de sites que abordavam assuntos relacionados a celulares” (POSTAL, 2009, p. 68). Também destaca que os alunos ajudavam-se mutuamente, apresentando as características da aprendizagem ativa, construtiva, colaborativa e reflexiva. E que na resolução das situações problemas com o auxílio do *software*, os alunos tiveram a oportunidade de interagir com o computador tendo o professor como orientador (POSTAL, 2009). Assim, a pesquisadora, acredita que a metodologia utilizada contribuiu para uma interação maior entre os estudantes para a realização das atividades, construindo o conceito de função afim significativamente. Uma vez que, os mesmos escolheram o tema a ser desenvolvido em sala de aula, o que possibilitou um estudo colaborativo e cooperativo entre os alunos e professores.

A segunda dissertação analisada foi apresentada, no ano de 2011, por Jeison Rodrigo Reinheimer, intitulada “O uso da Modelagem Matemática no Ensino de Geometria Estudo de caso: EJA”. Esta foi desenvolvida com 38 alunos do 3º ano do Ensino Médio de Educação de Jovens e Adultos (EJA) de uma escola pública, tendo por objetivo desenvolver uma proposta baseada na Modelagem Matemática como metodologia de ensino e de aprendizagem do conteúdo de Geometria. Primeiramente, realizou um levantamento dos conhecimentos prévios dos estudantes sobre, cálculo de áreas de figuras planas, regra dos sinais, potenciação, radiciação e trigonometria através de situações elaboradas pelos educandos, “onde os alunos procuravam resolvê-las utilizando fórmulas Matemáticas ou raciocínio lógico” (REINHEIMER, 2011, p. 54). Como a escola estava passando por uma reforma, outro prédio seria construído, e o pesquisador utilizou esta problemática para elaborar, juntamente com os alunos, modelos representativos do novo prédio da instituição. Assim, a primeira atividade “consistiu basicamente em levar os alunos até o local destinado para a construção do prédio para que fossem realizadas as devidas medições desta área” (REINHEIMER, 2011, p. 57). Posteriormente, os estudantes deveriam definir as medidas das salas de aula e dos outros cômodos da escola. Para isso, precisavam considerar:

- número máximo de alunos por sala;
- com a demolição dos antigos prédios descobrirem o número de salas perdidas, ou seja, cada grupo além de descobrir a quantidade de salas, precisava decidir pela simples reposição do mesmo número de salas ou então ampliação do número de salas;
- distância entre classes, distância entre as fileiras, distância das classes em relação ao quadro;
- local reservado a porta de entrada, que não “roubasse” espaço desnecessário, ou seja, definir com exatidão a melhor posição para a colocação da porta de entrada das salas;
- número de janelas, tamanho e a altura em que ficariam dispostas;
- tamanho do quadro negro, murais e demais utensílios que seriam colocados nestas salas (REINHEIMER, 2011, p. 58-59).

Na terceira atividade, os estudantes deveriam determinar o formato do prédio, considerando seu posicionamento e limitações. Também era necessário,

- Determinar uma área em que seja construída uma praça destinada especialmente aos alunos do diurno, das séries iniciais;
- Determinar no planejamento um local que servirá de estacionamento para as motos e um local destinado as bicicletas durante o período em que estão nas dependências internas da escola;
- Alertar para atenção a ser dada aos alunos e demais pessoas portadoras de cadeira de rodas, no que diz respeito à largura das portas, rampa de acesso facilitado às novas dependências, em particular aos banheiros (REINHEIMER, 2011, p. 61).

A quarta atividade consistia em realizar cálculos sobre a quantidade de tijolos a serem utilizados na construção, atentando para o custo e o modelo de tijolo a ser usado. Para isso, os estudantes empregaram os conceitos de volume e área de um prisma. Na quinta atividade, o pesquisador propôs aos alunos definir o total de piso necessário para os cômodos e corredores da escola, considerando para isso, os pisos de porcelanato, para ambientes interno; e, lajotas para os corredores e ambientes externos. Já na sexta atividade, os grupos deveriam determinar o tamanho das caixas d'água para abastecer a escola. Como última atividade, os grupos apresentaram suas maquetes do prédio, juntamente com os resultados oriundos das atividades anteriores.

- a importância em trabalhar atividades em grupo, proporcionando uma maior interação, participação e coletividade no processo de aprendizagem;
- a criação de espaços em que os alunos possam fazer relações do conhecimento científico, com os conhecimentos adquiridos fora do ambiente escolar (REINHEIMER 2011, p. 90).

A terceira dissertação estudada foi desenvolvida por Fabiana Mattei, no ano de 2012, denominada “A Modelagem como ferramenta para a construção de conhecimentos matemáticos”. Esta teve duração de dezessete encontros, com quinze estudantes do 2º ano do Ensino Médio, tendo por objetivo, verificar que tipo de habilidades os educandos utilizam para aprender Matemática numa situação em que a metodologia utilizada era a Modelagem Matemática. O foco da pesquisa foi “Coronel Pilar, minha terra, meu lugar!” quais são as principais prioridades para que nosso município manteria os jovens morando aqui, receba mais imigrantes para aumentar nossa população que está diminuindo e capture visitantes e turistas a fim de melhorar a renda do município?” (MATTEI, 2012, p. 44).

Inicialmente, a pesquisadora dividiu a turma em grupos de forma que o primeiro explorou a criação de rotas turísticas; o segundo a criação de pousadas; o terceiro a criação de uma fábrica de suco de uva; o quarto a criação de uma Escola agrícola e o quinto a criação de um centro industrial. A partir da escolha dos temas os alunos desenvolveram maquetes sobre os mesmos. Assim, foram confeccionadas plantas baixas, determinando a escala que seria utilizada para construção de maquetes como forma de ilustração. Para essa representação os educandos efetuaram cálculos a fim de determinar a porcentagem destinada à área do imóvel e área livre. Também utilizaram os conceitos de área para determinar a quantidade de piso a ser comprado para obra. Além disso, foi proposto o estudo de área e de prismas para determinar quantos tijolos seriam necessários na construção e a capacidade de caixa d'água para abastecer os locais. A culminância do trabalho ocorreu na apresentação das maquetes aos demais alunos e professores da escola. É importante destacar que a pesquisadora não abordou apenas os conceitos geométricos necessários para a construção da

maquete, mas também o estudo de área e volume de pirâmides e cones, itens não utilizados na maquete.

Na análise realizada, pode-se perceber que parte dos alunos demonstrou interesse pelas prioridades relacionadas à criação de empregos no município, pois disseram que o motivo principal de os jovens e suas famílias estarem buscando outras cidades para morar são a falta de emprego. Isso ocorre principalmente com os jovens que moram nas comunidades mais afastadas do município e não quer mais se dedicar agricultura, pois esta não oferece boas condições de sobrevivência no que se refere a custo, lucro e condições de propriedades. Outros alunos optaram pela construção de um espaço para lazer e pousadas para receber os turistas e visitantes que pelo nosso município (MATTEI, 2012, p. 45).

A última dissertação analisada, foi defendida no ano de 2013, pela mestrandanda Patrícia Fernanda da Silva. Seu trabalho intitulado “Modelagem Matemática na Educação Infantil: Uma estratégia de Ensino com crianças da faixa etária de quatro a cinco anos”, teve por objetivo observar, investigar e desenvolver situações de aprendizagem utilizando a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e analisar como esta poderia contribuir para a aprendizagem de crianças dessa faixa etária. A autora é professora da educação infantil, e elaborou uma proposta de ensino e de aprendizagem considerando também as Linguagens Geradoras as quais

se caracterizam por situações de aprendizagem que visam abordar as concepções iniciais, necessidade, vontades e interesses das crianças, para que posteriormente o professor possa chegar e problematizar até os conteúdos mais expressivos e significativos. A proposta das Linguagens Geradoras é composta pela Parte Cheia e a Parte Vazia (SILVA, 2013, p. 22).

De acordo com a autora, a primeira, parte cheia, refere-se aos conteúdos abordados pelo professor e expressa em um planejamento prévio. A segunda, parte vazia, aborda temas oriundos do interesse dos alunos e julgados como importantes pelo professor. Assim, a pesquisadora pretendia realizar sua intervenção por meio de etapas, para que os estudantes pudessem interagir com o ambiente. Esta foi desenvolvida durante dez encontros, os quatro primeiros dedicados a observações da turma e os demais à realização das atividades. Durante as observações, a pesquisadora, analisou o comportamento e o envolvimento das crianças ao realizarem as atividades propostas pela professora titular, bem como suas rotinas diárias. Silva (2013, p. 72) ressaltou que, “Desde o princípio, as crianças demonstravam algumas dificuldades em situações em que se esperava que elas já tivessem conhecimento, e assim, muitas situações de aprendizagem tiveram que ser alteradas na sequência, criadas e também modificadas”.

No primeiro dia de prática, a autora, relatou a história intitulada “As Três Partes” do autor Edson Kozminski, e fez uma conversação com as crianças sobre o texto. Posteriormente, os alunos manipularam figuras geométricas (triângulos e trapézio) que constavam na história para formar uma representação de uma casa. Por fim, as crianças elaboraram desenhos que representassem suas residências. No segundo dia, a pesquisadora fez questionamentos sobre a história contada no dia anterior aos estudantes, para que eles mantivessem em sua memória as figuras destacadas na história. Em seguida, as crianças foram encaminhadas ao ambiente externo da sala de aula para que identificassem objetos que tivessem formas das faces relacionadas às figuras geométricas da história.

O terceiro dia foi dedicado a relembrar a história e a exploração da última parte da mesma, já que até então, só sabiam das duas primeiras. Após essa etapa, os alunos dedicaram-se a construir desenhos utilizando os palitos coloridos. No quarto dia, os estudantes manipularam blocos lógicos para identificação de formas triangulares e trapezoidais, bem como as suas cores. Também, manusearam massinhas de modelar com o formato de diferentes figuras geométricas. No quinto dia, os alunos deveriam identificar triângulos e trapézios escondidos no desenho distribuído pela pesquisadora e depois, durante um passeio pelo bairro, identificá-las na forma das faces de alguns objetos. De acordo com a autora, no último dia, após uma conversa com as crianças, sobre o que haviam realizado nas últimas aulas, os estudantes recortaram, pintaram e montaram figuras a partir das três partes da história.

Como resultados, a autora apresentou a exploração das linguagens geradoras a partir da linguagem lógico-matemático, salientando que os conhecimentos matemáticos não foram os únicos a serem assinalados. Em efeito:

A Educação Matemática poderia ter surgido em diferentes perspectivas, porém na turma C, escolheu-se desenvolver a Modelagem Matemática de maneira convidativa, por meio de uma história, [...] ficou evidente que esta proposta de estratégia de ensino que ainda não havia sido utilizada anteriormente, poderá tomar espaços nas salas de aula e nos contextos infantis, e se utilizada com criatividade por parte dos educadores, poderá contribuir para a construção da aprendizagem das crianças (SILVA, 2013, p. 146).

Diante da análise efetivada, Quadro 1, apresentam-se as informações decorrentes das dissertações aqui citadas.

