UNIVERSIDAD DE GRANADA
DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

TESIS DOCTORAL



MODELO DE APLICACIÓN DE ETNOMATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES PARA CONTEXTOS INDÍGENAS EN COSTA RICA

MARÍA ELENA GAVARRETE VILLAVERDE
GRANADA, 2012



CON EL AUSPICIO DE







Universidad de Granada

Departamento de Didáctica de la Matemática

TESIS DOCTORAL

MODELO DE APLICACIÓN DE ETNOMATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES PARA CONTEXTOS INDÍGENAS EN COSTA RICA

María Elena Gavarrete Villaverde

Granada, 2012

María Elena Gavarrete Villaverde
Depósito Legal:
ISBN:
Universidad de Granada



Universidad de Granada

Departamento de Didáctica de la Matemática

TESIS DOCTORAL

MODELO DE APLICACIÓN DE ETNOMATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES PARA CONTEXTOS INDÍGENAS EN COSTA RICA

Memoria de TESIS DOCTORAL realizada bajo la dirección de la Doctora María Luisa Oliveras Contreras del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, que presenta María Elena Gavarrete Villaverde para optar al grado de Doctor en Didáctica de la Matemática.

Fdo.: María Elena Gavarrete Villaverde

VºBº del Director

Fdo.: María Luisa Oliveras Conteras

Este trabajo se presenta para optar al grado de Doctor dentro del Programa de Doctorado "Didáctica de la Matemática" impartido en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Este trabajo ha sido realizado dentro del Grupo de Investigación *Etnomatemática, Formación de Profesores y Didáctica* de la Universidad de Granada, del Plan Andaluz de Investigación Desarrollo e Innovación de la Junta de Andalucía, referencia *HUM502*.

La investigación que se recoge en este documento ha sido financiada por la Junta de Becas de la Universidad Nacional de Costa Rica y por la Comisión de Incentivos del Ministerio de Ciencia y Tecnología de Costa Rica.

Sueñan las pulgas con comprarse un perro y sueñan los nadies con salir de pobres, que algún mágico día llueva de pronto la buena suerte, que llueva a cántaros la buena suerte; pero la buena suerte no llueve ayer, ni hoy ni mañana ni nunca, ni en llovizna cae del cielo la buena suerte, por mucho que los nadies la llamen y aunque les pique la mano izquierda, o se levanten con el pie derecho, o empiecen el año cambiando de escoba.

Los nadies: los hijos de nadie, los dueños de nada.

Los nadies: los ningunos, los ninguneados, corriendo la liebre, muriendo la vida, jodidos, rejodidos: que no son aunque sean, que no hablan idiomas, sino dialectos, que no practican religiones, sino supersticiones, que no hacen arte, sino folklore, que no son seres humanos, sino recursos humanos, que no tienen cara, sino brazos, que no tienen nombre, sino número, que no figuran en la historia universal, sino en la crónica roja de la prensa local.

Los nadies, que cuestan menos que la bala que los mata.

Eduardo Galeano

A los indígenas de mi país,

Gracias

AGRADECIMIENTOS

"Cuando emprendas tu viaje a Ítaca pide que el camino sea largo,
lleno de aventuras, lleno de experiencias. […]
Que muchas sean las mañanas de verano en que llegues
-¡con qué placer y alegría!- a puertos nunca vistos antes. […]"
(C. P. Kavafis)

Las palabras no son suficientes para agradecer a mis padres: Anita y Frank por su amor hacia mí, por su apoyo incondicional y por su fe; porque a pesar de la distancia física, siempre nos sentimos cerca.

A Luis mi hermano, gracias por su disposición y el coraje al asumir la responsabilidad que le dejé, y por estar por los dos en los momentos más difíciles; y a Xiomara gracias por estar junto a él y a mi familia, por su paciencia y su cariño.

A Malily: muchas gracias por todo su afán por librarme de preocupaciones durante este periodo.

A Olger, Maggie y Chinín: gracias por apostar por mi proyecto y por creer que regresaría con el deber cumplido; sin su aval esta experiencia no habría sido posible.

A Alejandro Jaén le agradezco su constancia, su amistad, su figura acompañante y solidaria, su empatía en cada uno de nuestros diálogos epistolares. Gracias por orientarme y por ayudarme a desarrollar coraje y valentía en cada uno de mis momentos vulnerables y por ponerme a reflexionar.

A mis amigos ticos en España, gracias por procurarme la calidez de nuestra tierra cuando la necesité, especialmente mi gratitud para Nacho, Andrea y Marco. Y a mis amigos ticos en Granada, especialmente a Gaby, por su cariño y su apoyo incondicional tanto en lo académico como en lo personal.

A la multicultural familia de amigos que encontré en Granada y en Madrid, gracias por proporcionarme tantos buenos e inolvidables momentos y porque en diferentes circunstancias me arroparon con su cariño y me ayudaron con alegrías y aventuras a combatir los fantasmas de la soledad o el desamparo.

Al yoga, al cine, a la poesía, a los bosques de la Alhambra y a todo lo que representan.

A los amigos de Costa Rica en el momento de emprender el viaje y a los que aún reinan, a pesar de mi desarraigo temporal, pues a pesar del tiempo y la distancia, el cariño prevalece.

A los compañeros del Programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática, gracias por las discusiones académicas y por las tertulias triviales. Muchas gracias a Verónica, Emilse y Marlene por su apoyo y sus contribuciones durante la edición de este documento.

Quiero expresar mi profundo agradecimiento a la Junta de Becas de la Universidad Nacional de Costa Rica y a la Comisión de Incentivos del Ministerio de Ciencia y Tecnología por haber financiado totalmente esta experiencia de formación académica, profesional y de crecimiento personal.

A mi directora de Tesis, María Luisa Oliveras, quien ha ocupado un lugar muy importante en mi vida durante estos años, y por lo que me supuso conocerla.

A los profesores del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, muchas gracias por participar en mi proceso formativo, especialmente al Doctor Pablo Flores y al Doctor Joao Pedro da Ponte por sus aportaciones a mi trabajo, en el campo de la formación de profesores.

A la Comisión Interuniversitaria Siwá-Pákö por permitirme la participación en este proyecto, especialmente mi gratitud para la Máster Alejandra Sánchez Ávila, con quien realicé un trabajo colaborativo que enriqueció mi propuesta y su implementación; también mi agradecimiento a las profesoras Mayrene Arce y Karen Velásquez por contribuir en el proceso de evaluación del MOCEMEI.

A los miembros de las comunidades indígenas Bribri, Ngäbe y Cabécar de Costa Rica, gracias por recibirme y por compartir, especialmente mi gratitud para mi amiga Arcelia Lupario, por todo lo que ha significado para mí en cada visita.

A los antropólogos, lingüistas, asesores de Educación Matemática y asesores de Educación Indígena que consulté en Costa Rica, gracias por su disposición para escuchar mi proyecto y por brindarme sus valiosas aportaciones.

A todas las personas que se involucraron o se vincularon con este proyecto.

"[…] Ítaca te brindó tan hermoso viaje.
Sin ella no habrías emprendido el camino. […]
Así, sabio como te has vuelto, con tanta experiencia,
entenderás ya qué significan las Ítacas."
(C. P. Kavafis)

ÍNDICE DE CONTENIDOS

Presentación		1
Capítulo 1. Problema de Investigación y Contextualización del objeto de estudio		5
1.1	Descripción del Objeto de Estudio, Núcleos y Propósitos de Investigación	6
1.1.1	Descripción del Objeto de Estudio	6
1.2	Antecedentes relacionados con la Educación Matemática y la Diversidad Sociocultural	11
1.2.1	Educación Matemática y Diversidad Sociocultural en el Marco Global	11
1.2.2	La Educación Matemática y la Diversidad Sociocultural en el Marco de Costa Rica	23
1.3	Problemática y Esfuerzos a Nivel Nacional relacionados con la Educación Matemática y la Formación de Profesores	25
1.3.1	La Investigación y la Formación en Educación Matemática en Costa Rica	25
1.3.2	La necesidad de una reforma curricular para la enseñanza de las Matemáticas en Costa Rica	26
1.4	La Problemática de la Formación de Profesores que trabajan en Entornos Indígenas en Costa Rica	28
1.4.1	Los desafíos de la Educación Indígena y Programa Interuniversitario Siwá-Pákö	29
1.5	Encrucijada entre la Imagen Identitaria y la Diversidad Cultural en Costa Rica	31
1.6	Reflexiones del Capítulo 1	34
Capítulo 2. Marco Conceptual y Fundamentación Teórica		37
2.1	Presentación del Capítulo 2	38
2.2	Antropología y su relación con la Matemática	40
2.2.1	Antropología Cultural	40
2.2.2	La Cultura y la Cosmovisión	42
2.2.3	Matemáticas y Cultura: la visión antropológica de White	45
2.3	Etnomatemática: Matemática Cultural	49
2.3.1	Algunas nociones vinculadas al Conocimiento y las Etnomatemáticas	50
2.3.2	El Conocimiento Matemático Cultural (CMC)	52
2.3.3	Etnomatemática y Matemática	57
2.3.4	La metáfora del Trébol: una Concepción de las Matemáticas	61
2.3.5	Las Prácticas y las Actividades Matemáticas	64
2.4	Etnomatemática y Currículo	79

2.4.1	El Programa y las Dimensiones de la Etnomatemática	81
2.4.2	Educación Indígena sin Exclusión: Vías de Sobrevivencia y de Trascendencia	87
2.4.3	Formación profesional docente a través de enculturación y proyectos	93
2.5	Reflexiones del capítulo 2	104
Capítulo 3. Fundamentos Metodológicos y Diseño del Proceso de Investigación		105
3.1	Presentación del Capítulo 3	106
3.2	Primera Parte: Fundamentos Metodológicos. Paradigma y Enfoque de la Investigación	108
3.2.1	Fundamentos	108
3.2.2	El relativismo, Kuhn y las Etnomatemáticas	110
3.2.3	La investigación Etnográfica	116
3.3	Segunda Parte: Diseño Metodológico de la Investigación. Diseño estructural, Diseño compuesto y Diseño proyectante	126
3.3.1	Etapa1 (E1): Panorama teórico y empírico	128
3.3.2	Etapa2 (E2): Diagnósticos	130
3.3.3	Etapa3 (E3): Análisis preliminares	132
3.3.4	Etapa4 (E4): Diseño e Implementación-MOCEMEI	133
3.3.5	Etapa5 (E5): Evaluación-MOCEMEI	135
3.4	Nociones metodológicas para el trabajo de campo	137
3.4.1	Estudios que integran el diseño compuesto	137
3.4.2	Los aspectos éticos del Trabajo de Campo	137
3.4.3	Los aspectos técnicos del Trabajo de Campo	141
3.4.4	Participantes de la investigación y Perfiles de Participantes	145
3.5	Nociones metodológicas para el análisis de la información	148
3.5.1	La elección y el tratamiento de los datos	148
3.5.2	Nociones teóricas del análisis de contenido cualitativo	150
3.5.3	Componentes del análisis de contenido implementado	151
3.6	Tercera Parte: Nociones teóricas sobre la fiabilidad y la validez que se implementan en esta investigación	158
3.6.1	Fiabilidad y criterios de validez implementados	158
3.6.2	Las técnicas de estimación de la validez: triangulación y cristalización	162
3.7	Cuarta Parte: Diseño Metodológico Compuesto	165
3.8	Estudio Etnológico de las Matemáticas Indígenas en los Pueblos Ngäbe, Bribri y Cabécar de Costa Rica (EB1)	166
3.8.1	Acceso a Comunidades Indígenas Bribris	168
3.8.2	Acceso a Comunidades Indígenas Cabécares	168
3.8.3	Acceso a Comunidades Ngäbes	169
3.9	Consulta a Profesionales de Educación y Cultura respecto a las Etnomatemáticas y la Formación de Profesores en Costa Rica (EB2)	170

3.9.1	Caracterización de la muestra y aspectos éticos en el estudio EB2	170
3.9.2	Técnicas de recogida de información para el estudio EB2	172
3.9.3	Aspectos metodológicos del análisis de la información en el estudio EB2	174
3.10	Consulta a Maestros Indígenas Ngäbe, Bribri, y Cabécar sobre Matemáticas, Educación y Cultura en Costa Rica (EB3)	177
3.10.1	Caracterización de la muestra y aspectos éticos en el estudio EB3	177
3.10.2	Técnicas de recogida de información para el estudio EB3	182
3.10.3	Aspectos metodológicos del análisis de la información en el estudio EB3	184
3.11	Sondeo de realidades y expectativas para orientar el curso de Didáctica de las Matemáticas en Contextos Multiculturales (EB4)	186
3.11.1	Caracterización de la muestra y aspectos éticos en el estudio EB4	187
3.11.2	Técnicas de recogida de información para el estudio EB4	188
3.11.3	Aspectos metodológicos del análisis de la información en el estudio EB4	188
3.12	Etnografía de Aula con Maestros Cabécares (EF)	189
3.12.1	Caracterización de la muestra y aspectos éticos en el estudio EF	190
3.12.2	Técnicas de recogida de información en el estudio EF	191
3.12.3	Aspectos metodológicos del análisis de la información en el estudio EF	192
3.13	Reflexiones del Capítulo 3	204
Capítulo 4. Estudio EB1: Estudio Etnológico de las matemáticas indígenas en los pueblos Ngäbe, Bribri y Cabécar de Costa Rica		207
4.1	Presentación del Capítulo 4	208
4.2	El sentido y Aporte del estudio EB1	208
4.3	El Proceso de Investigación en el estudio EB1	210
4.4	Generalidades de la Cartografía Sociocultural NBC	210
4.5	Aspectos Matemáticos relevantes en el Patrimonio Cultural de Pueblos Indígenas de Costa Rica	215
4.5.1	El cuatro como Número Mágico Ritual en el CMC indígena	216
4.5.2	La representación geométrica del cosmos en la casa tradicional	219
4.5.3	Tejidos Geométricos con significado cosmogónico	227
4.6	Aportes de un acercamiento a la Lingüística desde la visión Etnomatemática	230
4.6.1	Definición de clasificadores numerales	232
4.6.2	Los clasificadores numerales en la Lengua Ngäbére	232
4.6.3	Los clasificadores numerales en la Lengua Bribri	238
4.6.4	Los clasificadores numerales en la Lengua Cabécar	242
4.6.5	Reunión de Clasificadores numerales por grupo étnico	246
4.7	Discusión de resultados en el estudio EB1 y reflexiones	251
Capítulo 5. Estudio EB2: Consulta a Profesionales de Educación y Cultura respecto a las Etnomatemáticas y la Formación de Profesores		255
5.1	Presentación del Capítulo 5	256

5.2	El sentido y Aporte del estudio EB2	256
5.3	El Proceso de Investigación en el estudio EB2	257
5.4	Resultados del Análisis Cuantitativo en el estudio EB2	258
5.4.1	Resultados de las preguntas con respuesta dicotómica	259
5.4.2	Resultados de la preguntas con opción múltiple de respuesta (P10-EB2)	261
5.4.3	Resumen de resultados cuantitativos en el estudio EB2	263
5.5	Resultados del Análisis Cualitativo en el estudio EB2	265
5.5.1	Análisis Cualitativo de Contenido aplicado a las respuestas de P3-EB2	265
5.5.2	Análisis Cualitativo de Contenido aplicado a las respuestas de P4-EB2	275
5.5.3	Análisis Cualitativo de Contenido aplicado a las respuestas de P8-EB2	287
5.5.4	Resumen de los resultados cualitativos en el estudio EB2	298
5.6	Discusión de los resultados del segundo estudio base (EB2) y reflexiones	299
Capítulo 6. EB3: Consulta a Maestros Indígenas Ngäbe, Bribri y Cabécar sobre Matemáticas, Educación y Cultura		301
6.1	Presentación del Capítulo 6	302
6.2	El sentido y Aporte del estudio EB3	302
6.3	El Proceso de Investigación en el estudio EB3	303
6.4	Resultados del Análisis Cuantitativo en el estudio EB3	305
6.4.1	Metodología aplicada en el análisis de la información	305
6.4.2	Resultados de las preguntas dicotómicas en el estudio EB3	306
6.5	Resultados del Análisis Cualitativo en el estudio EB3	311
6.5.1	Resultados del Análisis cualitativo de contenido aplicado a la respuesta de P4-EB3	313
6.5.2	Resultados del Análisis cualitativo de contenido aplicado a la respuesta de P6-EB3	315
6.5.3	Resultados del Análisis cualitativo de contenido aplicado a la respuesta de P7b-EB3	317
6.5.4	Resultados del Análisis cualitativo de contenido aplicado a la respuesta de P9-EB3	319
6.5.5	Resultados del Análisis cualitativo de contenido aplicado a la respuesta de P14-EB3	321
6.5.6	Resultados del Análisis cualitativo de contenido aplicado a la respuesta de P15-EB3	326
6.5.7	Resultados del Análisis cualitativo de contenido aplicado a la respuesta de P16b-EB3	329
6.6	Discusión y Reflexiones del estudio EB3	333
Capítulo 7. Diseño del Modelo del Curso de Etnomatemáticas para formar Maestros de Entornos Indígenas (MOCEMEI)		337
7.1	Presentación del Capítulo 7	338
7.2	El contexto de la investigación sobre formación docente	339

7.2.1	El contexto de la formación docente	339
7.2.2	Estudio EB4 como herramienta para conocer las realidades y expectativas del curso con maestros cabécares	341
7.2.3	El sentido y el aporte del estudio EB4. Fundamentos para el CEMEI	342
7.2.4	El Proceso de Investigación en el estudio EB4	342
7.2.5	Resultados del Análisis Cualitativo en el estudio EB4	343
7.3	El diseño del Modelo de Formación para Profesores Indígenas	349
7.3.1	Introducción al proceso de planificación	349
7.3.2	Consideraciones respecto al diseño del Curso Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales (DMCM)	350
7.3.3	Diseño del Curso de Etnomatemáticas para formar Maestros de Entornos Indígenas (CEMEI)	353
7.4	La planificación y los recursos contextualizados para cada sesión del curso CEMEI	359
7.4.1	Planificación y Recursos diseñados para la Primera Sesión	360
7.4.2	Planificación y Recursos diseñados para la Segunda Sesión	366
7.4.3	Planificación y Recursos diseñados para la Tercera Sesión	372
7.5	La planificación del Trabajo Final del Curso DMCM: Microproyecto Curricular basado en las Etnomatemáticas Cabécares	376
7.6	Reflexiones del Capítulo 7	378
Capítulo 8. Estudio Fundante (EF): Etnografía de Aula con Maestros Cabécares y Evaluación del MOCEMEI		379
8.1	Presentación del Capítulo 8	380
8.2	El sentido y el aporte del estudio fundante	380
8.3	El proceso de investigación en el estudio fundante (EF)	381
8.4	Primera Fase de Análisis en el Estudio Fundante (EF)	384
8.4.1	Descripción por sesiones de la implementación del MOCEMEI	384
8.4.2	Tratamiento de los datos de las tres sesiones por Unidades de Descripción	389
8.4.3	Las situaciones y el contexto durante la implementación del MOCEMEI	390
8.4.4	Las acciones de sujetos con distinto rol durante la implementación del MOCEMEI	394
8.4.5	Las interacciones de sujetos con distinto rol durante la implementación del MOCEMEI	402
8.5	Segunda Fase de Análisis en el Estudio Fundante (EF)	418
8.5.1	Generalidades del estudio de casos: tratamiento de la información y focos de análisis	418
8.5.2	Resultados del caso CAF	422
8.5.3	Resultados del caso CMZ	432
8.5.4	Resultados del caso CDF	442
8.5.5	Resultados del caso CGV	456

8.5.6 Resultados del caso CRS 483

8.6 Conclusiones y reflexiones del Capítulo 8 501

Capítulo 9. Conclusiones Generales y Reflexiones sobre los Nuevos Desafíos de Investigación y Acción Pedagógica 505

9.1 Presentación del Capítulo 9 506

9.2 Conclusiones y reflexiones que genera el cumplimiento del propósito general O1 507

9.3 Conclusiones y reflexiones que genera el cumplimiento del propósito general O2 518

9.4 Conclusiones sobre el diseño metodológico de la investigación 534

9.5 Caracterización de esta Investigación, limitaciones y nuevos enigmas 538

9.6 Desafíos de investigación y acción pedagógica: visión prospectiva de esta investigación 541

9.7 Alcances científicos de esta investigación 543

Referencias 545

Anexos Impresos

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1.	Secuencia de conjeturas que guían el proceso investigativo.	9
Figura 1.2.	Organización de los componentes de esta investigación.	10
Figura 2.1.	Esquema del marco conceptual y fundamentación teórica de la investigación.	39
Figura 2.2.	Caracterización contextual de Cultura.	44
Figura 2.3.	Sobrevivencia y Trascendencia dos resultados cognitivos.	55
Figura 2.4.	Proceso de generación de conocimiento a partir de la acción, adaptada de D'Ambrosio (2008, p.49).	57
Figura 2.5.	Metáfora de las Matemáticas según Oliveras (2000a).	62
Figura 2.6.	Prácticas y Actividades Matemáticas.	65
Figura 2.7.	Visión cíclica de la realidad a partir de la integración del conocimiento, tomada de D'Ambrosio (2008, p.38).	84
Figura 3.1.	Esquema de la metodología de investigación.	107
Figura 3.2.	Modelo de espiral en la investigación etnográfica.	118
Figura 3.3.	Modelo espiral con propósitos y etapas conducentes del proyecto MOCEMEI.	136
Figura 3.4.	Perfiles de los participantes de la investigación.	147
Figura 3.5.	Ubicación de los estudios que integran esta investigación en el modelo espiral.	166
Figura 3.6.	Fases de análisis cualitativo de contenido en el estudio EF.	193
Figura 4.1.	Ubicación del estudio EB1 en el modelo espiral del MOCEMEI.	209
Figura 4.2.	Mapa de los Territorios Indígenas de Costa Rica.	211
Figura 4.3.	Fragmento de relato sobre la ceremonia de la pubertad femenina, recopilado por Torres de Arauz (s .f., p.67).	217
Figura 4.4.	Fragmento del trabajo realizado por Gavarrete y Vásquez (2005) sobre el relato sobre el enterramiento secundario en Bozzoli (1979, p.126).	218
Figura 4.5.	Distribución de los ocho postes internos de la casa tradicional talamanqueña, editada de González y González (2000, p. 27 y p.53).	220
Figura 4.6.	Detalle de la composición del techo del Ú-SuLé de Kachabri y representación de la división de la circunferencia en los cuatro subniveles del supramundo.	221
Figura 4.7.	Estructura del Ú-SuLé sin la colocación de la superficie del tejido del techo, Shiroles-Talamanca, 2005.	222
Figura 4.8.	Modelo del cosmos en la tradición mítica Talamanqueña.	223

Figura 4.9.	Modelo del Nopatkuö elaborado por González y González (2000, p.146).	224
Figura 4.10.	Dibujo de ULúk, realizado durante trabajo de campo y su relación con las cuatro capas del inframundo.	225
Figura 4.11.	Fotografía de un petroglifo en un camino recorrido durante el trabajo de campo, agosto de 2011.	226
Figura 4.12.	Tejido hexagonal y representación de la inscripción en la circunferencia.	227
Figura 4.13.	Secuencia del tejido de la base de la canasta, con demarcación de los triángulos y hexágonos que se definen en el tejido, Uatsi-Talamanca, 2005.	228
Figura 4.14.	Secuencia de construcción de Jkö por una artesana de la comunidad Uatsi, Talamanca-Bribri, agosto de 2010.	229
Figura 4.15.	Área Intermedia y Áreas Culturales Vecinas, según Constenla (1991).	231
Figura 4.16.	Clasificadores Numerales en Ngäbére recopilados durante el trabajo de campo y propuestos por la investigadora.	237
Figura 4.17.	Clasificadores Numerales en Ngäbére recopilados durante el trabajo de campo y propuestos por el informante clave.	237
Figura 4.18.	Clasificadores Numerales en Ngäbére y discusión con el informante.	238
Figura 4.19.	Entonación (como se escribe-como suena) por variación dialectal en los Clasificadores Numerales del Ngäbére.	238
Figura 4.20.	Hallazgo del trabajo de campo sobre la forma de contar en lengua cabécar.	243
Figura 5.1.	Ubicación del estudio EB2 en el modelo espiral del proyecto MOCEMEI.	257
Figura 5.2.	Esferas de piedra en el Museo Nacional y el Parque de Palmar Norte.	283
Figura 5.3.	Montículos circulares en el Monumento Nacional Guayabo, fotografía de Erick Carvajal.	284
Figura 5.4.	Piezas arqueológicas de oro, jade y piedra de la colección permanente del Museo Nacional de Costa Rica, fotografías de la investigadora, con los permisos correspondientes del Museo Nacional.	284
Figura 5.5.	Piezas de artesanía para la venta en comunidades indígenas de Costa Rica.	285
Figura 5.6.	Arquitectura vigente en algunas comunidades indígenas de Costa Rica.	285
Figura 5.7.	Artesanía tradicional de máscaras o carretas típicas de Costa Rica.	286
Figura 6.1.	Ubicación del estudio EB3 en el modelo espiral del MOCEMEI.	303
Figura 6.2.	Ejemplo del tratamiento de la Información en el análisis cuantitativo del estudio EB3.	306
Figura 6.3.	Tratamiento de la información en el preanálisis de la pregunta P6-EB3.	312
Figura 6.4.	Mapa MAXQDA10 sobre las frecuencias de categorías deductivas para P4-EB3.	314
Figura 6.5.	Mapa MAXQDA10 sobre las frecuencias de categorías deductivas para P6-EB3.	316
Figura 6.6.	Mapa MAXQDA10 sobre las frecuencias de categorías deductivas en	318

	P7b-EB3.	
Figura 6.7.	Mapa MAXQDA10 sobre las frecuencias de categorías deductivas en P9-EB3.	320
Figura 6.8.	Mapa MAXQDA10 sobre las frecuencias de categorías deductivas en P14-EB3.	323
Figura 6.9.	Diagrama de organización de las categorías deductivas de P14-EB3.	325
Figura 6.10.	Mapa MAXQDA10 sobre las frecuencias de categorías deductivas en P15-EB3.	328
Figura 6.11.	Mapa MAXQDA10 sobre las frecuencias de categorías deductivas en P16b-EB3.	330
Figura 6.12.	Diagrama de organización de las categorías deductivas de P16b-EB3.	332
Figura 7.1.	Organización del contexto institucional y curricular de la propuesta formativa.	340
Figura 7.2.	Topografía de las escuelas indígenas cabécares sobre las cuales impacta el PISP, imagen facilitada por a profesora Yadira Cerdas.	341
Figura 7.3.	Ubicación del estudio EB4 en el modelo espiral del MOCEMEI.	342
Figura 7.4.	Pantalla de trabajo de MAXQDA para el análisis de contenido en EB4.	344
Figura 7.5.	Representación del mapa del documento y mapa de códigos en el análisis de contenido del estudio EB4 utilizando MAXQDA10.	345
Figura 7.6.	Representación de MAXQDA10 de la contingencia de categorías en EB4.	346
Figura 7.7.	Representación de la matriz de códigos generada por MAXQDA10 para el análisis de contenido en el estudio EB4.	346
Figura 7.8.	Imagen de la tarea 2 en la ficha F1A.	363
Figura 8.1.	Ubicación del estudio fundante EF en el modelo espiral del MOCEMEI.	381
Figura 8.2.	Situación y contexto durante la Sesión 1 del CEMEI.	386
Figura 8.3.	Situación y contexto durante la Sesión 2 del CEMEI.	387
Figura 8.4.	Situación y contexto durante la Sesión 3 del CEMEI.	388
Figura 8.5.	Designación de colores para proceso inferencial y de recuento en análisis de contenido descriptivo para el foco Acciones de Sujetos con distinto Rol.	396
Figura 8.6.	Designación de colores en las fotografías para proceso inferencial en el foco Acciones de Sujetos con distinto Rol.	396
Figura 8.7.	Cadena de interpretaciones respecto a las interacciones de varios sujetos e informantes clave de comunidades cabécares implicados en la implementación.	404
Figura 8.8.	Ejemplo de organización tabular para el análisis de contenido del Foco I-S con categorías deductivas.	407
Figura 8.9.	Ejemplo de organización tabular para el análisis de contenido del Foco I-S con categorías deductivas.	411
Figura 8.10.	Análisis de contenido en el programa MAXQDA10 a partir del sistema de códigos y categorías deductivas.	420
Figura 8.11.	Fragmento CAF_MP-Mochila-003_CCC_1745/1916.	422

Figura 8.12.	Fragmento CAF_F1A-003_CUL_772/1260.	422
Figura 8.13.	Fragmento CAF_MP-Mochila-002_DPC_1484/1798.	423
Figura 8.14.	Fragmento CAF_MP-Mochila-002_DPC_2675/2929.	423
Figura 8.15.	Fragmento CAF_F1A-005_HEE_2263/2794.	423
Figura 8.16.	Fragmento CAF_F1C-001_DEE_2307/2776.	423
Figura 8.17.	Fragmento CAF_F1A-001_OHE_1124/2017.	424
Figura 8.18.	Fragmento CAF_F3C-001_AMC_1766/2367.	424
Figura 8.19.	Fragmento CAF_FTD3-002_APFI_1522/1993.	424
Figura 8.20.	Fragmento CAF_MP-Mochila-005_APFI_289/2235_01.	425
Figura 8.21.	Fragmento CAF_MP-Mochila-005_APFI_289/2235_02.	425
Figura 8.22.	Fragmento CAF_FTD4B-001_DACE_974/3157.	426
Figura 8.23.	Fragmento CAF_F2B-002_EDC_948/1657.	427
Figura 8.24.	Fragmento CAF_F1A-005_ETE_2263/2794.	427
Figura 8.25.	Fragmento CAF_MP-Mochila-007_EMP_1233/1765.	427
Figura 8.26.	Fragmento CAF_MP-Mochila-002_ETE_2190/2510.	427
Figura 8.27.	Fragmento CAF_MP-Mochila-007_EMP_2744/3150.	428
Figura 8.28.	Fragmento CAF_FTD1-002_MEE_1239/1498.	428
Figura 8.29.	Fragmento CAF_FTD1-002_MVC_1730/2069.	428
Figura 8.30.	Fragmento CAF_F2A-001_ECSE_2225/2692.	429
Figura 8.31.	Fragmento CAF_MP-Mochila-007_ECSE_498/811.	429
Figura 8.32.	Fragmento CAF_MP-Mochila-007_ECSE_498/811.	429
Figura 8.33.	Fragmento CAF_FTD2-002_ECS\OAMC_394/580.	430
Figura 8.34.	Fragmento CAF_FTD2-002_ECSC\Medir_821/1179.	430
Figura 8.35.	Fragmento CAF_MP-Mochila-004_ECSC\Diseñar_828/1263.	430
Figura 8.36.	Fragmento CAF_MP-Mochila-004_ECSC\Diseñar_1913/2513.	430
Figura 8.37.	Fragmento CAF_MP-Mochila-007_ECSC\Deducir_498/811.	431
Figura 8.38.	Caracterización de actividades etnomatemáticas de la cultura cabécar identificadas por el caso CAF.	432
Figura 8.39.	Fragmento CMZ_MP-Canasto-002_CCC_908/1381.	433
Figura 8.40.	Fragmento CMZ_F1A-003_CUL_892/1453.	433
Figura 8.41.	Fragmento CMZ_F2C-001_DPC_2269/2856.	433
Figura 8.42.	Fragmento CMZ_F1A-001_OHE_1040/2033.	434
Figura 8.43.	Fragmento CMZ_F5D-001_AMC_2313/3051.	434
Figura 8.44.	Fragmento CMZ_FTD1-002_APFI_494/1263.	435
Figura 8.45.	Fragmento CMZ_FTD1-002_APFI_1345/2155.	435
Figura 8.46.	Fragmento CMZ_MP-Canasto-006_APFI_264/1356.	435
Figura 8.47.	Fragmento CMZ_FTD1-003_APFI_1604/2672.	436

Figura 8.48.	Fragmento CMZ_ FTD1-004_APFI_34/561.	436
Figura 8.49.	FragmentosCMZ_FTD4B-001_DACE_944/3246 y CMZ_FTD4B-002_DACE_48/3039.	436
Figura 8.50.	Fragmento CMZ_F2B-002_EDC_989/1641.	437
Figura 8.51.	Fragmento CMZ_F2C-001_EDC_2269/2856.	437
Figura 8.52.	Fragmento CMZ_F2B-002_ETE_1858/2301.	437
Figura 8.53.	Fragmento CMZ_F2C-001_ETE_1652/2222.	437
Figura 8.54.	Fragmento CMZ_MP-Canasto-002_EMP_375/887.	438
Figura 8.55.	Fragmento CMZ_MP-Canasto-002_EMP_2038/2653.	438
Figura 8.56.	Fragmento CMZ_FTD2-003_MVC_1896/2515.	439
Figura 8.57.	Fragmento CMZ_F2A-001_ECSE_2296/2860.	439
Figura 8.58.	Fragmento CMZ_FTD1-002_ECSE_1759/2131.	439
Figura 8.59.	Fragmento CMZ_FTD1-004_ECNC_589/1188.	440
Figura 8.60.	Fragmento CMZ_MP-Canasto-005_ECNC_295/1102.	440
Figura 8.61.	Fragmento CMZ_FTD2-003_ECSC\Ddiseñar_46/508.	440
Figura 8.62.	Caracterización de actividades etnomatemáticas de la cultura cabécar identificadas por el caso CMZ.	442
Figura 8.63.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-003_CCC_417/1156.	442
Figura 8.64.	Fragmento CDF_F1A-003_CUL_868/1489.	443
Figura 8.65.	Fragmento CDF_FTD2-001_CUL_789/1306.	443
Figura 8.66.	Fragmento CDF_FTD2-001_DPC_1289/1792.	443
Figura 8.67.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-003_DPC_1881/2414.	443
Figura 8.68.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-005_DPC_1902/2597.	444
Figura 8.69.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-005_DPC_979/1363.	444
Figura 8.70.	Fragmento CDF_FTD2-001_HEE_1769/2385.	444
Figura 8.71.	Fragmento CDF_F1A-001_OHE_990/2037.	445
Figura 8.72.	Fragmento CDF_F1D-001_AMC_2156/2696.	445
Figura 8.73.	Fragmento CDF_FTD1-001-APFI_583/1984.	446
Figura 8.74.	Fragmento CDF_FTD2-001_APFI_436/800.	446
Figura 8.75.	Fragmento CDF_FTD3-002_APFI_1457/2120.	447
Figura 8.76.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-008_EMP_978/1861.	447
Figura 8.77.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-005_EDC_376/1339.	447
Figura 8.78.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-011_DACE_1376/1987.	447
Figura 8.79.	Fragmento CDF_F2B-002_EDC_972/1745.	448
Figura 8.80.	Fragmento CDF_F2C-001_EDC_2272/2920.	448
Figura 8.81.	Fragmento CDF_MP_Hamaca-004_EDC_2573/3055.	448
Figura 8.82.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-011_EDC_627/1074.	449
Figura 8.83.	Fragmento CDF_F2C-001_ETE_1644/2199.	449

Figura 8.84.	Fragmento CDF_F2B-002_ETE_1817/2500.	449
Figura 8.85.	Fragmentos CDF_MP-Hamaca-010_EMP_1698/2173 y CDF_MP-Hamaca-009_EMP_186/590.	449
Figura 8.86.	Fragmento CDF_MP-Hamaca_EMP_1149/1617.	450
Figura 8.87.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-010_EMP_2590/3238.	450
Figura 8.88.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-009_EMP_566/1485.	451
Figura 8.89.	Fragmentos CDF_MP-Hamaca-007_MVC_1544/1843 y CDF_MP-Hamaca-007_MVC_539/1366.	451
Figura 8.90.	Fragmento CDF_F2A-001_ECSE_2299/2814.	452
Figura 8.91.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-005_ECSE_2583/2946.	452
Figura 8.92.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-005_ECSE_2889/3262.	452
Figura 8.93.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-010_ECSE_2160/2624.	452
Figura 8.94.	Fragmento CDF_FTD1-001_ECSC\Comparar_2040/2145.	453
Figura 8.95.	Fragmento CDF_FTD2-001_ECSC\Cuantificar-Contar_2787/3139.	453
Figura 8.96.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-003_ECSC\Medir_2743/3214.	453
Figura 8.97.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-006_ECSC\Diseñar_2295/2767.	453
Figura 8.98.	Fragmento CDF_FTD2-001_ECSC\Organizar-Localizar_2367/2818.	454
Figura 8.99.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-004_ECSC\Diseñar_288/678.	454
Figura 8.100.	Fragmento CDF_MP-Hamaca-007_ECSC_1806/3116.	454
Figura 8.101.	Caracterización de actividades etnomatemáticas de la cultura cabécar identificadas por el caso CDF.	456
Figura 8.102.	Fragmento CGV_FTD1-002_CCC_702/1210.	457
Figura 8.103.	Fragmento CGV_FTD1-002_CCC_2074/2486.	457
Figura 8.104.	Fragmento CGV_FTD1-002_CCC_2524/3274.	458
Figura 8.105.	Fragmento CGV_FTD2-002_CCC_771/1185.	458
Figura 8.106.	Fragmento CGV_F1A-003_CUL_964/1459.	458
Figura 8.107.	Fragmento CGV_FTD2-005_CUL_1653/2182.	459
Figura 8.108.	Fragmento CGV_ MP-PrácticasCurativas-002_CCC_474/874.	459
Figura 8.109.	Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-002_CCC_759/1227.	459
Figura 8.110.	Fragmento CGV_FTD2-005_HEE_2451/3087.	460
Figura 8.111.	Fragmento CGV_F1A-001_OHE_999/2034.	460
Figura 8.112.	Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-002_OHE_1247/2685.	461
Figura 8.113.	Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-011_OHE_1644/3004.	462
Figura 8.114.	Fragmentos CGV_MP-PrácticasCurativas-003_OHE_1958/3073 y CGV_MP-PrácticasCurativas-003_OHE_810/2160.	462
Figura 8.115.	Fragmentos CGV_MP-PrácticasCurativas-004_OHE_1281/2841 y CGV_MP-PrácticasCurativas-012_OHE_1549/2973.	463
Figura 8.116.	Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-014_OHE_1539/2889.	464
Figura 8.117.	Fragmento CGV_F3C-001_AMC_1739/2266.	464

Figura 8.118.	Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-016_AMC_562/810.	465
Figura 8.119.	Fragmento CGV_FTD1-002_APFI_330/731.	465
Figura 8.120.	Fragmento CGV_FTD1-003_APFI_1353/2266.	465
Figura 8.121.	Fragmento CGV_FTD2-005_APFI_2451/3087.	466
Figura 8.122.	Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-003_APFI_1460/1999.	466
Figura 8.123.	Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-010_APFI_651/1414.	466
Figura 8.124.	Fragmentos CGV_MP-PrácticasCurativas-011_APFI_386/701, CGV_MP-PrácticasCurativas-807/1085 y CGV_MP-PrácticasCurativas-012_APFI_278/512.	467
Figura 8.125.	Fragmentos CGV_MP-PrácticasCurativas-012_APFI_522/742 y CGV_MP-PrácticasCurativas-012_APFI_735/1024.	467
Figura 8.126.	Fragmentos CGV_MP-PrácticasCurativas-014_APFI_376/749, CGV_MP-PrácticasCurativas-015_APFI_688/946 y CGV_MP-PrácticasCurativas-014_APFI_1037/1291.	468
Figura 8.127.	Fragmento CGV_RGB-001_APFI_1997/2756.	469
Figura 8.128.	Fragmento CGV_RGB-001_APFI_2760/3207.	469
Figura 8.129.	Fragmento CGV_RGB-002_APFI_1671/2929.	469
Figura 8.130.	Fragmento CGV_FTD4A-001_DACE_1724/2503.	470
Figura 8.131.	Fragmento CGV_FTD4B-001_DACE_1217/1861.	471
Figura 8.132.	Fragmento CGV_FTD4B-001_DACE_1865/2360.	471
Figura 8.133.	Fragmento CGV_FTD4B-001_DACE_2369/2886.	471
Figura 8.134.	Fragmento CGV_FTD4B-001_DACE_2827/3291.	472
Figura 8.135.	Fragmento CGV_F2B-001_EDC_960/1713.	472
Figura 8.136.	Fragmento CGV_F2C-001_EDC_2254/3007.	473
Figura 8.137.	Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-015_EDC_437/681.	473
Figura 8.138.	Fragmento CGV_FTD2-006_ETE_1621/2538.	473
Figura 8.139.	Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-003_ETE_1460/1999.	474
Figura 8.140.	Fragmentos CGV_MP-PrácticasCurativas-002_EMP_871/1132, CGV_MP-PrácticasCurativas-013_EMP_1766/2031 y CGV_MP-PrácticasCurativas-002_EMP_295/579.	474
Figura 8.141.	Fragmento CGV_FTD3-001_EMP_2226/2662.	475
Figura 8.142.	Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-006_EMP_261/959.	476
Figura 8.143.	Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-013_EMP_288/840.	476
Figura 8.144.	Fragmentos CGV_MP-PrácticasCurativas-006_EMP_1027/1515 y CGV_MP-PrácticasCurativas-008_EMP_278/600.	477
Figura 8.145.	Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-014_MVC_376/749.	477
Figura 8.146.	Fragmento CGV_FTD1-002_MVC_1446/2089.	478
Figura 8.147.	Fragmento CGV_FTD1-002_MVC_2518/3268.	478
Figura 8.148.	Fragmento CGV_F2A-001_ECSE_2264/2832.	479
Figura 8.149.	Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-005_ECSE_284/708.	479

Figura 8.150.	Fragmento CGV_FTD2-002_ECSC\Diseñar_2260/3220.	480
Figura 8.151.	Fragmento CGV_FTD2-004_ECSC\Deducir_1309/1902.	480
Figura 8.152.	Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-003_ECSC\Explicar_526/1040.	480
Figura 8.153.	Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-005_ECSC_691/1658.	481
Figura 8.154.	Fragmento CGV_RGB-002_ECSC_305/1709.	481
Figura 8.155.	Fragmento CGV_FTD1-002_ECSC\OAMC_1446/2089.	482
Figura 8.156.	Caracterización de actividades etnomatemáticas de la cultura cabécar identificadas por el caso CGV.	483
Figura 8.157.	Fragmento CRS_F2A-002_CCC_2576/2946.	484
Figura 8.158.	Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar-005_CCC_579/908.	484
Figura 8.159.	Fragmentos CRS_FTD1-002_CUL_1705/2148 y CRS_FTD1-003_CUL_1968/2289.	484
Figura 8.160.	Fragmento CRS_F1A-003_CUL_898/1453.	485
Figura 8.161.	Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar_CUL_406/749.	485
Figura 8.162.	Fragmento CRS_FTD1-004_DPC_555/910.	485
Figura 8.163.	Fragmento CRS_FTD1-004_DPC_916/1393.	485
Figura 8.164.	Fragmento CRS_F2C-001_DPC_2280/2966.	486
Figura 8.165.	Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar_DPC_1146/1542.	486
Figura 8.166.	Fragmentos CRS_FTD2-002_DPC_792/1173, CRS_FTD2-003_DPC_2648/2943 y CRS_FTD2-004_DPC_809/988.	487
Figura 8.167.	Fragmento CRS_FTD1-004_HEE_1639/2029.	487
Figura 8.168.	Fragmento CRS_FTD2-004_HEE_2312/2596.	487
Figura 8.169.	Fragmento CRS_F1A-001_OHE_1026/2049.	488
Figura 8.170.	Fragmento CRS_FTD4A-001_OHE_2433/3287.	488
Figura 8.171.	Fragmento CRS_FTD2-004_AMC_2766/3053.	489
Figura 8.172.	Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar-006_AMC_2607/2892.	489
Figura 8.173.	Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar-006_APFI_1912/2288.	489
Figura 8.174.	Fragmento CRS_FTD1-002_APFI_523/1081.	490
Figura 8.175.	Fragmento CRS_FTD1-003_APFI_641/939.	490
Figura 8.176.	Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar-007_APFI_400/963.	490
Figura 8.177.	Fragmento CRS_FTD4B-001_DACE_983/3258.	491
Figura 8.178.	Fragmento CRS_F2B-002_EDC_1013/1649.	492
Figura 8.179.	Fragmento CRS_F2B-002_EDC_1837/2387.	492
Figura 8.180.	Fragmento CRS_FTD2-004_ETE_1546/1775.	492
Figura 8.181.	Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar-002_EMP_861/1990.	493
Figura 8.182.	Fragmento CRS_FTD3-001_EMP_2252/2700.	493
Figura 8.183.	Fragmentos CRS_MP-AgriculturaCabécar-006_EMP_1210/1732 y CRS_MP-AgriculturaCabécar-007_EMP_2224/2756.	494

Figura 8.184.	Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar-002_MVC_2455/2882.	494
Figura 8.185.	Fragmento CRS_F2A-001_ECSE_2288/2855.	495
Figura 8.186.	Fragmento CRS_FTD2-004_ECSE_965/1208.	495
Figura 8.187.	Fragmento CRS_F2A-002_ECSC_1397/2918.	496
Figura 8.188.	Fragmento CRS_FTD1-003_ECSC_1555/2636.	497
Figura 8.189.	Fragmento CRS_FTD1-003_ECSC_534/1543.	497
Figura 8.190.	Fragmento CRS_FTD1-002_ECSC_2205/2957.	501
Figura 8.191.	Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar-004_ECSC_406/1250.	502
Figura 8.192.	Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar-004_ECSC_2692/3038.	502
Figura 8.193.	Fragmento CRS_FTD2-002_ECSC_1277/2575.	503
Figura 8.194.	Fragmento CRS_FTD2-003_ECSC_743/1581.	503
Figura 8.195.	Fragmentos CRS_FTD2-003_ECSC_1575/2630 y CRS_FTD2-003_ECSC_2648/2943.	504
Figura 8.196.	Caracterización de actividades etnomatemáticas de la cultura cabécar identificadas por el caso CRS.	505
Figura 9.1.	Trayectoria de la espiral de investigación para el cumplimiento de O1.	507
Figura 9.2.	Trayectoria de la espiral de investigación para el cumplimiento de O2.	519

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1	Implicación de las etnomatemáticas en el ICME desde 1984	13
Tabla 2.1.	Caracterización de la Enculturación a partir de la Instrucción	96
Tabla 3.1.	Conjuntos de Documentos y Datos de acuerdo a los Estudio Base	149
Tabla 3.2.	Recuento de frecuencias según categorías profesionales de los participantes en el estudio EB2	172
Tabla 3.3.	Relación entre las categorías de propósito para la elaboración del cuestionario de EB2	173
Tabla 3.4.	Componentes (α,β) que destacan la multiculturalidad en la muestra de informantes clave que participan en el estudio EB3	180
Tabla 3.5.	Perfiles de Maestros Indígenas participantes en el estudio EB3	181
Tabla 3.6.	Relación entre las categorías de propósito para la elaboración del cuestionario del estudio EB3	183
Tabla 3.7.	Descripción de los perfiles de participantes en el estudio EB4	187
Tabla 3.8.	Codificación del perfil de los participantes de acuerdo al rol que desempeñan en el estudio EF	191
Tabla 3.9.	Codificación de los ítems que conforman la unidad de muestreo y aspectos éticos y émicos a observar en la segunda fase de análisis del estudio EF	199
Tabla 3.10.	Elementos relevantes en el diseño metodológico para cada estudio	205
Tabla 3.11.	Dimensiones de análisis de contenido y marco interpretativo para cada estudio	206
Tabla 4.1.	Clase Numeral 'Genérica' del Ngäbére (según Murillo, 2009, p.55)	234
Tabla 4.2.	Clasificadores Numerales del Ngäbére, según Murillo (2009, p.56)	234
Tabla 4.3.	Clasificadores numerales de la cultura Bribri: versión etnológico-antropológica, según Bozzoli (1979, pp.81-86)	239
Tabla 4.4.	Clasificadores numerales versión lingüística, según Constenla, Elizondo y Pereira (1998)	239
Tabla 4.5.	Clasificadores numerales (versión desde las etnomatemáticas, según Gavarrete y Vásquez (2005)	240
Tabla 4.6.	Resumen de la información obtenida en las fuentes consultadas para describir los clasificadores numerales de la lengua Bribri	241
Tabla 4.7.	Clasificadores numerales de la lengua Cabécar, según Margery (2004)	244
Tabla 4.8.	Resumen de las fuentes consultadas para describir clasificadores numerales Ngäbe, Bribri y Cabécar	247
Tabla 4.9.	Pronombres interrogativos en la lengua Ngäbére, según Murillo (2009)	248
Tabla 4.10.	Ejemplos de afinidades Nominales entre la lengua Bribri y la lengua Cabécar	249

Tabla 4.11.	Cuantificadores Indefinidos en Lengua Cabécar, según Margery (2004)	250
Tabla 5.1.	Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P3-EB2	266
Tabla 5.2.	Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P4-EB2	276
Tabla 5.3.	Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P8-EB2	289
Tabla 6.1.	Frecuencia y porcentaje de respuestas afirmativas en cada submuestra de maestros indígenas consultados	307
Tabla 6.2.	Frecuencia y porcentaje de respuestas negativas en cada en cada submuestra de maestros indígenas consultados	308
Tabla 6.3.	Frecuencia y porcentaje de no respuesta en cada en cada submuestra de maestros indígenas consultados	308
Tabla 6.4.	Recuentos aplicados en el análisis de contenido a las respuestas de P4-EB3	314
Tabla 6.5.	Recuentos aplicados en el análisis de contenido a las respuestas de P6-EB3	316
Tabla 6.6.	Recuentos aplicados en análisis de contenido a las respuestas de P7b-EB3	318
Tabla 6.7.	Recuentos aplicados en análisis de contenido a las respuestas de P9-EB3	320
Tabla 6.8.	Recuentos aplicados en análisis de contenido a las respuestas de P14-EB3	323
Tabla 6.9.	Recuentos aplicados en análisis de contenido a las respuestas de P15-EB3	328
Tabla 6.10.	Recuentos aplicados en el análisis de contenido a las respuestas de P16b-EB3	331
Tabla 7.1.	Recuentos aplicados en la metacategoría Problemáticas en el análisis de contenido del estudio EB4	347
Tabla 7.2.	Recuentos aplicados en la metacategoría Necesidades en el análisis de contenido del estudio EB4	347
Tabla 7.3.	Recuentos aplicados en la metacategoría Consecuencias en el análisis de contenido del estudio EB4	348
Tabla 7.4.	Recuentos aplicados en la metacategoría Reflexiones en el análisis de contenido del estudio EB4	348
Tabla 7.5.	Recuento general de frecuencias en las categorías inductivas del análisis en el estudio EB4	349
Tabla 7.6.	Propuesta del guion de actividades en la primera sesión del CEMEI	361
Tabla 7.7.	Rúbrica de evaluación para la ficha de trabajo a distancia FTD1	366
Tabla 7.8.	Propuesta del guion de actividades en la segunda sesión del CEMEI	367
Tabla 7.9.	Rúbrica de evaluación para la ficha de trabajo a distancia FTD2	371
Tabla 7.10.	Propuesta del guion de actividades en la tercera sesión del CEMEI	373
Tabla 7.11.	Rúbrica de evaluación para la ficha de trabajo a distancia FTD3	375

Tabla 8.1.	Recuento de datos por unidades de descripción y sesiones	389
Tabla 8.2.	Organización para análisis de contenido en documentos escritos de S-C	391
Tabla 8.3.	Organización para análisis de contenido en documentos gráficos de S-C	391
Tabla 8.4.	Recuento de categorías descriptivas sobre Situaciones y Contexto en el análisis de contenido del estudio EF	392
Tabla 8.5.	Organización para análisis de contenido en documentos escritos de A-S	394
Tabla 8.6.	Recuento de categorías descriptivas sobre A-S de MCEC en el análisis de contenido del estudio EF	397
Tabla 8.7.	Recuento de categorías descriptivas sobre A-S de PIOP en el análisis de contenido del estudio EF	399
Tabla 8.8.	Recuento de las categorías deductivas relacionadas con el foco I-S en discursos de los maestros indígenas en formación	412
Tabla 8.9.	Recuento de las categorías deductivas relacionadas con el foco I-S en discursos de los informantes especiales reportados por los maestros indígenas en formación	413
Tabla 8.10.	Recuento de las categorías deductivas relacionadas con el foco I-S	414
Tabla 8.11.	Integración de las subcategorías, categorías y metacategorías obtenidas en la integración de resultados del proceso inferencial en el análisis de contenido	415
Tabla 8.12.	Recuento de las categorías inductivas relacionadas con el foco I-S	417
Tabla 8.13.	Recuentos de las subcategorías relacionadas con la caracterización de las etnomatemáticas cabécares manifestadas por el caso CAF	431
Tabla 8.14.	Recuentos de las subcategorías relacionadas con la caracterización de las etnomatemáticas cabécares manifestadas por el caso CMZ	441
Tabla 8.15.	Recuentos de las subcategorías relacionadas con la caracterización de las etnomatemáticas cabécares manifestadas por el caso CDF	456
Tabla 8.16.	Recuentos de las subcategorías relacionadas con la caracterización de las etnomatemáticas cabécares manifestadas por el caso CGV	483
Tabla 8.17.	Recuentos de las subcategorías relacionadas con la caracterización de las etnomatemáticas cabécares manifestadas por el caso CRS	501

ÍNDICE DE ANEXOS

A. DOCUMENTOS ELABORADOS PARA GESTIONAR LOS PROTOCOLOS DE INGRESO Y LA RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

A1. Carta de agradecimiento a los participantes del estudio EB2.

A2. Consentimiento Informado para el estudioEB2.

A3. Cuestionario elaborado para el estudio EB2.

A4. Carta para dar seguimiento a la aplicación del cuestionario durante el estudio EB2.

A5. Agenda desarrollada el 14 de agosto de 2010 en el trabajo de campo con maestros indígenas Ngäbes durante el estudio EB3.

A6. Agenda desarrollada el 18 de agosto de 2010 en el trabajo de campo con maestros indígenas Bribris durante el estudio EB3.

A7. Cuestionario elaborado para el estudio EB3.

A8. Consentimiento Informado para el estudio EF.

A9. Carta para ser profesora invitada, expedida por la Dra. Jenny Seas, coordinadora de la CISP (5 de mayo de 2011), como protocolo del estudio EF.

A10. Gestión de solicitud del Consentimiento Informado para el estudio EF.

A11. Carta de solicitud de autorización para realizar el estudio EF dirigida a la CISP.

A12. Instrumento de Registro Observacional para el estudio EF.

A13. Información del profesorado del II Ciclo del 2011 en el PBMC, que participan en EF.

B. CUESTIONARIOS CUMPLIMENTADOS

B1. Cuestionarios respondidos por los 30 profesionales participantes en estudio EB2.

B2. Cuestionarios respondidos por los 69 maestros indígenas participantes en estudio EB3.

B3. Consentimiento informado autorizado por los 15 maestros indígenas participantes en el estudio EF.

C. BASES DE DATOS Y RESÚMENES TABULARES PARA EL ANÁLISIS

C1. Descripción general del Perfil de Informantes Clave en el estudio EB2.

C2. Frecuencias para respuestas dicotómicas del cuestionario en estudio EB2.

C3. Frecuencias para respuestas de P10-EB2.

C4. Caracterización general del Perfil de Informantes Clave en el estudio EB3.

C5. Base de datos del estudio cuantitativo de respuestas obtenidas en el cuestionario aplicado en el estudio EB3.

C6. Frecuencias para respuestas dicotómicas del cuestionario en estudio EB3.

C7. Libro de códigos y categorías deductivas para el análisis de contenido en EB3.

C8. Sistema de texto de MAXQDA10 sobre la transcripción del panel de EB4:20-08-2010.

C9. Asignación de códigos en análisis de contenido del estudio EB4 con MAXQDA10.

C10. Descripción de la implementación del MOCEMEI por foco de análisis, número de sesión y tipo de información para el análisis de contenido del estudio EF.

C11. Organización tabular de indicadores de focos S-C y A-S en fase1 de análisis EF.

C12. Organización tabular por categorías deductivas del foco I-S en fase1 de análisis EF.

C13. Recuento de indicadores descriptivos en A-S de PIOP-MCEC en fase1 de análisis EF.

C14. Organización tabular por categorías inductivas del foco I-S en fase1 de análisis EF.

C15. Libro de Códigos y Categorías para la fase2 del análisis de contenido en EF.

D. DETALLES DEL TRABAJO DE CAMPO Y PARTICIPACIÓN EN PISP

D1. Mapas de las giras de trabajo de campo con las tres comunidades indígenas implicadas durante el 2010 y 2011.

D2. Currículo vitae de profesoras universitarias implicadas en estudio EF.

D3. Presentación del Plan Cabécar-inducción de la CISP.

D4. Orientaciones del curso DMCM.

D5. Fotos del trabajo de campo-entorno geográfico.

D6. Fotos del trabajo de campo-entorno sociocultural.

D7. Fotos del trabajo de campo-trabajo con maestros en comunidades indígenas.

E. BASES DE DATOS Y DOCUMENTOS DEL ESTUDIO FUNDANTE

E1. Lista de maestros indígenas que participan en el estudio EF.

E2. Cumplimiento de tareas de maestros cabécares durante el desarrollo del CEMEI.

E3. Base de datos para la elección de la unidad de muestreo en el estudio de casos EF.

E4. Recursos elaborados para la primera sesión del CEMEI.

E5. Recursos elaborados para la segunda sesión del CEMEI.

E6. Recursos elaborados para la tercera sesión del CEMEI.

E7. Fichas de identificación y expectativas para el CEMEI.

E8. Instrucciones para elaborar el microproyecto basado en etnomatemáticas cabécares durante la implementación del MOCEMEI.

E9. Preguntas orientadoras para elaborar el informe escrito del microproyecto basado en etnomatemáticas cabécares durante la implementación del MOCEMEI.

E10. Rúbrica del portafolio y consideraciones para el CEMEI como parte del DMCM.

E11. Ejemplo de Portafolio Completo-caso CRS

F. DOCUMENTOS FUNCIONALES DE LA TESIS **(IMPRESOS)**

F1. Índice de Abreviaturas.

F2. Glosario.

F3. Organización tabular de la ubicación del desarrollo de los propósitos de investigación

en la memoria de la tesis doctoral.

F4. Organización tabular de la secuencia cronológica de la investigación por etapas y fases.

F5. Secuencia enlazada de Conjeturas de Investigación.

F6. Reseña de la evolución histórica del Programa de Etnomatemáticas y contribuciones de la UNESCO para promover la equidad en la Educación Matemática a nivel mundial.

F7. Reseña de la problemática de la Educación Matemática Intercultural en Costa Rica.

F8. Reseña de la problemática en la Educación Rural Indígena de Costa Rica.

F9. Caracterización funcional de la noción de Cultura y constructos asociados.

F10. Resultados de la cartografía sociocultural de Pueblos Ngäbes, Bribris y Cabécares.

F11. Artículo indexado sobre el Diseño del MOCEMEI publicado en RELIME (Nov.2012).

F12. Dimensiones del Programa de Etnomatemáticas vinculadas a los Focos de Análisis en el Estudio de Casos.

F13. Epílogo de propósitos y preguntas generadoras de la investigación.

PRESENTACIÓN

Este documento recoge la investigación realizada por la autora para obtener el título de doctora por la Universidad de Granada, en el Programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática. Con esta esta investigación se culmina el proceso de estudios de posgrado que inició en el curso académico 2008-2009, periodo en el que se cumplieron los requisitos para la obtención del título de Máster en Didáctica de la Matemática. Como Trabajo de Fin de Master se presentó la investigación titulada *Matemáticas, Culturas y Formación de Profesores en Costa Rica* (Gavarrete, 2009); la cual forma parte de una secuencia de conjeturas enlazadas, que se han ido resolviendo de manera cronológica, desde el año 2000, a través de diversos trabajos de investigación que constituyen el trabajo total de esta tesis.

La *conjetura actual* responde a la preocupación por la formación en Etnomatemáticas para los profesores que desarrollan su tarea profesional en entornos indígenas. Consideramos importante el uso de teorías para lograr una adecuada transposición didáctica en matemáticas, pero también pretendemos reflexionar sobre la preparación profesional adecuada que sensibilice a docentes sobre la existencia de contextos específicos y la importancia de la mediación intercultural en la educación; en particular, consideramos necesario promover una formación especial de los profesores que trabajan en entornos indígenas que incluya las Etnomatemáticas.

En el modelo de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en las escuelas indígenas de Costa Rica se da un choque metodológico, pues los estudiantes quieren aprender de forma holística y utilizando el entorno escolar de acuerdo con su cultura y su cosmovisión; sin embargo, la estructura curricular que impone el maestro es distinta, pues aborda las asignaturas por separado y las lecciones ocurren siempre en el salón de clase (Torres et al, 2007).

Planteamos la importancia de impulsar la difusión de los aspectos relacionados con la herencia del conocimiento cultural indígena que tiene relación con el conocimiento matemático, pues de esta manera será posible propiciar la dignificación del conocimiento ancestral; y pensamos que esto puede lograrse a través de una adecuada formación profesional que contribuya a reforzar las identidades culturales desde el entorno escolar.

Pretendemos contribuir, desde la perspectiva de las Etnomatemáticas y la Formación de Profesores, a valorar la interculturalidad como un elemento trascendental de la acción pedagógica, para ello proponemos un modelo que promueva la 'contextualización activa' y que conciba al profesor como un profesional comprometido que investiga, analiza, se encultura matemáticamente y realiza acciones didácticas

convenientes al entorno escolar, adecuando la estructura curricular y planificando situaciones significativas de aprendizaje, de acuerdo a la realidad etnolingüística, la cosmovisión cultural y las potencialidades de sus estudiantes.

Concebimos la Etnomatemática como una vertiente de la Didáctica de la Matemática que estudia: el desarrollo del conocimiento de un grupo cultural, regido por una tradición mítica y cosmogónica, que define sus comportamientos a partir de la manera de percibir e interpretar el mundo y las relaciones tangibles e intangibles de los elementos del mundo. En particular, estudiamos las maneras de conocer que descubrimos del mundo indígena, y cómo esas maneras de conocer, comprender, representar, entender y clasificar el mundo están presentes en la dinámica social y son prioritariamente heredadas a través de la tradición oral de los grupos estudiados.

Buscamos proponer una estrategia de acción educativa que no amenace sus raíces ancestrales y a la vez no los limite o excluya dentro del panorama globalizado de la Educación Matemática mundial. Desde la perspectiva de la etnoeducación (Blanco, 2008b), se requiere de etnoeducadores que promuevan en sus alumnos una visión crítica del presente y que les faciliten los instrumentos intelectuales, explícitos, analíticos y materiales para su desarrollo en una sociedad multicultural.

Proponemos una manera de conducir el conocimiento matemático relacionado con el conocimiento cultural indígena, en el cual se denote el respeto por las diversas formas de conocimiento, puesto que cada pueblo en su quehacer ha desarrollado un pensamiento matemático específico, lo cual nos distancia de otras teorías, que parten del supuesto esencial de que la matemática es una sola, independiente y generalizable a toda la humanidad independientemente del espacio cultural y de la época. Por lo tanto, defendemos que la Etnomatemática y la Etnodidáctica (Oliveras, 1996) son alternativas para combatir la exclusión, en este caso atendiendo la interculturalidad como parte importante en el proceso de la formación de profesores.

Consideramos que en los entornos indígenas debe promoverse un equilibrio intercultural, que el acceso a la educación debe ser para todos y que el proceso de enseñanza debe considerar la herencia ancestral y las particularidades de la cosmovisión y de la lengua; pues éstas determinan una manera distinta de comprensión del mundo y de las relaciones que hay en él, así como la manera de representar o comunicar dichas relaciones.

Nuestro estudio contempla dos propósitos fundamentales, el primero de ellos es *caracterizar el conocimiento matemático cultural de algunos grupos étnicos de Costa Rica,* y el segundo es *proponer un modelo para la formación de profesores que trabajan en entornos indígenas, en el que intervenga el conocimiento de las Etnomatemáticas.*

Para el desarrollo de los propósitos anteriormente citados, nos situamos en el Programa de Etnomatemáticas, considerado en el ámbito de investigación en Educación

Matemática a nivel global desde el año 1985 (ICME5). Para esta investigación en particular, desarrollamos una fundamentación teórica y empírica, que se materializa en un diseño metodológico compuesto por cuatro estudios base, que sirven como cimientos para el estudio final, con el cual se consolida y evalúa la propuesta formativa didáctico matemática.

El informe de esta investigación está estructurado en nueve capítulos, seguido del listado de referencias utilizadas y de un bloque de anexos impresos, que consideramos imprescindibles para realizar una lectura a profundidad del documento. En el CD que se adjunta, se recopilan otros anexos que son importantes y en los cuales se detalla el proceso metodológico realizado.

En el Capítulo 1 presentamos el problema de investigación, la contextualización del objeto de estudio, antecedentes relacionados con la Educación Matemática y la Diversidad Sociocultural en el marco global, y presentamos una síntesis de investigaciones previas, relacionadas con nuestro objeto de estudio. En la contextualización, hacemos referencia al desafío por desarrollar la Educación Matemática Intercultural en Costa Rica y abordamos la problemática con la que se enfrenta la Educación Rural Indígena de este país. Dicha problemática está sujeta a unas razones sociológicas y políticas, que generan una encrucijada entre la imagen identitaria y las dificultades por asumir la multiculturalidad costarricense en el desarrollo curricular.

En el Capítulo 2 exponemos el marco conceptual y la fundamentación teórica de esta investigación, elaborada a partir de revisiones teóricas de autores relevantes en tres áreas temáticas: la antropología, la etnomatemática y la educación.

El Capítulo 3 lo hemos organizado en cuatro partes: en la primera de ellas presentamos el paradigma y el enfoque de investigación, así como algunas nociones teórico-metodológicas; en la segunda parte explicamos el diseño metodológico elaborado; en la tercera parte describimos los criterios que sustentan la validez del estudio y, en la cuarta parte exponemos la metodología propuesta para cada uno de los estudios que integran el diseño compuesto de la investigación.

En el Capítulo 4 presentamos los resultados más relevantes vinculados con nuestro estudio etnológico de las matemáticas indígenas en los pueblos Ngäbe, Bribri y Cabécar de Costa Rica, considerando hallazgos de naturaleza antropológica y lingüística, desde la perspectiva de las Etnomatemáticas.

En el Capítulo 5 describimos los resultados de una consulta realizada a profesionales de educación y cultura de Costa Rica, respecto a las Etnomatemáticas y la Formación de Profesores. Este es el primero de los tres diagnósticos que se desarrollaron en esta investigación para evaluar las necesidades, expectativas, realidades y oportunidades como base para proponer un modelo de educación matemática intercultural orientada a los entornos indígenas costarricenses.

En el Capitulo 6 exponemos los resultados de una consulta realizada a maestros indígenas que trabajan en comunidades Ngäbes, Bribris y Cabécares sobre Matemáticas, Educación y Cultura. Desde la visión de los maestros indígenas consultados, nos aproximamos a una caracterización del conocimiento matemático cultural de dichos grupos étnicos, por otra parte describimos las aportaciones de los maestros relacionadas con la importancia del vínculo entre el conocimiento cultural y el proceso de enseñanza de las matemáticas.

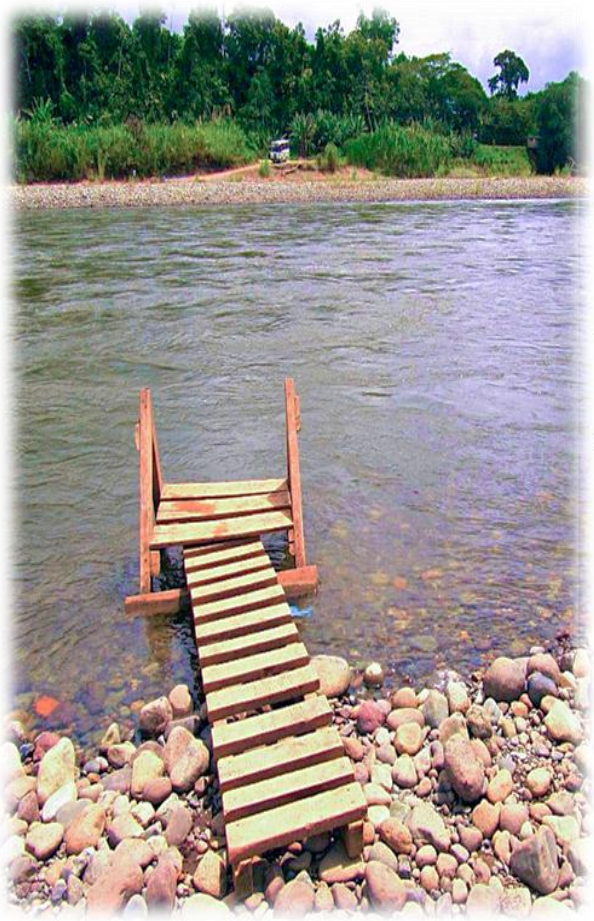
En el Capítulo 7 presentamos: (a) la contextualización del estudio a un programa de formación profesional para maestros cabécares (donde implementamos nuestra propuesta formativa); (b) mostramos los resultados de un diagnóstico realizado con los profesionales encargados de la formación de profesores en dicho programa; y (c) describimos el Modelo del Curso de Etnomatemáticas para formar maestros en Entornos Indígenas (MOCEMEI), el cual se construye tomando en consideración: el estudio etnológico realizado, los tres diagnósticos previos y los fundamentos teóricos que permiten promover competencias multiculturales en los profesores.

En el Capítulo 8 presentamos la descripción de la implementación del modelo diseñado, así como su respectiva evaluación, desarrollada a través de dos fases de análisis: la primera de ellas corresponde a un análisis de contenido descriptivo de las observaciones realizadas por las profesoras universitarias implicadas, y la segunda fase muestra los resultados de un estudio de casos realizado sobre las producciones escritas de los maestros indígenas en formación.

En el Capítulo 9 exponemos las conclusiones generales y las reflexiones suscitadas durante el estudio, así como también planteamos los nuevos desafíos de investigación y acción pedagógica, en los cuales se enmarca la visión prospectiva de este trabajo.

Este documento se ilustra con fotografías propiedad de la autora, que sirven como recurso visual para mostrar el desarrollo del trabajo etnográfico experimentado durante el proceso de investigación.

CAPÍTULO 1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN DEL OBJETO DE ESTUDIO



"La diversidad cultural en Costa Rica es una realidad, pero no es suficiente reconocerla, ni ser tolerantes ante las diferencias. Es necesario tomar conciencia de que el prejuicio, la discriminación, el racismo, el etnocentrismo, prevalecen y minan las relaciones sociales. La lucha por el reconocimiento a la diferencia, el diálogo entre individuos y entre grupos, respetar las identidades culturales diferentes, nos atañe a todos. Los (as) educadores debemos admitir que son pocos los seres humanos, incluidos nosotros, que no tienen algún prejuicio, sentimientos o actitudes individuales producto de reacciones emocionales causadas por estímulos o factores de los que la mayoría de las veces no estamos conscientes [...] promover la reflexión, el conocimiento, el respeto por los pueblos y sus culturas para contribuir a la reafirmación del derecho a la existencia y de la coexistencia de la alteridad cultural, es necesario para edificar una cultura de la tolerancia y consolidar procesos educativos que valoren a los grupos culturalmente diferenciados."
(Echeverría, 2003, p.140-142)

1.1 DESCRIPCIÓN DEL OBJETO DE ESTUDIO, NÚCLEOS Y PROPÓSITOS DE INVESTIGACIÓN

1.1.1 DESCRIPCIÓN DEL OBJETO DE ESTUDIO

Este trabajo emerge a raíz de la inquietud por *abordar la diversidad cultural en la formación de profesores de matemáticas* y nos interesa en particular estudiar las matemáticas indígenas de Costa Rica y su inclusión en la formación de profesores.

Preguntas generadoras

Surgen diversas *preguntas generadoras* relacionadas con la formación de profesores que trabajan en entornos indígenas costarricenses:

¿Cómo incluir el componente cultural de las matemáticas en un programa formativo profesional?

¿Cómo describir los conocimientos específicos requeridos para descubrir el componente cultural de las matemáticas en los entornos indígenas?

¿Qué requieren aprender los profesores en su formación para desarrollar la enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva intercultural?

¿Cómo lograr un diseño contextualizado intercultural para la enseñanza de las matemáticas?

Consideramos que los profesores en formación necesitan reflexionar sobre las aplicaciones de la matemática en situaciones cotidianas y además pueden establecer relaciones que les permitan identificar la presencia de conocimientos matemáticos desde el bagaje ancestral indígena, para promover un aprendizaje significativo para los estudiantes de las escuelas indígenas.

Queremos proponer una metodología de enseñanza-aprendizaje que abarque la visión de las matemáticas occidentales y la visión de las matemáticas indígenas y desarrollar una propuesta que promueva la competencia de planificación (Lupiañez, 2009) en didáctica de las matemáticas. Es decir, se pretende promover en los maestros indígenas herramientas metodológicas y fundamentos teóricos, basados en las etnomatemáticas, para que puedan seleccionar material del entorno (tangible) y del conocimiento ancestral (intangible) y lo puedan incorporar en el desarrollo de los contenidos de un programa de estudios para promover el desarrollo intercultural de contenidos, considerando las dos visiones de etnomatemáticas: occidental e indígena.

Pregunta de investigación

A partir de las reflexiones que suscita la problemática descrita, planteamos la siguiente *pregunta de investigación*:

¿Cómo utilizar las etnomatemáticas como fundamento teórico en la formación de profesores para combatir la exclusión de la diversidad cultural indígena en la educación matemática de Costa Rica?

Objeto de estudio

Ratificamos que nuestro interés se centra en estudiar las *Culturas Indígenas*, enfocándonos en el *Conocimiento Matemático Cultural* y en la *Formación de Profesores de Entornos Indígenas.* De este modo, tenemos un *doble objeto de estudio* que se constituye de la siguiente manera:

S1: Las Etnomatemáticas en algunas culturas indígenas de Costa Rica

S2: La Formación en Etnomatemáticas de Profesores dentro de un modelo intercultural.

1.1.1.1 NÚCLEOS Y PROPÓSITOS DE LA INVESTIGACIÓN

Núcleos de estudio

Para abordar S1 y S2, hemos considerado *tres núcleos de estudio* que sirven para orientar la atención y el trabajo durante el proceso investigativo:

N1: Opiniones de Profesionales en Educación y Cultura sobre las Etnomatemáticas en Costa Rica y su inclusión en un programa formativo.

N2: Visiones de Profesores Indígenas sobre su Conocimiento Matemático Cultural y cómo implicarlo en el ámbito de la enseñanza.

N3: Propuesta de Formación de Profesores que considere las Etnomatemáticas para ampliar su formación didáctica-matemática en un modelo intercultural.

Propósitos generales

Además, para llevar a cabo el abordaje de los núcleos de trabajo expuestos anteriormente nos hemos planteado *dos propósitos generales de investigación*:

O1: Caracterizar el *conocimiento matemático cultural* de algunos grupos étnicos de Costa Rica.

O2: Proponer un *modelo para la formación de profesores* que trabajan en *entornos indígenas*, en el que intervenga el *conocimiento de las Etnomatemáticas.*

Propósitos específicos

Para operativizar el cumplimiento de los propósitos generales anteriormente expuestos, hemos considerado dos grupos de *propósitos parciales* asociados a cada uno de ellos.

El primer grupo de propósitos parciales, se relacionan con el objeto de estudio S1 y están asociados al propósito general O1. Con ellos se persigue obtener fundamentos teóricos y sobre todo empíricos para sustentar la propuesta de formación de profesores.

O1.1: *Identificar elementos de conocimiento matemático cultural* de tres grupos étnicos de Costa Rica: Ngäbes, Bribris y Cabécares.

O1.2: *Caracterizar* rasgos del *conocimiento matemático cultural* de los grupos indígenas: Ngäbes, Bribris y Cabécares.

O1.3: *Indagar sobre la pertinencia* de diseñar un *programa formativo* de profesores que incorpore la visión cultural de las matemáticas.

O1.4: *Seleccionar* elementos de las *etnomatemáticas indígenas* de Costa Rica para diseñar una propuesta de Formación de Profesores.

El segundo grupo de propósitos parciales, intervienen en el objeto de estudio S2 y están asociados al propósito general O2, es decir, están orientados a la propuesta didáctica para formar profesores que trabajan en entornos indígenas, considerando las etnomatemáticas como fundamento teórico primordial.

O2.1: *Diseñar una propuesta formativa* en didáctica de las matemáticas que promueva competencias multiculturales en maestros indígenas.

O2.2: *Implementar la propuesta* elaborada *con profesores en formación inicial* que pertenezcan a un grupo étnico de Costa Rica.

O2.3: *Evaluar la propuesta formativa* mediante el análisis de la información recopilada durante la implementación.

O2.4: *Proponer un programa estable de formación de profesores* que considere las *etnomatemáticas como fundamento* teórico primordial.

Los propósitos específicos, a su vez se abordan por medio de propósitos parciales, que serán declarados en las distintas secciones que componen este documento. En el Anexo F se presenta una organización tabular de los propósitos de la investigación y su respectivo desarrollo en la memoria de la tesis.

Conjetura de investigación: una secuencia enlazada

La *conjetura de investigación* se enmarca dentro de un proceso histórico que enlaza varias conjeturas previas, materializadas en diversos estudios realizados por la

doctoranda. Para tenerla presente a lo largo de este estudio la sintetizamos en la siguiente expresión:

> *Es necesaria y posible una propuesta de Formación de Profesores para entornos indígenas que incluya las Etnomatemáticas*

En el Anexo F5 exponemos una reseña de la secuencia en la cual se enlazan las conjeturas previas, sobre las cuales se sustenta la que rige para esta tesis doctoral, son cuatro conjeturas y la última es la que corresponde a la presente tesis.

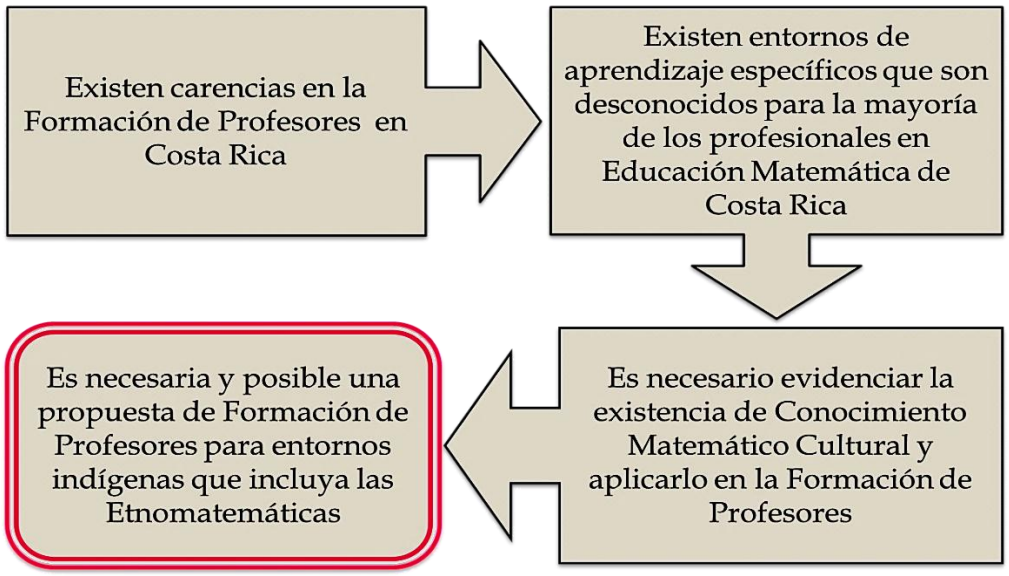


Figura 1.1. Secuencia de conjeturas que guían el proceso investigativo.

En la figura anterior mostramos la estructura secuencial de conjeturas que se han ido resolviendo de manera cronológica a través de diversos trabajos de investigación que constituyen el trabajo total de esta tesis.

La *conjetura actual* responde a la preocupación por la formación en etnomatemáticas para los profesores que desarrollan su tarea profesional en entornos indígenas. Consideramos importante el uso de teorías para lograr una adecuada transposición didáctica en matemáticas, pero también pretendemos reflexionar sobre la preparación profesional adecuada que sensibilice a docentes sobre la existencia de contextos específicos y la importancia de la mediación intercultural en la educación.

Para lograr lo anterior, es necesario promover una formación especial de los profesores que trabajan en entornos indígenas que incluya las Etnomatemáticas.

En la siguiente figura mostramos la organización de los elementos centrales que componen el diseño de esta investigación.

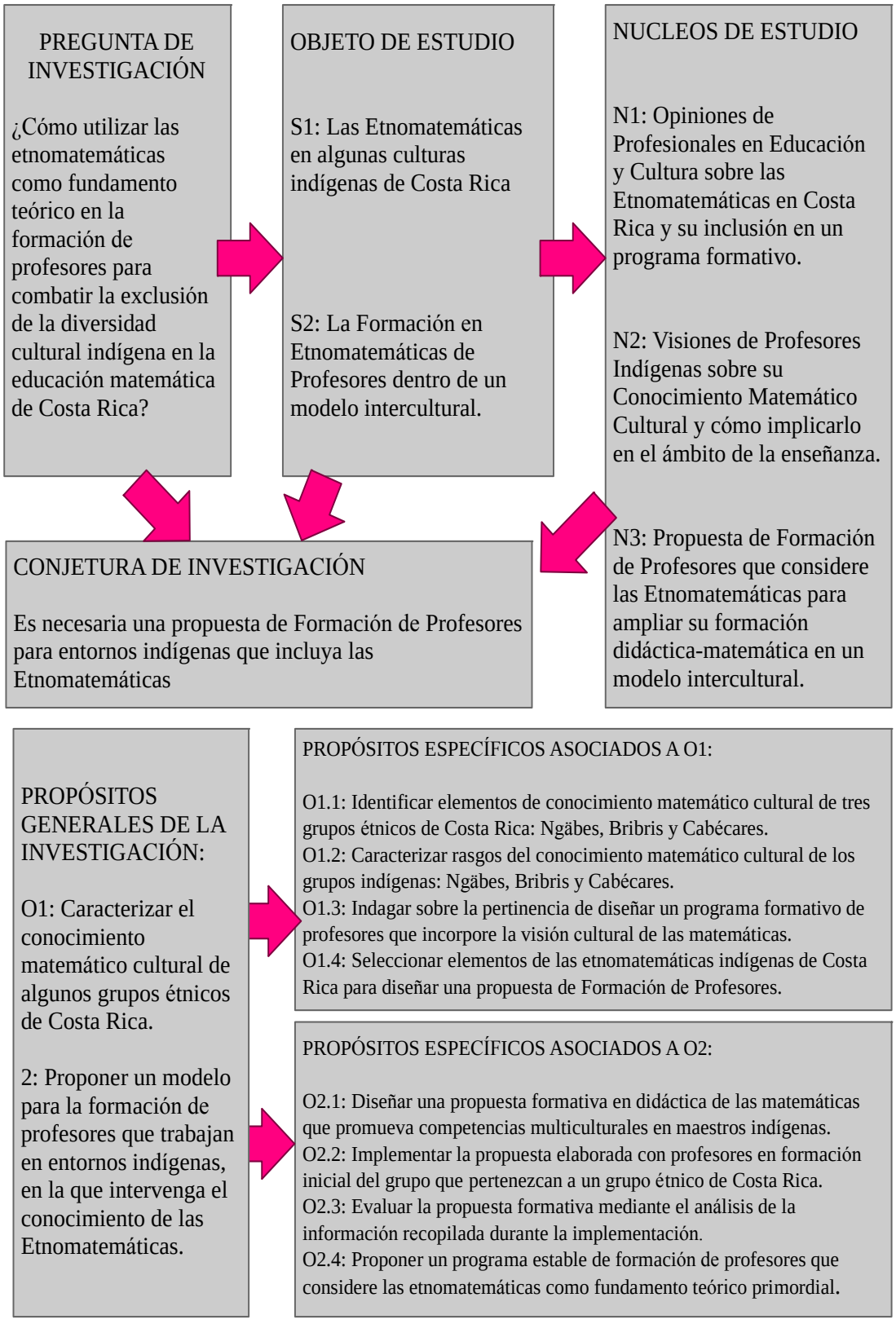


Figura 1.2. Organización de los componentes de esta investigación.

1.2 ANTECEDENTES RELACIONADOS CON LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y LA DIVERSIDAD SOCIOCULTURAL

1.2.1 EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y DIVERSIDAD SOCIOCULTURAL EN EL MARCO GLOBAL

Uno de los mayores desafíos de las sociedades modernas es saber vivir con la diversidad cultural. Para consolidar procesos educativos que inculquen y concienticen sobre el valor intrínsecamente humano de la diferencia cultural, se requiere reconocer e insertar una reflexión al respecto durante la formación de profesores, pues ellos mismos son productos y agentes de los procesos de transmisión cultural.

En este apartado presentamos un cuerpo de antecedentes al que hemos recurrido para establecer un marco referencial y poder concretar nuestro objeto de estudio, tomando en consideración el marco mundial, nacional y regional.

Las tendencias desarrolladas y publicadas a nivel mundial durante los últimos años muestran un incremento de la atención por abordar las diversidades: de género y socioculturales, entre otras desde la perspectiva de la educación matemática.

En esta investigación queremos contribuir con los programas de formación profesional en didáctica de la matemática de Costa Rica y más concretamente en nos interesa trabajar en el marco contextual de las comunidades indígenas, por lo tanto, presentamos también algunas ideas que consideramos relevantes relacionadas con el abordaje de la diversidad cultural en la educación en general y revisamos la injerencia en el campo de la enseñanza de la matemática.

Las diferentes formas de la diversidad socio-económica, cultural, lingüística y de género, entre otras, constituyen un verdadero desafío en la calidad de la educación para todos. En este apartado recorremos las tendencias desarrolladas a nivel global para atender la diversidad sociocultural en el campo de la educación matemática, que en su mayoría plantean la encrucijada de proponer y desarrollar acciones para favorecer los principios democráticos que deben predominar en la educación y de este modo luchar contra el aislamiento y la exclusión.

Mostramos una reseña del desarrollo de la Etnomatematemática como campo de acción investigativa y didáctica, desde sus orígenes, a partir de los resultados publicados en los principales eventos internacionales, así como también de la implicación de ésta en documentos de carácter global emitidos por la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

1.2.1.1 EL SURGIMIENTO DE LA ETNOMATEMÁTICA COMO CAMPO DE INVESTIGACIÓN Y ACCIÓN DIDÁCTICA

En este trabajo manifestamos interés por afrontar el tema de la diversidad cultural desde la perspectiva de la didáctica de la matemática. En particular nos interesa presentar la problemática y el desafío que suscita el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en entornos indígenas, sobre todo si la lengua de enseñanza es la lengua de los colonizadores y la visión de la cultura matemática es eurocentrista.

Dicha problemática ha sido tratada en los últimos años en el campo de la Didáctica de la Matemática como se constata en diferentes reuniones de investigación de dimensión internacional y se desarrollan propuestas teóricas que aportan nuevos planteamientos en el campo de la didáctica de la matemática, considerando las diferencias contextuales y culturales. Algunos ejemplos de estos eventos internacionales son: International Conference on Ethnomathematics (ICEm), International Congress on Mathematical Education (ICME); Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME), Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM), entre otros.

Esta preocupación por atender la diversidad en matemáticas ha tenido una trascendencia histórica, en la cual identificamos tres periodos. Inicialmente, en la década de los 80 del siglo pasado, se trataron aspectos relacionados con el lenguaje, la semántica y las bases socioculturales de las matemáticas. Posteriormente se abordaron los aspectos epistemológicos y políticos, tratando de armonizar las perspectivas teóricas para contribuir en la democratización de las matemáticas. Mientras que, el último periodo ha estado concentrado en reunir esfuerzos teóricos y prácticos para conducir las acciones en la educación matemática en pos de la diversidad, considerando, entre otros aspectos las características personales, políticas, socioeconómicas o socioculturales, que intervienen en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

El surgimiento de la Etnomatemática como planteamiento global de investigación tiene su origen documentado en el Quinto Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME5), celebrado en Australia y más concretamente en la sesión plenaria coordinada por el profesor brasileño Ubiratán D'Ambrosio y titulada *Socio-Cultural Bases for Mathematical Education* (1985). Aquí se pone de manifiesto la necesidad de producir trabajos de investigación que sirvan como fundamento para atender la educación matemática desde una perspectiva sociocultural.

Con la pretensión de mostrar de una manera panorámica un "estado del arte" de las Etnomatemáticas dentro de la estructura del ICME, hemos construido una descripción tabular del desarrollo cronológico que ha tenido tal enfoque y núcleos afines, como tema global de investigación y discusión científica y académica, desde la iniciativa del profesor D'Ambrosio en 1984.

Tabla 1.1. *Implicación de las etnomatemáticas en ICME desde 1984*

ICME	Actividad	Título de la Actividad
ICME5, Australia	Plenary sessions	Socio-Cultural Bases for Mathematical Education
ICME6, Hungría	Panel	Mathematics, Education, Society
	Topic Areas, International Study Groups	To8. Language and Mathematics
		To18. B. Systematic Cooperation between Theory and Practice in Mathematics Education
		HPM. History and Pedagogy of Mathematics (D'Ambrosio)
ICME7, Canadá	Working Group	WG 10: Multicultural and Multilingual Classrooms
	Topic Groups	TG 2: Ethnomathematics and Mathematics Education
		TG 4: Indigenous Peoples and Mathematics Education
		TG 5: The Social Context of Mathematics Education
		TG 8: Teaching Mathematics through Project Work
		TG 9: Mathematics in the Context of the Total Curriculum
ICME8, Sevilla	Working Groups	Working Group 10: Mathematics and Languages
		Working Group 21: The Teaching of Mathematics in Different Cultures
		Working Group 22: Mathematics, Education, Society and Culture
		Working Group 23: Cooperation Among Countries and Regions in Mathematics Education
ICME9, Japón	Regular lectures	Overcoming Obstacles to the Democratization of Mathematics Education
		Cultural Cross-Purposes and Expectation as Barriers to Success in Mathematics
		The Socio-cultural Turn in Studying the Teaching and Learning of Mathematics
		In Search of an East Asian Identity in Mathematics Education
		The Legacy of an Old Culture and the Impact of Modern Technology
		Mathematics Education for and in the Dominant and Other Cultures: A Multicultural Inquiry
	Working Groups for Action	WGA 12: The Social and Political Dimensions of Mathematics Education
		WGA 13: History and Culture in Mathematics Education
	Topic Study Groups	TSG 21: Ethnomathematics
ICME10, Dinamarca	Thematic Afternoon	271 TAB: Mathematics education in society and culture
		287 TAE: Perspectives on research in mathematics education from other disciplines
	Topic Study Groups	363 TSG 17: The role of the history of mathematics in mathematics education

Tabla 1.1. *Implicación de las etnomatemáticas en ICME desde 1984*

ICME	Actividad	Título de la Actividad
	Discussion Groups	490 DG 15: Ethnomathematics
ICME11, México	Topic Study Groups	TSG 33: Mathematics education in a multilingual and multicultural environment
	Discussion Groups	DG 18: The role of Ethnomathematics in mathematics education
		DG 26: Current problems and challenges in the conditions and practice of mathematics teachers
		DG 28: The role of professional associations in mathematics education: locally, regionally, and globally
ICME12, Corea	Topic Study Groups	TSG 6: Mathematics literacy
		TSG 28: Language and communication in mathematics education
		TSG 30: Mathematics education in a multilingual and multicultural environment
		TSG 36: The role of Ethnomathematics in mathematics education
	Discussion Groups	DG 6: Postmodern Mathematics
		DG15: Mathematics and Culture in Micronesia: An exploration of the mathematical aspects of indigenous practices

El ICME9 marca una etapa en que se destaca se destaca la presencia de un grupo de trabajo dedicado a estudiar y desarrollar acciones para abordar "Las dimensiones sociales y políticas de la educación matemática", donde se desarrollaron ponencias, destacando la que impartió el profesor Alan Bishop, sobre la superación de los obstáculos para la democratización de la enseñanza de las matemáticas, así como la que impartió el profesor Stephen Lerman sobre el cambio de visión sociocultural en el estudio de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Tanto en el ICME9 como en el ICME10 existió un grupo de estudio temático llamado "Ethnomathematics", con lo cual vemos como en el periodo comprendido entre 1984 y el año 2000 se configuró como una línea principal de investigación.

Sin embargo la trascendencia en el estudio de la visión sociocultural de las matemáticas ha evolucionado ampliando sus campos de influencia, y vemos que entre el ICME11 y el ICME12 existen diez grupos de discusión y de trabajo temático enfocados en las cuestiones socioculturales de la didáctica y dos de ellos específicamente llamados "The role of Ethnomathematics in mathematics education". En ellos se ha discutido el rol de este nuevo campo de estudio y acción didáctica para la organización educativa en lo local, lo regional y lo global (ICME11), y se han delimitado los desafíos que implica orientar la educación matemática desde esta perspectiva (ICME12).

Ubiratán D'Ambrosio ha sido el portavoz de esta línea pionera en la nueva perspectiva que considera la historia de las matemáticas y también las cuestiones sociales, culturales, políticas, conceptuales, cognitivas, epistemológicas y educativas; además ha sido el propulsor del Programa de Etnomatemáticas y el presidente fundador del International Group on Etnomathematics: ISGEm.

El ISGEm se constituyó en 1985 durante la conferencia anual de la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas de los Estados Unidos (National Council of Teachers of Mathematics: NCTM). Se acordó que Gloria Gilmer (Coppin State College) fue la primera Directora del nuevo grupo y Rick Scott (Universidad de Nuevo México) fue el editor del primer Boletín del ISGEm que publica periódicamente artículos y diversa información sobre la investigación en etnomatemáticas, explicaciones sobre el currículo que aborda la etnomatemática.

En el año 1995, diez años después de la fundación del ISGEm, se presentaron seis tesis doctorales y otras tantas de máster, relacionadas con etnomatemáticas y en el año 1998 se realizó en la Universidad de Granada, España el Primer Congreso Internacional de Etnomatemáticas (*ICEm1: International Conference on Ethnomathematics*), organizado por M.L. Oliveras.

Posteriormente se han celebrado cada cuatro años otros Congresos Internacionales de Etnomatemáticas en diferentes partes del mundo. El ICEm2 ocurrió en el año 2002 en Ouro Preto, Brasil, organizado por Eduardo Sebastiani; el ICEm3 fue en el año 2006 en Auckland, Nueva Zelanda, organizado por Bill Barton; en el año 2010 se celebró el ICEm4 en Maryland, Estados Unidos, organizado por Laurence Shirley; y en el año 2014 se celebrará el ICEm5 en Maputo, Mozambique, con la presidencia de Paulus Gerdes, pues en el ICEm celebra sus reuniones cada cuatro años, a ser posible en cada continente.

Además se han realizado convenciones y reuniones regionales anuales o bianuales para discutir las distintas dimensiones que plantea el Programa de Etnomatemáticas, como por ejemplo: ¿Cómo encaja la teoría acerca de las etnomatemáticas en una visión más amplia de la historia y la filosofía de las matemáticas?, ¿Cómo pueden referir las etnomatemáticas a otros estudios de la cultura, la sociología, e incluso el pensamiento político?, ¿Cuánto impactan las etnomatemáticas en los programas escolares y cómo esto influye afectiva y cognitivamente en el aprendizaje de los estudiantes? (Shirley, 2008).

Todas estas preguntas y las que surgen con cada nuevo trabajo de investigación se suman a las actividades que desarrolla el Programa de Etnomatemáticas, a través del ISGEm y sus diversas sedes a nivel global, consolidando su estatus científico. La evolución histórica de las etnomatemáticas como fundamento y los desafíos planteados por la UNESCO para promover la equidad en la Educación Matemática a nivel mundial, las exponemos en el Anexo F6, donde hemos reunido informaciones muy relevantes para esta investigación.

Además, identificamos que a nivel global, tanto en el trabajo de Gerdes (1996) como en el de Presmeg (2007), en el acontecer histórico de las actas de congresos internacionales (ICME e ICEm) y en los documentos respaldados por la UNESCO (1993, 1997 y 2012) se da continuidad a las siguientes ideas:

- Incorporar en el currículo de elementos pertenecientes al entorno sociocultural, como punto de inicio para las propuestas didácticas escolares que propulsen el factor motivacional en la educación matemática.

- Advertir a los profesores en formación inicial y en formación permanente, así como a los formadores de profesores, de la existencia de ideas etnomatemáticas en las prácticas sociales, que pueden aportar al desarrollo del currículo contextualizado activo que propone la visión funcional de las matemáticas, así como promover el respeto por la diversidad sociocultural.

- Incorporar en la formación profesional de profesores el componente de la investigación de ideas matemáticas de la propia cultura, etnia, comunidad lingüística y propiciar la incorporación de los hallazgos de estas investigaciones en los procesos de enseñanza.

- Incorporar en las propuestas curriculares material proveniente de varias culturas, de modo que se permita: valorar el contexto cultural de todos los estudiantes y profesores e incrementar su autonomía cultural, motivar el respeto por la visión multicultural y ampliar la comprensión de las matemáticas, así como valorar su contribución en las necesidades y actividades humanas.

- Desarrollar en los programas de formación de profesores las ideas matemáticas de diversas culturas, a nivel regional, local o global, para contribuir con la comprensión y el fortalecimiento de los valores de las matemáticas como fenómeno cultural.

- Elaborar material sobre el patrimonio etnomatemático e introducir los elementos culturales de las matemáticas en los libros de texto para facilitar el aprendizaje, respetar las diversidades y fortalecer las identidades.

Es un deseo global transformar y adaptar la educación matemática a las nuevas realidades, pero es necesario promover un cambio en el modo de ejercer la profesión y consideramos que este cambio está relacionado con las creencias personales de los docentes con respecto a las matemáticas y a su enseñanza, así como también con las relaciones que se establecen entre el proceso de enseñar desde las etnomatemáticas, el contexto escolar y el entorno sociocultural.

1.2.1.2 REVISIÓN DE ANTECEDENTES RELACIONADOS CON LAS ETNOMATEMÁTICAS Y LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE ENTORNOS INDÍGENAS

Hemos revisado los fundamentos teóricos y metodológicos de diversos trabajos de corte internacional que nos parecen relevantes y orientativos para esta investigación. Existen trabajos a nivel internacional relacionados con nuestras áreas de interés: las etnomatemáticas y la formación de profesores en entornos indígenas, en los que hemos encontrado analogías.

A continuación presentamos una reseña de las tesis revisadas y relevantes, clasificadas en dos grupos, uno de las tratan sobre formación de profesores y otro de las que no trabajan especialmente formación de profesores y tienen un objeto de estudio más amplio, siempre fundamentadas y desarrolladas desde la perspectiva etnomatemática, presentadas con su fecha y su código de tipo de objeto de estudio.

El Grupo1 de tesis sobre Formación de Profesores, presenta las siguientes categorías emergentes de su objeto principal de estudio, no excluyentes:

- T1: Profesores indígenas.
- T2: Formación permanente o desarrollo profesional del profesor.
- T3: Formación inicial.

El Grupo2 de tesis sobre Etnomatemáticas, presenta las siguientes categorías emergentes de su objeto principal de estudio, no excluyentes:

- T4: Matemáticas en trabajos propios de culturas indígenas, o saberes matemáticos presentes en lo cotidiano.
- T5: Aprendizaje integrado y dificultades de aprendizaje significativo
- T6: Aspectos teóricos.

En el trabajo de Junior (2002), (T2) se discute una propuesta de trabajo pedagógico para *profesores*, que persigue presenciar y analizar las reacciones de los profesores durante la elaboración de un trabajo de Etnomatemática. Esta propuesta generó una modificación en la actitud pedagógica, lo cual contribuyó a un *crecimiento personal del profesor*.

Otro trabajo contemporáneo es la tesis de Modesto (2002) (T2) que busca analizar y comprender como los *profesores de matemática* vivencian y analizan sus participaciones en cursos, seminarios, talleres y otros espacios de *formación permanente* que han experimentado. Los procedimientos metodológicos utilizados se basan en un estudio cualitativo y las unidades de significado se obtuvieron de entrevistas realizas a diez profesores de diferentes ciudades. Los significados aportados

fueron tratados en un proceso de reducción fenomenológica en una trayectoria de convergencias y se aporta la construcción de diez categorías abiertas que fueron discutidas a partir del núcleo referencial bibliográfico construido.

En la investigación de Parra (2003) (T1, T2), se describe una experiencia de campo que pretendió estudiar y comprender los aportes educativos de la etnomatemática en una práctica concreta dentro de una *escuela indígena*, este propósito se alcanzó a través de un proceso de acompañamiento docente, con lo cual Parra asumió el rol de investigador-formador.

El trabajo de Nehring (2003) (T5) plantea las brechas cognitivas que se abren muchas veces por la falta de conexión entre el saber adquirido en los contextos cotidianos y el conocimiento escolar, lo cual conduce al alumno a perder el interés en las actividades escolares y la confianza en sí mismo. Esta tesis tiene como objetivo promover en los estudiantes la construcción integrada de los conocimientos matemáticos a través del desarrollo del pensamiento lógico, el espíritu de investigación y la formulación de propuestas creativas en la resolución de problemas, promoviendo en los alumnos la autonomía, haciéndolos corresponsables de su formación intelectual, social y moral y promoviendo la capacidad de que continúen aprendiendo para mejorar la vida individual y colectiva.

Las preguntas que se plantean en dicha tesis son a la vez desafíos: ¿Qué enseñar en matemáticas, cómo y a quién para formar personas críticas conscientes y participantes?, ¿Estudiar matemáticas es un derecho o un deber? Dichas preguntas se basan en un marco teórico que contempla el curso de la vida humana, la autoestima, la creatividad, los aspectos profesionales de la educación matemática. La investigación fue aplicada entre estudiantes con diferentes edades y experiencias de vida y constata que en función de la trayectoria de vida de cada ser humano, el alumno tiene un conocimiento matemático empírico y construye un procedimiento didáctico-pedagógico fundamentado en la resolución de problemas.