Quadro 1: Síntese dos dados emergentes das dissertações estudadas

Título/Autor	Objetivo Geral	Conteúdos explorados	Resultados
Atividades de Modelagem Matemática visando a uma aprendizagem significativa de funções afins, fazendo uso do computador como ferramenta de ensino (POSTAL, 2009).	Desenvolver uma proposta de Modelagem Matemática, utilizando como ferramenta auxiliar o software <i>graphmatica</i> e através dela verificar se os materiais didáticos propostos foram potencializantes significativos e se contribuíram para uma aprendizagem significativa de funções afins.	Função afim, conceitos e gráficos.	O uso do <i>software</i> proporcionou a exploração, de conceitos matemáticos para a construção do modelo em questão. Houve maior interação dos estudantes na realização das atividades, participando da escolha do tema, buscando leituras complementares, bem como o fascínio ao utilizar o computador nas aulas de matemática.
O uso da Modelagem Matemática no Ensino da Geometria Estudo de caso: EJA (REINHEIMER, 2011).	Desenvolver uma proposta baseada na Modelagem Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem do conteúdo de Geometria em uma turma de 3º ano do EM EJA.	Geometria Espacial	Envolvimento dos alunos nas atividades, relacionando o conhecimento científico com o prático. Destaca-se a importância das informações fornecidas por um aluno que trabalhava na construção civil para a finalização do trabalho.
A Modelagem como ferramenta para a construção de conhecimentos matemáticos (MATTEI, 2012).	Verificar que tipo de habilidades os educandos utilizam para aprender Matemática numa situação em que a metodologia utilizada é a modelagem matemática.	Geometria Espacial	Mudança na postura dos estudantes em relação à Matemática, valorizando o trabalho em equipe. Envolvimento na escolha do tema, apresentação de hipóteses e criação do modelo (maquete).
Modelagem Matemática na Educação na Educação Infantil: Uma estratégia de Ensino com crianças da faixa etária de 4 a 5 anos (SILVA, 2013).	Observar, investigar, desenvolver situações de aprendizagem utilizando a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e analisar como a Modelagem Matemática poderá contribuir para a construção das aprendizagens de crianças da faixa etária de 4 a 5 anos de idade.	Formas geométricas (triângulos e trapézio)	Participação e interação das crianças diante das atividades, desenvolvimento da criatividade, da linguagem oral e progresso dos conhecimentos construídos durante as situações desenvolvidas.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Ao organizar os dados oriundos das dissertações, é possível perceber que os projetos apresentados pelos mestrandos, concentraram-se na exploração da geometria. Isso se deu em especial na manipulação de objetos e busca por informações que possibilitassem a confecção de maquetes, em especial no Ensino

Médio. Como resultados os pesquisadores, relataram o envolvimento dos alunos no decorrer das atividades. Acredita-se que esse fato por ser consequência do uso da modelagem que tem o intuito de tornar o aluno um ser ativo. Ademais, os estudantes tiveram a oportunidade de colocar “à prova” os conceitos matemáticos apresentados pelo professor na exploração e na construção do modelo.

ALGUMAS OBSERVAÇÕES

Durante a leitura das dissertações, anteriormente elencadas, foi possível perceber o desejo dos autores em promover uma experiência educacional aos alunos de maneira que, eles fossem os agentes de seu aprendizado. Os autores tiveram o intuito de promover o envolvimento dos mesmos nas atividades, suas habilidades e conhecimentos. Em efeito

Pode-se relatar aqui que as habilidades relevantes destacadas durante a pesquisa foram aquelas em que os alunos estavam envolvidos com materiais concretos, como medir, recortar, montar, colar, pintar, calcular mentalmente e analisar qual seria a melhor forma para confeccionar suas maquetes, pois os mesmos afirmavam que estavam colocando em prática o que haviam visto na teoria em sala de aula (MATTEI, 2012, p. 79).

Para Reinheimer (2011), um educador que pretenda desenvolver atividades, a partir da metodologia da Modelagem Matemática e que venha a elaborar uma proposta semelhante – construção de maquetes – é interessante que opte por elencar tutores. Alunos que possam auxiliar seus colegas no decorrer das atividades, já que, “[...] algumas vezes não foi possível dar a atenção devida a todos os grupos de alunos. Em algumas situações tivemos que sanar as dúvidas em momentos extraclasses, ou seja, fora do período destinado à disciplina de matemática” (REINHEIMER, 2011, p. 64). O autor também destaca que durante o desenvolvimento do projeto, um de seus alunos mostrou aos colegas, alguns conhecimentos sobre construção civil, uma vez que atua na área. As informações fornecidas por este estudante foram aproveitadas para a construção das maquetes. Ao final da proposta, este estudante revelou que daria continuidade aos estudos, matriculando-se em um curso técnico em edificações.

Nos relatos apresentados pelos pesquisadores durante a descrição das atividades, foi perceptível o envolvimento dos estudantes, sua participação ativa nas tarefas e seu entendimento sobre o conteúdo articulado em aula. Assim, conforme Silva (2013, p. 16), na Modelagem Matemática

[...] o conhecimento matemático não se constitui meramente em um conjunto de fatos a serem memorizados ou simplesmente aprender a contar, é muito mais do que isso. Ele deve ser compreendido, levando em consideração suas ações e também o pensamento sistemático do aluno, pois uma explicação pode ser clara para quem a explica, mas não para quem a acompanha, um aspecto importante a ser levado em

consideração pelo professor, especialmente, quando os estudantes são crianças.

Para a autora, na modelagem, assim como nas linguagens geradoras, focos de sua pesquisa, os professores precisam estar atentos às ideias dos alunos. Ademais, é importante o levantamento dos assuntos que os estudantes possam ter interesse para que estes sejam abordados nas aulas.

De modo geral, os pesquisadores tiveram a preocupação de, ao utilizar a Modelagem Matemática como metodologia, transformar a sala de aula em um ambiente de aprendizagem, em que os alunos pudessem ser desafiados a pensar matematicamente sobre as temáticas propostas. E, dessa forma construirão seu conhecimento, formulando estratégias para resolver as tarefas apresentadas.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática:** concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253 f. Tese (Doutorado) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BARBOSA, J. C. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. **Acta Scientiae**, Canoas. v. 10, 2008. p. 47-58.

BARASUOL, F. F. Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino da matemática. **UNIRevista**, São Leopoldo: Rio Grande do Sul, v. 1, n. 2, p. 1-6, 2006. Disponível em: <<http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/artigo/1-2008-08-20-17-23-12.pdf>>. Acesso em: 09 Abr. 2014.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática:** uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino.** 5^a. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática/Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

FERNANDES, Rúbia J. G.; JUNIOR, Guataçara S. Modelagem Matemática: um recurso pedagógico para o ensino de matemática. **Revista Práxis**, São Paulo, n. 8, p. 21-29, 2012. Disponível em: <<http://web.unifoia.edu.br/praxis/numeros/08/21-29.pdf>>. Acesso em: 11 abr. 2014.

MATTEI, Fabiana. **A modelagem como ferramenta para a construção de conhecimentos matemáticos.** 2012. 99 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciencias Exatas) – Centro Universitário Univates, Lajeado, 2012. Disponível em: <<http://www.univates.br/bdu/bitstream/10737/272/1/FabianaMattei.pdf>> Acesso em: 16 jul. 2014.

POSTAL, Rosane Fátima. **Atividades de modelagem matemática visando a uma aprendizagem significativa de funções afins, fazendo uso do computador como ferramenta de ensino.** 2009. 116 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciencias Exatas) – Centro Universitário Univates, Lajeado, 2009, Disponível em: <<http://www.univates.br/bdu/bitstream/10737/80/1/RosanePostal.pdf>> Acesso em: 16 jul. 2014.

QUARTIERI, Marli Teresinha. **A Modelagem Matemática na escola básica:** a mobilização do interesse do aluno e o privilegiamento da matemática escolar. 2012. 199 f. Tese (doutorado) - Universidade do Vale do Rio dos Sinos, Programa de Pós-Graduação em Educação, São Leopoldo, 2012.

REINHEIMER, Jeison Rodrigo. **O uso da modelagem matemática no ensino da geometria estudo de caso:** Eja. 2011. 110 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciencias Exatas) – Centro Universitário Univates, Lajeado, 2011. Disponível em: <<http://www.univates.br/bdu/bitstream/10737/244/1/JeisonRodrigo.pdf>> Acesso em: 16 jul. 2014.

SILVA, Patrícia Fernanda da. **Modelagem matemática na educação infantil:** uma estratégia de ensino com crianças de faixa etária de 4 a 5 anos. 2013. 172 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciencias Exatas) – Centro Universitário Univates, Lajeado, 2013. Disponível em: <<http://www.univates.br/bdu/bitstream/10737/327/1/PatriciaSilva.pdf>> Acesso em: 16 jul. 2014.

SILVEIRA, E. , CALDEIRA, A. D. Modelagem na Educação Matemática: é possível fazer sem saber? In: _____. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática.** Salvador 2010.

TORTOLA, Emerson; ALMEIDA, Lourdes M. W. Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 94, n. 237, p. 619-642, 2013. Disponível em: <<http://rbep.inep.gov.br/index.php/RBEP/article/viewFile/2755/1937>>. Acesso em: 29 abr. 2014.

USO DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EM SALA DE AULA: PROPOSTAS DE ATIVIDADES COM ALUNOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Ivanir Maria Lucca Weber¹
Fernanda Eloisa Schmitt²

Resumo: Durante as atividades decorrentes do Observatório de Educação do Centro Universitário UNIVATES, desenvolveram-se questões de Investigação Matemática com turmas de sétimo ano do Ensino Fundamental e primeiro ano do Ensino Médio. O principal objetivo deste trabalho foi investigar como alunos desenvolvem alguns cálculos que usualmente não constam nos livros didáticos. Investigação Matemática, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) são questões que têm o intuito de levar os alunos a ter autonomia nas resoluções de problemas criando hipóteses e testando-as, fazendo-os pensar. Foram realizadas cinco atividades cujas respostas foram recolhidas para análise. Como resultado, observou-se a dificuldade dos discentes na interpretação e análise das atividades propostas, bem como na escrita matemática.

Palavras-chave: Investigação Matemática. Atividades. Ensino Fundamental e Médio.

INTRODUÇÃO E PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

No presente relato apresentam-se resultados de uma investigação decorrente de estudos teóricos e discussões realizadas no âmbito do Programa do Observatório da Educação, desenvolvidos no Centro Universitário UNIVATES de Lajeado, RS. Esta se nomeia “Estratégias Metodológicas visando à inovação e reorganização curricular no campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental” e é financiada pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). O foco de estudo desta pesquisa está em três tendências matemáticas: Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Etnomatemática.

Como participante do observatório, o interesse, no primeiro momento, ocorreu pela tendência Investigação Matemática. Assim, foram elaboradas questões estratégicas seguindo os princípios estudados, em relação a esta metodologia, para serem desenvolvidas com os alunos da Educação Básica. A partir destas atividades, procurou-se incentivar os discentes a terem autonomia

¹ Licenciada em Matemática – Unisc. Bolsista Capes.

² Licenciada em Ciências Exatas – Univates. Mestranda em Ensino de Ciências Exatas – Univates. Bolsista Capes.

na resolução e criação de hipóteses passíveis de serem testadas, levando-os assim, a pensar. O principal objetivo foi compreender como os alunos, dos anos finais do Ensino Fundamental e também do Ensino Médio, desenvolvem algumas tarefas que usualmente não constam nos livros e têm caráter investigativo.

A escola, em que foram realizadas as atividades investigativas, localiza-se no município de Muçum, no estado do Rio Grande do Sul. É uma cidade de pequeno porte, sendo que a escola onde o trabalho foi realizado é a única Escola Estadual do Município. Bem localizada e estruturada, conta com aproximadamente 560 alunos, sendo que todos os cinquenta professores possuem formação em nível superior. Funciona nos três turnos, sendo que o Ensino Médio nos turnos manhã e noite; e, o Ensino Fundamental, manhã e tarde. Cabe salientar que esta instituição participa do Programa Mais Educação que começou a ser desenvolvido no final de 2013, fazendo com que 70 alunos do Ensino Fundamental frequentem esta modalidade de turno integral, que oferece várias oficinas tais como música, trabalhos manuais (artes) e informática. Uma das turmas em que foi realizada a intervenção pedagógica é conhecida como a turma 71 do turno da manhã sendo uma sétima série/8º ano e possui 25 alunos. A outra é a 211 que corresponde ao 1º ano do Ensino Médio, com 30 alunos. Ambas são compostas por alunos de diferentes localidades do município e de diferentes idades.

De acordo com alguns autores, a Investigação Matemática é uma metodologia de ensino, com potencial dinâmico e que permite ao aluno autonomia no seu processo de ensino e de aprendizagem. Segundo Ponte (2003b), investigar assume vários significados, podendo ser empregado para descrever um tipo de tarefa desenvolvida nas aulas de matemática, mais comumente definida como investigações matemáticas, caracterizadas como tendo uma estrutura aberta e um elevado grau de dificuldade. Para Bandeira e Nehring (2011, p. 3)

Por ser uma tarefa aberta em atividades investigativas, sabemos qual o ponto de partida da atividade, porém não há como prever quais os caminhos que serão percorridos, nem mesmo, quais os resultados que serão atingidos pelos alunos, mas é importante ressaltar que as atividades investigativas são atividades que têm objetivos específicos.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) descrevem quatro momentos que caracterizam uma investigação matemática em sala de aula, descritas no Quadro 1.

Quadro 1 – Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer uma situação problema • Explorar a situação problemática • Formular questões
Conjecturas	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar dados • Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar testes • Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	<ul style="list-style-type: none"> • Justificar uma conjectura • Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 21).

A exploração da tarefa, proferem Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), leva tempo e é uma etapa decisiva para a formulação das conjecturas. Conforme Ponte (2003a, p. 103),

[...] o aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação dos seus resultados e na sua discussão e argumentação com os colegas e o professor.

“Uma preocupação fundamental que se destaca nos exemplos anteriores é a de dar ao aluno a responsabilidade de descobrir e de justificar as suas descobertas” (PONTE, 2003b, p. 35). Fazendo alusão às ideias de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), Bandeira e Nehring (2011, p. 3) afirmam

Em atividades investigativas o aluno é incentivado a desenvolver sua autonomia, definindo objetivos e conduzindo a investigação formulando estratégias, testando suas conjecturas, analisando criticamente os resultados obtidos. Daí vem o caráter de imprevisibilidade deste tipo de atividade exige do professor flexibilidade para lidar com as situações novas que, com grande probabilidade, irão surgir.

Tendo em vista as ideias e reflexões apresentadas, foram elaboradas e exploradas atividades de Investigação Matemática, cujo desenvolvimento apresenta-se a seguir.

DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES INVESTIGATIVAS

A intervenção foi conduzida no primeiro trimestre de 2014, com a turma do sétimo ano do Ensino Fundamental e após, com a turma 211 correspondente ao 1º ano do Ensino Médio. Iniciou-se com um diálogo sobre a importância da leitura das questões propostas para uma boa interpretação e para facilitar a

resolução das mesmas. Os alunos foram lembrados de que deveriam resolver estas atividades utilizando conhecimentos matemáticos dos anos anteriores, bem como a cultura que trazem do seu cotidiano, não necessariamente cálculos acadêmicos. Assim, deveriam resolvê-las conforme suas ideias, sempre anotando as resoluções e estratégias utilizadas no caderno.

A primeira turma em que foram desenvolvidas as atividades foi a 71 (25 estudantes) sendo que estavam presentes 22 alunos. A realização das questões ocorreu em duplas, por afinidade. No primeiro momento, foi explicada qual a função desta investigação e como se procederia na sua realização. As atividades foram entregues, para cada dupla resolvê-las, com uma folha em branco para escrita das resoluções, a qual foi recolhida após os discentes socializarem os resultados.

Quando da elaboração das questões estipulou-se a necessidade de dois períodos para responderem cinco questões, mas foram ocupados três períodos. É importante considerar que os alunos gostaram de realizar estas atividades, pois queriam mais questões, demonstrando interesse, havendo a participação efetiva de todos, mesmo que muitos tivessem dificuldades na resolução. Entretanto, observou-se dificuldade de alguns educandos sobre geometria, em particular sobre figuras e formas geométricas. Na interpretação das questões, os discentes tiveram dificuldades na leitura da pergunta. Destaca-se que o professor foi apenas um orientador das atividades. Segundo Burak (apud DALL'AGNOL et al., 2013, p. 6):

[...] o aluno é um sujeito que procura ativamente compreender o mundo que o rodeia, através da ação com o objeto que está ao seu alcance e o professor é o mediador, que auxilia e orienta as ações entre o sujeito e o objeto, fazendo com que haja reflexão sobre o que se está pretendendo aprender.

Na turma 211 (30 estudantes), que corresponde ao 1º ano do Ensino Médio, foram desenvolvidas, na semana seguinte, as mesmas questões exploradas na turma 71. Essas também realizadas em grupos (duplas), com o intuito de observar como seriam as respostas, para posteriormente, observar, registrar e analisar estes resultados. Cada grupo realizou as suas tarefas, registrando em uma folha em branco e entregando para o professor, os resultados, após a socialização dos resultados para toda a turma. O trabalho em grupo segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 30) “potencializa o surgimento de várias alternativas para a exploração da tarefa”.

A primeira atividade proposta aos grupos necessitou de muita leitura e interpretação, nela solicitava-se que com um determinado perímetro os alunos descobrissem qual a figura que formaria a maior área.

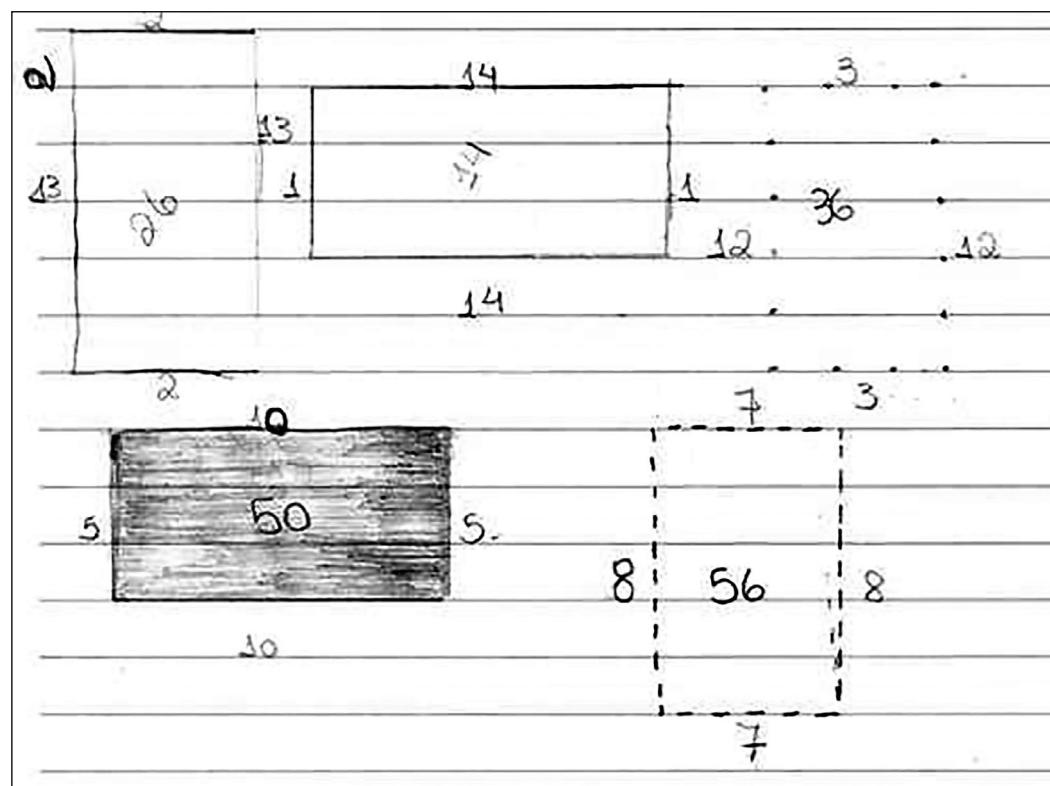
A primeira dificuldade encontrada pelos alunos, na atividade, refere-se à leitura e a imaginação sobre formas geométricas quadrangulares. Essa limitação foi superada na discussão em grande grupo, mediante a intervenção do docente,

tendo como base o olhar para os objetos que estão na sala de aula: faces de uma classe, do quadro, das janelas e até do próprio caderno.

Após, começaram a representar por meio de desenhos, conforme a pergunta. Notou-se que algumas duplas estavam preocupadas em desenhar proporcionalmente usando régua e escala, sendo que um centímetro no desenho equivaleria a um metro no objeto real, apesar disso não ter sido solicitado. Assim, construíram diversos desenhos colocando a medida dos lados, de forma a ter um perímetro igual a 30 e calcularam a área dos retângulos como mostra a Figura 1. Destaca-se que, neste exemplo, as figuras não são proporcionais, apenas foi realizado uma representação.

Os grupos desenharam retângulos com medidas aleatórias até perceberem que poderiam desenhá-los seguindo uma determinada ordem. Ou seja, notaram que quando aumentavam o lado maior, diminuía o menor proporcionalmente e que a área também mudava (FIGURA 2). Ao observarem os resultados, concluíram que quanto mais próximos os valores das medidas dos lados, maior seria a área do retângulo desenhado.

Figura 1 – Desenhos de retângulos realizados por um grupo de alunos



Fonte: Dos autores, 2014.

Figura 2 – Cálculos de áreas das figuras

13	14	12	10	7
$\times 2$	$\times 1$	$\times 3$	$\times 5$	$\times 8$
26	14	36	50	56

Fonte: Dos autores, 2014.

Destaca-se que os alunos, mesmo com esforço e dedicação, na resolução da situação proposta não chegaram à conclusão desejada, ou seja, que a figura com maior área teria lados iguais. Limitaram-se a usar números inteiros para as medidas dos lados, o que necessitou da intervenção do professor para mostrar que a maior área seria do quadrado, tendo as medidas dos lados de 7,5 metros.

Nesta atividade notou-se que os alunos, apesar de acharem diferentes conjecturas para resolver o problema, tiveram grande dificuldade de escrever suas conclusões. Esse fato é justificado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) ao afirmarem que o registro escrito é um desafio adicional, pois exige um tipo de representação que não é usual nas aulas de matemática.

A atividade 2 (FIGURA 3), foi utilizada para dar enfoque na descrição, problematização e visualização de uma tabela para ser analisada, procurando descobrir que relações existem no seu conjunto.

Figura 3 – Atividade de exploração de números numa tabela

Observe o quadro abaixo:			
0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
16	17	18	19
....

Descreva as relações encontradas no quadro.

Fonte: Adaptado de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009).

Após leitura da questão, os educandos não sabiam o que observar. Então conversaram entre si e iniciaram a discussão. Alguns grupos elaboraram e descreveram com maior facilidade e rapidez algumas relações, descobrindo duas ou mais; enquanto outros colegas chegaram apenas a uma. Observou-se que faltou para os alunos capacidade criadora na hora de resolver os problemas propostos, apesar de que este fato pode ser justificado pela pouca experiência que

os alunos têm com este tipo de investigação. No debate final, surgiram diversas conjecturas que foram testadas e explicadas para os colegas. Seguem algumas destas conclusões:

- as colunas para baixo aumentam de 4 em 4.
- para o lado aumenta de 1 em 1.
- a soma dos números da coluna 1 é 40; da coluna 2, 45; da coluna 3, 50; da coluna 4, 55.
- na vertical uma coluna tem números pares, na outra tem números ímpares, e assim sucessivamente.
- somando os números que se encontram na primeira coluna com o número da primeira linha da segunda coluna, resultará num número da segunda coluna.