Se encontró que en función de la historia de vida de cada ser humano, el estudiante deberá tener un conocimiento empírico y matemático para construir un procedimiento basado en la resolución de problemas didáctico-pedagógicos y generar un aprendizaje eficaz de los conocimientos matemáticos sistematizados.

La tesis de Ferreira (2005) (T1, T2) muestra una experiencia de trabajo empírico con diversos colectivos de *maestros indígenas*, se hace alusión a los múltiples desafíos pluriculturales y multi-lingüísticos que significó el trabajo y se describen las actividades propuestas para la tarea formativa, en la que se promovió la autonomía indígena. Se describen algunos conocimientos culturales que fueron aprovechados para el proceso formativo desde la perspectiva de las etnomatemáticas.

La tesis de Ferrete (2005) (T4) analiza las prácticas etnomatemáticas en la creación de ornamentos geométricos que construyen los estudiantes para artesanos del Liceo de

Pacuri, donde se ofrece formación fundamental y profesional en el campo artesanal. El trabajo incluye una revisión histórica de la cerámica local, además de una revisión bibliográfica sobre etnomatemática, cultura, conocimiento, cognición y educación matemática. Se analiza la creación de dos ornamentos de cerámica, considerando los conceptos de proporción, simetría y algunas nociones de geometría que son utilizadas por los artesanos. Se verifica que a pesar de que los artesanos normalmente no demuestran un dominio sobre los conceptos matemáticos emplean conocimientos de simetría, traslación, rotación y reflexión, ellos tienen plena seguridad de estos conceptos, así como la capacidad de reconocerlos, de una manera singular, específica y peculiar. Los resultados aportan insumos para desarrollar un curso de cerámica en el cual interactúan profesores de matemáticas y profesores de artesanía.

La investigación de Domingues (2006) (T1) analiza un curso de *formación de profesores indígenas*. La Antropología social y la Etnomatemática ayudan a entender los límites y posibilidades de la educación escolar indígena cuando se toman como objetivos y valores la interculturalidad y la Etnomatemática. La investigación presenta las apreciaciones de profesores indígenas *en formación y de sus formadores*. Motivó a los profesores indígenas, en el estado de Sao Paulo, a rescatar el conocimiento ancestral indígena y mantener en la escuela las ideas de cosmovisión amerindia, reconociendo que los indígenas tienen una educación propia que puede ser fundamental en la construcción de nuevos conocimientos.

La tesis de Silva (2006) (T1, T2) persigue comprender los discursos de los *profesores en formación* considerando sus concepciones acerca de la práctica docente y acerca de la etnomatemática. Para alcanzar los objetivos propuestos, se utilizó una metodología cualitativa en la cual se realizó entrevistas a siete profesores en formación de universidades públicas y privadas para conocer sus perspectivas respecto a la práctica docente y verificar si incorporan elementos de etnomatemática. Además, se realizó también un estudio documental de las directrices curriculares nacionales para la formación de profesores de educación básica. Los resultados aportan que los profesores implicados realizan *su trabajo en la práctica docente* aproximándose a la perspectiva etnomatemática en sus clases y se concluye que la integración del trabajo docente y el rol de investigadores facilitaron la autoformación en etnomatemática.

La tesis de Santos (2009) (T4) plantea la distancia entre el conocimiento desarrollado en el entorno escolar y las matemáticas del día a día. Consiste en un estudio sobre los saberes matemáticos producidos en una comunidad de campesinos y se realiza a través de observaciones de las actividades lúdicas y entrevistas semi-estructuradas realizadas a un grupo de alumnos de tercer año y a sus padres. El análisis cualitativo genera categorías que permiten reconocer los saberes matemáticos presentes en lo cotidiano, como por ejemplo los que están relacionados con conteo y manipulación de dinero o el uso de operaciones fundamentales en las actividades para ayudar a sus padres. Además emergen del estudio elementos relacionados con la enseñanza de la matemática, como el fracaso escolar en matemáticas o la baja

autoestima presente durante el desarrollo de la asignatura. A partir de esta investigación se desarrolla una propuesta de acción pedagógica, basada en la perspectiva de las etnomatemáticas y pactada por los intereses que emergen del proceso investigativo desarrollado

El trabajo de Belo (2010) (T3) se concentra en un estudio histórico y en el panorama resultante de *la formación de profesores de matemática* de Timor Oriental desde la perspectiva de la Etnomatemática. El sustento teórico está basado prioritariamente en D'Ambrosio y Freire. En el plano metodológico, el estudio incluye la reflexión crítica, teórica y empírica, lo que requiere la implicación subjetiva del investigador en la recolección de datos primarios y secundarios. Y los resultados aportan una discusión relacionada con la educación para la paz, la ciudadanía y el mundo como insumos para la formación del profesorado de matemáticas; de dichas discusiones emerge una nueva posición acerca del conocimiento y los programas curriculares, por lo que se propone una mejora en el saber / hacer actual del contexto cultural de Timor Oriental.

La tesis de Santos (2010) (T6) plantea una revisión de conceptos y problemas presentados en estudios acerca de Etnomatemática y pretende relacionar diversos aspectos: la matemática, las prácticas de origen étnico, los aspectos éticos para la práctica artística y las relaciones de amistad. Los hallazgos se organizan a partir de dos focos, el primero de ellos emerge de un análisis interpretativo sobre la producción de discursos matemáticos observados desde la visión post-estructuralista; mientras que el segundo de ellos se obtiene de una investigación que relaciona el pensamiento matemático y la apreciación de arte contemporáneo, desarrollado con tres grupos de estudiantes de Enseñanza Fundamenta en Porto Alegre. Este segundo trabajo está enmarcado en la teoría de Foucault y las producciones teóricas sobre arte, educación, educación matemática, y los estudios culturales, además de bibliografía relacionada con la visión post-estructuralista. La disertación busca fundamentar la necesidad de un lugar etno-ético-matemático para analizar y rediseñar conceptos y discursos en las relaciones entre profesor y alumno persiguiendo una docencia artística en matemática. Con este trabajo se da continuidad a la línea desarrollada por Lisete Banpi que persigue promover una Ética Etnomatemática.

La tesis de Rohrer (2010) (T4, T6) consta de dos partes. En la primera parte se expone un estudio teórico e histórico sobre los enfoques de la matemática como un elemento de la cultura, así como de los enfoques de la psicología cognitiva y constructivista en la educación, también se realiza una exposición teórica sobre las nociones de etnomatemáticas y las reflexiones que ha suscitado en Europa y se discute el aporte teórico de Tomas Kuhn a la etnomatemática y su contribución en la perspectiva metodológica, con esto, se plantea una discusión sobre cómo la etnomatemática ha desafiado a las matemáticas en su universalidad.

En la segunda parte, se realizan dos análisis, uno a un artefacto artesanal de los escultores de cultura mozambiqueña y el segundo, a un grupo social constituido por

inmigrantes alemanes en Brasil. Esta tesis pretende promover el desarrollo de las etnomatemáticas como una teoría complementaria interdisciplinaria y abrir en ella nuevos campos de aplicación.

La investigación de Breda (2011) (T3) discute cómo la Etnomatemática al ser utilizada en los *cursos de Formación de Profesores* de matemática genera la producción de subjetividades, para ello, se analizaron discursos de formadores que trabajan la línea de la Etnomatemática en la formación de profesores. En el trabajo se analizan las teorías discursivas 'foucaltnianas 'y hubo dos focos de observación. El primero de ellos centrado en la Etnomatemática como arte y técnica de explicar y conocer dentro de las diferentes culturas y la relación de ésta con la formación del profesor. El segundo de los focos consideró la Etnomatemática como un mecanismo de gobierno.

Otras investigaciones en la Formación de Profesores que contribuyen a situar esta investigación han sido desarrolladas por Domite (2004a, 2004b, 2009, 2010) (T1, T2) y plantean la *formación de profesores* desde una perspectiva de las etnomatemáticas, teniendo como preocupación particular la comprensión de que ésta "no está ni fuera ni dentro de las propuestas para los profesores en formación inicial"; además aludiendo que la formación en Etnomatemática no debe ser tomada como un simple conocimiento cultural del profesor en formación inicial, sino como una actualización científica-pedagógica de la matemática, de modo que al impugnarla o incorporarla se produzcan situaciones-problema y planteando los desafíos implícitos que conlleva el hecho que la cultura y la lengua materna del formador de profesores sea ajena a la de los profesores en formación.

También son relevantes las ideas de Gerdes (1998) (T3), quien admite que muchos países son multiculturales y que las clases de matemáticas para *profesores en formación inicial* a menudo están compuestas por estudiantes con diferentes antecedentes culturales y lingüísticos. Sin embargo durante el proceso de formación esta diversidad no siempre es atendida llevando a limitar la interacción cultural en la educación matemática, que luego es reproducido por los profesores en las escuelas, con lo cual se experimentan conflictos sociales y culturales por parte de los distintos actores del proceso educativo. Para aliviar estas tensiones se debe reflexionar en los fundamentos de los programas de formación inicial de profesores y tomar conciencia de las bases sociales y culturales de las matemáticas.

Norma Presmeg (1998) (T3) plantea la necesidad y la justificación de un curso de cultura inclusiva para la *formación inicial de profesores de matemáticas*. Las ideas iniciales utilizadas en el año 1993 cuando fue implementado por primera vez, han ido evolucionando y se han incorporado también a un curso de posgrado, con el cual se pretende destacar las etnomatemáticas como un elemento clave en la apropiación de la autonomía personal y cultural de los estudiantes, permitiendo que las matemáticas adquieran un significado cultural. La forma de trabajo es a través de proyectos, que son escogidos personalmente por los estudiantes, se presentan en el curso por escrito y que se van modificando a través de las interacciones y las presentaciones orales con la clase.

Presmeg presenta los resultados de la implementación de dichos proyectos en clases de matemáticas de secundaria, además, advierte de los problemas y las limitaciones para tomar en cuenta en otras investigaciones.

Katia Cristina de Meneses Domingues (2008) (T1) expuso los resultados de desarrollar un Curso de Formación de Profesores Indígenas en el Estado de São Paulo entre los años 2002 y 2003. Apunta que los indígenas que concluyeron el curso desarrollaron aptitudes para ser maestros de educación prescolar y educación primaria y la propuesta didáctica basada en las Etnomatemáticas puso énfasis distinguir la existencia de varias matemáticas y que, dependiendo del contexto es más apropiada la visión funcional de una que de otra, valorando la construcción y reconstrucción del conocimiento. Además, apunta Domingues que este enfoque es importante sobre todo para la educación diferenciada de los pueblos indígenas.

En el trabajo de Santillán y Zachman (2009) (T1) se describe una experiencia de capacitación en Etnomatemática en la cual, mediante la documentación narrativa se comparten tiempos, espacios y recursos para que los docentes narren sobre su primer acercamiento a la etnomatemática. En dicha propuesta se persigue amalgamar la enseñanza con la investigación, para delinear un modelo de enseñanza cuya base fundamental es la investigación, que nutre a la acción y ayuda a los profesores a teorizar acerca de su enseñanza.

Scandiuzzi (2010) (T1) relaciona la teoría de la Etnomatemática con el método Paulo Freire y la antropología, y aplica dicha relación en un proceso de *formación de profesores indígenas* (19 personas con 13 idiomas diferentes), ante la brecha lingüística, realiza el trabajo apoyándose de imágenes y observa las asociaciones que hacen los profesores en formación en las distintas lenguas y las diferencias de representación en el algoritmo de la división. Concluye que las representaciones, combinados con lenguaje, el mito y afecto, se combinan para ilustrar las influencias culturales en la educación matemática y advierte que esto demuestra la necesidad de atender la diversidad cultural para demostrar la solidaridad, cooperación y respeto hacia los alumnos diferentes.

Oliveras (1995, 1996, 2004, 2005) (T2, T3, T4, T5, T6), realiza un modelo de formación de profesores (MED), que aplica a la formación inicial de maestros, y permanente con enfoque intercultural (IDMAMIM), utilizando los Microproyectos Curriculares basados en etnomatemáticas como elementos para promover el cambio epistemológico y el desarrollo de capacidades de los profesores para un currículum integrado con etnomatemáticas.

Para finalizar este apartado, queremos denotar como en los trabajos que hemos revisado y comentado hasta ahora la diversidad cultural ha estado presente en la historia de la humanidad, pero ha sido interpretada de muchas maneras, implicando curiosidad, morbo, folclor y otros elementos alejados del respeto, la tolerancia y la manera colectiva de comprender la diferencia.

La historia de la identidad nacional en Costa Rica ha estado acompañada de estereotipos sobre los indígenas y ha prevalecido una desidia generalizada producto del desconocimiento de las culturas ancestrales que poblaron el país, fruto de ello es la poca investigación que vincula los aspectos socioculturales con la didáctica de la matemática y la formación de profesores, como lo mostramos en el siguiente apartado.

1.2.2 La Educación Matemática y la Diversidad Sociocultural en el Marco de Costa Rica

Costa Rica es un país de América Central con una densidad poblacional inferior a cinco millones de habitantes y en el cual coexisten veinticuatro áreas geográficas declaradas Territorios Indígenas (según el Convenio 169 de la OIT), que son habitados por ocho grupos étnicos distintos: Bribris, Borucas, Cabécares, Chorotegas, Huetares, Malekus, Ngäbes y Térrabas. Nuestro trabajo se centra en el conocimiento matemático de tres pueblos indígenas costarricenses: Ngäbes, Bribris y Cabécares.

La población indígena en Costa Rica es demográficamente dispersa. El último censo de población se realizó durante el año 2011; sin embargo los resultados no han sido publicados ni difundidos de manera oficial. Según el censo de población del año 2000 la población indígena del país es de 63800 personas y representan oficialmente un 1,7% del total de la población costarricense. Los datos aproximados reportan que el 42% vive dentro de los territorios indígenas y un 58% vive fuera de los territorios (un 31% en zonas rurales, generalmente cercanas a los territorios indígenas y un 27% en el resto del país). Un 21% de los indígenas viven en zonas urbanas.

Existe un Proyecto de Ley de Desarrollo Autónomo de los Pueblos Indígenas de Costa Rica propone establecer un marco para el desarrollo autónomo de las ocho etnias indígenas brindando un reconocimiento a su autonomía y propiciando su derecho a lograr la reivindicación de sus culturas. Sin embargo, este proyecto está en espera de ser aprobado por la Asamblea Legislativa de Costa Rica.

Se considera la autonomía indígena dentro del marco legal costarricense de acuerdo con la Constitución Política, los Convenios Internacionales y la legislación nacional, con normas para la Administración Pública en los campos de la educación diferenciada, la salud, la defensa del ambiente, programas de infraestructura y vivienda, ordenamiento de la tenencia de la tierra, establecimiento de sistemas de crédito, todo a partir de un sistema de organización política basado en consejos territoriales electos directamente por las comunidades indígenas para el manejo de las actuales reservas que se denominarían territorios indígenas.

El proceso de convivencia intercultural poco a poco ha obligado a la cultura dominante a reconocer la presencia de culturas distintas en el territorio nacional. Los estudios antecedentes coinciden en que "no se trata de adecuar las estrategias

metodológicas de la cultura dominante en la escuela indígena, sino de identificar las propias estrategias para la comprensión de su propia cultura" (Torres, Morales y Ovares, 2007, p.201)

En relación a nuestro tema de estudio, diversas investigaciones reportan resultados que reflejan una problemática relacionada con la falta de atención a la diversidad cultural en la educación matemática que incide de manera particular en los entornos indígenas.

En el estudio realizado por Gaete y Jiménez (2011) se cuestiona si los docentes costarricenses están formados para trabajar desde la interculturalidad. Los resultados muestran que existen carencias de idoneidad en el personal que debe trabajar en comunidades con características culturales distintas a las del propio docente; asimismo, la ausencia de capacitaciones para los docentes en aspectos socioculturales, privan a algunas comunidades costarricenses a recibir un servicio de calidad educativa en el marco del respeto a la diversidad cultural.

Desde el aspecto pedagógico, Gaete y Jiménez (2011, p.114) afirman que los docentes señalan "muchas dificultades para poder contextualizar los contenidos con la realidad y la experiencia inmediata de los estudiantes", lo cual incide en que el aprendizaje de matemáticas pierda sentido y se perciba como un conocimiento desvinculado de la realidad.

En relación con el factor social, Gaete y Jiménez (2011, p.115) afirman que "la falta de una educación intercultural por parte de los docentes tiene repercusiones en el rendimiento académico de estudiantes étnicamente diferenciados", debido a la escasez de condiciones (materiales y cognoscitivas) para establecer un aprendizaje significativo de las matemáticas; además en algunos casos la escuela es un lugar en el que la cultura del estudiante no es respetada (Ibíd., p.116).

El problema de la exclusión en la enseñanza de las matemáticas para los entornos específicos (en particular los indígenas), se mantiene en un debate constante por su actualidad. En el Anexo F7 exponemos una reseña de la problemática de la Educación Matemática Intercultural en Costa Rica, con justificaciones que encontramos relevantes para esta investigación.

1.3 PROBLEMÁTICA Y ESFUERZOS A NIVEL NACIONAL RELACIONADOS CON LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y LA FORMACIÓN DE PROFESORES

1.3.1 LA INVESTIGACIÓN Y LA FORMACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COSTA RICA

En los últimos años ha prevalecido una evidente preocupación, desde distintas entidades, por mejorar la calidad de la formación de los profesionales en Educación Matemática de Costa Rica.

En este apartado exponemos algunas ideas relacionadas con las tendencias en investigación y la formación en educación matemática, la manera en la que han sido analizados y abordados los hallazgos de las investigaciones y las necesidades explícitas de una reforma curricular en el currículo de educación matemática y en los procesos de formación docente en Costa Rica.

Existen diversos estudios realizados en Costa Rica para destacar las debilidades en los programas que forman docentes en educación matemática y atender las áreas prioritarias para la capacitación de los docentes de matemáticas.

El estudio de Barrantes (2003a) aborda una descripción histórica en la cual describe las oportunidades de formación y capacitación de profesores de matemáticas en Costa Rica, así como también describe los resultados de una consulta relacionada con la percepción de los docentes sobre la formación recibida y la coherencia de este proceso formativo con las realidades que deben enfrentar en la práctica profesional. En este trabajo se evidencian algunas debilidades, entre las que se destaca la insuficiencia en la formación en didáctica de la matemática.

Las debilidades planteadas se ratifican con el estudio de Chaves (2003a), en el cual se confirma que existe una insatisfacción de los profesores (en formación inicial y en ejercicio) respecto a la formación académica recibida pues es inconsistente con las diversas problemáticas que enfrentan en el entorno escolar.

Así mismo Chaves (2003b) afirma que los docentes perciben la necesidad de una mejor capacitación en muchos aspectos que han sido abordados de manera escasa durante su formación académica, como por ejemplo las didácticas y las metodologías específicas en las distintas áreas de las matemáticas.

El estudio de Ruíz, Barrantes y Gamboa (2009) presenta una revisión de los programas de estudio y de las tendencias a nivel internacional, para finalmente concluir,

entre otros muchos aspectos, que la formación docente impartida para esta disciplina en Costa Rica no es la apropiada.

Las investigaciones de Chaves (2003a, 2003b), Barrantes (2003a, 2003b) y Ruíz et al (2009) coinciden en que los programas presentan diversas debilidades, destacándose la carencia en elementos metodológicos sobre las matemáticas, tanto a nivel disciplinar, como a nivel de su enseñanza.

Esta preocupación común por atender la problemática relacionada con la educación matemática en Costa Rica ha conducido a la fundación del Centro de Investigación y Formación en Educación Matemática (CIFEMAT), en el cual participan diversos docentes e investigadores que reúnen diversos esfuerzos interuniversitarios para proponer reformas didácticas pertinentes. A partir del año 2011 el CIFEMAT estableció vínculos de cooperación, con el Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM) que es una organización afiliada a la International Commission on Mathematical Instruction (ICMI).

Este programa es un instrumento permanente de organización académica en la Educación Matemática con carácter interinstitucional que persigue, entre otros aspectos, ofrecer al país recursos académicos que permitan avanzar la enseñanza aprendizaje de las matemáticas. El CIFEMAT agrupa profesionales de diversas instituciones interesadas en proyectos y actividades de investigación en la Educación Matemática y promueve publicaciones académicas, seminarios y otros eventos científicos, acciones informativas y formativas, se impacta en la formación inicial y en la formación permanente de profesores de matemáticas costarricenses.

El trabajo de Gaete y Jiménez (2011) revela que dentro de los muchos factores que inciden en el bajo rendimiento en matemática, tanto en educación primaria como en educación secundaria se distinguen los problemas pedagógicos en la formación docente y la falta de atención a las condiciones socioculturales de los estudiantes.

El interés por la investigación y la formación se ha incrementado y ha abierto espacios de discusión y propuestas para dar soluciones que permitan hacer frente a las problemática planteadas, como se evidencia en los tres Informes del Estado de la Educación (2005, 2011), que se comentan en el Anexo F7.

1.3.2 LA NECESIDAD DE UNA REFORMA CURRICULAR PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN COSTA RICA

La problemática estudiada a través de los diversos estudios realizados y los tres informes del Estado de la Educación, han servido como insumos para plantear de manera coherente, sistemática, sustentada y oficial, una reforma curricular que afronte las necesidades requeridas en el área de la Educación Matemática en Costa Rica.

El Ministro de Educación de Costa Rica también ha reconocido la problemática iberoamericana existente en el área de la Educación Matemática (Garnier, 23 de mayo de 2012); en particular existen cifras de desventaja reflejadas en los resultados de los estándares internacionales (del estudio PISA), que muestran un rendimiento muy bajo de los estudiantes y genera una preocupación por atender la estructura curricular y la formación de profesores de matemáticas.

Para ofrecer una mejora en la calidad de la educación matemática costarricense, recientemente se ha aprobado una reforma curricular para la educación primaria y secundaria. Dicha reforma entró en vigor en el año 2012 y estará vigente de forma completa a nivel nacional a partir del año 2015. Se trata de un componente importante en la perspectiva de realizar una reforma ambiciosa de la educación matemática en el país; dichos reforma se constituye en unos nuevos programas de estudio que fueron sometidos a diversas evaluaciones por el grupo de expertos que trabajó en ellos, así como también incluyó una consulta del colectivo de profesionales de educación matemática del país.

Las reformas sugieren una matemática más accesible en cuanto al lenguaje y a la contextualización, partiendo del entorno del estudiante y conduciendo la enseñanza a través de la resolución de problemas hasta llegar a la conceptualización y la modelización pasando desde lo concreto hasta lo abstracto (Garnier, 28 de mayo de 2012).

Según afirma Garnier (2012), la mediación pedagógica para lograr esta propuesta es fundamental y para esto los docentes deben trabajar en la competencia de 'razonar y argumentar' y establecer relaciones entre situaciones que se pueden 'problematizar' para desentrañar las conexiones y el contenido matemático que está asociado. Además se fortalece la diversificación en los sistemas de representación para contribuir a la alfabetización matemática (Bishop, 2000) y se pretende conseguir que los estudiantes puedan aprender a expresar sus ideas matemáticas. En síntesis, la reforma curricular en matemáticas no ha pretendido abarcar muchos contenidos pero sí promueve el desarrollo del rigor analítico y la profundidad en los conocimientos matemáticos a partir de la contextualización activa desde el entorno cotidiano del estudiante.

Sin embargo, otra de las circunstancias importantes es que existe muy poco material bibliográfico para sustentar la contextualización activa pretendida. Por lo tanto, consideramos que los profesores tienen que someterse a experiencias de formación permanente en las cuales se establezcan estrategias que les permitan crear las condiciones de aprendizaje pretendidas en la reforma propuesta.

Estas situaciones deben ser coherentes con los conceptos matemáticos que los estudiantes deban adquirir y con la cultura o con el entorno que rodea la situación ambiental, histórica y cultural, de este modo, se deben ofrecer los medios y el material que permita a los docentes colocar las dimensiones abstractas y las no abstractas en el lugar que le corresponde a cada una; así como también promover estrategias

metodológicas que les permitan incorporar a sus clases actividades que logren dotar a sus estudiantes de conocimiento matemático con sentido y con una perspectiva cultural.

Chaves (2003a) afirma que satisfacer estos requerimientos debe convertirse en el derrotero de cualquier programa que tenga bajo su responsabilidad la formación de docentes y en este sentido, surge la necesidad de averiguar si los profesionales en Educación Matemática de Costa Rica están capacitados para enfrentar la responsabilidad y el reto que los nuevos tiempos les exigen. Coincidimos en que para responder estos cuestionamientos se requiere de un análisis muy profundo en varias líneas y sostenemos que una de ellas debería ser las Etnomatemáticas.

Este trabajo de investigación pretende contribuir con herramientas teóricas, metodológicas y empíricas para fortalecer la contextualización activa para todos los educadores del país pero principalmente para los que ejercen la docencia en entornos indígenas, vinculándonos en uno de las iniciativas interuniversitarias de extensión y acción social que se desarrollan en estas zonas.

1.4 La Problemática de la Formación de Profesores que trabajan en Entornos Indígenas en Costa Rica

En las escuelas indígenas que participaron en esta investigación, quedó en evidencia la carencia de materiales didácticos, los problemas de infraestructura institucional y comunal, la falta de preparación de las y los docentes no indígenas para ejercer una práctica pedagógica que se ajuste al marco cultural de los pueblos y en un caso, la discriminación que algunos estudiantes indígenas vivencian en sus centros educativos.
(Gaete y Jiménez, 2011, p.113)

La formación de profesores que trabajan en entornos indígenas se enmarca dentro de los proyectos de formación universitaria pública destinados al fortalecimiento de la Educación Rural de Costa Rica. En este apartado vamos a presentar una reseña de resultados de investigaciones sobre pedagogía en entornos rurales, que aluden la problemática de las zonas indígenas.

Además de los esfuerzos realizados desde las universidades, presentamos los hallazgos de otros estudios evaluativos relacionados con la problemática de la exclusión en la educación sociocultural, y en particular de la educación indígena que se han presentado en los últimos años.

Uno de ellos es el estudio realizado por Gaete y Jiménez (2011, p.113) en el cual se señala que "las escuelas indígenas tienen los mismos problemas de rendimiento que las otras, agravados por el fenómeno de la ausencia de una educación intercultural", además, se reitera la existencia de una brecha lingüística que incide en la formación de los estudiantes, pues las capacidades de lectoescritura en español son reducidas. Otro hallazgo de dicha investigación es la "poca formación y capacitación hacia los docentes que puedan comprender y atender el fenómeno educativo desde una perspectiva intercultural" (Ibídem.).

Los investigadores costarricenses que han abordado la problemática en la educación indígena (Fernández, 2003; Echeverría 2003; Torres et al, 2007; Ovares et al, 2007) afirman que es necesario reconocer las realidades multiculturales, así como también respetarlas, fortalecerlas y promoverlas como identidades nacionales, para favorecer los diálogos que orienten el compromiso por concertar acciones curriculares en pos de una diversidad cultural que respete la cosmovisión de los pueblos.

En el Anexo F8 exponemos una reseña de la problemática de la Educación Rural Indígena de Costa Rica, que ha sido expuesta en diversos trabajos de investigación y que hemos considerado relevante de considerar para esta investigación.

1.4.1 LOS DESAFÍOS DE LA EDUCACIÓN INDÍGENA Y EL PROGRAMA INTERUNIVERSITARIO SIWÁ-PÁKÖ

A partir de diversos aportes de investigación previos, se consolida la primera carrera universitaria en Costa Rica, diseñada de manera conjunta por tres universidades públicas: UNA-UNED-UCR y el Ministerio de Educación Pública (MEP). Se trata del *Bachillerato en I y II Ciclo con énfasis en Lengua y Cultura Cabécar*, cuyo principal objetivo es "la integración de la sociedad indígena costarricense dentro de un proceso educativo universitario" (Mora, 2009).

Dicha carrera se consolida en el marco del Programa Interuniversitario Siwá-Pákö (PISP) que está conformado por las tres universidades antes mencionadas. Resaltamos la relevancia de este programa, puesto que es la primera vez que en Costa Rica se impulsa un proyecto educativo específico para las comunidades indígenas, promoviendo el fortalecimiento de su lengua y costumbres vernáculas.

En el perfil del estudiante elegido para participar en el PISP se considera que hayan terminado sus estudios de secundaria, que hablen y escriban en lengua cabécar y que sean residentes del territorio indígena de Chirripó-Cabécar, coincidiendo con los atestados que establece el decreto ejecutivo Nº 22072 (Watson, 2010).

Según Kcuno (2009), al inicio la Comisión Interinstitucional Siwá-Pákö (CISP) fue integrada por la Sede del Atlántico y el Departamento de Antropología de la UCR, el

Centro Universitario de Turrialba, la Dirección de Extensión Universitaria y la Escuela de Educación de la UNED, el Departamento de Educación Indígena y la Dirección Regional de Turrialba del MEP y el Ministerio de Salud.

Posteriormente, en el 2005, el Consejo de Vicerrectores de Docencia vio conveniente la incorporación de la UNA por medio de la División de Educación Rural; desde entonces, este colectivo ha recopilado datos y bibliografía acerca de la población Cabécar para elaborar un documento que defina un plan de estudio y el reclutamiento de futuros estudiantes universitarios, pues tienen que cumplirse con los requisitos que exige el CONARE (Comisión Nacional de Rectores) para el otorgamiento de títulos profesionales en educación en Costa Rica. Este proyecto pretende articular el quehacer académico y los recursos de las universidades públicas para "contribuir al logro de las aspiraciones del pueblo Cabécar de tener acceso a una educación permanente, pertinente y de calidad, así como la posibilidad de formación de profesionales que desempeñen en armonía con su patrimonio cultural y natural" (Kcuno, 2009).

Mediante sondeos previos que realizamos con personas dirigentes del Programa Interuniversitario Siwá-Pákö (PISP), hemos podido recopilar los *Objetivos Generales* que pretenden alcanzar (Watson, 2010):

- Crear condiciones para facilitar el acceso de las comunidades indígenas Cabécares a la educación superior pública, mediante la ejecución de una oferta educativa universitaria.

- Ofrecer una opción académica de formación docente a partir de las particularidades que determinan la atención a la diversidad (lengua, cosmovisión, salud y organización sociopolítica).

- Formular y validar una propuesta de educación para las comunidades Cabécares de Chirripó, que contemple su visión de mundo, patrimonio natural, particularidades históricas y geográficas, condiciones socioeconómicas y su lengua.

- Estimular valores y actitudes en el grupo de docentes indígenas, según su contexto cultural y natural, que permitan contribuir en mayor medida al desarrollo humano sostenible.

El marco epistemológico de esta propuesta curricular se fundamenta en la pedagogía intercultural y la etnoeducación, por lo tanto su punto de partida se encuentra en el conocimiento, análisis, valoración y afirmación de la identidad étnica del grupo Cabécar de Chirripó (Watson, 2010).

Además, el diseño curricular y de materiales trasciende al ámbito intelectual pues requiere que los formadores se involucren emocionalmente con las necesidades reales (Madriz, 2011) y a partir de la integración y la participación con una perspectiva de articulación cultural y comunitaria, propiciadas por la CISP.

Entre los objetivos específicos que persigue el PISP para formar Bachilleres en I y II Ciclo con énfasis en Lengua y Cultura Cabécar, destacamos los que fueron facilitados por Watson (2010):

- Propiciar la participación de académicos de las universidades públicas en espacios de reflexión en torno a políticas de estado en el ámbito educativo respecto de los territorios indígenas.

- Construir conjuntamente entre las universidades públicas y el Departamento de Educación Indígena del MEP un modelo de investigación que fundamente el desarrollo de la propuesta de Educación Intercultural Bilingüe.

- Diseñar y aplicar una propuesta de admisión, permanencia y graduación de las personas participantes en el programa de estudio

A partir del año 2010 se puso en marcha el plan de estudios, (Watson, 2010) con cursos que han requerido, en su mayoría la combinación de elementos de extensión y de investigación, para incorporar a las comunidades en la participación del diseño, para que la información que brinden los cursos sea atinente a la realidad de los miembros de la Cultura Cabécar. Según pudimos indagar personalmente, en nuestros sondeos preliminares, hay 16 maestros indígenas vinculados al PISP que provienen fundamentalmente de tres comunidades indígenas: Valle de la Estrella, Ujarrás y Chirripó.

En vista de que existe una coyuntura administrativa con acreditación legal y vinculación de distintas instituciones públicas costarricenses, nos planteamos participar dentro del PISP para implementar el diseño de un programa intercultural de didáctica de la matemática para contextos cabécares, que incorpore el conocimiento de las etnomatemáticas propias de esta comunidad, dentro de un programa de formación de profesores.

1.5 Encrucijada entre la Imagen Identitaria y la Diversidad Cultural en Costa Rica

Las teorías racistas, nacidas en Europa durante el siglo XVI, produjeron imaginarios distorsionados en los pueblos coloniales, ya que estas teorías establecían una especie de continuidad entre el color de la piel, la razón y la moralidad; y el paradigma de lo perfecto era entonces la 'raza blanca', la razón, la belleza y la moralidad de esta 'raza'. A los pueblos coloniales y particularmente en la mayoría de los pueblos costarricenses,

no les quedó más que 'inventarse como blancos' para poder establecer el diálogo con el grupo.

El trabajo de Echeverría (2003) plantea la problemática que supone la atención a la diversidad cultural en la educación costarricense y afirma que en el nivel de la población costarricense se maneja una serie de imágenes equivocadas sobre la identidad, "lo cual se refleja, en los programas de educación formal y en la enseñanza por lo que sus contenidos están muchas veces divorciados de la realidad sociocultural total en la que se insertan los educandos" (Echeverría, 2003, p.134).

Los investigadores en el campo de la sociología afirman que Costa Rica se resiste al sofisma de que la sociedad es homogénea y se oculta el conflicto económico, las desventajas sociales y las diferencias culturales que enfrentan los sectores marginados, manifestando un estereotipo negativo que alimenta la discriminación y la desinformación para poder comprender las culturas indígenas (Echeverría, 2003; Jiménez, 2010, Sandoval, 2002, Araya y Villena, 2006).

Así, cuando se llega a conocer la gran variedad de lenguas y de narraciones indígenas que existen en Costa Rica, es posible valorar la gran diversidad que constituye a este país como nación y como unidad. No obstante, muchas veces los ciudadanos no son conscientes de esta unidad y es posible percibir una sensación de 'extranjeridad' cuando individuos que habitan la Gran Área Metropolitana entran en contacto con etnias indígenas.

Desde el aspecto sociológico, Jiménez (2010) afirma que se concibe la 'costarriqueñidad' como la construcción de un imaginario, de una forma de concebir y de pensar como costarricenses, con el detalle de que en ese imaginario se ha excluido a las culturas indígenas.

Lamentablemente existen muchos ciudadanos costarricenses que ignoran la presencia de conciudadanos indígenas, la tendencia que ha predominado ha sido la de 'invisibilizar a estos pueblos milenarios' (García, 2010). Síntoma de esta desidia es que solamente el 56% de los niños y adolecentes que viven el los territorios indígenas asisten a la educación general básica y la escolaridad promedio es de 3,4 años (UNICEF, 2006).

Con esta investigación pretendemos, entre otras cosas, aportar elementos de estas culturas indígenas que sobreviven para conducirlos al sistema educativo, es decir, brindar un material para que se integre el conocimiento cultural relacionado con matemáticas en el currículo nacional.

Lo que se sabe y se enseña en las escuelas sobre culturas de ascendencia Chibcha es muy poco en Costa Rica y esto conduce a un desconocimiento de la pervivencia de las culturas indígenas en Costa Rica y muchas veces ni los profesores ni los estudiantes que

conviven en la zona central de Costa Rica conoce de la existencia de muchos aspectos relacionados al indigenismo.

A los muchachos en las escuelas y en los colegios de Costa Rica, debería mostrárseles que estos grupos existen, que están vivos, que tienen sus lenguas, que tienen una tradición oral peculiar, que tienen una visión de mundo digna de estudiar y nos gustaría que algunos de estos conocimientos se integraran en el currículo escolar.

Consideramos que si el diálogo entre dos grupos culturales diversos se da desde la premisa del respeto mutuo, entonces será un diálogo que va a producir muchos frutos en cada uno de los entes dialogantes.

Alí García (2010) asegura que lo que ha sucedido en Costa Rica es un 'choque' en el cual la cultura dominante ha impuesto su lengua y todo su conocimiento en las comunidades indígenas. Esto representa un problema en estas comunidades pues el acceso a la escolaridad que les ha facilitado el aprender español, pero des-aprender de su cultura y de sus comunidades. Históricamente la escuela ha sido una parte de toda esa estructura para reprimir el conocimiento indígena, ejemplo de esto es la pérdida de nombres en la lengua vernácula y el uso de nombres en español. Según García (2010) ese es el 'modelo' de educación que ha prevalecido en Costa Rica, una estructura con un marcado predominio por lo externo.

Es hasta el año 1994, que se impulsa el Departamento de Educación Indígena en el Ministerio de Educación Pública, con el fin de comenzar a combatir todos estos perjuicios para los grupos étnicos. El Programa de Educación Indígena es una iniciativa muy importante que se ha llevado a cabo, sin embargo, según García (2010) sigue predominando la perspectiva externa.

> *Un día un maestro de Alto Chirripó me decía: -'es que nos dice el Ministerio qué tenemos que decir en Cabécar'-, entonces yo le decía: ¡pero entonces esto no es una educación indígena! ¿Por qué? Porque en nuestros idiomas hay muchas formas de referirse a las cosas… hay muchas formas de decir 'uno'. En este sistema externo no hay más que una manera de decir 'uno' y ese 'uno' es abstracto, porque ¡no tiene forma!.... Usted agarra a un compañero o a un niño indígena y le quita las cinco o seis formas de ver el mundo y le pone uno que no tiene forma… ¡yo no sé si eso es educación!, si se supone que educar es formarse un poco más, de hecho nosotros los indígenas nos hacemos, nos formamos y nuestro maestro es quien nos ayuda a formarnos, pero usted tiene la posibilidad de formar-se y con todas las cosas que están alrededor, no limitado…*(García, 2010).

Consideramos que pensar en un imaginario de costarricense integral, en el que se consideren también a los pueblos indígenas, es algo difícil, pero no imposible. García (2010) afirma que en la mentalidad indígena: 'en la diferencia de culturas está la igualdad', por eso cada uno tiene un sentido de pertenencia a su clan, porque ya esto les demarca y esas diferencias son necesarias para que los grupos indígenas puedan

entenderse, conocerse, comprenderse y respetarse. De esta manera Alí considera que la igualdad no consiste en eliminar las diferencias, sino en respetarlas.

Según García, la identidad indígena tiene que ver con el conocimiento de la lengua, de la historia mítica, de la estructura clánica, que conoce cuál es el clan con el que está vinculado y su respectivo origen; este sentido de identidad, marca en cada uno de los indígenas "su posición, su visión, su relación con el mundo y el por qué estás en este mundo". De este modo, conocernos mejor, en y desde la diversidad, puede permitir a los ciudadanos costarricenses apostar por una nación más democrática y más fraterna.

Las identidades se construyen "en una relación dialéctica entre 'nosotros' y 'los otros'" (Echeverría, 2003, p.138) de modo que la alteridad cultural, basada en el principio de tolerancia, es un constructo cultural que se aprende, se transmite, se recrea y se modifica, pero que debe ser tratado cuidadosamente para que la ignorancia sobre 'el otro' no se traduzca en exclusión o discriminación y aprovechar el entorno escolar para lograr la cohesión social a través de la diferencia y la heterogeneidad (Camacho y Echeverría, 1992, 1993).

Es por esta razón que hemos planteado la importancia de impulsar la difusión de los aspectos relacionados con la herencia del conocimiento cultural indígena que tiene relación con el conocimiento matemático, pues de esta manera será posible propiciar la dignificación de dicho conocimiento ancestral. Este impulso puede lograrse a través de una adecuada formación profesional que contribuya a reforzar las identidades culturales desde el entorno escolar. En el caso de los contextos indígenas, debemos motivar al conocimiento y la comprensión tolerante por la diferencia en sus horizontes de significados y en sus formas de comprender y explicar la realidad.

1.6 REFLEXIONES DEL CAPÍTULO 1

Consideramos de significativa importancia el ofrecer los mecanismos socioculturales que faciliten y permitan el fortalecimiento de la identidad cultural a partir de la formación de profesores de matemáticas.

Fortalecer el diálogo entre culturas y el acceso a la igualdad y a la equidad, en cualquier ámbito del quehacer humano comienza por forjar, en cada uno de nosotros, como personas y como educadores, una actitud abierta, comprensiva, respetuosa, solidara y tolerante por la diferencia (Echeverría, 2003, p.142).

A partir del enfoque sociocultural se fomenta la interdisciplinariedad y se cuestiona el carácter históricamente riguroso con el que se ha identificado a las matemáticas, identificándola también como una ciencia social, en el entendido que se crea y desarrolla dentro de un grupo humano que la utiliza en muchas ocasiones intuitivamente para favorecer el progreso y guardar las tradiciones y el legado ancestral de un pueblo.

Ratificamos que nuestro interés se centra en estudiar las Culturas Indígenas de Costa Rica, estudiando de ellas las Etnomatemáticas y la manera de conducir esos hallazgos para la Formación de Profesores que ejercen en entornos indígenas, para que tengan un enfoque curricular desde un modelo intercultural.

Dentro de los propósitos de reflexionar en torno a la dimensión cultural de las matemáticas podemos brindar a los profesores herramientas para que puedan redescubrir en su entorno rasgos culturales con contenido matemático. Este desafío nos lleva a tratar de fomentar la creatividad en su competencia de planificación y promover propuestas didácticas que permitan 'descongelar' matemáticas implícitas (Gerdes, 1985); es decir contribuir en la formación de profesores para que logren redescubrir contenidos matemáticos desde su entorno cultural rasgos y diseñen relaciones, haciendo visible lo que hasta ahora ha sido trivial a sus ojos y puedan identificar elementos de su cultura tangibles (o intangibles), extraigan el pensamiento matemático asociado y lo apliquen en la enseñanza de las matemáticas escolares.

Para concretar las intensiones de esta investigación se ha seguido un proceso secuencial de abordaje de conjeturas en el cual la investigadora ha modificado la manera de comprender y relacionar la presencia de las matemáticas en diferentes contextos y se ha realzado el valor universal de las matemáticas, que junto con las otras ciencias, contribuyen en la mutua comprensión y colaboración para el acercamiento de los pueblos y de las culturas.

Para resolver las conjeturas, planificar y continuar el proceso de investigación, se ha realizado una revisión sobre la situación actual en la educación matemática y la educación indígena; así como de la formación de profesores de matemáticas y de entornos rurales costarricenses, que ha conferido a esta investigación una visión profunda del entorno en el que se enmarca el objeto de su estudio.

Apoyamos que proporcionar calidad de educación matemática para todos en la educación básica es un reto ambicioso; cuyo éxito depende principalmente de la capacidad de los países para formar y retener un número suficiente de maestros calificados (UNESCO, 2012).

La formación de profesores cualificados puede conducirse a través de una visión estimulante que retrate las matemáticas como una disciplina arraigada en la historia y con absoluta vigencia en la vida en el presente, en sintonía con el mundo y capaz de contribuir a la solución de los problemas mundiales y acercar a las personas a través de sus valores universales (Bishop, 1995, 1998, 1999).

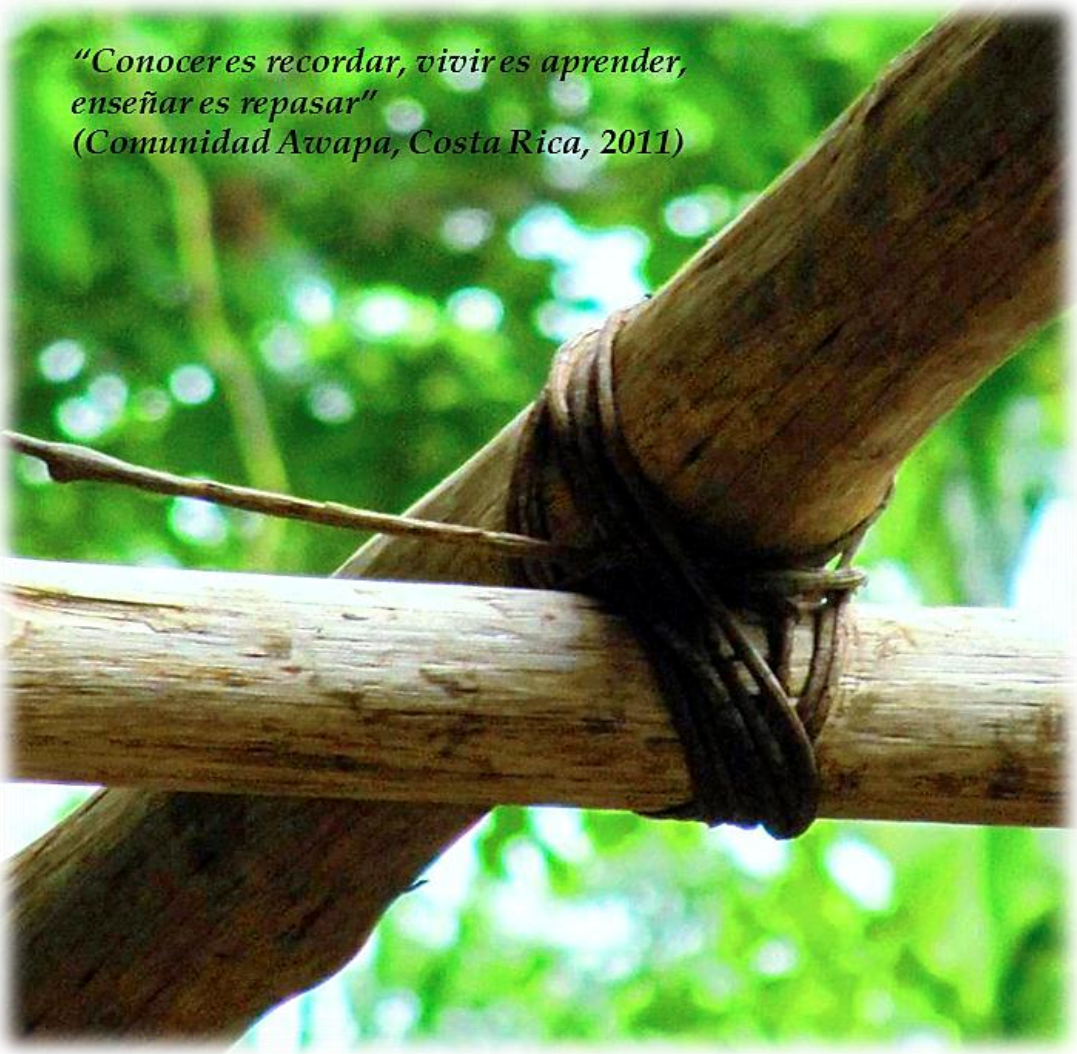
Para alcanzar el reto de mostrar las matemáticas como una ciencia al alcance de todos se requiere una concordancia entre la enseñanza de la matemática en conexión con la enseñanza de otras disciplinas (Oliveras, 1996, 2005, 2006). Sin embargo en Costa Rica existen muy pocas investigaciones para promover estas conexiones e incidir en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Este trabajo trata de etnomatemáticas en culturas indígenas de Costa Rica y de un proyecto cuyas bases teóricas y empíricas sustentan un modelo formativo para profesores que desarrollan su actividad de enseñanza de las matemáticas en entornos indígenas de Costa Rica.

La enseñanza en las escuelas indígenas debe ser pertinente y significativa, sin embargo, el aprendizaje efectivo ocurre en contextos escolares donde se valora la cultura, la realidad sociolingüística y la personalidad del estudiante (Torres et al, 2007).

Pretendemos contribuir (desde la perspectiva de las etnomatemáticas y la formación de profesores) a establecer la interculturalidad como un elemento trascendental de la acción pedagógica. Para ello planteamos un modelo que concibe al profesor como un profesional comprometido que investiga, analiza, se encultura matemáticamente y realiza acciones didácticas convenientes al entorno escolar, adecuando la estructura curricular y planificando situaciones significativas de aprendizaje de acuerdo a la realidad etnolingüística, la cosmovisión cultural y las potencialidades de sus estudiantes.

CAPÍTULO 2.
MARCO CONCEPTUAL Y FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA



"La vida es primeramente un conjunto de problemas esenciales a los que el hombre responde con un conjunto de soluciones: la cultura. Como son posibles muchos conjuntos de soluciones, quiere decirse que han existido y existen muchas culturas... la cultura no consiste en otra cosa que en hallar una ecuación con qué resolvamos el problema de la vida" (Ortega y Gasset)

2.1 PRESENTACIÓN DEL CAPÍTULO 2

En este capítulo presentaremos el marco conceptual o encuadre teórico de la presente investigación que hemos elaborado a partir de revisiones bibliográficas de autores relevantes en tres áreas temáticas: la antropología, la etnomatemática y la educación.

Hay cinco ideas clave del capítulo que son:

- El estudio de la cultura y la cosmovisión aportan significados que nos ayudan a comprender e identificar dos lógicas distintas de pensamiento: desde la visión occidental y desde la visión indígena.
- La cultura es el locus del conocimiento matemático.
- El conocimiento matemático cultural es versátil y dinámico para asegurar la sobrevivencia, que define los comportamientos y para promover la trascendencia sociocultural.
- La etnomatemática es una forma de conocimiento como vía de supervivencia.
- La etnomatemática y la etnoeducación son vías de trascendencia a través de la enculturación, interculturalidad y la formación de profesores.

Las ideas anteriores serán abordadas en los distintos apartados que constituyen este capítulo, en las cuales vamos a exponer las herramientas teóricas con las que sustentamos este trabajo de investigación, en el cual se mezclan visiones teóricas multidisciplinares, las cuales desarrollamos y enlazamos a partir de posicionamientos ideológicos y epistemológicos de autores que consideramos relevantes, y que nos aportan fundamentos teóricos que coinciden y respaldan las ideas que promovemos.

Somos consientes que la comprensión de la realidad es un asunto complejo y más aún la interpretación de ella. En buena medida la realidad y la ilusión trabajan como dos cuerdas entrelazadas donde permanentemente una se sobrepone a la otra. De allí la necesidad de utilizar las definiciones y los conceptos como herramientas teóricas que nos permitan comprender la realidad compleja y enigmática a la que nos hemos acercado con este trabajo.

El marco conceptual que presentamos, está constituido por un conjunto de caracterizaciones operacionales de los constructos que necesitamos para realizar los propósitos implicados en esta investigación. Aclaramos que no vamos a definir el marco conceptual de referencia e interpretación, sino más bien vamos a *caracterizar*, en muchos casos haciendo uso de la *resignificación* (Buendía y Cordero, 2005) los constructos imprescindibles, considerándolos como instrumentos históricos: "la sustancia no tiene, en todos los niveles, la misma coherencia, la existencia no es una función monótona: ella no puede afirmarse en todas partes y con el mismo cariz" (Bachelard, 1940, p.8), con un sentido relativista.

En la siguiente figura presentamos un esquema de los elementos centrales de este capítulo, los cuales configuran el marco conceptual o fundamentos teóricos que sostienen esta investigación.

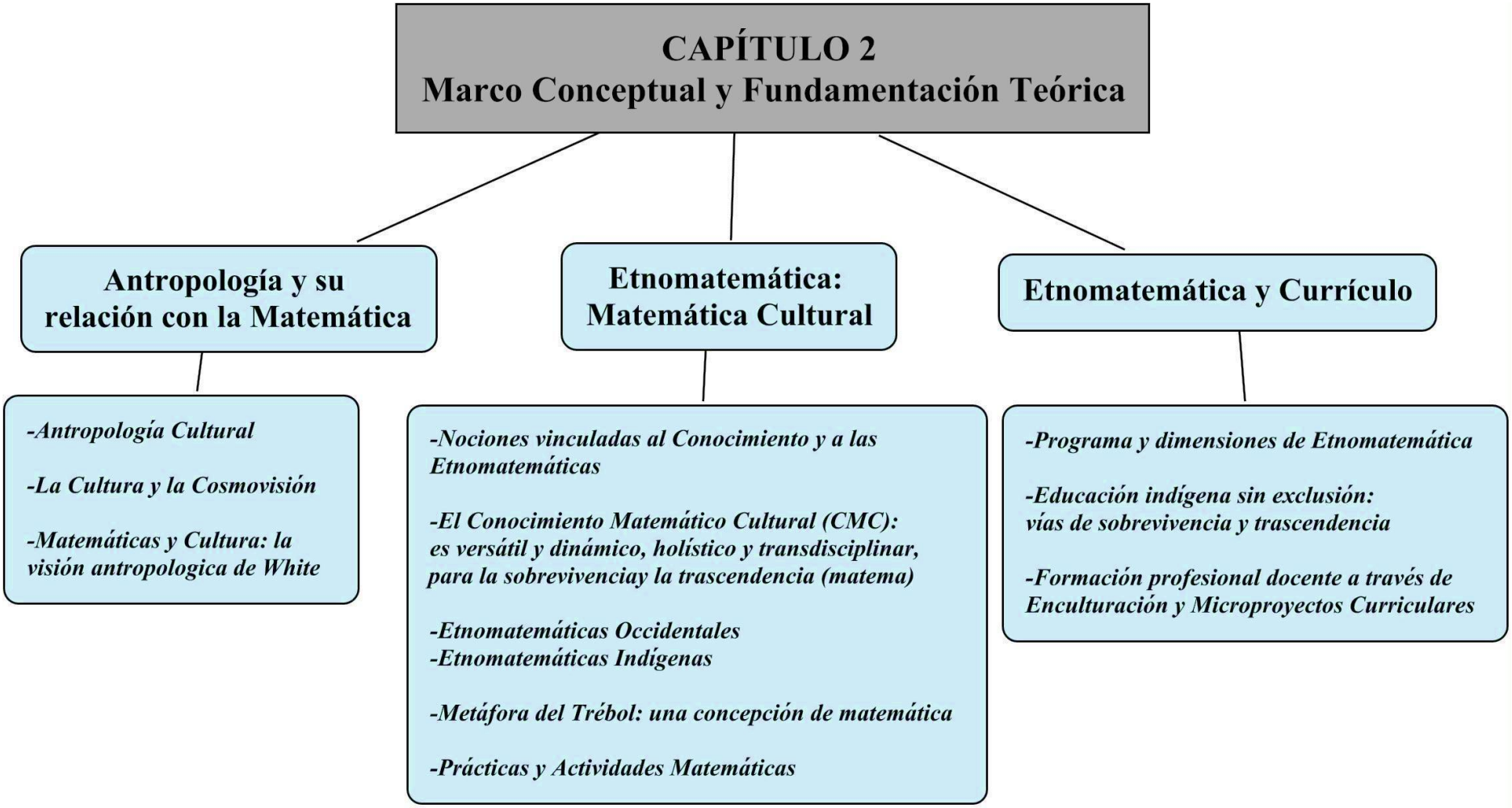


Figura 2.1. Esquema del marco conceptual y fundamentación teórica de la investigación.

2.2 ANTROPOLOGÍA Y SU RELACIÓN CON LA MATEMÁTICA

2.2.1 ANTROPOLOGÍA CULTURAL

En este apartado ponemos de manifiesto nuestras visiones respecto a las nociones y constructos relacionados con la Antropología Cultural que se relacionan con este trabajo de investigación.

Comenzamos aclarando que la Antropología es un área de las Ciencias Sociales que se encarga de estudiar el comportamiento humano, la cultura y las estructuras de las relaciones sociales y hay dos grupos teóricos que históricamente han desarrollado dichos estudios: los anglosajones y los franceses, de los cuales tomamos ideas de manera imparcial.

La *antropología cultural* estudia la sociedad y la cultura humanas, describiendo y explicando, analizando e interpretando las similitudes y diferencias culturales. Para estudiar e interpretar la diversidad cultural los antropólogos culturales realizan dos tipos de actividades: la etnografía, que está basada en el trabajo de campo y la etnología, que está basada en la comparación transcultural (Kottak, 2006).

El estudio del origen, desarrollo, naturaleza y diversidad de la cultura es el objeto de la antropología cultural. Según Jiménez (1979), los métodos que utiliza son: la arqueología, la etnología y a lingüística.

La *etnología*, en su sentido más amplio, es para algunos autores y en algunos países, sinónimo de antropología cultural. Es el método más caracterizado y de mayores posibilidades de la antropología cultural. Se puede decir que la antropología comenzó siendo etnología. Es decir interés, atención, estudio por el comportamiento del hombre en sociedad, por sus instituciones sociales, por sus normas y sistemas de valores, pero todo ello referido al hombre actual, a las sociedades contemporáneas, al investigador. Aclaramos que cuando nos referimos a 'hombre', queremos decir la 'especie humana', sin caer ni generar conflictos por la diferenciación de género.

El *etnólogo*, sin dejar de ser el estudioso de "otras culturas", es cada día más el estudioso de su propia cultura, de su propio mundo. La etnografía como actividad profesional se basa en el llamado trabajo de campo, es decir, en la obtención de información sobre el mismo lugar donde vive la población objeto de estudio.

La *lingüística* ha servido a la antropología cultural para apuntar y a veces confirmar teorías sobre desplazamientos y distribución de pueblos en épocas pasadas, cuyos

movimientos y contactos se pueden intentar reconstruir a través de la huella que suponen los idiomas y variantes de ellos que hablan los pueblos actuales.

La *etnografía* participa en este trabajo como herramienta para describir y comprender las características antropológicas de los participantes de un mismo grupo cultural; esto se profundizará en el Capítulo 4. Posteriormente trabajaremos con la etnología, analizando, interpretando y comparando los resultados de la etnografía realizada con los maestros indígenas de las comunidades Ngäbes, Bribris y Cabécares, como se explicará con más detalle en el Capítulo 6.

En este trabajo utilizaremos prioritariamente el prefijo *'etno*' para referirnos a algunas nociones relacionadas con la visión antropológica con la cual miramos a los grupos culturales que tratamos de conocer, en alguna de cuyas estructuras sociales (la educativa) intervenimos.

Las posturas clásicas de la etnología plantean perspectivas relacionadas con el evolucionismo, el difusionismo, el funcionalismo y el estructuralismo. Uno de los principales exponentes de la escuela francesa es Claude Lévi-Strauss, quien propone un análisis del comportamiento del hombre basado en un *enfoque estructuralista* en el que las reglas de comportamiento de todos los sujetos de una determinada cultura son existentes en todos los sujetos a partir de una estructura invisible que ordena a la sociedad.

Nos interesa abordar y discutir la postura de Lévi-Strauss (o de la tradición francesa), pues en esta tesis trabajamos con una estructura (simbólica, desde las matemáticas) para tratar de estudiar y comprender las normas implícitas que rigen la lógica de la tradición cultural indígena, y que tratamos de caracterizar para después aplicarla en un programa formativo de didáctica de las matemáticas.

El desarrollo histórico de la *antropología simbólica* se relaciona con la crítica al estructuralismo lévi-straussiano y uno de los principales exponentes de la fase post-estructural de esta corriente es Clifford Geertz, quien comparte con el estructuralismo francés la tesis de la cultura como un sistema de símbolos pero, a diferencia de Lévi-Strauss, Geertz señala que no es posible para los investigadores el conocimiento de sus contenidos. Bajo esta premisa se puede poner en duda la autoridad de la etnografía y asumir que los antropólogos solo pueden hacer 'interpretaciones plausibles' de los significados de la trama simbólica que es la cultura, a partir de la descripción densa de la mayor cantidad de puntos de vista que sea posible conocer respecto a un mismo suceso.

En otro sentido, los simbólicos no creen que todos los elementos de la trama cultural posean el mismo sentido para todos los miembros de una sociedad. Más bien creen que pueden ser interpretados de modos diferentes, dependiendo, ya de la posición que ocupen en la estructura social, ya de condicionamientos sociales y psíquicos anteriores, o bien, del mismo contexto.

Existe un modelo atómico para describir la cultura, propuesto por Julián Huxley (1955) que tiene tres componentes esenciales: *Mentifactos, Sociofactos y Artefactos*. *Los Mentifactos* son los elementos centrales y más duraderos de una cultura. Incluyen la lengua, lo mítico, las tradiciones artísticas y el folklore, similares. Básicamente, son elementos abstractos y mentales. Se relacionan con la capacidad humana de pensar y formular ideas, y conforman los ideales y las imágenes por los que se miden otros aspectos culturales. *Los Sociofactos* son aquellos aspectos de una cultura que se relacionan con vínculos entre individuos y grupos. A nivel individual incluyen estructuras familiares, comportamientos reproductivos y sexuales y de crianza de los niños. A nivel de grupo, incluyen sistemas políticos, y educativos. *Los Artefactos* son las manifestaciones materiales de la cultura. Se denominan también como "mercancías culturales" e incluso aquellos aspectos de la tecnología material de un grupo que permiten satisfacer sus necesidades básicas de alimento, cobijo, transportes y similares. Los sistemas de uso de suelo y la producción agrícola son artefactos culturales, como lo son las herramientas y el diseño particular del vestido.

El estudio de la cultura y la cosmovisión aportan significados que nos ayudan a comprender e identificar dos lógicas distintas de pensamiento que se debaten en este trabajo: el occidental europeo y el indígena americano.

Los núcleos de investigación en este trabajo, se centran sobre el conocimiento matemático asociado al conocimiento indígena y en los siguientes apartados desarrollaremos la caracterización de constructos relacionados con el conocimiento matemático cultural indígena.

2.2.2 LA CULTURA Y LA COSMOVISIÓN

El concepto de cultura es un término que se ha definido de muchas maneras y que históricamente ha sido clave en las ciencias sociales y en la antropología. En esta investigación concebimos cultura como el conjunto de conocimientos y creencias que son adquiridos por los individuos a través de la interacción con otros miembros de su grupo y que rigen sus pensamientos y comportamientos.

En la vida diaria, en el sentido de la colectividad y del lenguaje coloquial, la palabra *cultura* se emplea con dos significados diferentes, por una parte resalta la excelencia en las manifestaciones de arte y las humanidades, sobre todo con elementos tangibles o materiales de la humanidad y también conocida como alta cultura; por otra parte, se refiere al conjunto de saberes, creencias y pautas de conducta de un grupo social para resolver los problemas de su entorno natural y resolver los problemas de subsistencia o control tanto natural como social.

El conjunto de saberes, creencias y pautas que rigen la colectividad es la que coincide con la concepción antropológica, pues la cultura se concibe como una manera de conocer, compartida por aquellos que nacieron y conviven dentro de una tradición experimentada en común. Dicho de otra forma, la cultura se presenta como un conjunto

de conocimientos implícitos especiales y característicos con los cuales un pueblo discurre a lo largo de la vida cotidiana, que a su vez constituyen códigos que determinan la forma como se interpretarán los signos mediante los cuales se reconocen y se valoran los objetos del mundo.

En la Conferencia Mundial de la UNESCO sobre el Patrimonio Cultural, celebrada en México en el año 1982 se estableció que el Patrimonio Cultural de un pueblo comprende las obras de sus artistas, arquitectos, músicos, escritores y sabios, así como las creaciones anónimas, surgidas del alma popular, y el conjunto de valores que dan sentido a la vida, es decir, las obras materiales y no materiales que expresan la creatividad de ese pueblo; la lengua, los ritos, las creencias, los lugares y monumentos históricos, la literatura, las obras de arte y los archivos y bibliotecas.

La cultura, según la UNESCO es el:

> *Conjunto de rasgos distintivos, espirituales y materiales, intelectuales y afectivos que caracterizan a una sociedad o a un grupo social. Ella engloba, además de las artes y las letras, los modos de vida, los derechos fundamentales del ser humano, los sistemas de valores y las creencias. La cultura da al hombre la capacidad de reflexión sobre sí mismo. Es ella la que hace de nosotros seres específicamente humanos, racionales, críticos y éticamente comprometidos. Por ella es como discernimos los valores y realizamos nuestras opciones. Por ella es como el hombre se expresa, toma conciencia de sí mismo, se reconoce como un proyecto inacabado, pone en cuestión sus propias realizaciones, busca incansablemente nuevos significados y crea obras que lo trascienden* (UNESCO, 1982).

Ubiratán D'Ambrosio (2005b) considera la cultura como el conocimiento generado por la interacción común que es el resultado de la comunicación social organizada en un sistema intelectualmente admitido de códigos, símbolos y significados otorgados a un conjunto de mitos, valores, normas de comportamiento y estilos de conocimiento compartidos por las personas que viven en un momento y un espacio determinado.

Desde nuestra perspectiva, la cultura es aprendida, es compartida, es simbólica, lo abarca todo y está integrada. En el Anexo F9 desarrollamos las características contextuales que vamos a desarrollar con apoyo bibliográfico y cuya estructura simbólica, compartida y vigente se describe en la siguiente figura.

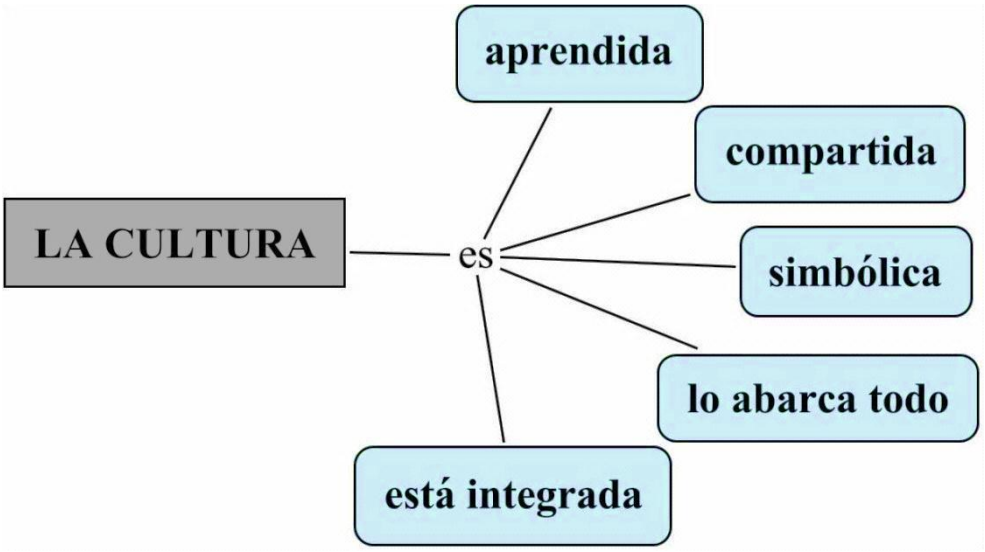


Figura 2.2. Caracterización contextual de Cultura.

Hemos destacado que el comportamiento cultural humano se caracteriza por ser un comportamiento pautado que muestra la herencia tradicional o herencia social históricamente acumulada; es decir, significa lo no genético, lo aprendido y adquirido en la sociedad, que prevalece a partir de las interacciones y el compartir.

Existe en todos los grupos que desarrollan una cultura, un sistema de significados compartidos con los que interactúan para la pervivencia de los valores y la supervivencia. Ese sistema de 'mitos' compartidos a través de los cuales se percibe e interpreta la realidad es lo que consideramos en este trabajo como cosmovisión.

Desde la perspectiva filosófica, el constructo de cosmovisión es desarrollado por Raimond Panikkar (2006) quien afirma que "la cultura es el mito globalizador de una colectividad en un momento dado del tiempo y del espacio" (Panikkar, 2006, p.129).
El autor afirma que el 'mito' es el panorama que puede ser entendido en esa colectividad y donde las percepciones de la realidad tienen sentido, por lo cual el mito nos ofrece el marco donde se inscribe nuestra visión del mundo, que es lo que permite y condiciona cualquier interpretación de la realidad. Coincidimos con Panikkar que los grupos diferenciados no son plenamente conscientes de sus propios mitos y que el proceso de toma de conciencia de nuestros propios mitos se generan cuando otro nos lo hace ver, o bien cuando los hemos abandonado, aunque sea parcialmente.

Por la naturaleza etnográfica de esta investigación, es importante reconocer, como lo hace Panikkar (2006) que la cultura no es objetivable y que la manera de acercarnos al conocimiento de otra cultura es participando de algún modo en su mito, puesto que cada cultura define unos preceptos de percepción del mundo y de una autocomprensión de lo que es significativo para la colectividad como por ejemplo los criterios de verdad, bondad y belleza, los límites del mundo y la manera de posicionarse.

Muchos autores admiten la realidad multicultural y afirman que las culturas son mutuamente inconmensurables, ante esta situación cada persona forma parte de una

cultura al menos y por lo tanto no puede existir un punto exterior 'neutral' donde se puedan valorar o juzgar una cultura con respecto a otra, puesto que para ello se requiere del lenguaje y de los criterios de verdad de la cultura que critica a la otra. Como consecuencia de lo anterior, coincidimos con Panikkar (2006) en que no hay posibilidad que los valores de una cultura sean aplicables a otra, de establecer jerarquías entre las culturas o de absolutizar o universalizar los valores culturales, el autor recomienda hablar de "invariantes humanas" como pensar, hablar, creer, querer, entre otras, que son comunes a toda la humanidad, pero que en cada cultura se lleva a cabo y se interpreta de manera diferente y distintiva.

Hemos abordado la cosmovisión como un fundamento teórico pues en este trabajo se trata de identificar las matemáticas en elementos del conocimiento cultural indígena, el cual se rige a través de la cosmovisión. En el Capítulo 4 describimos a través de ejemplos algunos elementos vivenciales de la cosmovisión indígena en los grupos étnicos Ngäbe, Bribri y Cabécar.

2.2.3 MATEMÁTICAS Y CULTURA: LA VISIÓN ANTROPOLÓGICA DE WHITE

El trabajo antropológico de Leslie White (1988, 2007) plantea una discusión profunda acerca de la presencia de verdades matemáticas en el mundo externo y sobre la existencia y la validez de la matemática independientemente de la especie humana. Dicha discusión parte de dos interrogantes:

> *¿Residen las verdades matemáticas en el mundo externo, para ser descubiertas allí por el hombre, o son invenciones debidas al hombre? ¿Tiene la realidad matemática una existencia y una validez independientes de la especie humana, o es meramente una función del sistema nervioso humano?* (White, 1988, p.342).

Para dar respuesta a estas cuestiones, White realiza una amplia exposición teórico-histórica que incluye autores con posturas coincidentes o con posturas disidentes, que hemos revisado para ampliar nuestra visión, prestando atención a la postura psicológica y antropológica de White (1988), quien afirma que las realidades matemáticas tienen una existencia independiente de la mente humana, así como las realidades mitológicas pueden tener su ser aparte en el hombre, la raíz cuadrada de un radical negativo es tan cierta como los dioses y espíritus de los pueblos primitivos.

Para White no hay nada más real que una alucinación y basado en esta reflexión se plantea la pregunta ¿dónde está el '*locus*' de su realidad?, es decir el punto neural donde ocurre un hecho trascendente para la historia de la cultura. Para dar respuesta a la cuestión anterior, White presenta el fenómeno de la conducta matemática y procura aclarar, por una parte, por qué la creencia en la existencia independiente de las verdades matemáticas ha parecido tan plausible y convincente históricamente, y por otra parte, demostrar que todas las matemáticas son una clase particular de conducta.

Muestra que al igual que Descartes se planteó la existencia de Dios, también muchas personas podrían suponer que la realidad matemática 'debe residir en nosotros o fuera de nosotros'. A partir de esta reflexión un poco confusa, White (1988, p.344) expone dos ideas: "1) Las verdades matemáticas tienen una existencia y validez independiente de la mente humana, y 2) Las verdades matemáticas no tienen una existencia o validez aparte de la mente humana". Dichas ideas parecen contradictorias pero en la primera, 'la mente humana' se refiere al organismo individual, mientras que en la segunda, se refiere a la especie humana, con lo cual ambas proposiciones adquieren contundencia y valor de verdad.

> *Las verdades matemáticas existen en la tradición cultural dentro de la que ha nacido el individuo, y de esa manera penetran en su mente desde afuera. Pero aparte de la tradición cultural, los conceptos matemáticos no tienen existencia ni significado, y, por supuesto, la tradición cultural no tiene existencia aparte de la especie humana. Las realidades matemáticas tienen así una existencia independiente de la mente individual, pero dependen por completo de la mente de la especie. O para traducirlo con términos antropológicos: las matemáticas en su totalidad, en sus 'verdades' y 'realidades', son una parte de la cultura humana, nada más. Todo individuo nace en una cultura que ya existía y que es independiente de él. Los rasgos culturales tienen una existencia por fuera de la mente individual e independiente de ella. El individuo adquiere su cultura mediante el aprendizaje de las costumbres, creencias, técnicas de su grupo. Pero la cultura misma no tiene, ni es posible que así sea, existencia aparte de la especie humana. Las matemáticas-al igual que el idioma, instituciones, herramientas, las artes, etc.- son por lo tanto el producto acumulado de los muchos esfuerzos hechos por la especie humana a través de los tiempos* (White, 1988, p.345).

Concordamos en las matemáticas son naturalmente una parte de la cultura y que forman parte del bagaje de conocimiento que un pueblo hereda de sus predecesores y del cuál forman parte las tradiciones, las maneras de sobrevivencia (como sembrar o cocinar), las formas de concebir las relaciones sociales (ritos matrimoniales, ritos funerarios), los mitos (la religión o la historia mítica), etc. En cada uno de los componentes de esa herencia cultural figuran maneras de contar, calcular, medir, inferir, localizar, relacionar, diseñar, explicar, deducir; en fin, de procesos que resultan estableciéndose como formas de pensamiento matemático, pues la conducta matemática es determinada por la cultura que la posee.

Si hacemos una revisión histórica, acompañando y complementando la que White aporta, contemplamos como evolucionó antropológicamente la idea que las verdades y realidades matemáticas residen por fuera de la mente humana y penetran en la mente individual desde afuera, como lo planteó Durkheim (citado en White, 1988), pero debido a este planteamiento de que los conceptos matemáticos y científicos han entrado siempre en cada mente individual proviniendo desde afuera, se supuso que dichos

conceptos tenían origen en el mundo externo, en lugar de provenir de la cultura hecha por el hombre.

White (1988) afirma que los conceptos matemáticos tienen su origen y su *locus* en la cultura, el cuerpo de conducta y pensamiento tradicionales de la especie humana. Históricamente cada uno de los inventos, avances o descubrimientos son el producto de la especie humana, pero son hallados o descubiertos por cada individuo en la cultura matemática dentro de la cual se formó y el proceso de crecimiento matemático es un proceso de interacción de elementos matemáticos.

> *Hemos señalado que dentro del cuerpo de la cultura matemática ocurren acciones y reacciones entre los varios elementos. Un concepto reacciona sobre otro; las ideas se mezclan, se funden, forman nuevas síntesis. Este proceso continúa a través de todo el campo de la cultura, aunque más rápida e intensamente en algunas regiones (por lo general en el centro) que en otras (la periferia). Cuando este proceso de interacción y desarrollo llega a un cierto punto, nuevas síntesis cobran vida por sí solas. Estas síntesis son por cierto hechos reales y tienen una situación de tiempo y lugar. Los lugares son por supuesto el cerebro de los hombres. Debido a que el proceso cultural ha transcurrido de manera bastante uniforme a través de extensiones grandes en poblaciones numerosas, la nueva síntesis tiene lugar simultáneamente en un número de cerebros a la vez.[…] En el proceso del crecimiento cultural, debido a inventos o descubrimientos, el individuo es meramente el 'locus' o lugar neutral en donde ocurre el avance. El cerebro del hombre es sencillamente un agente catalizador, por así decirlo, dentro del proceso cultural* (White, 1988, p.354).

Desde la perspectiva antropológica, el lugar donde se producen los inventos y descubrimientos no tiene que ver con la calidad de los cerebros, sino con la posición del lugar con respecto a la zona cultural, así afirma White (1988) que la mayoría de los inventos y descubrimientos de las civilizaciones ocurren en centros de cultura, que es donde hay más interacciones, si se compara con respecto a la periferia, regiones remotas o aisladas.

Si desde este planteamiento, las ideas matemáticas penetran en la mente del matemático individual desde afuera, desde la corriente de la cultura en la que nació y se desarrolló civilmente, compartimos una gran pregunta con White: ¿de dónde provienen por primera vez la cultura en general y la cultura matemática en particular?, y ¿cómo fue que surgieron sus contenidos? ¿Qué evidencias tenemos de este surgimiento?

En la actualidad encontramos en las matemáticas sistemas y conceptos que fueron desarrollados por pueblos primitivos desde la Edad de Piedra, algunos perviven hoy en día, por ejemplo los sistemas de conteo de muchos grupos étnicos en los distintos continentes. Contar por decenas nació del uso de los dedos de ambas manos, el sistema vigesimal de los Mayas derivó de contar los dedos de las manos y también los de los pies y finalmente 'Calculi' quiere decir 'piedras' (o 'guijarros' o 'contadores') en latín.

Nos interesa recalcar que White (1988) plantea que sería redundante aclarar que las matemáticas no se originaron con Euclides y Pitágoras, sino que las matemáticas son un desarrollo del pensamiento que tuvo su comienzo con el hombre y la cultura, desde hace siglos. Para el autor, las matemáticas se consideran un constructo social y humano, que responde a las necesidades particulares de una sociedad en espacios y tiempos diferentes. Es comúnmente aceptado que una comunidad desarrolla prácticas y reglas matemáticas con su propia lógica para entender, lidiar y manejar la naturaleza. Es decir, la relación del hombre con la naturaleza es la que impulsa el desarrollo matemático, y es el hombre mismo, quien a partir de esa relación, construye las nociones matemáticas que le van a ser de utilidad a él y a su sociedad, por eso generan las ideas matemáticas, les dan vida y las mantienen vivas.

Desde este punto de vista, en este trabajo de investigación no se habla de la matemática (en singular), sino de las distintas y diversas prácticas matemáticas que se generan y que viven en el seno de las comunidades indígenas. Estos saberes matemáticos son transmitidos de generación en generación, ya sea por medio de una estructura escrita, grafológica o por tradición oral y pasan a ser parte de la herencia y legado cultural de un pueblo, que es en realidad el mundo o ambiente natural donde 'viven' las matemáticas, en el sentido de White (1988): un mundo externo al hombre, pero dependiente de él, a diferencia de la postura platónica.

> *El 'locus' o lugar de la realidad matemática es la tradición cultural, es decir el 'continuum' de conducta expresada por símbolos. Esta teoría ilumina también el fenómeno de la novedad y progreso de las matemáticas. […] Los conceptos matemáticos son independientes de la mente individual, pero residen plenamente en la mente de la especie, es decir, e la cultura. Los inventos y descubrimientos matemáticos no son más que dos aspectos de un hecho que simultáneamente ha tenido lugar en la tradición cultural y en uno o más sistemas nerviosos humanos. De estos factores, la cultura es el más significativo; allí residen los determinantes de la evolución matemática. El sistema nervioso humano es meramente el catalizador que ha hecho posible el proceso cultural* (White, 1988, p.362).

Finalmente con esta explicación cobran mayor sentido el desarrollo de algunos constructos que vamos a caracterizar más adelante para contestar algunas cuestiones que son pilares en esta investigación, como por ejemplo:

- ¿cómo es el conocimiento?
- ¿qué es el conocimiento cultural?
- ¿qué son las matemáticas?
- ¿qué es el conocimiento matemático?
- ¿qué son las matemáticas indígenas vivas?
- ¿cómo es el conocimiento matemático indígena?
- ¿cuál es la relación entre el conocimiento matemático y el conocimiento cultural?

En los apartados sucesivos abordamos una manera de responder a las cuestiones expuestas anteriormente.

2.3 ETNOMATEMÁTICA: MATEMÁTICA CULTURAL

El concepto fundamental de esta tesis es el de Etnomatemática y en este apartado vamos a presentar caracterizaciones de este concepto respecto a su naturaleza y límites, por distintos académicos e investigadores en áreas como la educación, la sociología, la antropología, la filosofía, la epistemología y desde luego, desde las matemáticas. Presentamos primordialmente los desarrollos teóricos de tres autores: A. Bishop, U. D'Ambrosio y M.L. Oliveras.

La noción de etnomatemáticas atiende a cuatro grandes áreas coincidentes en la bibliografía estudiada: la cognición situada, el conocimiento cultural, la educación y las producciones matemáticas.

Por ejemplo, Oliveras (2000c) explica el objeto de estudio de las Etnomatemáticas, a través de tres áreas temáticas:

- *Antropología cultural-matemática*, en la cual se establecen elementos para definir teóricamente y explicar la terminología y el enfoque antropológico y epistemológico de las Etnomatemáticas, que comprende análisis descriptivos de elementos culturales matemáticos.
- *Cognición matemática contextualizada*, en la cual se aportan elementos de la psicología cognitiva relacionados con la matemática en la vida cotidiana y el aprendizaje matemático dentro y fuera de la escuela.
- Aspectos Curriculares y otros dentro del *área educativa*, en la cual se realizan trabajos que plantean una posición crítica de las condiciones socioculturales y políticas relacionadas con la problemática del currículum y la enculturación o la enseñanza.
- Sobre la producción de las matemáticas como *producto social*, tiene que ver con la utilización y creación matemática.

Además, Oliveras (2000c) plantea que existe otra variable implicada en los trabajos de Etnomatemática, que no se relacionan con el contenido, sino con la *perspectiva actitudinal* con la que se abordan los problemas. Visión emancipadora, crítica social, valoración equitativa de todas las formas de pensamiento y de producción matemáticas. Esta variable ha sido abordada por otros autores como Knijnik (2004) para analizar el papel de las matemáticas, su uso y desarrollo curricular como elemento político que genera o ampara distintos valores o actitudes ante la organización social y el poder.

Alan Bishop (2000) afirma que "la etnomatemática se refiere tanto al estudio de las relaciones entre las matemáticas y la cultura como a las prácticas matemáticas concretas que se llevan a cabo dentro de las comunidades donde se halla ubicada la escuela" (p.40) y este consenso contribuye a promover un cambio en las ideas sobre la naturaleza de las matemáticas, lo cual distingue tres corrientes en el campo de investigación de la etnomatemática.

La primera de estas corrientes centrada en el estudio de las formas de conocimiento matemático desarrollado en sociedades tradicionales; la segunda, está orientada en documentar e interpretar otras historias de las matemáticas en otras zonas del mundo, como vía de complemento a la tradición eurocentristas de las matemáticas occidentales y la tercera corriente, está relacionada con las actividades que lleva a cabo el alumnado fuera del contexto escolar y por lo general señala los conflictos entre las matemáticas aprendidas dentro y fuera de la escuela de cara a la consecución de los aprendizajes. Bishop (2000) considera la tercera corriente como una de las más importantes porque conlleva a desarrollar acciones para promover una 'cognición situada' (Greeno, 1991), en la cual se considere que el aprendizaje de algo nuevo siempre se produce en una situación concreta y de este modo, en el proceso cognitivo se consideren los aspectos particulares (especialmente los sociales y culturales) de la situación.

2.3.1 ALGUNAS NOCIONES VINCULADAS AL CONOCIMIENTO Y LAS ETNOMATEMÁTICAS

Hemos estudiado distintas nociones 'adjetivadas' del conocimiento, que nos parece conveniente abordar en este trabajo para poder reconocer y ubicar la postura y tratamiento de este constructo.

Partimos del abordaje de Oliveras (1996) desde una epistemología cultural, que considera los principios relativos y definibles mediante criterios locales, ubicados en cada sistema socio-histórico o ecosistema intelectual, que es conocido por cada sujeto a partir de su contexto. Se reconocen tres tipologías: *conocimiento científico*, *conocimiento cotidiano* y *conocimiento profesional*, que se relacionan aunque tengan distintos objetos de estudio: teorías científicas o formuladas con reconocida validez, hechos y principios necesarios para la supervivencia y el desenvolvimiento en el medio, saberes propios de cada gremio o profesión.

Según Oliveras (2006) el 'conocimiento científico' y el 'conocimiento cotidiano' pueden estar interrelacionados a dos niveles: "el nivel psicológico, o nivel del sujeto que construye ambos, y al nivel genérico o socio-epistémico, relativo a los grupos sociales y a lo que podemos llamar culturas" (p.118). Según la autora, la interrelación de ambos conocimientos ocurre a nivel psicológico con una instrucción científica determinada, produciendo un conocimiento mixto y del cual participan todos los componentes del grupo, el conocimiento *profesional* (Ibídem).

Los conocimientos, ya que admite esta pluralidad de tipos de saberes y les conceptualiza como conocimientos, se caracterizan mediante su objeto, sujeto, procedimiento y ámbito, lo que diversifican las tipologías de conocimientos y aplica tal diversidad a los conocimientos matemáticos, de donde los establece como un conjunto cociente en el que cada tipo es una clase de equivalencia, una de las cuales es la matemática formal, pero no la única, sino una entre muchas. Por ello habla de "Multimatemáticas" vivas en diversos entornos socioculturales, uno de los cuales es el académico, pero no es exclusivo.

Oliveras (2006) afirma que los tres tipos de conocimiento tienen la misma validez epistemológica, ya que cada uno de ellos resuelve diversos tipos de problemas sociales, y aporta explicaciones de lo que es el mundo a distintos niveles, de modo que no son sustituibles unos por otros y ninguno de ellos es prescindible socialmente. En el ámbito personal, se solapan los tres en los sujetos con formación científica y los cotidianos y profesional en todos los sujetos cuya profesión sea cualquiera de las existentes en una sociedad.

Respecto al '*conocimiento etnomatemático*', los aportes de la fase empírica en la investigación de Oliveras (1995, 1996) nos aportan dos visiones: el conocimiento etnomatemático académico y el conocimiento etnomatemático artesanal. El '*conocimiento etnomatemático académico*', se refiere a los conceptos matemáticos del contexto académico, ya sea el escolar o el universitario, de los cuales se hace un uso implícito en el contexto artesanal, mientras que el '*conocimiento etnomatemático artesanal*', se refiere a aspectos matemáticos de la cultura, contextualizada o situada en los entornos y escenarios artesanales, estos aspectos matemáticos son producidos y permanecen o viven en estos escenarios para desarrollar una terminología específica que logre adecuar el concepto genérico al uso concreto y resolver problemas del entorno. (Op.Cit.).

Desde la perspectiva teórica del modelo MEDIPSA (Oliveras, 1996) el conocimiento se produce con continuidad temporal en todos los ámbitos de la vida humana y no sólo en el ámbito escolar. Oliveras (que coincide con D'Ambrosio) concibe el conocimiento como un 'todo' que se puede parcelar o dividir para su análisis, sin embargo la actividad docente ha de tener en cuenta la diversidad de fuentes de conocimiento y los condicionantes que tiene el conocimiento escolar inmerso en el potente conocimiento cultural. Por otra parte, D'Ambrosio da un amplio abordaje al asunto del conocimiento, pero lo ubica desde un dinamismo especial, relacionándolo como un elemento para comprender y enfrentar la realidad, como se mostrará más adelante.

A nivel individual, Bishop (1988a) afirma que el aprendizaje del individuo está influenciado por el aprendizaje de los demás, es decir, que el alumno construye y reconstruye su conocimiento a partir de las interacciones que experimenta y que complementa a los aspectos cognitivos porque el aprendizaje se vuelve significativo en relación con los sentimientos, opiniones, actitudes y aspectos afectivos en general. Esta

idea plantea que los aspectos sociales y la interacción son herramientas significativas en la construcción del conocimiento.

Respecto al '*conocimiento indígena*', compartimos la caracterización de Louise Grenier (1999), que establece que es el "conocimiento singular, tradicional y local que existe dentro de las condiciones específicas de mujeres y hombres de un área geográfica particular y que se desarrolló alrededor de ellas" (p.1), además, los sistemas de conocimiento indígena (desde la colectividad) son dinámicos, pues continuamente se agregan nuevos conocimientos, pero están regidos firmemente por los mitos y ritos que conforma su herencia e idiosincrasia cultural. Dichos sistemas pueden producir innovaciones desde dentro y también pueden internalizar, usar y adaptar conocimientos externos a sus situación, procurando la sobrevivencia y trascendencia cultural.

Según Grenier (1999, p.2) el conocimiento indígena se preserva en la memoria y en las actividades de las personas y se manifiesta a través de "cuentos, canciones, folclor, proverbios, danzas, mitos, valores culturales, creencias, rituales, leyes comunitarias, lenguaje local y taxonomías, prácticas agrícolas, herramientas, materiales, especies de plantas y razas animales", además, el conocimiento indígena se comparte por tradición oral, a través de ejemplos específicos y por medio de la cultura. Estas formas de comunicación establecen una serie de patrones de pensamiento, asociados a la cosmovisión, que son de vital importancia para los procesos de toma de decisiones en el ámbito local, y que a su vez rigen dinámicas sociales generalizadas y tácitas en la comunidad indígena, que son las que permiten la preservación y diseminación del conocimiento en estos colectivos étnicos.

Con lo planteado por White, D'Ambrosio, Bishop, Oliveras y Grenier, confirmamos que el conocimiento en general y por lo tanto, también el matemático emerge de la vida diaria a partir de la interacción social y de su institucionalización a distintos niveles. Profundizamos en esta idea en los siguientes apartados.

2.3.2 EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO CULTURAL (CMC)

En esta investigación caracterizamos el Conocimiento Matemático Cultural a través de una serie de atributos y lo asumimos como un constructo fundamental de trabajo. El conocimiento matemático cultural es versátil y dinámico, holístico y transdisciplinar, contribuye a definir el comportamiento humano y es una herramienta para la sobrevivencia y la trascendencia dentro de un grupo cultural. A continuación vamos a desarrollar más estas ideas.

2.3.2.1 CMC ES VERSÁTIL Y DINÁMICO

Históricamente, las dinámicas de interacción han contribuido a que las percepciones y la comunicación entre generaciones se fueran transformando, de modo que el encuentro de

grupos con culturas diferentes ha generado una dinámica cultural que hace imposible pensar en una cultura estática o congelada en el tiempo o en el espacio.

Para D'Ambrosio (2007, 2008) las distintas maneras de hacer (prácticas) y de saber (teorías) que caracterizan a una cultura en su manera de resolver situaciones problemáticas que surgen de la realidad son el resultado del conocimiento.

Es decir que "conocimiento es saber y hacer", y la generación y preservación del conocimiento en una cultura responde a una forma de coherencia:

> *Una cultura es identificada por sus sistemas de explicaciones, filosofías, teorías y acciones en sus comportamientos cotidianos. Todo esto se apoya en procesos de comunicación, representación, clasificación, comparación, cuantificación, medición y de inferencias. Estos procesos ocurren de manera diferente en las diversas culturas y se transforman a lo largo del tiempo. En ellos siempre se revelan las influencias del medio y se organizan con una lógica interna, se codifican y se formalizan. Así nace el conocimiento* (D'Ambrosio, 2005b, p.102).

Los conocimientos y los comportamientos son compartidos, registrados de manera oral, escrita o gráfica y son difundidos para garantizar la pervivencia de las sociedades, por lo tanto, al estudiar el comportamiento y el conocimiento humanos se puede reconocer que el conocimiento matemático ocurre de manera diferente en culturas y épocas distintas.

El conocimiento, en su manera más general, genera un comportamiento que se va modificando a partir de la interacción social, con lo cual consideramos que el comportamiento y el conocimiento están en constante transformación y se enlazan en una relación simbiótica de completa interdependencia.

2.3.2.2 CMC ES HOLÍSTICO Y TRANSDISCIPLINAR

En general, en el enfoque holístico del conocimiento propone un análisis crítico de su generación, producción, organización intelectual-social así como de su difusión en una realidad temporal y contextual. Sin embargo, en el enfoque disciplinar, estos análisis se hacen desvinculados y subordinados a distintas áreas del conocimiento, como lo son las ciencias de la cognición, la epistemología, las ciencias y las artes, la historia, política, educación y ciencias de la comunicación.

La caracterización del enfoque holístico descrito por D'Ambrosio en la comparación anterior, coincide con la perspectiva de Jaén (entrevista personal, 2003) quien afirma que el conocimiento de las culturas específicas la mayoría de las veces está integrado, o sea no se separa por especialidades y otorga importancia al conocimiento cosmogónico, al aprender de la naturaleza, del universo y de las relaciones que hay entre lo que se observa del cielo y los planetas y del mundo en el que se vive a diario.

La percepción holística de los hechos y su influencia con el conocimiento corresponden a un tratamiento histórico en el cual la cultura académica ha promovido

una división a través de disciplinas que desarrollan su cuerpo conceptual por separado y han dado origen a métodos específicos para conocer objetos de estudio bien definidos, dando lugar a cuerpos de conocimiento que no permiten concebir la ciencia y el conocimiento como un todo unificado.

La dinámica que se experimentó desde finales del siglo XX hasta la actualidad, ha gestionado una nueva cultura planetaria en la cual se ha intensificado el uso de las nuevas tecnologías de información y comunicación, se ha promovido una visión multicultural en la cual se incita a la unión no disjunta de varias culturas que coinciden en tiempo y espacio.

La etnomatemática según D'Ambrosio (2007), puede promover una matemática humanística que sea vista como una disciplina que preserve la diversidad y elimine la desigualdad discriminatoria entre los distintos tipos de conocimiento, de este modo, a pesar de que las visiones multidisciplinares o interdisciplinares son útiles e importantes, reconoce que éstas sólo pueden conducir a una visión completa de la realidad, que está subordinada al conocimiento desde la visión transdisciplinar.

D'Ambrosio (2007, 2008) establece que bajo el modelo de 'matemática humanística' se pueden encuadrar prácticamente todos los enfoques modernos del conocimiento, puesto que todo conocimiento es el resultado de un largo proceso acumulativo, en el que se identifican estadios, naturalmente no dicotómicos entre sí, cuando se da la generación, la organización intelectual, la organización social o la difusión del mismo en un proceso cíclico de adquisición individual y social del conocimiento, que está sujeto a condiciones muy específicas de estímulos y de subordinación al contexto natural, cultural y social.

2.3.2.3 CMC PARA LA SOBREVIVENCIA Y LA TRASCENDENCIA: MATEMA

El CMC es un conocimiento que se aplica para resolver las situaciones del presente y planificar las condiciones para resolver problemas en el futuro. Al proceso de organización del conocimiento, de recordar, actuar y resolver las situaciones del presente D'Ambrosio le llama 'Sobrevivencia', mientras que la relación del proceso de organización del conocimiento presente con el futuro, el autor le llama 'Trascendencia'.

Hemos estudiado que en la estructura anatómica del cerebro, el mesencéfalo o cerebro medio es la parte que se activa para traer los conocimientos del pasado al presente y de esta manera producir el aprendizaje a través de comportamientos y emociones (Skemp, 1980). La sobrevivencia y la trascendencia son dos resultados de ese proceso de organización mental, como veremos en la figura a continuación.

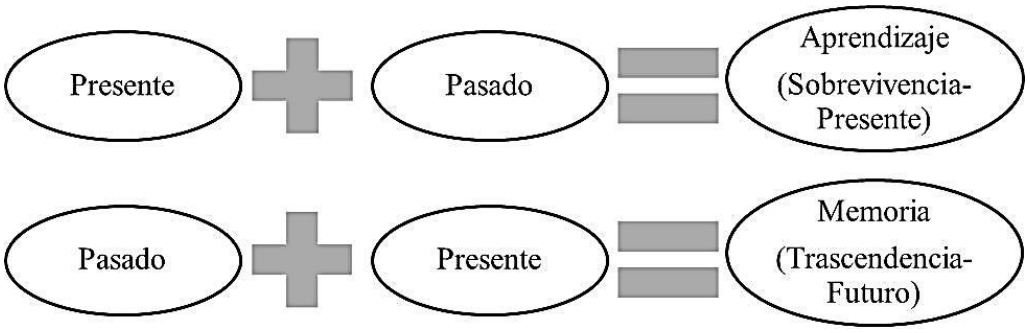


Figura 2.3. Sobrevivencia y Trascendencia dos resultados cognitivos.

En el presente tenemos que afrontar una serie de situaciones para garantizar nuestro confort y asegurar las necesidades básicas para vivir, muchas veces tenemos que enfrentar problemas y para ello recurrimos al recuerdo de resolución de otros problemas parecidos, hacemos relaciones y resolvemos el nuevo problema, con lo cual, al enfrentar la situación del presente, a partir del conocimiento del pasado, generamos nuevo conocimiento que nos permite y nos facilita la supervivencia. Por otra parte, si vamos a planificar una acción futura que garantice las condiciones de resolución de un problema esperado, aplicamos los conocimientos (recuerdos) del pasado y las composiciones mentales desarrolladas en el presente y que queremos que se alberguen en la memoria.

Muchas de las reflexiones de D'Ambrosio (2005b, 2007, 2008) sobre el proceso de adquisición y elaboración del conocimiento relacionan al individuo con su presente, su pasado y su futuro. Explica que la adquisición y elaboración del conocimiento se da en el presente como resultado de un proceso individual y cultural, experimentado en el pasado, que le permite generar estrategias de acción para el presente, en las cuales incorpora nuevos hechos: 'mentefactos' y 'artefactos' promoviendo su acción para el futuro. Desde esta postura, el conocimiento (matemático cultural) es el resultado de un comportamiento generado por la acción con la cual se promueve la sobrevivencia y la trascendencia.

Para D'Ambrosio (2007, 2008) el 'ciclo vital', constituido por la realidad, el individuo y la acción, es permanente y permite a todo ser humano interactuar con su medio ambiente con la realidad que se considera como un complejo de hechos naturales y artificiales. La atención en esta propuesta rige sobre el ser humano como individuo inmerso en una realidad natural y social, que está en permanente interacción con el medio ambiente natural y sociocultural.

> *El 'comportamiento', que también llamamos 'práctica', 'hacer' o 'acción', se identifica con el presente y determina la teorización, las explicaciones organizadas que surgen de una reflexión sobre el hacer. Esa teorización y elaboración de un sistema de explicaciones es lo que generalmente llamamos 'saber' o simplemente 'conocimiento'. En verdad, el conocimiento es el sustrato del comportamiento, que es la esencia del estar vivo* (D'Ambrosio, 2007, p.89).

En el enfoque holístico que propone D'Ambrosio (2007) la supervivencia y la trascendencia son elementos esenciales y fundamentales, puesto que la supervivencia es el combate contra la extinción y las acciones para trascender -que siempre acompañan las acciones para sobrevivir- tienen su efecto en la realidad, creando nuevas interpretaciones y utilizando la realidad natural contextual para modificarla al introducir nuevos conocimientos. El autor establece que la relación dialéctica entre el saber y el hacer está impulsada por la conciencia y relacionada con cuatro dimensiones de adquisición del conocimiento: sensorial, intuitiva, emocional y racional. Dichas dimensiones no son jerarquizadas y son complementarias.

> *[…] reconocemos que no puede haber presente congelado, como no hay una acción estática, como no hay comportamiento sin una retroalimentación instantánea (evaluación) que resulta de su efecto. Así podemos ver el comportamiento como lo que hay entre la realidad, que informa, y la acción, que la modifica* (D'Ambrosio, 2007, p.92).

La 'acción' genera el 'matema' que para D'Ambrosio (2007) es la capacidad de explicar, de tratar, de manejar y de entender la realidad. El proceso de generar conocimiento como acción se enriquece con el proceso de comunicación en el cual los sujetos intercambian sus conocimientos personales con otros inmersos en el mismo proceso, ese intercambio está relacionado con el 'convivir' y los aspectos de comportamiento del presente, relacionados con las voluntades, ambiciones y motivaciones que se persiguen en la colectividad es lo que el autor define como 'sentido de trascendencia'.

Todas las nociones que se generalizan a través de un pacto social constituyen un conocimiento generado por la interacción común, que es el resultado de la comunicación social, organizada intelectual y socialmente hasta constituir la Cultura que es el sustrato de los conocimientos, de los saberes/haceres, así como comportamientos resultantes, compartidos por un grupo, comunidad o pueblo para permitir la vida en sociedad (D'Ambrosio, 2007).

MATEMA: Conocimiento, comportamiento y acción

Según D'Ambrosio (2005b) el individuo no sólo ejecuta su ciclo vital por la motivación animal de *sobrevivencia*, sino que adjunta a éste proceso otros objetivos mayores, a través de la conciencia del saber/hacer, es decir, que hace porque sabe y sabe porque hace.

La idea anterior relaciona el conocimiento con el comportamiento y con la acción como tres elementos interrelacionados que se componen y complementan entre sí.

D'Ambrosio utiliza las acepciones de 'artefacto y mentefacto' para referirse a lo que se entiende como 'concreto y abstracto', pues considera que su forma de entender el conocimiento relaciona las palabras 'mentefacto' y 'artefacto' con la forma en la que son generados los hechos. Es decir, el 'mente-facto' se refiere a los hechos generados mentalmente y el 'arte-facto' se refiere a los hechos generados de manera sensorial.

Para D'Ambrosio (2005b) el conocimiento es el generador del saber, que es decisivo para la acción. Por consiguiente, es el comportamiento en la práctica por lo que se evalúa, se redefine y se reconstruye el conocimiento. De esta manera, la conciencia es la fuerza impulsora de la acción humana hacia el saber / hacer y hacia el hacer / saber, es decir, lo que el autor llama supervivencia y trascendencia.

Las informaciones que son procesadas por el individuo y se convierten en estrategias de acción, a su vez originan nuevos hechos (artefactos o mentefactos) que son incorporados a la 'nueva' realidad modificada o actualizada por la inserción de estos nuevos hechos a la colección de hechos precedentes. La realidad, como se ilustra en la siguiente figura, está en constante modificación puesto que el pasado dota de insumos para asumir el presente (sobrevivencia) y éste se proyecta por la intermediación de los individuos para el futuro (trascendencia).