No primeiro comentário citado, a conjectura encontrada foi uma sequência numérica que aumentava na coluna de quatro em quatro; nas linhas os números aumentavam de um em um. Outros descobriram também que a soma dos números das colunas formava outra sequência que aumentava de cinco em cinco. Algumas duplas conseguiram só observar que as colunas estavam em ordem crescente; e, que a primeira e a terceira coluna eram compostas de números pares; e a segunda e a quarta coluna eram formadas por números ímpares. Uma dupla chegou à conclusão de que somando o número da segunda linha da primeira coluna, com o da primeira linha e segunda coluna resultava o número abaixo da segunda coluna e segunda linha ($4 + 1 = 5$) e assim sucessivamente. Destaca-se que após cada comentário os demais alunos testaram as ideias apresentadas verificando se as conjecturas eram válidas.

Os alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental sentiram mais dificuldades e necessitaram de um tempo maior para resolverem as atividades propostas. Contudo, estavam mais interessados em descobrir coisas novas, mesmo apresentando dificuldades e limitações. A turma do 1º ano do Ensino Médio resolveu as atividades com maior rapidez, mas com menos aspiração de querer descobrir novas formas ou relações.

Na 3ª atividade (FIGURA 4) criou-se um momento em que os alunos, deveriam encontrar a relação existente entre os algarismos do cálculo e o resultado apresentado, criando outras relações semelhantes, que deveriam ser testadas. Alguns grupos tiveram dificuldades de encontrar a lógica e necessitaram de questionamentos do professor para instigá-los na realização destas.

Figura 4 – Atividade 3

Nos números abaixo, existe entre eles uma relação. Qual? Descreva esta.

$$9 + 2 = 711$$

$$10 + 3 = 713$$

$$15 + 8 = 723$$

$$16 + 9 = 725$$

Fonte: Adaptado do site IXL.com

Alguns grupos, de imediato, observaram que a soma dos números resultava a parte das dezenas e unidades e a diferença entre os números corresponde ao algarismo da centena. Notaram que uma simples subtração e adição, desenvolvidas de modos diferentes, poderiam resultar numa brincadeira que seguia uma lógica tão simples. Desta maneira, poderiam criar novas brincadeiras. Outros não conseguiam enxergar alguma relação, necessitando da ajuda dos colegas e do professor para obterem os resultados desejados.

Na atividade 4 (FIGURA 5) utilizou-se um calendário, com o intuito de mostrar que muitas vezes, pode-se criar situações que estão presentes no nosso dia a dia. Nesse contexto, os alunos coletaram informações que não imaginavam que fosse possível na disciplina de Matemática.

Figura 5 – Atividade 4

A tabela abaixo representa o mês de janeiro de um calendário

JANEIRO

S	T	Q	Q	S	S	D
		1	2	3	4	5
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

- Forme um retângulo envolvendo 9 números. Após some-os.
- Novamente, escolha outros 9 números que formam outro retângulo e some-os
- Descreva as relações encontradas.

Fonte: Adaptado de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009).

Na questão “a” os alunos escolheram nove números aleatórios e desenharam um retângulo em volta deles, após somaram. Escolheram outros nove números, novamente desenharam um retângulo e os somaram. Assim, observando os valores obtidos, concluíram que a soma dos números seria divisível por 3. Alguns grupos, entretanto, disseram que o resultado era divisível

por 9. Outra observação encontrada foi que a sequência da coluna é um número adicionado de sete, lembrando os dias da semana e na horizontal de um (dia seguinte).

Uma dupla circundou os números, conforme solicitado na questão, e os somaram encontrando como resultados 171 e 135, conforme a Figura 6. Ao somarem os algarismos que compunham os diferentes retângulos, perceberam que nesta sempre encontravam como resultado o número 9, sendo este o índice de números que formavam o retângulo inicial.

Figura 6 – Representação e cálculos apresentados pelos alunos

JANEIRO						
S	T	Q	Q	S	S	D
1	2		3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

a) Forme um retângulo envolvendo 9 números. Após some-os.

b) Novamente, escolha outros 9 números que formam outro retângulo e some-os

c) Descreva as relações encontradas.

a) $7+8+9 + 14+15+16+21+22+23 = 135$

b) $11+12+13 + 18+19+20+25+26+27 = 171$

c) $171 + 135 = 306$ que $3+6=9$. que é a quantidade de números que nós usamos para fez o retângulo.

Fonte: Dos autores, 2014.

A atividade 5 (FIGURA 7), foi elaborada com o objetivo de trabalhar relações existentes entre áreas de figuras geométricas, medida dos lados de um retângulo e comprimento de circunferências. Nesta tarefa, os alunos confeccionaram o círculo, recortaram e após responderam as perguntas.

Figura 7 – Atividade 5

Siga as instruções abaixo:

1º) Desenhe dois círculos utilizando duas folhas de cores diferentes.

2º) Divida cada círculo em 16 partes iguais.

3º) Recorte cada círculo sem separar as partes.

4º) Abra os círculos e encaixe-os.

Agora responda:

a) Que figura formou?

b) Onde encontra-se o comprimento da circunferência?

c) Calcule a área desta figura. Qual relação foi encontrada?

Fonte: Adaptado de <<http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/aplcom1a.html>>.

Nesta atividade, observou-se como os alunos tinham dificuldades para trabalhar ângulos e suas relações. Cada dupla seguiu as instruções, recortando os dois círculos, um verde e outro amarelo, cuidando para que as partes recortadas não se separassem, conforme exigência citada. Após, encaixaram os mesmos, sem colar sobre um papel, e observaram que figura foi formada. Em seguida deveriam colar a figura formada. Esta tarefa causou um pouco de agitação, pelo fato da colagem exigir muito cuidado e precisão.

A maioria dos grupos encontrou a figura de um retângulo, conforme Figura 8. Entretanto, alguns alunos tiveram dificuldade para perceber esse fato, principalmente os do 7º ano, devido à colocação indevida de suas figuras, pois não observaram a formação correta. Após uma análise detalhada chegaram à mesma conclusão que os colegas.

Figura 8 – Figura formada por um grupo de alunos



Fonte: Dos autores, 2014.

A questão “b” perguntava onde se encontra o comprimento da circunferência. Os alunos, observando a figura formada, relacionaram o lado maior do retângulo com o comprimento da circunferência. Para calcular a área desta figura, utilizaram a régua para medir a base e a altura do retângulo

formado, e multiplicaram os valores para encontrar a área. Um aluno escreveu: *A área do retângulo é a mesma do círculo. $30 \times 6 = 180\text{cm}^2$.*

Alguns alunos tiveram dificuldade de calcular a área, pois a figura formada ficou disforme por causa da colagem mal feita. Com auxílio e questionamentos do professor, os alunos concluíram que a área de uma circunferência é a mesma que a metade da área do retângulo encontrado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando os resultados obtidos, observou-se a necessidade de trabalhar esta metodologia com mais frequência nas aulas de Matemática. Dessa maneira, os alunos poderiam se tornar mais críticos e ousados nas suas observações, bem como na obtenção de resultados que expressam ideias matemáticas. A turma do Ensino Médio obteve maior êxito na resolução das atividades, pois são alunos com mais conhecimento, conseguindo visualizar as entrelinhas dos problemas apresentados. Mesmo assim, alguns tiveram as mesmas dificuldades que os alunos da 7^a série/8^º. ano do Ensino Fundamental. Esses últimos, em algumas questões encontraram dificuldades em expressar o seu pensamento por escrito, sendo que oralmente conseguiam apresentar suas ideias de forma mais clara.

Esperava-se que os alunos, trabalhando em grupos, obtivessem mais facilidade em interpretar os problemas, discutir as atividade e encontrar alternativas de resolvê-las. Entretanto, alguns grupos não conseguiram expressar as suas ideias. Apesar disso, o trabalho em grupo foi válido por disseminar a colaboração e fazer com que os alunos se ajudassem mutuamente.

Torna-se interessante o docente criar atividades de Investigação Matemática sempre pensando no que o aluno poderia observar e conjecturar através destas questões. É papel do professor instigar o aluno durante a realização da investigação, para fazê-lo argumentar, contestar e criar hipóteses tendo autonomia nas respostas. Isto faz com que os alunos muitas vezes enverguem por caminhos não imaginados pelo docente ao propor a atividade.

Segundo Burton (1984 apud PONTE, 2003b, p. 35)

Foi pedido [aos professores] que mudassem o seu papel de responsáveis pelo que os alunos fazem e aprendem para o papel de recurso dos alunos. Os professores foram encorajados a não fornecer as respostas ou os métodos, mas sim a provocar os seus alunos a procurá-las por si próprios. A noção de responsabilidade era uma noção-chave – os alunos tomando responsabilidade pela sua escolha dos problemas, dos seus colegas de trabalho e o seu método de ataque, pelo seu pensamento e pelos seus resultados.

Durante as intervenções pedagógicas realizadas, ficou evidenciado que os alunos também têm opiniões próprias e que são capazes de construir sua própria aprendizagem. Para isso, basta o professor instigar a curiosidade inata

ao indivíduo que é a principal característica da maioria dos discentes. Cabe ao professor mostrar este caminho a seus educandos, conforme argumenta Ponte (2003b, p. 36) “se se pretende que os alunos desenvolvam plenamente as suas competências matemáticas e assumam uma visão alargada da natureza desta ciência, então as tarefas de exploração e investigação têm de ter um papel importante na sala de aula.”

REFERÊNCIAS

- BANDEIRA, Emanueli; NEHRING, Cátia Maria. Atividades Investigativas – Diálogos Iniciais. In: CNEM – Congresso Nacional de Educação Matemática, 2., 2011, Ijuí. **Anais...** Ijuí: Unijuí, Jun. 2011.
- DALL'AGNOL, Rosemeri; CORRÊA, Bruno Silveira; OLIVEIRA, Daniele Vargas; FIOREZE, Leandra Anversa; NOTARE, Márcia Rodrigues. Modelagem matemática na construção da maquete de um campo de futebol. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: PUCPR, 2013.
- PONTE, João P. da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009.
- PONTE, João P. Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. **Investigar em Educação**, v. 2, p. 93-169, 2003a.
- PONTE, João P. **Investigar, ensinar e aprender.** Actas do ProfMat 2003 (CD-ROM, pp. 25-39). Lisboa: APM, 2003b.

RELATO DE EXPERIÊNCIA: CÁLCULO DO ÍNDICE DE PESO IDEAL POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Viviane Brune¹

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt²

Resumo: O trabalho aqui proposto foi realizado com alunos do 8º ano de uma Escola Estadual de Educação Básica, tendo por objetivo explorar a metodologia da Modelagem Matemática. A tendência foi estudada no Observatório da Educação, um projeto vinculado ao Centro Universitário UNIVATES que visa à inovação e reorganização da disciplina de Matemática. Durante a prática desenvolvida, os discentes leram textos e expuseram conhecimentos a respeito de métodos de obter o índice de peso ideal de uma pessoa. Posteriormente realizaram investigações sobre o tema. Os resultados do estudo apontam: i) trabalhos distintos, gerando modelos em tabelas e gráficos que identificam o índice do peso dos grupos pesquisados; ii) significativo envolvimento dos alunos na prática; iii) revisão dos conhecimentos a respeito de conteúdos diversos e iv) reflexões acerca da aplicabilidade da matemática na sociedade.