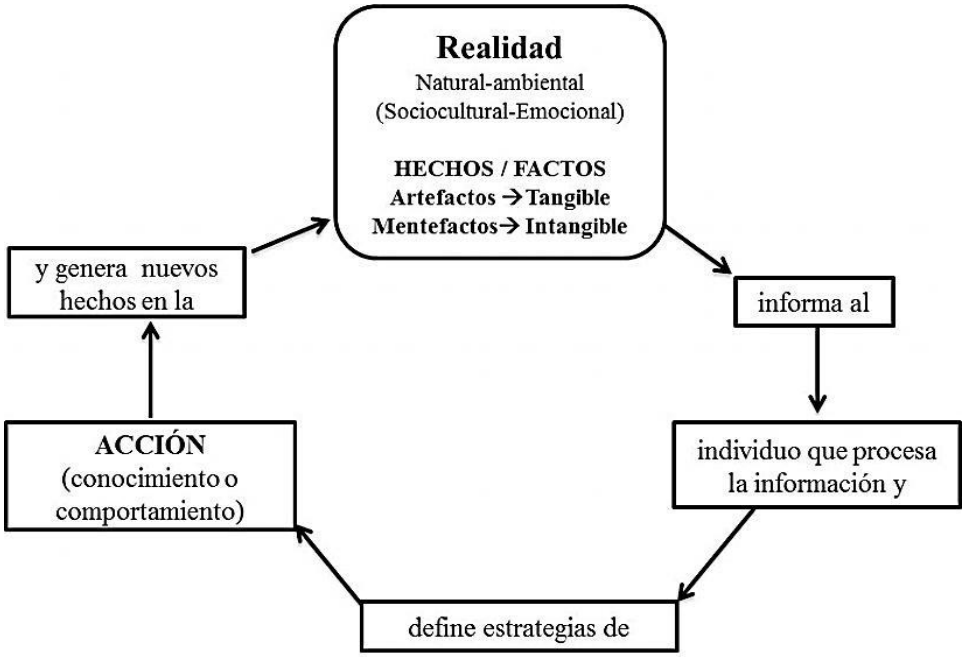


Figura 2.4. Proceso de generación de conocimiento a partir de la acción, adaptada de D'Ambrosio (2008, p.49).

La sobrevivencia y la trascendencia no son hechos individuales, sino que se manifiestan a través de la convivencia y la interacción, en la cual los mecanismos para producir el conocimiento matemático cultural se definen a través de estrategias de acción común que están regidas por una estructura cosmogónica. Esto se profundizará más adelante.

2.3.3 ETNOMATEMÁTICAS Y MATEMÁTICA

En este apartado establecemos diferencias entre la etnomatemática y la matemática, caracterizando la primera para distinguir los elementos que la hacen distinta de la segunda a través de reflexiones en torno a las matemáticas occidentales y las matemáticas indígenas.

La etnomatemática para D'Ambrosio (2004, 2005b, 2007, 2008) no significa el estudio de las "matemáticas de las diversas etnias", por lo cual plantea que la esencia del Programa de Etnomatemática es el estudio de las distintas formas de conocer. En la constitución etimológica de la palabra utiliza tres raíces: etno + matema + tica.

> *Para componer la palabra "etno-matema-tica" utilicé las raíces 'tica', 'matema' y 'etno' para referirme a que hay varias maneras, técnicas, habilidades (ticas) de explicar, de entender, de tratar y de convivir con (matema) distintos contextos naturales y socioeconómicos de la realidad (etnos)* (D'Ambrosio, 2007, p.97).

Por lo tanto, etnomatemática significa un conjunto de artes, técnicas de explicar y de entender, de lidiar con la realidad de distintos grupos culturales en su ambiente social, cultural y natural (D'Ambrosio, 2005a). Además, la etnomatemática está considerada como "la matemática practicada por grupos culturales, tales como comunidades urbanas y rurales, grupos de trabajadores, grupos de profesionales, niños de cierta edad, sociedades indígenas y otros que se identifican por objetivos o tradiciones comunes" (D'Ambrosio, 2008, p.9).

En este trabajo, la etnomatemática se concibe como una vertiente de la Didáctica de la Matemática que estudia: la manera de conocer de un grupo cultural, regido por una tradición mítica y cosmogónica, que define sus comportamientos a partir de la manera de percibir e interpretar el mundo y las relaciones tangibles e intangibles de los elementos del mundo. En particular, estudiamos las maneras de conocer que descubrimos del mundo indígena y cómo esas maneras de comprender, representar, entender y clasificar el mundo están presentes en la dinámica social y son prioritariamente heredadas a través de la tradición oral, todo esto con el fin de proponer una estrategia de acción educativa que no amenace sus raíces ancestrales y a la vez no los limite o excluya dentro del panorama globalizado de la educación matemática mundial.

2.3.3.1 ETNOMATEMÁTICAS OCCIDENTALES

Partimos de que la matemática constituye una herramienta para representar e interpretar la realidad y para establecer relaciones que puedan ordenar la comprensión de esta realidad. En esta investigación la matemática se concibe como un lenguaje que permite expresar y explicar una manera de concebir el mundo (tangible e intangible) y sus relaciones.

Ubiratán D'Ambrosio (2005b) entiende la '*matemática*' como una estrategia desarrollada por la especie humana a lo largo de su historia para explicar, para entender, para manejar y para convivir con la realidad sensible, perceptible y con su imaginación, de manera natural dentro de un contexto ambiental y cultural. Además, D'Ambrosio (2005a) considera que la matemática es un "instrumento importante para mejorar la calidad de vida y la dignidad en las relaciones humanas, así como también es el soporte de los instrumentos intelectuales y materiales propios de una cultura" (p.64).

Ron Eglash (2000) establece que la '*matemática occidental*' es vista como la culminación de un desarrollo secuencial y único del pensamiento humano, mientras que Bishop (2001) establece que los historiadores de las matemáticas han sobredimensionado la historia de las matemáticas occidentales y critica que algunos escritores, como Bell (1961) y Kline (1972) han escrito sobre la historia de las matemáticas como si las únicas matemáticas que hubiesen existido fueran las de la tradición occidental. Además afirma que se han hecho referencias superficiales sobre algunas ideas de las culturas orientales, pero desconociendo los nombres de los que han aportado sus ideas. Ejemplifica el sesgo de información sobre la dinámica cultural en la historia de las matemáticas, mencionando el trabajo de Fauvel y Gray (1987) donde se muestra un fuerte sesgo occidental, con referencia a algunos matemáticos musulmanes, pero ninguna a matemáticos chinos o indios.

Las *matemáticas occidentales*, entendidas como una disciplina que se ha denominado "matemática", son para D'Ambrosio (2005b, 2007, 2008) una "etnomatemática" que se originó y desarrolló en Europa, a partir de contribuciones de las civilizaciones india e islámica y que evolucionó hasta el estado de los siglos XVI y XVII cuando fue llevada e impuesta al resto del mundo, adquiriendo en el siglo XIX el carácter de universalidad, que se incentivó con la globalización en todas las actividades y áreas del conocimiento.

Esta matemática ha sido conceptualizada como "la ciencia de los números y las formas, de las relaciones y de las medidas, de las inferencias, y se caracteriza por la precisión, el rigor, y la exactitud". (D'Ambrosio, 2007, p.98). Al igual que la religión y la lengua han sido elementos de dominio de unas culturas sobre otras, hablar de esta matemática en ambientes culturales indígenas es una forma de expandir la influencia de la cultura dominante (D'Ambrosio, 2005a).

D'Ambrosio (2005b, 2007, 2008) habla de la '*matemática dominante'* y la caracteriza como un instrumento desarrollado en los países centrales y muchas veces utilizado como instrumento de dominación, que se presenta con tal grado de superioridad que amenaza la 'matemática del día a día'. Coincidimos en que existe una falsa suposición acerca de la relación entre inteligencia-racionalidad y matemáticas (D'Ambrosio, 2005b) y que la matemática debidamente contextualizada puede ser un instrumento para el acceso social (D'Ambrosio, 2005a).

2.3.3.2 ETNOMATEMÁTICAS INDÍGENAS

En esta investigación entendemos *las* 'matemáticas indígenas' como herramientas que permiten estructurar los conocimientos de una manera particular, vinculando los procesos de sobrevivencia y trascendencia con la manera indígena de comprender el mundo y sus relaciones: organizando la información ancestral a través de patrones y simbolismos relacionados con el mundo concreto tangible, pero con un sistema de significados que responde a su cosmovisión; sus abstracciones son tangibles, orales, llevadas a las historias míticas por la tradición oral, pero que en un plano superior a lo

físico contienen un conjunto elaborado y organizado de simbolismos que son los que rigen su actuar y su manera de comprender lo concreto y experiencial.

En el mundo indígena, los eventos ocurren de acuerdo a su concepción de mundo; lo bueno y lo malo sucede por una estructura, todo tiene una explicación, una razón, que se trasciende de los simbolismos escritos, pero que existen en una noción o conocimiento común y compartido, con el cual se organizan los elementos que conforman el mundo físico, las acciones gremiales y las actividades diarias. Dicha estructura impone rigor en las formas de organización social (como por ejemplo la estructura clánica), en la secuencia para realizar determinados rituales (que podría entenderse como un algoritmo con estructuras de orden). En el mundo indígena lo mítico se funde con lo tangible y esa es su manera matemática de concebir el conocimiento.

Distinguimos las etnomatemáticas indígenas vivas de las etnomatemáticas indígenas no-vivas. Las etnomatemáticas no-vivas podrían estudiarse desde la 'arqueomatemática', es decir, estudiarse como productos matemáticos arqueológicos, que ya no tienen vigencia cultural, pues han perdido su uso, han desaparecido o bien son piezas de museos.

Coincidimos con Oliveras (1996, 2000c, 2006) en que las *matemáticas vivas* son las que tienen vigor en un contexto histórico, geográfico y social; de este modo, consideramos que las prácticas matemáticas contextualizadas son una herramienta y un lenguaje "vivos", utilizados y eficaces en los ámbitos socioculturales.

Así, las *matemáticas indígenas vivas* son unas matemáticas que tienen un sentido holístico de la realidad y que permiten establecer una estructura conceptual por medio de la cual conciben, relacionan y representan el mundo y las relaciones entre los objetos tangibles e intangibles que componen ese mundo.

Bishop (1995) aporta un ejemplo de lo que pretendemos con esta reseña. Él establece que "las propiedades simbólicas y religiosas de las figuras geométricas son de mayor interés en algunas sociedades que en otras, al igual que los poderes adivinatorios de ciertas prácticas numerológicas" (p.8). Menciona que podemos encontrar concepciones del espacio muy diferentes extraídas de las nociones de Euclides acerca de puntos, líneas y regiones; sin embargo, Bishop hace alusión al trabajo de Rick Pinxten (1983) con los indígenas Navajos, quienes creen que los objetos siempre están en movimiento (algunos más que otros) y que el espacio no puede ser subdividido.

D'Ambrosio (2007) afirma que la *etnomatemática del indígena* "es eficiente y adecuada para las cosas de aquel contexto cultural, en aquella sociedad. No tenemos que substituirla. La etnomatemática del blanco sirve para otras cosas, igualmente muy importantes, propuestas por la sociedad moderna y no debemos ignorarla" (p.101).

Consideramos que comprender ambas etnomatemáticas (occidentales-dominantes- e indígenas) puede ofrecer mayores posibilidades para encontrar explicaciones, para comprender el mundo desde varias perspectivas, puesto que el acceso a más instrumentos o técnicas intelectuales, da mucha más capacidad y entendimientos para el manejo de situaciones nuevas y para la resolución de problemas.

2.3.4 LA METÁFORA DEL TRÉBOL: UNA CONCEPCIÓN DE LAS MATEMÁTICAS

Para esta investigación, asumimos la caracterización de las matemáticas que plantea Oliveras (2000a) quien afirma que no hay una definición única de lo que ellas son y plantea una concepción de las matemáticas desde una perspectiva centrada en las personas; los grupos culturales y la propia matemática considerada como ciencia, no como un lenguaje formal.

Es a partir de esta reflexión que genera una metáfora respecto a las matemáticas que refleja su concepción personal, plantea Oliveras (2000a) que al tener componentes científicos, sociales y culturales y trascender del ámbito escolar, las matemáticas no son solamente los procesos que realiza un sujeto sino, que son el conjunto de tres tipos de acciones humanas: formas personales de pensar individualmente, producto colectivo social y cultural, y ciencia formal, de forma integrada, es simbolizable mediante un trébol, con tres hojas inseparables que lo constituyen. El aglutinante es de carácter epistemológico: pueden caracterizarse como una estructura de relaciones lógicas establecidas entre objetos reales o entre entes abstractos.

La metáfora de las matemáticas que plantea Oliveras (2000a) implica componentes científicos, sociales y culturales y coincide con la concepción holística planteada por D'Ambrosio (2005b, 2007, 2008). Nos parece adecuado aportar una representación gráfica de la "metáfora del trébol" de Oliveras (2000a) ya que existirá alguien que no tenga una imagen mental de lo que es un trébol, así como también para hacer explícitos los tres componentes de su concepción. Lo ilustramos la siguiente figura.



Figura 2.5. Metáfora de las Matemáticas según Oliveras (2000a).

Comentaremos brevemente basados en Oliveras (1996, 2000a, 2000b, 2000c), las partes de esta concepción de las matemáticas representadas por cada una de las "tres hojas del trébol" o componentes de la metáfora.

2.3.4.1 LAS MATEMÁTICAS COMO CIENCIA

Oliveras (1996) afirma que es imposible desde su posición dar una definición única. Cita a varios autores (Popper, Lakatos, Vigotsky, Morín, entre otros) para aclarar la dicotomía entre positivismo y relativismo, situando su visión en el relativismo.

Afirma que desde el positivismo se llega a considerar la influencia histórica en las matemáticas, por ejemplo, Kuntzman (1978, citado en Oliveras, 2000a), manifiesta la evolución histórica, asumiendo que los contenidos de las matemáticas han ido cambiando a lo largo del tiempo. Borel (1962, citado por Oliveras, 2000a) establece que las matemáticas estudian las relaciones de entes abstractos que han sido definidos de manera arbitraria con la única condición de que estas definiciones no conduzcan a una contradicción; con lo cual Russel (1903, citado en Oliveras, 2000a) concluye que "las matemáticas son una ciencia en la que nunca se sabe de qué se habla, ni si lo que se dice es verdadero" (p.18). Sin por ello aceptar estos autores que pueda haber más de un tipo de conocimiento matemático: el científico.

La visión de Oliveras es relativista y la aceptación de varias matemáticas posibles va acompañada de un posicionamiento de producción constructivista social en el que se sitúa su visión: "en ambos casos el conocimiento se produce por un procedimiento constructivo, es decir vivo e idiosincrático de cada situación" (Oliveras, 1996, p.77).

Para Oliveras (2000a) las *matemáticas escolares* han sido matizadas con la concepción de matemáticas como ciencia, puesto que afirma que para el estudiante las matemáticas involucran conceptos, propiedades, procedimientos de cálculo, procesos de razonamiento, estrategias de resolución de problemas y un lenguaje específico formal,

que, en conjunto, constituyen el modo matemático de tratar temas numéricos, geométricos, o estadísticos y otros temas que son objeto de otras ciencias y que requieren de cálculos o modelos para ser comprendidos.

Esta concepción otorgada a las matemáticas escolares está basada en lo que D'Ambrosio (2005b, 2007, 2008) ha llamado las matemáticas dominantes, es decir en el planteamiento cognitivo disciplinar de las matemáticas que surgieron en la cuenca del Mediterráneo, o que son llamadas también matemáticas occidentales.

Dentro de este planteamiento, como ciencia, se incluye una versión funcional o aplicada de las matemáticas como ciencia, puesto que en la historia se han identificado muchas aplicaciones a distintas ramas de la ciencia, como por ejemplo la física, la química, la biología, la geología, la geodesia o las ciencias sociales, a las que se han sumado con el objeto de darle un carácter científico desde el paradigma positivista.

2.3.4.2 LAS MATEMÁTICAS COMO FORMA DE PENSAR

Esta forma de concebir las matemáticas puede generar amplias reflexiones. Oliveras (2000a) destaca que todos pensamos matemáticamente en la vida cotidiana, así como en la vida profesional, donde las matemáticas son una herramienta para desempeñar nuestro rol u oficio como miembros de la sociedad.

La forma de pensar que usan los Matemáticos, es decir los profesionales encargados de la creación matemática a partir de teoremas y axiomas en los que aplican el razonamiento lógico para realizar demostraciones y establecer teorías, es un pensamiento científico. Pero los matemáticos no siempre crean teorías, en su vida cotidiana piensan según su cultura natural.

En todas las culturas la forma de pensamiento radica en sacar conclusiones por un camino mental y las personas producen pensamiento matemático que la autora llama cotidiano. Cada persona tiene sus peculiaridades de pensamiento pero lo importante es que: "Las matemáticas se crean con el pensamiento, son una parte de nuestra forma de pensar" (Oliveras, 2000a, p.24). Es decir, los impulsos naturales de la lógica común que utilizan las personas cuando tienen la necesidad de resolver un problema en la vida diaria, cuando requieren comprender o interpretar información en los medios de comunicación, para tomar decisiones en el terreno económico, o bien, para observar propiedades geométricas presentes en la naturaleza, en el arte o en las construcciones arquitectónicas del entorno, pueden incluir elementos de pensamiento matemático. El aprendizaje está relacionado con las condiciones personales del individuo, y con su *pensamiento matemático* como una de ellas, por lo tanto este aspecto debería ser tenido en cuenta en la enseñanza de las matemáticas.

Desde esta concepción, entendemos que quien aprende las matemáticas, solamente las aprende y las pone en práctica; el que las enseña, aprendió las que estaban creadas y escritas; mientras tanto, el matemático que las crea, las aprendió y tal vez tuvo oportunidad de enseñarlas, sin embargo ha profundizado en las ideas y ha usado la

lógica simbólica para diseñar estructuras que permiten resolver problemas de diversas índoles.

2.3.4.3 LAS MATEMÁTICAS COMO PRODUCTO SOCIAL Y CULTURAL

Los seres humanos somos seres gregarios y Oliveras (2000b) plantea que la convivencia estimula la creatividad y las relaciones que surgen de la convivencia a su vez generan comunicación y elaboración de abstracciones que forma parte del saber cultural común.

Oliveras (2000b) establece que ese saber común en muchas culturas les "ha permitido contar, medir, razonar, establecer situaciones, descripciones de los entornos físicos, con signos especiales, y otras sucesivas explicaciones simbólicas, con expresiones abstractas, generando un conocimiento que hemos llamado matemático" (p.33). Dicho conocimiento matemático ha sido patrimonio de unos pocos, los matemáticos, como una forma de conocimiento ampliamente abstracto.

Sin embargo, la creación de las matemáticas no siempre ha sido responsabilidad de los matemáticos, sino también por ciudadanos que con otras profesiones han puesto en acción su pensamiento contextualizado, sus conocimientos profesionales y han dado frutos matemáticos, imprescindibles en la utilidad personal o gremial, que ha permitido el desarrollo social (ibídem), es así como Oliveras (1995) construye su propia concepción de las etnomatemáticas, que ella llama '*Multimatemáticas vivas*'.

Para Oliveras (2000b) las formas culturales abarcan la lengua, el arte, la historia, la familia y la ubicación geográfica. El planteamiento teórico de las *multimatemáticas vivas* reconoce las diversas formas matemáticas: culturales, personales y científicas, dependientes de los diversos modos personales y culturales de pensamiento.

2.3.5 LAS PRÁCTICAS Y LAS ACTIVIDADES MATEMÁTICAS

En este apartado nos ocuparemos de comentar los fundamentos de algunas prácticas o actividades matemáticas que los autores estudiados identifican de forma común en cualquier grupo cultural.

D'Ambrosio (2007) distingue ocho tipos de prácticas para describir el saber/hacer matemático que es contextualizado y responde a factores naturales y sociales que permiten encontrar explicaciones y definir estrategias para lidiar con el ambiente inmediato y remoto, dichas prácticas matemáticas son: comparar, clasificar, cuantificar, medir, explicar, generalizar, inferir y evaluar.

Por otra parte Bishop (1988a, 1995, 1999) plantea seis Actividades Matemáticas Universales (AMU): contar, localizar, medir, diseñar, jugar, explicar. Utiliza la denotación de 'universal' para indicar que se trata de elementos presentes en todas las

culturas humanas conocidas o documentadas, sin detrimento de que existan grupos culturales en donde no se realice alguna de ellas. Bishop (1988a, 2001) establece que las matemáticas son parecidas a un lenguaje y que se pueden entender como una 'tecnología simbólica', entendiendo la habilidad de los individuos para controlar su desarrollo simbólicamente. Dicha tecnología simbólica puede caracterizarse a partir de las AMU, adaptadas al contexto medio-ambiental.

La matemática de lo cotidiano se identifica como la matemática aprendida en el entorno comunal y en el ambiente familiar, a través de juegos e interacción social. Los estudios al respecto muestran que lo cotidiano está impregnado de saberes y quehaceres propios de la cultura donde la matemática tiene presencia, puesto que durante las tareas cotidianas los individuos están comparando, clasificando, cuantificando, midiendo, explicando, generalizando, infiriendo y evaluando con los instrumentos materiales e intelectuales que son propios de su cultura. Tanto las prácticas matemáticas como las actividades matemáticas son importantes en este trabajo. La figura que mostramos seguidamente, expone una organización de la información en forma de diagrama, con el fin de evidenciar las prácticas o actividades comunes con nomenclatura común para ambos autores.

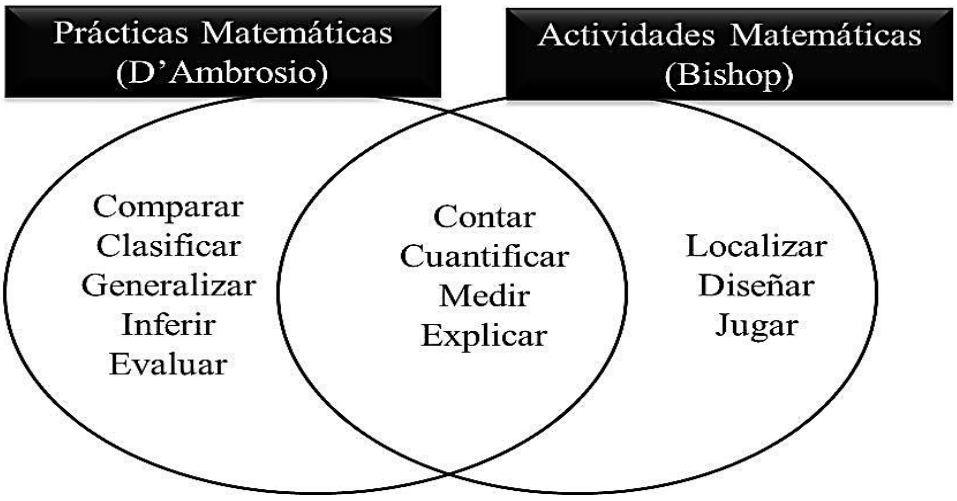


Figura 2.6. Prácticas y Actividades Matemáticas.

En este trabajo de investigación, hemos decidido profundizar teóricamente en la caracterización de las AMU encontradas en los trabajos de Bishop (1988a, 1988b, 1995, 1999, 2001), quien plantea que no suponen un criterio absoluto, sino que describen un conjunto muy amplio de similitudes. En este trabajo se entiende por universal, los rasgos presentes en todas las culturas humanas conocidas o documentadas hasta el momento, sin perjuicio de que existan culturas en donde no se realice alguna de las actividades señaladas. Asimismo, comentamos algunos aspectos teóricos relacionados con la noción de 'clasificar', ya que esta es actividad cotidiana implicada en el mundo indígena y, por lo tanto, protagónica en este trabajo de investigación.

Bishop (1988b) propone unos descriptores para las AMU centrados en las etnomatemáticas occidentales, que han sido las que se han considerado 'universales' por

antonomasia en la historia de la humanidad. En la caracterización que nosotras proponemos, comentaremos la acción que genera conocimiento, las nociones de las etnomatemáticas occidentales implicadas, algún ejemplo y su implicación en la alfabetización numérica, según lo dispuesto por Bishop, además de lo que hemos profundizado en el trabajo a partir de revisiones bibliográficas desde la perspectiva didáctico-matemática.

2.3.5.1 LA ACTIVIDAD DE CONTAR

Esta actividad tiene que ver con la respuesta a la pregunta "¿Cuántos? (número), con las diferentes formas de describir los números, recordándolos y calculando con ellos" (Bishop, 1995, p.8). Se refiere a las muchas maneras de representar los números y de hacer cálculos numéricos (Bishop, 2000) y es la actividad matemática mejor investigada en la literatura antropológica (Bishop, 2001).

Las nociones de número y conteo datan de la prehistoria, y todas las tribus o sociedades han desarrollado sistemas de conteo. Bishop (2001) menciona como ejemplos: las 225 formas de recuento que existen en Papua Nueva Guinea (reportadas por Lancy, 1983), así como las múltiples formas de registrar los números a utilizando las partes del cuerpo humano, piedras, semillas, palitos, cuerdas, el quipu y el ábaco que han servido como sistema de referencia para hacer conteos y representar simbólicamente las cuentas.

Según Bishop (1988b) contando se desarrollan formas sistemáticas de comparar y ordenar fenómenos discretos. En las sociedades con desarrollo grafológico se designaron símbolos específicos para representar los números, sin embargo, en las sociedades ágrafas (como es el caso de esta tesis) desarrollaron sistemas de clasificación y de representación simbólica utilizando elementos tangibles del entorno natural, con lo cual establecieron unas normas de lenguaje que se denominan clasificadores numerales y que se abordarán en profundidad en el Capítulo 4.

Contar es una actividad relacionada con las necesidades vinculadas con el entorno, por lo tanto, implica muchos aspectos, con sutiles variaciones en los tipos de lenguaje y las formas de representación empleados para comunicar los productos de contar. Desde la perspectiva que se asume en este trabajo, está estimulada por los procesos cognitivos de comparar, clasificar y buscar pautas como etapas previas al mismo conteo.

Las nociones desde las etnomatemáticas occidentales, relacionadas con contar, hacen alusión a números, patrones numéricos, relaciones numéricas, desarrollo de los sistemas de numeración, representaciones algebraicas, infinitesimales, eventos, probabilidades, frecuencias, métodos numéricos, combinatoria y límites.

En la actualidad los medios de comunicación colectiva contienen información numérica y estadística, y se requiere desarrollar alfabetización numérica que permita que los ciudadanos estén preparados para comprender las representaciones y los cómputos publicados; además, el reconocimiento de pautas y modelos en las distintas

actividades y representaciones numéricas permite posteriormente el acceso a las ideas algebraicas (Bishop, 2000).

Dentro de una estructura rigurosa, contar es una actividad que involucra un proceso de abstracción para representar un conjunto a través de un número cardinal. Históricamente Gelman y Gallistel (1978) fueron los primeros autores en enunciar, en 1978, los cinco principios que, a modo de estadios (psicogenéticos), los niños van descubriendo y asimilando hasta que aprenden a contar. Estas autoras proponen que los niños no pueden explicar verbalmente los cinco principios, por lo cual se infieren de las regularidades en las conductas de los niños durante los diferentes ensayos del conteo.

A continuación, presentamos una descripción de los cinco principios invariantes de la actividad de contar, basado en Gelman y Gallistel (1978).

El principio de inyectividad enfatiza la importancia de una correspondencia unívoca entre el objeto contado y la etiqueta de conteo, que puede ser una palabra, una letra o un signo. El proceso de contar trae consigo dos sub-procesos: la partición y la etiquetación. La partición consiste en otorgar la categoría de 'contado' o 'no contado', formando dos subconjuntos disjuntos entre el conjunto de objetos que se quieren contar, para este proceso se implica también las ideas matemáticas de comparación y clasificación (de la lista de D'Ambrosio), y, se implica la memoria visual para hacer agrupaciones de los objetos contados o no contados. Por otra parte, la etiquetación es el segundo proceso y ocurre cuando se asigna una etiqueta específica que no puede ser usada para los elementos restantes del conteo.

El principio de orden estable indica que cuando se asigna un cardinal para cada elemento del conjunto que se está contando, esa etiqueta es única, irrepetible y tiene un orden definido que no se altera. Este principio establece que se debe seguir una secuencia para contar, ya sea de manera progresiva o regresiva, de manera que se llegue a un límite propuesto.

El principio de cardinalidad está relacionado con la etiquetación, puesto que establece que la última etiqueta asignada en el conteo de un conjunto representa a la totalidad de los elementos del mismo. Este principio requiere de suponer la existencia y practica de los dos principios anteriores.

El principio de abstracción determina que los principios de inyectividad, de orden estable y de cardinalidad pueden ser aplicados, de manera invariante, a cualquier conjunto de unidades, sin contemplar el grado de heterogeneidad de sus elementos, ya sean reales o imaginarios, tangibles o intangibles. Este es el principio que se 'quebranta' en las lenguas que utilizan clasificadores numerales, puesto que como norma lingüística, los objetos a contar deben ser de la misma clase o deben poseer una cualidad o categoría de homogeneidad. Esto se profundizará y ejemplificará en el Capítulo 4.

El Principio de irrelevancia en el orden establece que el mismo conjunto puede ser contado de distintas maneras y que se pueden realizar cambios en el orden en el que se asignas las etiquetas a los elementos del conjunto que se va a contar, es decir que se puede asignar las etiquetas del principio de inyectividad de forma arbitraria y temporal sin que eso represente que se altere la cardinalidad del conjunto.

En el trabajo de Nunes (1992) se muestra un análisis de los principios planteados por Gelman y Gallistel desde los fundamentos de una visión etnomatemática, encontrando que el principio de orden estable requiere el conocimiento de las etiquetas del conteo, que son diversas, dependiendo de cada cultura, por ejemplo, existen grupos étnicos cuya estructura lingüística establecida tiene un tope en la cuantificación, nos referimos a algunos grupos cuya forma de conteo es: 'uno, dos, tres, cuatro, cinco, muchos', porque en la vida cotidiana no tienen abundancia de elementos para contar u organizar.

Tanto el conteo como la medición requieren unidades convencionales que son utilizadas en la vida diaria y cada cultura define sus unidades de acuerdo con sus necesidades y características. Según Nunes (1992), el sistema de Gelman y Gallistel (1978) satisface una forma lógica de medición y conteo, puesto que estas actividades acarrean una multiplicidad de propósitos y sistemas de representación que se reinventan dependiendo de las necesidades de cada cultura.

En los grupos culturales con los cuales hemos desarrollado el trabajo empírico, en algunos casos, no existe distinción entre tiempo y espacio, es decir, que la distancia se mide por el tiempo y el tiempo se cuenta según la distancia (p.ej.: 'mi casa queda a media mañana de camino'). Según Parra (2003), el uso de distintas unidades para medir las mismas cosas, permite realizar inferencias sobre las unidades.

En la descripción de Nunes (1992) sobre la inferencia en las unidades se establece que se puede ir más lejos en el estudio de las unidades convencionales de un simple conteo y se pueden diseñar tareas para determinar las inferencias matemáticas consistentes que hacen las personas en las prácticas cotidianas; por tanto presenta cuatro ejemplos de formas de decidir inferencias respecto a las unidades, que mostramos a continuación.

- La inferencia transitiva.

$$\text{“}A = B \wedge B < C \Longrightarrow A < C\text{”}$$

- Si A y B representan diferentes unidades de medida variables y A es mayor que B, entonces para cualquier escalar *x*, se cumple que *x*A es mayor que *x*B.

$$\text{“}A > B \Longrightarrow \forall x, x \in \mathbb{N}, xA > xB\text{”}$$

- Si A y B representan diferentes unidades de medición de alguna variable y existe un escalar *x* con el cual se cumple que A es igual a *x*B, entonces A es mayor que *(x-1)*B y esto es cierto a pesar de que *(x-1)*B tenga mayor numerosidad.

$$\text{“}A = xB \Rightarrow A > (x-1)B, \text{sin } importar\ que \text{ tan } grande\ sea\ (x-1)B\text{”}$$

- Si A y B representan diferentes unidades de medición de alguna variable y A es igual al producto de B por un escalar *x*, entonces cualquier cantidad de medida expresada en términos de A puede ser expresada en términos de valores de B, y cualquier cantidad expresada en términos de valores de B mayores que A pueden ser expresados en términos de A y los demás valores positivos que quedan de B. "Si $A = XB$ entonces cualquier cantidad medida en términos de A puede ser expresada en términos de B, y cualquier cantidad medida en términos de B y que sea mayor que A, puede ser expresada en términos de A y lo restante puede ser expresado en términos de B".

Respecto a los conteos de carácter oral, Nunes (1992) y Parra (2003) coinciden en que las culturas que desarrollan grafía incorporan en ella elementos como el valor posicional y la variación en la forma; ambos autores muestran ejemplos de lenguas que poseen regularidad lingüística en la escritura y en la pronunciación, dicha pronunciación conlleva implícito el valor posicional del número, con lo cual se facilitan los cálculos aritméticos orales. En el capítulo 4 profundizaremos sobre el sistema ágrafo de conteo de las lenguas indígenas con las cuales trabajamos, así como las implicaciones de esta característica en el currículo.

2.3.5.2 LA ACTIVIDAD DE LOCALIZAR

Esta actividad está relacionada con la acción de "ubicar a un sujeto con respecto al lugar que le rodea" (Bishop, 1995, p.8), es decir, se ocupa de los aspectos geográficos de la geometría (Bishop, 2000) y pretende resaltar la importancia del entorno espacial en el desarrollo de las ideas matemáticas. Parra (2003) plantea que la exploración de la tierra y el mar, generada por la necesidad de "conocer" el terreno que se habita y por la necesidad de buscar alimento es tan esencial que no se puede dudar de la universalidad de esta actividad.

Localizar es la palabra elegida por Bishop para caracterizar las actividades relacionadas con el dominio del entorno de cada uno, el conocimiento del área doméstica propia, que permite viajar o trasladarse de un sitio a otro sin perderse y relacionar unos objetos con otros. Todas las sociedades tienen formas de codificar y simbolizar su propio contexto espacial y las diferentes sociedades encuentran diferentes aspectos significativos para realizar esta actividad (Bishop, 2001).

Algunos ejemplos ocurren en la navegación y en la utilización de sistemas de referencia, como por ejemplo las brújulas, el sol y la sombra, las estrellas, las montañas, la dirección del viento, los mapas, que han sido utilizados por las personas en todo el mundo para encontrar los caminos y situarse. Según Bishop (1998b) hay muchas ideas geométricas que se generan a partir de la localización y localizando se desarrollan estrategias para explorar, conceptualizar y simbolizar el entorno espacial con modelos, diagramas, letras, etc.

Las nociones desde las etnomatemáticas occidentales, relacionadas con localizar, hacen alusión a aspectos de posición, orientación, desarrollo de coordenadas –

rectangulares, polares, esféricas— latitud-longitud, rotaciones, ángulos, rectas, redes, rutas, circuitos, cambios de orientación, giros y reflexiones. Esta actividad de la alfabetización numérica incluye encontrar la ruta en el entorno espacial y en la navegación, orientarse y orientar otros objetos, describir dónde están los objetos en relación con los otros, utilizar distintas formas de representación (mapas, diagramas, sistemas de coordenadas) y producir representaciones gráficas (Bishop , 2000).

El trabajo de Lewis (1976, citado en Bishop, 2001) expone que los indígenas australianos no conocen la brújula ni los puntos cardinales, pero se ubican partir de la dirección del sol y la temperatura del viento y no tienen el concepto de 'estar perdidos' porque siempre encuentra su camino. Por otra parte, el trabajo de Pinxten, van Dooren y Harvey (1983) explica la filosofía y la fenomenología del espacio de los indígenas Navajos de Norteamérica y examina detalladamente la forma de conceptualizar el espacio de una cultura determinada y brinda una base para el análisis. Para exponer la filosofía y la fenomenología del espacio, se propone el UFOR (Universal Frame of Reference), que es un 'instrumento analítico' desarrollado por Pinxten et al., para estudiar las nociones espaciales en contextos culturales distintos. El UFOR es un diccionario de nociones espaciales que ofrece una lista de comprobación, a través de la cual se explican conceptos espaciales de cualquier cultura, haciendo referencia a tres 'niveles' de espacio: espacio físico o espacio de objetos, espacio socio-geográfico y espacio cosmológico.

Pinxten (1983, citado en Bishop, 1988) afianza la universalidad de los referentes espaciales culturales, argumentando que todas las culturas tienen sus maneras específicas de representar el mundo; sin embargo todas ellas se refieren al mismo sol, la misma luna y la misma tierra que 'están ahí' y todas realizan sus representaciones mediante los mismos 'instrumentos' básicos para obtener el conocimiento y la comprensión del mismo. En el capítulo 4 mostraremos resultados de la organización espacial cosmogónica de algunos de los grupos étnicos con los que trabajamos.

En este trabajo no pretendemos utilizar el UFOR, pero sí pretendemos describir las ideas matemáticas relacionadas con la actividad de localizar que aplican los grupos indígenas con los que trabajamos, en los cuales, la localización muchas veces se vincula a aspectos de carácter mítico-religioso, sin los cuales, como indica Parra (2003) muchas veces no es posible comprender las similitudes y diferencias en los sistemas de localización de las distintas culturas.

2.3.5.3 LA ACTIVIDAD DE MEDIR

Esta actividad "tiene que ver con la pregunta ¿Cuánto? (cantidad) que se formula y se responde en todas partes" (Bishop, 1995, p.8). Las mediciones han sido escritas o dibujadas como tradición ancestral en muchas culturas.

La medida de una magnitud, según Chamorro y Belmonte (1988), es una actividad que requiere una gran experiencia en la práctica de estimaciones, clasificaciones y

seriaciones. Bishop (2001) afirma que medir hace referencia a comparar, a ordenar y a valorar. La medición es una habilidad que todas las personas desarrollan a partir unidades de referencia, tanto tangibles como intangibles.

Algunos ejemplos tangibles de estas unidades pueden ser las partes del cuerpo humano, canastas, cuerdas (Quipu), monedas, etc. Un ejemplo intangible puede ser la medición del tiempo, que en el sistema occidental corresponde a: segundos, minutos, horas, días, meses, años, lustros, décadas, siglos, milenios. Las estructuras calendáricas no son iguales en todas las culturas, pero muchas veces se encuentran similitudes o coincidencias.

Las nociones desde las etnomatemáticas occidentales, relacionadas con medir, involucran otras nociones como comparar, ordenar, longitud, área, volumen, tiempo, temperatura, peso, desarrollo de unidades – convencional, estándar, sistema métrico, instrumentos de medición, estimación, aproximaciones y errores

Bishop (1988b) afirma que midiendo se cuantifican cualidades para los propósitos de comparación y ordenación, usando objetos o fichas como dispositivos asociados a unidades de medida y desde la perspectiva de la alfabetización numérica (Bishop, 2000) medir es una actividad necesaria para cualquier comunidad y lo que se mide y valora está relacionado con el vestido, la alimentación, la tierra, el dinero, etc.; es una parte importante del comercio, tanto para el comerciante como para el cliente.

Chamorro y Belmonte (1988) distinguen cuatro estadios para el conocimiento y manejo de una magnitud dada. En el primero de ellos se lleva a cabo la consideración y percepción de una magnitud, es decir que se evalúa la propiedad que posee una colección de objetos, sin tener en cuenta otras propiedades que puedan presentar tales objetos. La segunda de ellas es la conservación de una magnitud, y es el estadio que se considera superado en el momento en que, a pesar del cambio de posición, forma, tamaño u alguna otra propiedad del objeto, la magnitud se mantiene constante. La tercera corresponde a la ordenación respecto a una magnitud dada y es la etapa en la cual se tiene la capacidad de ordenar objetos teniendo en cuenta únicamente una magnitud considerada y esta es la etapa que define el dominio de la magnitud en cuestión. El cuarto estadio es el momento en el cual el niño es capaz de medir, aplicando una estructura de relación entre la magnitud y el número, no de forma espontánea. Los tres estadios piagetianos sobre el desarrollo evolutivo de la idea de medir, se exponen ampliamente en Chamorro y Belmonte (1988). Los mencionamos a continuación:

1. Estadio de la comparación perceptiva directa entre dos objetos, sin recurrir a ninguna medida común ni a ningún otro desplazamiento. En este estadio se recurre a los sentidos: la percepción visual, la tensión en los músculos, entre otros.

2. Estadio caracterizado por el desplazamiento de objetos, de uno de los dos términos de la comparación perceptiva directa, o por la intervención de un

término medio precedente de la medida común, pero sin hacerse operatoria la transitividad. En este estadio se colocan los objetos a comparar uno al lado de otro o bien se recurre a un tercer objeto para realizar la comparación de medida, lo cual implica una propiedad transitiva implícita no formalizada.

3. Estadio en el que se hace operativa la propiedad transitiva, es decir que se realizan razonamientos deductivos del tipo A=B y B=C implican que A=C. Es decir, que hay un elemento que se establece como término medio operatorio y que es necesario para vincular los otros elementos que se van a comparar para medir.

En las comunidades indígenas los patrones de medida se utilizan para realizar comparaciones indirectas entre objetos y establecer algún tipo de orden. Según Parra (2003), la unidad de medida (metros) se concibe como un ente más abstracto que el patrón de medida (metro), a pesar de que generalmente este último indica una unidad de medida.

El estudio de los diversos sistemas de medida que han utilizado los diversos pueblos a través de la historia muestran como las unidades de medida de longitudes aparecen como un principio totalmente ligado a las partes del cuerpo humano; después las comparaciones entre medidas serían con objetos del entorno circundante y todos estaban encaminados a garantizar la supervivencia y la trascendencia del grupo social.

Las medidas de longitud antropométricas según Chamorro y Belmonte (1988) poseen dificultades de precisión por la falta de homogeneidad del instrumento de medida, dificultades en las superposiciones, dificultades de comunicación y verificación, entre otras. Sin embargo, desde la perspectiva no occidental, son muchos los autores que evidencian las habilidades en la estimación y medición de cantidades desarrollada en las comunidades indígenas.

Existen diversos trabajos (Harris, 1980, Gay y Cole, 1967, Zaslavsky, 1973; citados en Bishop, 2001; Gerdes, 1985, 1988) que muestran las destrezas entre grupos étnicos para medir y estimar cantidades o para la utilización de medidas antropométricas, donde la importancia dada a una magnitud es completamente relativa a la perspectiva cultural, así como el manejo que se le da a las distintas unidades de medida, de modo que la precisión y exactitud en la medición de una magnitud se realiza por una necesidad social y ambiental de cada grupo cultural.

2.3.5.4 LA ACTIVIDAD DE DISEÑAR

Según Bishop (1995) en geometría las formas son muy importantes y ello proviene del diseño de objetos para distintas utilidades. Al realizar esta actividad se genera una forma o representación para un objeto o cualquier parte del entorno espacial, es decir que diseñar puede tener que ver con espacios amplios, como casas, jardines, obeliscos, pueblos, puentes, carreteras, etc. (Bishop, 1988b). Para Alsina, Burgués y Fortuny (1991), el dibujo en geometría tiene un doble interés, el primero es aplicarlo como un

lenguaje para meditar, ejemplificar o representar conceptos y propiedades, mientras que el segundo es brindar una representación fiel y rigurosa.

En esta actividad el interés matemático reside en las formas y en los diseños que son usados, así como en sus distintas propiedades, es decir, que lo que matemáticamente es importante es el planeamiento, la estructura, las formas imaginadas, la relación espacial percibida entre el objeto y el propósito, las formas abstraídas y el proceso de abstracción. De este proceso se obtiene o se establece un 'patrón', pues el objeto diseñado sirve como representación del diseño, con el cual pueden ser construidos otros objetos.

Según Bishop (2001), todos estos desarrollos han sido creados por la necesidad de considerar los rasgos distintivos particulares de la forma diseñada, sin tener que hacer realmente el objeto, lo cual adquiere importancia si se diseñan objetos a muy gran escala, o bien si el material para construir el objeto es caro, primero se hace un diseño con otro material. Las actividades de diseño hacen referencia a todos los objetos y artefactos que las culturas crean para su vida doméstica, para el comercio, la ornamentación, la guerra, los juegos y las tradiciones o ritos religiosos y son predominantemente importantes en los procesos de sobrevivencia y trascendencia de las comunidades implicadas en esta investigación.

La importancia de esta actividad radica en a observación y el estudio del entorno, pues facilita y exige una dinámica activa de visitar, recolectar, buscar y vivir, en definitiva, la realidad y persigue la resolución de una necesidad a partir de un modelo creado, el cual es en realidad un instrumento para abordar la realidad a partir de una explicación directa de la misma (Alsina, Burgués y Fortuny, 1991).

Las nociones desde las etnomatemáticas occidentales, relacionadas con diseñar tienen a su vez que ver con propiedades de los objetos, forma, patrones, diseños, formas geométricas (bidimensional y tridimensional), propiedades de las formas, semejanza, congruencia, razón y proposición (interior y exterior).

La importancia del diseño, según Parra (2003) está centrada en el planeamiento y en la estructura previa, en la forma imaginada y en la idea (mental), es decir en la relación entre el objeto pretendido y este propósito construido.

La importancia (matemática) del diseño se radica durante la construcción mental y se afianza con la secuencia lógica de nociones asociadas que desarrolla el sujeto como estrategia para la construcción. El diseño en las culturas ágrafas se convierte en una herramienta para albergar y resumir la información ancestral (Gavarrete y Vásquez, 2005), de este modo, mediante el uso de dibujos o elementos tridimensionales que incorporan figuras icónicas o simbólicas, se representan los rasgos míticos o eventos históricos del grupo étnico; consideramos que el rol del diseño es el de formalizar un signo para la cultura, al cual se le van a otorgar significados (compartidos) a partir de la

cosmovisión, la historia mítica y la herencia ancestral. Lo que pretendemos argumentar es que el signo diseñado puede ser una herramienta teórica para la cultura.

Los trabajos de Gerdes (1985, 1988) ofrecen ejemplos de ideas matemáticas que son inherentes en el trabajo de diseño artesanal. Estas ideas son conducidas al currículo escolar con el fin de 'descongelar' las matemáticas ocultas en el diseño. Y en este trabajo también se pretende hacer explícitas las matemáticas implícitas en los diseños.

Bishop (2000) vincula esta actividad como un aspecto geométrico de la alfabetización numérica y lo relaciona con la construcción de formas diversas, e análisis de las propiedades de las construcciones y las relaciones que se pueden establecer. El diseño de modelos y patrones es ampliamente estudiado desde la perspectiva etnomatemática y profundizar en esta actividad daría lugar a una nueva investigación.

2.3.5.5 LA ACTIVIDAD DE JUGAR

Bishop (1988b, 2000) establece que al jugar se asimilan y conciben una serie de reglas formalizadas que todos los jugadores deben respetar, estas reglas potencian el desarrollo de estrategias. Los juegos, sus descripciones, análisis y roles figuran ampliamente en la literatura antropológica que hemos revisado. Algunos autores consideran conveniente establecer la diferencia entre 'juego' y 'jugar'.

> *Parece como si jugar fuera la actividad general y la idea de juego fuese una formalización de jugar. Ciertamente podemos pensar que los juegos son una representación de jugar. Una vez que la forma del juego se convierte en si misma en e foco central y, un juego la desarrolla, entonces, las reglas, procedimientos, preguntas y criterios se formalizan y ritualizan* (Bishop, 2001, p.67).

Las nociones desde las etnomatemáticas occidentales, relacionadas con jugar, incorporan acertijos, enigmas, rompecabezas, paradojas, modelos, reglas, procedimientos, estrategias, predicción, estimación, suposición, azar, razonamiento hipotético, análisis de juegos. No todas las formas de juego son interesantes desde la perspectiva de la alfabetización numérica, pero los juegos de acertijos, los rompecabezas, las paradojas lógicas y la probabilidad forman parte de la sociedad moderna.

Al propiciar la experimentación matemática de forma lúdica se puede estimular la reflexión lógica y enriquecer las aplicaciones lingüísticas, pues en la búsqueda de posibles soluciones se ejercitan las habilidades dialógicas y la argumentación para debatir resultados, así como la comprobación y explicación de éstos. Desde una perspectiva didáctico-matemática, Fernández y Rodríguez (1989) afirman que el uso de juegos estimula el desarrollo intelectual, fomentando el ingenio y la creatividad.

Los juegos permiten estimular las ideas lógicas espontáneas para la resolución de problemas. Según Guzmán (1984) en el fundamento matemático de los juegos se puede identificar dos vertientes: por una parte, existen muchos juegos con un contenido

matemático profundo y sugerente, y por otra parte, existe una gran porción de la matemática de todos los tiempos con un sabor lúdico que la asimila extraordinariamente al juego.

2.3.5.6 LA ACTIVIDAD DE EXPLICAR

Esta actividad radica en "entender por qué ocurren las cosas del modo en que lo hacen, o bien, entender por qué las cosas ocurren del modo que ocurren y explicárselo a uno mismo y a los demás" (Bishop, 1995, 2000), para la explicación se debe tener en cuenta la existencia de los fenómenos religiosos, animistas o científicos de cada cultura (Bishop, 1988b).

En esta actividad el uso del lenguaje es importante pues en un nivel de explicación elemental, los nombres, adjetivos, preposiciones, verbos y adverbios, así como las frases que se conforman se enlazan para conseguir mostrar la clasificación que estamos haciendo para comprender la realidad. Bishop (2001) afirma que el lenguaje nos permite manifestar las diferencias o semejanzas que encontramos en la observación de la realidad y la diversidad lingüística nos permite una diversidad de clasificaciones.

Con respecto a la explicación de fenómenos complejos o dinámicos, procesos vitales o el fluir de los acontecimientos, Bishop (2001) otorga importancia al relato. La cosmovisión y la historia mítica de la herencia indígena se trasmiten a través de la tradición oral debido a la habilidad del lenguaje de conectar el discurso de formas ricas y variadas, usando los muchos 'conectores lógicos' en unas lenguas que permiten combinar, oponer, extender, restringir, ejemplificar y elaborar proposiciones.

Las nociones desde las etnomatemáticas occidentales, relacionadas con explicar incluyen clasificaciones, convenciones, generalizaciones, explicaciones lingüísticas – ecuaciones, fórmulas, algoritmos, funciones, explicaciones gráficas—diagramas, grafos, gráficos, matrices, estructuras matemáticas (axiomas, teoremas, análisis y consistencia), modelización matemática (supuestos, analogías, generalización, predicción).

Explicar supone exponer el entramado de ideas que muestran las relaciones existentes (identificadas por el sujeto) entre los fenómenos y hacer explícitas las dicotomías, analogías o convenciones subyacentes e identificadas entre la diversidad de los fenómenos relacionados. Sin embargo, la forma de exposición de relaciones varía de un grupo cultural a otro y de una zona geográfica poblada por un mismo grupo étnico hasta otra, porque la manera de explicar está íntimamente ligada al entorno natural del sujeto y a las herramientas tácitas, tangibles y de lenguaje que ese entorno le proporciona.

El discurso construido para argumentar una explicación, implica la capacidad de dar razones coherentes acerca de las ideas que se tienen respecto a un fenómeno en su contexto y es la forma en la que se hacen explícitas las razones que dan sentido a la resolución de una situación problemática, de este modo, las explicaciones pueden darse

mediante ejemplos específicos que apoyen la idea, a través de la narración de experiencias vividas, o bien a través de relaciones de causalidad.

Parra (2003) afirma que un aspecto de los relatos que está vinculado al desarrollo de ideas matemáticas, es la capacidad de conectar el discurso de distintas maneras, la existencia y el uso de conectores lógicos que permiten combinar proposiciones y oponerlas, extenderlas o restringirlas pueden obedecer a unas reglas de inferencia propias (relacionadas con la cosmovisión cultural) que no necesariamente coinciden con las de la lógica formal (de las etnomatemáticas occidentales).

En las culturas ágrafas, se recurre a herramientas gráficas como modos de albergar y resumir la información ancestral (Gavarrete y Vásquez, 2005), de este modo e posible realizar explicaciones mediante el uso de dibujos o elementos tridimensionales que incorporan figuras icónicas o simbólicas que representan los rasgos míticos o eventos históricos que han marcado al grupo étnico. En este caso los signos y sus significados están ampliamente relacionados con la herencia ancestral, en la cual están implicados el metaconocimiento de la cosmovisión cultural y la historia mítica, así como el dominio de etnoconceptos (Oliveras, 1996) que permitan la interpretación y explicación de dicho signo.

La explicación lógica es un tipo de alfabetización numérica más desarrollado que el resto de las otras cinco actividades matemáticas universales, pero, según Bishop (2000) es a menudo ignorado en las discusiones acerca de la alfabetización numérica y consideramos que esto promueve una forma de exclusión social, puesto que las infraestructuras gubernamentales e institucionales de las sociedades modernas se basan en el sistema de argumentación racional; así, los ciudadanos que no son competentes en este tipo de actividad se encuentran en una situación de desventaja cuando tratan con dichas instituciones. En las comunidades indígenas se acentúa el riesgo de exclusión social puesto que ellos tienen que desarrollar competencias en lectoescritura bilingüe (por tener su propia lengua o dialecto indígena) y además desarrollar habilidades para argumentar desde la lógica del pensamiento occidental, que no siempre coincide con la lógica indígena.

2.3.5.7 La actividad de Clasificar: una aplicación cultural asociada a las AMU

Las ideas matemáticas asociadas con el saber/hacer, descrito por D'Ambrosio (2007, 2008), así como las actividades matemáticas universales, descritas por Bishop (1988, 1999) nos conducen a comentar algunas de las ideas matemáticas que no se abordaron en los apartados anteriores, pues hemos profundizado en las AMU.

Comentaremos algunas ideas relacionadas con las nociones de ordenar y clasificar, puesto que desde nuestra perspectiva, clasificar es el resultado de un proceso de inferencia que implica ordenar y comparar para posteriormente evaluar y, si es el caso, realizar una generalización.

La actividad de clasificar es muy importante y muy utilizada por los grupos culturales y comunidades indígenas con las cuales se desarrolla esta investigación; sin embargo aclaramos que las clasificaciones no corresponden a las AMU puesto que a pesar de que todas las culturas clasifican, las clasificaciones obtenidas no alcanzan el carácter de universalidad (Parra, 2003).

Las actividades de ordenar y clasificar son comunes en el quehacer humano y han experimentado un tratamiento específico en la Matemática hasta adquirir una naturaleza propia, como objeto de conocimiento matemático, en la forma de relaciones de equivalencia y de orden. La clasificación y la ordenación tienen un marcado carácter funcional en otros planos, como el lingüístico o el geodésico, biológico, químico, entre otros. Existen las clasificaciones ordenadas, cuyo ejemplo prototípico son las taxonomías, mientras que las ordenaciones clasificadas es cuando predomina la ordenación sobre la clasificación y un ejemplo de esto es la tabla periódica de los elementos.

Maza y Arce (1991) establecen que tres tipos de objetivos para abordar las actividades de ordenación y clasificación, y advierten que están relacionadas con amplias esferas del saber. El primer objetivo corresponde al carácter funcional y se refiere a que las clasificaciones y las ordenaciones se construyen en base al criterio de la utilidad que representa como labor organizativa para los individuos. El segundo objetivo corresponde al carácter descriptivo y consiste en agrupar y ordenar los estímulos que presenta la naturaleza en base al criterio de su propia organización, antes que en referencia al individuo. Finalmente el tercer objetivo, corresponde al carácter constructivo y se refiere a la clasificación y ordenación de conceptos construidos por el individuo que ayudan a interpretar conceptos y relaciones presentes en la naturaleza o bien, otros conceptos construidos previamente.

Al considerar los componentes implicados en el proceso, es decir el universo de clasificación y el criterio utilizado para clasificar surgen dos tipos de clasificación: a priori y a posteriori que han sido profundizados por De Villers (1994, citado en Guillén 2005). En la clasificación a posteriori el objetivo primordial es organizar conceptos, puesto que la clasificación (a posteriori) de los elementos de una familia se considera después de que han conocido las propiedades de sus miembros y se han examinado minuciosamente. La clasificación a priori persigue descubrir y crear conceptos nuevos y conlleva la generalización y especialización que se usan para producir nuevos conceptos que inciden en la relación jerárquica previa.

Según Maza y Arce (1991) hay cuatro formas elementales de clasificación: formación de un concepto, dicotomía, división y doble dicotomía. Todas ellas tienen en común la división de un conjunto dado en distintos subconjuntos en función de uno o más criterios y que comentaremos a continuación, basadas en Maza y Arce (1991) y de nuestra construcción.

La formación de conceptos constituye la forma lógicamente más primaria de clasificación, en la cual los estímulos del entorno son discriminados a partir de un concepto pre-establecido sobre las características de un elemento de la realidad (tangible o intangible). De esta manera se clasifica el conjunto universal existente en dos subconjuntos: el subconjunto formado por los elementos que cumplen la característica (o criterio) de clasificación y el subconjunto formado por los elementos que no la cumplen. La característica (o criterio) de clasificación corresponde al concepto, que es el que permite discriminar los elementos del conjunto universal. La noción de concepto que asumimos para caracterizar la clasificación por formación de conceptos, la tomamos de Maza (1989) que establece que un concepto es una agrupación de objetos, acontecimientos o situaciones que cumple con cuatro características: la primera es que permiten agrupar todo tipo de cosas discriminablemente diferentes en una misma clase expresándolas como equivalentes; la segunda es que esta equivalencia se fundamenta en atributos de criterio comunes y abarca a todos los elementos que los reúnen; la tercera alude a que esta agrupación implica la separación de éstos elementos de otros que se consideran no equivalentes y finalmente la cuarta—que consideramos discutible—establece que se expresan en toda cultura por un signo o símbolo.

La dicotomía corresponde a un caso particular de la formación de conceptos, puesto que según Maza y Arce (1991) permite agrupar todos los elementos de un concepto en dos subconjuntos, además, todo elemento de cada uno de estos dos conceptos es un elemento del concepto inicial, y finalmente hay dos subconceptos que poseen al menos un atributo de criterio distinto y aplicable a todos los elementos del concepto inicial. La dicotomía es una forma clasificatoria válida a partir de la relevancia del criterio de clasificación. Dicha relevancia se garantiza por una interdependencia entre la validez de la dicotomía y el nivel de fundamentación teórica que se realice al respecto.

La división del concepto inicial es otra forma clasificatoria elemental y se considera una extensión de la dicotomía, y posee cuatro características identificadas por Maza y Arce (1991). La primera de ellas es que permite agrupar todos los elementos de un concepto en dos o más subconceptos, la segunda indica que todo elemento de estos subconceptos es un elemento del concepto inicial, la tercera establece que el criterio bajo el cual se realiza la división debe ser constante en todos los subconceptos formados y, finalmente, la cuarta característica dice que cada pareja de subconceptos tiene al menos un atributo diferente respecto del criterio empleado y que a su vez, este atributo es aplicable a todos los elementos del concepto inicial. La idea de recubrimiento en la que desemboca esta forma clasificatoria implica que cuando no existen elementos en común entre los distintos grupos formados, la actividad matemática efectuada es una partición del conjunto inicial. Dicha partición y su fundamento matemático nos conduce a la idea de relaciones de equivalencia entre los elementos de un conjunto (reflexiva, simétrica, transitiva), con la finalidad de que los elementos que tienen el mismo criterio de clasificación se agrupen entre sí y por separado con respecto a los que tienen distinto criterio de clasificación. La potencialidad de la relación de equivalencia va más allá de

las matemáticas puesto que, como se mostrará en el Capítulo 4, en áreas como la lingüística algunas culturas indígenas establecen clases de clasificadores para realizar conteos.

La doble dicotomía consiste en la consideración simultánea de dos criterios clasificatorios compatibles y según Piaget e Inhelder se conoce también como multiplicación de clases (Maza y Arce, 1991). Esta actividad posee dos características: la primera, es que los dos criterios empleados para la clasificación sean compatibles (que no se refieran a atributos diferentes del mismo criterio) y, la segunda es que todos los elementos del concepto inicial presenten atributos respecto a los dos criterios empleados.

Retomamos la idea planteada, que desde nuestra perspectiva, clasificar conlleva acciones de inferir, ordenar, comparar, evaluar y generalizar. Podemos comentar que en los cuatro procesos señalados por Maza y Arce (1991), a partir de la estructuración o desarrollo de un concepto como criterio clasificatorio, hasta la misma secuencia de acción que incorpora una o dos dicotomías, se experimentan estos procesos matemáticos.

Hemos revisado los fundamentos teóricos que nos brindan herramientas para identificar y caracterizar el conocimiento matemático indígena. A continuación, en los siguientes apartados, vamos a exponer las herramientas teóricas que nos permitan vincular dicho conocimiento con el currículo y las distintas dimensiones que se alcanzan y permiten vincular este trabajo dentro de un Programa Internacional de Investigación.

2.4 ETNOMATEMÁTICA Y CURRÍCULO

En esta tesis pretendemos diseñar una propuesta para la formación profesional de docentes que trabajan en entornos indígenas que involucre el conocimiento de las etnomatemáticas. En este apartado pretendemos caracterizar algunas nociones epistemológicas y filosóficas que guían dicha propuesta.

Hemos abordado cuestiones relacionadas a la antropología, la cultura, las matemáticas y las etnomatemáticas, el conocimiento matemático cultural, algunas formas de conocimiento indígena, las versiones de etnomatemáticas (occidentales e indígenas) y las relaciones o formas de encontrar matemáticas (occidentales) en el conocimiento cultural.

Sin embargo, esta tesis se ubica en el área de conocimiento de didáctica de la matemática, entonces, después de reflexionar sobre todas las cuestiones anteriormente descritas nos preguntamos: ¿cómo conducir la visión de etnomatemáticas indígenas al

currículo?, ¿cómo implicar estas reflexiones o este abordaje de las matemáticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje?

Decidimos enfocarnos en una propuesta para formar profesores en esta área, porque de esta manera se puede conducir y ligar al currículo, ya que consideramos que durante la formación universitaria se prepara a los docentes en áreas de pedagogía y psicología, así como en matemáticas y su didáctica, entre otras, pero los profesionales manifiestan poca preparación para contextualizar la enseñanza; esta carencia hace que los maestros de entornos indígenas presenten ejemplos que encuentran en libros de texto, o en el discurso de su formador en la universidad que están desvinculados con la realidad natural y cultural de sus alumnos.

En este trabajo defendemos que la etnomatemática y la etnodidáctica *son vías de trascendencia* (para combatir la exclusión) a través de la interculturalidad y la formación de profesores. Consideramos que la manera de conducir un modelo intercultural en matemáticas tiene que alcanzar la *contextualización activa* como un componente pedagógico especial para *potenciar actitudes y creencias positivas*, vinculando los *aspectos históricos* con la realidad vigente.

Según D'Ambrosio (2005a) la relación entre la Educación Matemática y la Etnomatemática ocurre naturalmente pues es una forma de preparar a los individuos con un sentido de ciudadanía crítica, para vivir en sociedad y al mismo tiempo desarrollar su creatividad. Así, la etnomatemática propone una pedagogía dinámica que responde a las necesidades ambientales, sociales, culturales y que brinda espacio a la imaginación y a la creatividad. Es por esto que, según el autor, la pedagogía de la Etnomatemática se basa mucho en observaciones, la lectura de periódicos, los juegos, películas, entre otros elementos que hacen parte de lo cotidiano y que tienen importantes componentes matemáticos.

La *Educación Matemática Cultural* está vinculada con la *etnoeducación*, pues como afirma D'Ambrosio (2005b, 2008) con este vínculo se contribuye a estimular el desempeño individual y colectivo, con el fin de prevalecer como grupos culturales y avanzar en el cumplimiento de las necesidades de supervivencia y de trascendencia. Para alcanzar estos propósitos, la matemática y la educacion son estrategias contextualizadas e interdependientes y forman parte de un cuerpo de conocimientos que participan en el *programa teórico* que D'Ambrosio impulsa, y que es de naturaleza holística, en el cual se trata de compatibilizar la cognición, la historia y la sociología del conocimiento y la epistemología social, desde un enfoque multicultural.

Algunos autores coinciden en que *hacer etnomatemática es una manera de hacer educación matemática con ojos que miran hacia distintos ambientes culturales*. En este apartado mostramos algunas ideas que fundamentan el trabajo empírico llevado a cabo con maestros indígenas.

2.4.1 EL PROGRAMA Y LAS DIMENSIONES DE LA ETNOMATEMÁTICA

La perspectiva consensuada de las ciencias sociales y naturales permite establecer una visión compleja y completa del ser humano como fruto de las transformaciones históricas, culturales, sociales, económicas, biológicas, físicas, químicas y matemáticas. Motivado por esta 'nueva' visión D'Ambrosio (1996) considera que es necesario pensar en la educación matemática desde una perspectiva multicultural, es decir, reconocer que todas las culturas son igualmente importantes.

Uno de los efectos de la sociedad globalizada (promovida por la cultura planetaria) afecta los sistemas educativos que sufren presiones por cumplir los avales internacionales y según D'Ambrosio (2005b), como resultado de esta globalización se genera una paulatina eliminación de los componentes culturales en la definición de los sistemas educativos y se activan mecanismos –inconscientes—de resistencia para preservar los rasgos culturales, tales como tradiciones, lengua y manifestaciones artísticas en general, que valoran la diversidad cultural como un factor esencial para estimular la creatividad.

El Programa de Etnomatemática es un programa de investigación y acción pedagógica. La investigación acerca de la historia y la filosofía de la matemática que sugiere reflexiones en la educación, fue adoptado desde la década de 1970 y su precursor es el profesor Ubiratán D'Ambrosio. Muchos investigadores han desarrollado investigaciones relacionadas con la Educación Matemática a través de estudios etnográficos en aldeas indígenas, pueblos africanos, asentamientos de personas sin tierra, grupos de clases socialmente desfavorecidos y sus relaciones con el currículo, la educación o la formación de profesores.

En esta investigación nos interesan ambos campos de estudio del programa de D'Ambrosio, puesto que para desarrollar el primer propósito general utilizamos referentes de las investigaciones Etnomatemáticas y para abordar el segundo propósito general utilizamos referentes que relacionan a las Etnomatemáticas con la Formación de Profesores.

Hay *seis dimensiones* que componen el Programa de Etnomatemática que enunciamos y caracterizamos a continuación, apoyando los planteamientos de D'Ambrosio (2008) con otros autores.

2.4.1.1 LA DIMENSIÓN CONCEPTUAL

Está relacionada con el conocimiento y el comportamiento, que se generan a partir de las distintas representaciones de la realidad, que a su vez responden a las percepciones de tiempo y espacio. La matemática se concibe como una forma de manifestar el conocimiento para resolver problemas existenciales relacionados con la sobrevivencia y la trascendencia. Nos interesa señalar que la percepción de tiempo y espacio en el

mundo indígena es distinta a la visión occidental y advertimos que esto se profundiza en el Capítulo 4.

Los *mentefactos y los artefactos* son acepciones establecidas por D'Ambrosio (2008) para explicar la forma en que cada individuo procesa la información que percibe de la realidad natural. Así, los pensamientos abstractos se ligan a los mentefactos y las experiencias o pensamiento concreto se relacionan con los artefactos que se generan tanto de forma individual como colectiva. Al procesar esa información, el individuo define sus acciones, las manifiesta en su comportamiento y genera un nuevo cuerpo de conocimiento que D'Ambrosio (2008) denomina grupo de conocimientos compartidos (GCC).

Los planteamientos relacionados con la construcción social del aprendizaje y las teorías interactivas del aprendizaje matemático, en particular las desarrolladas por Bauersfeld, Krummheuer y Voigt (1988, citados en Oliveras, 1996) aporta constructos relacionados con la estructuración de las experiencias de aprendizaje, como son los *dominios de experiencia subjetiva* (DES) que se fundamentan en un "dominio conceptual" que es el que permite al sujeto dar el sentido e integrar sus modelos mentales, así como también aprender a utilizarlos en el entorno (Oliveras, 1996), de esta manera, las distintas experiencias globales de aprendizaje son almacenadas en distintos DES, en función del contexto o situación en el que son vividas y estos DES se organizan y se activan a partir de las necesidades y dominios de uso.

Entendemos que: los procesos de sobrevivencia y trascendencia generan comportamientos y conocimientos que se re-inventan hasta constituirse en DES; y, cuando estos DES coinciden en un gueto de la cultura de grupo, se conforman un GCC.

2.4.1.2 LA DIMENSIÓN HISTÓRICA

Esta dimensión aborda condiciones históricas del transcurrir en el desarrollo y la aplicación del conocimiento matemático, imperando el sistema de conocimiento de las etnomatemáticas occidentales, aunque, según D'Ambrosio (2007, 2008) no hay indicios de que éste sea un sistema permanente ni universal, puesto que las investigaciones señalan transiciones entre lo cualitativo y lo cuantitativo en el análisis de hechos y fenómenos.

Las discusiones acerca de la evolución del pensamiento occidental, la organización disciplinar propuesta por el pensamiento de Descartes y las propuestas de organización holística del pensamiento son ejes centrales que se abordan en esta dimensión. Sin embargo, consideramos que para evaluar el estado actual de la educación matemática es fundamental analizar el momento cultural que estamos viviendo. Ante esto D'Ambrosio (2008) propone reflexiones interculturales sobre la historia y la filosofía de la matemática, situándola en el momento y el contexto que corresponde para hacer los ajustes necesarios, tanto para el plano individual como para el colectivo social.

En este trabajo relacionamos la historia mítica de la tradición cultural indígena como un elemento importante de la formación y del proceso de investigación. Además, este trabajo pretende documentar algunos elementos que caracterizan la historia de las etnomatemáticas indígenas costarricenses.

2.4.1.3 LA DIMENSIÓN COGNITIVA

En la reseña sobre la visión antropológica de las matemáticas (White, 1982) y la caracterización que proponemos de la etnomatemática como matemática cultural, exponemos aspectos que desde la perspectiva cognitiva, son características de la especie humana y los mostramos de forma explícita como prácticas matemáticas (D'Ambrosio, 2007, 2008) o como actividades matemáticas universales (Bishop, 1988a, 2001).

D'Ambrosio (1996, 2007, 2008) defiende que la especie humana recurre a los recuerdos de soluciones para eventos problemáticos de su historia cuando se enfrenta con situaciones problemáticas nuevas; es decir, que la sobrevivencia y la trascendencia constituyen la esencia del ser (verbo) humano; el ser (sustantivo) humano como especie humana lucha por la sobrevivencia y la planificación del proceso de sobrevivencia demarca la trascendencia del ser, pues se reúne la experiencia de situaciones anteriores y se adapta a las nuevas circunstancias, con lo cual se incorpora a la memoria nuevos hechos y saberes. Aunque el conocimiento se genera individualmente (generando los DES), la alteridad promovida por la comunicación hace que ese conocimiento sea enriquecido por la información percibida por el otro (con lo cual se generan los GCC).

White (1988) plantea que las matemáticas son una parte de la cultura pues aportan parte de la herencia de conocimiento de un pueblo para la sobrevivencia. Estos conocimientos heredados y la interacción de los conocimientos personales contribuyen a generar el conjunto de conocimientos compartidos y comportamientos compatibilizados que son subordinados a unos parámetros que se establecen como 'valores culturales', a través de los cuales se conduce o guía la cultura de grupo (D'Ambrosio, 2008).

En una misma cultura, los individuos dan las mismas explicaciones y utilizan los mismos instrumentos materiales e intelectuales para resolver sus situaciones cotidianas. D'Ambrosio (2008) establece que el conjunto de esos instrumentos y técnicas (*tica*) se manifiesta en el compartir la '*matema*', propia del grupo (*etno*), es decir en su etnomatemática. Cada civilización históricamente ha desarrollado, de acuerdo con su contexto y sus condiciones, su propia manera de conocer. En este trabajo mostramos una descripción (sistematizada) de las maneras de conocer de los grupos indígenas estudiados.

2.4.1.4 LA DIMENSIÓN EPISTEMOLÓGICA

En esta dimensión el planteamiento de D'Ambrosio (2008) recurre a la justificación de la conciencia como impulsor del proceso de sobrevivencia y trascendencia en la especie humana, puesto que el proceso de adquisición del conocimiento (sensorial, intuitivo, emocional o racional) se rige por una acción dialéctica entre el saber y el hacer, que está

motivado por la conciencia y las reflexiones que se generan durante el proceso cognitivo.

La controversia epistemológica de la historia de la ciencia, según el autor, radica en explicar tres transiciones: el paso entre las observaciones y las prácticas hacia la experimentación y el método; el paso entre la experimentación y el método hasta la reflexión y la abstracción; y, el paso entre las invenciones y las teorías.

Esta secuencia de tres transiciones sirve como base para explicar una *epistemología propia*, puesto que la dinámica de la generación del conocimiento, así como de su organización intelectual y social, de su difusión y, del regreso de ese conocimiento a aquellos responsables de su producción, constituye un ciclo indisoluble y los intentos de estudiar ese ciclo aislando sus componentes es inadecuado para sistemas de conocimiento no-occidentales (D'Ambrosio, 2008).

Resaltamos que la forma de interpretación del mundo y de sus componentes ha sido una imposición histórica de la cultura occidental, por lo que consideramos que las estructuras de significado y los sistemas de representación que se han considerado como válidos, han sido los de la cultura dominante, pero es imposible negar que hay muchas cosmovisiones, en particular las indígenas de Costa Rica.

El ciclo de conocimiento en forma integrada, lo tomamos de D'Ambrosio (2008), quien describe su epistemología a través de un diagrama que ilustra la estructura cíclica del conocimiento y que presentamos en la siguiente figura.

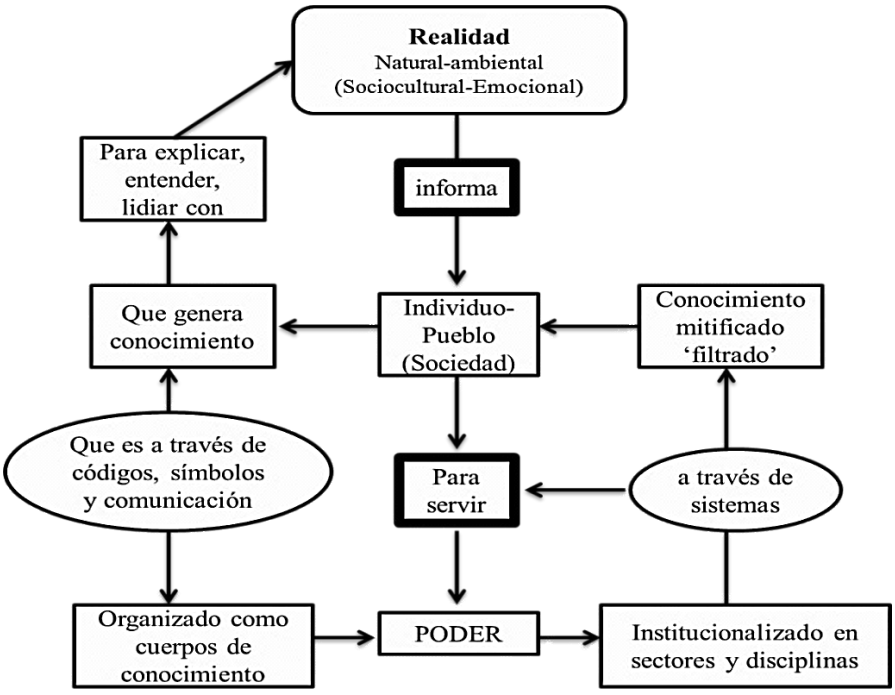


Figura 2.7. Visión cíclica de la realidad a partir de la integración del conocimiento, tomada de D'Ambrosio (2008, p.38).

Coincidimos con D'Ambrosio (2008) en que no es conveniente fragmentar esta estructura integrada para analizar el conocimiento matemático de las culturas periféricas, debido a que, como hemos expuesto el CMC es versátil y dinámico, holístico y transdisciplinar, contribuye a definir el comportamiento humano y es una herramienta para la sobrevivencia y la trascendencia dentro de un grupo cultural.

2.4.1.5 LA DIMENSIÓN POLÍTICA

En esta dimensión, D'Ambrosio (2008) plantea que la matemática ha tenido un rol de poder y segregación que ha contribuido con la descolonización y con el acceso de posibilidades para los grupos subordinados, marginados y excluidos.

Resaltamos que la educación se percibe como estrategia para las sociedades que están en transición de la subordinación a la autonomía, ya que a través de una propuesta adecuada, es posible restaurar la dignidad de sus individuos, reconociendo y respetando sus raíces. Se propone reforzar las raíces autenticas, sin ignorar ni rechazar las raíces del otro, a través de un proceso de síntesis (D'Ambrosio, 2008).

El imperio romano impuso en el siglo IV una visión cerrada de la realidad en la cual había una sola forma (la romana) de concebir la religión, la política, la ciencia, la tecnología y la filosofía. Dicha cosmovisión romana se extendió a otras naciones y a otros continentes por los navegantes de España y Portugal de los siglos XV y XVI. Este proceso de conquista dio lugar al exterminio de vínculos históricos y culturales de los pueblos dominados, en los cuales imperó el criterio de dominador. Es así como la remoción de la historicidad implica la remoción de la lengua, la producción, la religión, la autoridad, el reconocimiento, la tierra, la naturaleza y los sistemas de explicación en general (D'Ambrosio, 2008).

Este breve estudio histórico que sugiere D'Ambrosio nos ayuda a comprender como es que tanto la lengua como las matemáticas, han asumido un papel de instrumentos de selección y exclusión; sobre todo, en la dinámica escolar, los individuos (en particular en las comunidades indígenas) se inhiben porque no hablan bien la lengua del dominador o no comprenden los planteamientos curriculares de corte monocultural.

D'Ambrosio (2005, 2007, 2008) aboga por la protección de las raíces culturales y plantea que en la dinámica escolar se pueden proponer estrategias para generar resultados positivos y creativos, que se manifiesten en la generación de nuevo conocimiento.

La etnomatemática analizada desde su dimensión política aporta muchos elementos para la discusión. Para varios autores que abordan la dimensión política de las etnomatemáticas, el subdesarrollo no es solo un proceso económico sino que vincula directamente la educación y la matemática toma partido en esta situación y se afirma que la dominación extranjera también causó subdesarrollo matemático.

En este sentido, Paulus Gerdes (1985) afirma que las matemáticas africanas y americanas han sido ignoradas o despreciadas y sus capacidades matemáticas han sido negadas o reducidas a una memorización. Así, la estigmatización (o etiquetación) es una realidad que enfrentan la mayoría de los países en vías de desarrollo, que debido a sus necesidades y carencias han sido capaces de desarrollar formas de pensamiento para resolver los problemas y conflictos de la cotidianeidad. Por lo tanto defiende que la educación matemática puede ser emancipadora y con esto genera discusiones sobre cómo mejorar la calidad de la educación matemática, motivando a la reflexión de docentes en todos los niveles, para ello parte de que la realidad debe problematizarse matemáticamente y esta dinámica conduce una toma de conciencia, para comprender la importancia de la matemática como herramienta de conciencia política, física o económica, entre otras.

En este trabajo otorgamos a la dimensión política gran atención, pues pretendemos reforzar las raíces culturales de los grupos minoritarios.

2.4.1.6 LA DIMENSIÓN EDUCATIVA

D'Ambrosio (2008) afirma que la etnomatemática pretende mejorar la matemática académica a través de la incorporación de valores como el respeto, solidaridad y la cooperación y esto se logra al incorporar la matemática del momento cultural y contextualizada a la Educación Matemática. Esta propuesta apunta hacia una concepción holística de la educación y la etnomatemática, por su enfoque multicultural y su visión cualitativa de la realidad, aportaría a dicha concepción.

En este trabajo consideramos que la etnoeducación requiere de etnoeducadores y asumimos la idea de D'Ambrosio (2008), respecto a que ellos deben promover en sus alumnos una visión crítica del presente y que les faciliten los instrumentos intelectuales, explícitos, analíticos y materiales para que ellos puedan sobrevivir en una sociedad multicultural y asumir los retos que les plantea la trascendencia de una realidad impregnada de tecnología.

Destacamos el interés de D'Ambrosio, Bishop y Oliveras respecto a la formación de profesores, puesto que se requiere otra dinámica que permita que los alumnos accedan a experiencias enriquecedoras que promuevan su creatividad y faciliten la adquisición eficiente de la matemática integrada en los saberes y hechos del futuro.

Beatriz D'Ambrosio (citada por D'Ambrosio, 2008, p.45) establece que "el futuro profesor de matemática debe aprender nuevas ideas matemáticas de manera alternativa", en este trabajo de investigación apoyamos esta idea, pero consideramos un error pensar que las etnomatemáticas puedan sustituir a una matemática académica, necesaria para el individuo del mundo moderno, sino que pretendemos, como plantea D'Ambrosio (2008) formar a los profesores para que sean capaces de incorporar la matemática al momento y contexto cultural.

Blanco (2008a) manifiesta que la pedagogía que se fundamenta en la base de las Etnomatemáticas debe regirse sobre una práctica y dentro de las necesidades ambientales, sociales y culturales, así como también dar espacio para la imaginación y para la creatividad, por lo cual se utiliza mucha literatura, juegos o películas que tienen que ver con temas matemáticos; desde esta perspectiva, el profesor puede involucrarse en el proceso de enseñanza con una convicción absoluta del contexto en el que sus alumnos viven.

Hemos mostrado como el Programa de Etnomatemáticas abarca seis dimensiones que conllevan implicaciones pedagógicas y que a su vez se sostienen en la historia y la filosofía de las matemáticas. En este trabajo queremos profundizar en algunos aspectos de las dimensiones cognitiva, política y educativa, pues reflexionamos sobre las vías para sobrevivir y trascender que pueden proponerse para los maestros que trabajan en entornos indígenas.

2.4.2 EDUCACIÓN INDÍGENA SIN EXCLUSIÓN: VÍAS DE SOBREVIVENCIA Y DE TRASCENDENCIA

En este trabajo nos enfocamos en proponer una manera de conducir el conocimiento matemático relacionado al conocimiento cultural indígena para que sea aplicable en la enseñanza de las matemáticas en entornos indígenas. Al hablar de etnomatemáticas partimos del supuesto esencial de respeto por las diversas formas de conocimiento, puesto que cada pueblo en su quehacer ha desarrollado un pensamiento matemático específico, lo cual nos distancia de otras teorías que parten del supuesto esencial de que la matemática es una sola, independiente y generalizable a toda la humanidad independientemente del espacio cultural y de la época. Sin embargo la amenaza de la cultura dominante se impone al proceso educativo.

En el caso particular de la *educación indígena*, D'Ambrosio (2007, 2008) afirma que en el entorno educativo se ha generado un proceso 'perverso' de aculturación, en el cual se elimina la creatividad esencial al individuo y lo que es real pasa a ser substituido por una situación idealizada, que es abstracta para la realidad indígena, con el fin de satisfacer los objetivos del dominador; de esta forma, el alumno sufre un proceso de exclusión al 'renunciar' a sus raíces culturales y a parte de su identidad.

Según D'Ambrosio (2005b, 2008), el sometimiento de los indígenas es muy parecido al que tienen que asumir los miembros de las 'clases populares', pues aunque la 'cultura popular' sea viva y practicada, a menudo es ignorada, menospreciada, marginada, reprimida y disminuida. Existen algunas propuestas teóricas relevantes desde las etnomatemáticas para combatir la exclusión. Gerdes (1985), por ejemplo, insiste en estimular la confianza en los poderes creativos y en las capacidades para entender, desarrollar y usar matemática que tienen todos los individuos.

El asunto de la exclusión en la educación matemática indígena es complejo y cargado de matices de índole cognitivo, político, filosófico, ideológico y moral.

Creemos que debe promoverse un equilibrio intercultural, que el acceso a la educación debe ser para todos, pero que el proceso de enseñanza debe considerar la herencia ancestral y las particularidades de la cosmovisión y la lengua, pues éstas determinan una manera distinta de comprensión del mundo y de las relaciones que hay en él, así como la manera de representar o comunicar dichas relaciones.

Para este trabajo es importante establecer cuáles y cómo son las matemáticas a las que vamos a brindar mayor interés para el diseño de la propuesta formativa didáctico-matemática, cómo debe estar orientada esta propuesta formativa y cuáles son los principios de la etnomatemática que pueden contribuir a combatir la exclusión y promover la interculturalidad en los entornos indígenas.

2.4.2.1 LA POLÉMICA SOBRE ¿QUÉ MATEMÁTICAS VER? Y ¿CUÁLES MATEMÁTICAS ENSEÑAR?

Con esta investigación aspiramos a poner de manifiesto características de la matemática indígena, el CMC del entorno físico y mítico, tangible e intangible y pretendemos identificarlo a través de algunas de las nociones relacionadas con las prácticas matemáticas y las AMU. Para lograrlo, nos planteamos reconocer o identificar las etnomatemáticas indígenas a partir de las nociones propuestas por D'Ambrosio y Bishop.

Respecto al proceso didáctico, coincidimos con D'Ambrosio (2005a) en la preocupación que radica en identificar cuál es el conocimiento matemático que se debe transmitir a los estudiantes, de tal manera que no choque con el saber matemático ancestral y que no les limite su creatividad. Nos centramos en dos aspectos de las matemáticas: el número y el espacio y las actividades o prácticas que están relacionadas con estos dos aspectos en la realidad indígena.

En la aritmética, D'Ambrosio reconoce que el atributo del número a la cuantificación es esencial y distingue: "Dos naranjas y dos caballos son 'dos' distintos. Llegar al 'dos' sin calificativo, abstracto, así como llegar a la geometría sin color, tal vez sea un punto crucial en el paso hacia una matemática teórica" (D'Ambrosio, 2007, p.100); esta justificación constituye un fundamento en esta tesis, puesto que D'Ambrosio se refiere a los conteos a partir de clasificadores numerales que utilizan muchas culturas indígenas en América y en el resto del mundo y que serán abordados en el Capítulo 4.

Así como realiza reflexiones sobre formas distintas de conocimiento matemático indígena en las áreas de geometría o aritmética, también D'Ambrosio (2004, 2005b, 2008) revela violentas contradicciones y manifiesta que no se pueden definir criterios de superioridad entre expresiones culturales y ninguna puede considerarse superior a otra. Según el autor, no hay un criterio de desempeño que se aplique a las relaciones interculturales. El dominador casi siempre mantiene su hegemonía y el dominado tiene que ajustarse a sus condiciones. Por ejemplo, D'Ambrosio (2004, 2005b, 2008)

establece que sin aprender la 'aritmética de blanco', el indígena será engañado en sus tratos comerciales con personas no indígenas; de igual forma, sin dominar lengua del colonizador, es poco probable que el nativo tenga acceso a la sociedad dominante; pero eso pasa con todas las culturas.

> *Sin embargo así sucedió con los pueblos, en especial con los indígenas: su desnudez es indecencia y pecado, su lengua es considerada inútil, su religión se toma como "creencia", sus costumbres son "salvajes", su arte y sus rituales son "folclore", su ciencia y medicina son "supersticiones" y su matemática es "imprecisa", "ineficiente" e "inútil", cuando no "inexistente"*(D'Ambrosio, 2008, p.74).

D'Ambrosio (2005a) establece como un hecho contundente que todos los individuos poseen conocimientos, explicaciones y modos de hacer que provienen de su ambiente, de su cultura y de sus experiencias previas. A partir de esta idea, la Educación Multicultural debe considerar que los individuos de los grupos minoritarios pueden utilizar herramientas teóricas y prácticas que les permitan comunicarse con la sociedad dominante.

Coincidimos en que la educación indígena experimenta conflictos conceptuales que se derivan de la introducción de las 'matemáticas del blanco' (D'Ambrosio, 2005b, 2008) y este conflicto se evidencia en que los materiales escolares y en la formación de los profesores que se centran en unas matemáticas que están contextualizadas, pero para un entorno que no corresponde a la realidad indígena, con lo cual se agudiza el proceso de exclusión social y se amenaza del acervo cultural indígena. La conveniencia o la necesidad de enseñar a los dominados la lengua y las matemáticas del dominador no se discute, sin embargo D'Ambrosio (2007, p.101) lo plantea como una pregunta que surge naturalmente y cuestiona la "agresión a la dignidad y a la identidad cultural que sufren los pueblos subordinados" a una estructura dominante.

Es por lo anterior que se deben orientar coherentemente las propuestas de formación, pues la responsabilidad mayor que tienen los teóricos de la educación es prevenir y alertar de los daños irreversibles que se puede causar a una cultura, a un pueblo y a un individuo si el proceso educativo se lleva a cabo sin considerar las diferencias culturales (D'Ambrosio, 2005, 2008).

Las etnomatemáticas de todas las civilizaciones ofrecen instrumentos intelectuales para abordar situaciones nuevas desde la enseñanza; en particular establece D'Ambrosio (2007, p101) que la etnomatemática del indígena "es eficiente y adecuada para las cosas de aquel contexto cultural, en aquella sociedad. No tenemos que substituirla. La etnomatemática del blanco sirve para otras cosas, igualmente muy importantes, propuestas por la sociedad moderna y no debemos ignorarla".

Comprender ambas etnomatemáticas (occidentales-dominantes- e indígenas-dominadas) puede ofrecer mayores posibilidades para encontrar explicaciones, para comprender el mundo desde varias perspectivas, puesto que el acceso a más

instrumentos o técnicas intelectuales, da mucha más capacidad y entendimientos para el manejo de situaciones nuevas y para la resolución de problemas.

Por lo tanto apostamos ideológicamente a las estrategias de acción didáctica que propone D'Ambrosio (2005a, 2008), en las cuales los profesores utilicen maneras más eficientes y diversas de generar procesos cognitivos y en los cuales los estudiantes puedan realizar síntesis sobre diversas formas de resolver problemas, tanto desde el saber-hacer de su herencia ancestral, desde la perspectiva del profesor y desde la propuesta educativa uniforme del currículo nacional.

En el caso de las comunidades indígenas D'Ambrosio (2005a) propone el desarrollo de estrategias para que los indígenas perciban las limitaciones de sus métodos y se sientan motivados por aprender nuevos métodos. Este autor insiste en que en dichas comunidades es necesario identificar y clasificar los conocimientos matemáticos propios, para producir recursos de aprendizaje para la misma comunidad; admite que esta propuesta constituye una tarea difícil, necesaria y muy importante; pues implica primeramente un trabajo de naturaleza etnográfico-etnológico y antropológico para identificar el conocimiento matemático de las comunidades y posteriormente sistematizarlo, a pesar de las dificultades de naturaleza epistemológica que surjan en el intento de organizar este conocimiento.

Las ideas de D'Ambrosio para la educación indígena coinciden ampliamente con lo que muestra este trabajo: primero un proceso antropológico, etnográfico y etnológico para identificar y clasificar el conocimiento matemático cultural de las comunidades indígenas y luego un proceso epistemológico de sistematización de este conocimiento para producir un material que corresponda a las necesidades peculiares de un grupo étnico.

No dudamos de la contribución de las etnomatemáticas a la historia de las matemáticas y pretendemos aportar a orientarlas desde una perspectiva interesante, atractiva y alejada de distorsiones, donde las matemáticas de otras culturas se integren y se oriente a valorar su aporte en los procesos sociales, emocionales y cognitivos; de esta manera, se puede conducir a abordar ideas emancipadoras (Gerdes, 1985, 1988) o aspectos sociopolíticos (Knijnik, 1997, 2004) y conducir hacia unas matemáticas humanísticas (D'Ambrosio, 2007) en las cuales se asume una nueva postura didáctica para hacer de la matemática una disciplina que preserve la diversidad y elimine la desigualdad discriminatoria.

2.4.2.2 LA IMPORTANCIA DE DESARROLLAR UNA PROPUESTA DIDÁCTICA MULTICULTURAL Y TRANSDISCIPLINAR

La propuesta didáctica que llevamos a cabo en esta investigación se detalla en el Capítulo 7, y se ubica dentro de un enfoque multicultural y una visión educativa transdisciplinar, donde las ideas de Ubiratán D'Ambrosio prevalecen como fundamentos.

Según D'Ambrosio (2005b) tanto los modelos didácticos que están basados en las enseñanzas teóricas (a partir del método expositivo), como los que están basados en las enseñanzas prácticas (a partir de repeticiones) son modelos equivocados puesto que no se pueden evaluar habilidades cognitivas fuera del contexto cultural.

En las comunidades indígenas, el entorno natural, el contexto cultural, así como las experiencias y el bagaje cultural transmitido por la tradición oral, contribuyen en la forma en que cada individuo organiza su propio proceso intelectual y como dice D'Ambrosio (2008), se puede entender con herramientas teóricas de la metacognición, pero representa un gran desafío educativo para ser capaces de reconocer que el individuo es un todo integral e integrado y que sus prácticas cognitivas y organizativas no están desvinculadas del contexto histórico en el cual se da el proceso y que dicho contexto está en permanente evolución.

Según D'Ambrosio (2007, 2008) hay estilos cognitivos que deberían ser reconocidos en las diferentes culturas tanto en un contexto intercultural como en un contexto intracultural y el resultado esperado de los sistemas educativos es la adquisición y producción del conocimiento; esto se genera a partir de entender la manera como un individuo percibe la realidad en todas sus manifestaciones. Es decir en la realidad individual, que contiene la dimensión sensorial, intuitiva, emocional y racional; en la realidad social, concebida como el reconocimiento de las esencialidades del otro; en la realidad planetaria, relacionada con la toma de conciencia por ser parte de un patrimonio natural y cultural, así como la responsabilidad personal por contribuir a su preservación; y, en la realidad cósmica, que conduce a trascender en tiempo y espacio la propia existencia, buscando explicaciones e historicidades.

Al tomar en cuenta la metacognición de cada individuo así como al comprender e interpretar otras capacidades identificadas en las prácticas culturales y adaptarlas a las prácticas educativas actuales se permite evaluar las limitaciones e inconvenientes de los métodos tradicionales-culturales al realizar comparaciones con otros métodos que provienen de otros modelos culturales.

Con respecto a la relación entre el conocimiento y las disciplinas, D'Ambrosio (2005b) identifica y distingue tres corrientes o enfoques. La multidisciplinariedad, que trata de reunir resultados obtenidos mediante el enfoque disciplinar, tal como se divide el conocimiento en los sistemas escolares, por áreas casi sin relación entre sí; es decir, se reconoce la diversidad y no la relación entre las disciplinas. La interdisciplinariedad, que admite la transferencia de métodos propios de algunas disciplinas en otras, con lo cual se identifican nuevos objetos de estudio; este enfoque reconoce que son diversos y que en algunas áreas hay puntos comunes con los cuales establecer relaciones. La transdisciplinariedad, que es un enfoque holístico de conocimiento, donde se parte de la certeza de que no es posible alcanzar un conocimiento absoluto y va más allá de las limitaciones impuestas por los métodos y objetos de estudio de las disciplinas independientes.

La visión cíclica de la realidad que nos ofrece D'Ambrosio (2008), contribuye a describir la orientación epistemológica de este trabajo, pues muestra la manera en la que valoramos la metacognición individual como un organizador de los DES (explicados en la dimensión conceptual) que permiten al ser humano comprender e interpretar sus realidades individuales, sociales, planetarias y cósmicas. Al abordar esa percepción de la realidad desde el enfoque transdisciplinar, se asume una actitud de humildad, que permite ir en busca de nuevas explicaciones y de nuevo conocimiento, con el cual modificar comportamientos. Perseguimos apoyar estas ideas, aportando a un programa transdisciplinar y holístico que contribuya con el interés común de los individuos por sobrevivir y trascender en su proceso educativo.

2.4.2.3 INNOVACIÓN CURRICULAR: LITERACIA, MATERACIA Y TECNOCRACIA COMO HERRAMIENTAS PARA COMBATIR LA EXCLUSIÓN DEL CMC

Uno de los desafíos del Programa de Etnomatemáticas radica en que la transferencia de los conocimientos es una acción mucho más compleja que la mera instrucción. No se trata de introducir nuevas disciplinas o de rotular con otros nombres aquello que ya existe, sino que se trata de analizar las estrategias de enseñanza, en las vertientes que de literacia, materacia y tecnocracia, para comprender la mente y el comportamiento humano que existe y tiene vigencia en el mundo actual. (D'Ambrosio, 2004, 2005a, 2008).

Esta propuesta que apoyamos requiere utilizar una noción muy amplia de currículo que D'Ambrosio (2005b, 2008) establece como una estrategia de acción educativa; así como también se debe considerar que históricamente la organización curricular encuentra su razón de ser de acuerdo a la realidad sociocultural y económica de la época.

D'Ambrosio (1999, 2008) propone un currículo basado en literacia, materacia y tecnocracia como respuesta educacional a la responsabilidad de proporcionar a los individuos los instrumentos necesarios para su sobrevivencia y trascendencia, de modo que se pueda planificar un futuro que resguarde la dignidad humana y promueva la justicia social. Mostramos los significados de estos neologismos desde la concepción del autor.

- Literacia es la capacidad de procesar información de manera oral o escrita. En esta cualidad se incluyen las habilidades en comunicación, que incluyen las competencias en lectoescritura, el diálogo y las habilidades cotidianas de comunicación. Se relaciona con los instrumentos comunicativos.

- Materacia es la capacidad de interpretar y analizar señales y códigos, de proponer y utilizar modelos y simulaciones en la vida cotidiana, también se incluye la habilidad para elaborar abstracciones a partir de representaciones de la realidad. Se relaciona con los instrumentos intelectuales.

- Tecnocracia es la capacidad de usar y combinar instrumentos, simples o complejos, incluso el propio cuerpo, evaluando sus posibilidades y limitaciones en la adecuación en las necesidades y situaciones diversas. Se relaciona con los instrumentos materiales.

D'Ambrosio (2005b, 2008) considera que estas tres cualidades pueden incorporarse en los nuevos planes de estudios para eliminar inequidades y violaciones de la dignidad humana y de este modo favorecer la justicia social. Otra razón por la cual es importante incorporarlas es para responder a las necesidades de las civilizaciones y ajustarse a los cambios del mundo actual.

Hasta ahora hemos defendido a través de la fundamentación teórica varias ideas relacionadas a la matemática y la cultura:

- Las propiedades simbólicas y religiosas de las figuras geométricas o las prácticas numerológicas están relacionados con la cosmovisión cultural.
- La historia de las civilizaciones es la misma historia de las matemáticas, no se puede ver como algo aislado.
- Cada generación desarrolla mecanismos de 'sobrevivencia' y planifica o establece (a partir de la realidad y del conocimiento vigente) unas nociones de futuro, es decir 'trascendencia'.
- La matemática contiene unos valores asociados.
- Está en manos del profesor desarrollar los valores asociados de la matemática para que llegue a los estudiantes

En el siguiente apartado nos centramos en las últimas dos ideas expuestas anteriormente y mostramos nuestra posición teórica respecto a lo que creemos que es la manera adecuada de conducir la educación matemática indígena: a través de la investigación, la enculturación y los proyectos de etnomatemáticas en la formación de profesores.

2.4.3 FORMACIÓN PROFESIONAL DOCENTE A TRAVÉS DE ENCULTURACIÓN Y PROYECTOS

Hemos afirmado hasta ahora que las etnomatemáticas occidentales pueden ser solo unas entre muchas otras formas de las etnomatemáticas, que se puede promover un currículum que integre las matemáticas dentro del conocimiento cultural y que se debe promover una actitud de investigación en la formación de profesores para desarrollar habilidades y fomentar o potenciar los valores que integran las matemáticas en la sociedad. En este apartado nos concentramos en las ideas que plantean Bishop y Oliveras respecto a la formación profesional de profesores a través del proceso de enculturación y proyectos.

Según Bishop (1988a) al reconocer la naturaleza multicultural de las sociedades, se está tomando consciencia del fracaso escolar de muchos niños que provienen de comunidades étnicas minoritarias y al reconocer el conflicto cultural se promueve re-examinar y re-evaluar el currículo en matemáticas.

Respecto a la dimensión social, coincidimos con Bishop (1988a) en que ésta depende de la política de cada país, puesto que es desde la planificación y visión política que se determina el tipo y la calidad de la educación en general y en particular, de la educación matemática. También, como proceso social, las matemáticas se utilizan en todas las sociedades y son la única asignatura que se enseña en la mayoría de las escuelas del mundo. Aunque consideramos conveniente distinguir sobre las posibilidades de abordar el la visión de la educación matemática, porque no necesariamente tiene que estar vinculado con el entorno escolar.

Coombs (1985, citado en Bishop, 1998, 2000) afirma que en el entorno escolar no se dedica mucho tiempo a analizar los contenidos matemáticos desde varias perspectivas, por lo tanto se requiere de otros tipos o versiones de educación matemática para complementar la educación matemática formal y alcanzar la comprensión matemática del entorno, con lo cual se recurre a la escala informal y a la escala no formal, que distinguimos y caracterizamos a continuación.

- La educación matemática formal: es la que preocupa a la mayoría de los investigadores y para la que todos los países tienen sus requerimientos.
- La educación matemática no formal: que consiste en cursos optativos y en clases que no son parte de los requerimientos educativos formales y que, a menudo son después de las horas de la escuela y son la oferta educativa para las personas adultas o quienes estudian en un programa semi-presencial o a distancia.
- La educación matemática informal: tiene lugar mediante diferentes medios tales como la televisión y los periódicos (o el internet) y es en cierto sentido 'una educación accidental'.

Las investigaciones evidencian que gran parte del conocimiento se adquiere fuera del entorno escolar y según Bishop (2000) no es necesario enseñar las habilidades y los conocimientos básicos de las matemáticas necesarias para vivir en sociedad como individuo plenamente funcional, pero esta última idea es peligrosa pues el conocimiento que los alumnos adquieren fuera de la escuela es diferente para cada uno de ellos y es muy difícil establecer cuál es el conocimiento informal común, por lo tanto es tarea del docente conducir a los alumnos a la organización de ese conocimiento.

Bishop (2000) establece que existe una amplia gama de prácticas matemáticas en todas las sociedades y se ha puesto de manifiesto la existencia de una base matemática en todas las comunidades, a partir de la cual puede construirse una educación eficaz en el ámbito de la alfabetización numérica, sin embargo este conocimiento y estas prácticas no son reconocidas como matemáticas.

Los profesionales en educación matemática identifican numerosas ideas matemáticas subyacentes en las prácticas gremiales –por ejemplo de carpinteros, navegantes, pescadores, agricultores, enfermeras, entre otras— pero las personas que las utilizan no las reconocen como matemáticas. Por lo tanto, uno de los desafíos en el campo de la etnomatemática consiste en 'descubrir' la naturaleza matemática de las prácticas relevantes, 'descongelar' las matemáticas (Gerdes, 1985, 1988) y conducir la

conceptualización de estos contenidos matemáticos hacia el currículum de una nueva forma.

Incorporar la alfabetización numérica en el currículo se permite revelar la naturaleza matemática de prácticas relevantes en comunidades y sociedades; además de desarrollar la comprensión del conocimiento matemático subyacente en dichas prácticas; pues se ocupa estudiar la aplicabilidad, la efectividad y la eficiencia de dichas prácticas; y procura desarrollar conocimiento matemático generalizable a partir del conocimiento matemático local. La propuesta de Bishop (2000) identifica la alfabetización numérica en cada una de las seis actividades matemáticas universales y se aplica en una estructura curricular. Dicha aplicación resulta de una reconceptualización didáctica que plantea el reto de reflexionar acerca de cuáles son las conexiones significativas existentes entre constructos matemáticos y el currículum de matemáticas.

Consideramos que desarrollar un modelo estructurado que ayude a la transposición didáctica en los entornos indígenas y que tome en cuenta una lista de contenidos culturales y un esquema pedagógico apoyado en los valores y teorías cimentadas en el movimiento internacional que considera los aspectos culturales y sociales en la educación matemática constituye un explícito desafío, pues con este trabajo nos proponemos orientar la formación docente para que los profesores consideren las prácticas matemáticas que se dan fuera de la escuela y encuentren la forma de deconstruir dichas prácticas, de esta manera se potencia la capacidad de investigar el conocimiento matemático subyacente en esas prácticas, para luego reflexionar acerca de cómo se podría transponer didácticamente ese conocimiento dentro del currículum y en el aula.

2.4.3.1 ENCULTURACIÓN MATEMÁTICA DE LOS PROFESORES

Hemos caracterizado la enculturación como un proceso en el cual un individuo se integra en su cultura de origen. Ahora, queremos distinguir en las implicaciones didácticas de la enculturación matemática de los profesores a partir de la visión de las etnomatemáticas.

Durante el proceso de enseñanza, los profesores de matemáticas transmiten más que contenidos, hábitos y costumbres que promueven la 'cultura matemática' de sus estudiantes, en este proceso de "educar matemáticamente" se requiere de una conciencia en los valores que subyacen a las matemáticas y un reconocimiento de la complejidad de enseñar estos valores a los niños (Bishop, 1988a).

La enculturación matemática formal pretende iniciar a los niños en las simbolizaciones, conceptualizaciones y valores de la cultura. Se concibe como un proceso de interacción social desarrollado dentro de un marco de conocimientos determinado, es un proceso "creativo e interactivo en el que interaccionan quienes viven en una cultura con quienes nacen dentro de ella, y que da como resultado ideas, normas

y valores que son similares de una generación a la siguiente, aunque es inevitable que difieran en algún aspecto debido a la función 'recreadora' de la siguiente generación" (Bishop, 1999, p.119). Desde esta perspectiva cultural, tanto Bishop (1988a, 1988b, 1999) como Oliveras (1995b, 1996, 2005) coinciden en que "enseñar" es "enculturar". En particular Oliveras establece que la enculturación social incide en la formación profesional pues la condiciona desde los aspectos socio-políticos.

Oliveras (1995, 1996) piensa que la enculturación matemática es una parte de la enculturación natural y es un proceso continuo desde el saber del grupo cultural del aprendiz hasta el saber normado o escolar. Dentro de los prototipos o modelos de formación, generalmente asociados a los distintos paradigmas que hay sobre la enseñanza y el aprendizaje, propone un modelo de formación centrado en la investigación del propio proceso de enculturación y es el que apoyamos y formulamos en esta tesis, pues consideramos que el profesor debe tener habilidades para analizar los problemas de su aula y darle soluciones abiertas y coherentes con la realidad temporal y del entorno.

La acomodación y la restructuración del conocimiento en la formación de profesores, dentro de la visión de Bishop y Oliveras, promueve la reflexión y la interpretación pues "integra a la etnomatemática para relacionar las matemáticas y la cultura con el ámbito escolar mediante microproyectos para guiar el aprendizaje" (Oliveras, 1995b, p.75) y con esto, va más allá de dotar de herramientas para poder enseñar contenidos o tener habilidades para gestionar el manejo de la clase (Bishop, 1995).

Para Oliveras 'instruir matemáticamente' es seguir las directrices del profesor, mientras que 'enculturar matemáticamente' es acordar o consensuar entre todos los miembros de una comunidad lo que es matemáticas, entre esos 'todos' tiene que haber 'agentes enculturadores' considerados como sabios en el grupo cultural, como por ejemplo los profesores, es tener en cuenta la cultura del alumno, interactuando con la cultura estándar. En la siguiente tabla hemos adaptado la caracterización que hace Oliveras (comunicación oral, abril de 2011) respecto a la enculturación matemática para la formación de profesores, en la cual recurre a una comparación que implica el proceso de instrucción matemática.

Tabla 2.1. *Caracterización de la Enculturación a partir de la Instrucción*

INSTRUCCIÓN (estándar)	ENCULTURACIÓN (etnomatemáticas)
Dar instrucciones, normas, definiciones, transmitir formas y fórmulas de pensar.	Enraizar en una cultura: realizar mediante el ejemplo el trabajo en cooperación, las interacciones sociales, el discurso compartido.

Tabla 2.1. *Caracterización de la Enculturación a partir de la Instrucción*

INSTRUCCIÓN (estándar)	ENCULTURACIÓN (etnomatemáticas)
Agente educativo: el profesor o maestro	Agente enculturador: puede darse a dos niveles 1- Enculturación informal: son todos los adultos que comparten los valores y las ideas simbólicas de la cultura matemática 2- Enculturación formal: los profesores y los profesionales expertos en su gremio como artesanos o médicos.
Forma: desde fuera	Forma: desde dentro
El maestro sí sabe , el alumno no	Todos saben distintas cosas y en distintos niveles. Se valora el saber inicial
Recursos no contextualizados. Libros y material escrito	Recursos contextualizados y análisis de los recursos no contextualizados desde el propio contexto. Libros y tradición icónica y oral.
Se valora "El saber sabio"	Orgullo del propio saber profesional o cotidiano
Expresión del saber con los símbolos y lenguaje estándar	Expresión del saber: con el propio lenguaje y sistema simbólico
Se valora la concordancia de la respuesta del alumno con el saber escrito pre-establecido.	Se valora el "sentido matemático contextualizado" y su generalización. Por aportación de ejemplos y aplicaciones.
Memorístico	Con significado consensuado en el grupo cultural y sus agentes

Para alcanzar la enculturación matemática de los profesores, hay que ayudarles para que comprendan su papel de 'culturizadores matemáticos', orientarlos sobre las maneras de abordar las matemáticas a partir de sus valores y de sus diferentes historias (Bishop, 1995). Un currículo basado en la enculturación matemática debe, según Bishop (1999) cumplir con las siguientes características:

- Representar la cultura matemática, tanto desde la perspectiva de los valores como de la tecnología simbólica.
- Objetivar el nivel formal de la cultura (en cuestión).
- Ser accesible para todos los niños.
- Enfatizar las matemáticas como explicación.
- Tener una concepción amplia y elemental en vez de limitada y exigente.

El proceso de enculturación que planteamos requiere de investigación y de difusión de hallazgos, tanto de aspectos históricos como de rasgos vigentes de la cultura, para que los profesores puedan utilizar esa información, así como resultados de trabajos realizados por ellos mismos o por sus colegas, con las cuales se puede lograr una verdadera contextualización y de la enseñanza y un aprendizaje significativo para los alumnos.

2.4.3.2 PRINCIPIOS PARA LA FORMACIÓN DE PROFESORES A TRAVÉS DE MICROPROYECTOS CURRICULARES

Para lograr un proceso de enculturación, tanto Bishop como Oliveras proponen algunos de principios para la formación que se traducen en la realización y experimentación de proyectos que vinculan la matemática con el conocimiento cultural.

Bishop (1995) habla de *proyectos* y plantea una serie de pautas para la formación profesional que se deben inculcar en los cursos de matemáticas:

- El significado y el contenido de una actividad viene dado por su contexto, por lo tanto se debe "mantener el máximo posible del contexto cultural relacionado con dicha actividad".
- Los conceptos matemáticos son representados de distintas maneras en todas las culturas, por lo que en el planeamiento se deben incorporar recursos materiales contextualizados, tales como canastas, estructuras de cálculo o material escrito conveniente y compatible con la realidad cultural.
- Involucrar objetos de interés matemático, de otras culturas o de la propia, en su versión y tamaño original, o bien dibujos o fotografías en las cuales el objeto de interés matemático pueda ser llevado al curso. Oliveras (2005, 2006) denomina signo cultural y que caracteriza como un elemento de la cultura (tangible o intangible) que sea relevante y con potencial de conocimientos científicos implícitos, para ser analizado desde diversos puntos de vista.
- Hacer uso de la historia de las matemáticas, y recordar que las ideas matemáticas han sido desarrolladas por personas. Así, que tanto los profesores como los estudiantes son recreadores y reconstructores de los conocimientos culturales, que desde esta perspectiva, incluyen las matemáticas.

Consideramos que cada generación de profesores debe constatar que los aspectos relacionados con el conocimiento matemático cultural siguen vivos y tratar de contextualizarlos en las sociedades de hoy en día, para que no sean un conocimiento caduco que se transmite pasivamente y luego los estudiantes olvidan con rapidez. Creemos que es fundamental que los profesores en formación tomen conciencia de esto y también que reconozcan la contribución de las matemáticas a la historia de la humanidad, e introduzcan en la enseñanza la historia social, recalcando que muchas personas procedentes de distintas culturas han contribuido de forma determinante al conocimiento matemático de hoy en día.

Bishop y Oliveras coinciden en que la realización de proyectos o microproyectos, respectivamente, favorecen la interacción y la socialización del conocimiento matemático, con lo que se mejoran los procesos de aprendizaje pues especialmente aptos para el desarrollo del currículum en la educación intercultural.

El trabajo a través de *Microproyectos* integrados y cooperativos basados en etnomatemáticas que propone Oliveras (1995, 2004, 2005), aglutinan los saberes alrededor de un signo cultural con potencialidades matemáticas previamente exploradas

por el profesor, obteniendo un efecto auto-formativo, al asumir éste el rol de investigador de su propio proceso de enculturación. De esta forma se afianza el conocimiento matemático cultural del docente, pero también se afianza su identidad cultural y su sentido didáctico crítico. Esta propuesta pedagógica pretende la "adquisición de ciertos conceptos matemáticos desde una perspectiva socioconstructivista por parte de los alumnos de aulas multiculturales, partiendo de actividades relevantes en una o varias culturas presentes en el aula" (Oliveras, 2006, p.145) y está fundamentada en tres modelos de currículo crítico: el currículum liberador, el currículum de código integrado y el currículum como praxis, pues según Oliveras (2006) los tres modelos permiten que los contenidos se integren de forma coherente.

Consideramos que una de las vías a través de las cuales el currículum matemático en los cursos de formación de profesores puede demostrar las ideas de la cultura en las matemáticas es a través de proyectos.

La propuesta de Bishop (1995, 1999) plantea los siguientes elementos:

- Un proyecto permite la participación del grupo y ello deriva en un aspecto social personalizado en el mundo de la enseñanza, que muchas veces se omite en el currículum matemático.
- Un proyecto puede alentar el uso de distintos recursos materiales y estimular el reconocimiento de la importancia que tiene el acercamiento a las matemáticas para explicar e interpretar la realidad; de este modo, al entrar en contacto con el material existente se permite que los valores e ideas matemáticas se combinen con otros aspectos del currículum escolar.
- El compromiso establecido en el proyecto puede fomentar una actividad a un nivel más reflexivo, es decir que "a través de a investigación y la documentación de una determinada situación social y mediante el estímulo de los profesores para que se analice la relación existente entre dicha situación y los conceptos matemáticos" (Bishop, 1995, p.11) se promueve un proceso de análisis crítico, tanto en profesores como en alumnos que Bishop considera muy necesario por los valores que aportan las matemáticas a la sociedad.
- Al configurar el informe del proyecto se le permite a los maestros y a los estudiantes que expresen sus opiniones y sentimientos personales acerca de las circunstancias de la situación matemática que han estado investigando. Según Bishop (1995) esta coyuntura, también les permite poder evaluar sus sentimientos más profundos al entrar en contacto con estas ideas matemáticas, bien si experimentan respeto como sorpresa, pavor, admiración, maravilla, belleza o aburrimiento.

Bishop (1995) recalca que los futuros profesores necesitan tener la oportunidad de poder reflexionar sobre cómo las ideas han ido evolucionando en diferentes historias y de ese modo tener una visión más clara de cómo y de qué manera satisfacer plenamente su rol de "culturizadores matemáticos" ('enculturadores matemáticos') para introducir a sus estudiantes en la cultura de las matemáticas.

Los microproyectos propuestos por Oliveras (2005, 2006), incluyen las siguientes características:

- Son interdisciplinares en cuanto a los contenidos
- Son Abiertos respecto de los objetivos
- Poseen una dinámica de aprendizaje en pequeños grupos, propiciando la responsabilidad en los alumnos
- Propiciar que el profesor desarrolle un papel de dinamizador y cómplice de los descubrimientos y de coordinador de las interacciones.
- Se basan en una propuesta de trabajo en el aula (diseñada por el profesor), que incluye un objeto de estudio, que se denomina 'signo cultural' y que puede ser un elemento de la cultura (tangible o intangible) que sea relevante y con potencial de conocimientos científicos implícitos, para ser analizado desde diversos puntos de vista.
- Son un estudio conducido de una pequeña parte de la cultura con sentido en sí misma, que provoque aprendizajes contextualizados, y con significado.
- Aplican una metodología activa y recursos globalizados elaborados desde una perspectiva socio-constructivista para conseguir significados matemáticos contextualizados.

En la propuesta formativa para profesores que trabajan en entornos indígenas, que se describe en el Capítulo 7, tomamos en cuenta la fundamentación teórica propuesta por Bishop y Oliveras, poniendo énfasis en el diseño de microproyectos basados en etnomatemáticas cabécares.

2.4.3.3 PRINCIPIOS PARA LA ENSEÑANZA A TRAVÉS DE LA ENCULTURACIÓN Y LAS AMU

Para conseguir la reconceptualización curricular que proponen Bishop (2000) y Oliveras (2005) los profesores deben tener en cuenta dos conjuntos de constructos relacionados con el aprendizaje de los alumnos: el aprendizaje significativo y las habilidades matemáticas. En la enseñanza de las matemáticas debemos considerar la realidad del conocimiento individual, que genera dominios de experiencias subjetivas (DES)—a partir de dominios conceptuales—desarrollado en un entorno específico y las consecuencias de la interacción de dicho conocimiento hasta generar grupos de conocimientos compartidos (GCC).

El modelo MEDIPSA (Oliveras, 1995, 1996) nos parece adecuado para comprender lo planteado anteriormente, pues parte de que la realidad no es única, ni existen unas herramientas de investigación únicas para estudiar la realidad, sino que ésta se construye socialmente y por lo tanto no puede objetivarse y estudiarse al margen de las diversas sociedades, sino, más bien debe estudiarse e interpretarse a través de diversas realidades contextualizadas en las distintas culturas y con fragmentos de las otras. Además lo grupal, lo social y lo antropológico se consideran condicionantes del conocimiento; es decir, que el ser humano no es separable de su estructura social y el conocimiento no puede ser extraído de su contexto sociocultural porque un objeto (en su

sentido más amplio) es conocido, comprendido, realizado en función de la significación que el grupo cultural le atribuye socialmente, de esta forma el lenguaje es importante porque los símbolos son válidos en relación a las interacciones internas que se establecen entre elementos del grupo y los significados concedidos, aplicados y con vigencia sociocultural.

Desde esta perspectiva, el aprendizaje matemático será significativo si supone una base de contextualización ligada a la cultura, que reconozca el momento histórico y ambiental así como también la matemática informal, como conocimiento previo al proceso no formal y formal, en el sentido de Coombs (1985, citado en Bishop, 1998, 2000). Por lo tanto, Bishop (2000) insiste que el profesorado debe considerar dos cuestiones importantes: el estado de conocimiento previo al desarrollo de las nuevas ideas matemáticas y la contextualización de dichas ideas.

Los profesores deben intentar descubrir cuál es el estado de conocimiento matemático en el que se encuentra los estudiantes antes de enseñarles nuevas ideas y, deben reconocer que mucho del conocimiento previo que tienen sus estudiantes proviene de una 'educación accidental', que es otra nomenclatura propuesta por Coombs (1985) para la educación matemática informal. Además, los profesores deben escoger tareas matemáticas situadas en contextos que permitan a los estudiantes utilizar esquemas y conocimientos previos de manera significativa.

Con respecto a las habilidades y procesos pretendidos, Bishop (2000) afirma que muchos profesores todavía piensan que la habilidad matemática es un constructo unitario que se obtiene desde el nacimiento y es exclusivo de algunos pocos, nosotras pensamos que hay varias y distintas habilidades matemáticas que dependen de las habilidades particulares, personales, sociales y contextuales que desarrolla el individuo.

El autor agrupa las habilidades matemáticas de acuerdo con la clasificación de las seis actividades matemáticas universales (AMU) y propone que es conveniente que los docentes conozcan esta estructura de habilidades porque es más productivo considerar que son varias y distintas las habilidades que contribuyen a alcanzar el logro del conocimiento matemático.

- Habilidades relacionadas con Contar, como el razonamiento numérico, cálculo mental y razonamiento cuantitativo, manipulación de grandes cantidades y estimación; en un nivel superior, el razonamiento algebraico también forma parte de este grupo.
- Habilidades relacionadas con Localizar como encontrar la ruta, orientarse y localizar objetos-habilidades mentales de orientación y coordinación espacial-, el uso de la imagen cinestésica y otro tipo de imágenes.
- Habilidades relacionadas con Medir, como la medición conlleva algunas de las habilidades mentales incluidas en 'contar', pero también desarrolla las habilidades de estimación, aproximación, evaluación y también visualización.
- Habilidades relacionadas con Diseñar: visualizar e imaginar, interpretar información figurativa, dibujar y usar la memoria visual y figurativa.

- Habilidades relacionadas con Jugar: además de algunas de las habilidades relacionadas con diseñar, en la actividad de jugar se desarrollan habilidades particulares, como son el pensamiento estratégico, conjeturar, planificar y desarrollar habilidades sociales e interpersonales.
- Habilidades relacionadas con Explicar: incluye muchas habilidades mentales, pero se destaca el razonamiento lógico y el razonamiento verbal, esta es una habilidad clave para facilitar la toma de decisiones.

Hemos comparado esta estructura de 'separación' de las habilidades matemáticas que plantea Bishop desde la Teoría de las Inteligencias Múltiples (Gardner,1983), de esta forma, al igual que el mensaje de Howard Gardner, que establece que la mejor estrategia educativa es la que utiliza el abanico de inteligencias que los humanos tenemos a nuestra disposición, la estrategia subyacente en el enfoque sobre la alfabetización numérica es enfatizar la amplitud de aplicación que tienen los profesores para facilitar la enseñanza a partir de los seis grupos de habilidades relacionados con las seis actividades matemáticas fundamentales. Así, contar se relaciona con la inteligencia lógico-matemática, localizar se relaciona con la inteligencia espacial-cinestésica, medir se relaciona con la inteligencia matemática-espacial, diseñar se relaciona con la inteligencia espacial, jugar se relaciona con la inteligencia interpersonal y explicar se relaciona con la inteligencia lógica-lingüística.

Consideramos que uno de los principios básicos en la enseñanza de las matemáticas es que los docentes deben reflexionar sobre la heterogeneidad (en el sentido más amplio) en las clases de matemáticas y apoyamos las ideas de Bishop (2000) sobre la apreciación de la heterogeneidad en las clases de matemáticas, para que la riqueza y la variedad de habilidades matemáticas sean valoradas, comprendidas por todos y usadas para facilitar, a todo el alumnado el acceso al conocimiento matemático.

2.4.3.4 VALORES DE LAS MATEMÁTICAS COMO FENÓMENO CULTURAL

La etnomatemática constituye un programa de investigación y un movimiento de acción educativa y social, en el cual se aglutinan profesores y estudiosos de la educación matemática, sociólogos, epistemólogos, matemáticos, lingüistas, historiadores y antropólogos, que se preocupan por el hecho matemático de todos los tiempos. A su vez, Oliveras (1996, 2000, 2006, 2010) ha propuesto una reflexión profunda sobre la naturaleza epistemológica de las matemáticas y su relación con la sociedad y la cultura y plantea que la interculturalidad necesita la posibilidad de afirmar la propia cultura en su relación con las otras culturas, promoviendo el 'mestizaje cultural' como proceso enriquecedor de interacción y construcción común.

Según D'Ambrosio (2005b, 2008), alcanzar la Paz Social depende del nivel de conocimiento y del interés de cada individuo por integrarse en su sociedad, en la humanidad, en la naturaleza y en el cosmos. En general, en el discurso de D'Ambrosio es reiterativo que su ideal es exterminar la exclusión social, en la que muchas veces es

la matemática una de las causas. Considera que "la educación matemática está profundamente afectada por prioridades de este periodo de transición hacia una civilización planetaria. La búsqueda de equidad en la sociedad del futuro, donde la diversidad cultural será lo normal, exige una actitud sin arrogancia y prepotencia en la educación, particularmente en la educación matemática" (D'Ambrosio, 2008, p.67).

La tesis de Bishop (1988b) es que "las matemáticas pueden ser vistas como una clase de conocimiento cultural que es generado por todas las culturas y que no necesariamente puede verse o lucir de la misma forma en un grupo cultural o en otro" (p.180).

Así como todos los grupos culturales generan su lengua, religión, rituales, gastronomía, etc., también pueden generar sus propias matemáticas, y se puede afirmar que "las matemáticas son un fenómeno pan-humano" y asumir que este pensamiento conlleva a una revisión de las creencias sobre la teoría y la práctica en la educación matemática. Todas estas ideas nos conducen a considerar los valores que subyacen en la experiencia del aprendizaje de las matemáticas, con lo cual podemos establecer una diferencia tangible y crucial entre un proceso de *formación matemática* y un proceso de *educación matemática*.

Las ideas de Leslie White resaltan que las matemáticas tienen un gran valor asociado pues proveen de un componente tecnológico que determina la forma y el contenido de los factores sociales, filosóficos y sentimentales; Bishop (1988b) establece que las ideas de White respecto a la tecnología de una cultura no solo relaciona los individuos con su contexto en un modo particular, sino que también conduce los otros componentes culturales: el sentimental, el sociológico y el ideológico, lo cual vincula los valores de la matemática para que sea considerado como un fenómeno cultural.

Los tres valores componentes de la cultura (relacionados con los componentes sentimental, ideológico y sociológico que propone White) aparecen como complementos a otros valores asociados con las matemáticas que dan lugar a balances y tensiones. El control, la seguridad y el progreso son 'valores' que están asociados con la tecnología de las matemáticas occidentales y que Bishop (1988b, 1999) reconoce.

Terminamos este apartado señalando que las ideas propuestas por Ubiratán D'Ambrosio, Alan Bishop y María Luisa Oliveras nos permitieron analizar una estructura cultural útil para el currículo, para fundamentar el diseño de un curso para introducir a los profesores en el conocimiento matemático en diferentes culturas, con referencias a algunas de las investigaciones literarias y promover el proceso de enculturación matemática en su cultura originaria.

2.5 REFLEXIONES DEL CAPÍTULO 2

La antropología, como ciencia que estudia al ser humano como ente social, inmerso en un grupo cultural diferenciado, con unas normas para la sobrevivencia y trascendencia que definen pautas de comportamiento y acción, conforma un fundamento para la ciencia que trata de las cantidades y se encarga de buscar patrones o relaciones. La ciencia, por rigurosa que sea, se inscribe dentro de un contexto histórico, dentro de un espacio cultural, en una sociedad particular, de modo que las percepciones científicas pueden estar influenciadas por el 'espíritu de la época'. En este trabajo consideramos que la Educación Matemática tiene una dimensión social y además se puede estudiar como un proceso social.

El espíritu de este trabajo es mostrar la matemática indígena como un ente social, como producto histórico cultural, visibilizarla e inscribirla en una realidad educativa presente en la cual adquiera poder para cambiar el futuro. Nos apoyamos para esto en las ideas de White (1988, 2007) de que las matemáticas, en su totalidad, sus verdades y sus realidades son parte de la cultura humana, pues son construidas por la mente humana y difundidas por cada individuo a través de las interacciones con el grupo histórico y cultural en el cual se desarrolla social y psicológicamente (incluso en su aspecto cognitivo). Consideramos esencial la Etnomatemática, como fundamento para lograr nuestro propósito, ya que es un Programa de Investigación y Acción Educativa que con un cuarto de siglo de trabajo a nivel mundial promueve objetivos de interculturalidad y educación crítica que compartimos, y como movimiento innovador tiene el aval de la comunidad científica en el ámbito de la educación matemática.

Con la revisión bibliográfica se cumplieron algunos propósitos implícitos en este trabajo de investigación:

- Colocar esta tesis dentro de un panorama de investigación más amplio.
- Resaltar las diversas perspectivas que son relevantes para fundamentar esta tesis.
- Realizar la descripción de los antecedentes relacionados con este estudio para apoyarse en las conclusiones de otras investigaciones.
- Reforzar, mediante otros proyectos y enfoques revisados. la idea de la singularidad, importancia y necesidad de este proyecto en Costa Rica.
- Elegir y justificar las opciones metodológicas para el trabajo empírico
- Evaluar críticamente las tendencias más importantes o áreas de interés relacionadas con esta investigación.

En los siguientes capítulos mostraremos la articulación de las nociones teóricas presentadas y su aplicación como herramientas conceptuales para la comprensión del proceso y avance de esta investigación.

CAPÍTULO 3. FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS Y DISEÑO DEL PROCESO DE INVESTIGACIÓN



"Pero aquí abajo abajo, cada uno en su escondite, hay hombres y mujeres, que saben a qué asirse, aprovechando el sol, y también los eclipses, apartando lo inútil, y usando lo que sirve, con su fe veterana, el sur también existe. [...] Pero aquí abajo abajo, cerca de las raíces, es donde la memoria, ningún recuerdo omite, y hay quienes se desmueren, y hay quienes se desviven, y así entre todos logran, lo que era un imposible, que todo el mundo sepa, que el sur también existe." (Benedetti, 1993)

3.1 PRESENTACIÓN DEL CAPÍTULO 3

La metodología es una colección de estrategias, procedimientos o caminos que hemos escogido y seguido para alcanzar los propósitos de este estudio.

En este capítulo presentamos el diseño metodológico, describimos y justificamos teóricamente el encuadre de la metodología seguida, es decir mostramos los fundamentos metodológicos que rigen el proceso investigador. La tesis está integrada por una serie de estudios que se relacionan; cada estudio sirve como enlace y fundamento empírico para desarrollar nuevas acciones en el siguiente estudio, en conjunto tienen un diseño etnográfico que, en parte, es emergente. Por ser un proceso complejo, describimos este capítulo dividiéndolo en cuatro partes.

En la primera parte exponemos el *paradigma y enfoque metodológico en el cual se* ubica la investigación realizada. Se establecen algunas nociones teórico-metodológicas, y las herramientas empleadas para la recogida de la información.

Se definen cuestiones relacionadas con aspectos éticos y aspectos técnicos del trabajo de campo etnográfico (como son la negociación de entrada, consentimiento informado, el diario de campo, la observación, el cuestionario o las entrevistas). Finalmente, se describen las nociones metodológicas para el tratamiento de la información, en particular se ilustra el procedimiento de análisis de contenido realizado.

En la segunda parte del capítulo se expone el *diseño metodológico elaborado* y teorizado en tres constructos: Diseño Estructural de criterio temporal, Diseño Compuesto establecido por el objeto de estudio y Diseño Proyectante, que engloba a los dos anteriores manifestando sus relaciones.

En la tercera parte del capítulo se comentan los criterios que sustentan la *validez* con la cual hemos realizado el proceso y en la cuarta parte describimos los estudios que integran el diseño compuesto de la investigación.

En la siguiente figura mostramos un esquema de los elementos que configuran los fundamentos y la composición de los estudios que constituyen el cuerpo del trabajo. A continuación pasamos a desarrollar teóricamente y justificar la metodología de cada una de las partes que componen la presente investigación.

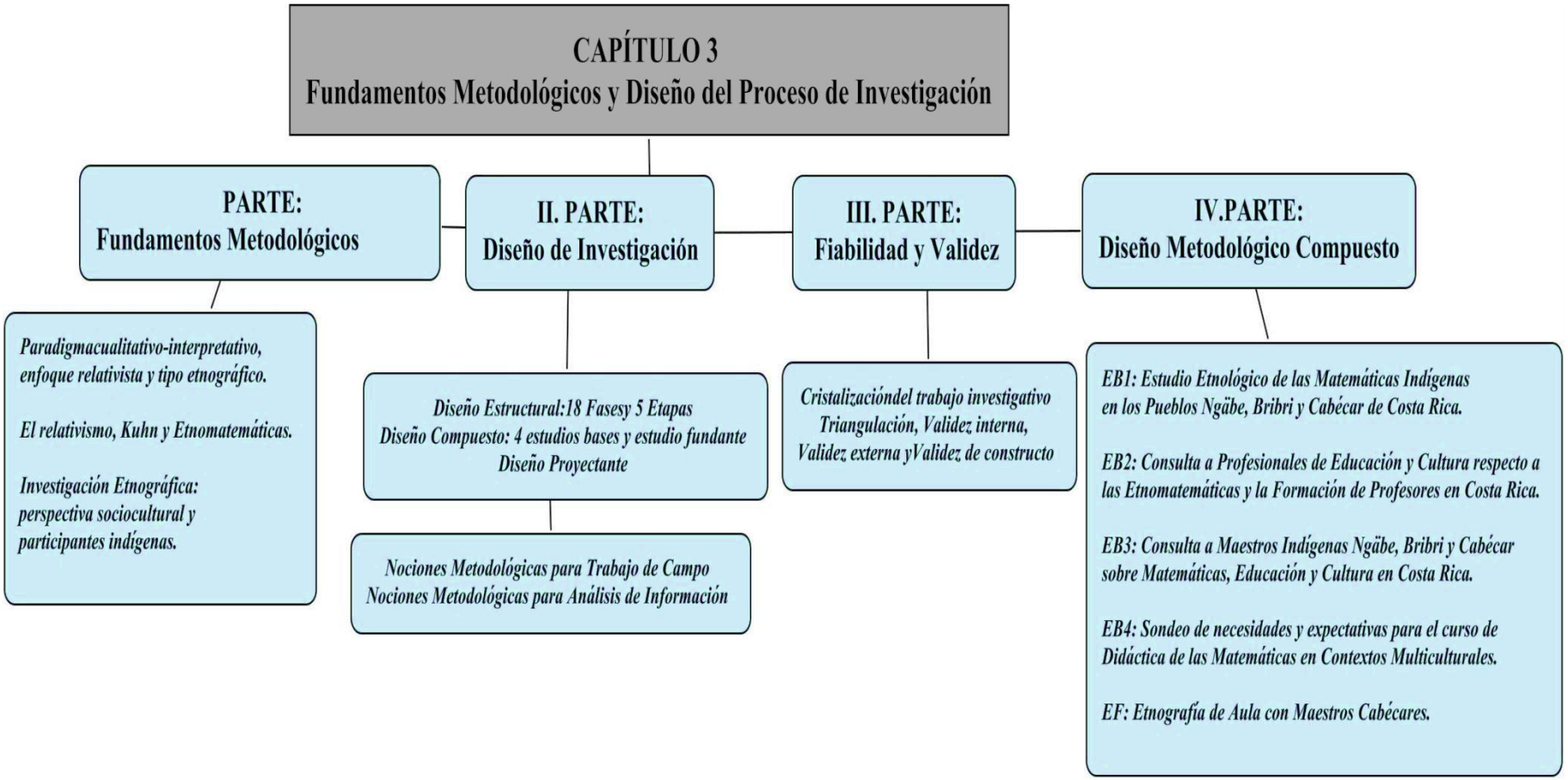


Figura 3.1. Esquema de la metodología de investigación.

3.2 PRIMERA PARTE: FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS. PARADIGMA Y ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

3.2.1 FUNDAMENTOS

En este apartado mostramos algunos elementos de la revisión teórica que realizamos para explicitar nuestros fundamentos y definir el *paradigma, enfoque y tipo de estudio* que encuadran esta investigación. Cabe destacar, que dicho encuadre representó una labor compleja, puesto que constituye un meta-análisis del trabajo, a la luz de las teorías epistémicas sobre la metodología de investigación en el campo de las ciencias sociales.

La presente investigación se ubica dentro del paradigma de investigación en educación que podemos llamar cualitativo-interpretativo, tiene un enfoque relativista y es de tipo etnográfico.

A continuación comentaremos las revisiones de distintas posturas teóricas, para distinguir cuales son prioritarias y convenientes según nuestro objeto de estudio y los propósitos de nuestra investigación.

Según D'Ambrosio (2008), la investigación en etnomatemática debe ser hecha con mucho rigor, no obstante, la subordinación de ese rigor a un lenguaje y a una metodología estándar puede ser perjudicial para el Programa de Etnomatemática, incuso teniendo un carácter interdisciplinario. Al respecto, aclara D'Ambrosio (2008, p.84) que "caracterizar a la etnomatemática como un área interdisciplinar es limitante"; comenta que desde la perspectiva investigativa se debe ser cuidadoso de no ser atrapado por las limitaciones epistemológicas y metodológicas de las perspectivas 'interdisciplinarias' que fueron el preludio de enfoques hoy comunes en los currículos escolares. La etnomatemática nace desde la conciencia de la diversidad, por lo tanto, no se puede enmarcar desde un solo enfoque, porque eso la contradice.

Asumimos que cada paradigma tiene unos principios y lenguaje propios, acordes a sus fines y es por esto que al asumir una postura paradigmática, ésta tiene que usarse y plasmarse rotundamente en todo el trabajo de investigación. Debido a esto, nos hemos hecho preguntas: ¿Qué es un paradigma?, ¿Cuál es el paradigma de nuestra investigación?, ¿Las investigaciones en etnomatemáticas pueden tener varios enfoques?, y ¿pueden combinar diversos tipos metodológicos?

A partir de las preguntas anteriores, hemos realizado *una revisión teórica sobre algunos autores,* considerando de antemano que hay muchos paradigmas, los cuales

debemos comprender como esquemas formales donde un conocimiento se sostiene y se organiza, con la finalidad de definir nuestra postura paradigmática en esta investigación.

Según Wittrock (1989, citado en Sandín, 2003), un *paradigma* es una vía de percepción y comprensión del mundo, algo así como un compromiso implícito, no formulado ni difundido, de una comunidad de estudiosos que coinciden en un determinado marco conceptual.

Hemos estudiado los planteamientos teóricos de Thomas Kuhn sobre la filosofía de la ciencia y concepto de paradigma. Consideramos que la visión investigativa de esta tesis coincide ampliamente con dichos planteamientos. En vista de dicha sintonía, asumimos las ideas de Kuhn, tanto relativas al paradigma como al relativismo, planteadas para los criterios de demarcación entre la ciencia y la no ciencia.

El relativismo científico fue reconocido cuando Kuhn introdujo el concepto de paradigma científico, que definió como el conjunto de presupuestos, interrogantes, métodos y teorías científicas que son propios de una época (Kuhn, 1962). Desde esta postura, un paradigma determina también lo que es verdadero y lo que es falso, y finalmente lo que es realidad. Kuhn afirmó que los paradigmas son inconmensurables, es decir, que cada paradigma es absolutamente diferente a los demás y por lo tanto no puede juzgarse 1a teoría perteneciente a un paradigma con los criterios que forman parte de otro.

Según Sandín (2003), desde la postura de Kuhn, la ciencia es un tipo de actividad profesional organizada que posee ciertos modelos de control de los resultados, que dependen no sólo de factores lógicos o intelectuales, sino también de factores históricos y sociales. Consideramos, en este sentido, que el factor cultural y social también incide en las matemáticas, lo que da lugar a multimatemáticas o ‘matemáticas vivas’ (Oliveras, 1995, 2000b, 2006) y las fundamentamos desde esta postura.

Las ideas de Kuhn, fueron secundadas por las propuestas de Lakatos, aunque aceptó la falsabilidad propuesta por Popper y asumió la visión de Kuhn de que una teoría nunca es rechazada por observación ni por un experimento crucial, sino por otra teoría trivial. A partir de esta idea, introduce un criterio de demarcación conceptual que se denomina *Programa de Investigación Científica,* basado en la comparación entre las teorías y los criterios epistemológicos de cientificidad, sobre el cambio científico, sobre la predicción de nuevos hechos, sobre el progreso teórico y empírico que la ciencia genera (Sandín, 2003). Al respecto, consideramos que el llamado Programa de Etnomatemáticas, promovido por Ubiratán D’Ambrosio se aproxima, pero no se ciñe estrictamente, a la teoría de Lakatos.

Además, las ideas de Laudan (citadas en Sandín, 2003) perfeccionaron las tesis filosóficas de Kuhn y suscitaron nuevas cuestiones dentro de la concepción historicista de la filosofía de la ciencia. Laudan defendió en su postura que los científicos siempre investigan dentro de una tradición de investigación en la que se pueden integrar varios

programas y teorías, defendiendo la concepción dinámica y diacrónica de la ciencia y esto le supuso aceptar que los criterios de cientificidad varían a lo largo del tiempo. Según Sandín (2003), la aportación principal de Laudan consistió en centrar los análisis epistemológicos y metodológicos en el progreso y no en la razón, valorando el aporte de las teorías a la resolución de diferentes problemas como un parámetro para distinguir los criterios de preferencia en las tradiciones de investigación.

Nos interesa recalcar que Larry Laudan considera que el concepto de pseudociencia no tiene significado científico y afirma que dicho término es usado básicamente para describir una apreciación subjetiva, por lo tanto el autor promueve la idea de deshacernos de términos como 'pseudociencia' y 'acientífico' de nuestro vocabulario; puesto que son palabras huecas que sólo trabajan a nivel emotivo. Estas ideas de Laudan inciden en nuestra idea reivindicativa de las matemáticas no occidentales, a las cuales se les ha llamado 'protomatemáticas', desvinculándolas de un carácter científico.

En nuestro trabajo surgen debates en torno a los fundamentos, debido a la variedad y complejidad de aspectos relacionados con el objeto de estudio. Algunas de las interrogantes que se generan son: ¿Hacemos etnomatemáticas desde la etnociencia, o hacemos etnomatemáticas desde la educación?, ¿El enfoque de nuestra investigación es funcional relativo a los roles de las ideas matemáticas en la cosmovisión indígena?, ¿Qué fundamento paradigmático es conveniente asumir en los trabajos de etnomatemáticas?

En el siguiente apartado tratamos de dar respuesta a las interrogantes planteadas, justificando por qué la postura relativista de Kuhn satisface nuestra visión investigativa.

3.2.2 EL RELATIVISMO, KUHN Y LAS ETNOMATEMÁTICAS

La elección del *paradigma cualitativo-relativista* como fundamento de esta investigación da coherencia a las diferentes partes del trabajo y lo valida como elemento teórico-empírico dentro del Programa de Etnomatemáticas.

Mostramos una reseña teórica de Kuhn sobre el desarrollo científico y comentamos los aportes de algunos autores para poner en evidencia que las Etnomatemáticas se ajustan a la visión de Kuhn.

La metodología que sugiere D'Ambrosio (2005) para trabajar en etnomatemática se basa en observar y analizar las prácticas de comunidades y grupos diferenciados, que no necesariamente están relacionados con comunidades indígenas o grupos minoritarios desfavorecidos, observando qué hacen y por qué hacen lo que hacen.

Consideramos relevante para nuestro trabajo poner de manifiesto cómo vamos a observar, es decir, cuáles van a ser nuestros 'parámetros' y nuestra perspectiva de la ciencia sobre la que se sostiene la investigación.

La concepción fundamental de Kuhn es el esclarecimiento de que la ciencia no se desarrolla de forma lineal ni acumulativa, como a menudo se supone, sino mediante saltos, 'revoluciones' o discontinuidades en el paradigma que la sustenta. Kuhn distingue tres etapas en el devenir de la ciencia, marcadas por cambios súbitos: la ciencia normal, la crisis de paradigma y la revolución científica.

La principal característica de una ciencia madura consiste en que está gobernada por un paradigma. En las etapas del desarrollo temprano de una ciencia aún no se establece un paradigma y Kuhn llama a estas etapas 'periodos pre-paradigmáticos'. Durante estos períodos los científicos (pre-paradigmáticos) desarrollan su investigación de forma independiente. En el período anterior al paradigma, hay un conjunto de reglas estándar para la realización de investigaciones que aún no han sido "elegidas", ya que, como dijimos antes, las escuelas y los científicos trabajan de una manera relativamente aislada, sin medios de comunicación establecidos (Kuhn, 1962, pág. 43).

El tipo de estudio desarrollado dentro de un área especializada de la ciencia llega a su etapa de madurez, una vez que un determinado paradigma ha evolucionado, es decir, cuando el paradigma es compartido por un grupo de científicos que constituyen la comunidad científica de referencia.

Para Kuhn, la ciencia normal es el período que transcurre cuando una comunidad científica ha accedido a desarrollar la investigación basada en un paradigma aceptado por la colectividad. Basándose en esto, los científicos se dedican a la resolución de enigmas diferentes, siendo éstos, según lo descrito por Kuhn, una categoría particular de problemas, los que prueban el intelecto y la capacidad del paradigma para resolver dichos problemas.

Cada científico, incluso cuando aparentemente trabaja solo, es moldeado por las normas comunes practicados por él y su comunidad científica (Kuhn, 1962). Así, la ciencia se convierte en analizable por dimensiones sociológicas y culturales. Dado el gran impacto de los valores o elementos sociales y culturales de las posturas epistemológicas sobre las normas compartidas por una comunidad científica, el concepto tradicional de la objetividad del conocimiento no es fácil de mantener.

El paradigma proporciona un conjunto de métodos que han sido acordados por la comunidad científica como herramientas aceptables de investigación. Además, éste proporciona modelos de problemas o problemas principales, que definen el rango de enigmas y los tipos de enigmas que son resolubles dentro del paradigma (Kuhn, 1962).

Según Kuhn, la ciencia normal es una empresa que intenta perfeccionar, ampliar y articular un paradigma existente, la gran mayoría de científicos trabajan dentro de los ámbitos compartidos por su comunidad y dentro del rango del paradigma actual (Kuhn, 1962, p.89).

Kuhn (1962, p.252) establece, con respecto a la ciencia normal, que parte de la respuesta al cuestionamiento del progreso de la ciencia se encuentra simplemente en el ojo del espectador. Es decir, que el progreso científico no es de un tipo diferente al progreso en otros campos; ya que la ausencia, durante ciertos periodos, de escuelas competidoras que se cuestionen recíprocamente propósitos y normas, hace que el progreso de una comunidad científica normal, se perciba con mayor facilidad. Una vez que un paradigma ha sido aceptado, la comunidad científica se libera de revaluar sus fundamentos y se puede concentrar en la resolución de problemas o enigmas sin interés, incluso en los fenómenos más esotéricos.

Las etapas marcadas por Kuhn para notar el desarrollo científico parten de un paradigma aceptado por la comunidad científica, sin embargo, puede suceder que se generen anomalías y que los problemas no puedan ser explicados y estudiados en el paradigma establecido, es decir, que la capacidad de resolución de enigmas del paradigma se agota y entonces se produce una crisis y durante este período de crisis, los hallazgos y estereotipos se vuelven más débiles y proporcionan la información necesaria y las razones suficientes para un cambio fundamental del paradigma (Kuhn, 1962, p.157).

En síntesis, la tesis fuerte kuhniana postula que las nociones positivistas de conocimiento, objetividad y verdad presentan un modelo de investigación que no se ajusta a la realidad histórica de la ciencia y por esto se pueden considerar irrelevantes y faltas de realismo. Según Sandín (2003), los aportes de Kuhn permiten sustituir los modelos de explicación lógicos por los socio-históricos y se abandona la vieja idea de la verdad como reflejo de una realidad estable y mecánica, superando la visión lineal, acumulativa, trascendental, ahistórica, abstracta y absoluta del conocimiento científico, y cambiándola por una visión alternativa de éste con características de histórico, relativo y dependiente del contexto.

Evidentemente, esto es válido también para las matemáticas, ya sean consideradas como ciencia o como lenguaje específico, en tanto que son el producto social y cultural de un grupo humano, elaborado mediante el consenso de los modos individuales de pensar, surgidos de las prácticas idiosincráticas grupales. Es decir el conocimiento matemático, caracterizado a través de la metáfora del trébol de Oliveras (2000, 2006).

El trabajo de Úrsula Andrea Rohrer (en su tesis doctoral sobre Etnomatemáticas, 2010) presenta una revisión de autores relevantes en las etnomatemáticas y los relaciona con la visión teórica de Kuhn.

Rohrer muestra que en los estudios etnomatemáticos, muchas veces se descubre que el conocimiento se transmite por tradición oral y a veces muchos términos que han sido científicamente definidos son practicados por los pueblos, pero no son conscientes de sus nombres; de este modo afirma Rohrer (2010) que los procedimientos utilizados para resolver problemas en la vida cotidiana y las actividades socioculturales no pueden ser inmediatamente asimilados o interpretados como matemáticas, pero realmente lo

son, por esta razón nos parece fundamental contar con las herramientas proporcionadas por las teorías de las ciencias sociales para evaluar conjuntamente el contexto cultural.

Rohrer (2010) remite a Eduardo Sebastiani Ferreira que ha investigado el estado teórico de la Etnomatemática utilizando las conceptualizaciones sobre el desarrollo de la ciencia, siguiendo a Kuhn (Sebastiani Ferreira, 2004, citado en Rohrer, 2010). Desde la postura de Sebastiani Ferreira, la visión kuhniana conduce a valorar las etnomatemáticas desde tres enfoques: la etnociencia, la historia de las matemáticas y la enseñanza de las matemáticas (Sebastiani Ferreira, 2004, citado en Rohrer, 2010, p.81):

- Como parte de la etnociencia, se valora la investigación de corte antropológico, ya que se considera que constituye una ciencia normal. Sebastiani Ferreira afirma que desde esta perspectiva se debe ser cuidadoso, porque existen controversias acerca de si las ciencias sociales pueden ser consideradas como una ciencia en el sentido de Kuhn.
- Como un área de investigación dentro de la historia de las matemáticas, este enfoque se basa en la evolución cultural y Sebastiani considera adecuado reconocer a la etnomatemática en este contexto.
- Como el desarrollo de una teoría de la educación, afirma Rohrer (2010) que este es el enfoque preferido por Sebastiani Ferreira, ya que debido a su implicación experimental en un entorno educativo permite la verificación como una teoría.

Sebastiani Ferreira opta exclusivamente por el tercer enfoque, visualizando las Etnomatemáticas como una Teoría de la Educación. Afirma que las Etnomatemáticas han alcanzado un estado de paradigma en este campo, al cumplirse lo que Gerdes había declarado como uno de los objetivos de investigación: "dar a conocer y analizar las influencias de los factores socioculturales en la enseñanza, el aprendizaje y el desarrollo de las matemáticas" (Rohrer, 2010).

Por otra parte, Paulus Gerdes, citado en Rohrer (2010) ha afirmado que las etnomatemáticas poseen un ámbito bien definido de estudio y que trasciende en la práctica porque esta área de investigación es consciente de la existencia de muchas matemáticas que existen de manera específica para determinadas culturas.

En la opinión de Rohrer, esta definición es ampliamente aceptada por la comunidad de investigadores y afirma que hay más indicadores en la concepción de Kuhn, que se pueden utilizar para determinar el estado de desarrollo de la etnomatemática como un paradigma. El primero de estos indicadores es la existencia de un periodo pre-paradigmático.

Sabemos que desde la primera mitad del siglo XX, varios investigadores desarrollaron investigaciones etnológicas sobre las prácticas matemáticas (Lean, 1986; Asher y Asher, 1981; Closs, 1986; Zaslavsky, 1973; Pinxten et al, 1983; Harris, 1980; Gay y Cole, 1967; Gerdes, 1986, Lancy, 1983) pero de manera aislada y sin comunicación con otros pares, fue durante este período cuando se estableció el término etnomatemáticas.

Según Rohrer (2010), esta etapa pre-paradigmática duró hasta la década de 1960 e inmediatamente después de este período, se realizaron nuevos trabajos de investigación en áreas no exploradas anteriormente, dando lugar a la aparición de hallazgos y redes de comunicación, sobre todo con los aportes de Ubiratán D'Ambrosio en Brasil y Alan Bishop en Australia, que comenzaron a difundir sus ideas entre los años 1985 y 1986.

Posteriormente se establece la creación de una comunidad científica de investigadores y profesores interesados en las etnomatemáticas, como se demuestra por la celebración de congresos internacionales. El primero de ellos se celebró en Granada, en 1998, fue organizado por Oliveras, M. L. y contó con la asistencia de 120 participantes de 19 países.

Discutir la teoría de Kuhn sobre el desarrollo científico nos parece un asunto relevante para este estudio, pues pretendemos aportar algo nuevo al estatus teórico de la etnomatemática y además queremos ofrecer la manera en la que entendemos la relación entre las etnomatemáticas occidentales (con carácter de rigor por la comunidad científica) y las etnomatemáticas indígenas (sin carácter de rigor por la comunidad científica).

Coincidimos con Rohrer (2010, p.87) en que desde la visión teórica de Kuhn, el conocimiento transmitido por tradición oral en los pueblos primitivos puede alcanzar el carácter de conocimiento etno-científico y el abordaje etnológico de la matemática indígena puede trascender de la mera curiosidad, alcanzando estadios de rigor desde el pensamiento occidental, con lo que se contribuye a cambiar el 'paradigma' de la concepción de la matemática occidental como única y universal.

Consideramos que para comprender la cultura ajena y darle el valor, el relativismo científico es el fundamento teórico adecuado.

Ángel Aguirre Baztán (1995) afirma que el relativismo es una postura contraria al etnocentrismo que surgió como respuesta al evolucionismo y su método comparativo. El relativismo, ha puesto de manifiesto la singularidad y particularidad de los procesos culturales; desde esta perspectiva, cada grupo cultural (o etnia) se ha formado en un nicho geográfico concreto y a través de una historia singular, por lo tanto cada cultura es única e irrepetible.

El particularismo histórico que demarca el relativismo, genera algunas ideas que resumimos de Aguirre (1995) y que tenemos en cuenta en esta tesis:

- Los grupos humanos son diversos en sus adaptaciones espacio-temporales y sus sistemas culturales resultantes son únicos e irrepetibles.
- El hecho de admitir semejanzas de unos individuos con otros no infiere principio alguno de universalidad.
- El querer generalizar y universalizar representa una ansiedad por homologar, nacida de la inseguridad angustiosa o de una pasión inconsciente de poder centralizador.

- La generalización comparatista es un reduccionismo que empobrece la riqueza plural de lo real.

Un ejemplo de trabajo etnomatemático relevante, orientado en esta postura relativista, es el modelo MEDIPSA, con el que se resume la orientación teórica- paradigmática de Oliveras (1996). Es una manera en la cual se aborda una situación-problema para comprender el trabajo artesanal y llevar los hallazgos de la investigación a una propuesta formativa de profesores y educativa de estudiantes. El MEDIPSA engloba siete visiones teóricas para comprender la realidad de una determinada manera y combina dentro del paradigma relativista dos enfoques: el interpretativo-formal y el crítico. En el enfoque interpretativo-formal, se pretende entender las situaciones en su entorno, y traducirlas o formalizarlas académicamente, su fin es conectar la realidad y la comunidad científica, estableciendo su sentido científico. El paradigma crítico es asumido por Oliveras en su propuesta didáctica, pues en la problemática educativa se quiere intervenir y propiciar cambios sociales. Ambas visiones tienen en común que la realidad se construye, y que nace de las interrelaciones de los significados. Significados compartidos sobre las matemáticas y sobre la educación o enculturación. Lograr estos significados compartidos requiere una penetración en la cultura ajena, desde otra cultura, admitiendo que ambas tienen la misma validez.

Otro trabajo que nos parece importante en la comprensión de una cultura ajena, desde la postura relativista, es el trabajo de Pinxten et al (1983), quien considera que la entrevista etnográfica debe ser vista como una comunicación intercultural y Rockwell (2008) considera que en los modelos clásicos de entrevista la transferencia de información suele ser unidireccional, hacia el investigador, notando que los habitantes navajos también hicieron sus propias conjeturas sobre quién fue el que los entrevistó.

Comentamos los aportes metodológicos del trabajo de Pinxten que Rockwell (2008) resume, a continuación:

- para avanzar en la comprensión de otra cultura es necesario considerar que las formas de conversación son en sí mismas culturales. Nosotras consideramos que Pinxten toma en cuenta que los discursos de los navajos tenían como componente implícito el conocimiento o explicación de la realidad tangible, elementos de la cosmovisión o de la tradición mítica cultural.
- En los intercambios en el campo, el investigador inicia con un discurso que necesariamente está cifrado en términos de su propia cultura. Pinxten establece la diferencia en el caso de que el discurso del investigador contenga vocabulario desconocido para los entrevistados, lo cual es un gran factor de riesgo porque el interlocutor puede reaccionar ante este discurso de muchas maneras: lo puede ignorar, interpretar, refutar, negar, o lo que sea.
- La observación está repleta de supuestos teóricos, culturales e ideológicos, por lo que Pinxten propone una definición interaccional de la observación y reconoce la naturaleza del conocimiento producido como resultado de cierto grado de acuerdo, entre los marcos de interpretación que emergen entre el etnógrafo y los otros, sobre algún tema en particular. Lo que comenta Rockwell

(2008) es que no es posible describir completa y fielmente la cultura, ya que los significados logrados están 'marcados' tanto por los supuestos culturales del investigador como por los supuestos culturales de las personas con las que el investigador conversa.

3.2.3 LA INVESTIGACIÓN ETNOGRÁFICA

El tipo de una investigación alude a sus objetivos y metodología, hemos dicho que nuestra investigación es de tipo etnográfico y queremos manifestar lo que entendemos por tal tipo de investigación, y la manera en que le hemos dado forma.

La investigación etnográfica implica la descripción integral de un grupo que comparte una determinada cultura en función de un significado simbólico para la comprensión de los procesos psicosociales y humanos, entendiendo por cultura un conjunto de patrones de la vida diaria en los que se entrelaza lo que se hace, lo que se dice y los instrumentos que se utilizan en su modo de vida (Wolcott, 2003). Según Angrosino (2012) fue desarrollada por los antropólogos desde finales del siglo XIX para estudiar pequeñas sociedades tradicionalmente aisladas. Sin embargo, actualmente se utilizan en todo tipo de entornos y es ampliamente estudiada, debatida y promovida en las Ciencias Sociales.

Martínez (2007, p.29) describe la etimología del término *etnografía*, explicando que "significa la descripción (*grafé*) del estilo de vida de un grupo de personas habituadas a vivir juntas (*ethnos*)" y profundiza en esta descripción, asegurando que el enfoque etnográfico se apoya en la convicción de que las tradiciones, roles, valores y normas del ambiente en que se vive se van internalizando poco a poco y generan regularidades que permiten que se puedan explicar adecuadamente las conductas individuales y de la colectividad de personas que comparten su origen étnico, si situación social, cultural o circunstancial.

León y Montero (2003) la caracterizan como la estrategia que sirve a la vez para observar y preguntar, pero tratando de alejarnos al máximo de las categorías propias de la cultura del investigador, ya que el objetivo es encontrar las categorías de los 'otros'. Según Goetz y LeCompte (1988, p.73-74), los estudios etnográficos requieren una metodología específica: "una descripción holista de la interacción natural de un grupo en un periodo de tiempo, que represente fielmente las visiones y los significados de los participantes", mientras que Rockwell (2008) afirma que el sentido de la investigación etnográfica es producir un conocimiento nuevo y una mayor comprensión de procesos que frecuentemente han sido estudiados a otras escalas y por otros medios.

Notamos que los autores destacan el carácter holístico que tienen las investigaciones de tipo etnográfico. Además de su carácter integrador, Wolcott (2003) insiste la investigación etnográfica se debe orientar a la interpretación cultural y afirma que la etnografía puede describirse haciendo una lista de las características que *no* posee; por ejemplo: no es una técnica de campo, no es estar mucho tiempo en el campo,

no es simplemente hacer una buena descripción, no se crea mediante la obtención y el mantenimiento de relaciones con los sujetos. Es todo ello conjuntamente de forma holística.

Comentamos las ideas de Wolcott porque parte de este trabajo está orientado a la interpretación que tiene como base las estancias en el campo, que, como se verá más adelante involucraron distintos tipos de dinámicas para la recolección de información.

Sin embargo, debido al objeto de estudio de esta investigación, la inmersión en el campo ha requerido una amplia revisión bibliográfica para comprender –aunque sea parcialmente- los códigos culturales de los grupos indígenas implicados. Rockwell (2008) denota la importancia de dicha revisión bibliográfica, pues insiste en que el investigador comprende en teoría algunos aspectos básicos de la cultura, que le permiten construir relaciones de confianza con algunos de los habitantes y tener acceso a acontecimientos públicos de la comunidad, así como facilitar la búsqueda de personas de contacto para poder aplicar otras herramientas (Guber, 2011).

Con el término etnografía se hace alusión tanto a una forma de actuar en el campo, regido por el enfoque etnográfico, como al producto final de la actividad investigativa, bajo este enfoque. En el apartado 2.2.1 del Capítulo 2 hemos comentado la participación de la etnografía dentro de la visión antropológica de este trabajo.

Siguiendo la idea anterior, Goetz y Le Compte (1988) establecen que la etnografía además de ser un *producto* que recrea las creencias compartidas y comportamientos de un grupo de personas, también es un *proceso y una forma de estudiar la vida humana*, que implica un diseño que conduzca a la reconstrucción cultural. Dichos autores reconocen tres atributos en la etnografía con respecto a sus *estrategias heurísticas*. El primero, establece que las estrategias utilizadas proporcionan datos fenomenológicos, que representan la concepción del mundo (cosmovisión) de los participantes, de forma que sus constructos se utilizan para estructurar la investigación. El segundo atributo establece que las estrategias son empíricas y naturalistas, aplicando prioritariamente la observación para obtener datos empíricos de primera mano y evitar la manipulación intencional de las variables de estudio. El tercer atributo se refiere al carácter holista, multimodal y ecléctico; es decir, que las descripciones pretendidas tienen a ser globales para tratar de interpretar las casusas y efectos del comportamiento de los sujetos, aplicando para ello una amplia gama de técnicas de recolección de datos.

La etnografía no sigue un modelo lineal, sino un *modelo cíclico*. Según Sandín (2003) *el modelo etnográfico es una espiral*, en la cual los propósitos y los instrumentos se pueden volver a definir en cada ciclo de la misma, se redactan informes sucesivos para que las personas implicadas puedan revisarlos y validarlos, de este modo, el proceso genera nuevas interrogantes y contribuye a focalizar progresivamente los aspectos a analizar a través de la recogida y análisis de la información, en un proceso continuo y dialéctico. En la siguiente figura mostramos el modelo cíclico espiral, que hemos adaptado de Sandín (2003).

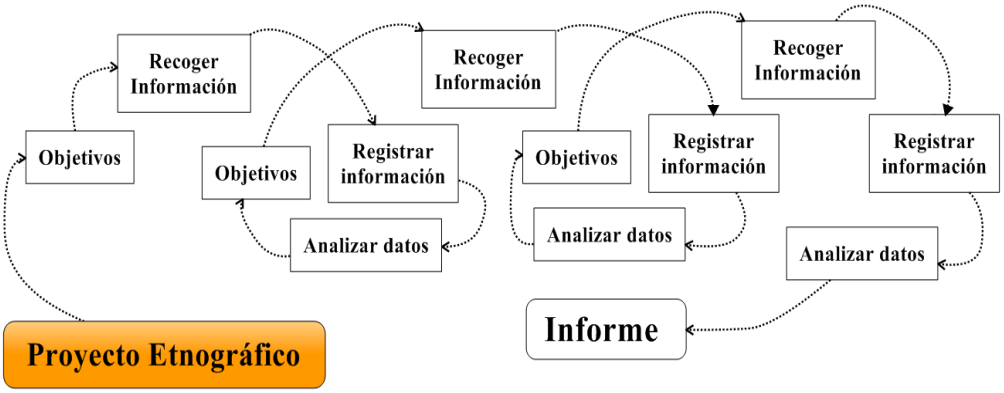


Figura 3.2. Modelo de espiral en la investigación etnográfica.

Esta tesis de *estructura tradicional compleja* cumple con el modelo de espiral, puesto que los estudios que la componen siguen una secuencia cronológica temporal y lógica que justifica cómo los hallazgos en la revisión bibliográfica son confirmados en el trabajo de campo y a la vez producen nuevos hallazgos que sumados a nuevas revisiones teóricas sirven de insumo para preparar nuevas experiencias de campo y así sucesivamente.

Sandín (2003, p.33) enuncia una lista de características que tienen las investigaciones de *enfoque etnográfico*:

- La finalidad de la investigación es comprender, *interpretar*, de manera mutua y participativa la realidad, los significados de las personas, percepciones, intenciones y acciones.
- La naturaleza de la realidad (ontológica) es múltiple, de carácter holístico, divergente y construido,
- La relación sujeto-objeto está interrelacionada y marcada por relaciones influenciadas por factores subjetivos.
- El propósito (relacionado con la generalización) se basa en premisas de trabajo fundadas en un contexto y tiempo dado, con explicaciones idiográficas, inductivas, cualitativas y centradas sobre diferencias.
- La explicación causal está relacionada con la interacción de factores.
- La axiología, es decir, el papel de los valores es explícito, pues se basa en unos valores existentes que influyen en la selección del problema, la teoría y los métodos del análisis.
- Los fundamentos son la fenomenología y la teoría interpretativa.
- La naturaleza de la realidad se asume como dinámica, múltiple, holística, construida y divergente.
- Las relaciones entre la teoría y la práctica tienen una retroalimentación mutua.
- Los criterios de calidad son la credibilidad, la confirmación y la transferibilidad.
- Las técnicas, es decir, los instrumentos y las estrategias para recopilar los datos son cualitativos descriptivos, el investigador es el principal instrumento y las estrategias están vinculadas con la perspectiva de los participantes.

- El análisis de datos es cualitativo, aplicando inducción analítica o triangulación.

En la lista de características que nos provee Sandín (2003), se verifican los pasos del proceso etnográfico que encontramos en León y Montero (2003, p.144): el diseño del proyecto, la determinación de las técnicas, el acceso al ámbito de investigación, la selección de los informantes, la recogida de lo datos y la determinación de la duración de la estancia, el procesamiento de la información recogida y la elaboración del informe.

Cohen, Manion y Morrison (2011, p.46) resumen el *enfoque interpretativo*, considerando las siguientes características:

- Se interesa por lo individual y es una investigación a pequeña escala.
- Las acciones humanas continuamente están recreando las prácticas sociales.
- Cualitativa-subjetiva y no estadística.
- Hermenéutica e interpretativa, con múltiples direcciones de causalidad: fenomenológicas, de interaccionismo simbólico y de la etnometodología.
- Investigación desde adentro y desde afuera que se centra en interpretar lo específico.
- Comprende acciones-significados más que las causas e investiga lo dado por hecho, con un interés práctico.
- Micro-conceptos: perspectiva individual, constructos personales, negociación de significados, definiciones y situaciones.

Nos interesa destacar estas características de un proceso etnográfico, cuyo modelo espiral requiere un gran compromiso ético y una labor rigurosa y cuidada por parte del investigador.

El investigador desde el enfoque etnográfico alcanza especiales relaciones con los participantes y los conocimientos sobre ellos (Guber, 2011). Por lo tanto, mostramos las orientaciones teóricas que algunos autores recomiendan para establecer previamente el rol que se desempeñará en los escenarios de investigación. Algunos autores, como Hammersley y Atkinson (1994) otorgan una responsabilidad absoluta al investigador: "en etnografía el instrumento de investigación es el etnógrafo" (p.178). Otros autores dan 'pautas' de trabajo y de actitud, para el trabajo etnográfico, por ejemplo, Rockwell (2008) establece que para aproximarse a los lenguajes y conocimientos locales, el investigador debe ser receptivo y sensible hacia las formas locales de interpretar los sucesos y las experiencias, así, debe plasmar mediante descripciones analíticas concentradas y a la vez detalladas en una cuidadosa selección de lo observado y escuchado en el campo.

Martínez (2007, p.30) asegura que el etnógrafo persigue "crear una imagen realista y fiel" del grupo que estudia, coincidiendo con Wolcott (2003), quien afirma que el etnógrafo además de mirar y preguntar, examina. Es decir que revisa con detenimiento las características de determinados productos culturales que pueden estar cargados de significado y está en un constante ir y venir con la información para tratar de

interpretarla a la luz de la visión de 'los otros' con el fin de obtener nuevos aspectos observables del objeto de estudio. Rockwell (2008) agrega que debe ser riguroso y comprometido en escribir la experiencia, pues el registro de estas observaciones suele ser el fundamento más sólido del conocimiento construido, que es lo que le permite interpretar todo lo demás.

Como resultado de este proceso, el investigador se transforma, al comprender los marcos de interpretación y de comprensión de la localidad o entorno en que se realiza el estudio y esto le permite acceder en el campo y construir nuevas perspectivas sobre realidades ajenas o familiares (Rockwell, 2008).

> *Con el tiempo las temáticas de nuestro interés se van transformando y coincidiendo con los intereses de las personas de la localidad. Cuando esto llega a pasar se participa de manera más espontánea y activa, entonces es normal olvidarse del cuaderno y la grabadora, salvo para entrevistas formales, y el conocimiento pasa a formar parte de la comprensión familiar que uno adquiere sobre realidades ajenas* (Rockwell, 2008, p.94).

Hay otros autores que generalizan las características de los roles del etnógrafo. Por ejemplo Goetz y Le Compte (1988) sugieren tener en cuenta la subjetividad, la implicación en las relaciones sociales y el compromiso.

La subjetividad se refiere a que la etnografía es una de las modalidades de la investigación científica que admite en su seno las percepciones y sesgos subjetivos del investigador y de los participantes. Se considera también que el etnógrafo está constantemente haciendo comparaciones entre su cultura de origen y la cultura observada, lo cual le provee luces sobre ambas. Además en este aspecto se consideran los sesgos por el acceso a la lengua del grupo observado, ante esto Goetz y LeCompte (1988) afirman que lo ideal es que el etnógrafo aprenda la lengua y las variantes lingüísticas de los participantes de la investigación, pues de otra forma, debe confiar en los datos que recopile a través de intérpretes de la lengua nativa.

Respecto al conocimiento de las lenguas indígenas implicadas en esta investigación, se ha realizado una revisión de la morfología, que se expone en el Capítulo 4. Respecto a los significados y significantes, lo que podemos resumir es que las lenguas indígenas tienen una estructura compleja, sin embargo, podemos afirmar que se tiene un dominio muy básico de algunos fonemas de la lengua Bribri, así como las variantes dialectales de la misma; respecto a la lengua Cabécar se conocen las variantes dialectales, pero no la fonología de los mismos y de la lengua Ngäbere se desconoce la fonética.

En relación al entorno escolar, hemos tenido en cuenta la afirmación de Woods (1987) que dice: "el etnógrafo debe representar la realidad estudiada, con todas sus diversas capas de significado social en su plena riqueza" (p.19), es decir, interesándose por lo que hay más allá del punto de vista manifestado por el sujeto, y tomando en cuenta la perspectiva con la cual éste ve a los demás. Esta implicación en las relaciones

sociales, tienen sentido en el entorno escolar, así como las que establecen Goetz y Le Compte (1988) cuando puntualizan que se debe trabajar con los participantes en escenarios donde los comportamientos se produzcan de forma natural. Ya hemos explicado en el Capítulo 2 las relaciones entre el comportamiento, el conocimiento y la acción, pero en escenarios indígenas hay que involucrarse en actividades de su cotidianeidad para comprender la relación de estos tres entes, por lo tanto, además de participar en el 'ecosistema' escolar, también hemos considerado conveniente participar, en algún caso, de las actividades agrícolas, artesanales, celebraciones rituales y culturales en general.

Además se ha tenido la conciencia y la voluntad de la investigadora por realizar una adecuada inmersión en el campo (entorno indígena) y por 'desembarazarse', en el sentido de Woods (1987, p.19) de todos los presupuestos que pudieran orientar hacia interpretaciones subjetivas.

Esta disposición responde a la idea de Goetz y LeCompte (1988, p.116) que recalcan el compromiso del etnógrafo por conservar el equilibrio en la relación con los participantes del estudio, sin implicarse demasiado a nivel personal y así poder "mantener una observación desapasionada e imparcial". En esta característica se incluyen los protocolos de acceso y abandono del campo, e insisten los autores en que el etnógrafo, más que cualquier otro investigador, debe reflexionar sobre cómo abandonar el escenario sin causar perjuicio en el entorno natural de los participantes. En esta investigación, hemos seguido diversos protocolos para ingresar y abandonar el campo, que detallamos en apartados posteriores.

Coincidimos con los autores estudiados en que el rol del investigador etnográfico puede variar pero por lo general tiene tres estadios que hemos experimentado en este trabajo. En el primero de ellos el investigador se muestra como especialista de una disciplina académica, que defiende un método concreto y plantea cuestiones específicas; sin embargo, la experiencia en el campo y las interacciones con los participantes, le conducen al segundo estadio, que es cuando el etnógrafo permanece en el escenario como observador (Wolcott, 2003) y además desarrolla una interacción social adecuada con los participantes, hasta aprender todo lo posible de su cultura (Rockwell,2003). El tercer estadio se refiere a un momento en el cual la presencia del investigador es imperceptible o natural en el grupo de participantes, asimismo el etnógrafo está lo suficientemente familiarizado con el grupo estudiado como para discutir sobre los significados (Goetz y LeCompte, 1998).

Denzin (1994, citado en Woods, 1998, p.117) se refiere al investigador como escritor 'experto en bricolage', pues es "quien le da una forma al significado y la interpretación extrayéndolos de su experiencia constante" y empleando los métodos o las técnicas que tenga a mano.

El encuadre del paradigma cualitativo –interpretativo con enfoque relativista y los tipos y características del trabajo etnográfico se complementan con la visión desde la

teoría sociocultural y el interaccionismo simbólico, que hemos tomado también como fundamento y que exponemos en el siguiente apartado.

3.2.3.1 ORIENTACIONES TEÓRICAS DESDE LA TEORÍA SOCIOCULTURAL Y LA INVESTIGACIÓN ETNOGRÁFICA CON PARTICIPANTES INDÍGENAS

Dentro de la *teoría sociocultural* y la investigación etnográfica existen diversas orientaciones teóricas que hemos tenido en cuenta para ubicar la presente investigación, según los roles de la investigadora y el objeto de estudio. Hemos revisado los planteamientos respecto al interaccionismo simbólico, la etnometodología y las particularidades, en su mayoría señaladas por Grenier (1999), para los trabajos de investigación que involucran en conocimiento indígena.

Angrosino (2012), afirma que el *interaccionismo simbólico* es una teoría que considera a las personas como agentes activos que componen la sociedad en su comportamiento dinámico cambiante, y la *etnometodología* es un enfoque para el estudio del comportamiento humano que ha pretendido explicar cómo se construye, mantiene y cambia el sentido de realidad de un grupo. A continuación describimos y resaltamos los aspectos de estas dos tendencias que son importantes para nuestra investigación.

Los seres humanos actúan sobre los objetos y los hechos en función del significado que tienen para ellos (Latorre, del Rincón y Arnal, 2003), de modo que hay un interés por describir los *procesos de interpretación* como instrumento de comprensión de los significados atribuidos que se identifican en la dinámica social y es así como surge el interaccionismo simbólico, a partir de las ideas de H. Blumer (1969), que se basan en tres premisas básicas: (a) la actuación de las personas sobre las cosas depende del significado que tengan, (b) los significados son el resultado de la interacción y (c) la interpretación modifica y genera los significados.

A partir de estas premisas, Angrosino (2012, p.24) distingue una serie de supuestos básicos relacionados del *interaccionismo*, que nos orientan en la dinámica a seguir durante el trabajo de campo:

- Las personas viven en un mundo de significados aprendidos que se codifican como símbolos y que se comparten mediante interacciones en un grupo social dado.
- Los símbolos son motivadores, en el sentido de que impulsan a las personas a llevar a cabo sus actividades.
- La propia mente humana crece y cambia en respuesta a la calidad y extensión de las interacciones en las que el individuo participa.
- El yo es un constructo social: nuestra noción de quiénes somos se desarrolla solo en el curso de la interacción con otros.

El trabajo de campo etnográfico desde el enfoque interaccionista persigue descubrir los significados que los actores sociales atribuyen a sus acciones. Según Angrosino (2012) la introspección empática concibe el *comportamiento* desde una visión subjetiva, se trata de entender cómo comprenden las personas lo que hacen. Desde esta perspectiva anterior, el investigador no puede ser un observador neutral sino que se debe convertir subjetivamente en uno de los miembros del grupo observado y de esta manera se construye una *etnografía interaccionista* en la cual se descubren los sistemas de símbolos que dan significado a lo que las personas piensan y hacen (Angrosino, 2012, p.25).

Algunas preguntas de la tradición etnográfica pretenden descubrir o explicitar ¿cómo forman relaciones las personas? porque estos procesos les ayudan a dar significado a su vida. En esta investigación, creemos que la cosmovisión indígena es una estructura de relaciones, característica de su interpretación del mundo físico y mítico. No pretendemos profundizar en el estudio de dichas relaciones, pero sí queremos dejar constancia de nuestro interés por la cosmovisión indígena, en el desarrollo de esta investigación.

Cohen, Manion y Morrison (2011) y Angrosino (2012) exponen cuatro posibles roles de los etnógrafos, desde la perspectiva del interaccionismo, cada uno de estos roles es potencialmente útil, dependiendo de las circunstancias. En nuestro caso particular, asumimos el *rol de participante como observador*, puesto que hemos realizado protocolos de negociación de entrada para las comunidades indígenas visitadas, gestionadas a través de conversaciones orales con miembros de las Asociaciones de Desarrollo en comunidades Bribris, Cabécares y Ngäbes, con las cuales hemos obtenido los permisos correspondientes para el ingreso de M.E. Gavarrete como investigadora. Además, contamos con una carta de aceptación como miembro participante investigadora (independiente sin honorarios) en el trabajo desarrollado por la Comisión Inter-institucional Siwä-Pakö (Anexo A9). Finalmente se desarrolló un protocolo de entrada en el curso de formación para maestros indígenas cabécares y se tiene un Consentimiento Informado que fue firmado por los 16 maestros que participaron en el CEMEI.

Woods (1998) establece una serie de principios del interaccionismo simbólico que tenemos en cuenta en la investigación y que relacionamos con la "alteridad cultural" que es uno de los principios para la planeación y para los marcos interpretativos de este trabajo (Anexo F9), pues la investigadora ha madurado en su "proceso" meta-cognitivo y autoformativo , con el fin de poder asumir posicionamientos interactivos y empáticos durante el trabajo de campo, así como posicionamientos objetivos e imparciales durante la observación, el registro y el análisis de la información.

En la *etnometodología* se da mucha importancia al uso de técnicas que permitan mantener el orden social de las personas que participan y que deben asimilar para mantener la interacción y mostrar la realidad común que comparten. Según Angrosino

(2012) algunas de las técnicas que emergen de manera inconsciente y que son más usadas por los etnometodólogos cuando estudian los entornos sociales son:

- La *búsqueda de la 'forma normal'*, que significa asegurar que quienes participan en el estudio estén siempre de acuerdo con las técnicas por parecer normales y adecuadas para su contexto.
- La *confianza en una 'reciprocidad de perspectiva'*, que significa que las personas participantes comunican la creencia de que sus experiencias son intercambiables a pesar de que procedan de lugares diferentes.
- El *uso del 'principio del etcétera'*, que significa que en las interacciones no se dice todo, de manera que los miembros participantes de la interacción deben suplir la información requerida para comprender las acciones o palabras del otro y se aceptan de manera implícita, con el propósito de no interrumpir explícitamente para solicitar una aclaración.

Según Angrosino (2012), la investigación etnográfica está diseñada para evidenciar cómo las personas utilizan técnicas de persuasión para interactuar y convencer sobre una manera de comprender sus percepciones de 'lo real'.

En nuestra investigación ha prevalecido *el uso del principio del etcétera*, puesto que antes del trabajo etnográfico de campo hemos estudiado muchos textos relacionados con la cultura y la tradición indígena costarricense. Por lo tanto, muchas veces hubo información que el interlocutor omitió, pero en vista de un principio *pseudo-interpretativo* por parte de la investigadora, fue posible retomar las informaciones ambiguas, o bien, siguiendo los consejos manifestados por interacción con otros sujetos fue posible acceder a información que está restringida para quienes no pertenecen al grupo cultural, como fueron las interacciones (entrevistas informales) con personas indígenas con algún cargo tradicional dentro de la cultura.

La *investigación etnográfica con participantes indígenas* ha supuesto un gran desafío pues la investigadora no ha experimentado cursos formales de formación universitaria en campos de la antropología ni de la lingüística; por lo tanto, todos los aspectos relacionados a estas dos disciplinas han sido aprendidos por la vía autodidacta. Además se parte de ser investigadora 'foránea' que procura identificar e interpretar (para caracterizar etnomatemáticamente) algunos aspectos del conocimiento indígena.

Grenier (1999) apunta que las investigaciones sobre el conocimiento indígena establecen desafíos genéricos y específicos que exigen de los investigadores: "humildad, paciencia, decisión, sensibilidad, flexibilidad, creatividad, informalidad, facultad crítica, cautela y una mente abierta" (p.50), para lograr un enriquecimiento en la conducción del proceso investigativo. Hemos tomado en cuenta algunos aspectos desarrollados por esta autora para el trabajo investigativo con comunidades indígenas:

- *El conocimiento indígena es símbolo de poder*, de modo que los individuos no siempre están anuentes a compartir su conocimiento ni siquiera entre iguales (mucho menos con un agente externo a la cultura), esto se debe a que desde su percepción, "el conocimiento es fuente de status y renta […] y se guarda con

celo" (Grenier, 1999, p.50). Muchas veces los participantes indígenas optan por el silencio, por lo tanto, la negociación de entrada, el establecimiento de relaciones de confianza y el *rapport* son fundamentales.

- El *conocimiento indígena no está distribuido de manera uniforme*, es decir que los individuos varían en su capacidad de aprender, registrar y generar el conocimiento. Existen algunos elementos que hemos tomado en cuenta para las comunidades indígenas costarricenses y que influyen en el acceso o profundidad del conocimiento o capacidad de difusión, como son: la estructura clánica, las condiciones de género, la estructura de cargos tradicionales y los roles sociales de las personas implicadas en esta investigación. Por lo tanto, es importante en el trabajo de campo, saber a quién dirigirse, según lo que se quiera averiguar; para esto, es fundamental haber realizado una indagación bibliográfica o haber conversado de estos aspectos con otros especialistas.
- El *conocimiento indígena es parte intrínseca de la cultura y comprende tanto el conocimiento explícito como el implícito.* Es decir, que el conocimiento local en las comunidades indígenas muchas veces no es obvio para el investigador, mucho más si no es expresado en forma explícita por los residentes locales, lo que hace que se dificulte su comprensión, registro e interpretación. Debido a esta complejidad, insistimos en la importancia que hemos concedido a la indagación bibliográfica previa a la inmersión en el campo. En el Capítulo 4 desarrollamos los aspectos relacionados con el conocimiento indígena de las comunidades y grupos culturales implicados en esta investigación.
- El *conocimiento indígena carece de legitimidad* y "se percibe como fuera de la comprensión científica convencional" (Grenier, 1999, p.53). Muchos investigadores argumentan que el conocimiento indígena carece de rigor científico y objetividad, además muchos indígenas consideran su propio conocimiento como 'atrasado'. Esta serie de prejuicios plantea desafíos relacionados con el cuidado que debe tener el investigador en cada uno de los detalles del proceso etnográfico.
- El *conocimiento indígena hace énfasis en un método holista*, es decir, que se basa en la visión de los sistemas como algo más que la suma de sus partes, mientras que la tendencia científica internacional es reduccionista (la comprensión del mundo se practica por entes aislados. Por lo tanto, en este trabajo procuramos descripciones exhaustivas que permitan comprender el carácter integral del conocimiento indígena.

Además de estas características respecto a las particularidades que se deben tener en cuenta en el planteamiento metodológico de la investigación sobre el conocimiento indígena, también Grenier (1999) comenta cuatro principios de comportamiento que debe cumplir el investigador.

El primero de ellos, se refiere a la *cuestión actitudinal*, pues invita a la autocrítica y a reconocer los prejuicios o presupuestos estructuralistas a favor del conocimiento científico y, en este trabajo en particular, con respecto a visión etnocentrista de las

matemáticas. El segundo de los principios, nos sugiere asegurar que los métodos de recolección de la información estén adecuados a las habilidades y realidades (cognitivas) de los sujetos implicados. El tercer principio que sugiere Grenier (1999) apoya la *mezcla de diferentes técnicas* que en su totalidad faciliten la recolección de diferentes tipos de datos y nos ayuden a confirmar los resultados mediante la verificación cruzada o triangulación, consideramos que esta combinación de métodos nos provee el acceso a conocimientos ocultos en las normas de las culturas. Finalmente, el cuarto principio favorece la *participación amplia* de sujetos; es decir, implicando mujeres, hombres y niños; al respecto, en esta investigación, otorgamos importancia peculiar a los Mayores que participan.

3.3 Segunda Parte: Diseño Metodológico de la Investigación. Diseño estructural, Diseño compuesto y Diseño proyectante

En la segunda parte del capítulo se muestra el diseño metodológico elaborado, y teorizado en tres constructos: Diseño Estructural cuyo criterio es temporal, Diseño Compuesto establecido mediante un criterio definido por el objeto de estudio, y Diseño Proyectante, que engloba a los tres anteriores manifestando sus relaciones, ya que no se trata de diferentes acciones investigativas, sino de analizar éstas desde distinto punto de vista, parcelando de forma analítica el proceso etnográfico seguido.

El diseño metodológico de esta investigación es del tipo no experimental (Hernández Sampieri, 2006) y está dentro del panorama cualitativo y la tendencia hermenéutica e interpretativa. Dada su complejidad hemos esquematizado y definido todo su proceso en un total que está constituido por elementos metodológicos, temporales y correspondientes al objeto de estudio, que se interrelacionan.

El diseño estructural, reúne elementos teórico-empíricos y lo conforman: dieciocho fases (que conceptualmente son estadios en el sentido de Coen, Manion y Morrison, 2011), distribuidas en cinco etapas y organizados en dos bloques.

El Bloque1 está conformado por las etapas E1, E2 y E3, (anteriores a la formulación de la propuesta formativa para maestros que trabajan en entornos indígenas), mientras que el Bloque2 está constituido por las etapas E4 y E5, posteriores al diseño de la propuesta formativa

Desde el punto de vista de su caracterización teórica, nuestra investigación es, como indicamos antes, hermenéutica o enfocada en interpretar-comprender y crítica, o tendente a cambiar la realidad social. Habermas es el autor que más ha desarrollado esta

postura y desde tal fundamento lo que se persigue es valorar los significados de los conocimientos a la luz de las condiciones históricas. Esta corriente de investigación, que puede llamarse también 'emergente' (Sandín, 2003), 'alternativa' (Rockwell, 2008), 'naturalista' (Cohen, Manion y Morrison, 2011) o 'interpretativa' (Goetz y LeCompte, 1988; Wolcott, 2003), utiliza en sus estudios metodología cualitativa.

Martínez (2007) caracteriza la metodología cualitativa como: "descriptiva, inductiva, fenomenológica, holista, ecológica, estructural-sistémica, humanista, de diseño flexible y destaca más la validez que la replicabilidad de los resultados de la investigación" (p.8).

Esta tesis corresponde a una investigación cualitativa descriptiva e interpretativa, con enfoque relativista, que se materializa a partir de un diseño cíclico, en parte programado y en parte emergente, es decir, que surge, se transforma y evoluciona con la experiencia del investigador en el entorno del campo (Angrosino, 2012).

Respecto al diseño emergente, tomamos las palabras de León y Montero (2003, p.144) quienes afirman que "cuanto menos diseño previo, mejor", pues si el plan de investigación es demasiado estructurado, se constriñe la capacidad de "atender lo inesperado" y establecen que la mejor guía para este tipo de investigación radica en la constante revisión y análisis de la información. Oliveras (1995) establece que las investigaciones de este corte tienen un *diseño abierto*, que va configurándose en conjunto con el propio proceso de la investigación, y que el *diseño emergente* permite dejar líneas abiertas de investigación para profundizar en aspectos de interés didáctico, matemático o cultural.

El diseño de un estudio etnográfico tiene unos componentes básicos no excluyentes, que son descritos de manera gráfica por Coen, Manion y Morrison (2011, p.223) a través de 12 estadios que enunciamos seguidamente.

- Localizar el campo de estudio.
- Formular las preguntas de investigación.
- Resolver los asuntos éticos (y logísticos).
- Decidir la muestra.
- Definir los roles del investigador y la entrada en el campo.
- Acceder a los informantes.
- Desarrollar y mantener las relaciones en el campo.
- Recolección de datos en el campo.
- Recolección de datos fuera del campo.
- Análisis de datos.
- Abandono del campo.
- Redacción del informe etnográfico.

Esta lista de estadios teóricos nos ha proporcionado una orientación para desarrollar una distribución secuencial de las tareas, con la cual hemos realizado el diseño

estructural de esta investigación, que abarca el flujo temporal del desarrollo de ésta. El arreglo tabular completo se muestra en el Anexo F4. Este diseño expresa un punto de vista, pero realmente los objetos de estudio propios de las varias acciones investigativas realizadas tienen suficiente importancia como para que planteemos el trabajo aglutinado en torno a ellos, siguiendo un criterio "naturalista" que proporciona el sentido de dichas acciones. Es decir mostrar cuáles han sido los estudios realizados y sobre qué realidades sociales han versado, nos han permitido hacer el diseño compuesto, que describiremos a continuación del diseño estructural.

3.3.1 ETAPA1 (E1): PANORAMA TEÓRICO Y EMPÍRICO

Esta etapa está constituida por tres estadios que abarcan la revisión bibliográfica y estado de la cuestión (Fase1), antecedentes propios (Fase2) y obtención de los perfiles culturales (Fase3). Es el punto de partida de esta investigación, pues es la que nos ha permitido generar las ideas de lo que pretendimos indagar respecto al objeto de estudio. De las tres fases, la primera es absolutamente bibliográfica y teórica, mientras que las dos siguientes corresponden a actividades en parte teóricas y fundamentalmente empíricas o del trabajo de campo.

Rockwell (2008) recalca la importancia de la revisión bibliográfica previa al trabajo de campo, ya que esta formación del investigador es la que le permite comprender de manera teórico-etnográfica los aspectos culturales de manera más profunda e integral. Además, hemos recalcado que en el enfoque etnográfico el diseño emergente y el continuo análisis de los datos recabados en el campo son la mejor guía de la investigación, pero si se carece de la información teórica previa entonces las interpretaciones o la valoración de los hallazgos en el campo son escasas o inapropiadas.

3.3.1.1 ETAPA1-FASE1 (E1-F1)

Esta primera fase corresponde, como ya hemos dicho, a la indagación bibliográfica relativa a todas las áreas que constituyen este trabajo. Hemos leído, como puede notarse en el Capítulo 2, diferentes textos relacionados con la antropología, culturas indígenas de Costa Rica, etnomatemáticas, didáctica de las matemáticas, formación de profesores, entre otros temas. Aclaramos que ha sido también una fase transversal del trabajo investigativo, pues a menudo hay que volver a leer documentos para aclarar dudas o comprender mejor los datos recopilados durante el trabajo de campo.

A partir de las revisiones bibliográficas, se trató de crear un Estado de la Cuestión relativo a Etnomatemáticas, tomando en cuenta bibliografía reciente y autores de distintos continentes. Esta fase tuvo un interés teórico y un interés práctico (o empírico).

A nivel teórico, el interés principal radicó en poder determinar los textos atinentes con los propósitos del trabajo, realizando para ello una recolección y una selección de documentos.

A nivel de ejecución, dado que se trabaja con etnias ágrafas, se revisó material en el que se documentan perfiles culturales de los grupos indígenas participantes, los autores de estos perfiles por lo general son sociólogos, lingüistas o antropólogos y aportan datos sobre: líderes de las comunidades, lugares claves, códigos socioculturales, entre otros; este interés por aprender todo lo posible sobre las culturas indígenas de Costa Rica, constituyó una amplia indagación que se expone en el Capítulo 4 y que desarrolla el propósito O1.1 de esta tesis.

A menudo los textos relacionados con culturas indígenas resultaron ajenos al objeto de estudio y en muchas ocasiones mientras más profundizamos en lecturas, aumentaba la confusión, pero eso es un proceso común (Geertz, 1994). Sin embargo este proceso autoformativo en el que hemos ido madurando la comprensión respecto a las culturas implicadas en este estudio es lo que nos avala desde la meta-cognición para poder establecer relaciones y diseñar un marco interpretativo, a partir de la información utilizable durante el trabajo de campo.

3.3.1.2 ETAPA1-FASE2 (E1-F2)

La segunda fase la constituyen todas las entrevistas personales con profesionales vinculados a las áreas de interés relacionadas con el objeto de estudio. Dichas entrevistas -son del tipo no estructurado- y persiguieron los siguientes propósitos:

- Confirmar la información que obtuvimos de la indagación bibliográfica.
- Recibir sugerencias sobre otras fuentes bibliográficas para consultar.
- Gestionar la conexión con otros 'Profesionales' con un título universitario y con 'Mayores', que son personas indígenas con un cargo tradicional y que pudieran aclarar las dudas conceptuales que iban surgiendo a partir de la indagación bibliográfica.

En esta etapa ubicamos también todas las conversaciones telemáticas con las personas de contacto con las cuales gestionamos la implementación del programa formativo que se propone en esta tesis. Desde octubre del 2010 hasta julio del 2011 se realizaron reuniones periódicas a través de internet, para coordinar los trámites administrativos concernientes a nuestra participación, avalar el material de trabajo de campo y coordinar los protocolos de ingreso.

3.3.1.3 ETAPA1-FASE3 (E1-F3)

Esta tercera fase corresponde a las actividades realizadas durante la inmersión en el campo realizada en las comunidades indígenas Bribri, Cabécar y Ngäbe. La inmersión en el campo con la cultura Bribri se realizó por primera vez durante el año 2000 y se prolongó hasta el año 2005 en visitas periódicas, con periodos de pernoctación continuos inferiores a treinta días. La segunda inmersión se realizó durante el periodo

2008-2011, con periodos de pernoctación continuos pero inferiores a una semana. Las inmersiones en el campo con las culturas Cabécar y Ngäbe fueron re realizadas durante el periodo 2010-2011 y constituyeron visitas periódicas de tres a cuatro días, sin pernoctación en el área geográfica de ambos territorios indígenas. En estas visitas es cuando se verifican en el campo los datos teóricos que tienen relación con aspectos antropológicos, sociológicos y lingüísticos de las culturas indígenas, así como también se recaban nuevos hallazgos que permiten orientar la investigación de acuerdo a los propósitos y al objeto de estudio.

3.3.2 ETAPA2 (E2): DIAGNÓSTICOS

Esta etapa está constituida por tres estadios que incluyen las indagaciones diagnósticas, sondeos de necesidades y de pertinencia de este trabajo. El interés que ha guiado las actividades en esta etapa radica en conocer de antemano la aceptación, las necesidades, problemáticas, expectativas u otros factores relacionados con la propuesta formativa que se desarrolla en esta tesis.

3.3.2.1 ETAPA2-FASE1 (E2-F1)

Esta cuarta fase está constituida por todas las actividades relacionadas con una consulta a una muestra de profesionales relacionados con áreas temáticas vinculadas al objeto de estudio: matemáticas, educación y culturas costarricenses.

Todos los protocolos de entrada y aplicación han sido desarrollados por vía telemática-virtual, puesto que era imposible desarrollar el proceso de manera directa y presencial. De este modo, seguimos una negociación de entrada a través de personas de contacto y utilizamos una carta de presentación del instrumento y solicitud de participación como consentimiento informado. El proceso de envío y recibo de resultados para ambos documentos –la carta de presentación y el instrumento—se enviaron por internet a los miembros de la muestra. Dicho proceso se realizó durante el periodo mayo-julio del año 2009, contando con una muestra de tipo intencional, obtenida por el criterio de viabilidad, constituida por 30 profesionales, de los cuales aproximadamente 60% está relacionado con Educación Matemática y el 40% con las Culturas de Costa Rica.

El instrumento elaborado consistió en un cuestionario de diez preguntas con ítems de respuestas cerradas múltiples y de respuesta abierta, con las cuales hemos pretendido conocer las opiniones de acerca la relación entre matemáticas y cultura, así como también las opiniones respecto al momento y la manera de incorporar en la formación de profesores de matemáticas el conocimiento matemático de las culturas. Todos los detalles relacionados con el trabajo desarrollado en esta fase se exponen con amplitud en el Capítulo 5, que desarrolla el propósito O1.3 de esta tesis.

3.3.2.2 ETAPA2-FASE2 (E2-F2)

La quinta fase está constituida por todas las actividades relacionadas con una consulta acerca de la percepción respecto al conocimiento matemático cultural que se aplicó a una muestra de maestros indígenas de los grupos étnicos Bribri, Cabécar y Ngäbe.

Los protocolos de negociación de entrada y consentimientos fueron realizados en el campo, de manera oral por parte de la investigadora, siguiendo las ideas de Grenier (1999). El instrumento que hemos diseñado para alcanzar los propósitos de esta parte del estudio consiste en un cuestionario de dieciséis preguntas que se aplicó de manera directa y presencial en el entorno natural de los maestros indígenas que componen la muestra.

El instrumento se elaboró a partir de unas categorías de propósito (prefijadas), y con su aplicación se persiguió conocer: las percepciones acerca de las relaciones entre matemática y cultura que manifiestan, la caracterización que dan a los objetos culturales con contenido matemático que reconocen en su entorno y las razones con las que justifican el aprovechamiento que darían a la aplicación del conocimiento matemático cultural en las clases de matemáticas. Todos los detalles relacionados con el trabajo desarrollado en esta fase se exponen con amplitud en el Capítulo 6 que desarrolla los propósitos O1.1 y O1.2 de esta tesis.

3.3.2.3 ETAPA2-FASE3 (E2-F3)

La sexta fase la constituyen las indagaciones que se realizaron puntualmente para conocer las problemáticas, necesidades y expectativas manifestadas por un grupo de profesionales costarricenses encargado de gestionar la macro-planificación de un curso de didáctica de la matemática en entornos multiculturales.

Los protocolos de negociación de entrada y consentimientos fueron realizados en el campo, de manera oral por parte de la investigadora Gavarrete y el apoyo presencial de su grupo de investigación: Dra. Ma. Luisa Oliveras, MSc. Natalia de Bengoechea y MSc. José Bolaños. La actividad consistió en un panel en el cual se trataron aspectos específicos del grupo étnico Cabécar y con la que perseguimos obtener insumos para diseñar y planificar el curso de formación en matemáticas, específico para maestros cabécares que ejercen su profesión en territorios indígenas cabécares.

Participaron en dicho panel los miembros de la Comisión de Enlace y el Equipo Investigador de la Carrera de *Bachillerato en I y II ciclo con énfasis en Lengua y Cultura Cabécar*. El debate trató sobre las expectativas y planificación del curso de matemáticas, en el que se inserta nuestra propuesta. Esta experiencia fue audio-grabada para poder analizar su contenido y conocer los aspectos a tomar en cuenta para el diseño de nuestra intervención. Los detalles de las actividades de esta fase y sus resultados están incluidos en el Capítulo 7, que entre otros, desarrolla el propósito O1.4 de esta tesis.

3.3.3 ETAPA3 (E3): ANÁLISIS PRELIMINARES

Esta etapa se compone de cuatro estadios relacionados con los distintos análisis preliminares, de las indagaciones que se realizaron en la Etapa2. Cada uno de estos análisis aportó información relevante para la planificación y el diseño del proyecto final, que abarca la propuesta formativa que perseguimos en este trabajo.

3.3.3.1 ETAPA3-FASE1 (E3-F1)

La séptima fase constituye el análisis de los datos que generó el estudio realizado durante la Fase1 de la Etapa2 y que se expone detalladamente en el Capítulo5. Dicho análisis tuvo varios focos de interés: la cualificación profesional de los encuestados y sus opiniones respecto a la pertinencia, forma y momento en que se debería aplicar una propuesta de formación de profesores incluyendo etnomatemáticas en Costa Rica. Los datos fueron tratados utilizando metodología integrada cuantitativa y cualitativa, técnicas de análisis de contenido y análisis interpretativo. Se realizó un análisis de frecuencias para las respuestas dadas a las preguntas cerradas, y además se utilizó la técnica de análisis de contenido y de un proceso de generación interpretativa de unidades de significado para las preguntas abiertas.

3.3.3.2 ETAPA3-FASE2 (E3-F2)

La octava fase constituye el análisis de los datos que generó el estudio realizado durante la quinta fase y cuyos detalles se describen ampliamente en el Capítulo 6. Este proceso de análisis ha permitido conocer acerca de la percepción de los maestros indígenas sobre el pensamiento matemático relacionado con rasgos de su propia cultura y realizar, a partir de la información brindada, un inventario de elementos culturales-indígenas con contenido matemático.

Se realizó un análisis de frecuencias para elaborar un perfil profesional y cultural de los maestros indígenas participantes. Además se utilizó la técnica de análisis de contenido, centrado en las siete categorías de propósito (Pérez Serrano, 1994) del cuestionario, que fueron codificadas de manera descriptiva: conocimiento cultural de la lengua (CCL), usa etnomatemáticas en lo cotidiano (UEC), etnomatemática como forma de pensar (EFP), matemáticas relacionadas con cultura (MRC), conoce rasgos matemáticos en las culturas (CRM), conoce etnomatemáticas de su entorno cultural (CEC), formas de aprovechar las etnomatemáticas en las clases (FAE). En dicho análisis, también se contempla una fase de análisis de contenido-interpretativo, a partir de categorías emergentes (inductivas), con el soporte informático del programa MAXQDA10.

3.3.3.3 ETAPA3-FASE3 (E3-F3)

En la novena fase se contempla la transcripción del panel descrito en la F6 y el análisis cualitativo de contenido que se realizó de dicha transcripción. Hemos realizado este análisis de contenido utilizando como apoyo informático el programa MAXQDA10, a

partir de un sistema de códigos y categorías. El proceso de generación categorial establece que fueron cuatro los focos de interés (dimensiones) de esta reunión de profesionales: problemáticas, necesidades, consecuencias y reflexiones.

3.3.3.4 ETAPA3-FASE4 (E3-F4)

La décima fase reúne los resultados de los análisis elaborados durante la séptima, octava y novena fase; concluyendo los aspectos más relevantes para tomar en cuenta al diseñar la propuesta formativa que pretendemos. Con esta fase se concluyen las tres etapas del Bloque1 y se cuenta con la información suficiente para caracterizar la propuesta para formar profesores indígenas de Costa Rica, basada en las etnomatemáticas. Este Bloque1 constituye la gestación del MOCEMEI y se caracteriza como modelo formativo.

3.3.4 ETAPA4 (E4): DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN-MOCEMEI

Esta etapa se compone de cuatro estadios, cada uno de ellos está relacionado con las actividades necesarias para la planificación de la propuesta del curso de etnomatemáticas para maestros indígenas y de su respectiva implementación en el campo, de modo que en esta etapa se gestiona el cumplimiento de los propósitos parciales O2.1 y O2.2 de esta tesis.

3.3.4.1 ETAPA4-FASE1 (E4-F1)

La undécima fase la constituyen las actividades protocolarias para garantizar la participación de la investigadora como profesora invitada en el curso que se inscribe dentro del Programa de la Carrera de Bachillerato en I y II Ciclo con énfasis en Lengua y Cultura Cabécar. Se realizan diversas negociaciones con las autoridades de la Comisión del Programa Interinstitucional de Educación Indígena Siwä-Pakö (PISP), para participar durante el año lectivo 2011 en el curso de formación en matemáticas para maestros cabécares. Dichas gestiones se establecieron vía telemática comprendiendo el periodo que abarca desde octubre del 2010 hasta mayo del 2011 cuando se obtiene la 'carta de invitación' oficial por parte de una de las representantes de la Comisión Interinstitucional.

3.3.4.2 ETAPA4-FASE2 (E4-F2)

La duodécima fase la constituye el diseño de la propuesta para la etnografía de aula con maestros cabécares. El diseño abarca una descripción de los distintos roles de los participantes, los roles de la investigadora, así como el diseño del material didáctico contextualizado, (objetivos, fuentes, recursos como fichas o portafolios) elaborado de forma especial para el curso, en el cual se incorporan resultados de los análisis preliminares que constituyen la Etapa 3, así como las reflexiones elaboradas por la investigadora con respecto a las tres primeras etapas.

El material didáctico propuesto fue revisado de manera conjunta en esta fase, a través de conversaciones telemáticas con la encargada de la Cátedra del Curso de Didáctica de la Matemática para Contextos Multiculturales (DMCM), hasta recibir la aprobación para desarrollarlo en el módulo Curso de Etnomatemáticas para Maestros de Entornos Indígenas (CEMEI), que se insertó dentro del curso de DMCM. Esta es la fase en la que se valida el CEMEI (y su material), pues se cuenta con una revisión de expertos, conformada por la encargada de la Cátedra del curso DMCM, las tres profesoras coordinadoras de la Comisión del PISP y dos especialistas en etnomatemáticas. Con esta fase alcanzamos el propósito parcial O2.1 de esta tesis.