CONTEXTO DA ESCOLA

A experiência aqui relatada foi realizada na Escola Estadual de Ensino Médio Reynaldo Affonso Augustin, localizada no município de Teutônia, estado do Rio Grande do Sul. A referida escola tem 76 anos e possui aproximadamente 1.300 alunos, contemplando todos os anos da Educação Básica e do Ensino de Jovens e Adultos, em três turnos. Seu espaço físico é restrito às salas de aula, três quadras esportivas sem cobertura, dois laboratórios de informática, uma sala de vídeo e uma biblioteca. Recentemente, com a implantação do Ensino Médio Politécnico e a adesão ao Programa Ensino Médio Inovador (PRO-EMI), a instituição recebeu incentivos financeiros com os quais qualificou a biblioteca, implantou um laboratório de Ciências, bem como tecnologias de áudio e vídeo nas salas de aula destinadas ao Ensino Médio. Os recursos financeiros ainda são utilizados para financiar viagens de estudos aos alunos, apoio a projetos e qualificação dos professores.

As duas turmas, nas quais desenvolvemos a atividade, são compostas por 52 adolescentes de 8º ano do Ensino Fundamental, com idades entre 12 e 16 anos, no turno da manhã. Uma característica marcante nestas turmas é a disparidade

¹ Licenciada em Ciências Exatas – Univates. Bolsista Capes.

² Licenciada em Matemática – Ufrgs. Doutora em Informática na Educação – Ufrgs.

idade/ano escolar, fator relevante no planejamento das aulas, pois os discentes possuem interesses diversificados e distintos dos propostos pelos planos de estudo da escola. Este não é um fato comum nestas turmas, mas, de modo geral, a escola possui um significativo número de alunos que vem sendo retido ao final dos anos letivos. Esse fato tem preocupado a comunidade escolar e motivado professores para a elaboração e execução de projetos interdisciplinares e buscar novas metodologias para o ensino.

Diante desta situação, a escola teve a oportunidade de integrar o Programa do Observatório da Educação, no qual participamos representando a instituição. Este tem por objetivo, problematizar e propor estratégias metodológicas com vistas à inovação e reorganização curricular na disciplina de Matemática, promovendo discussões entre professores de diferentes escolas do Vale do Taquari, sobre os rumos da Educação Matemática, utilizando como foco o estudo de três tendências educacionais: Investigação Matemática, Etnomatemática e Modelagem Matemática. Nas reuniões do grupo de pesquisa, pudemos realizar estudos sobre as mesmas, em especial, a modelagem, metodologia que utilizamos na atividade relatada neste artigo.

A Modelagem Matemática pode ser uma alternativa que auxilia a resgatar o interesse do discente para a aprendizagem da Matemática. Dessa forma, como ressalta Barbosa (2003), é possível criar um espaço de aprendizagem no qual os discentes, a partir dos conhecimentos matemáticos que já possuem, são convidados a problematizar e investigar situações que surgem na realidade em que estão inseridos.

Desta forma, a partir de observações que realizamos, percebemos que os estudantes preocupavam-se muito com sua aparência, principalmente quanto ao seu peso. Assim, propusemos à turma o estudo do Índice de Massa Corporal, o qual determina se uma pessoa está com o peso adequado ou não.

Assim, a atividade de Modelagem Matemática foi organizada de modo a incentivar os alunos a estudar diferentes métodos de verificação do peso adequado e realizar uma pesquisa acerca do assunto. Para alcançar estes objetivos, os discentes foram desafiados a ler, discutir com os colegas, pesquisar na *internet*, medir pessoas, registrar dados, escrever e apresentar conclusões problematizadas em grupo.

REFERENCIAL TEÓRICO

Nas últimas décadas, a educação tem recebido atenção especial da sociedade, tendo em vista a importância que a mesma possui para a formação do ser humano, e para o desenvolvimento e o crescimento da economia, de novas tecnologias, ou seja, da ciência em geral. Acrescido a isso, há que se considerar que o aluno permaneça na escola com interesse e progrida, adquirindo conhecimentos que possibilite-lhe-ão criar modelos aplicáveis na sociedade em que viverá.

Da mesma forma, professores refletem sobre as práticas cotidianas, as quais certamente não podem continuar as mesmas, pois precisam conciliar

o interesse dos alunos, inseridos em uma sociedade tecnológica e imediatista, com acesso à informação ilimitada, e com um conteúdo escolar que às vezes não corresponde às expectativas dos estudantes. De acordo com Burak (2010, p. 18), o docente encontra-se em dúvida acerca do que é importante que o estudante aprenda ou quais capacidades e habilidades ele deve desenvolver para atuar na sociedade.

Devido ao fato do mundo encontrar-se em constante mudança, em ritmo acelerado, não sabemos qual Matemática os alunos usarão no futuro, quais conceitos deverão conhecer, o que deverão saber. Entendemos que deverão investigar, buscar respostas, tomar decisões, ter autonomia e serem capazes de conviver em sociedade. Assim ressalta Burak (2010, p. 17):

Desejamos um cidadão que desenvolva a autonomia, que seja: crítico, capaz de trabalhar em grupo, capaz de tomar decisões diante das situações do cotidiano, da sua vida familiar, da sua vida profissional, ou de sua condição de cidadão.

Uma forte tendência da educação é a busca por metodologias que atendam às expectativas do professor e do aluno, não existindo um método correto, mas que busca um ensino que propicie conteúdos que podem ser interligados. Outra questão, de acordo com Burak (2010), são as mudanças no aspecto qualitativo e quantitativo dos resultados da aprendizagem quando se desenvolvem trabalhos à luz da Modelagem Matemática. Os alunos, ao estudarem conteúdos relacionados ao seu contexto, interessam-se mais, e eles se tornam mais significativos aos estudantes. Assim, uma visão do processo de ensino-aprendizagem apoiada numa visão construtivista, sócio-interacionista e de aprendizagem significativa que considera o estudante como um agente da construção de seu conhecimento torna, conforme ressalta Burak (2010, p. 16) “[...] o ensino de Matemática mais significativo, [...] valendo-se do interesse que o assunto poderia despertar”.

Por meio desta estratégia de ensino procuramos a contextualização, que permite compreender que a Matemática é parte do todo, desenvolver a capacidade de compreender o mundo, haja vista que o aluno busca uma explicação do funcionamento do mundo e das coisas ao seu redor, bem como ver a aplicabilidade da matemática. A metodologia da Modelagem Matemática possibilita essa contextualização, como corrobora Espírito Santo e Machado Júnior (2004, texto digital) ao dizer que “a modelagem oferece uma maneira de colocar a aplicabilidade da matemática em situações do cotidiano, no currículo escolar em conjunto com o tratamento formal que é predominante no modelo tradicional”.

As atividades realizadas por meio da metodologia Modelagem Matemática proporcionam um envolvimento do educando na atividade e o estimula a trabalhar em grupo, realizando troca de ideias, discussões e aprendizagens conjuntas. Grande parte das vezes, as atividades extrapolam o espaço da sala de aula, momento em que o aluno tem experiências novas e pode conhecer

pessoas. Como ressalta Barbosa (2004, p. 74): “a Modelagem pode potencializar a intervenção das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações da matemática”.

Na Modelagem Matemática, o discente é instigado a buscar situações e problemas de seu interesse e por meio de pesquisas, coleta de dados, testes e conjecturas, busca respostas que satisfaçam aos problemas em questão. Espírito Santo e Machado Júnior (2004, p. 2) conceituam a Modelagem Matemática como sendo “o processo de criar modelos por hipóteses e aproximações simplificadoras, para obter múltiplas respostas com suas respectivas justificativas”.

Para Barbosa, a Modelagem Matemática contempla as habilidades de problematização e investigação. O autor explica:

O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta (2004, p. 75).

A Modelagem Matemática possui uma sequência de etapas que auxiliam o professor e a turma a desenvolver um trabalho mais organizado, de forma a ser mais produtivo e efetivo. Resumidamente, a metodologia consiste na escolha de um tema ou problema de interesse da turma, o mesmo é explorado objetivando sua solução e depois os resultados são discutidos na turma. Apresentamos a seguir as etapas mais explicitadas, conforme referencia Burak (2010).

Segundo o autor supracitado, existem cinco etapas para o desenvolvimento de uma Modelagem Matemática, as quais perpassam por: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento do problema, resolução do problema e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema e análise crítica da solução.

Na primeira etapa, escolhe-se um tema para ser desenvolvido, que seja do interesse dos alunos, podendo ser vinculado a qualquer disciplina. Comumente o docente, bem como os alunos, podem entender que o tema não tem relação com a matemática, mas se torna necessário ter uma visão mais aberta, pois a Modelagem Matemática permite uma visão abrangente. Com a definição do tema, passa-se a pesquisar sobre o mesmo com o intuito de conhecer mais sobre o assunto. O objetivo é compreender o contexto em que ocorre a situação, pensar no enfoque que se busca com a atividade, o que a turma quer saber a seu respeito.

Posteriormente, passa-se a fazer um levantamento do problema, delimitando e compreendendo melhor o que os alunos almejam buscar, definindo-o. Nesse momento o papel do professor é importante para fazer a mediação entre os dados coletados e os dados relevantes. Em seguida, ocorre a resolução do problema e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema. É neste momento que o aluno “faz a Matemática”, pois aplica todo o conhecimento de que dispõe na resolução do problema em que trabalha.

Os conteúdos matemáticos ganham importância e significado, pois o discente necessita resgatar as aprendizagens formais da sala de aula e aplicá-las em uma situação real. O papel mais importante do professor nesta metodologia é orientar o trabalho dos grupos, esclarecer dúvidas, colocar diferentes pontos de vista em relação à situação trabalhada e levantar aspectos que façam com que os alunos pensem sobre o assunto. Desta forma, os alunos vão adquirindo habilidades de pesquisar e levantar hipóteses de forma autônoma, como enfatiza Burak (2010, p. 20-21): “temos que sair da condição de ‘seguidores’ para nos tornarmos ‘buscadores’ ”.

Ao final, realiza-se a análise crítica das soluções, quando se discutem, na turma, as soluções encontradas pelos alunos, justificando os resultados, verificando se há coerência. Ao expor oralmente e por escrito, a fim de validar seu trabalho, o aluno percebe que o que realizou precisa ser compreendido pelos demais e então é também um momento em que se percebe a necessidade de uma linguagem mais formal do saber Matemático.

As leituras e discussões realizadas no Observatório da Educação acerca desta metodologia fundamentaram a prática relatada abaixo, a qual foi realizada com duas turmas de 8º ano, como já mencionado anteriormente.

A MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Considerando ser esta a primeira experimentação com a nova metodologia realizada como docente a também uma novidade para a turma, introduzimos a atividade com um texto³: Taxa de obesidade bate recorde no País. Desta forma buscamos despertar o interesse pelo assunto. O referido texto traz dados percentuais e gráficos referentes ao Índice de Massa Corporal (IMC) dos brasileiros. Levando em consideração que o texto ressalta os maus hábitos alimentares e o sedentarismo desde a infância como sendo fatores que predispõe à obesidade na idade adulta, consideramos que ele tem grande potencial para gerar curiosidade entre os discentes. Também observamos ser um assunto presente nas conversas dos adolescentes, quando comentam sobre sua preocupação quanto ao peso.

Neste momento, buscamos incentivar a turma a falar o que compreendiam sobre o texto e o conteúdo, destacando os índices percentuais que constavam no mesmo. Em um parágrafo estava sublinhada a seguinte frase sobre IMC: “Calcule o seu IMC e veja se a sua saúde está em risco” (IG, texto digital). A partir disso, destacamos o método do cálculo, levando os alunos a relatarem o conhecimento acerca dele. Este conteúdo já havia sido trabalhado anteriormente nas aulas de Ciências, mas a professora desconhecia este estudo anteriormente realizado. Além disso, havia no texto um gráfico de barras que foi explorado

³ Texto disponível em <<http://saude.ig.com.br/minhasaude/taxa-de-obesidade-bate-recorde-no-pais/n1597737564864.html>>.

para compreensão e usado como forma de incentivo para a turma pensar em fazer algo semelhante. Sempre damos ênfase ao assunto, relacionando-o com a vida, a família e a turma.