3.3.4.3 ETAPA4-FASE3 (E4-F3)

En la fase decimotercera se realiza una indagación específica para conocer los principales objetivos del PISP, a tener en cuenta en la implementación del CEMEI. Además, está prioritariamente constituida por los protocolos de negociación de entrada y consentimientos de los maestros cabécares para realizar la etnografía de aula. Se realizaron las gestiones necesarias para tramitar el 'debido proceso administrativo' que corresponde al consentimiento informado con la Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica, quien es la encargada de la Cátedra del curso DMCM.

En esta fase se establecen los roles de las diferentes profesionales que participarán durante la implementación del CEMEI. Como observadoras participantes: la profesora encargada de la Cátedra del curso DMCM, la profesora oficial del curso DMCM y la propia investigadora que a su vez será profesora del curso. Como observadora no participante, la profesora del curso Planeamiento Didáctico Indígena. Además en esta fase se prepara el material con el que se van a recopilar la información producto de la observación, estableciendo una estructura de categorías observables pretendidas durante la implementación. Se diseña el Instrumento de Registro Observacional.

3.3.4.4 ETAPA4-FASE4 (E4-F4)

Esta decimocuarta fase la constituye el periodo de implementación del Modelo del Curso de Etnomatemáticas para Maestros de Entornos Indígenas (MOCEMEI) en la Sede del Atlántico de la Universidad de Costa Rica, situado en el cantón de Turrialba. La implementación se llevó a cabo en seis sesiones, tres de ellas presenciales (5 de agosto, 19 de agosto y 2 de setiembre) y tres sesiones no presenciales (12 de agosto, 26 de agosto y 9 de setiembre). Con esta fase alcanzamos el cumplimiento del propósito parcial O2.2 de esta tesis.

3.3.5 ETAPA5 (E5): EVALUACIÓN-MOCEMEI

Esta etapa se compone de cuatro estadios con los que se evalúa el modelo propuesto, a partir del análisis de los datos que resultan de su implementación. El análisis tiene dos vertientes, la primera de ella es descriptiva y aborda tres focos: situaciones y contexto, acciones de sujetos según su rol e interacciones de sujetos con distinto rol; la segunda vertiente es descriptiva-interpretativa y su sistema de unidades de información aborda

varios tramos de esta investigación. En general, esta etapa comprende las actividades realizadas para el cumplimiento de los propósitos parciales O2.3 y O2.4, cuyo desarrollo se explica en el Capítulo 8 de esta tesis.

3.3.5.1 ETAPA5-FASE1 (E5-F1)

En la decimoquinta fase se revisa el material recopilado producto del estadio la decimocuarta fase (E4-F4): fotografías, videos, audios y material escrito proveniente de los sujetos con distinto rol (E4-F2) que participan en la implementación del MOCEMEI. Se realizan trascripciones de algunos fragmentos de audio y video de las tres sesiones presenciales. Además, se organiza y digitaliza el trabajo consignado a través de la técnica de portafolios que realizaron los maestros cabécares durante el CEMEI, tanto en las sesiones presenciales como en las no presenciales, para su posterior análisis de contenido.

3.3.5.2 ETAPA5-FASE2 (E5-F2)

En la decimosexta fase se realiza el análisis cualitativo descriptivo de la información proveniente de la duodécima fase. Este análisis de contenido (Bardin, 2002, Cáceres, 2003, Cabrera, 2009) partió de unidades de información para los datos organizados en la decimoquinta fase, donde se consideró prioritariamente el material escrito, exceptuando los portafolios desarrollados por los maestros cabécares en el CEMEI. En el Capítulo 8 mostramos en detalle el proceso y los resultados; sin embargo, de manera general, indicamos que en este análisis hemos trabajado con un sistema mixto de categorías (inductivas y deductivas) es decir, con categorías emergentes y categorías prefijadas.

3.3.5.3 ETAPA5-FASE3 (E5-F3)

En la decimoséptima fase se realiza el análisis cualitativo descriptivo-interpretativo para la información proveniente de la duodécima fase. Dicho análisis, especialmente interpretativo se realiza a una muestra de los trabajos presentados por los maestros cabécares del CEMEI que organizamos en la decimoquinta fase. Hemos trabajado tanto con sistemas de categorías prefijadas, que surgen de la decimosexta fase, además de un sistema de categorías emergentes de este proceso.

3.3.5.4 ETAPA5-FASE4 (E5-F4)

En la decimoctava fase realizamos un estudio comparativo para observar las relaciones entre los resultados de la decimosexta fase y la decimoséptima fase; con respecto a los resultados y conclusiones de la décima fase. Pretendemos aquí, a través de reflexiones valorativas, lograr una evaluación-validación del MOCEMEI propuesto y a partir de dichas reflexiones, exponer nuestras ideas para proponer un programa estable de formación de maestros, que considere los resultados de este estudio. Establecemos las conclusiones de los resultados del trabajo desarrollado en las fases decimosexta y decimoséptima. De modo que concluimos las dos etapas que constituyen el Bloque2 de este trabajo.

En la siguiente figura presentamos una representación gráfica parcial del Diseño Estructural de la investigación, que hemos adaptado al modelo cíclico espiral de Sandín (2003).

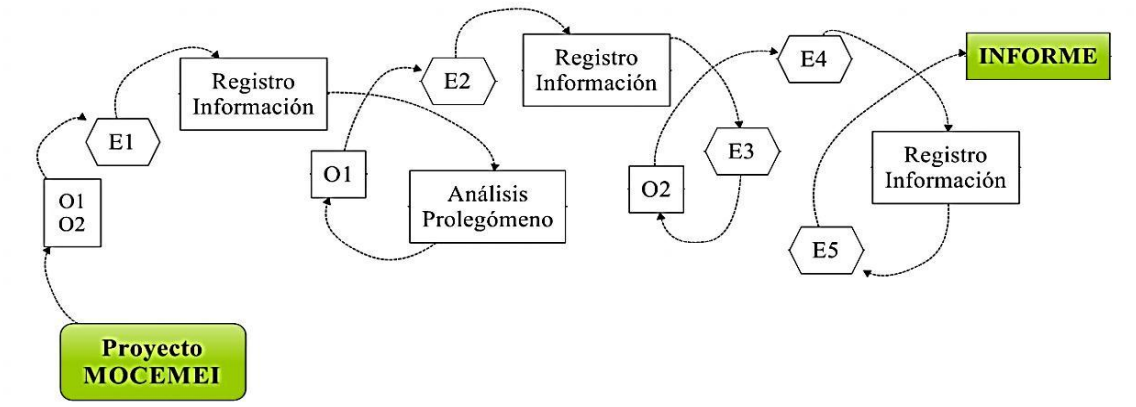


Figura 3.3. Modelo espiral con propósitos y etapas conducentes del proyecto MOCEMEI.

El modelo cíclico representa las cinco etapas que se desarrollan para alcanzar los dos propósitos generales que persigue esta investigación. Recordamos que el para el cumplimiento de O1 se desarrollan E1, E3 y E3, mientras que para alcanzar el O2 se desarrollan E4 y E5.

Además, la división por fases tiene como fin describir cada una de las acciones que se desarrollaron y que se integran en una serie de estudios, que conforman este diseño metodológico compuesto:

- EB1: Estudio Etnológico de las Matemáticas Indígenas en los Pueblos Ngäbe, Bribri y Cabécar de Costa Rica.
- EB2: Consulta a Profesionales de Educación y Cultura respecto a las Etnomatemáticas y la Formación de Profesores en Costa Rica.
- EB3: Consulta a Maestros Indígenas Ngäbe, Bribri y Cabécar sobre Matemáticas, Educación y Cultura en Costa Rica.
- EB4: Sondeo de necesidades y expectativas para el curso de Didáctica de las Matemáticas en Contextos Multiculturales.
- EF: Etnografía de Aula con Maestros Cabécares.

A continuación vamos a describir las nociones teóricas que hemos tomado en cuenta para la práctica etnográfica durante el desarrollo del trabajo de campo.

3.4 NOCIONES METODOLÓGICAS PARA EL TRABAJO DE CAMPO

"El conocimiento es demasiado vasto y elevado para encerrarlo en casilleros herméticos y segregados con nombres como 'indígena' o 'científico'. Y los términos indígena y científico no son mutuamente excluyentes" (Jain y Lahta, 1996).

En este apartado nos referimos a los aspectos éticos y técnicos que se consideraron para los distintos estudios que conforman esta tesis. Abordamos algunas nociones teóricas metodológicas, ya que las peculiaridades de cada uno de ellos serán descritas en un capítulo independiente.

3.4.1 ESTUDIOS QUE INTEGRAN EL DISEÑO COMPUESTO

El primer estudio base (EB1) se detalla en el Capítulo 4 y la técnica prioritariamente es etnografía, con observación participante y no participante. Además de la indagación bibliográfica se promueve la confirmación en el campo de lo leído, a través de la indagación verbal que permite evacuar dudas con respecto al estudio lingüístico.

El segundo estudio base (EB2) se describe en el Capítulo 5 y prioritariamente se realizaron negociaciones de entrada virtuales por escrito y se aplicó un cuestionario a través de un intermediario físico que se encargó de recoger la información.

El tercer estudio base (EB3) se presenta en el Capítulo 6 y también está desarrollado con métodos etnográficos. Este estudio se realizó combinando observación participante en el campo y un cuestionario con negociación de entrada verbal.

El cuarto estudio base (EB4) y el estudio fundante y final (EF) se presentan a partir del Capítulo 7 y Capítulo 8; ambos constituyen distintas fases de la etnografía desarrollada con maestros cabécares en formación inicial, en la cual se enmarca uno de los principales propósitos de esta investigación.

Los principios, métodos y productos de la etnografía constituyen la base operacional de estos estudios, pues lo que se persigue es "describir a un grupo humano: sus instituciones, comportamientos interpersonales, producciones materiales y creencias" (Angrosino, 2012, p.35).

3.4.2 LOS ASPECTOS ÉTICOS DEL TRABAJO DE CAMPO

"Si usted no puede hacer nada bueno, al menos procure no hacer daño" (Hipócrates).

En este apartado nos referimos a algunos aspectos éticos que conciernen a la investigación etnográfica y que abordamos de manera peculiar debido a los

participantes y al objeto de estudio de esta investigación. En este trabajo de investigación los protocolos de ingreso se declararon y gestionaron con consecuencias positivas, tramitando los permisos de manera oral, debido a las recomendaciones de Grenier (1999) y a las condiciones de la idiosincrasia cultural indígena que se comentan en el Capítulo 4.

3.4.2.1 LA NEGOCIACIÓN DE ENTRADA

Las características de la investigación etnográfica requieren una pericia en el investigador para 'convencer' a los sujetos que participen en la investigación. La negociación de entrada es uno de los elementos prioritarios en este tipo de trabajos, pues es el factor que dispone de manera positiva o negativa a los participantes o a la redes de personas que se van a involucrar en la investigación.

Latorre, del Rincón y Arnal (2003) recomiendan ganar la confianza y buscar el 'rapport' en la fase de acceso, recordando que el observador-investigador también está siendo observado. Según Tójar (2006) la negociación "se inicia en la fase previa al acceso al campo, sobre el propio acceso comienza a materializarse, se define y mantiene durante el trabajo de campo, e incluso se debe alimentar hasta la difusión de la información" (p.200), así que requiere un compromiso del investigador a muy largo plazo.

Hay negociaciones *abiertas*, comunicando las intensiones de manera explícita, *encubiertas*, cuando no se dice nada de las intensiones de la investigación, o *parcialmente encubiertas*, cuando se dice una información parcial sobre los motivos de la presencia del investigador en el campo (Tójar, 2006).

Por norma general, la negociación de entrada a las comunidades indígenas que visitamos fueron negociaciones abiertas que realizamos una única vez. En el caso de las comunidades Bribris y las comunidades Ngäbes fue a través de una autorización que concedió de manera oral el Presidente de la Asociación de Desarrollo Local, que es la máxima autoridad socio-política en el Territorio Indígena. En el caso de las comunidades Cabécares, se realizó a través de personas de contacto que ya habían iniciado dichos protocolos y que nos involucraron directamente con los participantes de la investigación.

En las negociaciones de entrada hemos considerado valores de respeto y silencio, planteando ante la figura de autoridad nuestras intensiones en la investigación y haciendo explícitas dos valores fundamentales en la idiosincrasia indígena: la reciprocidad y la honradez. La reciprocidad es una conducta obligada y se refiere a que el investigador está dispuesto a dar algo de sí (no necesariamente dinero, sino puede ser un intercambio académico, como nuestro caso). La honradez se refiere a que el investigador manifieste que no va a usufructuar económicamente con el trabajo que realiza con los indígenas, es decir, que no se va a aprovechar económicamente sin retribuirles o compartir con ellos lo que consigue producto de su trabajo científico.

3.4.2.2 EL CONSENTIMIENTO INFORMADO

El consentimiento informado se refiere a un código ético de la investigación (Sandín, 2003) que se constituye en un documento con el cual se informa a los participantes de la investigación que van a ser observados y estudiados, asimismo se les advierte su derecho de conocer los resultados de la investigación. Según Cohen, Manion y Morrison (2011), el hecho de tramitar el consentimiento informado no implica la venia de los participantes en la investigación.

En este trabajo de investigación realizamos dos procesos escritos de consentimientos informados. El primero de ellos para acceder a los profesionales que participaron en el estudio que se describe en el Capítulo 5. El segundo se realizó para los maestros cabécares que participaron en el estudio que se describe en los Capítulos 7 y Capítulo 8. Ambos documentos se ubican en el Anexo A2 y Anexo A8. Los demás protocolos de acceso se realizaron de manera oral, por lo tanto no alcanzan el rigor escrito que plantean diversos autores, pero sí cumplen con las características de libertad, autodeterminación y respeto planteados, a pesar de realizarse de manera discursiva, debido a las condiciones emergentes de esta investigación.

3.4.2.3 OTRAS CUESTIONES ÉTICAS EN EL TRABAJO ETNOGRÁFICO

Sandín (2003) describe dos de las cuestiones fundamentales relacionadas con la estancia del investigador en el campo que son relevantes en los estudios etnográficos, la primera es la decisión de adoptar una modalidad de 'observación abierta o encubierta' y la segunda se refiere a una 'observación con identidad'. Ambas cuestiones implican in debate de carácter ético, sobre todo cuando se supone el uso de dispositivos encubiertos para la captura de la información.

Sin embargo, en esta investigación, los habitantes de las comunidades indígenas visitadas reciben con agrado que una profesora de matemáticas esté interesada en recopilar sus formas de conocimiento, por lo tanto, la modalidad de estancia en el campo ha sido declarando siempre las intensiones y la identidad; así como recordando la aprobación del permiso para utilizar dispositivos electrónicos para la captura de la información.

En el registro de información en el diario de campo muchas veces existe la tendencia a trascender de los aspectos objetivos relacionados con el objeto de estudio y escribir las situaciones emocionales, producto de la experiencia de compartir y aprender de las dinámicas habituales indígenas. En muchas ocasiones no hemos estado de acuerdo con dinámicas sociales que desde nuestra perspectiva son restrictivas en los derechos humanos de las mujeres, de los niños o de los ancianos, pero hemos intentado 'filtrar' esta información para no elaborar 'juicios de valor', sino comprender que estas dinámicas sociales que nos incomodaron muchas veces durante el trabajo de campo, forman parte de la conducta idiosincrática de estas comunidades étnicas.

Según Rockwell (2008) existen una serie de factores que limitan el trabajo etnográfico, relacionadas con el tiempo y con las condiciones éticas de su desarrollo.

En relación al tiempo (como limitante), hemos preferido varias estancias cortas en lugar de una estancia prolongada, pues sabemos que surgen dilemas debido a que el "tiempo largo" es el tiempo suficiente para salir más confundidos de la comunidad que seguros (Rockwell, 2008, p.91).

Además, si bien el trabajo de campo se caracteriza por una atención constante a los detalles del contexto y de la interacción, muchas veces los habitantes suelen solicitar una delimitación de los tiempos en los que se realiza la investigación y una definición de las actividades que la constituyen, como la entrevista formal. Así que un dilema ético es decidir si mentirle a la autoridad local que reclama esta información, o explicarle que el diseño del trabajo es emergente.

Es decir, que tanto la negociación de entrada como el consentimiento informado que se gestionan con los participantes del estudio requieren que el investigador conozca desde antes los hechos que va a observar y sea capaz de prevenir la dirección de los acontecimientos que surjan durante el desarrollo de la investigación y sobre los cuales tienen que estar informados los participantes antes de que ocurran. Sin embargo, en la naturaleza de la realidad de un trabajo etnográfico de línea emergente la mayor parte de las veces no se puede tener el control de las situaciones imprevistas, lo cual constituye un dilema que será tratado en conclusiones y las reflexiones de este estudio en el Capítulo 9.

Otro aspecto que constituye un dilema ético es que durante la convivencia cotidiana, no siempre es legítimo sacar el cuaderno, ni mucho menos la grabadora, "uno aprende a aprovechar los momentos en que no está fuera de lugar tomar notas" (Rockwell, 2008, p.92). Pero al respecto, muchas veces el investigador tiene que 'esconderse' para que los participantes no lo vean registrando la información en el diario de campo, pues resulta delicado o puede influir en la siguiente interacción. De modo que las pautas de discreción con la cual se registran las notas de campo constituyen un aspecto delicado.

En relación con los participantes de la investigación, según Grenier (1999, p.5) "dado que el conocimiento indígena se transmite por vía oral, es vulnerable ante el cambio rápido, en especial cuando la gente es desplazada o cuando los jóvenes adquieren valores y estilos de vida diferentes a los de sus antepasados", así que en los diálogos con los participantes primero hay que sondear respecto a sus creencias, preferencias y sentido de identidad indígena y posteriormente realizar la negociación de entrada. Al respecto, sucede que las formas de establecer redes a partir de personas que ya nos han aceptado pueden ser ambiguas y un conflicto ético planteado por Rockwell (2008, p.93) es que "muchas veces legitimamos nuestra presencia ante cada nuevo interlocutor haciendo referencia al anterior".

3.4.3 LOS ASPECTOS TÉCNICOS DEL TRABAJO DE CAMPO

"Si haces bien una cosa, las habrás hecho todas. Si intentas hacer todas no harás ninguna bien. Para obtener las flores y los frutos, ocúpate tan sólo de regar las raíces"
(Kabir)

En este apartado realizamos la descripción teórica de las técnicas y herramientas que se han utilizado en esta investigación durante el trabajo de campo, orientadas por las ideas de algunos autores como Sabirón (2006), Goetz y LeCompte (1988), Grenier (1999) y Martínez (2007).

3.4.3.1 EL INGRESO AL CAMPO

En esta investigación, el tránsito entre la dimensión global y la dimensión especifica ha sido el fruto del proceso de maduración que la investigadora ha vivenciado durante cada una de las experiencias de inmersión en el campo. Pues la atención sobre los núcleos de interés se fue centrando en un 'proceso de embudo' (Spradley, 1980; citado en Angrosino, 2012, p.85) hasta trazar un mapa o un proyecto de situación, concretar las localizaciones para ubicarse física y mentalmente en el contexto de la investigación (Tójar, 2006) lo que proporciona información para desarrollar una cartografía social (Mauss, 1974). El momento de ingreso al campo es sensible a cuestiones fuera del alcance del investigador y cruciales en el futuro de su investigación, hemos procurado interacciones prudentes y conversaciones breves (Martínez, 2007), hasta percibir (intuitivamente) cómo gestionar las relaciones con los participantes de la investigación.

3.4.3.2 LA OBSERVACIÓN PARTICIPANTE

La observación participante constituye una herramienta fundamental y es un estilo personal adoptado por los investigadores de campo que, después de ser aceptados por la comunidad sometida a estudio, pueden utilizar una variedad de técnicas de recogida de información sobre las personas y su modo de vida. La observación se realiza en el campo y es determinada por el rol que el etnógrafo asume, según el grado de implicación con el entorno del campo (Gold 1958, citado en Angrosino, 2012, p.80).

Hammersley y Atkinson (1994), Tójar (2006), Anguera (1995) y Angrosino (2012) describen cuatro tipos de observación, a partir de los roles que se asuman en el trabajo etnográfico, y las prioridades de subjetividad, objetividad o simpatía que se establezcan: totalmente participante, participante como observador, observador como participante y totalmente observador. En esta investigación, asumimos el rol de observador como participante desde la perspectiva interaccionista y siguiendo a Hammersley y Atkinson (1994) declaramos esta decisión de manera abierta, de acuerdo con los propósitos de esta investigación y de los lugares donde se ha realizado.

Angrosino (2012, p.93) establece que la observación es "el acto de fijarse en un fenómeno, a menudo con instrumentos, y registrarlo con finalidad científica" y sugiere una serie de aspectos que hemos tenido en cuenta y que comentamos a continuación.

1. Las *habilidades lingüísticas* son un pre-requisito obvio, sobre todo si la investigación se lleva a cabo con sujetos que hablan una lengua distinta a la del etnógrafo, se consideran en este aspecto las jergas de grupo y el lenguaje gestual o postural.

Para poder realizar esta investigación fue necesario un adiestramiento autodidáctico por parte de la investigadora en al menos dos lenguas (Bribri y Cabécar) de los grupos indígenas involucrados. El dominio de un vocabulario básico permitió en el trabajo de campo realizar interacciones continuadas, 'abrir camino' con las conductas herméticas de algunos sujetos indígenas, ganar confianza y se valorada por los miembros de las comunidades como alguien interesado por su cultura y tradiciones.

2. La *conciencia explícita* es la capacidad del etnógrafo para hacerse consciente de los detalles triviales que la mayoría de las personas ignoran en sus observaciones rutinarias.

En el trabajo de campo, la conciencia explícita de la investigadora se logró gracias al proceso previo autodidáctico de formación antropológica, ya que la información de los estudios consultados y el tiempo compartido en las comunidades, permitió captar en las observaciones las dinámicas atípicas o rutinarias de las personas participantes.

3. La *buena memoria* es fundamental si no se pueden registrar las observaciones en el mismo momento.

En el trabajo de campo se contó con notas de campo hechas con lápiz de grafito, puesto que la lluvia y los ríos que había que atravesar para acceder a las comunidades amenazaban los registros de información hechos con tinta y papel. En una fase posterior se contó también con una grabadora de audio digital en la cual la investigadora registraba sus narraciones de lo observado para poder transcribirlo cuando tuviera las condiciones óptimas.

4. La *ingenuidad cultivada* radica en no tener temor a preguntar lo obvio o lo que se da por supuesto.

En el trabajo de campo se aplicó este principio cuando las circunstancias lo permitieron, puesto que en algunas actividades comunales o rituales de índole ancestral todo se da por supuesto y es prohibido preguntar.

Por otra parte, Mauss (1974, p.29) considera que "toda observación para ser precisa, debe ser completa" y destaca una secuencia de métodos para la *observación material* que hemos tomado en cuenta para el trabajo de campo con las comunidades indígenas:

- Método morfológico o cartográfico, que se refiere a la descripción detallada de la sociedad observada, acudiendo al censo poblacional.

El Capítulo 4 exponemos una morfología social y la cartografía de las zonas visitadas, resaltando las características geográficas y demográficas de estos lugares, así como describiendo algunos datos estadísticos sobre densidad poblacional, pervivencia de la lengua, acceso a sistemas de salud, tenencia de la tierra, entre otros aspectos peculiares de los territorios indígenas.

- Método fotográfico y fonográfico, que ser refiere a la captura de imágenes y audios que describan el entorno del trabajo de campo.

Este método se ha aplicado cada vez que se contaba con la aprobación de los participantes durante la negociación de entrada.

- Método filológico, que supone conocer la lengua de los participantes para registrar o comprender en su discurso los elementos a los cuales se les otorga mayor interés.

Este método se aplicó en el campo, pues la investigadora ha tratado de formarse en la composición de dos de las tres las lenguas que están vinculadas en este trabajo.

- Método sociológico: que consiste en conocer la organización social del grupo con el cual se trabaja y las conexiones entre esa organización social y su historia como grupo.

Este método es el que nos conduce a comprender cómo impacta la historia mítica en la estructura clánica matrilineal de las comunidades visitadas. Las notas que se generan a partir de la observación participante se deben consignar por escrito en un cuaderno o diario de campo, que comentamos a continuación.

3.4.3.3 EL DIARIO DE CAMPO: DESCRIPCIÓN Y ESTRUCTURAS APLICADAS

El diario de campo es una herramienta etnográfica cualitativa que procede de la antropología y permite constatar la percepción de las vivencias del investigador durante el trabajo de campo.

Siguiendo los principios de Goetz y LeCompte (1988), Martínez (2007), Rockwell (2008), y Colobrans (2001) hemos consignado la información en nuestros diarios de campo en tres particiones, no necesariamente ordenadas. La primera de ellas incluye la descripción extensiva de la observación, es decir: bosquejos sobre mapas del entorno geográfico, esquemas de las interacciones y registro las ideas principales de los comentarios de los participantes, así como sensaciones, percepciones y reflexiones de la investigadora sobre los acontecimientos observados. La segunda partición está dedicada a las anotaciones relacionadas con las decisiones que la investigadora va tomando durante la evolución del proceso de investigación. La tercera y última partición registra el orden de las personas y los lugares en los cuales se tomaron las fotografías, se grabaron los audios y los videos a los que hemos recurrido para esta investigación. Consideramos que la división que proponemos para el diario de campo, confiere un criterio de validez interna a la información, pues procuramos 'objetivar la subjetividad'

de la investigadora al dividir el registro documental y establecer mecanismos de control para evitar interpretaciones sesgadas de la realidad observada.

3.4.3.4 LAS ENTREVISTAS ETNOGRÁFICAS Y LOS SONDEOS

La *entrevista etnográfica* es una consecuencia lógica de la observación que se realiza con el fin de constatar ideas o aclarar dudas respecto a los hechos observados (Angrosino, 2012). En el trabajo de campo etnográfico la entrevista es una alternativa más entre otros tipos de intercambios verbales, entre los cuales no hay un orden preestablecido (Gurdián, 2007) y en el caso de entrevistados indígenas, el formato de pregunta-respuesta no es siempre el más apropiado (Grenier, 1999).

La secuencia recomendada por algunos autores (Spradley, 1979; Jackson, 1987; Grenier, 1999; Tójar, 2006; Martínez, 2007) es promover el rapport (Jackson, 1987), recordar las cuestiones éticas (Jackson, 1987; Grenier, 1999) sobre todo si se va a grabar en audio o video (Tójar, 2006), manifestar el propósito explícito de la entrevista (Angrosino, 2012), comenzar con una pregunta general y amplia (Crane y Angrosino, 1984), declararle al entrevistado qué es lo que se quiere saber y dar una breve explicación (Crane y Angrosino, 1984) del tema sobre que e investigador quiere profundizar o comprender. Cuando el entrevistador ha manifestado sus propósitos, fundamentos y presupuestos (Tójar, 2006) lo ideal es que se propicie un ambiente de confianza y una atmósfera que permita un diálogo profundo, para que la entrevista transcurra de manera natural, como una conversación (Martínez, 2007).

De manera previa a la entrevista etnográfica, en el momento de ingreso al campo, hemos realizado una entrevista inicial, que es informal-exploratoria y que en esta investigación denominamos a menudo con la palabra '*sondeo*'. Este tipo de entrevista "surge de manera espontánea en el flujo natural de la interacción" (Tójar, 2006, p.251), muchas veces desde la gestión del ingreso al campo, lo que ha permitido un acceso rápido y ha proporcionado información orientativa para ser utilizada por la investigadora en las entrevistas a profundidad.

El *rapport* es un 'protocolo' que hemos realizado de forma transversal en las entrevistas y para mantenerlo, hemos manifestado el interés por las palabras del entrevistado, hemos esperado con actitud paciente y receptiva a que organice y exponga sus ideas (Tójar, 2006) y hemos incorporado de manera paulatina las preguntas que se generan durante la conversación (Jackson, 1987; Martínez, 2007). Al finalizar la entrevista, hemos manifestado en la despedida el agradecimiento por el tiempo, la confianza y la atención del entrevistado, recordando los compromisos éticos, con el fin de mantener el rapport para posibles entrevistas futuras.

En el trabajo de campo hemos resuelto las cuestiones éticas de manera paralela o posterior al establecimiento del rapport; es decir, que cuando hemos percibido un establecimiento de confianza con el interlocutor, le solicitamos los permisos para tomar notas, hacer fotografías o realizar grabaciones de voz o de video de la entrevista y del

entorno en el momento de la misma, además, hemos invitado a personas auxiliares para colaborar como testigos en las entrevistas donde no contamos con el equipo, y después poder contrastar las notas de campo con los recuerdos de dichos cooperantes.

3.4.3.5 OTRAS HERRAMIENTAS IMPLEMENTADAS PARA RECOLECTAR INFORMACIÓN ESCRITA

En esta investigación hemos construido otros tipos de instrumentos para recolectar información escrita, tales como cuestionarios aplicados en el Bloque1 y material utilizado en el Bloque2, es decir durante la implementación del programa propuesto en esta tesis. Los explicamos a continuación.

El cuestionario se considera una entrevista estructurada, armada o formal con preguntas preestablecidas que pueden ser cerradas o abiertas que se aplican a una muestra representativa de la población que se quiere estudiar (Aguirre-Cauhé, 1995, p.174). Hemos elaborado dos cuestionarios de carácter semi-abierto, que fueron aplicados durante la Etapa 2 de esta investigación. Ambos instrumentos fueron elaborados a partir de unas categorías de propósito y validados a partir de un juicio de expertos previa a su aplicación.

Para recopilar la información atinente a la etnografía de aula realizada con maestros cabécares se elaboraron dos tipos de instrumentos, de acuerdo al rol de los participantes en la experiencia. Para las profesoras observadoras se elaboró un instrumento de registro observacional, con el fin de explicitar y controlar los aspectos del interés de la investigadora durante la implementación. Para los maestros cabécares, sujetos principales de la implementación, se elaboraron varios documentos como las guías de trabajo presencial y a distancia del curso en el que se enmarca el modelo que proponemos. Además, se elaboró un documento orientativo relacionado con la forma de llevar a cabo la técnica del portafolio.

Diversos autores han conceptualizado la técnica del portafolio como técnica didáctica (Lyons, 1999; Klenowski, 2004; Shores y Grace, 1998), o como un instrumento evaluador que permite recopilar el esfuerzo y trabajo del alumnado para alcanzar los propósitos propuestos en su preparación para un oficio, siendo el propio sujeto quien observa, poco a poco, su propia evolución en el saber que va construyendo. En este caso, el portafolio nos permite trascender del trabajo observable de los maestros y acceder al trabajo discursivo que se consigna de manera escrita.

3.4.4 PARTICIPANTES DE LA INVESTIGACIÓN Y PERFILES DE PARTICIPANTES

Los roles de las personas que participan en una investigación etnográfica pueden ser diversos y cambiantes. En el trabajo de campo, hemos utilizado diferentes herramientas y coherentemente con esta diversidad de aplicación existe una diversidad en cuanto a la rigurosidad del perfil de los participantes en dichas aplicaciones. Por ejemplo, no hemos

hecho ninguna distinción al realizar los sondeos en el acceso al campo. Sin embargo, para la aplicación de cuestionarios y las entrevistas etnográficas hemos definido un perfil de participantes.

El acceso a los criterios de selectividad para escoger dichos participantes, se ha gestado en paralelo al proceso meta-cognitivo de indagación sobre las comunidades y los colectivos involucrados en cada uno de los propósitos parciales de este estudio. Junquera (1995) resalta que la paciencia y la diplomacia son dos cualidades del etnógrafo para llegar a conseguir un cierto conocimiento de la cultura que estudia, así como de los códigos de sus informantes, que le facilitan la espontaneidad en el trabajo práctico.

Coincidimos con Tójar (2006) en que los participantes o miembros de la cultura del estudio son 'todos', sin embargo solamente algunos de ellos pueden ser considerados 'colaboradores' por prestar algún tipo de servicio en sintonía con los propósitos de la investigación.

Para establecer los *perfiles de participantes* de este trabajo, nos basamos en la clasificación que proporciona Tójar (2006), pero realizamos una caracterización propia de acuerdo a las peculiaridades de esta investigación.

- *Informador:* es una persona que colabora con la investigación ofreciendo algún tipo de información orientativa. Son los sujetos que participan en los sondeos o bien los que vinculan a la investigadora con los informantes. El informador puede ofrecer información vaga o referida a detalles de acceso a una comunidad, sobre el domicilio de un informante, o sobre la hora a la que es conveniente buscar a los informantes, también puede ser una persona que participe como intérprete.
- *Informante:* es el participante activo genérico que se vincula con el proyecto investigativo y que proporciona información relevante. Junquera (1995) afirma que los informantes son sujetos que muestran capacidad para adecuarse al investigador proporcionándole reseñas de cuanto quiera saber y recomendando otros individuos a interrogar, mostrándole al investigador que está siendo recto en la tarea para la que ha sido escogido.
- *Informante clave:* es el tipo de informante que proporciona información tan trascendental que influye en la toma de decisiones sobre el proceso etnográfico, por lo cual interviene en el desarrollo de la investigación; pues es decisiva para concluir aspectos difusos, por lo cual, al resolver los enigmas del proceso se toman nuevas orientaciones o rumbos del mismo.
- *Informante especial:* es el tipo de informante que tiene un conocimiento profundo sobre algún tema particular relacionado con el objeto de estudio; es decir, que es quien se debe recurrir para confirmar información o para resolver dudas, pues es quien tiene el conocimiento especializado. En el caso particular de las comunidades indígenas, muchas veces estos informantes son personas con algún cargo tradicional que están en un nivel jerárquico social superior y que

tienen una participación determinante en la comunidad, por lo tanto se debe seguir un proceso acorde con los ritos de la comunidad para poder gestionar una entrevista.

- *Informante representativo:* es el tipo de informante que tiene una voz colectiva, es decir, que representa la opinión de una mayoría a quien representa, tienen características y rol de líder en el grupo (profesional, educativo o comunal) en el que está vinculado. La información de este tipo de informante es orientativa sobre la visión colectiva a la que se está accediendo, razón por la que consideramos que otorga coherencia interna a la totalidad de la información recabada por los otros informantes.

La mayor parte de las veces los informadores conducen a los informantes, y es durante el mismo proceso etnográfico cuando se van realizando las distinciones entres los informantes ordinarios, los informantes especiales y los informantes representativos.

En la siguiente figura esquematizamos la clasificación de los perfiles de participantes que hemos descrito anteriormente.

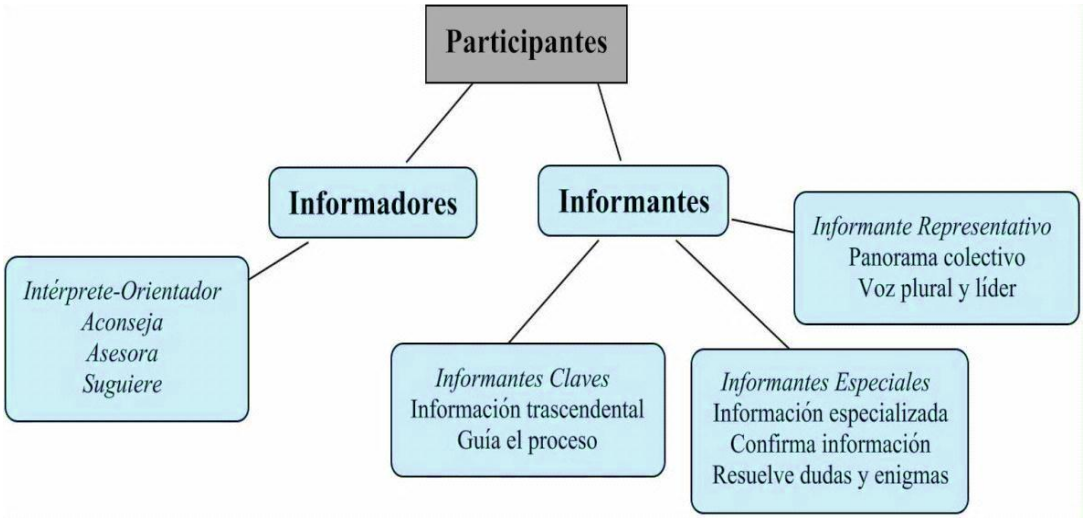


Figura 3.4. Perfiles de los participantes de la investigación.

Pasamos a continuación a comentar los distintos tipos de muestras de participantes que se vincularon en esta investigación.

3.4.4.1 LAS MUESTRAS Y LOS PERFILES DE PARTICIPANTES CON RESPECTO AL DISEÑO ESTRUCTURAL

Tójar (2006, p.186) establece que el muestreo cualitativo es intencional, es decir, que "la persona que investiga va adoptando decisiones de selección de los diversos elementos de la realidad social a investigar en función de los propósitos de la investigación y de los rasgos esenciales de esta misma realidad que va encontrando y construyendo", tomando en cuenta que el muestreo cualitativo exige una representatividad, aunque no en sentido estadístico ni con intenciones de generalización, pero sí persigue una relevancia y representación simbólica en la profundidad de las situaciones de cada contexto y realidad.

El muestreo de esta investigación es predominantemente del tipo *intencional por conveniencia aplicando el criterio de viabilidad* es decir, asumiendo "que son las personas, situaciones y documentos que son accesibles y que presumiblemente nos pueden ofrecer mas información en el menor tiempo" (Tójar, 2006, p.189). En los dos bloques hay varios colectivos implicados que tienen características distintas según los perfiles que se describieron anteriormente.

En la siguiente sección de este capítulo profundizaremos en la descripción de cada una de estas muestras de participantes y las actividades realizadas en el trabajo de campo para la recogida de la información.

A continuación presentamos las nociones teóricas claves en las cuales fundamentamos el análisis de la información recopilada durante los distintos estadios investigativos.

3.5 NOCIONES METODOLÓGICAS PARA EL ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

3.5.1 LA ELECCIÓN Y EL TRATAMIENTO DE LOS DATOS

En este apartado se describe la forma en la que se organizaron los datos para obtener la información susceptible a ser analizada, así como se presentan las nociones teóricas que rigen el camino metodológico seguido para dicho análisis. En esta investigación se cuenta con una gran variedad de datos provenientes de diversas fuentes que integran una serie de Conjuntos de Documentos, de acuerdo al estudio que pertenecen.

Entendemos que los *datos* son información sin organizar, en bruto, constituidos por lo que arrojan cada una de las herramientas de recogida. Posteriormente estos datos se incorporan en unas *bases* que son organizaciones tabulares para ordenar e identificar la *información* que proporcionan.

En vista de la amplia cantidad de material, hemos realizado un muestreo, eligiendo del conjunto de documentos la información que nos parece relevante para los propósitos de este trabajo. Dicho muestreo ha sido intencional, basado en criterios teóricos y opináticos.

En la siguiente tabla exponemos los datos que hemos seleccionado de cada uno de los conjuntos de documentos de acuerdo a los estudios base que componen el diseño metodológico compuesto de esta tesis.

Tabla 3.1. *Conjuntos de Documentos y Datos de acuerdo a los Estudio Base*

Estudio Base	Conjuntos de Documentos	Datos
EB1	Libros, Artículos de Revistas, Documentales, Artículos de Prensa, Datos del Censo Nacional, Apuntes en asistencia a Congresos de Antropología y Sociología, Apuntes de Clase (antropología), Apuntes de Conferencias en Congresos, Resultados de Sondeos y Entrevistas Etnográficas	Notas de Campo, Respuestas de Sondeos y Transcripción de Entrevistas Etnográficas
EB2	Entrevista a Profesionales relacionados con la macro-planificación educativa y la formación de los profesores de matemáticas en CR. Cuestionario aplicado a Profesionales en Educación Matemática y Cultura respecto a las Etnomatemáticas	Respuestas del Cuestionario aplicado (EB2)
EB3	Entrevistas a Maestros Indígenas. Sondeos. Cuestionario aplicado a Maestros Indígenas NBC sobre Matemáticas, Educación y Cultura	Respuestas del Cuestionario aplicado (EB3)
EB4	Sondeo y entrevistas con miembros de la CISP y profesores del programa BELCC, Observación Participante en sesión de trabajo con maestros cabécares,	Transcripción del Panel (EB4)
EF	Programación de las Sesiones, Diarios de Campo de las profesoras del curso, Instrumento de Registro Observacional de las profesoras observadoras, Portafolios de los Maestros Cabécares, grabaciones de audio, grabaciones de video, Fotos.	Diarios de Campo, Instrumento de Registro Observacional, Fotos, Portafolios de los Maestros Cabécares

Aclaramos que los datos que fueron excluidos del proceso de análisis, como lo son por ejemplo, los provenientes de las grabaciones de audio y video sirvieron como elementos de apoyo para la organización de los datos que sí fueron seleccionados como objetos de análisis y además aportaron criterios de validez para poder triangular los hallazgos.

La decisión anterior, está apoyada con los criterios que plantea Andreú (2001) sobre el muestreo intencional (opinático o teórico), pues afirma que éste no obedece a unas reglas fijas ni especifica de antemano el número de unidades a seleccionar, más bien, acepta en principio flexibilizar dicho proceso, al permitir seleccionar unidades de muestreo (datos). Por otra parte, se permite la interrupción de la selección de datos cuando se entiende que se ha llegado a un punto de saturación por la cantidad de información recogida, como es el caso de los datos empíricos en esta investigación.

Con respecto al soporte informático aplicado para el tratamiento de la información, se utilizaron prioritariamente dos programas para apoyar la organización de los datos: Hojas electrónicas de Excel y el programa de MAXQDA10 para el tratamiento y análisis cualitativo de contenido en algunos de los grupos de datos de los estudios base.

Los datos provenientes de los cuestionarios que se aplicaron en los estudios EB2 y EB3 se organizaron en una hoja electrónica de Excel, de modo que se utilizaron varios tratamientos de la información:

- Un análisis cuantitativo simple, describiendo las frecuencias de las respuestas dadas a las preguntas cerradas, que se realizó a partir de una identificación binaria.
- Un análisis cualitativo de contenido para las preguntas abiertas que se realizó a partir de una organización tabular de los datos.

El programa MAXQDA10 favoreció el análisis de contenido ya que aumentó la rapidez pues facilitó el manejo mecánico de los datos, favoreció el proceso de análisis e interpretación de los mismos, otorgó "rigor en la organización de la información" (Bardin, 2002, p.112). Dicho programa está basado en diversos métodos cualitativos y, está previsto para analizar entrevistas cualitativas (abiertas), preguntas abiertas de entrevistas semi-estructuradas, observaciones, grupos de discusión y textos, entre otros (Tójar, 2006).

Con el programa MAXQDA10 se organizaron y analizaron los datos del estudio EB3, los del estudio EB4, así como también parte de la información aportada por los maestros cabécares en el estudio EF (exceptuando el portafolio de los maestros).

El análisis de contenido fue la técnica con la cual se obtuvieron la mayor parte de los resultados de esta investigación, por lo tanto, pasamos a explicar las nociones teóricas en las que se fundamentan nuestras acciones.

3.5.2 NOCIONES TEÓRICAS DEL ANÁLISIS DE CONTENIDO CUALITATIVO

Para los datos de tipo cualitativo, hemos realizado un *análisis de contenido*, basado en los principios teóricos de varios autores que coinciden en que esta es una técnica de la investigación documental que consiste en presentar el contenido de un documento bajo una forma diferente a la suya original, a fin de facilitar su consulta o localización en un estudio posterior. Muchos investigadores han caracterizado el análisis de contenido a partir del cumplimiento de tres cualidades: objetiva, sistemática y cuantitativa. En este trabajo, como se observará en los siguientes capítulos, serán evidentes las cualidades de objetividad y sistematicidad, puesto que no hacemos énfasis en la cualidad cuantitativa del análisis.

La conceptualización de Laurence Bardin (2002, p.32) describe el análisis de contenido como "un conjunto de técnicas de análisis de las comunicaciones tendentes a obtener indicadores (cuantitativos o no) por procedimientos sistemáticos y propósitos de descripción". Según Krippendorff (1990) esta técnica permite estudiar y analizar datos cualitativos de manera objetiva, sistemática y cuantitativa, utilizada para hacer inferencias validas y confiables con respecto a su contexto. En lo que sigue, el análisis de contenido se entiende como una técnica aplicable a la recolección, relaboración

organización e interpretación de información que se beneficia del enfoque emergente propio de la investigación cualitativa (Cáceres, 2003) y del rigor en la sistematización de los hallazgos ligados a la etapa empírica de la investigación (Andreú, 2001).

En la práctica, la técnica de análisis de contenido se desarrolla a través de un *procedimiento* a través del cual las características relevantes del contenido son transformadas para permitir su descripción, análisis preciso y fundamentación. Según Cáceres (2003) la información relevante, trascendente y esencial se convierte en algo susceptible de describir, analizar y fundamentar para posibilitar la comprensión, explicación e interpretación del objeto de estudio.

Bardin (2002) establece tres fases para el análisis de contenido. La fase de *preanálisis* es la fase de organización propiamente dicha, en la cual se elige los documentos que van a ser analizados, se formulan algunas conjeturas y propósitos para el análisis y se elaboran los indicadores que orientarán la forma de organización de la información. Este es un periodo de intuiciones que tiene por objetivo la operacionalización y la sistematización de las ideas de partida para poder llegar a un sistema preciso de desarrollo de las operaciones sucesivas, a un plan de análisis. La segunda fase, consiste en el *aprovechamiento del material*, es decir, la codificación y enumeración del mismo, con respecto a una serie de criterios prefijados y prestablecidos que son coherentes con el objeto de estudio y con los propósitos de la investigación (Bardin, 2002). *La* tercera fase, consiste en el *tratamiento e interpretación de los resultados* y persigue que los resultados brutos sean tratados para que resulten significativos y válidos.

3.5.3 COMPONENTES DEL ANÁLISIS DE CONTENIDO IMPLEMENTADO

Seguimos a Cáceres (2003) y Andreú (2001) para establecer los componentes del proceso que hemos aplicado en esta investigación mediante la técnica de análisis de contenido:

- Determinación de las Dimensiones y Unidades (objeto o tema de análisis).
- Determinar el sistema y las reglas de codificación.
- Determinar el sistema de categorías.
- Comprobar la fiabilidad del sistema de categorización-codificación.
- El modo de realizar las inferencias.
- La manera de integración de los hallazgos producto del análisis de contenido.
- Determinación de reglas de validez empleadas en el análisis de contenido.

Estos componentes que explicita Andreú (2001) se encuentran incorporados dentro de las fases de análisis que establece Bardín (2002) y que de manera integral permiten responder las siguientes cuestiones: ¿qué se quiere investigar?, ¿qué bibliografía o conocimientos previos existen?, ¿en qué teoría o marco teórico encaja?, ¿qué texto o textos se van a utilizar?, y ¿cuál es la unidad de análisis que se va a utilizar? A

continuación, pasamos a desarrollar las nociones teóricas para cada uno de los componentes mencionados.

3.5.3.1 LAS DIMENSIONES Y LAS UNIDADES PARA EL ANÁLISIS DE CONTENIDO IMPLEMENTADO

Las *dimensiones del análisis* son los puntos de interés en los cuales centramos la atención para el tratamiento de los datos. Los propósitos parciales del estudio, que se consolidan en los estudios base que conforman el diseño metodológico compuesto, han servido como guías para la elección de dichas dimensiones. De este modo identificamos *cuatro dimensiones de análisis*:

- DA-EB2: Pertinencia de diseñar un programa formativo que incorpore las etnomatemáticas (estudio base EB2, propósito parcial O1.3)
- DA-EB3: Conocimiento matemático cultural manifestado por maestros indígenas (estudio base EB3, propósitos parciales O1.2 y O1.3)
- DA-EB4: Elementos a considerar en el diseño de la propuesta formativa para maestros cabécares (estudio base EB4, propósito parcial O2.1)
- DA-EF: Evaluación de la propuesta formativa para maestros indígenas cabécares que incorpora las etnomatemáticas (estudio fundante EF, propósito parcial O2.4)

Cada una de estas dimensiones integra unos propósitos parciales que a su vez se disgregaron en otros propósitos más concretos, implicados directamente para el análisis, pues las peculiaridades de las fuentes de información y los propósitos de los estudios base lo requirieron. De este modo, cada una de las dimensiones de análisis está integrada por *focos de análisis* que son los puntos concretos de interés que persiguen el interés nuclear de cada dimensión y que sirven para orientar y operacionalizar dichas dimensiones.

Siguiendo a Krippendorff (1990), Andreú (2001) y Cabrera (2009), distinguimos en este trabajo *tres tipos de unidades de análisis*: las unidades de muestreo, las unidades de información (o de registro) y las unidades de contexto.

Las *unidades de muestreo* corresponden a los datos seleccionados del universo observado que serán analizadas (Andreú, 2001). Estas unidades de muestreo las explicamos en el epígrafe que trata de la elección y el tratamiento de los datos.

Las *unidades de información (o de registro)* corresponden a las partes de la unidad de muestreo que es posible analizar de manera aislada (Andreú, 2001), es decir, son la mínima representación posible, y representan los segmentos del contenido de los mensajes que son caracterizados e individualizados para posteriormente categorizarlos, relacionarlos y establecer inferencias a partir de ellos (Cáceres, 2003, Cabrera, 2009). En este trabajo, las *unidades de información* se consolidan como unidades de contenido significativo para extraer evidencias de los resultados alcanzados. La definición de estas unidades depende de condiciones de cada uno de los estudios base que incorporan el

análisis de contenido, de este modo podemos aludir: transcripciones, notas de campo, imágenes fotográficas, segmentos recuperados de los portafolios de los estudiantes.

Las unidades de información se enmarcan dentro de las *unidades de contexto* (Bardin, 2002) que son la porción de la unidad de muestreo que tiene que ser examinada para poder caracterizar una unidad de información (Andreú, 2001), es decir, la unidad de contexto es el documento en el cual se encuentra la unidad de información, es decir que las unidades de contexto son superiores a las unidades de información y permiten comprender la significación de éstas.

Según Cáceres (2003, p.62) el '*ítem*' es otro tipo de unidad de análisis "especialmente peculiar por su dificultad de clasificación, producto de su flexibilidad a la hora de definirla" ya que se delimita por el interés que se tiene respecto a lo que se considera simbólico en su totalidad, por lo tanto, la concreción del ítem "puede llevarse a efecto del modo que mejor se acomode a los intereses del estudio". En este trabajo los ítems tienen cierto nivel de participación durante el análisis de las producciones de los maestros cabécares, como será explicado en la segunda parte del capítulo.

3.5.3.2 EL SISTEMA DE CODIFICACIÓN PARA EL ANÁLISIS DE CONTENIDO IMPLEMENTADO

Para examinar el material hay que codificarlo, pues la codificación "consiste en una transformación del material" (Bardin, 2002) mediante reglas precisas de los datos del texto, a través de representaciones con "índices numéricos o alfabéticos" (Andreú, 2001, p.14). La codificación se refiere a la asignación de un símbolo o código, a cada una de las categorías. Según Bardin (2002, p.78) la organización de la codificación comprende *tres apartados*: la elección de las unidades (descomposición), la elección de las reglas de recuento (enumeración) y la elección de categorías (clasificación y etiquetación)

Cáceres (2003, p.66) establece que "los códigos pueden distinguirse por su alcance teórico y por su finalidad analítica". Desde esta perspectiva, tomamos en consideración que en este trabajo hay *códigos descriptivos*, que son identificadores de las características de los segmentos en las unidades de información, y también hay *códigos explicativos*, que son identificadores de temas recurrentes o con igual significado que requieren una inferencia mayor y dan lugar a categorías con un alto componente interpretativo (Krippendorff, 1990).

En esta investigación, como mostraremos en la segunda parte de este capítulo, hemos establecido reglas de codificación para los informantes clave, así como reglas de codificación para las unidades de análisis. Además hemos diseñado reglas de codificación para los sistemas de categorías que según Andreú (2001) pueden hacerse y rehacerse continuamente y nunca deben ser tomados como algo definitivo. Hemos aplicado *tres formas básicas de codificación*: inductiva, deductiva y mixta. En el proceso inductivo se identifican los temas o dimensiones relevantes, en el proceso de codificación deductivo se recurre a la teoría para explicar los elementos centrales,

dimensiones y categorías; mientras que la codificación mixta alterna los dos tipos anteriores.

Hay diferentes *reglas de recuento* o enumeración, pero por su amplitud y por las peculiaridades de este estudio, hemos escogido de Cabrera (2009) las siguientes:

- La presencia o ausencia de los elementos codificados.
- La frecuencia de aparición, es decir el número de veces que aparece un código determinado o unidad de información.
- La frecuencia ponderada, es decir cuando la presencia de un código tiene más importancia que la de otro, se procede a realizar una ponderación que se establece a priori.
- La contingencia, es decir, la presencia en un mismo momento de dos o más códigos en una misma unidad de contexto, ya que nos permite distinguir los documentos que aportan más información relevante o variada.
- El orden de aparición de los códigos.
- La frecuencia valorativa, que consiste en la suma total de las unidades de registro.
- La frecuencia proporcional o porcentajes de frecuencia, es decir, la frecuencia de cada código expresada en porcentajes.
- La distribución de frecuencias, o sea, a forma en como se reparte la frecuencia total entre todas las categorías.

Después de establecer las reglas de recuento, lo que sigue es fragmentar (o descomponer) el material en las unidades de análisis y posteriormente clasificar cada una de las unidades de información (Cabrera, 2009).

3.5.3.3 EL SISTEMA DE CATEGORÍAS IMPLEMENTADO EN EL ANÁLISIS DE CONTENIDO

Las *categorías* según Bardin (2002, p.28) son "epígrafes significativos que permiten la clasificación de los elementos de significación constitutivos del mensaje" y son las que permiten la operacionalización y de los elementos que constituyen el análisis a partir de diferenciaciones establecidas por agrupamientos regidos por analogías entre el material o a partir de criterios definidos previamente (Andreú, 2001). La clasificación del material puede realizarse siguiendo un *método inductivo,* un *método deductivo,* o un *método mixto* donde se combinan ambos (Cabrera, 2009).

Las *categorías inductivas o emergentes* proceden de un procedimiento reductivo a través de criterios de definición derivados del fondo de la investigación a través del material textual analizado, en el cual se localizan patrones de significado, regularidades, sentidos de un mismo objeto a través de un proceso de continua interpretación y comparación de las unidades de análisis, de manera que los datos se reduzcan y se arribe de manera paulatina a unidades centrales en el análisis de la investigación (Cabrera, 2009). Siguiendo estos criterios, el material se trabaja hasta el fin y las categorías se van deduciendo tentativamente en un proceso de revisión continua hacia atrás y hacia

adelante, hasta obtener un sistema categorial principal (Andreú, 2001). Las pautas establecidas para el tratamiento de los datos por distintos autores, tales como Bardin (2002), Cabrera (2009), Cáceres (2003), Andreú (2001), Sabirón (2006), Tójar (2006), plantean diferencias poco significativas en el desarrollo del proceso de inducción analítica. En este trabajo han surgido de la revisión de los diarios de campo, las transcripciones de los sondeos y las entrevistas etnográficas, entre otros.

Las *categorías deductivas o prefijadas* se formulan a partir de la teoría (Andreú, 2001) o bien desde fundamentos empíricos, hasta definir un sistema de códigos y categorías que se van aplicando al texto. Según Cáceres (2003) estas categorías integran los "libros de códigos" que reúnen la información relativa a las etiquetas y a las reglas desarrolladas para orientar la clasificación. Este material se prepara a la luz de objetivos y teorías, pero se va desarrollando continuamente y está sujeto a variación conforme se desarrolla el análisis.

Las categorías, inductivas o deductivas, deben cumplir con una algunas *características* que otorgan rigor al proceso; Andreú (2001) y Cabrera (2009) coinciden en que cada serie de categorías ha de construirse de acuerdo a un criterio único y ha de ser exhaustiva, además, las categorías tienen que ser significativas, claras y replicables; teniendo en consideración que las categorías se diferencian según los niveles de análisis posteriores.

La categorización es un proceso de tipo estructuralista. Al catalogar y enumerar los datos se desarrolla una comparación sistemática de las categorías en las cuales éstos han sido integrados de modo que se pueden establecer relaciones e inferencias que permiten comprenderlos y situarlos. Este procedimiento genera categorías centrales que aglutinarán a su vez otras categorías y éstas a su vez podrían contener otras subcategorías que facilitarían la interpretación en torno a las dimensiones o focos de contenidos. Al respecto, Cabrera (2009) plantea la organización de diferentes niveles categoriales "a los que se arriba en dependencia del objeto de estudio y la información obtenida a partir de un proceso de inclusión y relaciones entre las categorías que se obtienen" (p.87).

En esta investigación cada uno de los análisis realizados para los estudios base cuenta con una estructura organizativa categorial independiente. Sin embargo, coinciden en estructura. Podemos mencionar que en el más laborioso de los análisis realizados (estudio EF) alcanzamos un sistema de cinco *niveles de categorías* en el cual el orden es inclusivo y está dado de la siguiente manera:

- I nivel: las *subcategorías*, que para Krippendorff (1990) representan la escala de valoración (nominal u ordinal) en que serán clasificadas las categorías de las unidades de análisis; Cabrera (2009, p.77) establece que las categorías "deben abarcar todas las posibles *subcategorías* de lo que se va a codificar, ser mutuamente excluyentes, de tal manera que una unidad de análisis pueda caer en una y sólo una de las subcategorías de cada categoría".

- II nivel: los *indicadores* que están representados por las unidades de significación más elementales que se producen en el proceso de construcción del conocimiento (Cabrera, 2009).
- III nivel: los *focos* que debido a las peculiaridades de esta investigación corresponden a las distintas direcciones que abordan las dimensiones.
- IV nivel: las *dimensiones* que representan los constructos generales a los que se arriba como expresión de la interpretación y comparación continua de los indicadores construidos en una nueva definición explicativa (Cabrera, 2009).
- V nivel: las *direcciones* que representan a los constructos más generales que se identifican con la explicación y organización de las dimensiones construidas (Cabrera, 2009).

Después de la depuración empírica y conceptual que incluye la triangulación, la contrastación y el feedback con los participantes (Martínez, 2007; Sabirón, 2006; Cabrera, 2009), así como la selección y revisión de casos excepcionales, se desarrolla el proceso de categorización selectiva en el cual se identifican las categorías nucleares que articulan el sistema categorial construido durante la investigación.

3.5.3.4 LA EXPLORACIÓN DE LA FIABILIDAD DE LA CATEGORIZACIÓN Y LA CODIFICACIÓN IMPLEMENTADA EN EL ANÁLISIS DE CONTENIDO

Cáceres (2003) afirma que la determinación de las reglas de análisis es un elemento del análisis de contenido que fortalece la validez y confiabilidad de los resultados, ya que indican al investigador cuáles son las condiciones para codificar y eventualmente categorizar el material.

Según Andreú (2001) la fiabilidad exige que el conjunto de unidades de información, así como las categorías sean definidas de manera rigurosa por acuerdos que se van desarrollando durante el proceso de análisis. Es decir, que *cada código requiere de una definición precisa* que explique el alcance del mismo.

Por las características peculiares de este trabajo, consideramos conveniente complementar la definición de los códigos con ejemplos u otras explicaciones significativas que provienen de la experiencia en el campo y el proceso metacognitivo de la propia investigadora en relación a la cosmovisión indígena. Actuando de este modo no solo pretendemos ofrecer una definición experta, aludiendo a la jerga profesional, sino también una clarificación desde el enfoque émico (Tójar, 2006) o propia desde la perspectiva de los participantes. Luego de haber fijado las categorías y definidas las unidades reconocemos objetivamente la presencia o ausencia de las categorías en las unidades de muestreo y en función de los criterios previamente definidos, codificamos el material escrito a partir de un proceso de inferencia.

3.5.3.5 EL PROCESO DE INFERENCIA DE LA INFORMACIÓN IMPLEMENTADO EN EL ANÁLISIS DE CONTENIDO

Según Andreú (2001, p.19): "inferir es explicar, en definitiva, deducir lo que hay en un texto"; es decir, es el momento en el cual se buscan algunas conclusiones o se extraen inferencias, explicaciones contenidas, tanto implícitas como explícitas del propio texto. Para Porta y Silva (2003) la inferencia es el momento en el cual se desarrolla la descripción, la interpretación y la comparación del contenido.

La relación interpretativa se obtiene mediante este proceso de inferencia teórica, al integrar los contenidos respecto a los códigos, las reglas de análisis, los propósitos del estudio y los supuestos que desarrolla la investigadora de manera empírica como fruto del proceso. Para Cabrera (2009) dicho proceso desarrolla una construcción analítica que operacionaliza lo que la investigadora sabe acerca de las interdependencias entre los datos y su contexto, con el fin de establecer reglas de inferencia que son las que permiten establecer el puente entre los datos que analiza y el propósito que se persigue.

A efectos prácticos, este es el momento en el cual se enumeran las características de la unidad de muestreo en relación a la frecuencia de aparición de las distintas categorías y es cuando se llevan a cabo las operaciones estadísticas, la síntesis y selección de los resultados para realizar, posteriormente las interpretaciones que den lugar a una serie de conclusiones, teniendo en cuenta siempre el Marco Teórico que hemos elaborado. Es importante diferenciar entre lo que se cuenta (las unidades de información) y las maneras de contar (la regla de enumeración).

3.5.3.6 EL PROCESO DE INTEGRACIÓN DE LOS HALLAZGOS IMPLEMENTADO EN EL ANÁLISIS DE CONTENIDO

La interpretación y la consolidación teórica implican las ideas fundamentales que obtendremos y que se emplearán para generar las explicaciones, de manera que cobran sentido los datos estudiados al tratarlos de integrar dentro de áreas de interés más amplias. En todo caso, procuramos que el diálogo entre datos y marco teórico esté presente durante todo el proceso.

Los autores plantean que esta última elaboración cualitativa, debe apoyarse en todo el trabajo inductivo previo, poniendo todo el esfuerzo reflexivo y descubriendo lazos, causas e interpretándolas convenientemente. Cabrera (2009) plantea que el proceso de integración final de los hallazgos y construcción de los resultados se apoya principalmente en la interpretación y la inferencia, los datos y su inclusión en los diferentes niveles de categorías alcanzan un nuevo nivel de interrelación con respecto al problema estudiado y la realidad donde se concretan. Sin embargo, Cáceres (2003) sostiene que no será necesario que todas las categorías queden integradas entre sí, a manera de una última y gran interpretación, sino que las mismas pueden representar en sí varias interpretaciones que complementan la comprensión de la realidad investigada o, más modestamente, de un conjunto de datos con cierta afinidad.

Andreú (2001) y Cabrera (2009) coinciden en sugerir que la construcción de los resultados debe presentarse siguiendo la lógica de las categorías más generales a las más específicas, donde cada dirección es presentada por el análisis de las dimensiones y estas por las categorías, que se fundamentan en las unidades de información.

3.5.3.7 LA DETERMINACIÓN DE REGLAS DE VALIDEZ IMPLEMENTADAS EN EL ANÁLISIS DE CONTENIDO

Según Andreú (2001, p.26): la *validación del análisis* se realiza mediante la comprobación de que se ha localizado, al menos tentativamente, el núcleo neurálgico y central del fenómeno que se quiere estudiar". La revisión bibliográfica que se expone en el marco teórico investigativo, así como el conocimiento personal de la investigadora (analista) a partir de su formación metacognitiva en el proceso empírico de la investigación proveen de explicaciones teóricas y suposiciones tentativas que sirven de orientación, no de constricción a la búsqueda de mas datos. Posteriormente mostraremos la manera en que hemos formulado una selección condicionada de focos temáticos, textos y situaciones por su valor estratégico para conferir información que nos condujo a construcciones interpretativas de la realidad textual, sin alejarnos de la teoría y de los propósitos de esta investigación.

3.6 TERCERA PARTE: NOCIONES TEÓRICAS SOBRE LA FIABILIDAD Y LA VALIDEZ QUE SE IMPLEMENTAN EN ESTA INVESTIGACIÓN

3.6.1 FIABILIDAD Y CRITERIOS DE VALIDEZ IMPLEMENTADOS

Los indicadores indiscutibles de la calidad de una investigación son su Fiabilidad y su Validez. El concepto de fiabilidad es complejo ya que involucra a las medidas tomadas con un cierto instrumento de medición y al sujeto y circunstancias que intervienen en la medida de una cierta característica o rasgo. Esto se hace más complejo todavía en el caso de las investigaciones cualitativas etnográficas, que pretende medir hechos sociales mediante su interpretación en un contexto, como es el caso de nuestra investigación. Se plantea la fiabilidad si las diferencias observadas son propias del fenómeno estudiado o se deben al modo de medir. La interrogante se desliza hacia si el método de medida es válido, o sea hacia la validez del proceso investigador. La validez consiste en la capacidad del método de medida para realizar lo que afirma medir, en el ajuste entre lo

que se dice medir y lo que el instrumento es capaz de captar. Este es el punto clave en las investigaciones en educación matemática, encontrar el método adecuado al objeto de estudio. En la etnografía la validez es la base del rigor.

La *validez* para Angrosino (2012, p.86) es la medida del grado en que una observación demuestra realmente lo que parece demostrar y puede garantizarse en la investigación etnográfica a través de varios medios como los siguientes:

- Trabajar con observadores múltiples o equipos que presenten múltiples puntos de vista, de esta manera se pueden cotejar las observaciones y eliminar las inexactitudes.
- Seguir el método de inducción analítica, que radica en buscar patrones contrarios a las observaciones registradas, a fin de encontrar casos negativos y en caso contrario, ratificar o asegurar los hallazgos observados.
- El investigador puede redactar sus resultados aplicando técnicas de *verosimilitud*, que es un estilo de escritura que introduce al lector en el mundo que se ha estudiado para evocar en él una atmósfera de reconocimiento. Este estilo utiliza un lenguaje descriptivo rico, haciendo evidente la coherencia interna, plausible y reconocible. Es decir que las observaciones etnográficas se vuelven 'validas' únicamente cuando se han vertido en algún tipo de narración coherente y lógica.

Además, tomamos en consideración que la *validez* en la investigación cualitativa cuenta con una serie de principios que son descritos en Coen, Manion y Morrison (2011):

- el entorno natural es la principal fuente de datos,
- holismo de la investigación, donde interesan los procesos, en lugar de limitarse a los resultados,
- se acota el contexto y se describe ampliamente,
- se debe contar con la aprobación de los entrevistados,
- la captura de sentido y de la intención de la información es fundamental,
- el investigador es parte del mundo investigado,
- el investigador—en lugar de una herramienta de investigación—es el instrumento clave de la investigación,
- los datos son descriptivos y son socialmente situados y saturados social y culturalmente,
- se analizan los datos inductivamente en lugar de utilizar categorías a priori,
- los datos se presentan en términos de los entrevistados en vez de los investigadores,
- se deben presentar los informes a través de los ojos de los participantes.

Por otra parte, los autores establecen que como vivimos en un mundo ya interpretado, se requiere un ejercicio doblemente hermenéutico para entender otras formas de comprensión del mundo. La paradoja está en el 'instrumental complejo' para realizarlo, pues quien intenta entender la vida humana es otro ser humano y ante los riesgos del

error humano en toda su las formas, se debe hacer una declaración (ética) de descripción objetiva, aunque no siempre ésta es absoluta e imparcial.

Ante este problema para la validez, opinamos que declarar las propias bases o fundamentos para la interpretación es la única solución o garantía de poder hacer un juicio de la validez, o validación.

Kilpatrick (1998) distingue dos tipos de validez en la dicotomía tradicional de la investigación educativa experimental: la validez interna y la validez externa. La validez interna se refiere al grado de confianza que se tiene a partir del origen de los resultados, mientras que la validez externa se refiere a la capacidad de extrapolación a otras condiciones y circunstancias (sobre todo a situaciones más naturales que las condiciones experimentales). Nuestra opinión sobre los tipos de la validez es:

La *validez interna* radica en la adecuada toma de los datos y del tratamiento de ellos que conduce a los resultados, para que no falseen la realidad. Por su pare, la validez externa se basa en la replicabilidad del estudio en otros contextos, que darían un juicio sobre el método a través de la equivalencia o disparidad de los resultados entre ambos contextos. La validez externa no se pretende en las etnografías, se sabe que es imposible replicar los fenómenos naturales. La interna si se busca, ajustado lo mejor posible las descripciones e interpretaciones a los hechos observados, desde cierto prisma de observación, que se explicita al lector.

El *sesgo del observador* se puede mitigar porque la investigación observacional es natural, emergente y se combina con otras técnicas que garantizan rigurosidad en la captura de la información.

Sobre la validez interna, LeCompte y Preissle (1993, citados en Cohen, Manion y Morrison, 2011) afirman que en la investigación cualitativa etnográfica predominan algunos elementos que garantizan este tipo de validez, son los siguientes:

- La autenticidad y la capacidad de informar sobre una situación a través de los ojos de los participantes.
- La confianza, coherencia, credibilidad, fiabilidad y confirmabilidad de los datos.
- La solidez del diseño de la investigación.

En este trabajo de enfoque etnográfico, la validez interna se sustenta en el trabajo de campo y en la convivencia con los participantes de los estudios EB3, EB4 y EF. La inmersión en el campo, permitió conocer las realidades y peculiaridades en cada situación, así como el sostener el rapport, permitió que la investigadora se familiarizara con los informantes, en particular en el estudio EF.

Tomamos en cuenta lo planteado por Junquera (1995) quien establece que existen algunos medios para comprobar si la información recogida es o no correcta: por observación, por medio de otros informantes cualificados, o mediante la coherencia interna del informante elegido, además, hace alusión a algunos aspectos que limitan la garantía total de validez interna. Por ejemplo, el *tiempo* es un factor determinante

cuando se trata de comunicar con personas de diferente cultura, se debe tener en cuenta el conocimiento de la lengua autóctona que puede facilitar o imposibilitar la investigación. Por lo tanto, el investigador debe tener un conocimiento amplio de la lengua ajena, en caso contrario debe acudir a un intérprete para que le pregunte al informante y después le transcriba la información, esto plantea serios inconvenientes salvo los casos de nativos muy aculturados, con esto ratificamos que *hay que dominar el idioma y si es posible, sus variantes dialectales*.

Cuando se planifica la investigación, las limitaciones aparecen pronto y el tiempo es un asunto crucial porque pasa rápido e impide conseguir la información deseada, ganar la confianza de quien se supone puede llegar a ser un buen informante, por lo tanto, hay que considerar dentro de los protocolos de acción investigativa el tiempo para grabar, transcribir, traducir y sacar diapositivas o listas de ideas centrales.

Shoenfield (1996, citado en Cohen, Manion y Morrison, 2011) sugiere que la *validez externa* es importante para que otros investigadores puedan decidir en qué medida las conclusiones son generalizables a otra situación, es decir, aplicar los criterios de comparabilidad y la traducibilidad.

Consideramos que en la investigación cualitativa etnográfica, la validez externa, no debe trascender de la generalización y en su lugar, aplicar la comparabilidad y transferibilidad. Es decir, que se pueden revisar aspectos relacionados con el contexto de los participantes, con el objeto de estudio, entre otros aspectos de la configuración, para identificar posibles grupos de comparación, y para identificar la cantidad o tipo de datos que pueden traducirse o transferirse a diferentes contextos y culturas.

Además de los dos tipos señalados por Kilpatrick, añadimos el tipo de la *validez de constructo*, que se trata de una modalidad de validez interna, que atañe a la transparencia de los instrumentos de medida o de la equidad de la interpretación. Se aplica a los cuestionarios y a la capacidad de formular interpretaciones fidedignas de los fenómenos, aplicando el pensamiento creativo ya sea metafórico o analógico, para describir e interpretar lo investigado. Esta validez depende de la formación del investigador, su pericia en elaborar cuestionarios y su capacidad de expresión o comunicación.

Para la *validez de constructo* relacionada con los instrumentos aplicados en los estudios EB2 y EB3, tomamos en cuenta que Padilla, Gómez, Hidalgo y Muñiz (2007) comentan la preocupación de los investigadores por mantener la representación del constructo y el consenso por incorporar las consecuencias del proceso de validación en la interpretación de las mediciones. Algunos autores como Mehrens (1997, citado en Padilla et al., 2007, p.310) consideran que "toda validez es validez de constructo y que toda evidencia lo es para o en contra de la validez de constructo".

En el caso del cuestionario, Messick (1998) abogó por dirigir la mirada hacia los efectos imprevistos del uso de los test, sobre todo cuando se pudieran relacionar con

amenazas a la validez procedentes de la baja representación del constructo o de fuentes de variación no relacionadas con el constructo; ante esto, explicita que las consecuencias imprevistas, al igual que las previstas, forman parte de naturaleza del constructo y, por lo tanto, aportan más argumentos para analizar los significados de las puntuaciones.

Garantizar la *validez de constructo* en el trabajo de campo etnográfico es uno de los aspectos que consideramos prioritarios en este trabajo, y una de las razones por las cuales la investigadora experimentó un proceso autoformativo holístico con respecto a los grupos culturales involucrado.

Según Sandín (2000), Coen, Manion y Morrison (2011), en la investigación cualitativa-etnográfica, la *validez de constructo* tiene que demostrar que las categorías que se utilizan tienen sentido para los propios participantes; es decir, que reflejan forma en la cual los participantes en la experiencia comprenden e interpretan la realidad, con lo cual se genera confianza en que se están interpretando las situaciones en la investigación a través de los ojos de los actores.

El abordaje de este tipo de validez es delicado, pues las decisiones del marco interpretativo tienen que tomarse dentro de una perspectiva de objetividad, con los aspectos que se consideran pruebas válidas para un juicio. Por lo tanto, basaremos la validez de constructo, en el proceso que ha derivado esta tesis, de considerar aspectos recopilados en fuentes primarias y que hayan sido confirmados en el trabajo de campo.

Para garantizar la coherencia, objetividad y confianza en la captura de los datos, la investigadora auto-gestionó su inducción cognitiva en los distintos aspectos culturales de los grupos Ngäbe, Bribri y Cabécar, hasta llegar a un nivel óptimo (al menos desde el punto de vista de la investigadora) en la capacidad de poder establecer diálogos 'sintonizados' con los entrevistados y comprender las respuestas obtenidas desde la cosmovisión de éstos. De esta manera, puede comprenderse el sentido progresivo de esta investigación, que comienza tratando el problema desde una perspectiva sociológica, después antropológica, luego en una faceta etnomatemática y finalmente desde la didáctica de la matemática.

3.6.2 LAS TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN DE LA VALIDEZ: TRIANGULACIÓN Y CRISTALIZACIÓN

Cohen, Manion y Morrison (2011) definen la *triangulación* como el uso de dos o más métodos de recolección de datos en el estudio de algún aspecto del comportamiento humano, explicando con más detalle, la riqueza y complejidad de la conducta humana mediante el estudio de varios puntos de vista y aprovechando de datos cuantitativos y cualitativos. Campbell y Fiske (1959, citados en Cohen, Manion y Morrison, 2011) afirman que la triangulación es una forma poderosa de demostrar la validez concurrente en la investigación cualitativa.

La triangulación de la información en esta tesis se vincula a una diversidad de fuentes como herramientas de constatación de la reiteración de hallazgos: diarios de campo, cuestionarios, entrevistas etnográficas, sondeos, portafolios de los maestros indígenas, grabaciones en audio y grabaciones en video.

La *cristalización* se presenta teóricamente como un proceso de validación que supera la mera triangulación (Moral-Santaella, 2006) y tiene que ver con el montaje que se construye mediante la utilización de múltiples métodos para asegurar una profunda comprensión del fenómeno estudiado y conseguir el proceso de triangulación.

La premisa sobre la cual se fundamenta la triangulación es que la combinación de prácticas metodológicamente múltiples, materiales empíricos, perspectivas y observadores, permite que un estudio particular sea mejor comprendido y que tenga mayor rigor, profundidad y riqueza.

Sin embargo, Moral-Santaella (2006, p.149) discute el concepto de triangulación y considera que la imagen central de la investigación cualitativa es el 'cristal' y no el 'triángulo', debido a que el "cristal es un prisma que refleja externamente y se refracta dentro de sí mismo, creando diferentes colores, modelos y direcciones, permitiendo avanzar por distintos caminos", es decir, que en el proceso de 'cristalización', el escritor cuenta el mismo hecho desde diferentes puntos de vista. Sin embargo, en la triangulación el resultado se da desde múltiples realidades refractadas simultáneamente y no de manera secuencial como se hace al aplicar la cristalización.

En esta investigación cualitativa perseguimos una validez relacionada con la búsqueda de un acuerdo o consenso en la comunidad, es decir, pretendemos establecer una nueva forma de rigor consensuado y negociado que permite hacer visible los distintos puntos de vista en la interpretación (Moral-Santaella, 2006). Para esto, hacemos referencia a los siguientes elementos:

- Tomamos en cuenta los puntos de vista de los participantes en el problema que se estudia y procuramos que sus perspectivas, argumentos, y voces, aparezcan en este informe.
- Procuramos fomentar y potenciar una crítica moral del fenómeno que analizamos.
- Pretendemos fomentar la acción, relacionada con el comportamiento y el conocimiento, cuando implicamos a los que han participado en la investigación en alguna acción dirigida al cambio y la mejora.
- Tratamos de detallar el proceso que se ha seguido, la construcción de las categorías, la elaboración de las conclusiones, mostrando de manera explícita cada estadio investigativo.

Richardson (1997, citado en Moral-Santaella, 2006, p.159) establece que "la cristalización, sin perder la estructura, deconstruye la idea tradicional de «validez» pues permite mostrar que no existe una verdad singular".

En un trabajo que aplique la cristalización se puede conocer la perspectiva que toma el investigador y cada uno de los participantes, sin promover la evocación o la interpretación sesgada, sino entrando en la realidad de cada significado (Moral-Santaella, 2006).

En este trabajo consideramos la cristalización como un tipo de validez que permite generar procesos de reflexión crítica mediante la presentación de todas las voces de los que participan en la investigación y de esta manera mostrar el entretejido de procesos dentro del proceso de descubrimiento, de interpretación y de significado que permite alcanzar los propósitos de la investigación.

Siguiendo a Moral-Santaella (2006, p.160), tratamos de realizar una validación del proceso de investigación al contestar en este capítulo las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es el paradigma de investigación que sustenta la investigación, desde qué lente, ángulo o punto de reposo se va a plantear la investigación?
- ¿Qué método/os de recogida y análisis de datos van a servir para refractar la luz de los hechos sociales?
- ¿Cómo superar la división ficticia entre investigación y representación, es decir, entre actos de reunión de datos y el informe de investigación?
- ¿Cómo atender a los procesos de reflexividad que exige el liberarse de los sesgos que puede producir su aparente neutralidad?, ¿cómo se va a plantear que el trabajo está histórica, cultural y personalmente situado?, ¿hasta dónde llegar en este proceso de construcción de la propia identidad investigativa dentro del proceso?
- ¿Cómo impedir que aparezca solamente la voz de la investigadora?, ¿cómo incluir las voces múltiples de todos los participantes de la investigación?
- ¿Cómo la investigadora va a tratar su propia voz, dentro de los planteamientos de «voces múltiples», optará por ser simplemente una voz entre otras muchas, o tendrá una voz privilegiada en la interpretación y la construcción final de la representación?
- ¿Qué procedimiento de representación se utilizará para que aparezcan todas las voces?
- ¿Qué papel van a tener los participantes en la investigación?
- ¿Hasta qué punto el informe de investigación permite analizar, calibrar y tomar juicios sobre los problemas sociales?, ¿hasta qué punto el informe de investigación se dirige a la transformación de la sociedad, hacia su cambio y mejora?
- ¿Hasta qué punto desarrolla en el informe de investigación una crítica moral del problema social que analiza?

La investigación cualitativa busca la acción y la mejora, es por esto que somos conscientes de la importancia de evaluar el proceso etnográfico, como afirman Goetz y LeCompte (1988) la validez concierne a la exactitud con la cual las conclusiones representan la realidad empírica y los constructos diseñados por los investigadores

representan o miden categorías reales de la experiencia humana. A continuación detallamos los criterios de validez empleados en esta tesis.

3.7 CUARTA PARTE: DISEÑO METODOLÓGICO COMPUESTO

En esta cuarta parte se describen de pormenorizada las actividades realizadas para la recogida de información durante el trabajo de campo y las nociones aplicadas durante el tratamiento y análisis de la información. Dichas actividades constituyen un diseño metodológico compuesto que permite alcanzar los propósitos de esta investigación.

Para desarrollar dichos propósitos, se hizo necesario primeramente caracterizar el conocimiento matemático indígena, identificando algunos elementos llamativos desde la perspectiva etnomatemática de las etnias Ngäbe, Bribri y Cabécar de Costa Rica; así como consultar a profesionales a nivel macro y micro educativos sobre la viabilidad de dicha propuesta. Cada uno de estos anhelos constituye un estudio independiente que sirve como fundamento y aporta herramientas para la consolidación de un modelo didáctico particular.

En el modelo de espiral que representa esta tesis, cada estadio abarca al menos uno de los estudios base que se requieren para alcanzar los propósitos generales. De este modo, identificamos cuatro estudios base (EB1, EB2, EB3 y EB4), que se realizan previos al diseño, implementación y evaluación de la propuesta formativa para maestros indígenas que incorpora el conocimiento matemático cultural y con la cual se consolida el estudio fundante (EF).

A nivel metodológico, cada uno de estos estudios aplica unas técnicas independientes e interrelacionadas en el trabajo de campo y en la siguiente figura mostramos la ubicación de cada uno de ellos en el modelo espiral que hemos diseñado para esta investigación.

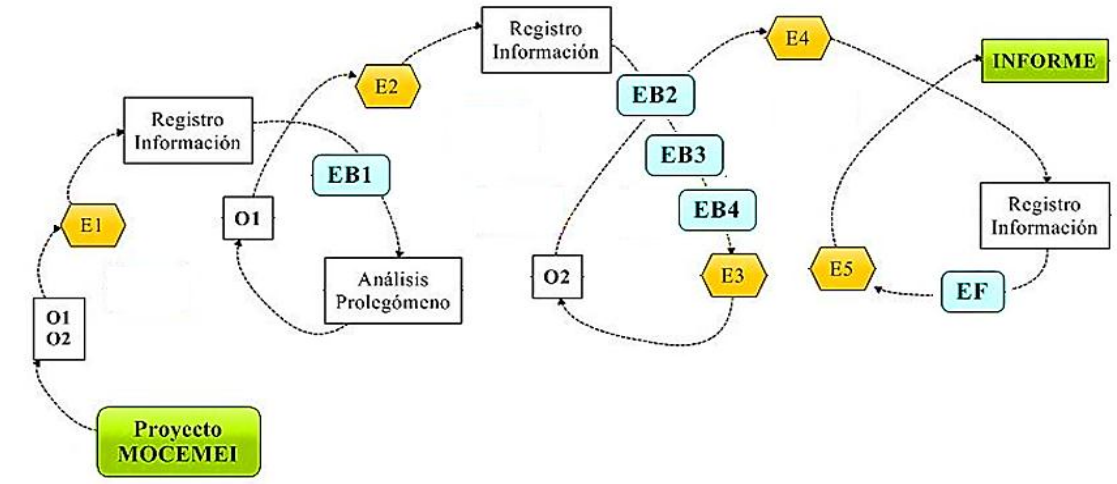


Figura 3.5. Ubicación de los estudios que integran esta investigación en el modelo espiral.

En la figura anterior el estudio EB1 se define durante el primer ciclo de la espiral, mientras que los estudios EB2, EB3 y EB4 se concretan durante el segundo ciclo. Finalmente, en el tercer ciclo de la espiral se constituye el estudio EF, que es el estudio fundante. En los apartados siguientes describimos los aspectos éticos y técnicos que aplicamos en cada uno de los estudios.

3.8 Estudio Etnológico de las Matemáticas Indígenas en los Pueblos Ngäbe, Bribri y Cabécar de Costa Rica (EB1)

El primer estudio base (EB1), persigue identificar los elementos del conocimiento matemático cultural de tres grupos culturales de Costa Rica. Se desarrolla durante los estadios E1-F1, E1-F2, E1-F3 y tiene dos partes: la primera de ellas constituye una revisión bibliográfica y la segunda corresponde a una constatación en el campo de los hallazgos de la primera parte, para decidir la información relevante en el diseño de la propuesta formativa pretendida.

El trabajo de campo, además de constatar los datos teóricos recabados, aporta nuevos hallazgos relacionados con el conocimiento matemático cultural de los tres grupos indígenas estudiados. La revisión bibliográfica está basada prioritariamente en fuentes primarias y documentos editados: libros y artículos de impacto que provienen de las áreas de la antropología, la etnología y la lingüística, ya que sobre este tema no encontramos ningún documento relacionado con etnomatemáticas en Costa Rica.

Los tres grupos indígenas involucrados tienen una estructura ágrafa, por lo tanto, su conocimiento ancestral ha prevalecido a través de la tradición oral y una de las inquietudes investigativas que subyacen está relacionada con identificar las maneras por medio de las cuales organizan los elementos relacionados con el pensamiento matemático, centrados particularmente en el conocimiento tangible e intangible relacionado con el número y el espacio.

Perseguimos indagar las concepciones, expresiones y usos de la numeración, así como los significados relacionados con aspectos matemáticos que tienen los elementos de cultura material, que se relacionan con aspectos filosóficos, religiosos y culturales de la tradición indígena de las tres etnias estudiadas. En este perfil etnográfico triple recordamos que Aguirre (1995) define la *etnografía* como el estudio descriptivo (‘graphos’) de la cultura (‘ethnos’) de una comunidad, o de alguno de sus aspectos fundamentales, bajo la perspectiva de comprensión global de la misma. Además, asumimos como plantea el autor, tres grandes momentos en este estudio base: tres etnografías, una etnología y una fase antropológica-crítica estructural.

Siguiendo a Mauss (1974) y Hernández-Sampieri (2006), hemos elaborado una ‘*cartografía sociocultural*’ de las comunidades de estudio, consultando al menos nueve fuentes bibliográficas y tomando en cuenta como categorías descriptivas las siguientes características:

- Ubicación geográfica.
- Conservación de rasgos culturales.
- Tenencia de la tierra.
- Organización geográfico-toponímica.
- Densidad de población (indígena y no indígena).
- Pervivencia de la lengua.
- Características educativas y educación tradicional.
- Expresiones de cultura material y formas de subsistencia.
- Concentración de habitantes por vivienda y acceso a servicios básicos.
- Sistema de filiación y organización social.
- Religiosidad, mitos, cargos y celebraciones tradicionales.
- Sistemas tradicionales de salud.

Además, hemos realizado la constatación de los hallazgos a través de sondeos con antropólogos, etnólogos, lingüistas y otros investigadores y profesionales costarricenses que hemos consultado. Así como con la aplicación de técnicas etnográficas durante la inmersión en el campo, resaltando los aspectos éticos de negociación de entrada y acceso al campo y empleando aspectos técnicos vinculados a sondeos, observaciones participantes y entrevistas etnográficas.

En este trabajo damos una marcada importancia al acceso y trabajo de campo, pues para lograr los propósitos pretendidos es necesario realizar una experimentación antropológica y Aguirre (1995) pone énfasis en que para ser antropólogo se deben haber

vivenciado al menos dos culturas (la propia del investigador y la ajena), hay que sufrir el "choque" de todo análisis transcultural: saber que existen otras culturas y que todos los elementos culturales son relativos y comparables. Coincidimos en que este trabajo etnográfico requiere adaptar y revitalizar las nociones matemáticas etnocéntricas, pero para ello hay que aplicar las nociones de la etnografía al comenzar a vivenciar y observar la cultura ajena hasta comprender su sistema de significados asociados.

Comentaremos los aspectos éticos y técnicos aplicados durante el EB1, recalcando que en esta investigación, el ingreso a las comunidades indígenas costarricenses ha requerido de un proceso previo de mediación, en el cual se contacta con uno o dos miembros de la comunidad, o personas interventoras, para acceder a dichos informadores, que algunas veces se han convertido en informantes o simplemente han contribuido en el proceso de negociación de entrada.

3.8.1 ACCESO A COMUNIDADES INDÍGENAS BRIBRIS

En las comunidades Bribris, el acceso al campo se realizó por primera vez en el año 2000 cuando se contó con el aval de la Asociación de Desarrollo del Territorio Talamanca-Bribri, como se narra en Gavarrete y Vásquez (2005). Dicha entidad local vinculó a la investigadora con los líderes comunales, con quienes se gestionó el rapport inicial y se convirtieron directamente en informantes representativos; asimismo colaboraron como intermediarios entre la investigadora y los informantes clave y los informantes especiales.

Desde el año 2000 se han visitado aldeas de Alta Talamanca y Baja Talamanca, tales como: Uatsi, Suretka, Shiroles, Bratsi, Amubre, Kachabri. Dichas comunidades se encuentran dentro de un paraje de bosque tropical húmedo, muy cerca de la frontera con Panamá y rodeadas por los ríos Coén, Urén, Lari y Telire, todos con un valor protagónico en estas comunidades, ya sea por su sentido mítico o por lo que representan a nivel socio-económico. Algunas comunidades Bribris están ubicadas geográficamente en la región fronteriza con Panamá, pero el sentido identitario es firmemente costarricense. En estas comunidades se ha mantenido contacto continuo con informantes clave, especiales y representativos, a través de los años, con los que se ha seguido indagando para obtener nueva información, reflexionar sobre los elementos encontrados, confirmar los nuevos hallazgos bibliográficos y profundizar en ellos.

3.8.2 ACCESO A COMUNIDADES INDÍGENAS CABÉCARES

En las comunidades Cabécares el acceso al campo se consolidó a partir del año 2010 a través de las coordinadoras de la Comisión Interinstitucional Siwä-Pakö, quienes nos invitaron a participar en una Feria Científica en la Comunidad Cabécar de Villa

Damaris. A partir de esta visita, nos dimos a conocer como colaboradoras de dicha comisión, con lo cual se resolvió el acceso al campo y el rapport.

Cabe mencionar que en el año 2001 se realizó un intento de ingreso al campo en las comunidades cabécares, pues se visitaron las aldeas de Sepecue y Mojoncito, que están en el tramo que conecta la comunidad de Shiroles con San José Cabécar, sin embargo en aquella oportunidad solamente se logró hacer un reconocimiento contextual y muy pocas interacciones con los habitantes de dichas aldeas.

El trabajo de campo y las interacciones con los habitantes cabécares se consolidaron en durante el periodo 2010-2011, pues se visitaron comunidades del territorio cabécar como Villa Damaris y Quetzal, ingresando por el cantón de Turrialba y Gavilán Canta por el cantón de Talamanca, en la provincia de Limón. Predominó la observación participante y los sondeos. Se trabajó primordialmente con informadores y con informantes clave y las entrevistas etnográficas fueron muy escasas pues las distancias entre las comunidades son muy grandes y no se contó con el tiempo ni los recursos materiales suficientes para dichos desplazamientos. En dichas entrevistas se constató lo que se había recopilado bibliográficamente y se aclararon dudas con respecto a comparaciones realizadas por la investigadora con el conocimiento ancestral de la Cultura Bribri.

3.8.3 ACCESO A COMUNIDADES NGÄBES

La primera inmersión en el campo con comunidades Ngäbes ocurrió en el año 2006, realizando un reconocimiento de las vías de acceso y condiciones socio-geográficas y económicas de la zona. La segunda visita a las comunidades Ngäbes se realizó en el año 2010 y en dicha oportunidad se contó con la mediación de profesionales de la División de Educación Rural de la Universidad Nacional de Costa Rica, que nos invitaron a participar en las actividades académicas que realizan en la zona. En dicho momento se pudo elaborar un reconocimiento del contexto socio-geográfico, así como interactuar con un grupo de maestros indígenas de la zona, que forman parte de los informantes clave del estudio EB3, del cual se hará mención más adelante.

Otra inmersión en el campo con comunidades Ngäbes ocurrió en el año 2011 en las aldeas de Altos de San Antonio y Abrojos Montezuma. En la primera de ellas únicamente se realizó un reconocimiento contextual, debido a las dificultades de acceso por malos caminos y las condiciones climáticas que condicionaban nuestra permanencia en la zona. Sin embargo, en la segunda comunidad, el acceso al campo se dio a través de una persona de contacto que conocimos en la entrada de la Comunidad Indígena Abrojos Montezuma, esta persona informadora, nos introdujo con el Presidente de la Asociación de Desarrollo Local, quien de manera oral nos concedió los permisos correspondientes y al mismo tiempo se convirtió en un informante representativo a quien entrevistamos para confirmar el panorama teórico revisado de dichas comunidades.

Las comunidades Ngäbes se asentaron en la vertiente del pacífico sur en Costa Rica durante el lustro que corresponde a los años 1950-1955 desde la provincia de Chiriquí-Panamá. En general es un grupo cultural con mucha densidad poblacional, pero la mayor parte de los habitantes se encuentran del otro lado de la frontera con Costa Rica, donde se conocen como Ngäbe-Buglé, y mantienen las mismas tradiciones y fundamentos cosmogónicos que los indígenas Ngäbes costarricenses.

Los aspectos relacionados con la etnografía realizada en las comunidades Ngäbes, Bribris y Cabécares para confirmar y ampliar los resultados de la revisión bibliográfica elaborada, se aborda ampliamente en el Capítulo 4 de esta tesis. Por ser este un estudio panorámico, establecemos un 'análisis prolegómeno' que está centrado en recalcar los aspectos que han resultado relevantes desde la perspectiva de la investigadora y por lo tanto no hemos realizado ningún análisis a los datos teóricos ni empíricos recopilados.

3.9 Consulta a Profesionales de Educación y Cultura respecto a las Etnomatemáticas y la Formación de Profesores en Costa Rica (EB2)

El segundo estudio base (EB2), lo constituye una consulta a profesionales mediante un cuestionario que pretende indagar sobre la pertinencia de diseñar un programa de formación de profesores que incorpore elementos del conocimiento matemático genuino de algunas culturas costarricenses. Se desarrolla en el estadio investigativo E2-F1, aunque algunas indagaciones que anteceden a la consulta fueron ejecutadas durante la Etapa1 de la investigación.

3.9.1 Caracterización de la muestra y aspectos éticos en el estudio EB2

Los participantes en EB2 son todos informantes clave que constituyen una muestra de tipo intencional, *obtenida por el criterio de viabilidad*, conformada *por treinta Profesionales* relacionados con Educación Matemática y con las Culturas de Costa Rica que son en su totalidad informantes clave de este estudio.

La mayor parte de los aspectos éticos de este estudio fueron resueltos de manera virtual, es decir, *la negociación de entrada* se realizó a través de una carta de presentación del cuestionario, en la cual eran explícitos los propósitos del estudio, condiciones de cumplimentación del instrumento y forma de recogida de la información (Anexo A1). El cuestionario se envió por correo electrónico desde el mes de Mayo de 2009 y se terminó de recolectar en Junio de 2009. Además de los documentos que

enviamos por correo para dar seguimiento y contactar con los informantes clave, también contamos con dos personas que fueron intermediarios en el trabajo de campo, insistiendo a los participantes para que enviaran a la investigadora el cuestionario debidamente cumplimentado (Anexo B1).

A partir de la experiencia profesional previa de la investigadora y de personas intermediarias, se contactó a varios profesionales que trabajan en Costa Rica en áreas relacionadas con la Educación Matemática y con Cultura; por ejemplo, profesores universitarios que trabajan en formación de profesores de matemática, profesionales del CIDE (Centro de Investigación y Docencia en Educación de la Universidad Nacional), investigadores, profesores de matemática en ejercicio que trabajan para el MEP (Ministerio de Educación Pública de Costa Rica), profesores de matemática con larga experiencia, profesores jubilados, sociólogos y antropólogos. Varios de estos profesionales consultados son miembros de la plataforma PI-IFEM (Programa Interinstitucional de Investigación y Formación en Educación Matemática) que es la encargada de organizar los Simposios Costarricenses de Matemática Ciencias y Sociedad así como de publicar periódica y continuamente los Cuadernos de Investigación en Educación Matemática. A cada informante clave se le asignó un código E*i*, donde cada E*i*, $0< i \leq 30$.

Después de haber contactado con los profesionales, realizamos una organización tabular que mostrara la información sobre la especialización del encuestado: cargo profesional y área/s en que desarrolla su labor. Realizamos una lista de doce características profesionales para elaborar dicha construcción. Estas *categorías profesionales* poseen el código 'CP*j*', donde 'CP' significa categoría profesional y '*j*' es el número ordinal para facilitar su descripción. Es decir las categorías profesionales son de la estructura CP*j* donde cada CP*j*, $0< j \leq 12$.

- CP01: Pertenece a la Plataforma PI-IFEM
- CP02: Profesor Universitario de Matemáticas
- CP03: Formador de Profesores de Matemáticas
- CP04: Profesional del CIDE
- CP05: Profesor de Matemáticas del MEP, Secundaria
- CP06: Profesor de Matemáticas del MEP, Primaria
- CP07: Asesor de Matemáticas del MEP
- CP08: Profesor de Matemáticas Jubilado
- CP09: Sociólogo
- CP10: Antropólogo o Arqueólogo
- CP11: Investigador
- CP12: Especialista en temas de indigenismo y multiculturalidad.

Retomando que los índices de los participantes van de 1 hasta 30 y los índices de las categorías profesionales van desde 1 hasta 12, realizamos la descripción de las frecuencias, como sigue a continuación.

Tabla 3.2. *Recuento de frecuencias según categorías profesionales de los participantes en el estudio EB2*

	CP01	CP02	CP03	CP04	CP05	CP06	CP07	CP08	CP09	CP10	CP11	CP12
Total	6	7	5	2	11	2	2	3	2	3	13	2
%	20,0	23,3	16,7	6,7	36,7	6,7	6,7	10,0	6,7	10,0	43,3	6,7

En este estudio las unidades de información son los 30 informantes clave y las frecuencias relativas de cada CP*j* se calculan con respecto a 30. Con esto queremos aclarar que el total de la tabla no tiene que sumar el 100% porque las CP*j* no son excluyentes, es decir un E*i* puede tener más de un CP*j*.

Respecto al total de la muestra, la mayoría de las características profesionales se reúnen en las categorías CP11 y CP05, es decir que las tareas que más los representan tienen que ver con investigación y con la docencia de matemáticas. Fueron consultados trece investigadores, por lo que la cualificación profesional más representada es la de investigador, en siguiente lugar se consultaron once profesores de enseñanza secundaria, y a siete profesores de universidad, seis miembros del PI-IFEM, y cinco formadores de profesores. En el Anexo C1 se encuentra la base de datos con la cual desarrollamos el estudio descriptivo de las frecuencias respecto a las categorías profesionales de los informantes clave en EB2.

El perfil de cada E*i* ($0< i \leq 30$) se realiza estudiando su fila, para determinar la cantidad de CP*j* ($0< j \leq 12$) con el que está involucrado. En este recuento podemos constatar que algunos informantes reúnen en su currículum varias cualificaciones, por ejemplo, todos los profesores universitarios son además investigadores. Destacamos que: E1, E4, E8 y E25 poseen cuatro categorías profesionales en su caracterización; y el que tiene un mayor número de ellas es el E3, que reúne cinco: es profesor universitario, investigador, formador de profesores, especialista del CIDE y miembro del PI-IFEM.

Las opiniones de estos profesionales, sobre aspectos de etnomatemáticas y formación de profesores, constituyen el aval de la comunidad profesional para realizar esta investigación y son de gran interés ya que representan a los colectivos implicados en los alcances de este trabajo.

3.9.2 TÉCNICAS DE RECOGIDA DE INFORMACIÓN PARA EL ESTUDIO EB2

Se realizó en primer lugar una entrevista a un pequeño grupo de Profesionales costarricenses relacionados con la macro-planificación educativa y la formación de los profesores de matemáticas. En dicha entrevista se denuncian deficiencias en la formación de profesores que deben atenderse; en particular, los entrevistados afirmaron que la visión cultural de las matemáticas no está contemplada en la formación de profesores de Costa Rica.

Teniendo como estudio piloto la entrevista anterior, diseñamos un instrumento para realizar una consulta más detallada a una muestra más amplia de Profesionales, teniendo en cuenta que los propósitos parciales de este estudio persiguen:

- O1.3.1. Indagar sobre la pertinencia de diseñar un programa de formación de profesores que incorpore elementos del conocimiento matemático cultural de grupos étnicos costarricenses.
- O1.3.2. Caracterizar la visión de un grupo de profesionales sobre la relación entre matemáticas y cultura en Costa Rica.
- O1.3.3. Conocer la opinión de un grupo de profesionales sobre la formación de profesores aplicando aspectos culturales de las matemáticas de grupos autóctonos costarricenses.

Para lograr los propósitos enunciados anteriormente, se diseñó como instrumento un *cuestionario de diez ítems o preguntas*, de carácter semi-abierto (o semi-cerrado) en el que las primeras ocho preguntas se refieren a la percepción de los especialistas sobre las relaciones entre matemática y las culturas. En la pregunta nueve se les indaga si consideran que actualmente los profesores de matemáticas en Costa Rica poseen formación relacionada con matemática y las culturas. Por último, en la pregunta diez, se les solicita opinión sobre el momento y la forma (o el método) para incorporar en la formación universitaria de profesores de matemáticas información sobre aspectos matemáticos de las culturas de los grupos autóctonos (Anexo A3).

Los ítems o preguntas no son independientes, sino que están relacionados, a partir de un sistema de cuatro categorías que permiten: agrupar los ítems o que se refieren al mismo asunto, propósito o contenido, a la vez que se explicita cada ítem cuantas categorías incluye. Para ello, establecemos *cuatro categorías de propósito*, codificadas a partir de códigos *descriptivos*, según Pérez Serrano (1994), que son las siguientes:

- EFP: Etnomatemática como forma de Pensar.
- MRC: Matemáticas relacionadas con Cultura.
- CRM: Conoce rasgos matemáticos en las Culturas.
- FOR: Formas de recibir formación en Matemática y Cultura.