Depois de compreenderem o texto, oferecemos aos alunos uma balança e várias fitas métricas para que pudessem calcular o seu IMC. Como já haviam explorado o assunto nas aulas de Ciências, tiveram facilidade em realizar o cálculo. Ressaltamos a fala de uma aluna: “profe, escrevo as minhas medidas e o IMC no caderno de Ciências ou de Matemática?”. Nesta fala, podem-se perceber as possibilidades de trabalhar interdisciplinarmente por meio da Modelagem Matemática, pois a aluna já não sabia associar o conteúdo à uma determinada disciplina, apresentando uma “atitude interdisciplinar frente ao ensino/aprendizagem de matemática” (MACHADO JÚNIOR; ESPÍRITO SANTO, 2004, p. 11).

Observando os discentes na realização das medições, pudemos perceber que alguns alunos tinham dificuldade em manipular os instrumentos e registrar as medidas obtidas, auxiliando-os e esclarecendo dúvidas, além de revisar conteúdos como potências, dízimas periódicas e ângulos. Alguns discentes destacaram-se por ajudar os colegas em suas medições e a esclarecer as dúvidas deles.

Quando realizamos questionamentos acerca de outras maneiras de calcular se uma pessoa está com o peso adequado, alguns alunos relataram que a medida da cintura também oferecia um referencial para o peso adequado. Como os alunos desconheciam ainda outros métodos e não dispunham de acesso à *internet* no momento da aula, foi apresentado o texto⁴ (Folha Uol, texto digital): “Em busca do índice perfeito”. Este expõe quatro maneiras diferentes de calcular o peso adequado de uma pessoa: descrevendo a maneira de calcular o índice e os prós e contras de cada método.

Com auxílio do texto, balança e fitas métricas, desafiamos os educandos a realizar algumas medidas a fim de averiguar seu IMC. Em sua maioria, aceitaram o desafio, leram o texto e iniciaram as medições. Aqueles que não queriam medir a si acabaram ajudando os colegas. Depois, conversamos com a turma sobre a atividade realizada até então, ressaltando as facilidades e dificuldades que tiveram em resolver os cálculos dos diversos métodos e a aplicabilidade de cada método em diferentes faixas etárias.

Ressaltamos que um dos métodos exige mais cálculos que os demais. Alguns alunos buscaram usar esse método, mas tiveram dificuldade, pois o texto não oferecia uma fórmula e sim, uma descrição da maneira de calcular. Eles realizavam os cálculos, um de cada vez, seguindo a sequência da descrição, mas o resultado não era o esperado. Então incentivamos os alunos para que descobrissem que era mais adequado escrever a fórmula para depois inserir os

⁴ Texto disponível em <<http://www1.folha.uol.com.br/equilibriosauda/1089406-novo-imc-compara-cintura-com-altura.shtml>>.

dados. Foi um momento oportuno para ressaltar a importância da formalização da escrita matemática. Observando os alunos na resolução, percebemos o interesse e o conhecimento que possuíam.

Em seguida, buscamos desafiar a turma a ampliar suas pesquisas, envolvendo a medição de um público mais numeroso. Sugerimos a organização em grupos conforme o interesse em pesquisar. Cada grupo deveria combinar o público-alvo a ser medido, o método ou métodos que seriam aplicados e o modo de registro que fariam dos resultados. Sendo a primeira vez que fizeram uma pesquisa desta maneira, alguns grupos precisaram de auxílio para delimitar o que desejavam averiguar em seu trabalho.

De pronto, houve grupos que se propuseram a pesquisar com crianças e pesquisar com idosos. Eles receberam nosso incentivo e necessitaram de auxílio, pois precisavam de uma carta de apresentação da escola e receber orientações como o cuidado e a atenção ao realizar as medições. Outros grupos buscaram pesquisar com familiares, vizinhos, nos locais onde trabalhavam ou investigaram com os próprios colegas das outras turmas.

Como a parte das medições ocorreu fora do horário escolar, nas aulas seguintes dedicamos tempo para os alunos relatarem como estava o andamento dos trabalhos e quais dúvidas que possuíam. Após, seguimos a aula com o conteúdo do trimestre. Combinamos que duas semanas seria tempo suficiente para os grupos concluírem as pesquisas. Assim, a etapa posterior consistiu na apresentação dos trabalhos e relato dos alunos.

Nesta etapa os grupos relataram a satisfação que tiveram em realizar um trabalho conjunto, devido à oportunidade de conviver com os colegas e conhecer pessoas novas. Destacaram-se os trabalhos com os idosos, pois estes grupos trouxeram fotos e vídeos do momento em que realizavam as medições e conversavam com os mesmos. A experiência com os idosos, vivida por dois grupos, resultou em relatos ricos nos quais os alunos destacaram o contato afetivo e as conversas. Ainda tiraram fotos, distribuíram doces, enfim, se sensibilizaram com as histórias deles. Experiências como estas estimulam o social e o humano, também pode despertar o aluno para alguma profissão futura.

Alguns alunos buscaram conhecimentos que ainda não tinham como regra de três, porcentagem, produção de gráficos de setores. Eles partilharam as aprendizagens com os colegas do grupo a fim de conseguirem concluir o trabalho. As pesquisas foram muito diferentes umas das outras, com enfoques distintos, incluindo, na maioria das vezes, gráficos de colunas e tabelas. Alguns trabalhos continham gráficos de setores que os discentes fizeram com um programa computacional, usando estimativa para traçar o tamanho de cada setor ou com o uso do transferidor.

Durante as apresentações dos trabalhos aos outros grupos, foram partilhadas experiências e aprendizagens. Muitos alunos comentavam sobre mudanças que poderiam ter feito em seu trabalho a fim de melhorá-lo, a partir do que os colegas apresentavam. Foi um momento que possibilitou a reflexão

acerca da importância de buscar aprendizagens novas e de realizar a troca de experiências entre as pessoas.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A metodologia Modelagem Matemática favoreceu uma prática educativa que proporcionou novas experiências aos alunos, demonstrando ser um processo que amplia os conhecimentos dos mesmos. Por meio desta, os estudantes puderam pesquisar temas do seu interesse, utilizaram os conhecimentos que já possuíam e deram sentido aos conceitos matemáticos utilizados nas atividades.

Com essa intervenção pedagógica percebemos as possibilidades existentes para ensinar a Matemática, diferentemente daquela tradicionalmente praticada na escola. Rompendo, com isso, com a ideia de um professor detentor do conhecimento, já que na modelagem, o educador age como um orientador “criando alternativas que permitem ao estudante buscar uma solução para o problema” (BURAK, 2010, p. 22). Assim foi possível a construção dos conceitos matemáticos, por meio da investigação dos fatos e fenômenos que interessam aos discentes, favorecendo o interesse dos mesmos durante as tarefas desenvolvidas em sala de aula. Com isso, cria-se um ambiente de aprendizagem que favorece significado à Matemática, além de desenvolver “habilidades que ajudem na formação da autonomia e de um espírito crítico” (BURAK, 2010, p. 25).

Durante a atividade baseada na metodologia Modelagem Matemática foi possível perceber o envolvimento dos alunos para a realização das medições e pesquisas. Alguns grupos se animaram em coletar dados fora da escola, entre estes, o local de trabalho de seus familiares, creches e lar de idosos. Em nosso entendimento, a oportunidade dada aos estudantes de fazer algo diferente do habitual e explorar ao máximo suas experiências proporcionou um elevado índice de interessados nas atividades. No entanto, alguns estudantes não se sentiam à vontade em desenvolver a pesquisa fora do ambiente escolar, mas mesmo assim, realizaram o trabalho com qualidade. Em menor número, observamos as atitudes de alguns educandos que não realizaram a atividade, possivelmente por falta de curiosidade para com o tema.

No decorrer das aulas surgiram oportunidades para revisar conteúdos vistos anteriormente e que ainda não estavam compreendidos pelos educandos. Neste momento, como o enfoque da aula não estava no professor e sim, na pesquisa e atividades realizadas, pudemos ter mais tempo de acompanhar, individualmente, cada discente. Neste acompanhamento foi possível observar e auxiliar nas dificuldades e dúvidas individuais dos estudantes, proporcionando um atendimento individualizado.

É importante ressaltar que a sequência de atividades serviu como norteadora da aula, apontando aspectos a destacar e observar com a turma, diferentemente do planejamento e geralmente utilizado nas escolas de Educação Básica. São os alunos que deram sentido à aula, direcionando as atividades

conforme seu interesse, resultando em um trabalho diversificado em conteúdos e atividades.

Ao final da atividade, os alunos expuseram suas percepções acerca da atividade realizada. Relataram que foi possível perceber que a matemática foi constantemente utilizada durante a pesquisa, mesmo inicialmente tendo enfoque em um assunto relacionado à saúde, já visto anteriormente na disciplina de Ciências. Este caráter interdisciplinar que a atividade proporcionou, a partir da metodologia Modelagem Matemática, mobilizando o interesse e disposição dos estudantes para efetuar as tarefas propostas. Em outras oportunidades pretendemos explorar outras atividades de Modelagem Matemática e observar novos resultados.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática na sala de aula.** Perspectiva, Erechim (RS), v. 27, n. 98, p. 65-74, junho/2003.

BARBOSA, Jonei. Cerqueira. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** Veritati, n. 4, p. 73- 80, 2004.

BORGES, Priscilla. **Taxa de Obesidade bate recorde no País.** IG. Brasília, 10 abr. 2012. Disponível em: <<http://saude.ig.com.br/minhasaude/taxa-de-obesidade-bate-recorde-no-pais/n1597737564864.html>>. Acesso em: 14 jan. 2014.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática: avanços, problemas e desafios. In: **Encontro Paranaense de Modelagem Matemática e Educação Matemática**, 2., 2006, Apucarana. Disponível em: <<http://dionisioburak.com.br/documents/IIEPMEM-MesaRedonda.pdf>>. Acesso em: 6 maio 2014.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, Ponta Grossa, vol.1, n.1, p. 10-27, 2010. Disponível em: <<http://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelagem/article/view/2012/1360>>. Acesso em: 6 maio 2014.

MACHADO JÚNIOR, Arthur Gonçalves; ESPÍRITO SANTO, Adilson Oliveira do. **A Modelagem como Caminho para “Fazer Matemática” na sala de aula.** In: Congresso Norte Nordeste de Ciências e Matemática, 7., 2004, Belém. Disponível em: <http://www.ufpa.br/npadc/gemm/documentos/doc_01.htm>. Acesso em: 6 maio 2014.

MISMETTI, Debora. ‘Novo IMC’ compara cintura com altura. **Folha de S. Paulo**, São Paulo, 12 maio 2012. Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/equilibrioesaude/2012/05/1089406-novo-imc-compara-cintura-com-altura.shtml>>. Acesso em: 14 jan. 2014.

MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ESTUDO A PARTIR DAS CONTAS DE ENERGIA ELÉTRICA

Evandra Bottega¹
Janaina de Ramos Ziegler²

Resumo: Este artigo foi desenvolvido a partir de uma prática oriunda do estudo da tendência denominada Modelagem Matemática realizada com uma turma do 3º ano do Ensino Médio em uma escola do Vale da Taquari, no ano de 2014. A partir de um tema do interesse dos alunos, o qual tratava da interpretação e análise das faturas de luz cobradas mensalmente, foi desenvolvida esta proposta. Para isso, os estudantes realizaram pesquisas, as quais geraram tabelas, gráficos e textos, representativos dos resultados encontrados. Também foram realizados cálculos das tarifas cobradas na conta de luz dos contribuintes. Destaca-se que, nesta ação pedagógica, o professor conseguiu conduzir e orientar os alunos, deixando estes responsáveis pelo próprio aprendizado da matemática escolar, cabendo ao docente o papel de orientador.