Posteriormente, caracterizamos las preguntas o ítems del cuestionario en un sistema tabular que permite estudiar la coherencia de las respuestas de cada Profesional y facilita la descripción del cuestionario elaborado. En la siguiente tabla se expone la relación entre las preguntas y su categoría de propósito.

Tabla 3.3. *Relación entre las categorías de propósito para la elaboración del cuestionario de EB2*

Pregunta	Categorías de propósito			
	EFP	MRC	CRM	FOR
1	X			
2	X			
3		X		

Tabla 3.3. *Relación entre las categorías de propósito para la elaboración del cuestionario de EB2*

Pregunta	Categorías de propósito			
	EFP	MRC	CRM	FOR
4			X	
5			X	
6		X	X	
7	X	X		
8	X	X		
9				X
10				X

Algunas preguntas guardan relación entre sí y responden a una única categoría. Las preguntas 6, 7, 8 corresponden a dos categorías de propósito y existen también algunas que tienen una categoría "absoluta", es decir que no guardan relación con otras, como son las preguntas 4, 5, 9 y 10.

La validez del cuestionario se alcanza mediante una validación de *constructo* que según Messick (1998) es el concepto unificador que integra las consideraciones de validez de contenido y de criterio en un marco común para probar hipótesis acerca de relaciones teóricamente relevantes que, en el caso de este estudio, se consigue a través de un *juicio de expertos*. La revisión preliminar del instrumento, por parte de tres 'expertos', propuso algunas modificaciones en las preguntas del cuestionario, para que quedara explícitamente manifestado el fundamento teórico que aporta las etnomatemáticas. Después de exponer este proceso de elaboración y validación, así como elaborar un protocolo de ingreso a los informantes clave, aplicamos el cuestionario al que puede acceder en el Anexo A3 y le dimos seguimiento a través de una carta que mostramos en el Anexo A4.

3.9.3 ASPECTOS METODOLÓGICOS DEL ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN RECOGIDA EN EL ESTUDIO EB2

Las respuestas emitidas por la muestra en la aplicación del instrumento fueron estudiadas a partir de una metodología integrada (cuantitativa y cualitativa), mediante técnicas de descripciones de frecuencias y análisis de contenido, otorgando a cada informante clave un código de identificación. Como se explicó anteriormente, el instrumento aplicado consistió en un cuestionario con preguntas abiertas y cerradas, que requirió un análisis cuantitativo y cualitativo de contenido.

El análisis cuantitativo de las respuestas a las preguntas cerradas lo realizamos con una hoja electrónica de Excel, en la cual realizamos una identificación binaria de las

respuestas obtenidas de las nueve primeras preguntas para elaborar un conteo de frecuencias. Los aspectos relacionados con el análisis cualitativo de contenido lo comentamos a continuación.

3.9.3.1 DIMENSIONES Y UNIDADES DE ANÁLISIS EN EL ESTUDIO EB2

La dimensión del análisis para el estudio EB2 radica en conocer la *pertinencia de diseñar un programa formativo que incorpore las etnomatemáticas* (DA-EB2). Pero asociada a esta dimensión encontramos dos focos:

- Determinar la visión que tienen los informantes clave acerca de las relaciones entre matemática y cultura.
- Determinar la importancia que dan los informantes clave a implementar un programa de formación de profesores que incorpore a las etnomatemáticas.

Para consolidar esta dimensión, se han establecido como *unidades de análisis* las respuestas a las preguntas semiabiertas del instrumento.

3.9.3.2 CODIFICACIÓN Y CATEGORIZACIÓN PARA EL ANÁLISIS DE CONTENIDO EN EL ESTUDIO EB2

El proceso de construcción de las categorías del estudio EB2 se inició con la codificación de las respuestas aportadas por cada informante clave a partir de notas interpretativas relacionadas con cada una de las respuestas de P3, P4 y P8.

Cada una de las preguntas está asociada a un foco de análisis y además está asociada a una categoría de propósito del instrumento elaborado. De modo que para organizar el proceso de codificación, construimos una estructura tabular en el cual se organiza el foco (o categoría de propósito), las notas interpretativas y las categorías inductivas que emergen del proceso interpretativo.

La tabla de organización de las unidades de muestreo para el análisis de contenido en EB2 está constituida de cuatro columnas cuyo contenido explicamos a continuación:

- En la primera columna incluimos a los informantes clave, representados mediante su código, previamente asignado, cuya estructura es E*i*, donde cada E*i*, $0< i \leq 30$.
- En la segunda columna incorporamos la información, o respuesta textual a cada pregunta, dividida en unidades de información, e identificada cada unidad mediante un código que hemos elaborado formando ternas con los códigos correspondientes del informante clave, la pregunta y la unidad de respuesta. Por ejemplo: E1P31, que identifica a la primera unidad de respuesta a la pregunta 3 (P31) del primer informante clave (E1).
- En la tercera columna, situamos el comentario de cada unidad de información, expresado en "notas interpretativas" estableciendo el código correspondiente a la unidad de información y añadiéndole un numeral que identifica las notas del proceso de interpretación e inferencia realizado para discutir el significado de las

respuestas obtenidas y poder generar las categorías inductivas que emergen del proceso; para luego agrupar y generalizar los significados.

- En la cuarta columna, se codifican las categorías inductivas que surgen del análisis semántico del contenido. Dichas categorías se expresan en una frase sintética y se representan con el código: C*x*-P*y*, donde *x* recorrerá el número de categorías emergentes, mientras que *y* toma los valores de las preguntas mixtas, es decir: P3, P4 y P8. (Por ejemplo: C1-P3 es el código designado para la primera categoría definida en la pregunta P3: "Cultura marca el rol de las matemáticas").

Realizamos esta secuencia de codificación e identificación de las unidades de información para las tres preguntas de manera homogénea, sin embargo, cada una de ellas tiene distinto foco de análisis.

La pregunta P3 se centró en determinar la visión que tienen los informantes clave acerca de las relaciones entre matemática y cultura, cuya categoría de propósito está codificada como MRC (Matemáticas relacionadas con Cultura), a través del proceso interpretativo hemos generado un sistema de *categorías de respuesta posibles*, con las cuales poder aplicar las reglas de enumeración y recuento.

La pregunta P4 se centró en determinar la importancia que dan los informantes clave a implementar un programa de formación de profesores que incorpore a las etnomatemáticas y se relacionó con la categoría de propósito CRM (Conoce rasgos matemáticos en las Culturas). Para facilitar el proceso de inferencia, incorporamos imágenes correspondientes a las alusiones de las respuestas de los informantes clave, situándolas en la columna correspondiente a las notas interpretativas.

La pregunta P8 aborda dos categorías de propósito: EFP (Etnomatemática como forma de Pensar) y MRC (Matemáticas relacionadas con Cultura). Lo que pretendemos con el análisis de las respuestas a P8 es conocer cuál es la percepción que tienen de las matemáticas no formales, los informantes clave y cómo las caracterizan a través de ejemplos, es por esta razón que nos centramos en la primera categoría de propósito. Además, para facilitar el proceso de inferencia optamos por un modelo o forma de identificación que fue emergente y que surgió al iniciar la fase de discusión interpretativa. Este modelo orienta las notas interpretativas y está constituido por tres preguntas:

- ¿Quién?, refiriéndonos a los sujetos que mencionan los especialistas para caracterizar el pensamiento matemático no formal,
- ¿Qué?, identificando, el rasgo o característica que consideran los especialistas como pensamiento matemático no formal, y
- ¿Cómo?, describiendo los elementos, métodos o estrategias en los que se identifica pensamiento matemático no formal.

3.9.3.3 REGLAS DE RECUENTO Y MARCO DE INTERPRETACIÓN PARA EL ANÁLISIS DE CONTENIDO EN EL ESTUDIO EB2

El *recuento* en el análisis de contenido aplicado a las preguntas P3, P4 y P8 se realizó de manera independiente para cada pregunta. Hemos utilizado prioritariamente los criterios de enumeración relacionados con presencia de los elementos codificados así como distribución de frecuencias, es decir, la frecuencia total entre todas las categorías de cada uno de los análisis. El *marco interpretativo* empleado para la generación emergente de categorías descriptivo-interpretativas ha sido prioritariamente a partir de los resultados del estudio EB1, así como también algunos elementos relacionados con los fundamentos teóricos de esta investigación relacionados con las nociones vinculadas al conocimiento, aspectos curriculares y las etnomatemáticas. Finalmente aclaramos que en el *Capítulo 5* mostramos los resultados del estudio base EB2.

3.10 CONSULTA A MAESTROS INDÍGENAS NGÄBE, BRIBRI, Y CABÉCAR SOBRE MATEMÁTICAS, EDUCACIÓN Y CULTURA EN COSTA RICA (EB3)

El tercer estudio base (EB3) se desarrolla durante el estadio investigativo E2-F2 y lo constituye una consulta a una muestra conformada por maestros indígenas de las culturas Ngäbe, Bribri y Cabécar, mediante un cuestionario que persigue determinar las visiones de maestros indígenas sobre las matemáticas en sus respectivas culturas indígenas y las razones por las cuales es importante considerarlas en el ámbito de la enseñanza.

Los datos obtenidos de la consulta que constituye este estudio forman parte del grupo de resultados requeridos para contextualizar la propuesta formativa basada en etnomatemáticas y que forma parte de la elaboración de un Modelo de "Curso de Etnomatemáticas para formar Maestros de Entornos Indígenas" (MOCEMEI).

3.10.1 CARACTERIZACIÓN DE LA MUESTRA Y ASPECTOS ÉTICOS EN EL ESTUDIO EB3

La muestra de sujetos que participan en esta consulta la *constituyen 69 maestros indígenas de Costa Rica* que accedieron a ser encuestados por la investigadora durante el mes de Agosto de 2010. La muestra se obtuvo por el criterio de viabilidad, es decir se contactó con todos los participantes que fue posible ya que se les invitó a los sujetos a participar en la consulta de manera voluntaria, de modo que la muestra la constituyen

los sujetos que accedieron a completar el instrumento diseñado para la recolección de la información.

Los informantes clave de esta parte de la investigación son todos maestros indígenas que separamos en tres perfiles profesionales que comentamos seguidamente.

- MIP1: en formación universitaria que ejercen la profesión de maestro (Estudian y Trabajan). Son estudiantes universitarios que trabajan como maestros, a pesar de no haber obtenido la titulación universitaria que los acredite para ejercer la profesión. Tienen un doble rol social, trabajan y estudian simultáneamente. Consideramos que lo que aprenden incide directamente en sus alumnos de forma casi inmediata.
- MIP2: en formación universitaria que aún no ejercen la profesión (Sólo Estudian). Son estudiantes universitarios que se dedican a prepararse para ejercer la profesión de maestro. La preparación universitaria es a través de programas semi-presenciales y a distancia, lo cual les permite trabajar en labores domésticas, agrícolas o comerciales. Aún no trabajan como maestros.
- MIP3: ejercen la profesión de maestro y no estudian (Sólo Trabajan). Son maestros con titulación universitaria que los acredita para la enseñanza. La mayoría de ellos han emigrado al Gran Área Metropolitana para estudiar en la universidad, o bien, han estudiado con un programa universitario a distancia. Estos son maestros que ocasionalmente reciben formación permanente.

La aplicación del instrumento ocurrió en tres eventos distintos y con diferentes sujetos, espacio geográfico y temporal. Por lo tanto, la muestra se configuró a partir de tres submuestras, con el fin de facilitar la caracterización y poder describir las particularidades de cada uno de los grupos de sujetos participantes: Maestros Ngäbes, Maestros del territorio Talamanqueño (prioritariamente Bribris) y Maestros Cabécares.

La *negociación de entrada* con cada uno de los tres grupos de sujetos se realizó de manera verbal, contando en cada caso con una persona mediadora que es una "figura" cercana a los grupos de encuestados, para promover la confianza de la aplicación. Además, el instrumento diseñado para la recolección de los datos fue aplicado por la investigadora, de manera personal y directa con cada uno de los participantes. A continuación realizamos un a breve reseña del protocolo de ingreso al campo con cada sub-muestra.

3.10.1.1 SUBMUESTRA-X CONSTITUIDA POR MAESTROS INDÍGENAS DE LA CULTURA NGÄBE

Esta submuestra está constituida por *18 maestros indígenas de la cultura Ngäbe*, que asistieron el Sábado 14 de Agosto del 2010 a la Sede Regional Brunca-Campus Coto de la Universidad Nacional, que está ubicada en la zona sur de Costa Rica a 5 kilómetros de la frontera con Panamá por Paso Canoas.

La muestra está compuesta por maestros de los perfiles MIP1 y MIP2 que son estudiantes del curso de Didáctica de las Matemáticas, correspondiente al Programa de Formación de Maestros de I y II Ciclo de la Educación General Básica (que está a cargo de la División de Educación Rural). La profesora del curso mencionado contribuyó a realizar los *protocolos de entrada* con los estudiantes y el instrumento fue aplicado de manera directa por la investigadora. Ubicamos la agenda de actividades realizadas con los maestros de la cultura Ngäbe en el Anexo A5.

3.10.1.2 SUBMUESTRA-Y CONSTITUIDA POR MAESTROS INDÍGENAS DEL TERRITORIO TALAMANQUEÑO

Esta submuestra está constituida por *41 maestros indígenas de las culturas Bribri y Cabécar*, que asistieron el miércoles 18 de Agosto de 2010 a la Sede de la Asociación Indígena 'Finca Educativa' de Shiroles, que está a una distancia aproximada de 50 kilómetros de la frontera con Panamá por Sixaola. Acuñamos a esta submuestra con el nombre de "maestros talamanqueños" puesto que, tanto en la revisión bibliográfica (Margery, 1997) como en el trabajo de campo, hemos corroborado que las culturas Bribri y Cabécar poseen muchas similitudes en el ámbito socio-cultural y lingüístico.

La muestra está compuesta mayoritariamente por maestros del perfil MIP3 que asistieron al 'Foro de Multiculturalidad y Etnomatemáticas', convocado por el Supervisor Regional del Circuito 07 de la Dirección Regional de Educación de SuLá, en coordinación con la División de Educación Rural de la Universidad Nacional, quienes contribuyeron en la *negociación de entrada* de la investigadora con los informantes clave. La Regional de SuLá es el único circuito educativo mayoritariamente indígena y a su vez está supervisado por un supervisor indígena autóctono, quien, debido a su rol de autoridad, fue el colaborador principal para la negociación con los docentes. El cuestionario se aplicó de manera directa por la investigadora, quien a su vez desarrolló otras actividades con los maestros talamanqueños, como se detalla en el Anexo A6.

3.10.1.3 SUBMUESTRA-Z CONSTITUIDA POR MAESTROS INDÍGENAS DE LA CULTURA CABÉCAR

Esta submuestra está constituida por *10 maestros indígenas de la cultura Cabécar*, que asistieron el viernes 20 de Agosto de 2010 a la Sede del Atlántico de la Universidad de Costa Rica, en Turrialba.

La muestra la conformaron los estudiantes matriculados en la Carrera de *Bachillerato en I y II ciclo con énfasis en Lengua y Cultura Cabécar*, que asistieron a la conferencia-panel titulada "Etnomatemáticas: un enfoque para la educación". La conferencia fue convocada por la Coordinadora del *Programa Interuniversitario Siwä-Pakö* (PISP), quien a su vez fue la persona mediadora en el *protocolo de ingreso*, para que la investigadora aplicara el instrumento. Aclaramos que la población total estudiantil de esta carrera es de 16 estudiantes, sin embargo solamente 10 de ellos accedieron a ser encuestados.

3.10.1.4 CODIFICACIÓN DE LOS PARTICIPANTES EN EL ESTUDIO EB3

Para distinguir los perfiles de los informantes clave en el estudio EB3 hemos realizado una *codificación* que *responde y destaca la multiculturalidad* de la muestra. Cada informante clave posee a una terna de la forma (α, β, k) en la cual α representa la inicial de la cultura de origen, (B: Bribri, N: Ngäbe, C: Cabécar) y β representa la inicial de la cultura en la que ejerce su profesión o con la que se relaciona directamente en su entorno cultural (B: Bribri, N: Ngäbe, C: Cabécar, M: Multicultural). Por último, k representa un número de orden adjudicado con relación a la entrega del cuestionario en el momento de la aplicación (Anexo B2).

En el trabajo de campo pudimos observar que algunos maestros trabajan en centros educativos en los cuales los alumnos son mayoritariamente de otra cultura distinta a la cultura de origen del maestro, o bien, trabajan en entornos multiculturales, en los cuales asisten estudiantes indígenas de varios grupos y también estudiantes no indígenas. Es importante para nuestra investigación conocer si el maestro pertenece a la misma comunidad que los niños o adolescentes que asisten a la escuela en que trabaja. Nos planteamos inicialmente separar los sujetos y codificarlos con respecto a su cultura de origen, lo cual sería razonable para una investigación de tipo lógico-analítico. Sin embargo, en vista de que trabajamos con una metodología etnográfica, se decidió codificar a los sujetos con respecto al momento de ser encuestados, para guardar coherencia con el diario de campo etnográfico.

Por lo tanto, se incorporó a la terna (α,β,k) un "prefijo" que corresponde a la submuestra en la cual se realizó la aplicación del instrumento, con el fin de prevenir distorsiones entre los datos recopilados y el diario de campo etnográfico. De modo que se consolidaron vectores de cuatro componentes (S,α,β,k), en los cuales S representa la submuestra que corresponde a cada dato. En la siguiente tabla mostramos de manera resumida los distintos tipos de códigos empleados para los componentes α y β para cada una de las submuestras.

Tabla 3.4. *Componentes (α,β) que destacan la multiculturalidad en la muestra de informantes clave que participan en el estudio EB3*

Submuestra	(α , β)	Cantidad de sujetos con esta descripción(Total: 69)
X	NN	17
	BN	1
Y	BB	30
	CB	7
	BC	2
	BM	2
Z	CC	9
	BC	1

Cada una de las submuestras está compuesta por miembros de una cultura mayoritaria, resaltando que la mayor parte de los informantes clave ejercen la docencia en la misma cultura de su origen.

Por otra parte, hay tres *perfiles profesionales de maestros indígenas*, cuya información hemos organizado en la siguiente tabla para mostrar las relaciones existentes entre los perfiles descritos y los participantes del estudio.

Tabla 3.5. *Perfiles de Maestros Indígenas participantes en el estudio EB3*

Sujetos Participantes	MIP1	MIP2	MIP3
NN	12	5	
BN	1		
BB			30
CB			7
BC			2
BM			2
CC	9		
BC	1		
Total	23	5	41

Notamos que, en términos generales, la mayor parte de los informantes clave del estudio EB3 corresponden al perfil MIP3 (solamente trabajan). Sin embargo, si observamos cada una de las submuestras el perfil varía. El perfil MIP1 está mayormente representado por los informantes clave de la submuestra X y la submuestra Z, mientras que en la submuestra Y el la mayor parte de los informantes clave se ubican en el perfil MIP3.

Nos interesa resaltar la *condición de multiculturalidad e interculturalidad* de la muestra de EB3, para ello comentamos los siguientes casos:

- (X,B,N,12) es el vector que representa el único maestro en formación con cultura de origen distinta a la de sus compañeros. Según lo describe su código, corresponde a la submuestra X, pero es de cultura Bribri y trabaja como maestro en el entorno cultural Ngäbe.
- (Y,C,B,04), (Y,C,B,05), (Y,C,B,06), (Y,C,B,09), (Y,C,B,11), (Y,C,B,27), (Y,C,B,29) son vectores representativos de maestros indígenas cuya característica común es que su cultura de origen es distinta a la cultura en la que desempeñan su labor docente. Según lo describe su código, corresponde a la submuestra Y, su cultura de origen es Cabécar, pero ejercen como maestros en un entorno cultural Bribri.
- (Y,B,C,13), (Y,B,C,31) son vectores representativos de maestros indígenas que tienen una cultura de origen distinta a la cultura en la que desempeñan su labor docente. Según lo describe su código, corresponde a la submuestra Y, su cultura de origen es Bribri, pero ejerce como maestros en un entorno cultural Cabécar.

- (Y,B,M,24), (Y,B,M,32) son vectores representativos de maestros indígenas que desempeñan su labor profesional en entornos multiculturales, en los cuales comparten tanto alumnos indígenas como no indígenas. Según lo describe su código, corresponde a la submuestra Y, su cultura de origen es Bribri, pero ejerce profesionalmente en un entorno Multicultural.
- (Z,B,C,01) es el vector que representa el único maestro de la submuestra Z con cultura de origen distinta a la de sus compañeros. Según lo describe su código, corresponde a la submuestra Z, su cultura de origen es Bribri y trabaja como maestro en el entorno cultural Cabécar.

Desde nuestro punto de vista, estos son los casos que requieren mayor apoyo a nivel didáctico, puesto que enfrentan, tanto en el ámbito laboral, como en las comunidades en las que desempeñan su labor docente con desafíos multiculturales y es conveniente que cuenten con herramientas didácticas para promover la interculturalidad en las clases. La caracterización general de los informantes clave que participan en el estudio EB3 se describe en el Anexo C4.

3.10.2 TÉCNICAS DE RECOGIDA DE INFORMACIÓN PARA EL ESTUDIO EB3

Los estudios EB1 y EB2 sirvieron como fundamento y justificación para complementar el diario de campo etnográfico con un cuestionario aplicado a los grupos de maestros indígenas en este estudio EB3. Al diseñar el instrumento de recogida de información se tomó en cuenta el marco teórico de esta investigación, así como también se consideró importante preguntar a los maestros indígenas algunas de las cuestiones planteadas en el estudio EB2, que fue la primera consulta para iniciar el proceso de creación del MOCEMEI.

El instrumento elaborado para este estudio responde a tres propósitos parciales, en los cuales se pretende:

- O1.1.3. Caracterizar la visión de tres grupos de maestros indígenas sobre las matemáticas de sus respectivas culturas indígenas.
- O1.2.2. Caracterizar el conocimiento matemático cultural de las culturas Ngäbe, Bribri y Cabécar, a través de la visión de maestros indígenas de estos tres grupos étnicos.
- O1.3.4. Conocer las razones por las cuales los maestros indígenas consideran que es importante incorporar el conocimiento matemático cultural en el ámbito de la enseñanza.

Para lograr los propósitos enunciados anteriormente, se diseñó un *cuestionario* con preguntas cerradas, abiertas y semiabiertas que está constituido por dos partes. En la primera parte se preguntó a los encuestados datos generales como la edad, si es hablante de la lengua de su cultura y si ejerce o no como maestro. En la segunda parte, se enuncian *dieciséis preguntas* enlazadas de forma secuencial, relacionadas con un sistema de *siete categorías de propósito* que permiten: agrupar los ítems o que se

refieren al mismo asunto, propósito o contenido, a la vez que se explicita cada ítem cuantas categorías incluye.

Siguiendo a Pérez Serrano (1994), describimos las *siete categorías de propósito*, a partir de códigos *descriptivos*, de la siguiente manera:

- CCL: Conocimiento Cultural de la Lengua
- UEC: Usa etnomatemáticas en lo Cotidiano
- EFP: Etnomatemática como forma de Pensar
- MRC: Matemáticas relacionadas con Cultura
- CRM: Conoce rasgos matemáticos en las Culturas
- CEC: Conoce etnomatemáticas de su entorno Cultural
- FAE: Formas de aprovechar las etnomatemáticas en las clases

Hacemos notar la importancia que damos a indagar si los participantes son hablantes o no de la lengua propia de su cultura, pues en el trabajo de campo y en la revisión bibliográfica de los estudios previos hemos constatado que el uso de la lengua contribuye a la pervivencia o vigencia cultural. En las culturas ágrafas, as de este estudio, el conocimiento se transmite por medio de la tradición oral. Por lo tanto, los usuarios-practicantes de la lengua indígena tienen más posibilidades de comprender las tradiciones y legado ancestral de la cultura. Por lo tanto un dato relevante es averiguar si son hablantes o no de su lengua vernácula.

En la siguiente tabla mostramos las relaciones entre las categorías que se consideraron para la elaboración del instrumento y las preguntas de la segunda parte del cuestionario.

Tabla 3.6. *Relación entre las categorías de propósito para la elaboración del cuestionario del estudio EB3*

Preguntas	Categorías de propósito						
	CCL	UEC	EFP	MRC	CRM	CEC	FAE
1	X						
2			X				
3		X	X				
4		X					
5				X			
6		X				X	
7a					X		
7b					X		
8				X	X		
9				X		X	
10				X	X		
11			X	X			
12			X	X			

Tabla 3.6. *Relación entre las categorías de propósito para la elaboración del cuestionario del estudio EB3*

Preguntas	Categorías de propósito						
	CCL	UEC	EFP	MRC	CRM	CEC	FAE
13				X		X	
14					X	X	
15						X	
16a			X				X
16b							X

Algunas preguntas corresponden a dos categorías de propósito y otras preguntas tienen una categoría "unitaria" como son las preguntas P1, P2, P4, P5 y P7. Al relacionar de esta manera las preguntas del cuestionario, podemos propiciar un mecanismo de control de la coherencia de las respuestas de los sujetos participantes y favorecer a la validación del instrumento como proceso continuo según Messick (1998).

En este caso la validez del cuestionario se obtuvo mediante una validación de *constructo a través de un juicio de expertos* que se consiguió a través de una revisión preliminar de las preguntas por parte de tres expertos, que propusieron algunas modificaciones que fueron tomadas en cuenta.

El cuestionario de este estudio EB3 guarda estrecha relación con el cuestionario aplicado en el estudio EB2, que también fue validado a través de la validez de constructo por medio de un juicio de expertos. Dos de los tres expertos participaron en la revisión del cuestionario para el estudio EB2 y en este caso se contó con la visión de un maestro indígena que no participó en la muestra del estudio. Dicho cuestionario se ubica en el Anexo A7.

3.10.3 ASPECTOS METODOLÓGICOS DEL ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN RECOGIDA EN EL ESTUDIO EB3

El análisis de la información recopilada en el estudio EB3 se dividió en tres fases. En la primera fase de análisis se realizó un recuento de las respuestas cerradas (Anexo C5) y de las respuestas dicotómicas (Anexo C6) y un preanálisis de las respuestas a las preguntas abiertas. En la segunda fase de análisis, se construyó una base de datos en una hoja electrónica de Excel en la cual se ubicó para cada pregunta la codificación que representa a cada informante clave según su respuesta. Finalmente, en la tercera fase de análisis se trabajó con el programa de análisis de datos MAXQDA10 para realizar un análisis de contenido de todas las respuestas de las preguntas abiertas del cuestionario aplicado. La decisión de realizar el estudio a partir de estas tres fases de análisis fue tomada para garantizar la validez interna del proceso, al triangular los resultados obtenidos por distintos métodos de estudio de las respuestas.

3.10.3.1 DIMENSIONES Y UNIDADES DE ANÁLISIS EN EL ESTUDIO EB3

La dimensión del análisis para el estudio EB3 radica en describir el *Conocimiento matemático cultural manifestado por maestros indígenas* (DA-EB3). Pero asociada a esta dimensión encontramos dos focos:

- Visiones sobre las matemáticas en sus respectivas culturas indígenas.
- Razones por las que es importante incorporar las etnomatemáticas en el ámbito de la enseñanza.

El documento sometido a este análisis de contenido son las respuestas de las preguntas abiertas en los 69 cuestionarios que conforman la *unidad de muestreo*, las *unidades de contexto* serían cada cuestionario completo independiente por informante clave y las *unidades de información* son las respuestas a las preguntas abiertas que proporciona cada informante clave.

3.10.3.2 CODIFICACIÓN Y CATEGORIZACIÓN PARA EL ANÁLISIS DE CONTENIDO EN EL ESTUDIO EB3

El proceso de codificación en este estudio es *deductivo* y asocia el código establecido para cada uno de los informantes clave con los códigos deductivos establecido para cada una de las respuestas del cuestionario. La codificación a priori de las respuestas del cuestionario se realizó a partir de las dos fases de análisis previas, es decir de los procesos de preanálisis, así como también de la revisión de datos teóricos y empíricos. Dicha codificación fue necesaria para facilitar el proceso de inferencia desarrollado con el programa MAXQDA10. Por lo tanto, para la tercera fase de análisis de este estudio base se constituye un 'Libro de códigos y categorías para el análisis de EB3' que mostramos en el Anexo C7.

Exponemos a continuación un ejemplo extraído del 'Libro de códigos y categorías para el análisis de EB3', en el cual se relaciona la codificación de las categorías deductivas y los focos de dimensión de análisis.

Ejemplo 1: Códigos y Categorías deductivas para el análisis de la pregunta P6-EB3

Esta pregunta se relaciona con la categoría de propósito CEC (Conoce etnomatemáticas de su entorno Cultural) y lo que se pretende es identificar la frecuencia manifestadas por los informantes clave de evidencias de relación entre el pensamiento matemático y los rasgos de su cultura indígena. A partir del proceso de preanálisis se determinaron diez códigos deductivos, cuya representación y significado se muestran seguidamente:

- CEC06_0: 0NR
- CEC06_1: 1Construcción de casa tradicional
- CEC06_2: 2Conteo y agrupación de cantidades
- CEC06_3: 3Compra y venta de víveres (Intercambio-Trueque)
- CEC06_4: 4Construcción de Artesanías

- CEC06_5: 5Calular distancias o tiempo (Estimar)
- CEC06_6: 6Formas de cultivo y tratamiento de semillas
- CEC06_7: 7Determinar épocas de siembra
- CEC06_8: 8Cosmovisión
- CEC06_9: 9Análisis del tiempo y Fases de la Luna
- CEC06_10: 10Tradiciones indígenas (Historia mítica, Medicina tradicional, Rituales purificar o curar)

El código tiene tres componentes: el primero de ellos se refiere a la categoría deductiva, que en este caso es CEC, luego sigue el número de la pregunta del cuestionario, que en este caso es 06 y finalmente, separándolo con un guion bajo, se añade un número que corresponde al posible significado designado por el informante clave en esta descripción.

3.10.3.3 Reglas de recuento y marco de interpretación para el Análisis de Contenido en el estudio EB3

El *recuento* en el análisis de contenido para el cuestionario del estudio EB3 se realizó de manera independiente para cada pregunta. Hemos utilizado prioritariamente los criterios de enumeración relacionados con presencia de los elementos codificados así como distribución de frecuencias, es decir, la frecuencia total entre todas las categorías de cada uno de los análisis. El programa MAXQDA10 genera dichos recuentos y en el Capítulo 6, que muestra los resultados de este estudio entramos en detalle al respecto.

El *marco interpretativo* empleado se basa en el trabajo empírico previo, en los resultados del estudio EB1, en los resultados del estudio EB2; así como también algunos elementos relacionados con los fundamentos teóricos de esta investigación relacionados con las nociones vinculadas a la Enculturación Matemática (Bishop, 1995, 1999), a la noción de Signo cultural (Oliveras, 2005, 2006), el empoderamiento y la autonomía cultural a partir de la Cosmovisión (Panikkar, 2006), y por supuesto, las distintas prácticas y dimensiones de las Etnomatemáticas (D'Ambrosio, 2007, 2008).

3.11 Sondeo de realidades y expectativas para orientar el curso de Didáctica de las Matemáticas en Contextos Multiculturales (EB4)

El cuarto estudio base (EB4) se desarrolla durante el estadio investigativo E2-F3 y lo constituye un *panel*, que consiste en una entrevista abierta donde intervienen múltiples

informantes y entrevistadores. Dicho panel se realizó el viernes 20 de agosto de 2010 con el grupo de profesionales a cargo de la planificación del curso de 'Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales', que se ubica dentro del Programa de Bachillerato en I y II Ciclo con énfasis en Lengua y Cultura Cabécar. En el panel no había un guion prestablecido, sin embargo, había un objetivo común que era intercambiar los conocimientos acerca del grupo de maestros cabécares involucrados en el proceso formativo y conocer las expectativas y alcances de la planificación para el curso de Didáctica de la Matemática en contextos Multiculturales.

3.11.1 CARACTERIZACIÓN DE LA MUESTRA Y ASPECTOS ÉTICOS EN EL ESTUDIO EB4

La negociación de entrada se dio de manera expedita, pues era interés de las Coordinadoras de la Comisión Interinstitucional Siwä-Pakö que el grupo de profesores y estudiantes de la Universidad de Granada interviniéramos como asesores externos para la planificación de dicho curso. En el panel participaron *once sujetos* entre informantes clave, informantes representativos y los entrevistadores. La distribución de los perfiles de participantes la mostramos a continuación.

Tabla 3.7. *Descripción de los perfiles de participantes en el estudio EB4*

Participante	Entrevistador	Informante Clave	Informante Representativo
AS		X	X
AC		X	
KV	X	X	X
MA	X	X	
HW			X
YC			X
KA		X	
MO	X		
NB	X		
JB	X		
MG	X		

Cabe destacar que hay dos informantes clave que fueron al mismo tiempo entrevistadores, pues en ese momento participaban también como investigadores en otros proyectos vinculados con la misma Comisión Siwá-Pákö y la información que se desprendió de las interacciones en el panel les aportó resultados para sus investigaciones.

3.11.2 TÉCNICAS DE RECOGIDA DE INFORMACIÓN PARA EL ESTUDIO EB4

En este panel participan varios entrevistados y varios entrevistadores que "intentan sondear desde su perspectiva la información que el entrevistado aporta" (Aguirre-Cauhé, 1995, p.174). En este caso la investigadora contó con el apoyo y participación como entrevistadores de su directora de Tesis y de dos compañeros del grupo de investigación al que pertenece en la Universidad de Granada. El panel tuvo una duración aproximada de dos horas, se grabó en audio y se transcribió. Las acciones dialécticas estuvieron regidas por las principales preocupaciones para la planificación del curso de Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales, que es donde se inscribe el Curso de Etnomatemáticas para Maestros que trabajan en Entornos Indígenas.

3.11.3 ASPECTOS METODOLÓGICOS DEL ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN RECOGIDA EN EL ESTUDIO EB4

La grabación del panel se transcribió señalando el tiempo de intervención de cada uno de los participantes. La duración total de la audiograbación es de una hora y treinta y seis minutos (Anexo C8). Los aspectos relacionados con el análisis cualitativo de contenido lo comentamos a continuación.

3.11.3.1 DIMENSIONES Y UNIDADES DE ANÁLISIS EN EL ESTUDIO EB4

La dimensión del análisis para el estudio EB4 radica en describir los *Elementos a considerar en el diseño de la propuesta formativa para maestros cabécares* (DA-EB4). El documento sometido a este análisis de contenido es la transcripción del panel, por lo tanto las *unidades de información* son cada una de las intervenciones orales de los participantes del panel. En la transcripción se identifican las voces, se separan y reconocen por la asignación del código cada participante. Estas unidades a su vez se insertan en *unidades de contexto* que corresponden a diálogos entre los participantes relacionados a un mismo tema, los cuales sirven para orientar el proceso de inferencia en la categorización de los elementos codificados. El programa de análisis de datos MAXQDA10 divide la transcripción en segmentos y reconoce automáticamente las intervenciones de los participantes como unidades de información, colocando un número para cada párrafo (es decir, para cada intervención) en el lado izquierdo de la pantalla de trabajo (Anexo C9). Dicha enumeración facilita el proceso de inferencia y la codificación de la información, además permite distinguir las unidades de información y las unidades de contexto dentro del mismo documento.

3.11.3.2 CODIFICACIÓN Y CATEGORIZACIÓN PARA EL ANÁLISIS DE CONTENIDO EN EL ESTUDIO EB4

El proceso de codificación en este estudio *es inductivo*, para lo cual hemos identificado los temas relevantes, relacionados con la dimensión del análisis. Las *categorías inductivas* se generan a partir de un procedimiento reductivo a partir del material textual analizado y el proceso de inferencia (Cabrera, 2009).

3.11.3.3 REGLAS DE RECUENTO Y MARCO DE INTERPRETACIÓN PARA EL ANÁLISIS DE CONTENIDO EN EL ESTUDIO EB4

El *recuento* en el análisis de contenido en el estudio EB4 se basó en los criterios de enumeración relacionados con presencia de los elementos codificados así como en la frecuencia de aparición de cada unidad de información. El *marco interpretativo* empleado se basa en el trabajo empírico previo (resultados de EB1 y EB2), y en la elaboración de criterios emergentes durante la observación de las transcripciones.

3.12 ETNOGRAFÍA DE AULA CON MAESTROS CABÉCARES (EF)

El enfoque etnográfico pretende que las investigaciones del entorno aulístico sean elaboradas por el docente utilizando como herramienta la etnografía, para poder implicar en la experiencia la comprensión del mundo, el lenguaje y las costumbres de los estudiantes (Woods, 1987). Corresponden a este estudio todos los estadios investigativos que conforman el Bloque2 del diseño estructural de esta investigación.

A partir de la revisión teórica sobre autores consultados, tanto desde la perspectiva metodológica como etnomatemática, hemos diseñado actividades que nos permitan experimentar una etnografía de aula, en la cual tomamos en cuenta los siguientes aspectos relevantes:

- El enfoque émico: implica examinar la situación sociocultural en estudio desde el punto de vista del actor (Tójar, 2006).
- La apertura de canales de comunicación a partir del rapport (Goetz y LeCompte, 1988)
- El identificar etnocategorías en su propia cultura le permite al individuo reconocer, identificar, comparar, clasificar, cuantificar, medir, explicar, generalizar, inferir y evaluar los fenómenos socioculturales (D'Ambrosio, 2007).
- Las etnocategorías y etnotaxonomías son dominios conceptuales, en el sentido de Oliveras (1996), que a su vez se convierten en dominios de experiencia subjetiva (DES), a partir de la interacción.

- La producción de documentos personales que integran etnomatemáticas para relacionar las matemáticas y la cultura con el ámbito escolar, puede conducirse con microproyectos para guiar el aprendizaje (Oliveras, 1996) y proporcionar testimonios respecto a cómo se reconstruye y reinterpreta el mundo a partir de la experiencia cultural, favoreciendo la identidad étnica.
- La incentivación de la descripción y el análisis desde adentro, implica que el investigador-docente reconozca y manifieste los aspectos involucrados con el contexto sociocultural.
- La elaboración de etnomodelos a partir de la investigación y los microproyectos, permite que los docentes que conocen la base de su propia cultura sean capaces de generar evaluaciones, interpretaciones y explicaciones respecto a aquellos fenómenos que pertenecen a su mundo de experiencia y a sus Dominios de Experiencia Subjetiva.

A partir de los aspectos citados anteriormente, y de los resultados obtenidos en EB1, EB2, EB3 y EB4, realizamos nuestra propuesta formativa para ser aplicada con el grupo de maestros de la etnia cabécar que cursaron en el segundo semestre del año 2011 el programa de Bachillerato en I y II Ciclo con énfasis en Lengua y Cultura Cabécar. Pasamos a describir la forma en la que recopilamos la información de la etnografía de aula, que está asociada a los roles de los participantes en la experiencia.

3.12.1 CARACTERIZACIÓN DE LA MUESTRA Y ASPECTOS ÉTICOS EN EL ESTUDIO EF

El protocolo de ingreso al campo y *la negociación de entrada* con los sujetos participantes en este estadio investigativo se facilito a través de la mediación logística de la CISP, que permitió la intervención de la investigadora como profesora invitada (Anexo A9, Anexo A10 y Anexo A11), de este modo se contó con el apoyo y participación de 19 sujetos implicados.

La CISP aprobó que las dos profesoras implicadas en el desarrollo del curso DMCM participaran en esta investigación, por lo tanto comenzamos las reuniones virtuales a partir del mes de octubre del año 2010.

Además, en el mes de julio del 2011, la investigadora negoció de manera oral la participación de una profesora del mismo ciclo lectivo para que observara (de manera no participante) las lecciones presenciales de acuerdo a los intereses de la investigación, así como también dirigió de manera personal la tramitación y firma del Consentimiento Informado para los maestros del curso (Anexo A8), explicando la visión y condiciones de la participación de los mismos. El total de los 15 maestros cabécares matriculados accedieron a firmar el documento de Consentimiento Informado (Anexo B3).

De esta manera, la muestra para el estudio EF está integrada por un colectivo constituido por tres profesoras formadoras vinculadas al cuso DMCM (que incluye a la investigadora), una profesora evaluadora-externa y quince maestros indígenas en

formación. Para efectos de organización, hemos dividido este colectivo de acuerdo al rol que desarrollan durante las sesiones y también con respecto al perfil como participante de esta investigación como lo mostramos en la siguiente tabla.

Tabla 3.8. *Codificación del perfil de los participantes de acuerdo al rol que desempeñan en el estudio EF*

Código	Rol	Perfil
PEOE	Observadora Evaluadora (No participante) y Profesora del Curso Planeamiento Didáctico	Informante clave
PCOP	Observadora Participante y Profesora Titular del Curso DMCM	Informante clave, informante representativo
RCOP	Observadora Participante y Profesora Responsable del Diseño Curricular del Curso DMCM	Informante clave, informante representativo
PIOP	Investigadora, Observadora Participante	Informante clave
MCEC	Maestros cabécares en formación, matriculados en el curso DMCM (II semestre, 2011)	Informante clave, informantes especializados

A partir de la información anterior, se constituyen dos grupos de participantes. El primer grupo lo integran las profesoras universitarias observadoras y evaluadoras del modelo. El segundo grupo lo constituyen los maestros cabécares en formación. Cada uno de estos grupos aportó información desde diversas fuentes como comentamos a continuación.

3.12.2 TÉCNICAS DE RECOGIDA DE INFORMACIÓN EN EL ESTUDIO EF

Las herramientas para la recogida de información están asociadas al rol de cada uno de los participantes de la etnografía de aula, en términos generales, la información proviene de las siguientes fuentes:

- Notas de campo realizadas por PIOP, elaboradas a posteriori sobre cada sesión presencial.
- Notas de campo realizadas por la RCOP elaboradas sobre la marcha, durante cada sesión presencial.
- Fotografías de cada sesión presencial.
- Protocolos del Registro Observacional de cada sesión presencial, que cumplimentaron las profesoras PEOE y PCOP.
- Portafolios de los maestros cabécares en formación, con los resultados de las Fichas elaboradas para el trabajo presencial y para el trabajo a distancia
- Grabaciones de audio y video de cada sesión presencial.

El rol de cada informante en el estudio EF implica en sí mismo unas acciones particulares dentro de las sesiones presenciales y no presenciales programadas. Dichas acciones están documentadas a partir de guías que se elaboraron conjuntamente con el diseño del modelo formativo que es objeto de esta investigación y cuya planificación se explica en el Capítulo 7 de esta tesis.

La información que aportaron los instrumentos de recogida se analizaron en dos fases, de acuerdo a la procedencia de las fuentes: profesoras implicadas y maestros cabécares en formación. Los resultados se presentan en el Capítulo 8 de esta tesis, pero a continuación vamos a explicar las decisiones que se tomaron a partir de los fundamentos teóricos para realizar el tratamiento y análisis de la información en el estudio EF.

3.12.3 ASPECTOS METODOLÓGICOS DEL ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN RECOGIDA EN EL ESTUDIO EF

La información recopilada durante la implementación del Modelo del Curso de Etnomatemáticas para Maestros en Entornos Indígenas (MOCEMEI), que se constituye en el estudio EF, se separó según el origen de las fuentes, dando lugar a dos fases de análisis.

La *primera fase* de análisis, corresponde al *análisis cualitativo de contenido* que se realizó a los documentos que aportaron las cuatro profesoras universitarias implicadas en el estudio EF, este análisis se realizará a partir de los reportes escritos de observación que integra las descripciones de las actividades desarrolladas en las tres sesiones presenciales durante la implementación del curso CEMEI.

En la *segunda fase* de análisis, se realizó un *estudio de casos* para determinar la unidad de muestreo sobre la cual realizar un análisis cualitativo de contenido a las producciones escritas de los maestros cabécares en formación, que participaron en la implementación del curso CEMEI durante el segundo semestre del año 2011.

Ambas fases de análisis persiguen la misma dimensión que es la evaluación de la propuesta formativa para maestros indígenas cabécares que incorpora las etnomatemáticas, la enculturación y los microproyectos para la educación intercultural (DA-EF) y de acuerdo con el origen de los datos, se enfoca la dimensión hacia aspectos relevantes desde la perspectiva de la investigadora.

Por lo tanto, en adelante separamos la explicación sobre la metodología de tratamiento y análisis de la información de manera independiente para cada una de las dos fases de análisis cualitativo de contenido en el estudio EF. El esquema que resume la estructura con la cual exponemos la metodología que ha conducido las dos fases de análisis se muestra a continuación.

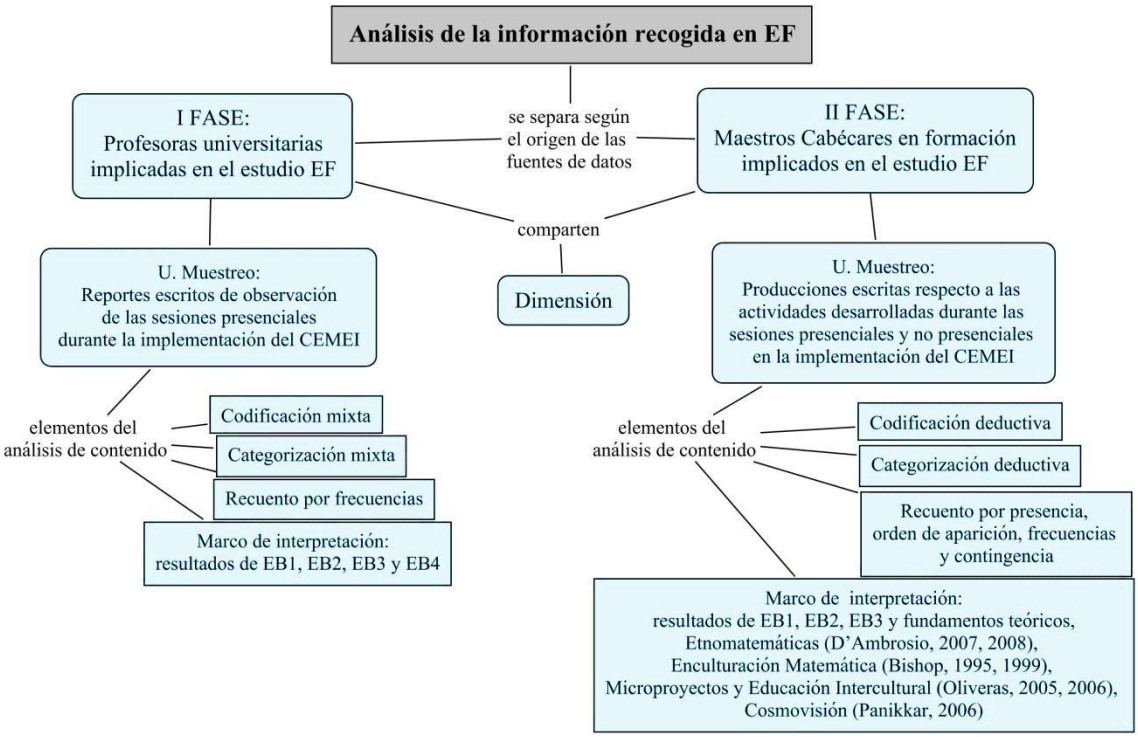


Figura 3.6. Fases de análisis cualitativo de contenido en el estudio EF.

PRIMERA FASE DE ANÁLISIS EL ESTUDIO EF

3.12.3.1 UNIDADES DE ANÁLISIS EN LA PRIMERA FASE DEL ANÁLISIS DEL ESTUDIO EF

Los documentos objeto de análisis de contenido para la primera fase son los reportes escritos de observación que aportaron las profesoras implicadas durante la implementación del CEMEI. La *unidad de muestreo* está configurada por:

- Notas de campo realizadas por la PIOP, elaboradas a posteriori sobre cada sesión presencial.
- Notas de campo realizadas por la RCOP elaboradas sobre la marcha, durante cada sesión presencial.
- Reportes del Instrumento de Registro Observacional de cada sesión presencial, que cumplimentaron las profesoras PEOE y PCOP (Anexo A12)

Las *unidades de contexto* están configuradas por cada documento aportado por las profesoras para cada una de las tres sesiones presenciales.

Las *unidades de información* son los segmentos de texto en los cuales se describen las situaciones, el contexto, las acciones y las interacciones de los sujetos con diferente rol que participan en las sesiones presenciales del CEMEI.

Los *focos de dimensión* que se abordan en la primera fase de análisis para el estudio EF son tres:

- *Situaciones y Contexto* (S-C): consideramos en esta unidad de descripción las condiciones del aula, las condiciones climáticas del día de la clase, los recursos contextualizados propuestos para el aprendizaje, entre otros.
- *Acciones de sujetos con Rol Distinto* (A-S): esta unidad de descripción registramos los reportes o manifestaciones de las actuaciones que cada sujeto participante realiza con respecto a su propio rol. Algunos ejemplos son: el llenado del portafolio por parte de cada alumno, el llenado del Registro Observacional por parte de las profesoras observadoras y la Crónica o Notas de Campo de la Investigadora-Observadora Participante, entre otros.
- *Interacciones de sujetos con Rol Distinto* (I-S): en esta unidad de descripción consideramos los reportes de las puestas en común o discusiones que se generaron en cada una de las sesiones y en las cuales se manifiestan o confirman contenidos del curso.

A partir de estos focos, el tratamiento de la información implica dividirla y codificarla para establecer unos indicadores sobre la fuente y el momento de observación (Anexo C10, Anexo C11 y Anexo C12).

3.12.3.2 CODIFICACIÓN Y CATEGORIZACIÓN PARA LA PRIMERA FASE DEL ANÁLISIS DE CONTENIDO EN EL ESTUDIO EF

El proceso de *codificación* es *mixta* en esta fase del estudio, de manera que las unidades de información fueron codificadas de acuerdo a la profesora observadora que hace el reporte de la información y además la sesión presencial sobre la cual se desarrolla la observación.

Es decir que las unidades de información están codificadas a partir de tres indicadores: el foco, la sesión y la fuente. Por ejemplo, el código S-C-S1-RCOP indica que la unidad de información se refiere a las situaciones y contexto, que fueron observadas en la primera sesión por la profesora responsable del curso-observadora participante.

La *categorización* en esta fase del estudio es *mixta*, pues responde a cada uno de los focos de dimensión. De este modo, para los focos Situaciones y Contexto (S-C) y Acciones de Sujetos con Rol Distinto (A-S) se produce una generación *inductiva* de categorías a partir de las palabras clave que se infieren del examen de cada unidad de información.

Por otra parte, para el foco Interacciones de Sujetos con Rol Distinto (I-S) se trabaja con un proceso de categorización mixta, en el cual los datos fueron codificados y organizados de manera tabular (Anexo C12). En las filas se ubicaron enumeradas y codificadas las unidades de información y en las columnas se integran las categorías deductivas con sus respectivos códigos, referidas a los aspectos que comentamos seguidamente.

- El sujeto que reporta la interacción, el sujeto que inicia la interacción y el momento en que ocurre la interacción. (Tratamos de contestar: ¿Cuándo ocurre?, ¿Quién reporta?, y, ¿Quién es el que inicia la Interacción). En este caso, los códigos de columna son: S*k*-MCEC, S*k*-PIOP, S*k*-PCOP, S*k*-RCOP, siendo *k* el número de la sesión sobre la cual se reporta la interacción (1, 2, 3). Aclaramos que PEOE no forma parte de las interacciones porque es una observadora evaluadora no participante.
- El tipo de relación de la interacción: si se trata de relaciones de sujetos con igual rol o si se trata de sujetos con distinto rol. En este caso, codificamos con RS a las relaciones simétricas, es decir si se trata de interacciones entre sujetos del mismo rol y RA si son relaciones antisimétricas, es decir, entre sujetos con diferente rol.
- Las unidades de información, es decir las frases que son reportadas en los datos que se encuentran en los Diarios de Campo y en los Protocolos del Instrumento de Registro Observacional que describen las interacciones.
- La ubicación de la unidad de información reportada respecto a los propósitos de la Investigación. En este caso, se codifica en relación a los Contenidos del Curso (CC), Conocimiento Matemático Cultural (CMC)-que se refiere a la forma en que los sujetos a través de las interacciones manifiestan relaciones entre matemática y cultura-, Ejemplos de Etnomatemáticas Cabécares (EEC), la Autonomía Cultural (AC) manifestada de forma implícita y explícita por los maestros cabécares.
- El Conocimiento Cultural, según las categorías de la UNESCO (2005) en Tangible o Intangible, que se codifican a partir de las manifestaciones que hacen los maestros cabécares de ejemplos relacionados con los descriptores de Huxley (1955): Mentifactos (H/M), Sociofactos (H/S) y Artefactos (H/A).
- Las Actividades Matemáticas Universales (Bishop, 1999) identificadas por los maestros cabécares y codificadas a partir del autor sobre el que se trabaja y el nombre de la actividad: Contar (B/C), Medir (B/M), Localizar (B/L), Diseñar (B/D), Jugar (B/J), Explicar (B/E).
- Otros: en esta columna se ubican las categorías inductivas que emergen del análisis.

Esta organización tabular está compuesta por 20 columnas y 130 unidades de información, en las cuales se destaca con color rojo los discursos de los informantes especiales que los maestros cabécares entrevistaron durante su proceso de formación como investigadores. En la última columna se es donde se produce una generación *inductiva* de categorías a partir de las palabras clave que se infieren del examen de cada unidad de información (Anexo C14).

3.12.3.3 REGLAS DE RECUENTO Y MARCO DE INTERPRETACIÓN PARA LA PRIMERA FASE DEL ANÁLISIS DE CONTENIDO EN EL ESTUDIO EF

El *recuento* en el análisis de contenido para esta primera fase fue prioritariamente a través de frecuencias de aparición, distribuciones de frecuencias y frecuencias ponderadas (Anexo C13). El *marco de interpretación* para esta primera fase de análisis se basa en los resultados de todos los trabajos empíricos anteriores, es decir, en los estudios EB1, EB2, EB3 y EB4, así como en los objetivos del Programa Siwä-Pakö y el documento Orientaciones para el Curso de Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales (Anexo D4) y los fundamentos teóricos que se expusieron en el Capítulo 2.

SEGUNDA FASE DEL ANÁLISIS EN EL ESTUDIO EF

3.12.3.4 ESTUDIO DE CASOS DE LOS PORTAFOLIOS EN EF: CRITERIOS DE SELECCIÓN DE LA MUESTRA

> *"Un caso, y la narración que lo sostiene, no constituye una solitaria voz individual encapsulada en sí misma, sino que antes al contrario, una voz puede, en un instante determinado, condensar las tensiones y los anhelos de otras muchas voces silenciadas"*
> (Serrano, 1995, p.7).

Según Serrano (1995) el estudio de casos pretende establecer un saber en torno a la particularidad individual y toma en cuenta la singularidad individual de la cultura y la historia del sujeto, así, estudiar un caso es reconstruir la creación personal de una historia, en diálogo con otras historias, y en el espacio sociocultural que les da sentido.

El estudio de casos lo utilizamos como una técnica aislada para facilitar el trabajo con la densa información que proporciona el trabajo etnográfico. Utilizamos prioritariamente el diseño del *estudio de casos* en la segunda fase de análisis del estudio EF para "desarrollar una mejor comprensión de la dinámica de un programa" (Latorre et al., 2003, p.235), es decir, para facilitar la evaluación de nuestra propuesta formativa. Así, el estudio a profundidad de algunos casos individuales pretende describir e interpretar las manifestaciones escritas por los maestros cabécares respecto al conocimiento matemático cultural vigente en el entorno cabécar.

Para determinar la *elección de la muestra,* primero consideramos el universo poblacional (Anexo E1), tomando en cuenta que el curso de Didáctica de la Matemática para Contextos Multiculturales se desarrolló con 15 estudiantes con asistencia regular a las sesiones presenciales y de este total es del cual se extrae la muestra para el estudio de casos. Partimos de una *muestra de tipo intencional* que estará constituida por *cinco Portafolios* de los maestros que participan en el curso CEMEI, lo cual corresponde a la tercera parte del universo poblacional. A pesar de tratarse de una muestra intencional, la selección de estos casos para análisis se realiza a partir de un estudio previo para establecer los indicadores de selección de la muestra.

En primer lugar, se revisó el *desempeño y cumplimiento* en las producciones del total de los portafolios en las sesiones presenciales y en los trabajos a distancia que constituyen las actividades del curso CEMEI (Anexo E2). De esta primera revisión se establecen como indicadores los porcentajes de cumplimiento en el total de las tareas del curso CEMEI que se constituyen en el portafolio y se seleccionaron *nueve posibles casos*. El desempeño y el cumplimiento se observa en una base de datos creada para revisar la presencia o ausencia de las producciones escritas en el portafolio de cada maestro en el curso sobre las actividades propuestas en la implementación del CEMEI.

De este modo, los criterios de selección se constituyen a partir del tipo de informe emitido y publicado en cada portafolio tomando en cuenta los siguientes aspectos:

- Evidencia de cumplimiento de más del 75% del total de las Fichas de Trabajo en las sesiones presenciales.
- Cumplimiento de más del 75% del total de las Fichas de Trabajo a Distancia.
- Realización Completa del Informe del Microproyecto: planeación, implementación, conclusiones y reflexiones de la experiencia pedagógica.

En segundo lugar, se establecen *variables de representatividad* para la selección de los casos, tomando en cuenta los siguientes aspectos: el género, el grupo cultural de origen, el cumplimiento de tareas y la presentación en el portafolio del desarrollo completo del microproyecto, elaborado durante el curso de Didáctica de las Matemáticas en contextos multiculturales, que es el curso en el cual se inserta el CEMEI.

Cabe mencionar que respecto al *género,* en el CEMEI había matriculados trece estudiantes varones y *dos* estudiantes mujeres. En vista de que no hay homogeneidad con respecto al género, ambas mujeres pasan inmediatamente a formar parte de la muestra para el estudio de casos. Además, dentro de las situaciones de interculturalidad identificadas, solamente hay *uno* de los quince estudiantes del CEMEI es de *origen cultural* Bribri y ejerce profesionalmente en una escuela de la región Cabécar, por lo tanto, éste estudiante también pasa inmediatamente a ser parte de la muestra.

Al extraer estos tres casos representativos, quedan seis portafolios de maestros cabécares, varones, de origen cultural cabécar para seleccionar. Se retoma entonces, la revisión respecto al *desempeño y cumplimiento* para seleccionar los dos casos restantes que completan la muestra de cinco casos. A partir de estos criterios de revisión fue que se escogió entre los seis restantes a los *dos* portafolios que cumplieran con todos los criterios de selección.

De esta manera se configura la muestra de cinco portafolios para los casos seleccionados. A continuación mostramos la identidad de cada maestro propietario del portafolio objeto de análisis y su respectivo código de identificación:

- Caso 1: Amelia F., cuyo código de identificación será CAF.
- Caso 2: Marta Z., cuyo código de identificación será CMZ.
- Caso 3: Deiner F., cuyo código de identificación será CDF.

- Caso 4: Gerardo V., cuyo código de identificación será CGV.
- Caso 5: Reinaldo S., cuyo código de identificación será CRS.

Finalmente reiteramos que la muestra seleccionada para el estudio de casos es de tipo intencional, sin embargo como se ha explicado, no es arbitraria sino conducida o enmarcada por variables de representatividad que constituyen los criterios de género, origen cultural y desempeño y cumplimiento durante el CEMEI.

A los cinco portafolios que constituyen la muestra para el estudio de casos se les realiza un *análisis cualitativo de contenido*, por lo tanto, a continuación presentamos los aspectos metodológicos tomados en cuenta para dicho análisis.

3.12.3.5 UNIDADES DE ANÁLISIS PARA EL ESTUDIO DE CASOS EN EF

Los documentos objeto de análisis de contenido para la segunda fase lo constituyen las producciones en el trabajo presencial y en el trabajo a distancia, que constituyen el cuerpo de actividades para el desarrollo del modelo MOCEMEI.

En este segundo nivel de análisis se persigue obtener una visión complementaria de los *aspectos relevantes comunes que se lograron identificar en las producciones de los maestros cabécares* y que al mismo tiempo contribuye a evaluar y validar los resultados obtenidos en el primer nivel de análisis. Para materializar el análisis de los portafolios se definen las unidades de análisis, códigos y categorías, así como las orientaciones del proceso de inferencia y se trabaja con el apoyo del programa MAXQDA.

Las *unidades de información* son cada uno de los segmentos de los portafolios en las cuales se observan elementos de etnomatemáticas de la cultura cabécar, comprensión del concepto de enculturación y afirmaciones acerca de la influencia de esta propuesta en su formación profesional.

Para establecer las *unidades de contexto* se toman en cuenta otras observaciones interesantes, relativas a las formas de expresión escrita, tales como el uso íconos, dibujos, fotos u otros elementos que utilizan los maestros cabécares para describir aspectos de su conocimiento cultural o maneras peculiares de redacción, entre otras.

La *unidad de muestreo* está configurada por una selección de *ítems*, en el sentido de Cáceres (2003) que corresponden a producciones de los maestros cabécares a partir de las guías de trabajo presencial y a distancia (Fichas) que propusieron las profesoras formadoras participantes del curso DMCM (que incluye al CEMEI). Las escogencia de los ítems que constituyen la unidad de muestreo se hizo a partir de una revisión completa del total de los portafolios, la misma con la que se seleccionó la muestra del estudio de casos.

El proceso de análisis preliminar condujo de manera emergente las reflexiones de la investigadora desde el enfoque ético, es decir, considerando el marco conceptual, pero

también desde el enfoque émico, o sea tratando de comprender cómo es que los informantes clave dan significado a sus acciones.

Cada uno de los ítems de la unidad de muestreo fue codificado. Se identifican cuatro tipos de códigos, que explicamos a continuación a través de ejemplos.

- F1A-05/5b representa la actividad 5b, que se ubica en la página 05 de la Ficha A correspondiente a la Primera Sesión Presencial.
- FTD3-03 representa la página 03 de la Ficha de Trabajo a Distancia para la Tercera Sesión.
- MP es el código del microproyecto completo, que a su vez se constituye en una unidad de contexto.
- RGB es el código del reporte de la gira de trabajo de campo que realizaron los maestros en formación a la comunidad indígena de Boruca y se constituye en sí misma como una unidad de contexto.

Las fichas de las sesiones presenciales y las fichas de trabajo a distancia se constituyen de manera independiente como unidades de contexto, en las cuales serán analizados los segmentos que constituyen las unidades de información.

En la siguiente tabla se muestra la codificación de los ítems seleccionados para conformar la unidad de muestreo en la segunda fase de análisis del estudio EF. Además, se incorpora una columna con las pautas de observación que la investigadora toma en cuenta para abordar el análisis de las unidades de información contenidas en los documentos que conforman la unidad de muestreo desde la perspectiva ética y émica.

Tabla 3.9. *Codificación de los ítems que conforman la unidad de muestreo y aspectos éticos y émicos a observar en la segunda fase de análisis del estudio EF*

Código	Aspectos a considerar para estudiar las unidades de información desde el enfoque ético y desde el enfoque émico (¿Qué observar?, ¿Cuál conjetura?)
F1A-01/1	Hacer el dibujo de la casa tradicional contiene la posibilidad de ver las etnomatemáticas caracterizadas, estudiar el conocimiento de la cosmovisión asociado y sus otras habilidades de expresión.
F1A-01/1a	Comparar en los 5 casos ¿Qué piensan ellos sobre cuáles figuras geométricas están presentes en la construcción de la casa tradicional?
F1A-03/2b	Argumentación acerca de la utilidad e importancia del uso de Clasificadores Numerales en la Lengua Cabécar
F1A-05/5a	Identificación de actividades culturales que tienen relación con contenido matemático.
F1A-05/5b	Justifica la creencia de que existe relación entre conocimientos de la cultura y conocimiento de las matemáticas.
F1C-01/1, F1C-01/2	¿Con cuáles conocimientos se quedó al final de la clase? ¿Qué fue lo que más le aportó la primera sesión?
F1C-01/3	Sobre aprovechar lo que aprendió respecto a las etnomatemáticas en las clases que imparte como maestro. Maestro como enculturador.
F1D-01/4	Lo que más valoran los maestros de la primera sesión

Tabla 3.9. *Codificación de los ítems que conforman la unidad de muestreo y aspectos éticos y émicos a observar en la segunda fase de análisis del estudio EF*

Código	Aspectos a considerar para estudiar las unidades de información desde el enfoque ético y desde el enfoque émico (¿Qué observar?, ¿Cuál conjetura?)
F2A-01/1a	La concepción de cada maestro respecto a qué son las Etnomatemáticas Cabécares
F2A-02/2,	Ejemplos de Actividades Matemáticas Cabécares (AMU: versión cabécar)
F2B-02/2	Características que manifiestan respecto a la figura del Maestro como Enculturador (Agente Difusor de la Cultura) en la escuela
F2B-02/3	Características que manifiestan respecto a la figura del Maestro como Enculturador (Agente Difusor de la Cultura) en la comunidad
F2C-01/1, F2C-01/2	¿Con cuáles conocimientos se quedó al final de la clase?¿Qué fue lo que más le aportó la segunda sesión?
F2C-01/3	Opinión sobre ¿cómo ser un agente enculturador en el aula?
F2D-01/4	Lo que más valoran los maestros de la segunda sesión
F3C-01/1, F3C-01/2	¿Con cuáles conocimientos se quedó al final de la clase? ¿Qué fue lo que más le aportó la tercera sesión?
F3C-01/3	Opinión sobre la aplicación de microproyectos (MP) en el aula
F3D-01/4	Lo que más valoran los maestros de la tercera sesión
F5D-01/4	Lo que más valoran los maestros de la quinta sesión (Cuarta sesión presencial)
FTD1	Primera ficha de trabajo a distancia, que consiste en el reporte de la entrevista a un miembro de la comunidad (artesano, agricultor, carpintero, cantor, médico, o persona con algún cargo tradicional) en el cual los maestros indagan acerca de los conocimientos culturales relacionados con el conocimiento matemático implícito. Se reportan reflexiones centradas en torno a las concepciones de espacio y número en la cultura cabécar.
FTD2	Segunda ficha de trabajo a distancia, que consiste en la reflexión respecto al rol de enculturador desde las matemáticas de la persona entrevistada en la FTD1 y la descripción de una actividad cultural cabécar en la cual los maestros identifican algunas de las AMU.
FTD3-03, FTD3-04, FTD3-05 y FTD3-p2	Desarrollo de la planificación del Microproyecto que va a elaborar el maestro como trabajo final del curso DMCM
FTD4A-b, FTD4A-c	¿Cómo expresan sus estrategias para la enseñanza?,-Diseño de Actividades Contextualizadas para la Enseñanza de las Matemáticas en la Cultura Cabécar
FTD4B	Surge la duda de cómo es que los maestros enfrentan el 'puente' cultural entre el uso de clasificadores numerales (etnomatemáticas indígenas) y la forma de contar en español (etnomatemáticas occidentales). Observo en las actividades propuestas que cuando designan conteos para los niños siempre se refieren a elementos con la misma forma. Supongo que es para usar el mismo clasificador y en español.
MP	El reporte completo del Microproyecto planificado y desarrollado. Se observa el cumplimiento respecto a la guía para la elaboración del MP y las reflexiones y aportaciones particulares y creativas de cada maestro cabécar.

Tabla 3.9. *Codificación de los ítems que conforman la unidad de muestreo y aspectos éticos y émicos a observar en la segunda fase de análisis del estudio EF*

Código	Aspectos a considerar para estudiar las unidades de información desde el enfoque ético y desde el enfoque émico (¿Qué observar?, ¿Cuál conjetura?)
RGB	En el Reporte de la Gira a Boruca interesa observar cómo ellos ven desde la realidad de otra cultura los objetos culturales con contenido matemático, qué contenidos matemáticos identifican y cuáles ideas surgen para el trabajo de aula (Caso único: Gerardo V.)

3.12.3.6 CODIFICACIÓN Y CATEGORIZACIÓN PARA EL ESTUDIO DE CASOS EN EF

El proceso de codificación en el estudio de casos es *mixto* y asocia el código establecido para cada uno de los ítems que conforman la unidad de muestreo, con los códigos designados para el proceso de inferencia en el análisis de contenido realizado a los portafolios, que a su vez están relacionados con la dimensión del análisis. La organización de la información para el estudio de casos se realizó a partir de las producciones asignadas por temática, considerando las concepciones respecto a las matemáticas y las etnomatemáticas dentro del proceso formativo, en el cual se implica la idiosincrasia cultural de los maestros cabécares en relación con la enseñanza y el aprendizaje.

Los *focos de dimensión* se concentran en *cinco aspectos* que muestran las percepciones de los maestros cabécares respecto a las matemáticas y su enseñanza, e proceso de enculturación desde las etnomatemáticas, las identificación de etnomatemáticas en el entorno cabécar, las formas de discurso empleadas por los miembros de la muestra y el sentimiento de idiosincrasia cultural puesto de manifiesto y que caracterizan a cada uno de los sujetos. A partir de los focos de dimensión y de los resultados obtenidos en la primera fase del análisis del estudio EF, hemos desarrollado un *sistema deductivo de categorías* (prefijadas) que sirve como base para construir el 'Libro de códigos y categorías para el estudio de casos en EF' y cuyos componentes explicamos a continuación:

- Aspectos de la realidad sociocultural que evidencian la autonomía indígena. La *idiosincrasia cultural* puesta de manifiesto en las argumentaciones de los maestros cabécares identificando elementos que denotan su sentido de pertenencia al grupo étnico: conocimiento de la cosmovisión y la historia mítica, además de los argumentos en los que manifiestan la defensa del patrimonio cultural tangible e intangible. Los códigos y categorías prefijadas que surgen de este foco de dimensión son:
    - CCC: conocimiento cultural cabécar.
    - CUL: identificación de la cultura con el uso de la lengua.
    - DPC: defensa del patrimonio cultural.
- Las habilidades promovidas con el curso CEMEI, que incluye las valoraciones pedagógicas del *proceso formativo* de los maestros como investigadores, realizando críticas, reflexiones o aportaciones a la metodología del curso

CEMEI. Además se toma en cuenta las habilidades de expresión en español (que no es la lengua nativa) con las que manifiestan sus creencias o concepciones, es decir, respecto a las formas de discurso explícitas en las unidades de muestreo. Los códigos y categorías prefijadas que surgen de este foco de dimensión son:

  - HEE: habilidades de expresión escrita en español.
  - DEE: debilidades de expresión escrita en español.
  - OHE: otras habilidades de expresión.
  - AMC: aportaciones acerca de la metodología del curso DMCM.
  - APFI: aportaciones sobre su proceso de formación como investigador del propio proceso de enculturación.
  - DACE: diseño de actividades contextualizadas para la enseñanza de las matemáticas en la cultura cabécar.

- Las reflexiones sobre su papel como educadores en entornos indígenas, ligados a principios de la *Enculturación* como proceso formal o informal. En este caso se toma en cuenta la percepción de la figura del maestro, como instructor o como agente difusor de la cultura, además se considera la etno-enculturación en la vida cotidiana y la elaboración de microproyectos curriculares basados en etnomatemáticas como una práctica pedagógica que promueve procesos de enculturación. Los códigos y categorías prefijadas que surgen de este foco de dimensión son:
  - EDC: maestro como agente difusor de la cultura.
  - ETE: etno-enculturación (miembro de la cultura que es enculturador pero no es maestro).
  - EMP: enculturación a través de microproyectos para la educación intercultural.
- Las concepciones manifestadas respecto a la visión etnocéntrica de las matemáticas o a la visión intercultural de las matemáticas. La *concepción epistemológica* de cada maestro cabécar respecto a *las matemáticas*, con el supuesto de dos respuestas disjuntas, desde la perspectiva absolutista o desde la perspectiva relativista. Los códigos y categorías prefijadas que surgen de este foco de dimensión son:
  - MEE: matemáticas en el entorno escolar.
  - MVC: matemáticas en la vida cotidiana.
- Las *etnomatemáticas cabécares*, teniendo dos conjeturas relacionadas con la existencia y la caracterización de las mismas a través de ejemplos del patrimonio cultural tangible o intangible. Los códigos y categorías prefijadas que surgen de este foco de dimensión son:
  - ECNE: las etnomatemáticas cabécares no existen.
  - ECSE: las etnomatemáticas cabécares si existen.
  - ECSC: las etnomatemáticas cabécares se caracterizan, que a su vez incluye diez subcategorías:
    - 1-Comparar.

- 2-Clasificar.
- 3-Cuantificar y contar.
- 4-Medir.
- 5-Organizar y Localizar.
- 6-Diseñar.
- 7-Jugar.
- 8-Deducir.
- 9-Concluir.
- 10-Explicar.

El 'Libro de códigos y categorías para el estudio de casos en EF' (Anexo C15) está compuesto por 17 categorías y 10 subcategorías, que se organizan a partir de los cinco focos de dimensión y que se construyen de manera deductiva a partir de los fundamentos teóricos y empíricos, así como también se utilizan como herramientas para la construcción de las categorías deductivas los resultados de la primera parte del análisis del estudio EF.

3.12.3.7 REGLAS DE RECUENTO Y MARCO DE INTERPRETACIÓN PARA EL ESTUDIO DE CASOS EN EF

El *recuento* en el análisis de contenido que se realiza a cada uno de los casos que componen la segunda fase de análisis del estudio EF se realizó de manera independiente para cada caso. Hemos realizado el recuento por *orden de aparición* y por *contingencia* para la mayoría de las categorías. Además, para la caracterización de las etnomatemáticas cabécares hemos realizado *distribuciones de frecuencias* para determinar cuál es la actividad o práctica matemática que cada uno de los maestros identifican con mayor representatividad de su cultura.

El *marco de interpretación* en la segunda fase del análisis congrega los resultados del proceso teórico y empírico que son fruto de esta investigación. Es decir, que el proceso de inferencia contiene una arteria interpretativa, que además de utilizar el fundamento teórico que se expuso en el Capítulo 2 de la tesis, también recibe aportes de los estudios base para comprender: los aportes de los maestros cabécares respecto a su realidad sociocultural y autonomía indígena (resultados de EB1), las reflexiones y aportaciones de los maestros respecto al momento y la pertinencia formarse profesionalmente y aprender sobre etnomatemáticas (resultados de EB2 y EB4), las concepciones manifestadas respecto a la visión etnocéntrica de las matemáticas o a la visión intercultural de las matemáticas (resultados de EB3), las reflexiones sobre su papel como educadores en entornos indígenas (resultados de EB3) y la caracterización de conocimiento matemático cultural en el entorno cabécar (resultados de EB3). En el Capítulo 8 de la tesis se exponen de manera detallada los resultados de las dos fases del análisis que corresponde al estudio EF.

3.13 REFLEXIONES DEL CAPÍTULO 3

Hemos procurado mostrar la cristalización del trabajo metodológico (Moral-Santaella, 2006) exponiendo en este capítulo:

- Que el paradigma de investigación que sustenta este trabajo es el relativismo científico, orientado hacia las etnomatemáticas.
- Que el enfoque etnográfico de esta investigación se orienta teóricamente desde la teoría sociocultural y tiene la peculiaridad de contar con participantes indígenas, lo cual implica definir los roles de la investigadora que trabaja en una cultura ajena a la propia.
- Que el diseño estructural de esta investigación es un diseño compuesto por cinco estudios que transitan a través de una espiral de investigación.
- Que la investigación requiere definir aspectos éticos que comprenden la negociación de entrada, acceso al campo y establecimiento y mantenimiento del rapport.
- Que la investigación ha requerido definir unos aspectos técnicos peculiares entre los que se destacan la observación participante, las entrevistas etnográficas, los sondeos e instrumentos para la recogida de información en el campo.
- Que debido al diseño estructural compuesto los criterios para el análisis de la información recogida durante el trabajo de campo no son idénticos, pero siguen una lógica dentro del enfoque etnográfico.
- Que el marco teórico y los resultados de cada uno de los estudios que componen el diseño estructural sirven como soporte para superar la división ficticia entre investigación y la representación, es decir, entre actos de reunión de datos y el informe de investigación.
- Que las diversas perspectivas metodológicas que son relevantes para esta tesis configuran un proceso de investigación idiosincrático desde la perspectiva de la investigadora, tratando de establecer una lógica temporal, cronológica, secuencial, científica y crítica para alcanzar los propósitos de investigación.
- Que se han establecido los roles y los perfiles de los participantes de la investigación para impedir que aparezca solamente la voz de la investigadora y así incluir las voces múltiples de todos los participantes.
- Que a partir del análisis de la información recopilada se establece una estructura de categorías que separa la voz de la investigadora y la de las otras muchas voces de los participantes del proceso investigativo.
- Qué los participantes de la investigación tienen un papel protagónico pues es a través de la información que aportan que se sustenta el proceso emergente de la investigación etnográfica en el trabajo empírico.
- Que el informe de investigación permite mostrar juicios sobre los problemas sociales que sufren las comunidades indígenas, para promover la difusión de situaciones que les privan de derechos y promover su cambio y mejora.

- Que los resultados que se generan en esta tesis permiten colocarla dentro de un panorama de investigación más amplio y evaluar críticamente las tendencias más importantes o áreas de interés relacionadas con ésta.

Mostramos a manera de cierre, la siguiente tabla que resume los aspectos más relevantes de la metodología empleada para cada uno de los estudios que componen esta investigación.

Tabla 3.10. *Elementos relevantes en el diseño metodológico para cada estudio*

Estudio	Año	Participantes	Perfil	Instrumento
EB1	2008-2011	Profesionales en Antropología, Matemática Educativa, Lingüística, Educación Rural, Educación Indígena, Sociología,Comunidades Indígenas: Bribri, Cabécar y Ngäbe	Informador, Informante Clave, Informante Especial, Informante Representativo	Sondeo, Observación Participante, Entrevista Etnográfica, Diario de Campo
EB2	2009	Profesionales en Antropología, Matemática Educativa, Educación Rural, Sociología, Investigación, entre otros	Informantes Claves	Cuestionario1
EB3	2010	Maestros Indígenas: Bribri, Cabécar y Ngäbe	Informantes Claves: MIP1, MIP2, MIP3	Cuestionario2, Diario de Campo
EB4	2010	Comisión SP, planificadores de los cursos para maestros cabécares.	Informante Clave, Informante Representativo	Sondeo, Panel, Diario de Campo
EF	2011	Profesoras Observadoras Maestros Cabécares	Informante Clave, Informante Especial, Informante Representativo	Sondeo, Observación Participante, Portafolio, Registro Observacional, Diario de Campo

El modelo cíclico que describe la secuencia del proceso que sigue esta investigación permite ubicar dentro del proceso el cumplimiento de los propósitos de la misma. De manera cronológica, esta tesis se desarrolló durante cuatro años, sin embargo, cabe destacar que a investigadora tenía contacto con el tema y con algunos participantes desde una década atrás.

En vista de que la etnografía requiere de la etnología para interpretar las minuciosas descripciones (Bardin, 2002, p.29), en este trabajo establecemos un conjunto de elementos de naturaleza teórica y otro conjunto de elementos de origen empírico-etnográfico que consolidan un marco interpretativo (Capítulo 2 y Capítulo 4) para comprender los núcleos de información que arrojan los resultados de la implementación del modelo formativo que se persigue en esta tesis (Capítulo 7 y Capítulo 8).

Como un elemento de validez del análisis de contenido, consideramos relevante hacer explícito el marco de interpretación empleado, que contribuye como herramienta

para garantizar la objetividad de las interpretaciones, es decir, se manifiesta la intensión de objetivar la subjetividad de la investigadora.

Tabla 3.11. *Dimensiones de análisis de contenido y marco interpretativo para cada estudio*

Dimensiones del Análisis	Estudio (Propósitos Parciales)	Información Analizada	Marco de Interpretación
DA-EB2: Pertinencia de diseñar un programa formativo que incorpore las etnomatemáticas	EB2 (O1.3)	Preguntas Abiertas del Cuestionario1	Resultados de EB1, Generación emergente de categorías descriptivo-interpretativas
DA-EB3: CMC manifestado por maestros indígenas NBC	EB3 (O1.1 y O1.2)	Preguntas Abiertas del Cuestionario2, Diario de Campo	Resultados de EB1, Enculturación Matemática (Bishop, 1995, 1999), Signo cultural (Oliveras, 2005, 2006), Cosmovisión (Panikkar, 2006), Etnomatemáticas (D'Ambrosio, 2007, 2008)
DA-EB4: Elementos a considerar en el diseño del MOCEMEI	EB4 (O2.1)	Transcripción del Panel	Resultados de EB1 y Resultados de EB2. Elaboración de criterios emergentes durante la observación de las transcripciones
DA-EF: Evaluación de la propuesta formativa para maestros indígenas cabécares que incorpora las etnomatemáticas	EF (O2.4)	Diarios de campo, Instrumento de Registro Observacional, Portafolios de los maestros cabécares	Resultados de EB1, Resultados de EB2, Resultados de EB3, Etnomatemáticas (D'Ambrosio, 2007, 2008), Enculturación Matemática (Bishop, 1995, 1999), Microproyectos y Educación Intercultural (Oliveras, 2005, 2006), Cosmovisión (Panikkar, 2006)

Otro elemento del análisis de contenido que aporta confiabilidad en la inferencia e interpretación (Bardin, 2002) se garantiza con el soporte informático que provee el programa MAXQDA10, que permite asignar un 'peso' al designar los códigos de las unidades de información, de esto modo también la investigadora tuvo la posibilidad de objetivar su subjetividad.

CAPÍTULO 4. ESTUDIO EB1: ESTUDIO ETNOLÓGICO DE LAS MATEMÁTICAS INDÍGENAS EN LOS PUEBLOS NGÄBE, BRIBRI Y CABÉCAR DE COSTA RICA



"Los relatos de don Francisco esclarecían todos los misterios, como testimonio de quien conoce la verdadera historia de la tierra y de los seres humanos. No había mucho que envidiar a los griegos clásicos, ni sus conceptos filosóficos, ni su mitología. Esa herencia es por lo menos tan fabulosa, por más que se encontró en condiciones desiguales frente a todas las formas de modernidad." (García y Guevara, en Boletín Informativo Talamanca, No.12, p.12)

4.1 PRESENTACIÓN DEL CAPÍTULO 4

Este capítulo presenta los rasgos más relevantes que hemos considerado para describir a los pueblos indígenas que participan como fuentes de información en el cumplimiento de los propósitos de esta investigación.

Esta descripción constituye el primer estudio base, que hemos nombrado EB1 y para facilitar la presentación de los hallazgos nos centramos primero en la etnología de comunidades indígenas, luego en la perspectiva de estos hallazgos respecto al conocimiento matemático cultural y finalmente presentamos el abordaje realizado al estudio de las tres lenguas indígenas con las que trabajamos.

En primer lugar, presentamos una descripción etnológica de datos encontrados en fuentes primarias y que hemos confirmado durante el trabajo etnográfico con comunidades de los grupos culturales Ngäbe, Bribri y Cabécar (NBC), tanto la revisión bibliográfica como los resultados del trabajo de campo constituyen una 'cartografía sociocultural' de los pueblos indígenas NBC.

En este capítulo no pretendemos exhibir modelizaciones desde las matemáticas occidentales de elementos del patrimonio cultural, sino describir los rasgos tangibles e intangibles de los tres grupos étnicos, que reflejan elementos de conocimiento matemático cultural de la tradición indígena.

Asimismo, desplegamos una revisión de los elementos de la lingüística de que están relacionados con el objeto de estudio; en particular se profundiza sobre los clasificadores numerales de cada lengua indígena implicada. Esta información también la hemos compilado de fuentes primarias y la hemos constatado en el trabajo de campo con los participantes del trabajo etnográfico.

4.2 EL SENTIDO Y APORTE DEL ESTUDIO EB1

El sentido de este estudio persigue identificar los elementos del conocimiento matemático cultural vigente de tres grupos étnicos de Costa Rica: Ngäbes, Bribris y Cabécares. En el estudio EB1 se pretende indagar las concepciones, las representaciones o expresiones del patrimonio cultural de los pueblos Ngäbes, Bribris y Cabécares que tienen relación con el conocimiento matemático cultural.

Para alcanzar este propósito se requiere de una adecuada la formación e la inducción de la investigadora en aspectos relacionados con la etnografía como método y como producto. La investigadora es de un origen cultural mestizo y ha experimentado un proceso formativo a nivel personal, académico y profesional en un entorno ajeno a la realidad indígena; por lo tanto es primordial este proceso metacognitivo de formación e información. Asimismo a partir de la revisión bibliográfica que describe experiencias antropológicas y etnográficas, se pretende que la investigadora desarrolle las técnicas de esta disciplina y las relacione desde la perspectiva de las etnomatemáticas.

El aporte de este estudio base tiene varios momentos: una etnología a partir de tres etnografías y una fase antropológica-crítica estructural. Con la etnografía, brindamos una descripción de las comunidades desde la observación participante y la revisión crítica de las fuentes bibliográficas.

La etnología se presenta a partir del establecimiento de una 'cartografía sociocultural' que define una serie de rasgos comunes observados en los tres grupos indígenas costarricenses con los que trabajamos. La fase antropológica-estructural, tiene que ver con la perspectiva de Levi-Strauss (1977) pues el abordaje que damos trata de ser holístico, abarcando la descripción global del conocimiento indígena para focalizar el conocimiento matemático cultural.

En el Programa de Etnomatemáticas se considera que las matemáticas no son independientes de la cultura sino que son una parte constitutiva de ella y están mediadas por el lenguaje, característica fundamental de una cultura, junto con un conjunto de normas y valores establecidos por el grupo como propios. En esta parte de la investigación nos hemos centrado en el establecimiento de métodos para el reconocimiento de etnomatemáticas a través del lenguaje y de las prácticas artesanales propias de estos tres grupos étnicos en los que existen hablantes y artesanos vivos.

La colección de hallazgos que se generan de este estudio base, constituyen el génesis del trabajo empírico para esta investigación, pues es a partir del análisis prolegómeno de éstos que se decide seguir el curso de la tesis. Son el principio de las bases y los fundamentos para diseñar de la propuesta formativa basada en etnomatemáticas y con la cual se elabora el Modelo de "Curso de Etnomatemáticas para formar Maestros de Entornos Indígenas" (MOCEMEI).

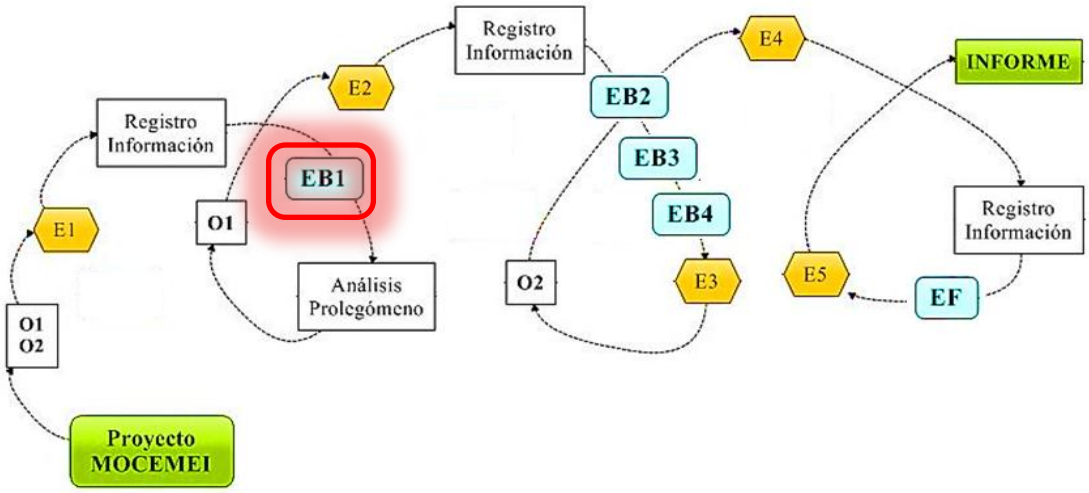


Figura 4.1. Ubicación del estudio EB1 en el modelo espiral del MOCEMEI.

El primer estudio base (EB1) abarca las tres primeras fases del diseño estructural de esta investigación que fue explicado en el Capítulo 3 y que es descrito a partir del modelo espiral que constituye la trayectoria teórico-empírica de esta investigación.

4.3 El Proceso de Investigación en el estudio EB1

El proceso metodológico del EB1 comenzó con una amplia revisión bibliográfica, considerando diversas fuentes. Esta revisión se fue depurando a partir de la contrastación y de la constatación durante el trabajo de campo. El único trabajo alusivo a las etnomatemáticas de Costa Rica, del que se tiene conocimiento, es la tesis de Gavarrete y Vásquez (2005), titulada "Etnomatemáticas en el Territorio Talamanca-Bribri". Otros textos relacionados con reportes de investigación de corte antropológico, lingüístico, sociológico o de desarrollo local aluden el tema, pero no realizan un abordaje desde este campo de investigación.

En este estudio damos mucha importancia a la comprensión del mito y de la cosmovisión indígena, pues partimos de la idea que el conocimiento del mito es normativo, define el comportamiento y a su vez la acción. Es nuestra versión adaptada de la cadena presentada por D'Ambrosio (2007, 2008). Las historias describen el mito y definen la forman en que los miembros de cada cultura interpretan la realidad.

El acceso a esta información se dio a partir de la revisión de fuentes bibliográficas, que se complementó como con múltiples visitas a los territorios indígenas, superando los aspectos éticos y técnicos que se comentaron en el Capítulo 3.

Dichas inmersiones en el campo permitieron la depuración de la información, la constatación de los hallazgos bibliográficos y la triangulación de los mismos a partir de diversas fuentes, con lo cual se obtienen nuevos hallazgos relacionados con el conocimiento matemático cultural de los tres grupos indígenas estudiados, que permitieron a la investigadora comprender a profundidad la información, pero no forman parte del cuerpo de este trabajo y se dejan como vías prospectivas para ser aprovechadas en futuras investigaciones.

4.4 Generalidades de la Cartografía Sociocultural NBC

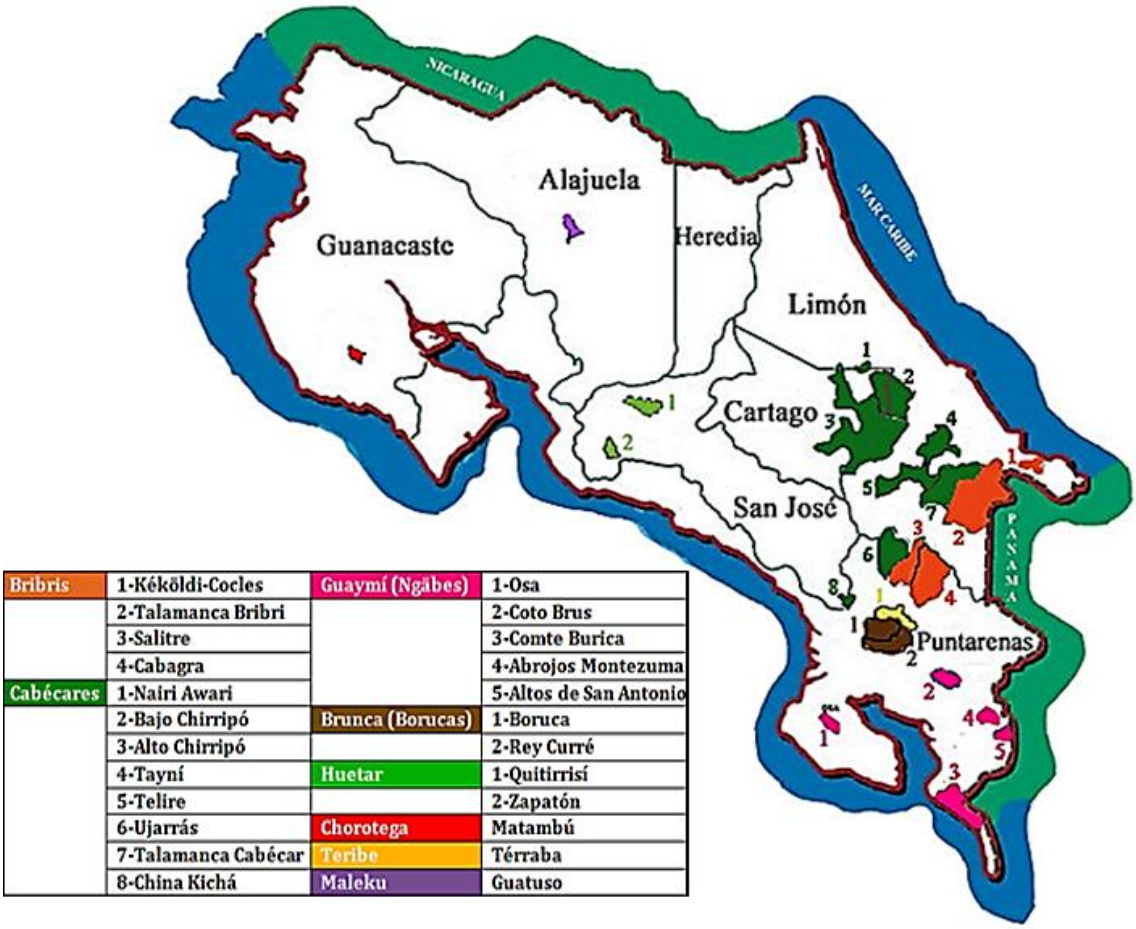
Consideramos que Costa Rica es un país multicultural con gran riqueza de interacciones entre culturas, en el pasado y en el presente. Por su ubicación geográfica y otros aspectos históricos, ha tenido un mestizaje distinto del de otros países y tuvo un desarrollo autóctono de la cultura, (Ferrero, 2000) por pertenecer al Área Intermedia (Constenla, 1991).

Actualmente, en Costa Rica existen ocho grupos socioculturales indígenas distintos: Borucas, Bribris, Cabécares, Chorotegas, Huetares, Malekus, Ngäbes y Térrabas, seis de cuyas lenguas perviven, habitan en veinticuatro territorios del país y trabajan en la producción agrícola. (Solano, 2004).

Según Guevara y Vargas (2002), aunque los términos usualmente utilizados en Costa Rica son los de "etnia", "grupo étnico", "grupo indígena" o "comunidad indígena" para referirse a la totalidad de los miembros de una sociedad con una tradición cultural determinada y una identidad particular, el término conveniente es el de *pueblo indígena* por ser el vocablo adoptado a nivel internacional en el plano jurídico, como el Convenio 169 de la OIT (Organización Internacional del Trabajo), sobre Pueblos Indígenas y Tribales en Países Independientes, que en 1992 fue adoptado por Costa Rica.

En este trabajo hacemos mención de las *comunidades* que conforman los territorios indígenas desde la perspectiva socio-geográfica, sin embargo cuando nos referimos a los pueblos es en alusión al grupo cultural y a sus características genuinas y endógenas, en sí mismas.

En la siguiente figura mostramos el mapa de los territorios indígenas actuales, diferenciando los ocho grupos étnicos con un color distinto.



Bribris	1-Kéköldi-Cocles	Guaymí (Ngäbes)	1-Osa
	2-Talamanca Bribri		2-Coto Brus
	3-Salitre		3-Comte Burica
	4-Cabagra		4-Abrojos Montezuma
Cabécares	1-Nairi Awari		5-Altos de San Antonio
	2-Bajo Chirripó	Brunca (Borucas)	1-Boruca
	3-Alto Chirripó		2-Rey Curré
	4-Tayní	Huetar	1-Quitirrisí
	5-Telire		2-Zapatón
	6-Ujarrás	Chorotega	Matambú
	7-Talamanca Cabécar	Teribe	Térraba
	8-China Kichá	Maleku	Guatuso

Figura 4.2. Mapa de los Territorios Indígenas de Costa Rica.

Cada territorio indígena, presenta rasgos culturales ancestrales característicos, aunque se han ido transformando, por la colonización de la cultura dominante y la globalización. Sin embargo, según Borge (2006, p. 4), "los grupos étnicos de Costa Rica presentan características culturales distintas entre sí, a nivel social, político, económico y ecológico, entre otros. Hay sociedades con un alto desarrollo organizativo, como las Bribri y Cabécar y otras sociedades desestructuradas, como la Chorotega". La principal diferencia entre las culturas indígenas, es la organización social, ya que Bribris y

Cabécares conservan una fuerte estructura matrilineal y los demás grupos son patrilineales, por influencia occidental (Borge, 2006).

Nuestro trabajo se ha desarrollado en grupos de las culturas Bribri, Cabécar y Ngäbe. Hemos observado rasgos de estas culturas y la existencia de conexiones a nivel del profesorado (que ejerce en una comunidad teniendo como origen otra, incluyendo la región central de cultura hispana), y del alumnado, en escaso número. En este sentido, se produce interculturalidad entre culturas indígenas y entre la cultura colonial y la local, en el sistema escolar. En el sistema social, ocurre principalmente mediante el comercio y la gestión política.

Las comunidades Ngäbes, Bribris y Cabécares se ubican geográficamente a ambos lados de la Cordillera de Talamanca. Según Ocampo (1984) en esta área vive cerca del 65% de la población indígena del país, además representa el territorio de mayor riqueza y potencial de recursos naturales y culturales de Costa Rica pues alberga el bosque virgen más extenso del país, así como el macizo más alto de Centroamérica: el Cerro Chirripó, con 3820 m.s.n.m. Esta montaña posee gran diversidad de especies animales y vegetales, muchas de las cuales corren peligro de extinción en todo el territorio nacional, mientras que otras son únicas de este territorio, por lo cual la UNESCO la declaró Reserva de la Biosfera en el año 1982 y desde el año 1983 es Sitio de Patrimonio Mundial, con lo cual se convirtió en un lugar especial para la humanidad.

El estudio de Solano (2004) ha sido un recurso orientativo, a pesar de que los datos reportados proceden del censo de población del año 2000. Hasta el año 2011 se realizó otro censo, sin embargo infortunadamente los resultados de la realidad contemporánea costarricense no habían sido publicados para ser incorporados en este trabajo. De los resultados publicados por Solano (2004) nos parece relevante destacar los siguientes aspectos:

- La comparación realizada respecto a la tasa de analfabetismo. es muy amplia. Mientras que la población no indígena presenta un valor inferior al 5%, los habitantes indígenas que habitan en los territorios presentan un valor superior al 30%. Según Solano (2004, p.238): "En el censo de 2000 el analfabetismo se midió a partir de la pregunta ¿Sabe leer y escribir?, considerando la lengua materna de la persona. Si no sabe es considerada como analfabeta". Esta pregunta desde nuestro punto de vista no está acorde a la realidad de los grupos indígenas de Costa Rica, que se destacan por poseer una lengua es ágrafa y por un predominio de la tradición oral.
- Solamente el 56% de la población entre 5 y 15 años que habita en los territorios indígenas accede a la Educación General Básica, es decir: preparatoria, primaria y hasta tercer año de la secundaria. El porcentaje de acceso a este derecho en los habitantes no indígenas es superior al 85%.
- La comparación de la población con 15 años o más que tiene al menos un grado de educación secundaria aprobado es superior a 37 puntos porcentuales. Mientras que los habitantes de los territorios indígenas

presentan un valor de 9%, el valor porcentual para habitantes no indígenas es superior al 46%.

- La escolaridad promedio se refiere al porcentaje obtenido al dividir el total de años aprobados de la población de 15 años y más por la población de esas mismas edades (Solano, 2004, p.239). Para los indígenas que habitan los territorios, dicho índice corresponde a 3,4 años, mientras que para la población no indígena del resto del país es de 7,6 años.
- El número promedio de personas por vivienda es de 5,3 en los territorios indígenas, mientras que fuera de los territorios es de 4,1.
- Respecto a los servicios básicos de agua potable y electricidad, se reporta que el 46,5% de las viviendas en los territorios cuenta con agua por tubería dentro de la casa, pero solamente el 29% de esa agua proviene de un acueducto, solamente el 21% tiene tanque séptico, predominando la letrina (65%) y 38% dispone de electricidad. Estos indicadores son muy distintos a los de las viviendas de los territorios no indígenas, donde el acceso a estos servicios es superior al 90%.
- En los pueblos Bribri, Cabécar y Ngäbe, al menos el 80% de los hogares posee tierra y estas cifras son consistentes con las actividades que desarrollan los pobladores de estos territorios.
- El indicador de hacinamiento en los pueblos indígenas es del 39,5% y el número promedio de habitantes por vivienda es de 5 personas. Coincidimos con Solano (2004) en que el indicador que mide el hacinamiento no toma en cuenta la cosmovisión de los pueblos indígenas. A partir del trabajo de campo discernimos que la cantidad de habitantes por vivienda está relacionada con la organización social y el sistema de filiación que define la idiosincrasia cultural de las comunidades.
- En general, la población indígena costarricense que habita los territorios indígenas vive en condiciones de vulnerabilidad, con condiciones socioeconómicas adversas. Sin embargo los indígenas que viven fuera de los territorios tienen un nivel de vida superior.

De lo expuesto anteriormente, nos interesa destacar las marcadas diferencias en términos de características educacionales que han sido presentadas entre los habitantes indígenas y los no indígenas. Consideramos que la educación es un aspecto fundamental para el desarrollo de los pueblos indígenas y en el artículo 26 del Convenio 169 de la OIT se establece que deben adoptarse medidas para garantizar a los miembros de los pueblos interesados la posibilidad de adquirir una educación a todos los niveles, por lo menos en pie de igualdad con el resto de la comunidad nacional. Con esta investigación pretendemos contribuir al proceso de desarrollo de estos pueblos en materia de educación.

Además, queremos manifestar nuestro desacuerdo con respecto a la forma en que se midió el nivel de analfabetismo en los territorios. Según Solano (2004, p.238): "En el censo de 2000 el analfabetismo se midió a partir de la pregunta ¿Sabe leer y escribir?, considerando la lengua materna de la persona. Si no sabe es considerada como analfabeta". Esta pregunta desde nuestro punto de vista no está acorde a la realidad de los grupos indígenas de Costa Rica, que se destacan por poseer una lengua es ágrafa y por un predominio de la tradición oral.

Al respecto, se manifiesta una reflexión con respecto al analfabetismo reportado en los pueblos cabécares, manifestando sus dudas con respecto a

> *[…] si efectivamente los indígenas de estos pueblos no saben leer y escribir en su lengua, siendo su habla tan generalizada. Surgen entonces interrogantes como ¿cuán frecuente es poder leer y escribir en lengua indígena?, y en algunos casos, ¿habrá captado el Censo como analfabetos a quienes no saben leer y escribir en español? Para aclarar estas dudas habrá que recurrir a otras fuentes de información y así verificar la consistencia de las cifras sobre analfabetismo. (Solano, 2004, p.250)*

La información presentada toma en cuenta los ocho grupos indígenas de Costa Rica. Sin embargo, queremos profundizar en los tres grupos étnicos de interés para este trabajo.

Siguiendo a Mauss (1974) y Hernández Sampieri (2006) hemos desarrollado para cada de los tres grupos étnicos una *cartografía sociocultural* comunidades de estudio, consultando diversas fuentes bibliográficas: Carballo (2004), Constenla (1991), Guevara y Vargas (2002), Jara y García (1997, 2007, 2008), Margery (2004), Murillo (2009), Quesada (2006), Solano (2004), Stone (1961), Bozzoli (1979, 1986, 2006), González y González (2000), Palmer, Sánchez y Mayorga (1992), García y Jaén (1996), Constenla, Elizondo y Pereira (1998), entre otros.

Con el fin realizar una presentación homogénea y equilibrada de los resultados de la cartografía sociocultural realizada para cada grupo étnico, consideramos tomar en cuenta los siguientes aspectos:

i. Ubicación Geográfica
ii. Conservación de rasgos culturales
iii. Tenencia de la Tierra
iv. Organización Geográfico-Toponímica
v. Densidad de población (indígena y no indígena)
vi. Pervivencia de la lengua
vii. Características Educativas y formas de Educación Tradicional
viii. Expresiones de cultura material y formas de subsistencia
ix. Concentración de habitantes por vivienda y acceso a servicios básicos
x. Sistema de filiación y organización social

xi. Religiosidad, mitos, cargos y celebraciones tradicionales

xii. Sistemas tradicionales de salud

Para no extendernos demasiado en este documento, hemos incorporado en el Anexo F10 los resultados de la cartografía sociocultural para cada grupo étnico, tratado de manera independiente y respetando los doce aspectos anteriormente señalados. Consideramos muy valioso realizar su lectura (a pesar de incorporarse como un anexo), para comprender los modos de enculturación propios, el contexto cultural y social del conjunto de estudios y el proceso de enculturación de la investigadora.

4.5 ASPECTOS MATEMÁTICOS RELEVANTES EN EL PATRIMONIO CULTURAL DE PUEBLOS INDÍGENAS DE COSTA RICA

En el patrimonio cultural tangible e intangible de los tres grupos étnicos con los que trabajamos, podemos identificar aspectos de interés, que resultan relevantes para nuestros propósitos de estudio. Además, el conocimiento es regido a partir del mito, es inseparable de la tradición ancestral y es normativo, pues define los comportamientos y las acciones en el plano personal, pero también las interacciones de la colectividad.

La forma de transmisión y aprehensión de los conocimientos es distinta con respecto a la visión occidental, pues en la tradición indígena prevalece la enseñanza testimonial de los Mayores, que son los enculturadores por excelencia, cuyo conocimiento se transmite por tradición oral. En los tres grupos étnicos, pudimos identificar conocimiento matemático cultural relacionado con los siguientes aspectos:

- El cuatro es el número mágico ritual.
- El mundo se describe a partir de la representación de una gran casa: las figuras geométricas y el proceso mismo de construcción de la casa, recogen significados matemáticos y míticos que sirven como herramienta para comprender su cosmogonía y mitología.
- Las figuras geométricas adquieren significados a nivel cosmogónico en los tejidos y son vías para albergar y reproducir conocimientos míticos.

A continuación nos referimos a cada una de las ideas anteriores, basándonos en el trabajo empírico y el sustento teórico de esta investigación.

4.5.1 EL CUATRO COMO NÚMERO MÁGICO RITUAL EN EL CMC INDÍGENA

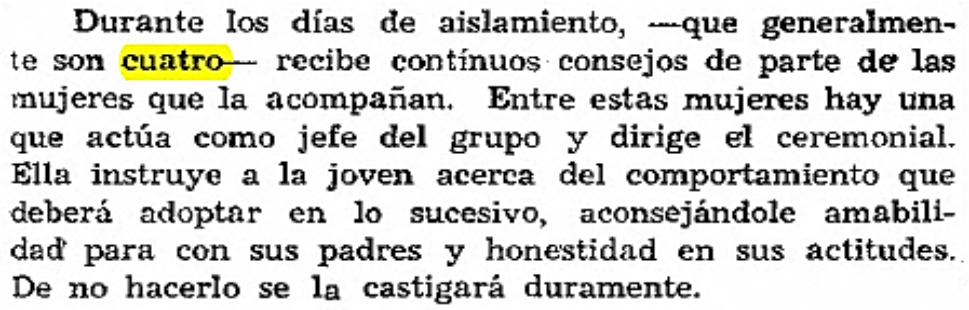
Ampliamos el estudio de Gavarrete y Vásquez (2005) sobre el territorio Talamanca Bribri, recopilando historias míticas, narraciones y testimonios del trabajo etnográfico en los tres grupos étnicos implicados en este trabajo. En el trabajo de Gavarrete y Vásquez (2005), se trabajó con una metodología cuantitativa que aportó los datos contables para confirmar la conjetura de lingüistas y antropólogos acerca de la existencia de un número cabalístico dentro de la cosmovisión de los Bribris, un número que permite guardar e interpretar la información ancestral y el ejercicio ritual.

Muchos grupos indígenas latinoamericanos poseen números representativos para su cultura; en el caso de los Bribris, se alude al *número cuatro* como un número que relaciona la mayoría de su tradición mítica y sus prácticas culturales en los rituales de nacimiento y muerte o rituales de curación, entre otros. Gavarrete y Vásquez (2005) plantean la hipótesis de que no sea solamente *el cuatro el número mágico ritual*, sino más bien la *sucesión* 2^n, pues al relacionar los datos bibliográficos y varios hallazgos en el trabajo de campo, es posible plantear como conjetura la existencia de una sucesión que resume el legado ancestral de las culturas indígenas costarricenses. Sin embargo, esta conjetura está aún sin confirmar y da lugar a trabajos posteriores y que se incorporen a los estudios etnográficos nuevos profesionales en matemáticas.

El resultado es que a pesar de que hay otros números cabalísticos referenciales, que se identifican en textos y en el trabajo empírico, el cuatro es el número mágico ritual por antonomasia. A continuación presentamos ejemplos de evidencias de las reiteraciones del número mágico ritual, en el análisis bibliográfico realizado a textos alusivos a los tres grupos étnicos, siguiendo la metodología expuesta en Gavarrete y Vásquez (2005). En la *cultura Ngäbe* se usa como referente al número *cuatro* para explicar su primigenio:

- "Según la cosmovisión Ngäbe, Ngöbö (Dios) creó el mundo en cuatro días´" (J. Montezuma, citado en Margery, 1997, p.26)
- En *cuatro* días Ngöbö creó todos los elementos de la naturaleza, todo lo necesario para que la vida humana fuera posible.
- En la construcción de la casa participaron *cuatro* personajes: el dueño del mapache, el dueño de la libélula, el dueño de las gallinas y el dueño de los pájaros carpinteros.
- Ngöbö creó al hombre a partir de *cuatro* diferentes clases de maíz […] estas semillas de maíz las había dejado Ngöbö en la tierra, bajo el cuidado de *Tibi Tolero* el dueño de los cornezuelos.
- Pero Ngöbö sabe que ni la tierra ni las personas que él creó son perfectas y por eso previó la nueva transformación del universo que se llama "la llegada de los *cuatro* tiempos".

También el número *cuatro* es el referente para los ritos que practican en la actualidad en ese grupo cultural. Por ejemplo, durante la "claría" las niñas son llevadas a la montaña por un periodo de *cuatro* días y *cuatro* noches:



Durante los días de aislamiento, —que generalmente son cuatro— recibe contínuos consejos de parte de las mujeres que la acompañan. Entre estas mujeres hay una que actúa como jefe del grupo y dirige el ceremonial. Ella instruye a la joven acerca del comportamiento que deberá adoptar en lo sucesivo, aconsejándole amabilidad para con sus padres y honestidad en sus actitudes. De no hacerlo se la castigará duramente.

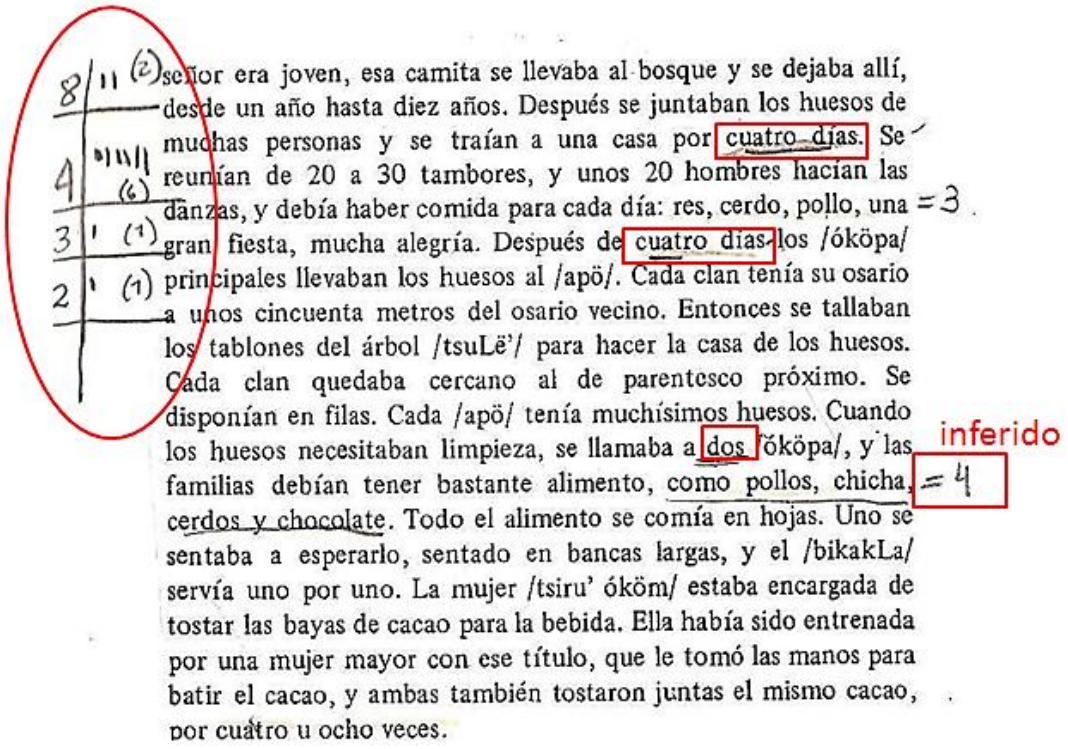
Figura 4.3. Fragmento de relato sobre la ceremonia de la pubertad femenina, recopilado por Torres de Arauz (s .f., p.67).

En la *tradición Talamanqueña*, existe como referencia principal, el trabajo realizado por Gavarrete y Vásquez (2005) en el cual se recalca, a partir de varios autores y de la constatación en el trabajo etnográfico, que *el cuatro es el número mágico ritual* para los Bribris:

- "[…] los Bribris estereotipan la pluralidad en la serie 2, 4, 8, 16: el énfasis lo ponen, como tantos aborígenes americanos en el número cuatro." (Bozzoli, 1979)
- "en los mitos Bribri los números 4 y 8 aparecen constantemente". (Jaén, 1996)
- "Los números 4 y 8 son los números cabalísticos más importantes dentro de la cosmovisión Bribri" (Jara y García, 1997)

Hemos mencionado que los talamanqueños comparten la esencia de su mitología y cosmovisión, por lo tanto el proceso seguido para el estudio de las narraciones de origen Cabécar es similar al realizado para los Bribris.

La metodología seguida para identificar la presencia del número mágico ritual contiene varias etapas y es un producto de investigación de Gavarrete y Vásquez (2005), sin embargo, mostramos la siguiente imagen, a modo de presentar una evidencia visual del procedimiento.



señor era joven, esa camita se llevaba al bosque y se dejaba allí, desde un año hasta diez años. Después se juntaban los huesos de muchas personas y se traían a una casa por cuatro días. Se reunían de 20 a 30 tambores, y unos 20 hombres hacían las danzas, y debía haber comida para cada día: res, cerdo, pollo, una gran fiesta, mucha alegría. Después de cuatro días los /óköpa/ principales llevaban los huesos al /apö/. Cada clan tenía su osario a unos cincuenta metros del osario vecino. Entonces se tallaban los tablones del árbol /tsuLë'/ para hacer la casa de los huesos. Cada clan quedaba cercano al de parentesco próximo. Se disponían en filas. Cada /apö/ tenía muchísimos huesos. Cuando los huesos necesitaban limpieza, se llamaba a dos /óköpa/, y las familias debían tener bastante alimento, como pollos, chicha, cerdos y chocolate. Todo el alimento se comía en hojas. Uno se sentaba a esperarlo, sentado en bancas largas, y el /bikakLa/ servía uno por uno. La mujer /tsiru' óköm/ estaba encargada de tostar las bayas de cacao para la bebida. Ella había sido entrenada por una mujer mayor con ese título, que le tomó las manos para batir el cacao, y ambas también tostaron juntas el mismo cacao, por cuatro u ocho veces.

Figura 4.4. Fragmento del trabajo realizado por Gavarrete y Vásquez (2005) sobre el relato sobre el enterramiento secundario en Bozzoli (1979, p.126).

Concluimos que el número *cuatro* es el más utilizado en las culturas indígenas implicadas en esta tesis por ser sinónimo de perfección y por ser herramienta en el establecimiento de los patrones rigurosos que se conservan como herencia ancestral. En los aspectos espirituales y religiosos de la tradición indígena se evidencia un patrón numérico de existencia o de reiteración de acciones que no puede ser alterado. Se podría afirmar que los Ngäbes, los Bribris y los Cabécares, en su empirismo, heredan una cultura matemática del manejo de la realidad en su naturaleza integral, donde el conocimiento del mito, es normativo para el comportamiento y la acción. Pero el mito es el escenario de un número referencial, a partir del cual se establece un código cultural.

Dicho código cultural está regido por el *número mágico ritual*, pues éste es herramienta para resumir y guardar información ancestral, de modo que dentro de la reiteración de este número hay información sagrada que conforma un misterio en sí. Dicha información, implícita y asociada al mito no sirve únicamente como herramienta para actuar de forma operativa, sino más bien da sentido y significado a entidades que tienen códigos que albergan información especial e importante para mantener viva su cultura. La necesidad de reiteración de los números mágicos rituales los hace evocar los momentos más importantes de su historia mítica.

Comprender la existencia del número mágico ritual es un elemento que aporta a los propósitos de esta investigación, puesto que es uno de los pilares del conocimiento matemático cultural que estamos caracterizando. Además, desde el plano formativo, aporta a la metacognición de la propia investigadora para poder desarrollar

interacciones más completas y comprender la información de los interlocutores respecto a los números involucrados en sus historias míticas y cosmovisión.

4.5.2 LA REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA DEL COSMOS EN LA CASA TRADICIONAL

La idea de que la cosmovisión forma parte del patrimonio cultural, y de que éste tiene implicaciones en la identidad, es una especie de clausula de fe entre quienes ocupan los pueblos indígenas (Dobles, 2003). En este apartado nos centramos en describir la concepción geométrica de la cosmovisión indígena.

En la revisión bibliográfica y en el trabajo de campo, pudimos constatar que los Ngäbes, Bribris y Cabécares coinciden en utilizar elementos del mundo físico para interpretar elementos del mundo mítico. La vivienda tradicional es para los tres grupos étnicos una representación simbólica del cosmos. En la cultura Ngäbe tradicionalmente la vivienda era "circular, construida de palma, con piso de tierra y techo cónico" (Murillo, 2008, p.78). Además, desde su cosmovisión, "Ngöbö construyó la casa haciendo un símil de la construcción del mundo" (Palacios Montezuma, citado en Margery, 1997, p.26). Existen varios elementos coincidentes entre ambas cosmovisiones: la de los Ngäbe y la de los Talamanqueños; sin embargo, es respecto a la segunda sobre la que hemos profundizado más en los campos bibliográfico y empírico.

4.5.2.1 LA DIVISIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA EN OCHO PARTES IGUALES

El proceso de construcción del *Ú-SuLé* da inicio con la limpieza del terreno y su vegetación, con ayuda de dos estacas y un bejuco, se traza un círculo en el terreno, donde se van a colocar exactamente ocho postes que son los pilares de la casa (y representan los ocho animales que contribuyeron con Sibö en la creación del mundo). Los postes tienen una ubicación relacionada y simbólica con elementos del entorno, por ejemplo, el primero de ellos se coloca en dirección hacia el este (donde nace el sol) y el segundo de ellos se coloca hacia el oeste (hacia el poniente); posteriormente se colocan luego los postes orientados hacia el norte y hacia el sur, con lo cual el círculo queda marcado por una cruz de estacas en su punto central. Finalmente, se colocan los otros cuatro postes, cuidando la equidistancia, con ayuda de los mismos bejucos. Mostramos a continuación la distribución de los ocho postes para las dos versiones de casa tradicional talamanqueña: Jú-tsiní (Cabécar) y Ú-SuLé (Bribri), a partir del estudio sobre la arquitectura y cosmogonía asociadas a la vivienda tradicional, realizado por González y González (2000).

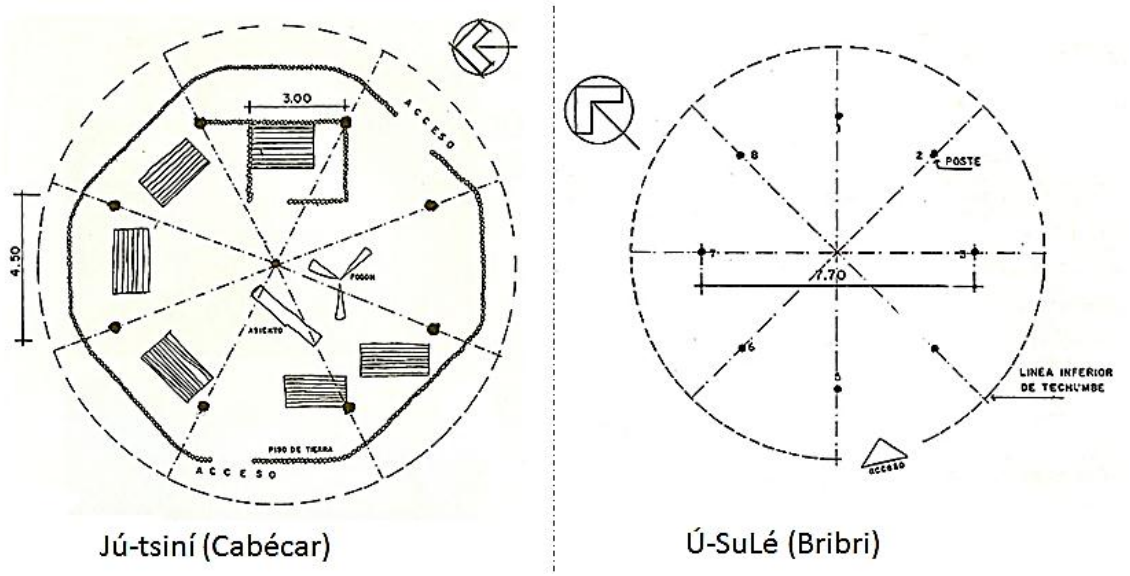


Figura 4.5. Distribución de los ocho postes internos de la casa tradicional talamanqueña, editada de González y González (2000, p. 27 y p.53).

La explicación de la exactitud respecto a los ocho postes, responde a los ocho animales que ayudaron a Sibö durante la creación del mundo, por eso se cantan ocho sorbones(ver Sorbón en glosario) en el ritual de purificación de la vivienda:

> *[…] el primero es el canto del perdicillo (suirere); el segundo es un Sorbón del zoncho (urú); el tercero es pavo; el cuarto chancho de monte; el quinto gavilán o águila que le llaman; el seis es tigre, el siete es un tipo de pájaro que le llamamos en Bribri sicú; el ocho es úca: seres que viven en las montañas grandes, son dos hombres pegados por la espalda, uno con la cara para un lado y el otro para otro. Se jalan, dicen, uno va allá y el otro para acá y así. Son ocho cantos que los cantores saben bien.* (Hernán Segura, citado en González y González, 2000, p.68)

Desde la visión de las etnomatemáticas occidentales, podemos concluir que la división de la circunferencia en ocho partes iguales, parte de la división de la misma en cuatro partes iguales, lo cual implica la bisección de cada uno de los ángulos rectos centrales. Por lo tanto, notamos que dentro de estas etnomatemáticas indígenas prevalecía el concepto o noción de bisección de los ángulos.

4.5.2.2 DIVISIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA A PARTIR DE UNA FIGURA DIVIDIDA

En la composición interna de las viviendas tradicionales Talamanqueñas el techo está conformado por varios anillos de fibra natural, describiendo ciclos de circunferencias concéntricas. González y González (2000, p.86) destacan la íntima relación entre una gran circunferencia, la del mundo conocido, con el perímetro externo de la "Gran Casa Cósmica" construida por Sibö en el mundo primigenio de los Talamanqueños.

En el techo, tanto del *Jú-tsiní* como del *U-SuLé*, se observan 'anillos' de bejuco sostenidos por una serie de troncos delgados que son amarrados con otros bejucos más

delgados; dicha estructura de anillos de bejucos convergen en un último y único amarre en la cúspide de la edificación, donde en la parte exterior se coloca una jícara (guacal) hacia abajo.

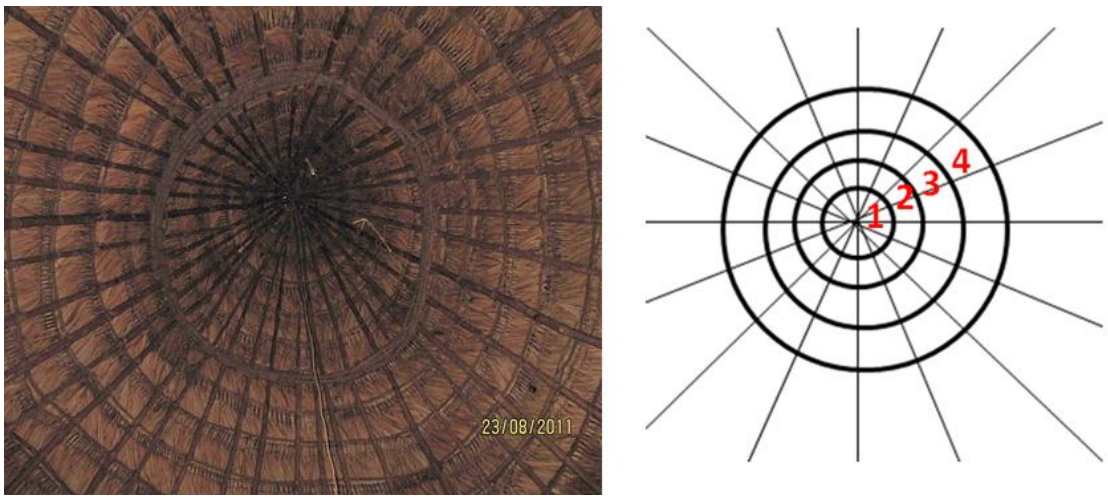


Figura 4.6. Detalle de la composición del techo del Ú-SuLé de Kachabri y representación de la división de la circunferencia en los cuatro subniveles del supramundo.

A pesar de que en la imagen anterior se observan muchos radios, hay exactamente *ocho radios principales*, que definen el espacio físico interior de la vivienda, pues son los que unen el poste central con cada uno de los *ocho postes* o pilares de la misma. En el proceso de construcción, se parte del poste central que es el que demarca el centro de la circunferencia de la base, posteriormente se colocan los primeros cuatro postes que demarcan los primeros cuatro ángulos centrales y posteriormente cada uno de esos ángulos es bisecado para colocar los cuatro postes restantes. Finalmente, hay ocho radios principales y ocho ángulos centrales, a partir de los cuales se amarran los anillos concéntricos y las vigas oblicuas que van a unir el poste central con cada uno de los ocho postes para sostener la estructura de la vivienda.

4.5.2.3 EL CÍRCULO DINÁMICO Y EL SIGNIFICADO MÍTICO ASOCIADO AL CONO

Los pueblos talamanqueños conciben el *círculo* como una estructura dinámica, a la cual se suman otras figuras geométricas que constituyen un cuerpo hacia arriba o hacia abajo, para integrar los distintos niveles cósmicos de los inframundos o los supramundos. Desde la tradición mítica talamanqueña, Stone (1961) recopila que *SuLá* fundó un clan al cual le ordenó ir en pos de la muerte, bajo una vasija que fue colocada boca abajo para que pudieran alcanzar su cielo subterráneo. A partir de este hallazgo, se reconoce para los talamanqueños tres planos de división cósmica: el subterráneo, llamado inframundo, el del centro, que es el mundo habitado por los indígenas y el que está en la posición del cenit, llamado supramundo. González y González (2000) afirman que los pueblos Talamanqueños han representado en su vivienda la bóveda celeste, o más bien el cono celeste y existen una serie de símbolos que están relacionados con la

idea de centro (del círculo) y la idea del centro del mundo se concibe como un centro generador de protección.



Figura 4.7. Estructura del Ú-SuLé sin la colocación de la superficie del tejido del techo, Shiroles-Talamanca, 2005.

En el *Ú-SuLé* es posible reconocer algunas figuras geométricas. El *cono* describe la estructura general de la construcción, pero el interior de dicha estructura se compone de series de *circunferencias concéntricas* que delimitan espacios físicos y míticos. La estructura se sostiene únicamente con nudos que se establecen en el tejido y el material que se teje es prioritariamente una fibra natural llamada *bejuco de hombre* (Heteropsis oblongifolia) y la hoja que cubre las viviendas, llamada por los indígenas *suita*.(Genoma Congesta). En agosto del 2011 realizamos una reunión (panel) con cuatro señores Awapa de la comunidad de Kachabri, en el territorio Talamanca-Bribri. La finalidad de dicha actividad fue la de comprender algunos aspectos relacionados a la visión geométrica del mundo Talamanqueño y profundizar en los aspectos que ya dominábamos.

Dentro de los resultados relevantes de esta serie de entrevistas etnográficas, obtuvimos que desde la perspectiva horizontal, cada una de las circunferencias que componen la estructura cónica, es decir, cada uno de los anillos del techo, tiene nombres distintos y que desde la perspectiva vertical, la estructura de la casa cónica, podría separarse en conos truncados que también tienen nombre distinto. Además, los señores Awapa reafirman dentro de la conversación que el cosmos tiene una división estructural en tres planos: el Supramundo, el mundo del centro y el Inframundo.

> *"nosotros vivimos aquí en el mundo del medio que es la tierra que se siembra y donde se vive. En esta casa, arriba en el cielo hay cuatro capas. Y debajo de la casa hay cuatro capas. Cada capa tiene nombre y cuando hablamos con Sibö es como si pasáramos por cada una a través del canto"* (Don Terencio, señor Awá de Kachabri, agosto de 2011)

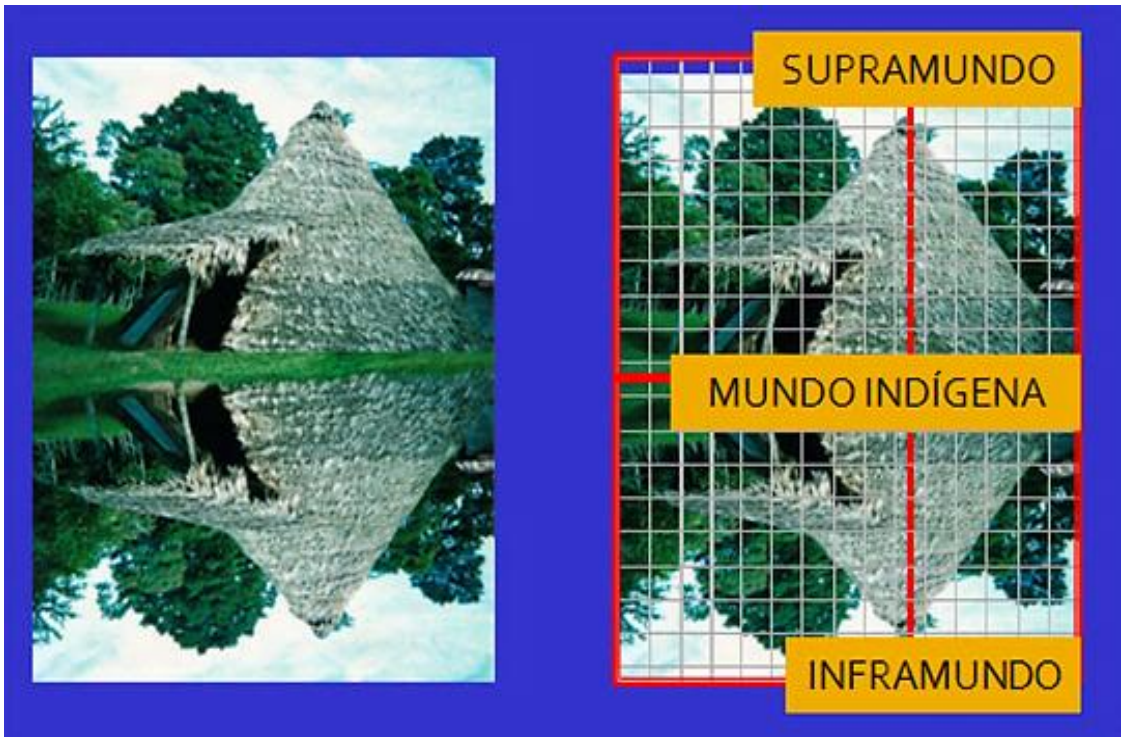


Figura 4.8. Modelo del cosmos en la tradición mítica Talamanqueña.

Desde la perspectiva cosmogónica, el *Nopatkuö* es un lugar, pero también es el modelo que resume y describe la cosmovisión Talamanqueña. Dicho modelo fue publicado por González y González (2000, p. 146) y permite comprender mejor la composición mítica de los espacios que describe la cosmovisión talamanqueña, que a su vez guarda relación con otras visiones culturales sobre los niveles del cosmos y la realidad expuestas por Vitebsky (1995) y Gutiérrez (1988).

En el primer nivel se encuentra el Supramundo, que lo conforma el techo celeste y es el dominio de *Sibö*, el gran Dios creador, consta de cuatro subniveles, que son los 'niveles de pureza' que se alcanzan durante los rituales de purificación. El segundo nivel corresponde a la Tierra, es decir, el sitio en el que habitan los indígenas y que se creó a partir de *Iriria* (la madre tierra). Aquí se ve claramente establecida la idea del ser humano como parte del cosmos en contraposición a la idea del hombre (o la mujer) como ser racional e individual, que ve a la naturaleza como fuente inagotable de recursos. El tercer nivel, corresponde al Inframundo o mundo subterráneo y también se compone de cuatro subniveles, que es donde habitan las esencias o almas, así como los dueños de las enfermedades y *SuLá*, que es el guardián de las semillas (cuidador de los indígenas).

Tanto las Ú-SuLé como las Jú-tsiní son construcciones con muy poca luz interior, pero pudimos constatar que desde la cúspide del techo cuelga una cuerda y el centro de la casa es el lugar donde se enciende el fuego y corresponde a la representación tangible del modelo del *Nopatkuö* (González y González, 2000), en el cual, el concepto de espacio es representado por la unión de un cono y un cono invertido, cuyas bases circulares se intersecan y por lo tanto conservan el mismo centro, que durante la construcción se demarca a través de un poste central que luego es retirado al final de la construcción y sustituido por una cuerda que cuelga desde arriba y que une los tres

niveles cósmicos en la tradición mítica Talamanqueña. Este poste o esta cuerda constituyen el *centro axial* de la casa cósmica y representa al clan principal 'Tsíbriwak'.

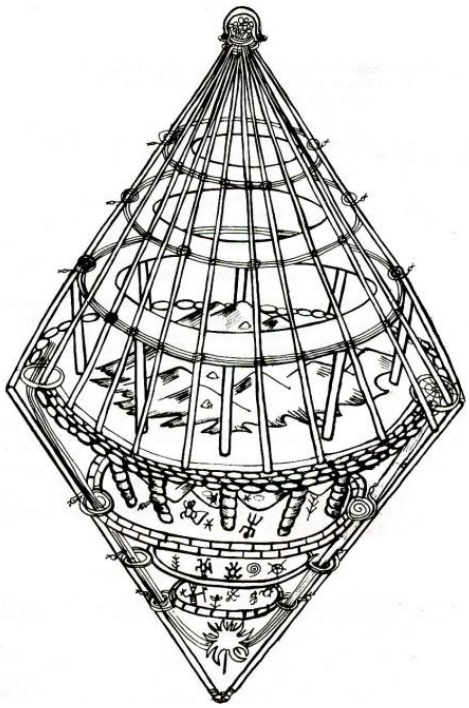


Figura 4.9. Modelo del Nopatkuö elaborado por González y González (2000, p.146).

El proceso de construcción del microcosmos que constituye la parte tangible del *Nopatkuö* (González y González, 2000, p.86), presenta algunas diferencias entre la manera tradicional de la casa cultural Bribri, llamada *Ú-SuLé* y la manera tradicional de la casa cultural Cabécar, que se llama *Jú-tsiní*. En ambas la composición de las estructura es de forma cónica, las paredes y el techo están construidas con troncos, cortezas y el techo con hojas de suita o de caña brava. Sin embargo, en las *Jú-tsiní* las vigas oblicuas no llegan hasta el suelo, como sucede en las *Ú-SuLé*, por lo tanto, la estructura no es compacta, pues puede separarse en un cilindro y un cono. La rigurosidad en el concepto de *centro* manifestado en el poste central, garantiza la equidistancia de los radios, los ángulos de elevación del techo y la delimitación de la circunferencia de la base (del mundo tangible).

4.5.2.4 LAS DIMENSIONES DEL ESPACIO MÍTICO EN LOS RASGOS TANGIBLES

La utilización del *círculo* para marcar ciclos o divisiones de significado mítico o ritual puede observarse también en los *ULúk*, que son unos troncos de madera que usan los señores Sukias Talamanqueños para comunicarse con el inframundo, donde están los dueños de las enfermedades y los dueños de las plantas medicinales dentro del proceso de curación del enfermo. Los *ULúk* no se enseñan—mucho menos a los Síkuas (ver glosario) — pues están cargados del Ñá (impurezas) del enfermo; sin embargo, en nuestra reunión con señores Awapa de Kachabri pudimos ver uno. Se trata de un tronco

cilíndrico, de aproximadamente medio metro de longitud, sobre el cual se dibuja con un trozo de carbón distintos elementos que tienen que ver con la enfermedad del paciente. También se dibuja, si es necesario a SuLá que es el cuidador de las semillas y mediador con el dueño de la enfermedad. Lo que nos interesa resaltar es la presencia de formas geométricas en el artefacto y especialmente la división en *cuatro* partes, que según nos explicaron tienen que ver con las *cuatro* partes del inframundo. Por lo tanto, esta es una manifestación de cultura material (tangible) del *número mágico ritual*.

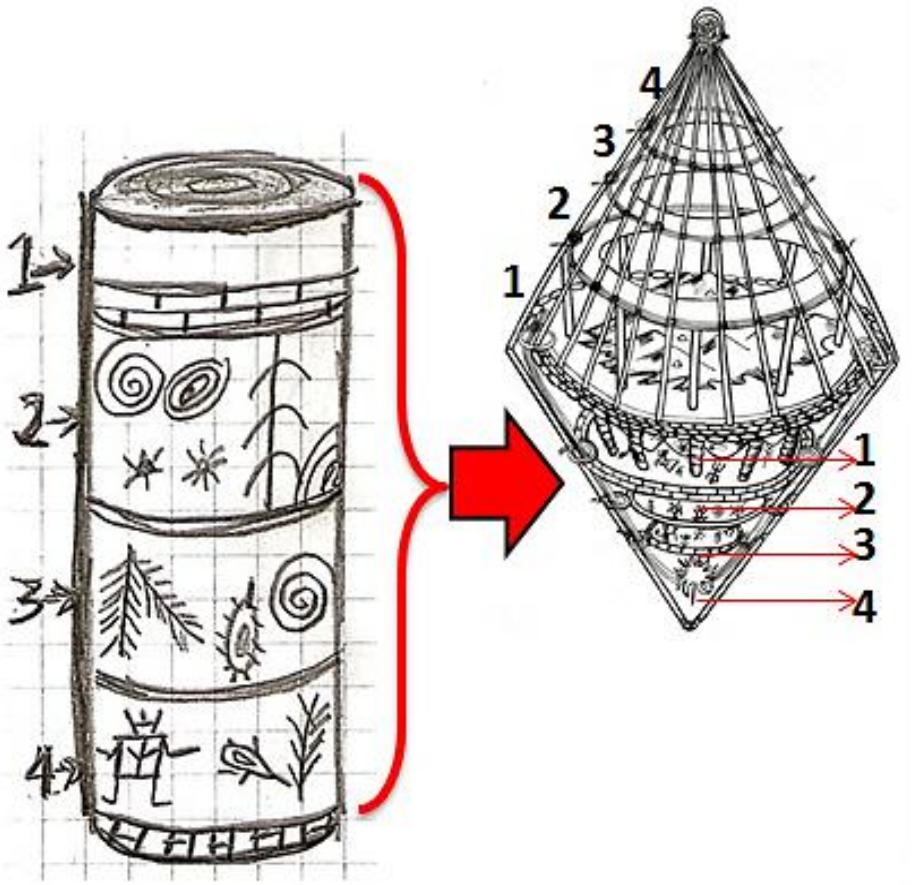


Figura 4.10. Dibujo de ULúk, realizado durante trabajo de campo y su relación con las cuatro capas del inframundo.

La representación gráfica del *círculo* y la *espiral*, como símbolos de las matemáticas indígenas, lo encontramos tanto en las culturas vigentes como en los vestigios arqueológicos de culturas extintas de Costa Rica (Arias, Rodríguez y Murillo, 1994), tal es el caso de las *esferas de piedra* ubicadas en el Valle del Diquís, o de los *petroglifos* que están diseminados por las distintas zonas arqueológicas de Costa Rica.



Figura 4.11. Fotografía de un petroglifo en un camino recorrido durante el trabajo de campo, agosto de 2011.

A manera de cierre de este apartado, exponemos algunas ideas sobre el estudio de los modelos matemáticos del cosmos, que han sido estudiados prioritariamente sobre las tradiciones de los indígenas talamanqueños.

El *modelo especular* de la concepción del cosmos, se reitera al revisar los mitos relacionados con la creación del mundo. En particular, los mitos de los pueblos indígenas americanos han sido reconocidos desde una visión alejada de la cientificidad, sin embargo, en las tradiciones indígenas el conocimiento relacionado con el mito es la base del sistema de aprendizaje, es decir, que los habitantes de los territorios aprenden los mitos y los consideran su historia real. "Lo más preciado de sus conocimientos lo guardaban en forma de mitos y habían desarrollado ingeniosos sistemas para preservar los conocimientos. La tradición oral ha demostrado la capacidad de guardar conocimientos con gran precisión durante varios cientos de años" (Jaén, 2006)

La totalidad del cosmos en la *visión especular* y en el modelo del *Nopatkuö*, se forma por la reiteración de los elementos de la dualidad. En este trabajo entendemos la lógica de los opuestos duales bajo el principio de la oposición complementaria. Es así como en el conocimiento indígena se puede percibir la complementariedad de los opuestos: el día y la noche, la siembra y la cosecha, las montañas y los valles, lo individual y lo colectivo, la vida y la muerte, entre otros.

Esta forma de expresión aparece con gran frecuencia en las historias míticas cuando dicen que los personajes constantemente viajan a los mundos de abajo o los mundos de arriba. Y el mundo del centro, el de los indígenas perfectamente puede contarse como parte del espacio o bien tratarse como un espacio particular, tanto como se trata "el lugar debajo de donde nace el sol" en la tradición talamanqueña, o bien, la "Ciudad de los Espíritus" en la tradición Ngäbe.

El modelo arquitectónico del cosmos significa estos pueblos indígenas comprendieron las dimensiones de espacio y tiempo como una unidad, por ejemplo, los

Bribris utilizan la palabra '*Kó*', que significa de manera indistinta '*espacio-lugar*' y '*tiempo*'. Desde esta perspectiva, el mundo debajo de donde nace el sol (*SuLé*), que es el mundo intangible, donde siguen ocurriendo eventos que delimitan el mundo indígena tangible. Los diseños tradicionales arquitectónicos y su respectiva interpretación cósmica y celebración ritual, siguen aconteciendo y con ellos sus modelos matemáticos del cosmos. La historia mítica ha sido de gran ayuda para comprender estos modelos, cuyas representaciones se alejan de la estructura o visión de las etnomatemáticas occidentales.

Debido a su importancia y vigencia cultural, el estudio de los significados de la casa cónica y cósmica han sido tratados como prioritarios en este trabajo, para poder comprender y caracterizar el conocimiento matemático cultural indígena y utilizarlo como herramienta pedagógica en la planeación del modelo MOCEMEI.

4.5.3 TEJIDOS GEOMÉTRICOS CON SIGNIFICADO COSMOGÓNICO

En este apartado nos centramos en el estudio de la canasta tradicional de la cultura Bribri, cuyo nombre es *Jkö* (*Jaba*). Este artefacto constituye un elemento de relevante importancia en las historias míticas y en los estudios antropológicos. La canasta tiene una base inferior cerrada que posee forma triangular y el borde superior tiene forma circular, además los enlaces en la forma del tejido lateral describen *triángulos y hexágonos* enlazados entre sí con fibras naturales.

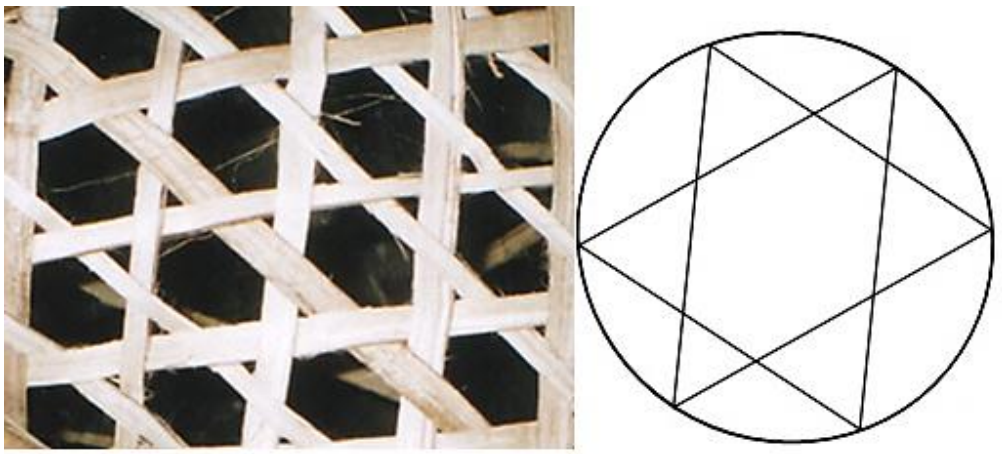


Figura 4.12. Tejido hexagonal y representación de la inscripción en la circunferencia.

Es un artefacto de uso cotidiano, que representa a nivel mítico la vida, ya que la concepción misma de los Bribris esta asentada sobre una canasta. En la historia mítica, esta canasta representa el útero en el que se guardaron las semillas (Ditsö) que Sibö creó para habitar el mundo indígena.

La canasta es una herramienta de la etnociencia indígena para codificar el legado de información ancestral, utilizando como signos las formas geométricas. La relación del triángulo equilátero inscrito en el círculo, muestra la existencia de conocimientos geométricos importantes por parte de los artesanos ya que esto se considera una relación perfecta y armoniosa. La base (inferior) de la canasta es poligonal y el proceso de tejido

produce una deformación topológica hasta que la boca de la canasta (base superior) es circular. Entonces, el hecho mismo de encontrar bases poligonales inscritas en círculos contiene relaciones implícitas de búsqueda de equilibrio geométrico.

En el trabajo de campo, participamos con grupos de artesanos en la construcción de canastas de *base triangular* y de *base hexagonal*. Comprendimos que existen entre estos dos tipos de canastas relaciones simbólicas importantes para la cultura. El *triángulo* es el elemento representante del equilibrio y la representación de los tres espacios en los que se divide el cosmos de los indígenas: el supramundo, el mundo de aquí y el inframundo.

La división de la circunferencia en tres o en seis partes iguales resulta de particular importancia, pues notamos que tienen la noción de que la circunferencia mide 360º y se preocupan por denotar en la construcción los tres (o seis) arcos de igual magnitud. Dicho conocimiento es el que permite inscribir en la circunferencia triángulos (o hexágonos) a partir del tejido.

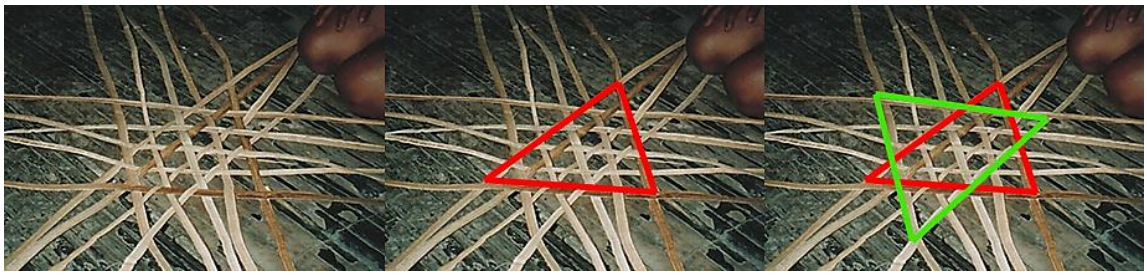


Figura 4.13. Secuencia del tejido de la base de la canasta, con demarcación de los triángulos y hexágonos que se definen en el tejido, Uatsi-Talamanca, 2005.

Reiteramos que no es nuestro interés mostrar la modelización desde la perspectiva de las etnomatemáticas occidentales de las construcciones artesanales que hemos presenciado y de las cuales hemos participado. Sin embargo, dichas experiencias de campo han sido fundamentales para comprender la lógica espacial del pensamiento indígena. Mostramos a continuación, la secuencia gráfica de construcción artesanal de una canasta tradicional (*Jkö*), en la cual participamos como aprendices y consideramos como visión prospectiva de investigación.

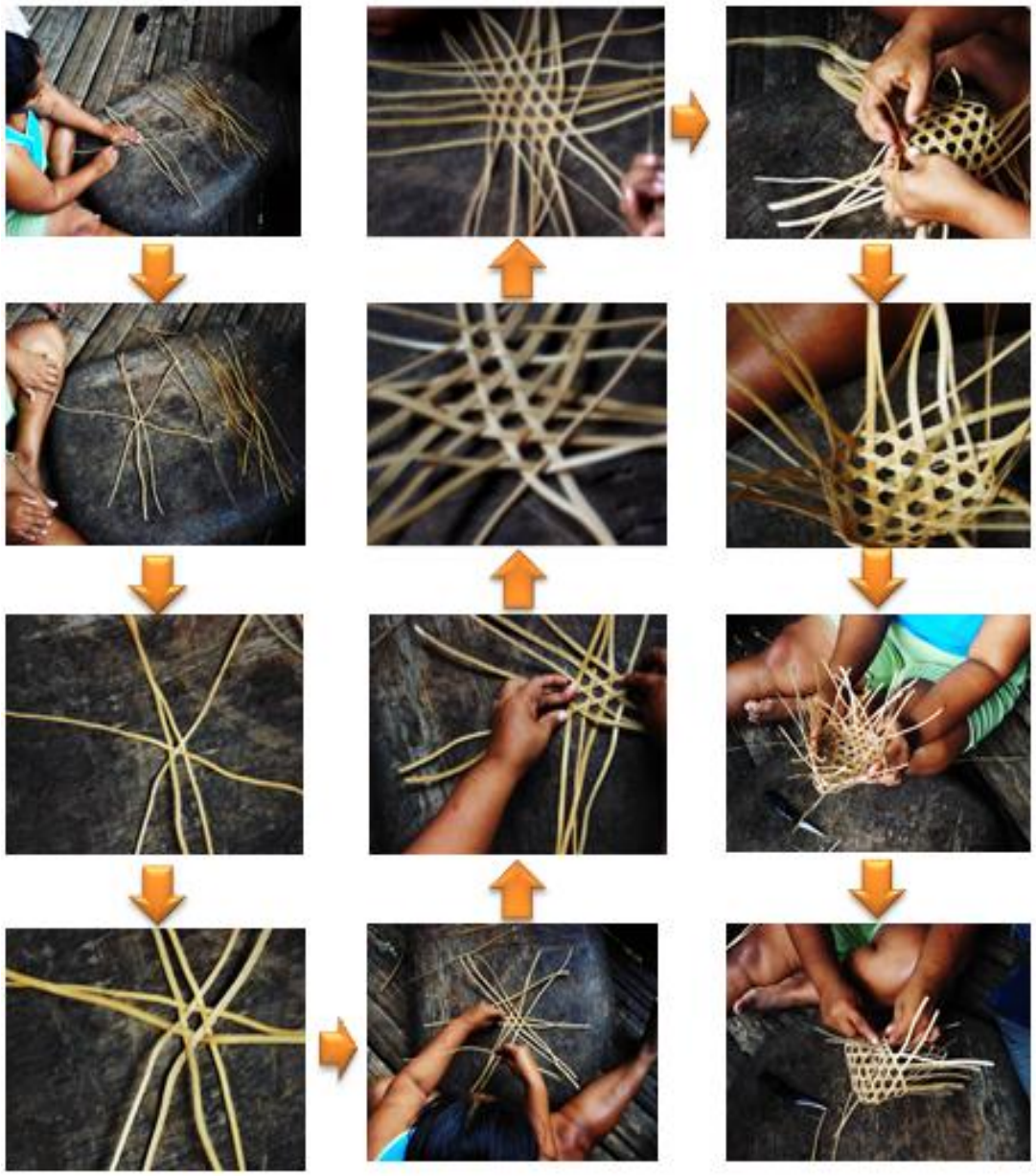


Figura 4.14. Secuencia de construcción de Jkö por una artesana de la comunidad Uatsi, Talamanca-Bribri, agosto de 2010.

La experiencia como aprendiz, lo que implica un trabajo como observadora participante en la construcción de canastas tradicionales, aportó insumos materiales e ideas para la planificación de la propuesta didáctica del modelo MOCEMEI. Además, proporcionó a la investigadora mayores posibilidades de empatía y alteridad cultural con los participantes de la implementación del modelo.

4.6 APORTES DE UN ACERCAMIENTO A LA LINGÜÍSTICA DESDE LA VISIÓN ETNOMATEMÁTICA

Cuando se llega a conocer la gran variedad de lenguas y de narraciones que existen en Costa Rica, es posible valorar la gran diversidad que constituye a este país como nación y como unidad. No obstante, muchas veces los ciudadanos no son conscientes de esta unidad y es posible percibir una sensación de 'extranjeridad' cuando individuos que habitan la Gran Área Metropolitana entran en contacto con etnias indígenas. Con este apartado pretendemos mostrar evidencias del conocimiento matemático cultural en el uso de la lengua.

El Programa de Etnomatemáticas considera que las matemáticas son una parte constitutiva de la cultura y están mediadas por el lenguaje, que es una de las características fundamentales de cualquier cultura, junto con una serie de normas y valores establecidos por el grupo como propios.

Lévi-Strauss (1977) aborda el papel del lenguaje en la antropología y reconoce la Antropología lingüística o Lingüística antropológica como una disciplina que estudia los lenguajes humanos. Dado que el lenguaje es una amplia parte constitutiva de la cultura, los antropólogos la consideran como una disciplina separada.

Los lingüistas se interesan en el desarrollo de las lenguas. Así mismo, se ocupan en las diferencias de los lenguajes vivos, tratan de distinguir los usos en las prácticas sociales y cómo se vinculan o difieren, también se preguntan sobre las formas en que el lenguaje se opone o refleja otros aspectos de la cultura.

Dentro de las ciencias sociales, disciplinas como la lingüística y la antropología han mantenido una relación que ha tomado la forma de un complejo proceso articulatorio influido a lo largo del tiempo por las distintas condiciones históricas, sociales y teóricas imperantes. La lingüística, al igual que la etnología, la arqueología, la antropología social, la antropología física y la historia, es una de las disciplinas que conforman el campo de la antropología desde algunas perspectivas. La lingüística estudia el lenguaje para encontrar sus principales características y así poder describir, explicar o predecir los fenómenos lingüísticos. Dependiendo de sus objetivos, estudia las estructuras cognitivas de la competencia lingüística humana o la función y relación del lenguaje con factores sociales y culturales.

La *fonología* es un subcampo de la lingüística que describe el modo en que los sonidos funcionan, en una lengua en particular o en las lenguas en general, en un nivel abstracto o mental. Dado que los tres grupos étnicos con los que trabajamos en esta investigación tienen una lengua ágrafa, la fonología ha desempeñado un papel muy importante en el trabajo de campo, puesto que la investigadora ha requerido afinar su sentido auditivo para poder captar en las acciones dialógicas las diferencias de acentos, tonos y modos de pronunciación que hacen que las palabras se distingan.

Dentro del campo de la lingüística areal, según Adolfo Constenla (1991), las lenguas indígenas de nuestro estudio pertenecen al Área Intermedia. Las lenguas Bribri y Cabécar, pertenecen a la familia de lenguas chibchas; mientras que la lengua Ngäbére es una lengua de la familia chibcha, hermanada con la lengua Bocotá.

De las lenguas chibchenses cuales nos interesa recalcar el uso de *clasificadores nominales* para designar algunos sustantivos según su forma geométrica (alargada, plana, redonda) y el uso de *clasificadores numerales*, entendiendo estos, como elementos que acompañan obligatoriamente a los numerales (que se colocan a la derecha del sustantivo) cuando modifican o remplazan a los sustantivos, para indicar la clase a la que pertenecen estos últimos, es decir, para indicar la forma geométrica que les caracteriza y describe.

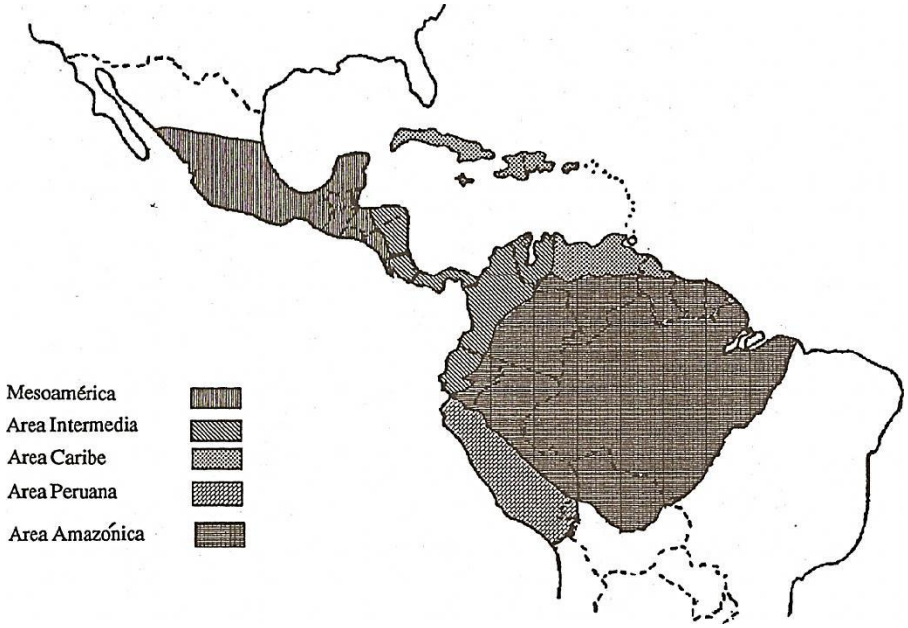


Figura 4.15. Área Intermedia y Áreas Culturales Vecinas, según Constenla (1991, p.4).

Los territorios donde se identifican mayor cantidad de hablantes indígenas en Costa Rica, según Solano (2004), son los pertenecientes a los pueblos Ngäbes (84,5%), los pueblos Cabécares (84,4%), los pueblos Maleku (71,1%) y los pueblos Bribris (62,0%). Es decir que la pervivencia de la lengua por cantidad de hablantes es superior al 50% en los tres grupos culturales con los que trabajamos.

Hemos comprendido la importancia del prevalecimiento de la tradición oral y del vigor de la lengua y sus variantes dialectales, puesto que según Carvajal (2007, p.45) el lenguaje le sirve a los pueblos para explicar su cosmovisión, sus representaciones, la manera de interpretar el entorno, así como la interpretación de los comportamientos de las personas; asimismo el lenguaje es el constructor del imaginario colectivo y forma parte de la historia; es un recurso que, además de ser un sistema de signos, constituye una construcción social, en donde la palabra escrita constituye una fuente fidedigna del patrimonio histórico. Por lo tanto, la práctica de la lengua indígena constituye un medio esencial para la transmisión y pervivencia de la cultura respectiva.

La transmisión del conocimiento cultural de las comunidades indígenas en Costa Rica ha ocurrido históricamente a través de la tradición oral, ya que se trata de lenguas

ágrafas, es decir, que carecen de escritura propia. En la actualidad, existen diccionarios específicos con el fin de preservar estas lenguas y alfabetizar a las comunidades en su lengua materna que han sido diseñados por expertos en lingüística del país. Con estos diccionarios la investigadora ha aprendido algunas palabras en dos lenguas indígenas: Bribri y Cabécar.

En este apartado presentamos los resultados del reportaje de investigación bibliográfica, que ha sido contrastado con las notas de campo respecto a los aspectos de la lengua de los grupos étnicos Ngäbe, Bribri y Cabécar.

4.6.1 DEFINICIÓN DE CLASIFICADORES NUMERALES

Los clasificadores numerales, según Murillo (2009) son un tipo de determinante que organiza los sustantivos en un conjunto de categorías culturalmente concebidas, las cuales no necesariamente coinciden con las características objetivas de los referentes en el mundo real. Constenla (1991, p.116) describe los clasificadores numerales como "elementos que acompañan obligatoriamente a los numerales cuando modifican o remplazan a los sustantivos para indicar la clases a la que pertenecen estos últimos".

De manera sencilla, podemos decir que los clasificadores numerales son prefijos o sufijos de los numerales básicos. Estos numerales están asociados a un sustantivo que pertenece a una clase nominal, que depende de la forma geométrica que tenga el objeto. Las distintas maneras de contar, utilizando los clasificadores numerales muestran como se "clasifica a los sustantivos en varias clases que, como suele suceder en las lenguas, son, por lo menos en parte, arbitrarias (...)" (Constenla, 1991, p. 69).

El conocimiento cultural indígena parte del conocimiento del mito, de la cosmovisión, que es normativo para aplicar en todas las otras áreas del conocimiento, para sus vías de trascendencia y sus vías de sobrevivencia. Con este estudio no pretendemos exhibir la manera en que estos grupos étnicos clasifican los objetos del mundo a partir de su cosmovisión, pues resultaría muy complejo y no corresponde a los fines de este trabajo; pero sí pretendemos reflexionar que, desde el punto de vista de la etnomatemática "la clasificación es una actividad o una forma de pensamiento matemática, presente en toda la especie humana" (D'Ambrosio, 2008, p. 30).

La presencia de clasificadores numerales nos llama fuertemente la atención porque no existe en español y porque encontramos fuertes implicaciones en la educación matemática. Así que vamos a presentar una descripción de los clasificadores numerales de las culturas Ngäbe, Bribri y Cabécar, que hemos elaborado a partir de resultados triangulados según un estudio de diversas fuentes.

4.6.2 LOS CLASIFICADORES NUMERALES EN LA LENGUA NGÄBÉRE

El sistema de numeración oral en la cultura Ngäbe es de base *vigesimal*, es decir, tiene como base el número 20 para hacer operaciones aritméticas mayores. El numeral que designa al millar posiblemente es un 'préstamo' del español. La coincidencia de este

sistema con las lenguas maya y náhuatl, según Laurencich-Minelli (2003) podría deberse a las antiguas influencias comerciales y religiosas mesoamericanas.

Los clasificadores numerales de esta lengua son caracterizados como los a*fijos* (prefijos o sufijos) que se añaden al numeral para indicar la clase nominal a la cual pertenece el objeto (sustantivo) que está siendo cuantificado y de este modo se determina no solamente el número, sino también la forma geométrica o posición en el espacio que tiene el objeto.

Para apreciar la aplicación de los clasificadores numerales de la lengua Ngäbére, Laurencich-Minelli (2003) describe el ejemplo del *plátano=digmá* que "puede pertenecer a la clase de los árboles, de los montones, de los racimos, de las hojas, de los objeto largos, según si se quiere indicar respectivamente el árbol de plátano, los montones de plátanos acumulados en el suelo, los racimos de plátano, las hojas de plátano, la fruta" (Laurencich-Minelli, 2003, p.149).

El detalle lo mostramos a continuación:

digmá dá-ti	=	un árbol de plátano	(el árbol)
digmá keddéi-ti	=	un montón de plátanos	(el montón)
digmá kudéi-ti	=	un racimo de plátanos	(el racimo)
digmá kodá-ti	=	una hoja de plátano	(la hoja-plana)
digmá kra-ti	=	un plátano	(el plátano es alargado)

Una de las descripciones más antiguas sobre la aplicación de los clasificadores numerales en la lengua Ngäbére es la reportada por Alphonse (1956). En esta descripción, el autor muestra algunos ejemplos que especifica si se trata de números ordinales o cardinales, pero que mantienen su clasificación numeral por forma. De modo que recopila *14 formas* para clasificar los conteos, que mencionamos a continuación:

- 'veces que se hace una cosa'
- 'hojas de árboles '
- 'personas'
- 'cosas que son alargadas'
- 'cosas que son redondas'
- 'las monedas pequeñas'
- 'los billetes o cosas que son planas'
- 'la ropa'
- 'montones'
- 'días'
- 'plantas o racimos' (por ejemplo de banano o pejibaye)
- 'manos' (por ejemplo las manos de cualquier otra fruta o las ramas de los árboles)
- 'contar por tramos' (partes de una cantidad)
- 'numeración por brazas'

Murillo (2008, 2009) realiza un análisis de las descripciones estructurales de la lengua Ngäbére publicadas por Alphonse (1956), Kopesec (1975) y Payne (1982) y recopila *16 clases de clasificadores numerales,* además de aportar ejemplos de frases en las cuales el clasificador numeral se ubica en distinta posición.

Este autor afirma que los clasificadores se prefijan a los numerales básicos y en la lengua Ngäbére existe como clasificador básico (que también llamaremos 'genérico') el cual corresponde a las *cosas redondas* y su uso generalizado implica que se puede presentar sin sustantivo alguno. Este cuantificador genérico se muestra en la tabla que se presenta a continuación.

Tabla 4.1. *Clase Numeral 'Genérica' del Ngäbére (según Murillo, 2009, p.55)*

Número	Clase numeral en Ngäbere
1	ti
2	bu
3	mä
4	bägä
5	rigué
6	tí
7	kügü
8	kwä
9	ögän
10	jätä
20	gre
1000	mi

Además de presentar una 'clase genérica', Murillo (2008, 2009) realiza una descripción de los clasificadores numerales que coincide ampliamente con la presentada por Alphonse (1956). Lo mostramos en la tabla a continuación, en la cual hemos señalado con un asterisco (*) las clases coincidentes de forma evidente con las clases reportadas por Alphonse (1956), sin embargo, hacemos notar la dificultad en la recopilación de la información para las lenguas ágrafas.

Tabla 4.2. *Clasificadores Numerales del Ngäbére, según Murillo (2009, p.56)*

Clase	Uno	Dos	Tres	Cuatro
Personas (*)	í-ti	ní-bu	ni-mä	ni-bägä
Animales-	kra-ti	kro-bu	krä-mä	krä-bägä
Objetos alargados(*)				
Árboles y plantas	da-ti	dó-bu	da-mä	dä-bägä
Hojas(*)	ka-ti	ko-bu	kä-mä	kä-bägä
Racimos(*)	kidei-ti	kide-bu	kide-mä	kide-bägä
Redondo(*)	kwa-ti	ku-bú	ko-mä	kobó-gwä

Tabla 4.2. *Clasificadores Numerales del Ngäbére, según Murillo (2009, p.56)*

Clase	Uno	Dos	Tres	Cuatro
Paquetes(*)	ketéi-ti	keté-bu	keta-mä	keta-bägä
Cuartas	tai-ti	ta-bu	ta-mä	ta-bägä
Veces (*)	ba-ti	bó-bu	bä-mä	ba-ga
Filas	jirei-ti	jire-bu	jire-mä	jire-bägä
Ropa(*)	ötöi-ti	ötö-bu	öta-mä	öta-bägä
Delgado y sonoro	kun-ti	ku-mu	ku-mä	kun-bägä
Dinero panameño(*)	maná-ti	maná-mu	mana-ma	maná-bägä
Atados grandes(*)	dui-ti	du-bu	du-mä	du-bägä
Días(*)	köböi-ti	köbö-bu	köbö-mä	köbö-bägä
Brazas(*)	ngwrai-ti	ngwra-bu	ngwra-mä	ngwra-bägä

En este caso el 'sesgo' se debe a las variantes dialectales y al momento histórico de la recolección de la información. Suponemos que la clase que Alphonse (1956) describe como "las monedas pequeñas" podría coincidir con lo que Murillo describe como "delgado y sonoro" y manifestamos que queda pendiente para el trabajo etnográfico de campo comprender a qué se refieren los autores con la "numeración por brazas", o el "contar por tramos", puesto que probablemente corresponda a un sistema de medición de cantidades cultural digno de estudiar profundamente desde la visión etnomatemática.

Para ilustrar el uso de los clasificadores numerales en la lengua Ngäbere, hemos escogido algunos ejemplos que cita Murillo (2009), tratando de resaltar el uso y posición del clasificador numeral, además de incorporar algunos comentarios.

Ejemplo N1:

ju	***kwä-rige***	*mä*	*käi*	*te*
casa	CINCO Clasificador Numeral: REDONDO	2SG	pueblo	en
"Hay cinco ranchos en tu pueblo"				

Ejemplo N2:

kwe	*kwi*	*judä*	*kwit-i*	*kwa-ti*
3SG	gallina	huevo	comer PRONOMBRE RECÍPROCO	CINCO CLASIFICADOR NUMERAL: REDONDO
"Él se comió cinco huevos de gallina"				

Ejemplo N3:

bräi	*ti*	*gwe*	*ni-mä*	*ngakuin*
nieto	1SG	POSESIVO	TRES CLASIFICADOR NUMERAL: PERSONAS	alto
"Mis tres nietos altos"				

Ejemplo N4:

siä	*meri*	*ni-bu*	*gwe*
Jícara	Mujer	TRES CLASIFICADOR NUMERAL: PERSONAS	POSEEDOR
"La jícara de esas dos mujeres"			

Ejemplo N5:

ñó	*Felipe*	*gwe*	*ñä*	***krä-jätä***	*kämiga-bare*
cómo	Felipe	NOMINATIVO	tepezcuintle	DIEZ CLASIFICADOR NUMERAL: ANIMAL	matar- PERFECTO
"¿Cómo mató Felipe diez tepezcuintles?"					

Ejemplo N6:

dänguin	*ni-bu*	*kuin*	*umbre*	*krächi*	*ngakuin*
jefe	DOS CLASIFICADOR NUMERAL: PERSONAS	bueno	viejo	delgado	alto
"Dos jefes buenos, viejos delgados y altos"					

Ejemplo N7:

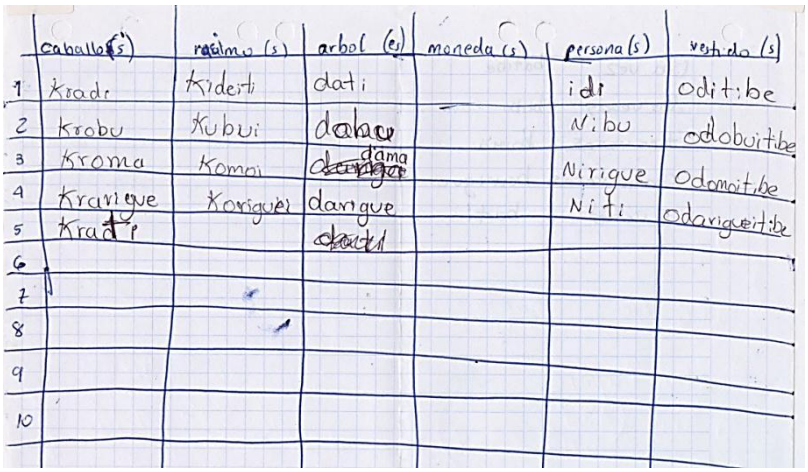
nu	*kwí*	*kämi-ri*	*ku-bu*
perro	gallina	matar- pasado reciente	DOS CLASIFICADOR NUMERAL: REDONDO
"El perro mató dos gallinas"			

Ejemplo N8:

kwe	*gwe*	*jaduga-bare*	*bo-bu*
3SG	nominativo	dormir- perfecto	DOS CLASIFICADOR NUMERAL: DÍA
"Él durmió por dos días"			

En el trabajo etnográfico de campo conversamos con dos informantes clave de la cultura Ngäbe, a los cuales les solicitamos que nos explicaran un poco sobre su manera de contar los objetos.

En repetidas oportunidades en nuestro trabajo de campo hemos experimentado que al hacer esta pregunta el informante recurre a una hoja de papel, por lo tanto, se improvisó una tabla para que colocara las 'formas' de contar. Para elaborar la tabla se colocó en la primera columna los números del 1 al 10 y en la primera fila algunos nombres de objetos: caballo, racimo, árbol, monedas, personas, vestidos. El informante completó la información solicitada, con valores de uno a cinco, como se muestra en la siguiente figura.



	caballo(s)	racimo (s)	arbol (es)	moneda (s)	persona (s)	vestido (s)
1	Krodr	Krideiti	dati		idr	oditibe
2	Krobu	Krubui	dabar		Nibu	odoburitibe
3	Kroma	Komai	dama		Nirigue	Odomaitibe
4	Krarigue	Korigue	darigue		Niti	odarigueitibe
5	Krati					
6						
7						
8						
9						
10						

Figura 4.16. Clasificadores Numerales en Ngäbére recopilados durante el trabajo de campo y propuestos por la investigadora.

Durante la experiencia, desconocíamos la totalidad de clasificadores en vigencia para los miembros de la cultura Ngäbe. El informante nos indicó que la 'tabla' que habíamos improvisado estaba incompleta y dándole vuelta al papel nos describió la clase de las "veces" además de indicarnos que era una de las más utilizadas por los miembros de la cultura. Este acontecimiento se registró por escrito y se muestra en la siguiente figura.

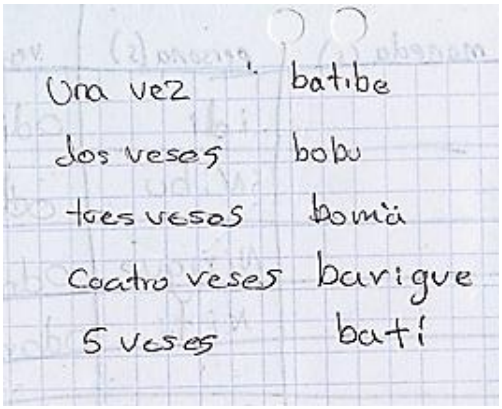


Figura 4.17. Clasificadores Numerales en Ngäbére recopilados durante el trabajo de campo y propuestos por el informante clave.

El otro informante de la cultura Ngäbe permitió discutir acerca de la temática de los clasificadores numerales. Superada la negociación de entrada, en la cual le explicamos al informante la intencionalidad y orientación de nuestro trabajo con el fin de lograr su aceptación por colaborar brindando su conocimiento cultural, hemos recopilado tres páginas del diario de campo en la cual se observa la atención dada al tema de los clasificadores numerales.

La técnica aplicada fue la misma que con el otro informante, es decir, la investigadora le escribió en una columna una lista de sustantivos de distintas clases: caballo, racimo, árbol, moneda, persona, vestido, mono. En la siguiente figura se muestra la evidencia gráfica del debate suscitado, a partir de las respuestas dadas por el informante.

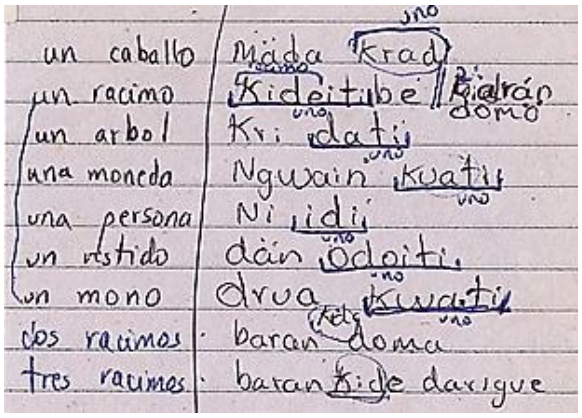


Figura 4.18. Clasificadores Numerales en Ngäbére y discusión con el informante.

Posteriormente el informante nos explicó acerca de las variantes dialectales e hizo hincapié en su variante dialectal. En la siguiente figura se muestra los detalles de esta parte de la conversación.

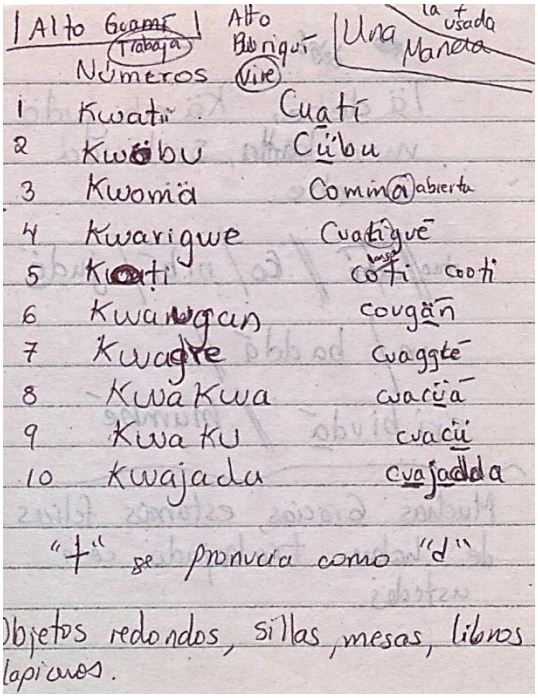


Figura 4.19. Entonación (como se escribe-como suena) por variación dialectal en los Clasificadores Numerales del Ngäbére.

El informante nos comentó que los datos que nos proporcionaban tenían vigencia y uso en su zona geográfica, pero que no necesariamente todas las otras comunidades indígenas mantenían este tipo de uso o entonación.

4.6.3 LOS CLASIFICADORES NUMERALES EN LA LENGUA BRIBRI

El sistema de numeración oral en la cultura Bribri es de base *decimal*, es decir que presenta numerales simples del uno al diez (Portilla, 1999). Es una lengua tonal, es decir "utiliza la altura y dirección melódica de la voz para distinguir no sólo entre oraciones,

como se hace en castellano, sino para distinguir unas palabras de otras" (Constenla, Elizondo y Pereira, 1998).

Presentamos a continuación la revisión acerca de los clasificadores numerales de los Bribris, realizadas por tres autores que en distintas épocas realizaron sus indagaciones sobre este tema.

La primera de las clasificaciones que se presenta, fue realizada por Bozzoli, una antropóloga que es pionera en trabajos de etnología indígena en Costa Rica. Desde una visión etnológico-antropológica, Bozzoli (1979, p.83) reporta el uso de clasificadores numerales en números pequeños y presenta sus clasificadores numerales, como se muestra en la tabla a continuación.

Tabla 4.3. *Clasificadores numerales de la cultura Bribri: versión etnológico-antropológica, según Bozzoli (1979, pp.81-86)*

No.	CLASES							
	Redonda	Humana	Alargada	Árbol	Frutos conjunto	Paquetes	Masa	General
1	*ek*	*ekö*L	*etöm*	*ekö*L*kan*	*ejtsak*	*etkwak*	*echkam*	*et*
2	*bök*	*bö*L	*bötöm*	*bö*L*kan*	*böjtsak*	*bötkwak*	*böchkam*	*böt*
3	*mñat*	*mña*L	*mñatöm*	*mña*L*kan*	*mñajtsak*	*mñatkwak*	*mñatchka*	*mñat*
4	*tkë*L	*tkë*L	*tkëtöm*	*tkë*L*kan*	*tkë*L*jtsak*	*tkë*L*tkwak*	*tkë*L*chka*	*tkë*L
5	*ské*L	*ske*L	*sketöm*	*ské*L*kan*	*ské*L*ak*	*ske*L*tkwak*		*ské*L
6	*térö*m / *terö*L	*térö*m / *terö*L	*térö*m / *terö*L	*térö*m / *terö*L	*térö*m / *terö*L	*térö*m / *terö*L		*térö*m / *terö*L
7	*kú*L	*kú*L	*kú*L	*kú*L	*kú*L	*kú*L		*kú*L
8	*pàkö*L	*pàkö*L	*pàkö*L	*pàkö*L	*pàkö*L	*pàkö*L		*pàkö*L
9	*suLitum*	*suLitum*	*suLitum*	*suLitum*	*suLitum*	*suLitum*		*suLitum*
10	*dbòm*	*dbòm*	*dbòm*	*dbòm*	*dbòm*	*dbòm*		*dbòm*

La segunda versión de clasificadores, fue elaborada por un equipo de lingüistas: Constenla, Elizondo y Pereira, especializados en la lengua de esta cultura. Estos autores (Constenla, Elizondo y Pereira, 1998) reportan desde una visión propiamente lingüística una clasificación de numerales Bribris, como se observa en la tabla que se muestra a continuación

Tabla 4.4. *Clasificadores numerales versión lingüística, según Constenla, Elizondo y Pereira (1998)*

No.	CLASE							
	Redonda	Humana	Plana *-tk*	Plana *-t*	Alargada	Conjuntos *"éyök"*	Edificaciones	*"élka"*
1	*e'k*	*e'köl*	*e'tk*	*e't*	*e'töm*	*éyök*	*e'tkue*	*élka*
2	*b`ök*	*b´öl*	*b`ötk*	*b`öt*	*b`ötöm*	*b´öyök*	*b`ötkue*	*b´ölka*
3	*mañál*	*mañál*	*mañàtk*	*mañàt*	*mañàtöm*	*mañáyök*	*mañàtkue*	*mañálka*
4	*tk´ël*	*tk´ël*	*tk´ël*	*tk´ël*	*tk`ëtöm*	*tk´ëyök*	*tk`ëtkue*	*tk´ëlka*
5	*skél*	*skél*	*skél*	*skél*	*skètöm*	*skéyök*	*skètkue*	*skélka*
6	*tèröl*	*tèröl*	*tèröl*	*tèröl*	*tèktöm*	*tèryök*	*tèrtkue*	*tèr´ölka*

Tabla 4.4. *Clasificadores numerales versión lingüística, según Constenla, Elizondo y Pereira (1998)*

No.	CLASE							
	Redonda	Humana	Plana *-tk*	Plana *-t*	Alargada	Conjuntos *"éyök"*	Edificaciones	*"élka"*
7	*kúl*	*kúl*	*kúl*	*kúl*	*kùktöm*	*kúlyök*	*kútkue*	*kúlka*
8	*pàköl*	*pàköl*	*pàköl*	*pàköl*	*pàkötöm*	*pàryök*	*pàköltkue*	*pàk´ölka*
9	*sulìtu*	*sulìtu*	*sulìtu*	*sulìtu*	*sulìtöm*	*sulìtúyök*	*sulìtutkue*	*sulìtúlka*
10	*dabòm*	*dabòm*	*dabòm*	*dabòm*	*dabòptöm*	*dabòbyök*	*dabòtkue*	

Por último, la tercera versión, es la recopilación del trabajo etnográfico, realizado por una de las autoras: Gavarrete, que realizó una investigación etnográfica sobre las etnomatemáticas de la cultura Bribri (Gavarrete y Vásquez, 2005). En las observaciones que realizaron para su investigación en etnomatemáticas, Gavarrete y Vásquez (2005) encontraron que para los Bribris de Talamanca no tiene sentido contar con números de cifras elevadas, pues no se encuentran esas cantidades en la naturaleza. La clasificación reportada por estas autoras se muestra a continuación en la siguiente tabla.

Tabla 4.5. *Clasificadores numerales (versión desde las etnomatemáticas, según Gavarrete y Vásquez (2005)*

Número	CLASES						
	Alargada	Humana	Edificaciones	Grupos/ Conjuntos	Plana	Redonda	Élka
1	*e'töm*	*ekö*L	*e'tkue*	*eyök*	*e'tk*	*e'k*	*élka*
2	*b`ötöm*	*bö*L	*b`ötkue*	*boyök*	*b'ötk*	*b'ök*	*b'ölka*
3	*mañàtöm*	*mañaL*	*mañàtkue*	*mañayök*	*mañàtk*	*mañal*	*mañalka*
4	*tk`ëtöm*	*tkë*L	*tk`ëtkue*	*tkëyök*	*tk'ël*	*tk'ël*	*tk'ëlka*
5	*skètöm*	*ske*L	*skètkue*	*skéyök*	*skèl*	*skél*	*skelka*
6	*tèktöm*	*tèrö*L	*tèrtkue*	*tèröLyök*	*tèröl*	*tèröl*	*tèr'ölka*
7	*kùktöm*	*kúLö*L	*kútkue*	*kúLyök*	*kúl*	*kúl*	*kúlka*
8	*pàktöm*	*pàkö*L	*pàköLtkue*	*pàköLyök*	*pàköl*	*pàköl*	*pàkölka*
9	*sulìtöm*	*sulìtö*L	*sulìtutkue*	*sulìtöLyök*	*sulìtu*	*sulìtu*	*sulìtölka*
10	*dabòptöm*	*daböL*	*dabòtkue*	*dabòmyök*	*dabòm*	*daböm*	*dabòm eyök*

Pasamos a describir, a partir de la información reportada por Gavarrete y Vásquez (2005) algunos ejemplos de los objetos que se clasifican en cada una de las clases mencionadas:

- *Clase Alargada:* gatos, cerdos, mapaches (mamíferos y reptiles de cola larga), el KéköL (bastón del Awá), yuca, camote (tubérculos de forma alargada), entre otros.
- *Clase Humana:* personas, animales que se nombran dentro de una historia mítica, figuras de oro y jade que representan personajes míticos.

- *Clase de Edificaciones:* todas las formas de vivienda, tanto de carácter ceremonial como de carácter habitable y puede ser un rancho indígena de fibras naturales o un edificio de hormigón.
- *Clase de Grupos o conjuntos:* puños de monedas, fajos de billetes, bultos de hojas para construir los techos de los ranchos, grupos de troncos, manadas de pájaros o de mariposas, cardumen de peces, etc.
- *Clase Plana*: los meses, las arañas, las aves con las alas extendidas y los pájaros en vuelo, ropa, mesas, libros, tortillas, etc. Hemos comentado que el sistema de clasificación de los objetos del mundo responde a la cosmovisión indígena. *Resulta curioso que la araña se clasifica dentro de la clase plana*. Sin embargo, en su cosmovisión (ver Anexo F10), cuando una persona muere, el alma viaja hasta un espacio *plano*, una telaraña que le sirve como hamaca de paso.
- *Clase Redonda*: los años, los mamíferos de cola corta (como los conejos), tortugas (terrestres y marinas), pájaros sin movimiento, naranjas o frutas redondas.
- *Clase Élka:* bultos de carne, paquetes, sacos de alimento, productos por libras, entre otros.

A continuación, a modo de resumen, presentamos en la siguiente tabla una reunión de datos sobre las *11 distintas "clases" de clasificadores numerales* que reportan los autores consultados para la cultura Bribri.

Tabla 4.6. *Resumen de la información obtenida en las fuentes consultadas para describir los clasificadores numerales de la lengua Bribri*

AUTOR	Bozzoli (1979)	Constenla, Elizondo y Pereira (1998)	Gavarrete y Vásquez, (2005)
CLASES	Redonda	Redonda	Redonda
	Alargada	Alargada	Alargada
	Humana	Humana	Humana
		Plana	Plana
	Paquetes	Conjuntos (*éyök*)	Grupos/Conjuntos
	Frutos en conjunto(racimos)		
		Edificaciones	Edificaciones
	Masa		
	Árbol	*élka*	*élka*

Como puede observarse, existen coincidencias en la mayoría de los datos reportados por los autores, a pesar de las tres variantes dialectales que tiene este grupo cultural.

La experiencia de campo con la cultura Bribri se tiene desde el año 2000, y la investigadora Gavarrete ha aprendido un poco de su lengua y algunos detalles de las variantes dialectales. Algunos informes etnográficos realizados en el periodo 2000-2004 fueron insumo para la investigación de Gavarrete y Vásquez (2005) y en el periodo

2006-2009 se continúo indagando y profundizando en los aspectos de la numeración, para el trabajo de Bengoechea, Gavarrete y Oliveras (2010).

4.6.4 LOS CLASIFICADORES NUMERALES EN LA LENGUA CABÉCAR

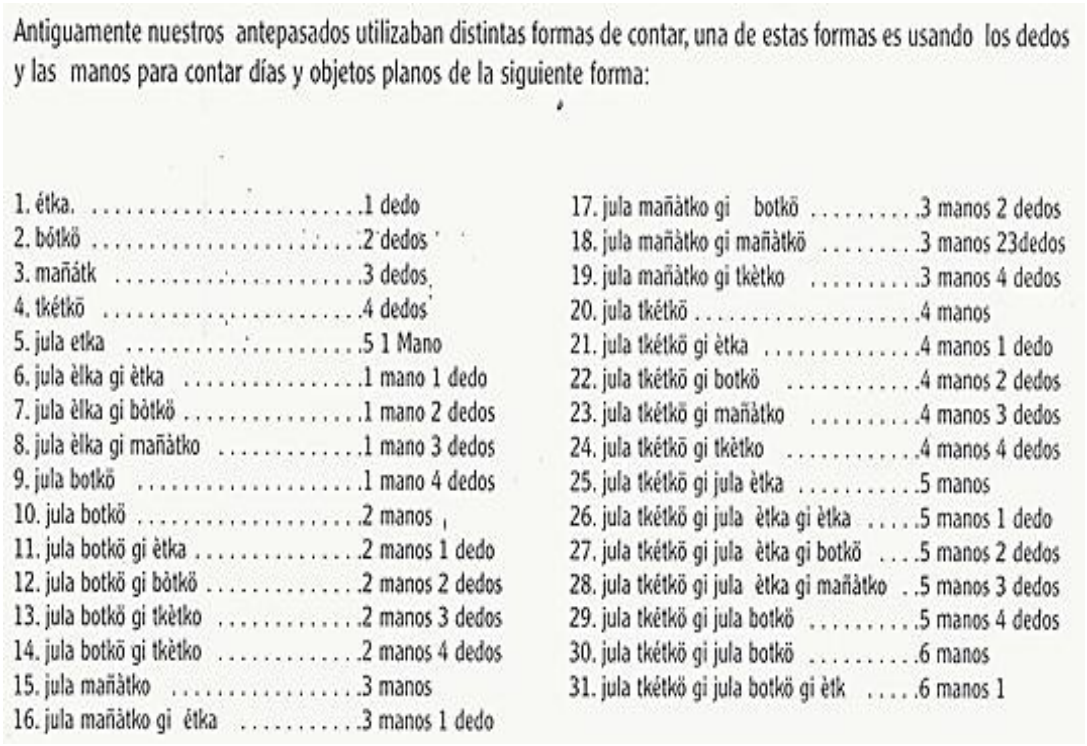
El sistema de numeración oral en la cultura Cabécar es de base *quinaria*, es decir que poseen numerales simples solamente para las cantidades de uno a cinco, mientras que para las cantidades mayores utilizan numerales compuestos, que toman como base el concepto del numeral cinco (Portilla, 1999).

Lehmann (1920, citado en Portilla, 1999) reporta el morfema: 'skéL' para el número 'cinco', sin embargo, en el trabajo etnográfico de campo y en algunas fuentes se establece un intercambio de ese morfema por la frase *'nuestra mano'* que corresponde a una metáfora numérica, en el sentido de Gerdes (2008).

Los numerales correspondientes a formas simples comprenden cantidades menores a cinco y además el número 'cinco' posee una baja frecuencia de uso, puesto que los miembros de esta cultura para referirse a este número utilizan una frase: "*sá-julá*", que significa "*los dedos de nuestra mano*", en este sentido, explica Margery (2004) que para referirse a los números del 'seis a nueve' se utiliza la frase "*sá-julá*", seguida de la conjunción *"kɨ̲"* y posteriormente el numeral correspondiente al objeto que está siendo cuantificado.

Es decir, que para referirse al 'seis', los miembros de esta cultura combinan los valores de los primeros cinco números, así: *'seis es igual a cinco más uno:* $6 = 5 + 1$*'*. Pero cabe destacar que ese '*cinco más uno'* se entonará según la forma y clasificación correspondiente del objeto que quiera contabilizarse.

El primer hallazgo etnográfico que reportamos sobre la forma en la que cuentan los cabécares, muestra claramente como se utiliza este principio de organización numeral. La siguiente figura corresponde a un resumen de calendario de pared que encontramos hace algunos años en una visita al territorio indígena.



Antiguamente nuestros antepasados utilizaban distintas formas de contar, una de estas formas es usando los dedos y las manos para contar días y objetos planos de la siguiente forma:

1. étka. .....1 dedo
2. bötkö .....2 dedos
3. mañátk .....3 dedos
4. tkétkõ .....4 dedos
5. jula etka .....5 1 Mano
6. jula èlka gi ètka .....1 mano 1 dedo
7. jula èlka gi bòtkö .....1 mano 2 dedos
8. jula èlka gi mañàtko .....1 mano 3 dedos
9. jula botkö .....1 mano 4 dedos
10. jula botkö .....2 manos
11. jula botkö gi ètka .....2 manos 1 dedo
12. jula botkö gi bòtkö .....2 manos 2 dedos
13. jula botkö gi tkètko .....2 manos 3 dedos
14. jula botkõ gi tkètko .....2 manos 4 dedos
15. jula mañàtko .....3 manos
16. jula mañàtko gi étka .....3 manos 1 dedo
17. jula mañàtko gi botkõ .....3 manos 2 dedos
18. jula mañàtko gi mañàtkö .....3 manos 23dedos
19. jula mañàtko gi tkètko .....3 manos 4 dedos
20. jula tkétkõ .....4 manos
21. jula tkétkõ gi ètka .....4 manos 1 dedo
22. jula tkétkõ gi botkö .....4 manos 2 dedos
23. jula tkétkõ gi mañàtko .....4 manos 3 dedos
24. jula tkétkõ gi tkètko .....4 manos 4 dedos
25. jula tkétkõ gi jula ètka .....5 manos
26. jula tkétkõ gi jula ètka gi ètka .....5 manos 1 dedo
27. jula tkétkõ gi jula ètka gi botkõ .....5 manos 2 dedos
28. jula tkétkõ gi jula ètka gi mañàtko .5 manos 3 dedos
29. jula tkétkõ gi jula botkö .....5 manos 4 dedos
30. jula tkétkõ gi jula botkö .....6 manos
31. jula tkétkõ gi jula botkö gi ètk .....6 manos 1

Figura 4.20. Hallazgo del trabajo de campo sobre la forma de contar en lengua cabécar.

La lengua cabécar también es una lengua tonal y tiene variaciones dialectales muy evidentes, hemos reconocido en el trabajo de campo variantes relacionadas con la ubicación geográfica de las comunidades, de modo que por ejemplo, los habitantes de Alto Chirripó difieren dialectalmente con los habitantes de Ujarrás.

Margery (2004) indica que los lingüistas reportan dos grandes variantes: el Cabécar Septentrional, que corresponde a poblados que se ubican al Norte, como Alto Chirripó y el Valle de la Estrella y el Cabécar Meridional, que es el que hablan los habitantes del Sur, como San José Cabécar y Ujarrás.

Según Margery (2004, p.46), la propiedad más relevante de los cuantificadores numerales de la lengua Cabécar "*consiste en que estos elementos denotan mediante sufijos el género* (lo que denominan 'clase' otros autores) *de los sustantivos a los cuales determinan*" y reporta seis tipos de clases.

A continuación mostramos en el resumen de los datos reportados por Margery, organizados para los fines que pretendemos mostrar en este trabajo.

Tabla 4.7. *Clasificadores numerales de la lengua Cabécar, según Margery (2004)*

	HUMANOS	OBJETOS REDONDOS	OBJETOS ALARGADOS	OBJETOS PLANOS	CONJUNTOS	ESPECIES, ATADOS Y PRODUCTOS POR LIBRAS
DESCRIPCIÓN		Frutos, semillas, partes del cuerpo que tienen forma redonda, las ollas, los años	Mamíferos mayores y menores, los ofidios y los lagartos, los peces, las armas e instrumentos, los dedos y las piernas, los árboles y arbustos (siempre y cuando no sean de diferente especie)	Aves, insectos, las casas, los terrenos, los meses y los días, las tortugas, los adornos corporales como aretes, pulseras, collares y las orejas y las manos		
1	ékla égla égala$_{(d.s.)}$	égla wő ékla wő	étaba	étka	éyaka éyaga	élka élga
2	ból	bólwő	bótabö	bótkö	bóyökö	bólga
3	*mañál*	*mañál* wő	*mañátabo*	*mañátkö*	*mañá yaka*	*mañálka* *mañálga*
4	tkíl$_{(d.n.)}$ tkílbö$_{(d.n.)}$ jkíl$_{(d.n.)}$ pkíl$_{(LE.)}$ tkél$_{(Uj.)}$ tkél$_{(SJC)}$	*tkíl* wő$_{(d.n.)}$ tkílbö wő$_{(d.n.)}$ jkíl wő$_{(d.n.)}$ pkíl wő$_{(LE.)}$ tkél wő$_{(Uj.)}$ tkél wő$_{(SJC)}$	*tkítab*ö$_{(d.n.)}$ *tkítöb*ö$_{(d.n.)}$ *jkítab*ö$_{(d.n.)}$ *pkítab*ö$_{(LE.)}$ *tketab*ö$_{(Uj.)}$ tkétabö$_{(SJC)}$	*tkítk*ö *jkítk*ö *pkítk*ö *tkétk*ö *tkétk*ö	*tkíl yaka*$_{(d.n.)}$ *tkíl yök*ö$_{(d.n.)}$ *jkí jök*ö$_{(d.n.)}$ *pkí yaka*$_{(LE.)}$ *pkí yök*ö$_{(LE.)}$ tké*l yaka*$_{(Uj.)}$ tké*l yök*ö$_{(Uj.)}$ tkéyaka$_{(SJC)}$ tkë yökö$_{(SJC)}$	*tkílga*$_{(d.n.)}$ *jkílga*$_{(d.n.)}$ *plílga*$_{(LE.)}$ tké*lga*$_{(Uj.)}$ tkélka$_{(SJC)}$ tké*lga*$_{(SJC)}$
5	ské*l*	ské*l wö*	ské*tab*ö sí*tab*ö$_{(Ch.)}$	ské*tk*ö sí*tk*ö	ské *yök*ö ské *yaka* ské*l yök*ö$_{(Uj.)}$ ské*l yaka*$_{(Uj.)}$	ské*lka* ské*lga*

Nota: El cabécar tiene variaciones dialectales muy evidentes. Los lingüistas reportan dos variedades, el Cabécar septentrional-Norte (Chirripó y valle de la Estrella) y el meridional-Sur (San José Cabécar y Ujarrás). (d.s.: dialecto del sur; d.n.: dialecto del norte; LE.: dialecto del Valle de La Estrella; Uj: dialecto de Ujarrás; SJC: dialecto de San José Cabécar)

Hemos constatado en nuestras visitas a estas comunidades indígenas, que usan como referente para contar las cantidades 'la mano' con 'sus dedos', lo cual coincide con los datos reportados por Portilla (1999) y Margery (2004) respecto a la base quinara que impera en la lengua cabécar.

Luego es interesante resaltar que el número '*diez*' equivale a la frase "*sá-julá bótkö*" que significa "*nuestra mano dos*: $5(2)$", y ese '*dos'* es de la clase plana porque se relaciona con la forma de la palma de la mano. Es decir, que la base quinaria implica que para los *valores indivisibles por cinco* que son mayores a cinco, se requiere la

combinación de dos clases numerales: la clase plana es invariante, puesto que representa la palma de la mano, pero después del operador de conjunción *'kí'* se incorpora el morfema que representa al valor entre uno y cuatro que depende de la clase nominal del sustantivo que se está contando, observemos el siguiente ejemplo.

"*tabéli sá julá mañátkö kí botábö*"

(machete _ nuestra mano _ tres(plana) _ y _ dos(alargada)

"diecisiete machetes"

sá julá	*mañátkö*	*kí*	*botábö*
nuestra mano	tres clase plana	más	dos clase alargada
cinco	veces	+	dos
base quinaria	multiplicador	operador aditivo	clasificador numeral

Desde la visión etnomatemática tomamos en cuenta las características de la lengua como elemento esencial de la cultura y nos interesa recalcar los siguientes *hallazgos*:

- La amplia diversidad para referirse algunos números en sus diferentes variables dialectales, en particular las que corresponden al número 'cuatro' y
- De todas las formas de clasificación reportadas, la que incorpora más variantes es la de "Conjuntos"

De modo que a partir de esta observación de datos surgen varias *interrogantes* para determinar en investigaciones futuras:

- ¿Por qué usan tantas formas para el número cuatro en cada uno de los clasificadores?
- ¿Cuáles son las formas de constituir conjuntos que tiene la Cultura Cabécar?

Presentaremos a continuación algunos ejemplos de frases que reporta Margery (1999), adaptados al análisis que estamos proponiendo, señalando en particular el uso de los clasificadores numerales cabécares. En particular queremos notar el uso y la posición del clasificador numeral en la composición de la frase.

Ejemplo C1:

Du	tsó	*mañátkö*
pájaro	haber	TRES (clase plana)
"Hay tres pájaros"		

Ejemplo C2:

busí	tsó	*sá julá kí ból*
muchacha	haber	SIETE Nuestra mano más dos (clase humana) 5 + 2
"Hay siete muchachas"		

Ejemplo C3:

móglö	tsó	*sá julá bótkö kí mañátabo*
pájaro	haber	TRECE Nuestra mano dos más tres (clase alargada) $5(2)+3$
"Hay trece rifles"		

Ejemplo C4:

jamólí	tsó	*sá julá mañátkö kí égla wő*
aguacate	haber	DIECISEIS Nuestra mano tres (clase plana) más uno (clase redonda) $5(3)+1$
"Hay dieciséis aguacates"		

Ejemplo C5:

jayẽwa	tsó	*mañál*	jié	ra
hombre	haber	TRES (clase humana)	él	con
"Hay tres hombres con él"				

Ejemplo C6:

jié	*kí*	duwás	tsó	*sa jula bótkö kí mañálwő*
él	sobre	año	haber	TRECE Nuestra mano dos (clase plana) más tres (clase redonda) $5(2)+3$
Él tiene trece años"				

Del trabajo de campo podemos ofrecer una reseña gráfica relacionada con el estudio de los clasificadores numerales. Conversamos con un informante clave acerca de las similitudes de las lenguas Bribri y Cabécar y en particular nos concentramos en el uso de la palma de la mano para contar las cantidades superiores a cinco objetos.

4.6.5 REUNIÓN DE CLASIFICADORES NUMERALES POR GRUPO ÉTNICO

Con el fin de comparar y facilitar las conclusiones de este estudio, hemos realizado la reunión tabular de la información de las fuentes consultadas para describir los clasificadores numerales de las culturas Ngäbe, Bribri y Cabécar, que hemos constatado en las etnografías.

Tabla 4.8. *Resumen de las fuentes consultadas para describir clasificadores numerales Ngäbe, Bribri y Cabécar*

Etnia	Ngäbe	Bribri	Cabécar	
Autor	Murillo (2009)	Bozzoli (1979), Constenla, Elizondo y Pereira (1998), Gavarrete y Vásquez (2005)	Margery, E. (2004)	
CLASES	Personas	Humana	Humanos	
	Animales, Objetos alargados, Árboles y plantas, Filas	Alargada	Alargada	Mamíferos mayores y menores, los ofidios y los lagartos, los peces, las armas e instrumentos, los dedos y las piernas, los árboles y arbustos (siempre y cuando no sean de diferente especie)
	Redondo	Redonda	Redonda	Frutos, semillas, partes del cuerpo que tienen forma redonda, las ollas, los años
	Dinero panameño, Ropa, Días	Plana	Plana	Aves, insectos, las casas, los terrenos, los meses y los días, las tortugas, los adornos corporales como aretes, pulseras, collares y las orejas y las manos
	Racimos, Paquetes, Atados grandes	Frutos en conjunto, Paquetes, Conjuntos (éyök)	Conjuntos, especies, pares de algo o productos medidos en libras	
	Hojas	Árbol, élka, (unidades de peso, árboles y palmas, saínos muertos, chanchos de monte muertos y dantas muertos), Masa		
	Delgado y sonoro, Veces, Cuartas, Brazas	Edificaciones		

Algunos elementos o rasgos lingüísticos de las culturas estudiadas, están determinados por las formas o 'clases' a las que pertenecen los sustantivos a los que se refieren.

De modo que además de los clasificadores numerales, también algunos *pronombres interrogativos referidos a cantidad* adquieren su forma según el clasificador numeral al cual se remitan.