Palavras-chave: Modelagem matemática. Contas de Energia Elétrica. Ensino Médio.

INTRODUÇÃO

Esta prática pedagógica foi desenvolvida em uma Escola Estadual de Educação Básica do Vale do Taquari, Rio Grande do Sul. A cidade possui, aproximadamente, dez mil habitantes e sua economia está centrada na indústria calçadista e na produção agrícola. A instituição de ensino é composta por dez salas de aula, biblioteca equipada, sala digital, multimídia, sala de recursos, laboratório de química, refeitório, ginásio coberto para a prática de esportes, também para a realização de eventos como: festa junina, gincana, atividades com pais. Atualmente, a Instituição atende em torno de quinhentos alunos distribuídos entre Ensino Fundamental e Ensino Médio Politécnico e conta com trinta e três professores e oito funcionários.

A turma em que desenvolvemos a proposta, no primeiro semestre de 2014, é formada por dezoito alunos do 3º ano do Ensino Médio, turno da manhã, sendo sete do sexo feminino e onze do masculino, com faixa etária entre 16 e 18 anos. A ação pedagógica foi desenvolvida a partir dos estudos realizados nos encontros semanais do Observatório da Educação, nos quais são investigadas três

¹ Licenciada em Matemática – Univates. Bolsista Capes.

² Licenciada em Matemática – Unifra. Mestranda em Ensino de Ciências Exatas – Univates. Bolsista Capes.

tendências educacionais denominadas: Investigação Matemática, Modelagem Matemática e Etnomatemática. No entanto, neste artigo relataremos uma prática pedagógica na qual a metodologia utilizada foi a Modelagem Matemática. Segundo Barbosa (2004), na modelagem os alunos são convidados a participar de forma ativa por meio da problematização de situações reais.

Diante deste cenário e a partir de discussões realizadas em sala de aula sobre o rigoroso inverno gaúcho e como esta estação do ano interfere nos gastos com energia elétrica, encontramos um problema. Assim, propusemos aos estudantes a seguinte situação-problema: analisar uma conta de luz e propor alternativas para economizar energia. Para isso eles poderiam trazer para aula contas de luz antigas e atuais, da zona urbana e rural, e com estas, realizar uma análise para verificar quais conceitos matemáticos poderíamos explorar. Com isso surgiram questionamentos sobre as tarifas cobradas, as cores das bandeiras tarifárias, a cobrança da taxa de iluminação pública, meses de maior consumo, entre outros.

Tomando como referência esta situação-problema, a seguir, apresentaremos, os aportes teóricos sobre Modelagem Matemática que permitiram o desenvolvimento das atividades pedagógicas, aqui apresentadas.

REFERENCIAL TEÓRICO

Dentre as tendências educacionais estudadas no grupo de pesquisa, Observatório da educação, está a Modelagem Matemática, foco deste trabalho. De acordo com Barbosa (2003), esta metodologia de ensino, está associada à problematização e à investigação. Segundo o autor, os alunos auxiliam na seleção, organização, manipulação de informações e reflexões de dados pertinentes ao andamento das tarefas propostas em sala de aula. Ainda de acordo com o autor, os estudantes são convidados a realizar investigações referentes ao assunto proposto/escolhido, o que proporciona um pensamento reflexivo.

Segundo Blum (1995) apud Barbosa (2003), as razões para a inclusão de Modelagem no currículo são:

Motivação: os alunos sentir-se-iam mais estimulados para o estudo de matemática, já que vislumbrariam a aplicabilidade do que estudam na escola;

Facilitação da aprendizagem: os alunos teriam mais facilidade em compreender as ideias matemáticas, já que poderiam conectá-las a outros assuntos;

Preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas: os alunos teriam a oportunidade de desenvolver a capacidade de aplicar em diversas situações, o que é desejável para mover-se no dia a dia e no mundo do trabalho;

Desenvolvimento de habilidades gerais de exploração: os alunos desenvolveriam habilidades gerais de investigação;

Compreensão do papel sócio-cultural da matemática: os alunos analisam como a matemática é usada nas práticas sociais (2003, p. 67).

Estas premissas servem de base para fundamentar um trabalho direcionado a aprendizagem mais significativa, em que os alunos partem da problematização de uma situação do cotidiano buscando, através de pesquisa, investigação e análise dos resultados, a solução para suas dúvidas. Conforme Barbosa (2004), todas as atividades devem estar articuladas visando o envolvimento dos alunos para atingirem o pensamento reflexivo. Porém, este ambiente de aprendizagem poderia ser mais explorado nas práticas pedagógicas, pois de acordo com este autor, a partir de temas de interesse do aluno, este se tornaria mais motivado para a aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Desta forma, Barbosa (2004), ao problematizar o lugar da modelagem no currículo escolar divide as possibilidades de inserção dessa tendência em três casos. No caso 1, o professor apresenta um problema, com todos os dados, cabendo aos alunos investigarem alternativas para resolvê-lo. O autor também evidencia que neste caso os alunos não precisam se ausentar da sala de aula para coletar dados e a atividade habitualmente não é muito demorada. Já no caso 2, menciona que os estudantes “deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados” (BARBOSA, 2004, p. 4). Nessa perspectiva, a tarefa do professor consiste na formulação do problema inicial e aos discentes cabe a condução das tarefas, o que determina que o professor tenha “menos controle sobre as atividades dos alunos e esses tiveram uma maior oportunidade de experimentar todas as fases do processo de Modelagem” (BARBOSA, 2004, p. 4).

No caso 3, ainda segundo o mesmo autor, a modelagem é desenvolvida a partir de temas que não são necessariamente matemáticos, podendo assim, ser escolhidos tanto pelo professor quanto pelos alunos. Nessa ótica, “os casos não são prescritivos, mas, como insinuei anteriormente, trata-se da idealização de um conjunto de práticas correntes na comunidade” (BARBOSA, 2004, p. 5). Ao se fundamentar as práticas pedagógicas nos aportes teóricos da Modelagem Matemática, as atividades desenvolvidas partem da realidade e do interesse dos alunos, como aponta Roque (2007, p. 5):

Apresentando uma Matemática mais real, inserida no cotidiano dos alunos, a Modelagem ajuda na organização do pensamento e pode ser um instrumento a mais para que o aluno interprete o mundo em que vive segundo suas próprias conclusões e entendimento, e desenvolve a capacidade de exercitar o seu papel de cidadão que pensa e discute os problemas da comunidade em que está inserido.

De forma complementar, Bassanezi (2006, p. 16) cita que a “Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

À luz destes aportes teóricos elaboramos a prática que será descrita a seguir.

DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES E ALGUMAS OBSERVAÇÕES

Nesta seção apresentaremos o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática realizada com alunos do 3º ano do Ensino Médio durante duas semanas do primeiro semestre de 2014, os quais envolveram a análise de contas de luz, disponibilizadas pelos estudantes. Este tema surgiu de uma discussão realizada em aulas anteriores, a partir da observação de um dos alunos, no que se refere ao aumento no valor de uma conta de luz referente ao mês de maio. Segundo os estudantes, com a chegada do inverno e a necessidade de manter as residências aquecidas aumentou o consumo de energia. Os alunos ainda comentaram as reclamações dos pais quanto à economia de energia, uma vez que estes demoravam no banho, usavam o secador de cabelos, a chapinha e os aquecedores. Com esses comentários, outros estudantes manifestaram que até então nunca prestaram atenção no valor da conta de luz de sua família. Desta forma, os alunos apresentaram certa curiosidade para entender como era realizado o cálculo final do serviço a ser pago. Para isso, foi sugerido aos educandos que trouxessem contas de luz de meses anteriores, para que com essas, pudéssemos analisá-las e compreendê-las.

Na aula seguinte, os alunos apresentaram algumas contas de luz de meses anteriores e de diferentes anos. De posse das mesmas, os estudantes foram divididos em grupos, a professora as distribuiu de modo que, todos os grupos tivessem o mesmo número de recibos. De posse dos mesmos, os educandos iniciaram a análise. Neste momento surgiram alguns questionamentos, entre eles: como são realizados os cálculos para obter o valor final da conta de luz? Como as empresas sabem o quanto consumimos de energia? Em que se baseiam as tarifas cobradas? Entre essas, a que mais foi debatida foi: Será que o que o valor a ser pago está relacionado com a quantidade de integrantes na família? Isso foi mencionado quando foi realizada a análise da taxa cobrada em uma residência com poucos integrantes e em outra com um número maior de pessoas. Para tentar responder a essas perguntas, os educandos foram encaminhados à biblioteca e sala digital da escola para realizarem as pesquisas necessárias para respondê-las.

As próximas duas aulas foram destinadas à pesquisa dos itens observados pelos estudantes, entre eles, o cálculo das tarifas de iluminação pública, bandeiras tarifárias, número de fases, taxas, Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Prestação de Serviços (ICMS), base de cálculo, meses de maior consumo, cálculo da taxa para as contas da zona urbana e da rural. Para responder essas perguntas os estudantes puderam utilizar o laboratório de informática da escola e acessar *sites* das operadoras de energia elétrica do Rio Grande do Sul. No entanto, durante essa busca de informações, surgiram mais questionamentos, como por exemplo: Qual é o reajuste de um ano para outro? Existe um mês específico para ocorrer

esse reajuste? Se o cliente ficar sem energia é descontado algum valor na conta a ser paga? Por que a conta da zona rural é calculada diferentemente das contas da zona urbana? Por que muitas propriedades do interior instalam um número de fases diferente (trifásico)? Com essas novas perguntas os alunos detiveram suas atenções a esses aspectos. No entanto, percebeu-se que, conforme buscavam respostas, o interesse pelo tema aumentava e com isso a professora questionou-os sobre quais perguntas seriam o alvo da pesquisa. Depois de algumas discussões, cada grupo ficou responsável por buscar respostas para uma das questões acima elencadas.

Na quinta aula, acreditava-se que já fosse possível socializar os resultados, no entanto, os alunos solicitaram um tempo maior para finalizá-los, pois não conseguiram concluir as pesquisas e muitas dúvidas ainda não tinham sido sanadas. O grupo 1 tentou falar com as pessoas da prefeitura responsáveis pela organização do caixa, afim de descobrir como era calculada a taxa de iluminação pública. Já o grupo 2 ainda não havia conseguido chegar a uma resposta em relação às bandeiras tarifárias, pois questionavam se essa tarifa era válida para todos os estados ou somente para o Rio Grande do Sul. O grupo 3 tentou novamente entender o cálculo das tarifas, uma vez não conseguiram interpretar a conta disponível em um *site*. Os demais aproveitaram o tempo para obter mais informações sobre o assunto em discussão e com isso encontrar respostas mais elaboradas para o item escolhido.

Na sexta, e última aula, foram socializados os resultados encontrados durante a pesquisa, ou seja, os grupos apresentaram para os demais membros da turma seus apontamentos. Desta forma, o grupo 1, que pesquisou sobre a iluminação pública constatou que esta sofre variação conforme a tarifa de Imposto Predial e Territorial Urbano (IPTU) e que aumenta conforme o acréscimo no gasto de energia. Contudo, os alunos mencionaram que não conseguiram encontrar um esclarecimento sobre a taxa municipal, qual é a porcentagem que o município deve pagar ou receber. Isso não foi possível, uma vez que, o responsável por este assunto estava afastado de suas funções, pois se encontrava em férias. Em contato com a operadora de energia da região, os estudantes foram informados que somente com um agendamento prévio este dado poderia ser informado, o que não foi possível devido ao pouco tempo destinado disponibilizado para o término da pesquisa. Ainda assim, com os dados apresentados na fatura de luz, os alunos confeccionaram uma tabela e um texto indicando os resultados obtidos (FIGURA 1).

Figura 1: Tabela apresentada pelos alunos do grupo 1

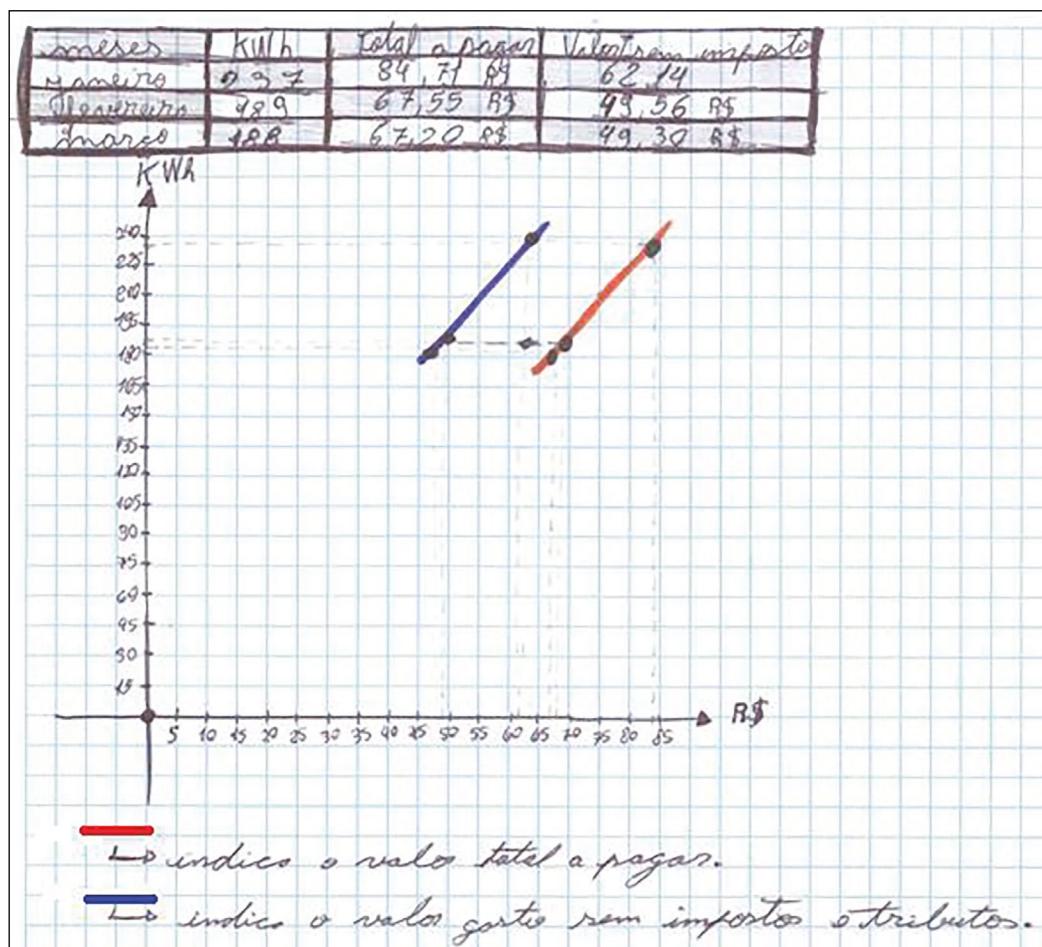
Tarifa de consumo mensal	Valor 2014
KWh	R\$
até 80	0,0
80 - 100	2,49
100 - 140	3,76
140 - 200	5,64
200 - 300	8,19
300 - 400	12,34
400 - 500	16,14
500 - 1000	20,18
1000 - 5000	37,86
5000 - 10.000	75,71
+ 10.000	113,58

Fonte: Elaborado pelos alunos.

O segundo grupo focou sua pesquisa nas bandeiras tarifárias, item observado a partir da análise do material disponível no *site* da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). Segundo consta nesta página digital, essas bandeiras foram criadas para indicar se a energia custará mais ou menos, em função das condições de geração de eletricidade. Com base nisso, as bandeiras foram classificadas em três cores que identificam a variação no valor a ser cobrado. Sendo assim, a conta com bandeira verde indica que a tarifa não sofrerá nenhum acréscimo; na bandeira amarela a tarifa sofrerá um acréscimo de R\$ 1,50 reais para cada 100 KWh consumidos, e para bandeira vermelha a tarifa terá um acréscimo de R\$ 3,00 reais para cada 100 KWh consumidos.

Já o grupo 3, intrigado com o fato de não compreenderem como são calculadas as tarifas cobradas na conta de luz, organizaram um gráfico (FIGURA 2) para demonstrar que os valores cobrados nessas faturas eram muito próximos aos pagos para o fornecimento de energia. Assim, identificaram que 26,6% é o total da soma dos impostos cobrados em uma conta de luz. Segundo o aluno A: “então a conta muitas vezes se torna muito mais cara, não porque tu estás gastando mais, mas sim porque o valor do juro é mais alto”.

Figura 2: Gráfico representando o valor a ser pago nos meses janeiro, fevereiro e março



Fonte: Elaborado pelos alunos do grupo 3.

O grupo 4 buscou informações sobre a diferença do valor da tarifa na zona urbana e na zona rural. Como não encontraram uma resposta que satisfizesse a dúvida, os estudantes levantaram algumas hipóteses, entre elas: na zona rural é necessário um incentivo para a produção agrícola ou como a renda não é fixa, faz-se necessário que a taxa seja menor, ou ainda, como o consumo é bastante elevado em virtude de atender um grande número de animais é preciso que haja um desconto considerando que não haveria possibilidade de economia. A conclusão é de que realmente existe uma diferença nas contas de luz, rural e urbana, pois o governo fornece um incentivo para os moradores rurais, a fim de evitar o êxodo.

No grupo 5, a preocupação foi analisar dados que explicassem o porquê do aumento na conta de luz nos meses inverno. Conforme transcorreram as

pesquisas, os estudantes puderam perceber que o consumo maior realmente era no período onde o frio e chuva se intensificava, consequentemente, as pessoas utilizam mais o chuveiro, o aquecedor, a máquina de lavar, de secar entre outros equipamentos. Também relacionaram o gasto ao número de pessoas que frequentam uma residência, pois a quantidade de banhos, de roupas a serem lavadas, passadas é maior em consequência do maior número de pessoas.

O grupo 6 analisou o fornecimento de energia elétrica em relação ao número de fases, quais eram as potências e a diferença de cada uma. Segundo os estudantes, o monofásico tem um fio de 110 V ou 220 V de potência, o bifásico com dois fios de 110 V ou 220 V e trifásico com três fios de 127 V ou 220 V. Também verificaram onde era mais utilizada cada uma das ligações. Um sistema elétrico pode ser monofásico, bifásico ou trifásico. No sistema monofásico, o consumidor (nossa casa, por exemplo) tem disponível apenas uma fase e um neutro para atender a sua demanda de energia elétrica, dispondo de 127 V de tensão. Normalmente o sistema monofásico atende apenas a pequenos consumidores, sem muita necessidade de carga elétrica. No sistema bifásico, como o nome já diz, o consumidor tem disponível duas fases podendo, assim, distribuir melhor as suas cargas elétricas (chuveiro, ar condicionado, geladeira etc.) entre as duas fases, evitando ou diminuindo a queda de tensão característica das residências monofásicas. Já no sistema trifásico o consumidor tem à sua disposição as três fases da rede elétrica, podendo distribuir melhor ainda as suas cargas. Por exemplo: se no sistema monofásico temos uma geladeira, um chuveiro e um ferro de passar roupa em apenas uma fase, no sistema trifásico podemos ter essas cargas distribuídas nas três fases, uma carga em cada fase. Quanto à voltagem ou tensão, trata-se da força eletromotriz que faz com que os equipamentos eletroeletrônicos funcionem. Normalmente está disponível em 127 ou 220 V para os pequenos consumidores até milhares de volts para grandes consumidores.

O último grupo apresentou aos colegas em que se apoia a base de cálculo da alíquota de ICMS contida na conta de luz, cujo valor é de 25%. No entanto, os alunos não conseguiam efetuar um cálculo que coincidisse com o valor do comprovante. Não encontrando respostas para as dúvidas, começaram a calcular e chegaram a valores diferentes dos 25% que estavam descritos na conta. Testaram esse percentual com várias contas e realizando os cálculos com as faturas da zona urbana e rural, obtiveram uma conclusão diferenciada. Alíquota urbana é de 33% e não de 25% como consta na conta e a alíquota rural é de 12% exatamente como está descrito na conta A conclusão do porquê da alíquota não estar bem especificada não foi encontrada, pois os contatos estabelecidos pelo 0800 que consta na conta de luz não souberam informar.

As atividades aqui apresentadas foram propostas a partir de uma discussão relacionada às contas de luz das famílias da turma. Isso vem ao encontro do que diz D'Ambrosio (1986, p. 11) quando este afirma que a Modelagem Matemática é "um processo muito rico de encarar situações reais e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal

de um problema artificial”. Para isso, os alunos pesquisaram e buscaram o que realmente era de interesse deles, formando assim conceitos que não encontravam prontos. Posteriormente, foram feitas as anotações pertinentes ao tema. Com a organização desse material foram realizados cálculos e textos indicando os resultados obtidos. Foi nesse momento que debateram sobre cada informação, sendo que, os grupos foram complementando as pesquisas dos outros colegas. D’Ambrósio (1986, p. 17) argumenta que os modelos matemáticos são formas de estudar e formalizar fenômenos do dia a dia. Através da modelagem matemática o aluno se torna mais consciente da utilidade da matemática para resolver e analisar problemas do dia a dia.

CONSIDERAÇÕES

Hoje, um dos desafios da escola é obter a atenção dos estudantes quando se desenvolvem conceitos matemáticos. Habitualmente, esses conteúdos são apresentados de forma arbitrária, ou seja, o professor diz o que os educandos irão fazer em sala de aula. Assim, um dos desafios enfrentados nesta prática pedagógica, usando a metodologia da Modelagem Matemática, foi mostrar aos alunos que se pode realizar o estudo de matemática a partir de um assunto escolhido por eles. Dessa forma, eles perceberam que podem ser responsáveis pela própria aprendizagem, resgatando assim a confiança em aprender.

Com a realização dessa prática envolvendo Modelagem Matemática foi possível mostrar para os educandos que a matemática possui diferentes maneiras de ser apresentada e desenvolvida. Também foi possível observar que ainda existe um pré-conceito de que só se entende ou só se trabalha matemática realizando cálculos e utilizando fórmulas prontas.

No decorrer das atividades, percebeu-se que os alunos ainda estão vinculados à resposta e à opinião do professor, ainda possuem pouca maturidade para problematizar o que realmente entenderam. Isso ficou evidenciado em um grupo que esperou até as últimas aulas para decidir o assunto que iriam pesquisar e justificavam que não percebiam nada para ser relacionado com o estudo da matemática em sala de aula. No entanto, a maioria dos alunos relacionou e começou a desenvolver os cálculos para provar que era possível descrever, por meio de pesquisa e de tabelas ou gráficos, o que estava sendo estudado, sem precisar de qualquer fórmula para o desenvolvimento.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. *Perspectiva*, Erechim (RS), v. 27, n. 98, p. 65-74, junho/2003.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática:** O que é? Por que? Como? *Veritati*, n. 4, p. 73-80, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2006.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação e matemática. 2 ed. Campinas; São Paulo: Summus: UNICAMP, 1986.

ROQUE, C. C. E. **Modelagem matemática no ensino fundamental**. Gestão Escolar: Curitiba, 2007. Disponível em: <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_carla_cristina_escorsin_roque.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2014.

ISBN 978-85-7727-712-4



9788577277124

Apoio:



INEP