Presentamos como ejemplo la distribución de pronombres interrogativos de cantidad para la lengua Ngäbére (Murillo, 2009); es decir mostramos la amplia variedad para la palabra "¿Cuántos?". Tales pronombres se forman a partir de la raíz *–be*, a la cual se añade el prefijo clasificador que corresponda.

Tabla 4.9. *Pronombres interrogativos en la lengua Ngäbére, según Murillo (2009)*

CLASE	FORMA INTERROGATIVA
Personas	ni-be
Animales-Objetos alargados	kro-be
Árboles y plantas	dä-be
Hojas	kä-be
Racimos	kide-be
Redondo	kwo-be
Paquetes	keta-be
Cuartas	ta-be
Veces	bä-be
Filas	jire-be
Ropa	öta-be
Delgado y sonoro	kun-be
Dinero panameño	maná-be (poco usada)
Atados grandes	du-be (poco usada)
Días	köbö-be
Brazas	ngwara-be

Presentamos dos ejemplos de uso de *cuantificadores interrogativos* en frases de uso diario en la lengua Ngäbére. Nos interesa destacar la posición y la forma de expresar la palabra '¿cuántos?' en ambos casos:

Ejemplo N9:

bato	*kwo-be*	*kwe*	*mörö-ni*	*matare*
Pato	CLASIFICADOR REDONDO ¿Cuántos?	3SG	Comer-Pasado remoto	hoy
"¿Cuántos patos comió hoy?				

Ejemplo N10:

María	*kugue*	*miga-i*	*bä-be*
María	palabra	cantar-futuro	CLASIFICADOR VECES ¿Cuántos?
"¿Cuántas veces cantará María?"			

De manera más simple, encontramos en Constenla et al (1998) una clasificación para los *cuantificadores interrogativos* de la lengua Bribri.

Cuantificador interrogativo	C. Plana	C. Redonda	C. Alargada
cuántos	bìtk	bìk	bìtöm

Como se ha mencionado en otros apartados, *Cabécar y Bribri son sumamente afines*, ambas lenguas pertenecieron a un grupo lingüístico cerrado que se denomina *viceíta* y se separaron entre el año 500d.C y el año 1000 d.C., sin embargo, a pesar de haberse separado, aún mantienen relaciones estrechas y similitudes tanto léxicas como morfosintácticas. Resumimos algunos ejemplos en la siguiente tabla.

Tabla 4.10. *Ejemplos de afinidades Nominales entre la lengua Bribri y la lengua Cabécar*

PALABRA	BRIBRI	CABÉCAR
yo	ye’	yís
usted	be’	bá
nosotros	sa’	sé
agua	di’	díklö
pájaro	dù	du
uno (PLANO)	*e'tk*	étka
dos (PLANO)	*b`ötk*	bótkö
tres(PLANO)	*mãñàtk*	*mãñàtkö*
cuatro (HUMANO)	*tk´ël*	tkíl
cinco (HUMANO)	*skél*	*skél*

En la lengua Bribri los *pronombres indefinidos* poseen marcación de clase, como lo reportan Constenla, Elizondo y Pereira (1998, p.65).

A continuación mostramos un ejemplo dado por estos autores.

Pronombre indefinido	Clase Plana	Clase redonda	Clase Alargada
el otro	*iètk*	*ièk*	*iètöm*

Los cuantificadores indefinidos y los cuantificadores numerales se posponen al sustantivo, mientras que los clasificadores interrogativos lo preceden.

En la lengua Cabécar, Margery (2004) describe los *cuantificadores indefinidos*, como muchos, algunos, varios, pocos, se clasifican según la forma del objeto y la variación dialectal. En la siguiente tabla, mostramos una organización de los cuantificadores indefinidos de la lengua Cabécar.

Tabla 4.11. *Cuantificadores Indefinidos de la Lengua Cabécar, según Margery (2004)*

CUANTIFICADOR	NIVEL PANDIALECTAL	Nivel dialectal			
		CABÉCAR SEPTENTRIONAL/ CABÉCAR DEL NORTE		CABÉCAR MERIDIONAL/ CABÉCAR DEL SUR	
POCOS		*juájuánala*			
VARIOS	*tsé*				
ALGUNOS	*manéle*				
	taí	*ch'ulíi*	muchos(as) HUMANOS	*sharrú*	muchos(as)
				chuní	
				chulío	
				dakúu	
				kö´ü¨n	
		élwí	muchos (as) HUMANOS Y ANIMALES		
MUCHOS				*tabána*	muchos(as)HUMANOS Y OBJETOS ALARGADOS
				plarbë´	muchos(as)OBJETOS ALARGADOS
				jolo	muchos(as) OBJETOS REDONDOS
				tabalë´	muchos(as) OBJETOS PLANOS

La forma relacional de clasificación que se utiliza en estas lenguas indígenas no solamente compete a los clasificadores numerales, sino también a los pronombres interrogativos e indefinidos. Los cuantificadores indefinidos y los cuantificadores numerales se posponen al sustantivo, mientras que los clasificadores interrogativos lo preceden.

El abordaje que hemos realizado al estudio de las lenguas indígenas nos brinda información relevante sobre los conteos y la cuantificación, ambos aspectos de gran interés en el desarrollo de nuestra propuesta didáctica basada en las etnomatemáticas indígenas.

4.7 DISCUSIÓN DE RESULTADOS EN EL ESTUDIO EB1 Y REFLEXIONES

El tejido que conforma el mundo indígena es tan compacto que metodológicamente no se permite hablar de referencias separadas, de allí es que al hablar del "*Suwo*"", por ejemplo, se incorpora toda una estructura metacognitiva integrada y donde todo tiene relación.

El conocimiento matemático implícito en el patrimonio cultural: la cultura material y la cosmovisión

Desde la perspectiva de las etnomatemáticas occidentales y por las evidencias que hemos presentado, podemos afirmar que estos grupos étnicos conocieron el ángulo recto, dividieron circunferencias en partes iguales, utilizaron triángulos isósceles y equiláteros en sus tejidos y en sus edificaciones, así como también desarrollaron un modelo geométrico para explicar el cosmos, que podía verse en dos o tres dimensiones.

En la construcción de la vivienda tradicional, la *subdivisión de la circunferencia* en partes iguales conlleva una trama lógicamente rigurosa, en la que la adecuada deducción de conceptos genera algoritmos establecidos.

Tomando en consideración la representación gráfica a partir de figuras planas, el *rombo* es la figura principal, sobre la cual se desarrolla una estructura de rectas paralelas y perpendiculares, que explican cada periodo temporal y cósmico.

Desde la perspectiva tridimensional, se construye una figura compuesta por un *cono* y un cono invertido (reflexión horizontal), a partir del cual se explica la dualidad cósmica y donde el desarrollo de las ideas acerca de las simetrías adquiere una gran importancia cultural para ubicar y comprender la transición del día.

Es decir, que tanto en las formas de tejido de cestas, como en las edificaciones de forma cónica, los indígenas utilizan algunas formas poligonales para resumir y guardar información ancestral y a la vez, dichas figuras geométricas equivalen a sus sistemas de representación de la simbolización mítica y la cosmovisión,

El caso más evidente es la interpretación del '*Nopatkuö*' (González y González, 2000), pues este ideograma que simboliza y resume muchos de los elementos de la cosmovisión talamanqueña, en la cual se consideran tres niveles: supramundo, mundo e inframundo. Cabe destacar que la concepción tripartita del macrocosmos es un hecho compartido por varias culturas y ha sido reportado desde la etnomatemática por Albertí y Gorgorió (2006).

La integración entre la información ancestral y la figura del *cono* en el plano físico, justifica la estructura cónica de la casa tradicional (Gavarrete y Vásquez, 2005); a su vez, este modelo se convierte en un *concepto particular de espacio* que resume los principales elementos de su cosmovisión.

Con respecto a la experiencia con artesanos de cestería en las comunidades del territorio Talamanca-Bribri, hemos ampliado el trabajo preliminar de Gavarrete y

Vásquez (2005), realizando diversas experiencias como aprendices, para lograr comprender la *lógica espacial* y los *criterios de medición* que a pesar de ser empíricos, están normados por el plano mitológico.

Gerdes (1988) presenta una construcción alternativa de ciertas ideas geométricas, reconociendo la matemática inherente en las tradiciones de la cultura de Mozambique. Y demuestra cómo la investigación en etnomatemáticas con la cultura material en Mozambique puede fortalecer el currículum para los estudiantes. Por lo tanto en nuestra visión prospectiva, pretendemos profundizar en la modelización matemática (desde las etnomatemáticas occidentales) de la estructura del tejido de la canasta tradicional, estudiar el proceso de pensamiento matemático artesanal durante las diferentes fases de construcción de la misma e implementar este estudio como recurso en el currículum tanto escolar como en de formación de profesores.

El conocimiento matemático implícito en el uso de la lengua: sobre la clasificación y las metáforas numéricas

El proceso de *contar*, comienza por *establecer comparaciones* entre colecciones de objetos y determinar sus *propiedades cardinales*. Esta secuencia se debe entenderse en su significado lógico y no temporal. Comparar y clasificar son procesos lógicos previos al acto de contar, pero no significa que la comparación sea temporalmente anterior al cómputo o el conteo.

Hemos mostrado en este estudio que existen clasificadores, a partir de la comparación de la forma y el origen de los sustantivos. Esta organización lingüística nominal permite que se pueda contar con adjetivos y con sustantivos, siendo estos últimos los que forman parte de los sistemas numéricos.

Es decir que la *cualidad* numérica se establece con ciertos afijos, que son los que funcionan como clasificadores y esa peculiaridad es una marca gramatical para distinguir la naturaleza de los objetos que se cuentan; es una *cualidad complementaria a la cantidad*, que es la categoría comúnmente expresada por los numerales.

En español, por ejemplo, el numeral 'uno' puede ser un adjetivo, que incorpora el género y el número inclusive; por lo tanto podemos decir: 'un hombre', 'un gato', 'una calabaza', 'un pájaro', 'unas camisas', y es invariante la forma del objeto que se cuantifica.

La categorización lingüística se refiere al proceso mental mediante el cual los hablantes discriminan en diversas categorías el mundo que los rodea (Regúnaga, 2011), tenemos conocimiento de que en japonés y en algunas lenguas eslavas, existen estructuras similares de categorización lingüística, organización nominal y clasificación de los numerales, como las que hemos mostrado en este estudio.

Existen otras lenguas, como el portugués o el gallego, o las que menciona Regúnaga (2011), donde el género del sustantivo es una condición que incide en la clasificación numeral, en catalán, por ejemplo, se dice '*dues dones*' (dos mujeres) y '*dos homes*' (dos hombres). Esta diferencia es muy importante pues permite distinguir los numerales propiamente dichos de otras expresiones numéricas.

Las metáforas numéricas (Gerdes, 2008) son expresiones cualesquiera a las cuales se les asigna un significado cuantitativo por transferencia. El estudio de León-Pasquel (1988) presenta amplia información y ejemplos sobre el uso de partes del cuerpo para establecer sistemas de medidas antropomórficas en culturas indígenas. Consideramos un resultado relevante de este estudio la identificación de la metáfora numérica '*sá-julá*' que alude a los dedos de una mano, para referir al numeral *cinco* en la lengua Cabécar.

El estudio de la lengua se convierte en una herramienta prioritaria para la planificación de este estudio desde las etnomatemáticas, pues en la lengua y en el uso de ésta podemos identificar elementos implícitos de la cosmovisión cultural.

La importancia dada a la actividad de *clasificar*, no solo en los numerales, sino también en los cuantificadores indefinidos y en los pronombres interrogativos relativos a cantidad, hace que desde la perspectiva didáctico-matemática desarrollemos un especial interés por profundizar en este aspecto, con el fin de proponer acciones convenientes para la educación matemática intercultural. Existen varias de las prácticas matemáticas mencionadas por D'Ambrosio (2007, 2008) que están relacionadas con clasificar. Desde nuestra perspectiva, *clasificar* es el resultado de un proceso de *inferencia* y observación, que implica *ordenar* y *comparar* el conjunto de objetos, para posteriormente *evaluar* a partir de un criterio de clasificación y, si es el caso, realizar una *generalización* sobre sus clases nominales.

Coincidimos con Gerdes (2008) en el gran desafío pedagógico que conlleva el la *enseñanza de la aritmética* en una cultura que utiliza clasificadores numerales. De modo que este definitivamente se convierte en un contenido prioritario para el modelo MOCEMEI.

Esta sección de la investigación tiene varias implicaciones que se relacionan con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y se pudieron evidenciar con la experiencia etnográfica durante el trabajo de campo (Gavarrete y Vásquez, 2005). Algunas situaciones identificadas son la poca existencia de textos escolares que muestren el uso de clasificadores numerales, la poca preparación que tienen los profesores sobre este tema y la ausencia de esa particularidad lingüístico-matemática, que tienen algunas culturas, en el currículo escolar de Costa Rica.

En el caso de los textos escolares, éstos reflejan la concepción matemática que se pretende desarrollar en la clase. A menudo los profesores se identifican con el libro de texto, y al desarrollar la estructura cuantificadora, sus objetivos quedan condicionados por el seguimiento de un texto u otro. Si la cultura del estudiante posee clasificadores numerales, la secuencia mental para numerar una colección es totalmente diferente de la que seguimos en las culturas que no tienen esos procesos previos.

La gran mayoría de libros de texto escolares en Costa Rica no consideren el uso de clasificadores numerales, los niños Ngäbes, Bribris o Cabécares (entre otros), que intentan aprender a contar estudiando estos libros, tienen un obstáculo o choque entre la cultura materna y la escolar, debido a que en su contexto histórico-natural existe un conocimiento ancestral sobre la forma de clasificar los conteos que le ha sido heredado por tradición oral y al cual tiene que 'renunciar' para adoptar una forma genérica de contar los objetos que no respeta su forma o clase.

Surge un conflicto didáctico que el profesor tiene que resolver y por eso es tan importante que el profesional en educación matemática tenga una preparación adecuada, pues, siguiendo la tesis de Bishop (1999, p.202), además de estar completamente enculturado Matemáticamente, también debe estar enculturado en el nivel formal de la cultura.

Esta información provee de insumos suficientes para incentivar a la reflexión sobre el pensamiento matemático y sus aplicaciones en un contexto específico, lo cual aporta ventajas en la formación continua a los educadores de matemáticas, aunque las implicaciones educativas a tomar en cuenta pueden generar acciones muy complejas.

CAPÍTULO 5
ESTUDIO EB2: CONSULTA A PROFESIONALES DE EDUCACIÓN Y CULTURA RESPECTO A LAS ETNOMATEMÁTICAS Y LA FORMACIÓN DE PROFESORES



"La visión de mundo que instaura una cultura asigna un papel a la matemática en cuanto a utilidad, dificultad, quienes pueden aprenderla, así como una valoración global sobre si es bella o no, útil o no, de capacidades innatas para la matemática o no. Creo que la cultura propia de cada grupo humano asigna roles propios a la matemática en cuanto a belleza, utilidad y dificultad"
(Informante Clave E1-EB2)

"Cada cultura desarrolla diversas formas de expresión lógica. La etnomatemática nos permite penetrar con acierto esas estructuras y decodificar los mensajes que fueron plasmados en dichos sistemas."
(Informante Clave E25-EB2)

5.1 PRESENTACIÓN DEL CAPÍTULO 5

Este capítulo presenta los resultados de la consulta realizada a una muestra de profesionales relacionados con áreas temáticas vinculadas al objeto de estudio: matemáticas, educación y culturas costarricenses.

Los campos de interés del segundo estudio base (EB2) están centrados en la *pertinencia*, *forma* y *momento* en que se debería aplicar una propuesta de formación de profesores incluyendo etnomatemáticas.

Este estudio es el primero de los tres diagnósticos que se desarrollaron en esta tesis para evaluar las necesidades, expectativas, realidades y oportunidades que deben ser atendidas en la elaboración de la propuesta para formar profesionales que trabajan en entornos indígenas basada en las etnomatemáticas de Costa Rica. Presentaremos una breve reseña de los aspectos metodológicos que fueron descritos en el Capítulo 3 y seguidamente expondremos los resultados del estudio.

5.2 EL SENTIDO Y APORTE DEL ESTUDIO EB2

El sentido de este estudio persigue indagar sobre la pertinencia de diseñar un programa de formación de profesores que incorpore elementos del conocimiento matemático cultural de algunos grupos étnicos costarricenses.

Asociado a este propósito está también el de conocer las opiniones sobre la manera de vincular los planteamientos teóricos del Programa de Etnomatemáticas con la realidad de la Educación Matemática de Costa Rica.

Partimos de algunas ideas generadoras o premisas, que nos guiaron para realizar el planteamiento de esta parte de la investigación:

- Existe una preocupación y una necesidad por mejorar los programas de formación de Profesionales en Educación Matemática.
- Existe un desconocimiento y una tendencia a desvalorizar el saber propio de las culturas indígenas.
- Existen hallazgos de conocimiento matemático cultural, obtenidos a partir del primer estudio base (EB1).

A partir de las ideas anteriores, surgen tres propósitos parciales para este estudio EB2:

- O1.3.1: Indagar sobre la pertinencia de diseñar un programa de formación de profesores que incorpore elementos del conocimiento matemático cultural de grupos étnicos costarricenses.

- O1.3.2: Caracterizar la visión de un grupo de profesionales sobre la relación entre matemáticas y cultura en Costa Rica.
- O1.3.3: Conocer la opinión de un grupo de profesionales sobre la formación de profesores aplicando aspectos culturales de las matemáticas de grupos autóctonos costarricenses.

El aporte de este estudio base está en relación con la conciencia del componente cultural y social de las matemáticas, así como también con la visión social de la formación de profesores.

La colección de hallazgos que se generan de este estudio base brinda información respecto a la pertinencia de nuestra propuesta y a la vez contribuyen para determinar la forma y el momento en el cual debería realizarse el programa formativo. Todos estos insumos orientan la elaboración del Modelo de "Curso de Etnomatemáticas para formar Maestros de Entornos Indígenas" (MOCEMEI).

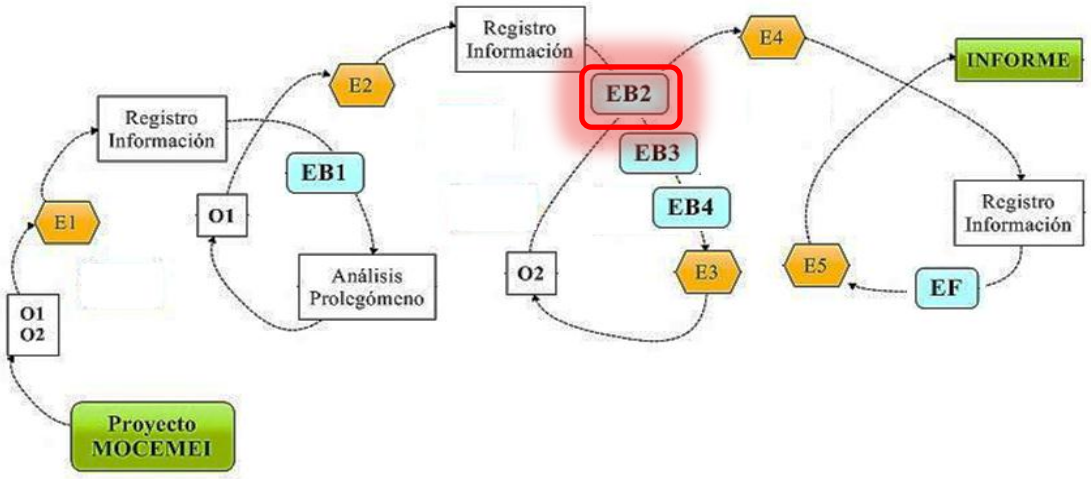


Figura 5.1. Ubicación del estudio EB2 en el modelo espiral del proyecto MOCEMEI.

El estudio EB2 se desarrolla en las fases F4 y F7 del diseño estructural de esta investigación que fue explicado en el Capítulo 3 y que es descrito a partir del modelo espiral que constituye la trayectoria teórico-empírica de esta investigación.

5.3 El Proceso de Investigación en el estudio EB2

El segundo estudio base (EB2) es un estudio exploratorio, con metodología integrada cuantitativa y cualitativa, cuyos datos fueron obtenidos a través de un cuestionario y el análisis de la información se dividió según el carácter cuantitativo o cualitativo de las respuestas.

Hemos expuesto en el Capítulo 3 los aspectos metodológicos relacionados con la obtención y análisis de la información para realizar este estudio. Sin embargo, de manera orientativa, esbozamos a continuación algunos detalles del proceso investigativo.

- En el estudio participaron *30 informantes clave* que son profesionales relacionados con la Educación Matemática y con las Culturas de Costa Rica y que constituyeron la *muestra*, que fue obtenida por el criterio de viabilidad.
- Los *aspectos éticos* del trabajo empírico se establecieron de manera virtual y a través de dos personas mediadoras con los informantes clave (Anexo A1, Anexo A2).
- Los *aspectos técnicos* del trabajo empírico se desarrollaron a través de la invención y aplicación de un *cuestionario* cuyo fundamento son cuatro *categorías de propósito*:
  - EFP: Etnomatemática como forma de Pensar
  - MRC: Matemáticas relacionadas con Cultura
  - CRM: Conoce rasgos matemáticos en las Culturas
  - FOR: Formas de recibir formación en Matemática y Cultura
- El cuestionario se constituyó de *diez preguntas* con ítems de respuestas cerradas (dicotómicas y múltiples) y de respuesta abierta. Se ubica en el Anexo A3.
- La validez del cuestionario se alcanza mediante la *validación de constructo*, en el sentido de Messick (1998)
- El análisis de la información se centró en *describir* la cualificación profesional de los consultados y *conocer* sus opiniones respecto a la pertinencia, forma y momento en que se debería aplicar una propuesta de formación de profesores incluyendo etnomatemáticas en Costa Rica.
- Los *datos* fueron tratados según el tipo de respuesta: abierta o cerrada, otorgando a cada informante clave un *código* de identificación.
- La información de las preguntas de *respuesta cerrada* se analizó a partir de descripciones de *frecuencias.*
- La información de las preguntas de *respuesta abierta* se analizaron utilizando la técnica de *análisis de contenido* y de un proceso de generación interpretativa de unidades de significado, asociadas a cada unidad de información.

A continuación presentamos los resultados obtenidos en la aplicación de la consulta.

5.4 RESULTADOS DEL ANÁLISIS CUANTITATIVO EN EL ESTUDIO EB2

El análisis cuantitativo de las respuestas a las preguntas cerradas lo realizamos con ayuda de una hoja electrónica de Excel. Las respuestas se separaron en dos bloques, según se trató de preguntas cuya respuesta era dicotómica, que corresponde a las

primeras nueve preguntas del cuestionario, y, el segundo bloque lo conforma la descripción del tratamiento de la información y resultados de la pregunta diez, cuya respuesta podía ser de opción múltiple.

Para la mejor comprensión de los resultados (y de su discusión) a continuación presentamos de manera independiente, cada pregunta, con las categorías de propósito asociadas y sus correspondientes resultados porcentuales.

5.4.1 RESULTADOS DE LAS PREGUNTAS CON RESPUESTA DICOTÓMICA

Las primeras nueve preguntas del cuestionario se refieren a ítems que pretenden una respuesta dicotómica: Si/No. Para el tratamiento de los datos, realizamos una identificación binaria de las respuestas obtenidas, asignando el valor de uno a las respuestas afirmativas (Si) y el valor nulo (cero) a las respuestas negativas (No), dicho estudio se encuentra en el Anexo C2. Finalmente realizamos los conteos y la asignación de porcentajes.

La pregunta P1-EB2 está relacionada con la categoría de propósito EFP (Etnomatemática como forma de pensar) y el cuestionamiento es el siguiente:

> *¿Consideras que todas las personas, incluidas las que no han recibido formación escolar (sin escolaridad o con escolaridad incompleta) poseen pensamiento matemático?*

El 93% de los informantes de la muestra responden afirmativamente y hay dos profesionales consultados (E14-EB2 y E15-EB2) que contestan que no consideran que las personas sin escolaridad posean pensamiento matemático.

La pregunta P2-EB2 está relacionada con la categoría de propósito EFP (Etnomatemática como forma de pensar) y el cuestionamiento es el siguiente:

> *¿Alguna vez has aplicado pensamiento, que puedas identificar como matemático, para resolver empíricamente algún problema de tu vida cotidiana, pero que no lo hayas aprendido durante tu formación escolar o durante tu formación escolar profesional?*

El 93% de los informantes de la muestra responden afirmativamente, hay dos informantes (E5-EB2 y E26-EB2) que no consideran que el pensamiento matemático sirva para resolver empíricamente problemas de la vida cotidiana.

La pregunta P3-EB2 está relacionada con la categoría de propósito MRC (Matemáticas relacionadas con la Cultura) y el cuestionamiento es el siguiente:

> *¿Consideras que la Matemática guarda relación con las Culturas?*

Todos los informantes clave (100%) consideran que la matemática guarda relación con las Culturas.

La pregunta P4-EB2 está relacionada con la categoría de propósito CRM (Conoce rasgos matemáticos en las Culturas) y el cuestionamiento es el siguiente:

> *¿Conoces al menos un rasgo cultural de algún grupo étnico de Costa Rica que pueda relacionarse con pensamiento matemático?*

El 73,3% de los consultados indican que si conocen al menos un rasgo cultural de algún grupo étnico que puede relacionarse con pensamiento matemático, mientras que el 26,7% indica desconocerlo.

La pregunta P5-EB2 está relacionada con la categoría de propósito CRM (Conoce rasgos matemáticos en las Culturas) y el cuestionamiento es el siguiente:

> *¿Crees que los indígenas aplican pensamiento geométrico en la elaboración de artesanías y la edificación de sus casas?*

Todos los informantes clave (100%) consideran que en los pueblos indígenas se aplica pensamiento geométrico en la elaboración artesanal y en la arquitectura tradicional.

La pregunta P6-EB2 está relacionada con las categorías de propósito MRC (Matemática relacionada con Cultura) y CRM (Conoce rasgos matemáticos en las Culturas). El cuestionamiento es el siguiente:

> *Si algunos indígenas costarricenses cuentan de diferente manera los objetos según su forma ¿puede esto considerarse pensamiento matemático cultural?*

El total de los informantes clave (100%) consideran que la clasificación de los objetos de acuerdo a su forma es un rasgo de pensamiento matemático cultural.

La pregunta P7-EB2 está relacionada con las categorías de propósito EFP (Etnomatemática como Forma de Pensar) y MRC (Matemática relacionada con Cultura). El cuestionamiento es el siguiente:

> *Si algunos grupos indígenas costarricenses utilizan formas geométricas para resumir, guardar o representar su información ancestral ¿puede esto considerarse como pensamiento matemático?*

El 90% de los informantes de la muestra responden afirmativamente y un 10% contesta que no considera como pensamiento matemático el que los grupos indígenas utilicen formas geométricas para resumir, guardar o representar su información ancestral.

La pregunta P8-EB2 está relacionada con las categorías de propósito EFP (Etnomatemática como Forma de Pensar) y MRC (Matemática relacionada con Cultura). El cuestionamiento es el siguiente:

> *¿Crees que existen unas matemática "no formales" fuera de las teorías y de los libros de texto?*

El 80% de los consultados afirma la existencia de unas matemáticas no formales, desvinculadas de los libros de texto y el 20% muestra un posicionamiento absolutista o formalista de las matemáticas.

La pregunta P9-EB2 está relacionada con la categoría de propósito FOR (Formas de recibir formación en Matemáticas y Cultura). El cuestionamiento es el siguiente:

> *¿Consideras que actualmente los profesores de matemática poseen formación relacionada con Matemática y Cultura?*

Ante esta pregunta solamente el 20% de los informantes clave opinan que la formación relacionada con Matemática y Cultura sí se está dando en el país.

5.4.2 RESULTADOS DE LA PREGUNTAS CON OPCIÓN MÚLTIPLE DE RESPUESTA (P10-EB2)

La pregunta P10-EB2 está relacionada con la categoría de propósito FOR (Formas de recibir formación en Matemáticas y Cultura). Dicha pregunta está dividida en cinco partes, con el fin de integrar en un solo cuestionamiento las opiniones relacionadas con el momento y la forma de llevar a cabo la propuesta formativa; además de conocer su criterio respecto a la 'posible amenaza' que podría suponer nuestra propuesta para el currículo ya establecido. Las tablas de frecuencias de P10-EB2 se encuentran en el Anexo C3. El cuestionamiento de la pregunta P10-EB2 es el siguiente:

> *Los futuros profesores de matemática podrían recibir formación sobre el pensamiento matemático de los grupos autóctonos para aplicarlo en sus futuras clases. ¿En qué etapa formativa consideras que debería darse información sobre los aspectos culturales de las Matemáticas a los profesores de matemáticas?*

Presentaremos cada uno de los resultados de los ítems que componen la pregunta de manera independiente. Cada informante podía marcar más de una opción en los ítems propuestos, por lo tanto, en el total porcentual no tiene que sumar el 100% porque las categorías de respuesta no son excluyentes, es decir, que un E*i* puede marcar más de una opción en las respuestas correspondientes a P10.1-EB2, P10.2-EB2, P10.3-EB2, P10.4-EB2 y P10.5-EB2.

P10.1-EB2. En la formación universitaria de pregrado:

> *(P10.1-a)¿En el nivel inicial de la formación universitaria?*
>
> *(P10.1-b)¿En forma transversal durante la formación universitaria?*

En relación al momento de desarrollar la propuesta formativa, la mayoría de los encuestados (90%) prefiere que se implemente de manera transversal durante la formación universitaria. Al respecto, queremos denotar la siguiente frase que aporta uno de nuestros informantes clave:

> *"desde mi punto de vista este conocimiento sería fundamental para rescatar nuestro propio acervo histórico cultural y permitiría al docente relacionar la matemática con otras disciplinas (por ejemplo Estudios Sociales) a la vez que el estudiante puede ver la matemática como algo más concreto, ligado a las necesidades reales de la sociedad, con una matemática no única" (E4-EB2).*

Lo que plantea el informante E4-EB2 con esta idea, coincide con los planteamientos de D'Ambrosio (2007) de promover una matemática humanística que sea vista como una disciplina que preserve la diversidad y elimine la desigualdad discriminatoria entre los distintos tipos de conocimiento.

P10.2-EB2. En la formación universitaria de postgrado

(P10.2-a)¿Al finalizar la formación universitaria, como curso obligatorio?
(P10.2-b)¿Al finalizar la formación universitaria, como curso complementario–optativo?

Nos interesa destacar que, en el caso de que el proceso formativo se realice durante un programa de postgrado, la mayoría de los encuestados (63,33%) prefiere que sea de carácter obligatorio, con lo cual se pretende una *formación de equidad* (pues al ser optativo, unos recibirían formación en etnomatemáticas y tendrían mucha más posibilidad de fundamentar las contextualizaciones y quienes no elijan se privarían de dicha posibilidad), en la cual se fortalece el sentido de pertenencia, la identidad nacional y la alteridad cultural.

P10.3-EB2. En cursos universitarios de Postgrado:

(P10.3-a)¿De carácter profesional–docente?
(P10.3-b)¿De carácter investigativo?

El carácter investigativo es el mayor valor porcentual resultante (56,67%), con lo cual apreciamos que *es viable* propiciar en nuestra propuesta las ideas planteadas por Oliveras (1995, 1996) quien propone un modelo de formación centrado en la *investigación del propio proceso de enculturación* y en el cual la realización de proyectos (o microproyectos) favorecen la interacción y la socialización del conocimiento matemático.

También la propuesta teórica de Bishop (1995, 1999) nos aporta para considerar el aprendizaje por proyectos como una solución viable en la formación de maestros para entornos indígenas.

P10.4-EB2. En la formación permanente:

(P10.4-a)¿En cursos y eventos esporádicos?
(P10.4-b)¿En cursos sistemáticos?
(P10.4-c)¿En Talleres y Seminarios Profesionales?

La mayoría (70%) de los profesionales encuestados opinan que el aporte de la propuesta formativa se puede implementar durante la formación permanente a través de talleres y

seminarios profesionales y en segundo lugar (40%) prefieren que sea en cursos sistemáticos. Estos resultados coinciden que los que plantea Modesto (2002), que se interesa por analizar y comprender como los profesores de matemática vivencian y analizan sus participaciones en cursos, seminarios, talleres y otros espacios de formación permanente que han experimentado.

P10.5-EB2. En ningún momento:

(P10.5-a)¿Amenaza la estructura del actual currículo?
(P10.5-b)¿Generaría falsas creencias sobre las matemáticas?
(P10.5-c)¿Otras?

Nos interesa destacar que *ninguno* de los profesionales encuestados opina que el desarrollo de una propuesta formativa que considere el pensamiento matemático de los grupos autóctonos amenace la estructura actual del currículo. Además, solamente el 10% de los consultados considera que una propuesta desde esta visión podría generar falsas creencias sobre las matemáticas. En realidad, las 'falsas creencias sobre las matemáticas', apuntan hacia las etnomatemáticas occidentales, que se han considerado como la culminación de un desarrollo secuencial y único del pensamiento humano (Eglash, 2000). En cuanto al ítem "Otras", tres de los consultados escogieron esta respuesta y aludieron lo siguiente:

> *E16-EB2: "es una forma de contextualizar el currículo"*
>
> *E23-EB2: "No perjudicaría, se fortalecería el currículo"*
>
> *E25-EB2: "No hay que ver los estudios etnomatemáticos o arqueomatemáticos como una pérdida de tiempo sino como una ventana que trae nueva luz sobre las relaciones entre matemática y cultura"*

La pregunta P10-EB2 nos brinda una visión general de las opiniones de profesionales costarricenses respecto a la viabilidad y pertinencia de realizar nuestra propuesta formativa aplicando etnomatemáticas.

5.4.3 RESUMEN DE RESULTADOS CUANTITATIVOS EN EL ESTUDIO EB2

Las primeras ocho preguntas nos permitieron conocer de forma básica, la forma en la que los consultados vinculan la matemática con las culturas, cabe destacar que las preguntas P3-EB2, P5-EB2 y P6-EB2 fueron contestadas afirmativamente por todos los informantes clave que participaron en la consulta. El resultado de la pregunta P9-EB2 nos permitió inducir la necesidad de intervenir en el campo de la formación profesional, utilizando como herramienta formativa las etnomatemáticas.

De los valores intermedios, entre el más valor y el de menor valor, destacamos el de las respuestas dadas a P4-EB2, pues nos llama la atención que apenas el 73,3% de los consultados conozcan al menos un rasgo cultural de algún grupo étnico de Costa Rica que pueda relacionarse con pensamiento matemático. Consideramos digno de destacar

este punto pues la Etnomatemática pretende, entre otras cosas una vinculación del conocimiento matemático con cada cultura.

Respecto al *momento* de implementación de la propuesta, la mayoría de los consultados opina que sea desarrollada de manera *transversal* durante la formación universitaria de *pregrado* y entre los que dicen ser mejor en el *posgrado*, la mayoría prefiere que sea a través de un *curso obligatorio*.

Por lo que concierne a la *orientación* del modelo, la mayoría opina que sea una propuesta que propicie la *investigación*. Además, en relación con la *formación permanente*, la mayoría de los encuestados prefiere que se desarrollen *talleres y seminarios profesionales*. Finalmente, no consideran amenazante para la estructura actual curricular, que se desarrolle una propuesta que incorpore la visión sociocultural de las matemáticas.

Al estudiar la distribución de frecuencias para respuestas dicotómicas (Anexo C2), hemos extraído algunos casos peculiares. Los informantes E14-EB2 y E15-EB2 no consideran que todas las personas (con escolaridad o sin escolaridad) posean pensamiento matemático; esto nos hace pensar que posiblemente lo relacionan dentro del entorno escolar y lo identifican como herramienta para resolver empíricamente algún problema de la vida cotidiana; esta postura nos parece contradictoria. Otro caso peculiar es el informante E5-EB2, quien alude que nunca ha utilizado pensamiento matemático para resolver empíricamente alguna situación de la vida cotidiana y lo identifica como un elemento exclusivo de desarrollo académico; consideramos que este informante posee un posicionamiento epistemológico absolutista y formalista.

Por otra parte asumimos, en relación con el asunto de la validez, que hay sesgos provocados por la misma redacción de los ítems, ante esta situación resaltamos como ejemplo lo que apunta uno de los informantes clave:

> *E6-EB2: "Creo que las preguntas deberían ser más abiertas. Encontré dificultades en responder algunas que tenían como opciones un SI o un NO. Algunas preguntas tienen que ver con creencias y no con pensamiento matemático. Otras tienen que ver con costumbres impuestas por la cultura dominante de los conquistadores, que fueron asumidas sin reflexión, y no con pensamiento matemático".*

Somos conscientes de que las preguntas cerradas restringen la búsqueda de información, pero para los propósitos propuestos, el estudio cuantitativo de las respuestas nos ofrecía un panorama posible para determinar la visión de un grupo de profesionales sobre la relación entre matemática y cultura, así como información relacionada con la pertinencia de orientar las etnomatemáticas en la formación de profesores.

5.5 RESULTADOS DEL ANÁLISIS CUALITATIVO EN EL ESTUDIO EB2

5.5.1 ANÁLISIS CUALITATIVO DE CONTENIDO APLICADO A LAS RESPUESTAS DE P3-EB2

La pregunta P3-EB2 se centró en *determinar la visión que tienen los informantes clave acerca de las relaciones entre matemática y cultura*, que responde a la categoría de propósito MRC (Matemáticas relacionadas con Cultura).

El enunciado completo de la pregunta es:

P3-EB2: ¿Consideras que la Matemática guarda relación con las Culturas?
*Si*_____ *No*_____
Explica:

Las *unidades de análisis* son las respuestas dadas por cada uno de los informantes clave a esta pregunta, dichas unidades han sido organizadas en una estructura tabular, siguiendo el formato que se describió en el Capítulo 3. Dicha organización de la información ha permitido generar un sistema de categorías de respuesta, en cuyo proceso, se ha contemplado una etapa inferencial utilizando notas interpretativas de cada unidad de análisis. Posteriormente se han aplicado las reglas de enumeración y recuento. Mostramos a continuación la tabla que hemos construido para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P3-EB2.

Tabla 5.1. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P3-EB2*

Ei	*Unidades de Análisis*	*Notas Interpretativas*	*Categorías Inductivas*
E1-EB2	E1P31: La visión de mundo que instaura una cultura asigna un papel a la matemática en cuanto a utilidad, dificultad, quienes pueden aprenderla, así como una valoración global sobre si es bella o no, útil o no, de capacidades innatas para la matemática o no. E1P32: Creo que la cultura propia de cada grupo humano asigna roles propios a la matemática en cuanto a belleza, utilidad y dificultad.	E1P31-1: La cultura asigna un papel a las matemáticas a partir de la cosmovisión propia. E1P31-2: La cultura establece una relación de las matemáticas con las personas y su capacidad para aprenderlas. E1P31-3: La cultura asigna una valoración global a las matemáticas como la utilidad y la belleza. E1P32-4: La cultura asigna roles propios a la matemática en cuanto a belleza, utilidad y dificultad.	C1-P3: La Cultura asigna el rol de las Matemáticas dentro de ella. (Categoría Funcional).
E2-EB2	E2P31: Se desarrollaron diferentes sistemas de numeración, por ejemplo. E2P32: Todos dependiendo de las costumbres y mecanismos para contar de esa cultura.	E2P31-5: Alude a diferentes desarrollos de algunas partes del contenido de las matemáticas. E2P32-6: Las costumbres que son parte de la cultura crean diferentes mecanismos para contar.	C2-P3: La Cultura determina algunos contenidos matemáticos (Categoría Conceptual).
E3-EB2	E3P31: La relación es: La categoría Matemática es subconjunto de la categoría Cultura.	E3P31-7: El conjunto Cultura incluye a la Matemática como una parte de ella tanto en lo Funcional como en lo Conceptual. “Nada de Matemáticas se puede hacer fuera de la Cultura”.	C3-P3: Las Matemáticas son parte dela Cultura (Categoría que incluye lo Funcional y lo Conceptual).

Tabla 5.1. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P3-EB2*

Ei	*Unidades de Análisis*	*Notas Interpretativas*	*Categorías Inductivas*
E4-EB2	E4P31: Los conceptos matemáticos básicos como el número, las unidades de medida dependen del contexto cultural de la comunidad donde se desarrollan, E4P32: En realidad no hay una matemática.	E4P31-8: Los conceptos matemáticos básicos dependen del contexto cultural. E4P32-9: Cada cultura tiene sus propias matemáticas "básicas".	C2-P3
E5-EB2	E5P31: La matemática es palpable en las edificaciones en las pinturas y en casi toda obra de carácter artístico en cualquier periodo de la humanidad.	E5P31-10: Identifica cultura con manifestaciones artísticas y palpables y en ellas afirma estar plasmada la matemática. Las Matemáticas forman parte de las herramientas de la Cultura.	C1-P3
E6-EB2	E6P31: La matemática es una construcción humana, y los seres humanos nos encontramos inmersos en una cultura que influye en lo que construimos.	E6P31-11: La Matemática es parte de la construcción humana y ésta es parte de la cultura.	C3-P3
E7-EB2	E7P31: A pesar de que la Matemática es un lenguaje universal, la concepción de la misma (tanto en el momento de transmitirla como de recibirla) se ve permeada por la cultura en la que se desenvuelve el individuo. E7P32: Esto principalmente en el momento de aplicar estrategias metodológicas y evaluativas cuando se relaciona la matemática con situaciones del entorno.	E7P31-12: La Matemática es universal pero las personas la perciben distinta según la Cultura. E7P32-13: La enseñanza es la que modifica la matemática dándole un matiz cultural. La relación entre matemáticas y cultura se centra en la escuela y solo considerando la cultura como un recurso escolar.	C4-P3: Las matemáticas están y la cultura trata de comprenderla desde afuera. (Relación disjunta que es Conceptual).
E8-EB2	E8P31: Las matemáticas son importantes en la vida cotidiana de cualquier persona por lo tanto es trascendente para cualquier cultura.	E8P31-14: Las matemáticas tienen carácter funcional en la vida cotidiana. E8P31-15: Las matemáticas "van más allá" de la cultura.	C1-P3

Tabla 5.1. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P3-EB2*

Ei	*Unidades de Análisis*	*Notas Interpretativas*	*Categorías Inductivas*
E9-EB2	E9P31: La historia de la matemática esta permeada de motivaciones culturales que generan el pensamiento matemático desde los sistemas numéricos creados por los Mayas, los Babilonios, los Egipcios y los Griegos E9P32: Hasta las experiencias más "globales" a partir del comercio y el desarrollo de la Revolución Industrial y la postmodernidad. E9P33: En todas ellas se han manifestado formas particulares de cada pueblo para responder a necesidades concretas. Ejemplo: El origen del cálculo con Newton y Leibniz	E9P31-16: Las motivaciones culturales generan el pensamiento matemático. E9P32-17: La matemática está involucrada en diferentes áreas asumiendo un rol particular según el ambiente y el momento histórico. E9P33-18: El rol particular que se ha dado a las matemáticas para satisfacer necesidades en las culturas.	C2-P3 C1-P3
E10-EB2	E10P31: Porque dependiendo en donde se desarrolle así va a ser el nivel de profundidad en las matemáticas.	E10P1-19: La cultura determina y condiciona el nivel de profundidad con el que se desarrollen las matemáticas. El nivel de desarrollo de la cultura implica el nivel de desarrollo de las matemáticas.	C2-P3
E11-EB2	E11P31: La matemática se va construyendo a la par del desarrollo cultural.	E11P31-20: Existe una relación de dependencia entre matemática y cultura.	C5-P3: La Matemática y la Cultura están en mutua dependencia. (Categoría que incluye lo Funcional y lo Conceptual)
E12-EB2	E12P31: Con las culturas Mayas- Árabes-Griegas- Egipcias.	E12P31-21: Visión histórica de la relación entre matemática y cultura. Menciona algunas culturas donde sabe que hubo producción de contenidos matemáticos que fueron difundidos.	C2-P3

Tabla 5.1. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P3-EB2*

Ei	*Unidades de Análisis*	*Notas Interpretativas*	*Categorías Inductivas*
E13-EB2	E13P31: Todo lo relacionado con las culturas se relaciona con la matemática.	E13P31-22: La cultura depende de las matemáticas, es un subconjunto de la matemática.	C6-P3: La cultura depende de las Matemáticas. (Categoría que incluye lo Funcional y lo Conceptual)
E14-EB2	E14P31: Los egipcios fundamentaron algunas teorías que aún se aplican.	E14P31-23: Hay una visión histórica de la relación entre matemática y cultura. Y la cultura fundamenta algunos contenidos matemáticos.	C2-P3
E15-EB2	E15P31: Las culturas más ancestrales han generado los mejores alcances de la matemática.	E15P31-24: Algunas culturas antiguas han determinado los conocimientos matemáticos relevantes.	C2-P3
E16-EB2	E16P31: La cultura como actividad humana. Los aportes matemáticos son parte de su entorno, obras de ingeniería en pueblos indígenas.	E16P31-25: La Matemática es parte de la actividad humana y ésta es parte de la cultura.	C3-P3
E17-EB2	E17P31: El contexto exige soluciones diferentes.	E17P31-26: La cultura encuentra en la matemática soluciones diferentes.	C1-P3
E18-EB2	E18P31: La matemática no es un conocimiento surgido de lo moderno sino de la experiencia y práctica de las culturas.	E18P31-27: La matemática emerge del conocimiento práctico y la herencia cultural.	C3-P3
E19-EB2	E19P31: Sí, porque nace de la experiencia de cada uno o de la comunidad en que se comparte y de la capacidad de asombro y de observación del ser humano, capacidad para identificar relaciones, identificar uniformidades, opuestos y tantos conceptos simples de los cuales se tejen otros más complejos.	E19P31-28: la matemática surge de la interacción entre los miembros de la comunidad y de los dominios de experiencia subjetiva relacionados con el conocimiento cultural.	C3-P3

Tabla 5.1. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P3-EB2*

Ei	*Unidades de Análisis*	*Notas Interpretativas*	*Categorías Inductivas*
E20-EB2	E20P31: Los Mayas, los Egipcios, los Romanos fueron los inventores de las diferentes numeraciones.	E20P31-29: Visión histórica de la relación entre matemática y cultura, menciona producción de contenidos matemáticos que fueron difundidos.	C2-P3
E21-EB2	E21P31: Por ejemplo los indígenas en C. R. hacen matemática dentro de sus costumbres.	E21P31-30: La matemática se genera dentro de la cultura.	C3-P3
E22-EB2	E22P31: Por las actividades económicas, sociales, culturales de un país.	E22P31-31: La matemática se usa como herramienta para las actividades diversas del país.	C1-P3
E23-EB2	E23P31: Un ejemplo de esto, son los chinos y los japoneses.	E23P31-32: Visión histórica de la relación entre matemática y cultura, menciona producción de contenidos matemáticos que fueron difundidos.	C2-P3
E24-EB2	No contesta		C7-P3: No contesta
E25-EB2	E25P31: Cada cultura desarrolla una visión de mundo y el pensamiento matemático está inmerso dentro de esa visión de mundo. Proyectamos nuestros valores, nuestras percepciones, nuestros conceptos de orden, desorden, exactitud, entre muchos otros. Los indígenas Centroamericanos precolombinos, por ejemplo, le daban una importancia capital a la historia mítica. Literalmente aprendían con mitos. E25P32: Así, luego toda su reflexión matemática se descuelga de su estructura mítica. Sus sistemas de numeración, sus expresiones calendáricas, sus números sagrados todo está en estrecha consonancia con sus mitos.	E25P31-33: La cultura asigna un rol a las matemáticas según su cosmovisión, incluye dentro de esa forma de ver el mundo el pensamiento matemático. E25P32-34: La visión de mundo condiciona el pensamiento matemático y lo genera.	C3-P3

Tabla 5.1. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P3-EB2*

Ei	*Unidades de Análisis*	*Notas Interpretativas*	*Categorías Inductivas*
E26-EB2	E26P31: En todas las culturas los fenómenos naturales y/o mágico/religiosos siempre se asocian con los números y sus conjugaciones, para buscar su justificación o entendimiento.	E26P31-35: Las culturas tratan de comprender su propia realidad cosmogónica y mítica mediante las matemáticas. Las matemáticas se usan como herramienta para interpretar el legado ancestral.	C1-P3
E27-EB2	E27P31: A cada forma de concebir el mundo, va relacionada una manera específica de conocerlo y relacionarlo; así como una manera de medir y contabilizar los seres u objetos que forman ese mundo.	E27P31-36: En cada cultura hay una matemática específica. La matemática es una parte de la cultura.	C3-P3
E28-EB2	E28P31: La cultura da formación de palabra.	E28P31-37: La cultura genera un lenguaje y a partir de este lenguaje se generan las matemáticas.	C3-P3
E29-EB2	E29P31: De hecho la misma matemática es cultura.	E29P31-38: La matemática forma parte de la cultura.	C3-P3
E30-EB2	E30P31: Razonamiento para resolver problemas de la cotidianidad.	E8P31-39: Las matemáticas sirven para resolver problemas de lo cotidiano.	C1-P3

5.5.1.1 CATEGORÍAS INDUCTIVAS EN EL ANÁLISIS DE CONTENIDO DE P3-EB2

En el análisis de contenido realizado para la pregunta P3-EB2 se aplicó una fase de estudio inductivo para cada unidad de análisis, del cual surgieron treinta y nueve notas interpretativas. Dado que la pregunta se refiere a las *relaciones* entre matemática y cultura, hemos enmarcado dicho proceso inductivo dentro de un modelo conjuntista, que guarda coherencia con las unidades de análisis descritas en estos términos. De esta manera, dividimos las categorías inductivas en tres ámbitos: las que describen relaciones funcionales, las que denotan relaciones conceptuales y las que integran ambos aspectos.

A continuación explicamos las *siete categorías inductivas* que surgen del análisis de contenido realizado a las respuestas de la pregunta P3-EB2.

C1-P3: La Cultura asigna el rol de las Matemáticas dentro de ella. (Categoría Funcional)

Cada cultura posee una forma de concebir e interpretar el mundo y sus relaciones, y a partir de estas concepciones establece una serie de códigos, lenguajes, procesos, patrones y formas de pensamiento que les permiten relacionar los fenómenos de la realidad circundante a partir de esa visión de mundo. Es decir, que la cultura asigna un papel a las matemáticas a partir de su propia cosmovisión.

Consideramos que tomar en cuenta estas ideas permite generar un sistema de relaciones para el conocimiento del mundo y regir la realidad del momento histórico. Algunas de las respuestas de los consultados establecen relaciones entre el pensamiento matemático con aspectos sociofácticos o mentinfácticos (Huxley, 1955) de la cultura. El carácter funcional se atribuye a partir de la práctica social y lo que se pretende es resaltar el papel utilitario de la Matemática en la Cultura. Las matemáticas están y la cultura las usa, por lo que las Matemáticas dependen de la Cultura.

C2-P3: La Cultura determina algunos contenidos matemáticos. (Categoría Conceptual)

Hay algunos discursos que ubican la cultura como el origen que promueve el desarrollo de algunos contenidos matemáticos. Desde esta perspectiva, los conocimientos matemáticos son resultado de un entorno temporal y contextual, por ejemplo, el desarrollo de sistemas de numeración, o las estructuras calendáricas.

En esta categoría consideramos todas las referencias y explicaciones a través de ejemplos, que identifican desde una perspectiva histórica la relación entre matemática y cultura. Es decir, se tomaron en cuenta las alusiones de los consultados a algunas culturas donde se sabe que hubo producción de contenidos matemáticos que fueron difundidos. En este caso, nos llama la atención, cuando algunos informantes clave mencionan los nombres de algunas culturas, como los griegos, egipcios, mayas, entre

otros, en los que se identifica la relación entre matemática y culturas como eventos antiguos de la historia de la humanidad, es decir, motiva a la reflexión el que estos consultados no den vigencia de actualidad a la relación entre la matemática y las culturas.

C3-P3: Las Matemática son parte de la Cultura. (Categoría que incluye lo Funcional y lo Conceptual)

En esta categoría ubicamos a los consultados que relacionan el conocimiento cultural con el conocimiento cotidiano. Algunos de ellos manifiestan que "*la matemática es parte de la construcción humana*" y a su vez, "*la matemática surge de la experiencia y práctica de las culturas*", coincidiendo con la postura de diversos autores, dentro de los cuales destacamos a Leslie White (1988) acerca de que "la matemática surge o se genera a partir de interacciones entre los miembros de una cultura". La matemática es una construcción humana, y los seres humanos nos encontramos inmersos en una cultura que influye en lo que construimos. Desde esta perspectiva, confluyen tanto una visión funcional como conceptual de la relación entre matemáticas y cultura.

C4-P3: Las Matemáticas "están" y la Cultura trata de comprenderlas desde afuera (Relación disjunta que es Conceptual)

Esta categoría alude a una argumentación que otorga universalidad a la matemática, pero considerando también que cada persona desarrolla significados propios dependiendo de su cultura de origen. Es decir, que la cultura restringe sobre percepciones particulares para comprender las matemáticas y aplicarlas. Solamente uno de los informantes clave se ubica en esta categoría y desde su postura, se trata de orientar la relación entre matemática y las culturas centrando el interés en el entorno escolar y considerando la cultura como un recurso individual. Desde esta perspectiva y a partir de nuestra interpretación, ponemos en jerga de conjuntos dicha relación, y la identificamos como disjunta.

C5-P3: La Matemática y la Cultura están en mutua dependencia. (Categoría que incluye lo Funcional y lo Conceptual)

En la afirmación: "*la matemática se va construyendo a la par del desarrollo cultural*" (E11-EB2), hemos identificado una relación de mutua dependencia entre la matemática y la cultura. Desde esta interpretación, destacamos un desarrollo simultáneo de construcción del conocimiento matemático y cultural, por lo tanto atañe con el carácter funcional y también con el carácter conceptual de la relación.

C6-P3: La Cultura depende de las Matemáticas. (Categoría que incluye lo Funcional y lo Conceptual)

Esta categoría establece la relación contraria a la categoría C3-P3 y le conciernen las unidades de análisis que denoten ejemplos de cultura material en los cuales se implique

alguna relación con las matemáticas. Desde esta visión, es la cultura quien depende de las matemáticas.

C7-P3: no contesta

Consideramos como categoría también a la ausencia de respuesta.

5.5.1.2 REGLAS DE RECUENTO EN EL ANÁLISIS DE CONTENIDO DE P3-EB2

Las reglas de recuento que hemos aplicado en el análisis de contenido de la pregunta P3-EB2 son la frecuencia de aparición, los porcentajes de frecuencia y la contingencia. Hay un caso de *contingencia* que se presenta en el análisis de contenido a las unidades de información que provee el informante clave E9-EB2. Según nuestras notas interpretativas, los argumentos presentados corresponden a las categorías C1-P3 (notas interpretativas E9P32-17 y E9P33-18) y C2-P3 (nota interpretativa E9P33-16).

Hemos realizado los recuentos correspondientes a las *frecuencias de aparición* y *porcentajes de frecuencia* de cada una de las siete categorías inductivas que se identificaron en las treinta respuestas observadas. La relación predominante (33%) es la que incluye el carácter funcional y el carácter conceptual. En segundo lugar (30%) se ubica la categoría referida a los contenidos, que remite a una visión conceptual de la relación y en una tercera posición (26,6%) la que establece la postura funcional de la relación entre matemática y cultura.

5.5.1.3 RESUMEN DE RESULTADOS EN EL ANÁLISIS DE CONTENIDO APLICADO A LAS RESPUESTAS DE P3-EB2

En el análisis de contenido elaborado a la pregunta P3-EB2, se desprenden cuatro concepciones de la relación entre matemática y cultura que enunciamos y comentamos a continuación.

- *Las matemáticas dependen de la cultura*. Incluye las categorías C1-P3, C2-P3, C3-P3, y su frecuencia de aparición es de 27 respuestas.
- *Las matemáticas y la cultura son independientes*. Incluye la categoría C4-P3 y presenta una frecuencia de aparición de 1 respuesta.
- *Entre las matemáticas y la cultura hay mutua dependencia.* Incluye la categoría C5-P3 y presenta una frecuencia de aparición de 1 respuesta.
- *La cultura depende de las matemáticas.* Incluye la categoría C6-P3 y presenta una frecuencia de 1 respuesta.

Nos interesa resaltar que *todos* los informantes clave (resultado cuantitativo de P3-EB2) consideran que *la matemática guarda relación con la cultura* y desde esta afirmación, es mayoritaria la concepción de que *las Matemáticas dependen de la Cultura*. Además, nos parece conveniente recalcar que las categorías C3-P3 y C1-P3 son las que han sido elegidas por una mayor variedad de distintas cualificaciones profesionales. Asimismo, no todas las respuestas a la pregunta P3-EB2 fueron excluyentes de combinación de

categorías, pues al menos uno de los informantes clave suministró unidades de análisis cuyo proceso inductivo las ubicó en más de una categoría.

5.5.2 ANÁLISIS CUALITATIVO DE CONTENIDO APLICADO A LAS RESPUESTAS DE P4-EB2

La pregunta P4-EB2 se centró en *determinar la importancia que dan los informantes clave a implementar un programa de formación de profesores que incorpore a las etnomatemáticas,* que corresponde a la categoría de propósito CRM (Conoce rasgos matemáticos en las Culturas). El enunciado completo de la pregunta es:

P4-EB2: ¿Conoces al menos un rasgo cultural de algún grupo étnico de Costa Rica que pueda relacionarse con pensamiento matemático?
*Si*_____ *No*_____
¿Cuál?:

Las *unidades de análisis* son las respuestas dadas por cada uno de los informantes clave a esta pregunta, dichas unidades han sido organizadas en una estructura tabular, siguiendo el formato descrito en el Capítulo 3. Sin embargo, vamos a comentar algunas peculiaridades concernientes a la construcción de la tabla de organización de la información, pues este análisis de contenido demandó una fase descriptiva del contexto y de los elementos culturales mencionados por los informantes clave.

En primer lugar, se decidió situar en contexto los rasgos mencionados y también ilustrarlos con imágenes (en los casos que corresponde), para poder diferenciar si se trata de aspectos tangibles o intangibles, de un grupo cultural o de una microcultura particular. En segundo lugar, consensuamos diferenciar si los rasgos mencionados correspondían a conocimientos particulares de un grupo de especialistas en algún área profesional particular (gremio), o bien si se trataba de información sobre etnias costarricenses. Además, durante el proceso de preanálisis se decidió establecer una *secuencia de preguntas* para facilitar el proceso inferencial de las categorías, con la cual se constituye una secuencia emergente de respuesta a dos preguntas:

- ¿Quién?, (O): se refiere al objeto cultural con contenido matemático que se infiere en la unidad de información.
- ¿Cuál?, (R): atañe al contenido matemático asociado (desde las etnomatemáticas occidentales) en el artefacto, sociofacto o mentifacto (Huxley, 1955), citado, o bien al conocimiento matemático cultural (CMC) con el que se relaciona.

En cada celda correspondiente a las notas interpretativas incorporamos el código para referirnos al rasgo del grupo étnico que mencionan los informantes clave, seguido de las respuestas a las dos preguntas anteriores; y decidimos incorporar imágenes para ilustrar la gestión inferencial de categorías para cada unidad de análisis. Posteriormente se han aplicado las reglas de enumeración y recuento. Mostramos a continuación la tabla que hemos construido para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P4-EB2.

Tabla 5.2. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P4-EB2*

Ei	Unidades de Análisis	Notas Interpretativas	Categorías Inductivas
E1	No contesta.		C5-P4: No contesta.
E2	E2P41: La construcción de las esferas, en la zona sur del país, por nuestros indígenas Huetares, siempre me ha causado gran interés, admiración, curiosidad… no sé cómo describirlo.	E2P41-1: Indígenas Huetares.  O: Esferas de Piedra R: concepto de esfera y magnitud, isometrías, CMC ancestral.	C1-P4: Rasgos tangibles de culturas indígenas, tomados en producciones históricas.
E3	E3P41: La cosmología de los Bribris, E3P42: la matemática occidentalizada de la Costa Rica del valle central (la menciono aunque no es un "etnia", propiamente, sino que es una integración heterogénea de etnias)	E3P41-2: Indígenas Bribris. O: Cosmología. R: Procesos espacio-temporales, modelos numérico y geométrico. E3P42-3: Matemática occidentalizada. O: Integración heterogénea de etnias. R: CMC múltiple de pluriculturalidad.	C2-P4: Rasgos tangibles o intangibles de culturas indígenas actuales. C4-P4: No hay rasgos culturales del grupo de varias etnias del Valle Central. Que tiene "matemática occidentalizada". Situación actual.
E4	E4P41: Los metates y en general toda la producción artística de las poblaciones prehispánicas costarricenses se pueden relacionar con pensamiento matemático. E4P42: Es fácil ver el concepto de simetría, de círculo, etc. en la creación artística hecha por los antepasados.	 E4P41-4: Indígenas Precolombinos. O: Metates y Mesas Ceremoniales de piedra. R: simetría, círculo, curvas, volumen, magnitud, tipos de rectas y composición del plano, entre otros.	C1-P4
E5	No contesta.		C5-P4

Tabla 5.2. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P4-EB2*

Ei	Unidades de Análisis	Notas Interpretativas	Categorías Inductivas
E6	E6P41: En los rituales de nacimiento y de muerte realizados por los Bribris aparecen ciertos números que son considerados sagrados o mágicos.	E6P41-5: Indígenas Bribris. O: Números mágicos o sagrados. R: Número mágico ritual (asociado a CMC).	C2-P4
E7	E7P41: No es precisamente un grupo étnico, sino mas bien el grupo social perteneciente a los agricultores de la zona de San Carlos, quienes me explicaban una vez que ellos no habían asistido a la escuela, sin embargo, tenían que estar calculando los movimientos de la luna para definir el momento exacto para iniciar el sembradío. De igual manera, para el cuidado del ganado lechero. E7P42: En algún momento también realice una gira a la comunidad de Talamanca donde observe una increíble aplicación de la geometría y estereometría, por ejemplo, la "Casa Cónica" como le llaman ellos donde realizan sus más importantes ritos tales como la llegada de un nuevo ser a la comunidad, entre otros.	E7P41-6: Agricultores de San Carlos. O: Relaciones con estudio de movimientos lunares. R: Identificación de patrones y estimaciones, cálculos numéricos por observaciones astronómicas. E7P42-7: Indígenas Talamanqueños.  O: Casa Cónica. R: Modelos numérico y geométrico de CMC aplicados en la arquitectura.	C3-P4: Rasgos de micro-culturas de los gremios (de grupos indígenas o no) actuales. C2-P4
E8	No contesta.		C5-P4

Tabla 5.2. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P4-EB2*

Ei	Unidades de Análisis	Notas Interpretativas	Categorías Inductivas
E9	E9P41: Las esferas de piedra que se encuentran en la zona sur del país, los acueductos del Monumento Nacional Guayabo y las formas de las edificaciones de algunas de las reservas indígenas del país.	E9P41-8: Indígenas Huetares. O: Esferas de Piedra. R: concepto de esfera, magnitudes, isometrías, CMC ancestral. E9P42-9: Ingeniería precolombina. O: Calzadas, montículos circulares, sistema de acueducto y drenajes. R: CMC aplicado en obras de ingeniería civil en periodo precolombino.	C1-P4
E10	E10P41: Los artesanos de Sarchí que utilizan la simetría axial, sin llevar algún estudio de la materia y los indígenas en los cultivos y en las artesanías.	E10P41-10: Artesanos de Sarchí.  O: Construcción y decoración de Carretas. R: Rueda, isometrías, geometría espacial. E10P42-11: Indígenas. O: Elaboración de Artesanía. R: Aplicación de técnicas matemáticas en la construcción de artesanías. E10P4-12: Agricultores (indígenas). O: Zonas Indígenas Agrícolas. R: Establecimiento de patrones de observación de la naturaleza.	C3-P4 C2-P4

Tabla 5.2. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P4-EB2*

Ei	Unidades de Análisis	Notas Interpretativas	Categorías Inductivas
E11	No contesta.		C5-P4
E12	No contesta.		C5-P4
E13	No contesta.		C5-P4
E14	No contesta.		C5-P4
E15	No contesta.		C5-P4
E16	E16P41: Guayabo de Turrialba con sus obras civiles al igual que los descubrimientos en Guácimo de Limón.	E16P4-13: Ingeniería precolombina.  O: sistema de acueducto y drenajes. R: CMC aplicado en obras de ingeniería civil en periodo precolombino.	C1-P4
E17	E17P41: Guaymí (La producción de canastas y telares).	E17P41-14: Indígenas Ngäbes (Guaymíes).  O: Artesanía en tejidos (telares) y cestería. R: CMC aplicado en la producción artesanal, cálculos numéricos para optimización de material.	C2-P4

Tabla 5.2. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P4-EB2*

Ei	Unidades de Análisis	Notas Interpretativas	Categorías Inductivas
E18	E18P41: Los indígenas que se encuentran carretera a Puriscal.	E18P41-15: Indígenas de Quitirrisí. O: Elaboración artesanal de hamacas, alfombras y cestería. R: CMC aplicado en la optimización de material de producción artesanal: cestas, hamacas y alfombras de fibra natural.	C2-P4
E19	E19P41: La confección de canastas usando figuras geométricas que acomodadas de cierta manera logran un fondo casi circular para dar estabilidad a la canasta (que se pare sobre su fondo).	E19P41-16: Artesanos de cestería. O: Cestería. R: CMC de artesanos para la elaboración de cestas para formar un fondo circular.	C3-P4
E20	E20P41: Los Guaymíes, los cabécar, los Brunca, los Huetares todos usaron el pensamiento matemático.	E20P41-17: Indígenas Costarricenses. O, R: no especifica.	C1-P4
E21	E21P41: Medidas de terrenos para siembra de cultivos.	E21P41-18: Agricultores. O: Siembras de cultivos. R: Medida de terrenos de forma empírica.	C3-P4
E22	E22P41: Comunidad indígena Bribri.	E22P41-19: Indígenas Bribris. O,R: no especifica.	C2-P4
E23	No contesta.		C5-P4

Tabla 5.2. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P4-EB2*

Ei	Unidades de Análisis	Notas Interpretativas	Categorías Inductivas
E24	E24P41: El uso de los múltiplos de 3 para el desarrollo de la arquitectura, las artesanías, de los rituales funerarios, en fin, de todo un estilo de vida del pueblo Bribri.	E24P41-20: Indígenas Bribris O: Número mágico ritual, arquitectura indígena. R: CMC en uso de número mágico ritual. E24P41-21: Indígenas Bribris. O: Arquitectura y confección de artesanía. R: Aplicación de CMC: versión de geometría, estereometría y aritmética indígena.	C2-P4
E25	E25P41: Los Bribri y los Cabécares, del sur de Costa Rica establecen una profunda y compleja relación entre su concepción del mundo y la construcción de las viviendas tradicionales. Cuando construyen una vivienda de manera simbólica revive el proceso de creación del cosmos por el señor Sibö, su gran Dios creador.	E25P41-22: Indígenas Bribris y Cabécares. O: Arquitectura y mito. R: CMC en las relaciones cosmogónicas entre la geometría de la vivienda y lo mítico (cono, círculo, planos paralelos, simetría).	C2-P4
E26	E26P41: La construcción de las viviendas indígenas con formas circulares perfectas reflejan un conocimiento geométrico; en el registro arqueológico se exponen construcciones con formas y diseños con características ingenieriles (calzadas, plazas, acueductos, formas cuadrangulares, etc.).	E26P41-23: Indígenas Bribris y Cabécar  O: Arquitectura y mito. R: CMC en las relaciones cosmogónicas entre la geometría de la vivienda y lo mítico (cono, círculo, planos paralelos, simetría).	C2-P4

Tabla 5.2. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P4-EB2*

Ei	Unidades de Análisis	Notas Interpretativas	Categorías Inductivas
E27	E27P41: Para los Bribris hay formas diferentes de contar los objetos (ej. los animales, o los objetos redondos).	E27P41-24: Indígenas Bribris. O: Organización de los conteos. R: Clasificadores numerales, según la forma del objeto.	C2-P4
E28	No contesta.		C5-P4
E29	No contesta.		C5-P4
E30	No contesta.		C5-P4

5.5.2.1 CATEGORÍAS INDUCTIVAS EN EL ANÁLISIS DE CONTENIDO DE P4-EB2

En el análisis de contenido realizado para la pregunta P4-EB2 realizamos un estudio inductivo para cada unidad de análisis que promovió veinticuatro notas interpretativas a partir de los ejemplos dados por los informantes clave respecto a rasgos culturales de grupos étnicos costarricenses relacionados con pensamiento matemático.

Las características que consideramos más relevantes son las que se refieren a la caracterización de la cultura, en la cual el factor de la temporalidad (pasado o presente), y el relacionado con el grupo al que corresponde el ejemplo (comunidad indígena, gremio profesional, grupo ubicado en una zona geográfica) han sido las claves.

De este modo, identificamos *patrones* de rasgos citados como *ejemplos* y a partir de esta clasificación o agrupamiento se generaron *cinco categorías inductivas*, que enunciamos y explicamos a continuación.

C1-P4: Rasgos tangibles de culturas indígenas, tomados en producciones históricas

Hay unidades de análisis que se refieren a elementos de cultura material que forman parte de la memoria histórica de Costa Rica, pues fueron realizados y utilizados en el pasado. En esta categoría encontramos *tres subcategorías* de respuesta:

- Las *esferas de piedra* que fueron talladas entre los años 800 y 500 antes de Cristo por el grupo indígena que habitó el Delta del Diquís en la Zona Sur de Costa Rica. Según datos del Museo Nacional las dimensiones de las esferas oscilan en un rango de los 10 centímetros hasta los 2,57 metros de diámetro y su peso llega a superar las 16 toneladas.



Figura 5.2. Esferas de piedra en el Museo Nacional y el Parque de Palmar Norte.

- El *Monumento Nacional Guayabo* es un sitio arqueológico ubicado en la región de Turrialba perteneciente a la provincia de Cartago en Costa Rica, a unos 85 km de San José. Se supone que se construyó entre el 900 y 1.100 d. C. En este sitio se protegen estructuras arqueológicas como calzadas de piedra, montículos

de forma redonda y elipsoidal, puentes, tanques de captación de agua y un acueducto que funciona hasta el día de hoy. Por todas sus características fue designado como Patrimonio Mundial de la Ingeniería.



Figura 5.3. Montículos circulares en el Monumento Nacional Guayabo, fotografía de Erick Carvajal.

- Las *producciones artísticas precolombinas.* Consideramos aquí la producción artística de metates, mesas ceremoniales de piedra, trabajos en oro y jade realizados por los grupos indígenas de Costa Rica.



Figura 5.4. Piezas arqueológicas de oro, jade y piedra de la colección permanente del Museo Nacional de Costa Rica, fotografías de la investigadora, con los permisos correspondientes del Museo Nacional.

Los ejemplos que hemos ilustrado, se relacionan con elementos de cultura material tangibles, que a pesar de estar la mayoría de ellos en zonas arqueológicas o en los museos, constituyen parte de la identidad y de la memoria histórica nacional.

C2-P4: Rasgos intangibles o tangibles de- culturas indígenas actuales

Existen unidades de análisis que hacen referencia a rasgos de las culturas que pueden ser perceptibles por los sentidos o no. En el caso de los rasgos intangibles, se aluden aspectos relacionados con la tradición oral, especialmente con los elementos míticos o la cosmovisión indígena. En el caso de los elementos tangibles, se concentran

especialmente en ejemplos que son perceptibles a través de la vista, en particular las artesanías y la arquitectura como elementos de cultura material que prevalecen en algunos pueblos indígenas. Hemos agrupado los ejemplos y de esta categoría surgen *cinco subcategorías* de respuesta:

- Las *producciones artísticas vigentes*. En este foco consideramos todo el trabajo artesanal realizado por los indígenas que habitan actualmente los territorios costarricenses.



Figura 5.5. Piezas de artesanía para la venta en comunidades indígenas de Costa Rica.

- La *arquitectura indígena vigente*. Algunos de los informantes clave reconocen que en los territorios indígenas costarricenses se construyen las viviendas casi sin utilizar herramientas de carpintería, prevaleciendo el uso de productos del bosque, dichas viviendas tienen formas geométricas que poseen significados míticos en la cultura.



Figura 5.6. Arquitectura vigente en algunas de las comunidades indígenas de Costa Rica.

- Los *clasificadores numerales* es una subcategoría mencionada por uno de los consultados, quien conoce que en las comunidades Bribris se clasifican los objetos, según su forma que tengan, como un acto previo al conteo; en palabras del encuestado: *"hay diferentes formas de contar"*.

- Los *números asociados a los rituales*, fue una subcategoría mencionada por algunos de los consultados, quienes afirman que existen varios grupos étnicos que tienen números cabalísticos o simbólicos para sus ceremonias o rituales, saben que estos números se relacionan con la reiteración de eventos dentro de un ritual o bien en la tradición mítica que conforma la historia de estos pueblos.
- Los *números y formas asociados a la cosmovisión* fueron citados por los informantes clave, ya que la concepción de mundo permite a los grupos de indígenas desarrollar formas de pensamiento y de relaciones que se integran en su cotidianeidad. Por ejemplo, la construcción de las viviendas "sagradas" solo puede tener una forma geométrica particular y está compuesta de una cantidad determinada de troncos.

C3-P4: Rasgos de micro-culturas de los gremios (de grupos indígenas o no), actuales

En esta categoría tomamos en cuenta los relacionados con grupos sociales de personas con oficios comunes, como agricultores o artesanos, cuya producción está vigente.



Figura 5.7. Artesanía tradicional de máscaras o carretas típicas de Costa Rica.

C4-P4: No hay rasgos culturales del grupo de varias etnias del Valle Central. Que tiene "Matemática occidentalizada". Situación actual.

En esta categoría se incluye el caso citado de un grupo social multicultural en el que el informante afirma que conviven varias culturas. Se afirma que dicho grupo tiene una *"Matemática occidentalizada",* pero solo se cita el rasgo de la ubicación geográfica: *"Valle Central"* y la situación es actual.

C5-P4: no contesta

Consideramos como categoría también a la ausencia de respuesta.

5.5.2.2 REGLAS DE RECUENTO EN EL ANÁLISIS DE CONTENIDO DE P4-EB2

Las reglas de recuento que hemos aplicado en el análisis de contenido de la pregunta P4-EB2 son la frecuencia de aparición, los porcentajes de frecuencia y la contingencia. Hay tres casos de *contingencia* presentes en el análisis de contenido a las unidades de análisis que provienen de los informantes clave E3-EB2, E7-EB2 y E10-EB2. Según nuestras notas interpretativas, en los argumentos presentados prevalece la categoría C2-P4 acompañada por C3-P4 o bien C4-P4.

Hemos realizado los recuentos correspondientes a las *frecuencias de aparición* y *porcentajes de frecuencia* de cada una de las cinco categorías inductivas que se identificaron en las treinta respuestas observadas. Resaltamos que para esta pregunta hay muchas faltas de respuesta (40%), además, destacamos que la categoría emergente con más respuestas (36,6%) es la C2-P4, en la que se reúnen los elementos de cultura actual, tanto tangible como intangible.

5.5.2.3 RESUMEN DE RESULTADOS EN EL ANÁLISIS DE P4-EB2

En el análisis de contenido elaborado a la pregunta P4-EB2 hay unidades de análisis que aluden varias características, por ejemplo ser indígena y artesano y estar ubicado en una zona geográfica determinada, lo que define a su cultura de una forma más precisa. Existen otras unidades de análisis que no necesariamente atañen a un grupo étnico determinado y hay una mayoría de ejemplos que hacen referencia a rasgos de cultura actuales en relación con los ejemplos que remiten a producción de rasgos culturales históricos (antiguos). Un aspecto de atención es la cantidad de informantes clave que no contesta esta pregunta, pues únicamente dieciocho de los treinta encuestados proporcionaron ejemplos de rasgos culturales de algún grupo étnico costarricense que relacionan con pensamiento matemático. Con este resultado presumimos que falta información al respecto en la formación profesional y también tiene que ver con el sentido de identidad nacional.

5.5.3 ANÁLISIS CUALITATIVO DE CONTENIDO APLICADO A LAS RESPUESTAS DE P8-EB2

La pregunta P8-EB2 se centró en *determinar la importancia que dan los informantes clave a implementar un programa de formación de profesores que incorpore a las etnomatemáticas*. A pesar de que esta pregunta aborda dos categorías de propósito: EFP (Etnomatemática como forma de Pensar) y MRC (Matemáticas relacionadas con Cultura) nuestro interés se centra en conocer cuál es la percepción que tienen los informantes clave respecto a las matemáticas no formales y cómo las caracterizan a través de ejemplos. El enunciado completo de la pregunta es:

P8-EB2: ¿Crees que existen unas matemáticas 'no formales' fuera de las teorías y de los libros de texto?
*Si*_____ *No*_____
Indica un ejemplo:

Las *unidades de análisis* corresponde a los ejemplos dados por cada uno de los informantes clave a esta pregunta, dichas unidades han sido organizadas en una estructura tabular, siguiendo el formato descrito en el Capítulo 3.

Como parte del proceso de preanálisis se decidió establecer una *secuencia de preguntas* para facilitar el proceso inferencial de las categorías. De esta forma, cada celda correspondiente a las notas interpretativas está compuesta por las respuestas a las siguientes preguntas:

- ¿Quién?, (S): refiriéndonos a los sujetos que mencionan los consultados para caracterizar el pensamiento matemático no formal, en este caso se consideran grupos, microculturas de gremios o bien, elementos de la memoria histórica o de la identidad nacional.
- ¿Qué?, (R): identificando, el rasgo o característica que consideran los informantes clave como pensamiento matemático no formal.
- ¿Cómo?, (A): describiendo las actividades, métodos o estrategias en los que se identifica pensamiento matemático no formal.

Cada una de las columnas que componen la tabla posee códigos descriptivos de cada celda. De este modo, la primera columna indica el informante clave, la segunda columna contiene los códigos correspondientes a la enumeración de las unidades de análisis que provee cada encuestado, la tercera columna contienen las notas interpretativas codificadas para cada unidad de análisis con su correspondiente enumeración y finalmente en la cuarta columna se integran las categorías emergentes con su correspondiente código. Mostramos a continuación la tabla que hemos construido para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P8-EB2.

Tabla 5.3. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P8-EB2*

Ei	Unidades de Análisis	Notas Interpretativas	Categorías Inductivas
E1	E1P81: He visto a los carpinteros hacer trazos con sus herramientas (escuadras) para hacer cortes que calzan muy bien, sin que ellos sepan cual es la geometría que explica que esos trazos son adecuados. Al parecer son producto de la experiencia.	(E1P81-1) S: carpinteros. R: representaciones escritas o trazos y cortes que empatan bien. A: uso de herramientas, escuadras y experiencia como método.	C1-P8: Matemáticas de los Gremios.
E2	E2P81: Precisamente de esas matemáticas no formales han surgido las "formales". Por ejemplo, cuando los niños pequeños se están repartiendo golosinas, digamos. Esta repartición tiene implícita la idea de la división.	(E2P81-2) S: niños. R: acciones de reparto. A: en la división, la matemática informal es el origen de la matemática formal.	C2-P8: Matemáticas del Pensamiento Infantil.
E3	E3P81: La matemática que un niño de tres años utiliza para darse cuenta que le falta un juguete.	(E3P81-3) S: niños. R: representación mental de cantidades. A: sustracción y conteos de juguetes.	C2-P8
E4	E4P81: Por ejemplo la matemática de la creación mítica, en jade, en barro, de nuestros antepasados muestra muchos conceptos geométricos relacionados con sus creencias y su forma de ver el mundo y no como teoría formal.	(E4P81-4) S: Amerindios (ver glossário). R: artefactos de jade, barro, oro. A: recreación mítica con aplicación de conceptos geométricos.	C4-P8: Matemáticas del Conocimiento Histórico-Ancestral.
E5	E5P81: La matemática es siempre formal si no está en texto es porque nadie la ha formalizado.	(E5P81-5): Considera que hay solamente matemática formal. Caracteriza o identifica la matemática formal con la escrita.	C9-P8: No admite Matemática Informal.

Tabla 5.3. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P8-EB2*

Ei	Unidades de Análisis	Notas Interpretativas	Categorías Inductivas
E6	E6P81: Las matemáticas que aprenden los niños antes de ingresar a la educación formal, mediante el reconocimiento de formas, patrones, sentido numérico y nociones de mediciones, además del pensamiento lógico (principalmente en juegos estratégicos).	(E6P81-6) S: niños. R: estrategias, patrones, formas geométricas, mediciones, pensamiento lógico y sentido numérico. A: actividades lúdicas, en juegos estratégicos.	C2-P8
E7	E7P81: Todas aquellas que se aplican en comunidades rurales o lejanas a las ciudades cosmopolitas y no se han escrito, quizás por "carecer" de la formalidad de la matemática tradicional. E7P82: Estoy segura que en comunidades lejanas de la India, en la China, en la Antártica, en el polo Sur, en nuestro propio país hay impresionantes descubrimientos matemáticos que, por la limitante del lenguaje, no se han dado a conocer.	(E7P81-7) S: comunidades rurales aisladas. R: conocimiento que no se han escrito, pero se aplica y no se difunde por la brecha lingüística. (Caracteriza la matemática formal como la escrita y la no escrita es informal). A: acciones concretas propias acorde al entorno geográfico aislado que aplica sus propias normas.	C6-P8:La Matemática Informal se aplica aunque no esté escrita. C7-P8:La Matemática Informal está en un contexto geográfico aislado. C8-P8:La Matemática Informal no se comunica ni se difunde
E8	E8P81: Los agricultores deben hacer cálculos de la inversión que hacen para saber cuánta cosecha recogerán, además, de los materiales que deben de utilizar para maximizar su producción.	(E8P81-8) S: agricultores. R: cálculos de inversión, delimitación del terreno de siembra, optimización de recursos y proyecciones de cosecha. A: planificación de siembra y cosecha.	C1-P8

Tabla 5.3. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P8-EB2*

Ei	Unidades de Análisis	Notas Interpretativas	Categorías Inductivas
E9	E9P81: Los niños de primaria utilizan una técnica con los dedos para comprobar las tablas de multiplicar del 6, 7, 8 y 9. E9P82: La llamada "técnica de la abuelita" de matemática financiera que consiste en contar con los nudillos de los dedos los meses del año que tienen 31 días. E9P83: O los métodos que utiliza un ama de casa para calcular sin instrumentos de medición la cantidad de agua adecuada para preparar el arroz o los frijoles.	(E9P81-9) S: niños. R: multiplicación. A: estrategia empírica kinestésica con los dedos. (E9P82-10) S: cultura popular. R: comprobar el calendario. A: estrategia empírica kinestésica con los nudillos de las manos. (E9P83-11) S: amas de casa. R: estimación de cantidades, volumen y proporcionalidad. A: medición de cantidades sin instrumentos a partir de la experiencia.	C2-P8 C3-P8: Matemáticas del Conocimiento Popular C1-P8
E10	E10P81: Las que tienen cierto pueblo australiano de aborígenes que tienen su propia cultura y su propia matemática.	(E10P81-12) S:aborígenes australianos. R: su propia cultura y su propia matemática. A: no especifica.	C4-P8
E11	No contesta.		C11-P8: No contesta
E12	No contesta.		C11-P8
E13	No contesta.		C11-P8
E14	No contesta.		C11-P8
E15	No contesta.		C11-P8
E16	No contesta.		C11-P8

Tabla 5.3. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P8-EB2*

Ei	Unidades de Análisis	Notas Interpretativas	Categorías Inductivas
E17	No contesta.		C11-P8
E18	No contesta.		C11-P8
E19	E19P81: Mi mamá cosía (confecciona prendas como los vestidos de mis hermanas) usando dobleces en la tela (para obtener simetrías) y nunca fue ni a la escuela.	(E19P81-13) S: costureras. R: generar simetrías. A: plegado de tela.	C1-P8
E20	No contesta.		C11-P8
E21	E21P81: El hecho de medir el tiempo y relacionarlo con la distancia para ir a determinado lugar a tiempo es matemática.	(E21P81-14) S: cultura popular. R: estimar la distancia en función del tiempo o viceversa. A: traslado de un lugar a otro.	C3-P8
E22	No contesta.		C11-P8
E23	E23P81: El Reloj Solar, medidas no convencionales, etc.	(E23P81-15) S: cultura popular. R: uso de medidas no convencionales. A: comprensión de reloj solar.	C3-P8
E24	E24P81: Claro que sí, lo de los libros de textos de las escuelas y colegios son meramente las del pensamiento hegemónico. E24P82: Cada grupo cultural primigenio tiene las suyas propias, tal cual sucedió con los mayas, aztecas y los Bribris de Costa Rica, entre otros. Tienen un sistema para contar, para clasificar, para denominar.	(E24P81-16) S: cultura escolar. R: pensamiento hegemónico. A: libros de texto. (E24P82-17) S: Amerindios. R: sistemas para contar, clasificar, denominar. A: aplicación de CMC en sistemas propios.	C10-P8:La Matemática Escolar Académica. C4-P8

Tabla 5.3. *Organización tabular para el análisis de contenido de las respuestas a la pregunta P8-EB2*

Ei	Unidades de Análisis	Notas Interpretativas	Categorías Inductivas
E25	E25P81: Guayabo de Turrialba se construyó aproximadamente hacia el año 1000 antes de Cristo. Es una ciudad que cuenta con un acueducto construido en piedra que todavía funciona, tiene tanques de almacenamiento de agua y grandes calzadas en piedra. Fue declarado patrimonio de la Humanidad precisamente por el desarrollo y aplicación de conocimientos de Ingeniería precolombina.	(E25P81-18) S: Amerindios. R: conocimiento de ingeniería precolombina. A: calzadas, tanques de almacenamiento de agua y acueductos.	C4-P8
E26	E26P81: Todo lo relacionado con medidas que aplican personas dedicadas a la agricultura o trabajo del campo general; conocimientos sobre principios geométricos en trabajos artesanales.	(E26P81-19) S: agricultores. R: uso de sistemas de medidas específicos y principios geométricos para trazar medidas. A: trabajo en el campo y en agricultura artesanal.	C1-P8
E27	E27P81: Cada objeto arqueológico está elaborado bajo ciertas normas que le dan su uniformidad, balance y durabilidad. Todas estas características son producto de años de producción y prueba de cuales medidas específicas son las adecuadas para un buen resultado.	(E27P81-20) S: Amerindios. R: elaboración de objetos que con uniformidad, balance y durabilidad, equilibrio en su composición para garantizar la durabilidad. A: producción experimental de objetos.	C4-P8
E28	E28P81: Diría que la lógica no simbólica.	(E28P81-21) Remite a Matemáticas “no formales” dentro de las formales. Formalismo estricto: la lógica no simbólica o sea no formalizada, como parte de las matemáticas, pero estas sí teorizadas y generalizadas. Visión propiamente matemática, no didáctica que alude a la matemática escolástica no formalizada.	C5-P8: Matemática Escolástica no formalizada
E29	No contesta.		C11-P8
E30	No contesta.		C11-P8

5.5.3.1 CATEGORÍAS INDUCTIVAS EN EL ANÁLISIS DE CONTENIDO DE P8-EB2

En el estudio inductivo para cada unidad de análisis referida a la pregunta P8-EB2 se determinaron veintiuna notas interpretativas respecto a las concepciones manifestadas por los informantes clave, respecto a las matemáticas 'no formales' y las maneras en las cuales las caracterizan en su discurso, a partir de ejemplos. El modelo de las tres preguntas (¿Quién?, ¿Qué?, ¿Cómo?) suscitó una organización de las notas interpretativas, con resultados operativos para facilitar la identificación de información relevante procedente de cada unidad de análisis y agilizar el proceso de inducción de categorías emergentes. En el proceso inductivo, surgieron *once categorías emergentes* que decidimos agrupar en *cuatro focos* que reúnen las características comunes que hay entre ellas. Los enunciamos y explicamos a continuación.

F1-P8: Describe grupos humanos generadores de matemática no formal

En este foco agrupamos las categorías cuyas descripciones acerca de matemática no formal, en distintas situaciones específicas o en grupos sociales, tiene características particulares comunes. Reunimos *cuatro categorías* emergentes, que nombramos y comentamos a continuación.

> *C1-P8: Matemáticas de los Gremios.* Son las matemáticas "no formales" que se reconocen en actividades como la carpintería, la agricultura, la elaboración de artesanía; reconocen también que las *costureras* aplican nociones de simetría y que las *cocineras* deben estimar la cantidad de ingredientes para preparar una comida. En relación con la aplicación de matemática no formal en el trabajo de los *carpinteros*, reconocen que los trazos y encajes que diseñan cuando construyen sus obras, poseen grandes bases de conocimiento geométrico y siguen un proceso estricto en el diseño o bien, por el proceso sistemático secuencial que siguen.

E1-EB2: "He visto a los carpinteros hacer trazos con sus herramientas (escuadras) para hacer cortes que calzan muy bien, sin que ellos sepan cual es la geometría que explica que esos trazos son adecuados".

> También en la *agricultura* algunos informantes clave identifican procesos sistemáticos de aplicación de matemáticas no formales. Además, identifican como matemáticas no formales los procesos de cálculos de inversión, proyecciones y optimización de los recursos agrícolas; además, notan que los agricultores utilizan principios antropométricos para organizar el terreno.

E8-EB2: "Los agricultores deben hacer cálculos de la inversión que hacen para saber cuánta cosecha recogerán, además, de los materiales que deben de utilizar para maximizar su producción."

E26-EB2: "Todo lo relacionado con medidas que aplican personas dedicadas a la agricultura o trabajo del campo general; conocimientos sobre principios geométricos en trabajos artesanales."

- *C2-P8: Matemáticas del Pensamiento Infantil.* Se identifican matemáticas "no formales" a partir de situaciones espontáneas, que en su mayoría se relacionan con juegos que aplican los niños; es decir, consideran que los niños aplican pensamiento matemático no formal, que se relaciona con principios de conteo, con nociones de división, con nociones de proporcionalidad, entre otras que están vinculadas a escenarios lúdicos, cuando se somete a los niños a juegos de estrategia en ambientes extraescolares.
- *C3-P8: Matemáticas del Conocimiento Popular.* Se reconoce este tipo de caracterización la resolución de problemas prácticos de la vida cotidiana, como la relación implícita entre tiempo y distancia para trasladarse de un lugar a otro.
- *C4-P8: Matemáticas del Conocimiento Histórico-Ancestral*. Los consultados ejemplifican este tipo de conocimiento a través de elementos relacionados con el patrimonio cultural tangible (ver glosario) 'tanto mueble como inmueble', que dejaron como legado los pueblos Amerindios (ver glosario). Destacan la elaboración de artefactos en los cuales identifican principalmente nociones de geometría espacial, así como el significado mítico cultural. También se resaltan las producciones arquitectónicas e ingenieriles de la historia indígena costarricense, que por su composición en medidas y material han resistido el paso del tiempo. En esta categoría se incluye el reconocimiento que hacen los informantes clave del legado histórico en artefactos propios de grupos indígenas que se pueden encontrar en los museos o en los parques arqueológicos del país.

E4-EB2: "Por ejemplo la matemática de la creación mítica, en jade, en barro, de nuestros antepasados muestra muchos conceptos geométricos relacionados con sus creencias y su forma de ver el mundo y no como teoría formal".

E25-EB2: "Guayabo de Turrialba se construyó aproximadamente hacia el año 1000 antes de Cristo. Es una ciudad que cuenta con un acueducto construido en piedra que todavía funciona, tiene tanques de almacenamiento de agua y grandes calzadas en piedra. Fue declarado patrimonio de la Humanidad precisamente por el desarrollo y aplicación de conocimientos de Ingeniería precolombina."

F2-P8: Rechaza la matemática no formal y caracteriza la matemática formal.

En este foco agrupamos *tres categorías emergentes* cuyas descripciones defienden la matemática formal y se oponen a la matemática no formal.

- *C5-P8: Matemática escolástica no formalizada.* Existe una unidad de análisis donde identificamos una tendencia a pensar que las opiniones o las ideologías clásicas y tradicionales son las únicas válidas y ciertas.
- *C9-P8: No admite matemática informal.* Existe una unidad de análisis en la cual se caracteriza la matemática formal como una matemática única y que existe porque está escrita en los libros de texto.

- *C10-P8: La matemática Escolar Académica.* Existe una unidad de análisis que se refiere a las matemáticas que describen el pensamiento superior y que está escrita en los libros de texto, de modo que todo otro pensamiento que no esté registrado de forma escrita no puede ser considerado como matemática formal y se debe rechazar.

F3-P8: Caracteriza la matemática no formal.

En este foco agrupamos las unidades de análisis que corresponden a caracterizaciones realizadas por uno de los consultados respecto a la matemática no formal. Por la contingencia de categorías, mostraremos las unidades de información que dan origen a este foco de análisis:

> *E7-EB2: "Todas aquellas que se aplican en comunidades rurales o lejanas a las ciudades cosmopolitas y no se han escrito, quizás por "carecer" de la formalidad de la matemática tradicional.*
>
> *Estoy segura que en comunidades lejanas de la India, en la China, en la Antártica, en el polo Sur, en nuestro propio país hay impresionantes descubrimientos matemáticos que, por la limitante del lenguaje, no se han dado a conocer."*

Este informante clave manifiesta que las comunidades rurales aisladas aplican matemáticas no formales, pero que no han sido escritas, quizás por "carecer" de la formalidad; interpretamos que para este profesional la matemática formal es la que se escribe y además, la matemática informal es la que se aplica aunque no esté escrita. También asegura que en los entornos rurales hay impresionantes descubrimientos matemáticos que no se difunden, por lo tanto, interpretamos que al estar la matemática encerrada en un entorno aislado, que no se escribe sino que se rige por sus propias normas, no se permite la característica de la comunicación para el consenso, de modo que la matemática informal es la que está en un contexto geográfico aislado.

A partir de este estudio interpretativo-inductivo surgen *tres categorías emergentes*:

- *C6-P8: La matemática informal es la que se aplica aunque no esté escrita.*
- *C7-P8: La matemática "no formal" es la que está en un contexto geográfico aislado*
- *C8-P8: La matemática "no formal" no se comunica ni difunde*

F4-P8: No contesta

Existe un foco en el cual ubicamos la categoría que corresponde a la ausencia de respuesta: *C11-P8: No contesta.*

5.5.3.2 REGLAS DE RECUENTO EN EL ANÁLISIS DE CONTENIDO DE P8-EB2

Las reglas de recuento que hemos aplicado en el análisis de contenido de la pregunta P8-EB2 son la frecuencia de aparición, los porcentajes de frecuencia y la contingencia. Hay tres casos de *contingencia* presentes en el análisis de contenido a las unidades de análisis que provienen de los informantes clave E7-EB2, E9-EB2 y E24-EB2. La

información que aportan en sus respuestas se estructura en al menos dos unidades de análisis.

- El informante clave E7-EB2 aporta variedad de información que da origen al foco de análisis F3-P8 y que a su vez reúne las tres categorías (C6-P8, C7-P8 y C8-P8) que fueron explicadas anteriormente.
- En la información que aporta el informante clave E9-EB2 confluyen tres categorías: C1-P8, C2-P8, C3-P8, que a su vez están relacionadas con el foco F1-P8.
- En la información que aporta el informante clave E24-EB2 coinciden las categorías C4-P8 y C10-P8, que corresponden a los focos de análisis F1-P8 y F2-P8.

Hemos realizado los recuentos correspondientes a las *frecuencias de aparición* y a los *porcentajes de frecuencia* de cada una de las *once* categorías inductivas que surgieron del análisis de contenido. Dichas categorías se generaron a partir de las unidades de análisis correspondientes a las treinta respuestas observadas y que hemos organizado en los cuatro focos de análisis que explicamos anteriormente. Resaltamos que solamente el 60% de los informantes clave contestaron esta pregunta y destacamos que el foco con mayor porcentaje de frecuencia (39,9%) es el F1-P8.

5.5.3.3 RESUMEN DE RESULTADOS EN EL ANÁLISIS DE P8-EB2

En el análisis de contenido elaborado a la pregunta P8-EB2 surgen dos visiones o concepciones de las matemáticas que hemos llamado en este estudio 'matemáticas formales' o 'matemáticas no formales'. Hay unidades de análisis que no necesariamente atañen a uno de estos tipos de matemáticas de manera explícita, pero con la estructura de preguntas que se elaboró, fue posible analizar los argumentos planteados por los informantes clave y ubicarlos en las categorías inductivas que surgieron.

En relación con el grupo de informantes que acepta la existencia de matemáticas no formales fuera de las teorías y de los libros de texto; pudimos desprender características propias de 'tipos de matemáticas' relacionados con situaciones gremiales, con etapas del ciclo vital (pensamiento infantil), con la vida práctica (conocimiento popular). Estas matemáticas no formales, en cierto modo, se relacionan con la noción de Conocimiento Matemático Cultural, que desarrollamos en esta investigación.

Hay otra parte de la muestra de informantes clave que niega la existencia de matemáticas no formales y acepta que existen solamente las matemáticas formales, que además indican "son las que están en los libros de texto". Esta postura nos parece radical, sin embargo, es un gran insumo para considerar el gran desafío que este trabajo representa como contribución para cuestionar la estructura paradigmática que rige a una parte de los encuestados. Otro aspecto de atención es el alto el número de informantes clave que no responde a esta pregunta (40%). Consideramos que es necesario motivar acciones que susciten a la reflexión profesional sobre la postura epistemológica desde la cual se conciben las matemáticas.

5.5.4 RESUMEN DE LOS RESULTADOS CUALITATIVOS EN EL ESTUDIO EB2

Las respuestas abiertas de las preguntas P3-EB2, P4-EB2 y P8-EB2 aportan información complementaria a las preguntas cerradas, de corte cuantitativo. El análisis realizado nos permite vislumbrar y revelar cómo conciben las matemáticas los informantes clave: desde una perspectiva absolutista o desde una postura relativista. Estas condiciones contribuyen a tener una base sólida de datos sobre las cuales desarrollar la propuesta formativa para maestros de entornos indígenas.

Los resultados del análisis cualitativo producen veintitrés categorías inductivas que caracterizan una rica visión de las relaciones entre matemáticas y cultura, así como también dejan ver algunas creencias respecto a lo que consideran como matemáticas no formales.

En la pregunta P3-EB2 hay un 96,7% de porcentaje de respuesta, es decir, que la mayor parte de los informantes clave contestaron la parte abierta de la pregunta (el 100% contestaron la parte cerrada de la misma). La visión que prevalece entre los informantes clave es la que otorga a las matemáticas un carácter funcional, pues afirman que 'las matemáticas son parte de la cultura' y aportan diversos argumentos para dicha afirmación.

Los ejemplos de rasgos culturales relacionados con pensamiento matemático que se solicitó en la pregunta P4-EB2 fueron diversos y sobresalen los que están relacionados con rasgos (tangibles o intangibles) de culturas indígenas actuales. Es decir, que los informantes clave dan mayor importancia a los aportes que realizan los grupos étnicos vigentes, por encima de las producciones históricas, o los aportes arqueomatemáticos. Para el fortalecimiento cultural están los aportes etnomatemáticos de las culturas vigentes y se mencionan ejemplos de la mayoría de los grupos étnicos costarricenses, prevaleciendo los de la cultura Bribri.

Los ejemplos solicitados respecto a las matemáticas "no formales" en la pregunta P8-EB2 estuvieron orientados prioritariamente a las matemáticas de los gremios y las del conocimiento histórico ancestral. Cabe destacar que esta pregunta suscitó la mayor cantidad de categorías en el trabajo inductivo, debido a la amplia diversificación de las respuestas. Finalmente, cabe destacar que en las preguntas P4-EB2 y P8-EB2 coincide el valor porcentual de ausencia de respuesta. En ambas preguntas el total de informantes clave contestó la opción dicotómica, sin embargo, solamente el 60% del total contestaron la opción abierta de la pregunta.

5.6 DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS DEL SEGUNDO ESTUDIO BASE (EB2) Y REFLEXIONES

Los resultados del estudio base EB2 nos aportan información orientativa sobre las concepciones de un grupo de profesionales costarricenses respecto a las relaciones existentes entre matemática y cultura, así como también sobre la aplicación de aspectos culturales de las matemáticas en la formación de profesores. Ambas cuestiones están vinculadas a un posicionamiento epistemológico respecto de las matemáticas: desde el positivista o desde el relativista.

La reflexión sobre los resultados la hacemos ayudadas por algunos autores que han sido guías del proceso de planificación y del marco interpretativo del estudio, aportando los aspectos teóricos que rigen este trabajo de investigación. La totalidad de informantes clave que participaron en el estudio base EB2 consideran que *la matemática guarda relación con las culturas* (P3-EB2), coincidiendo con las ideas de algunos autores que hemos mostrado ampliamente en el Capítulo 2 y que citamos ahora escuetamente, avalando a este grupo de informantes.

Leslie White (1988) afirma que las matemáticas se consideran un constructo social y humano que va respondiendo a las necesidades de la sociedad en un espacio geográfico y temporal específico. Dicha visión coincide con la concepción planteada por D'Ambrosio (2005a, 2005b, 2007, 2008).

Oliveras (2000a), con una visión holística de las matemáticas, plantea en una metáfora en la cual se implican componentes personales, científicos y socioculturales. Esta visión es la que más coincide con las percepciones que hemos obtenido de los informantes clave en este estudio. Si las matemáticas no se ven como disciplina, los ejemplos que aportan la relacionan como una forma de pensar y como un producto o manifestación cultural.

Los profesionales que participaron en la consulta mayoritariamente afirman que todas las personas poseen pensamiento matemático y que el pensamiento matemático se aplica en la vida cotidiana, aunque no haya sido aprendido en un entorno escolar.

En este estudio, la noción de 'educación matemática no formal' la ubicamos dentro de la noción planteada por Coombs (1985, citado en Bishop, 1998, 2000) que abarca también la educación matemática informal (Capítulo 2); es decir, que se refiere a aprendizajes que no son parte de los requerimientos educativos formales, así como también la que tiene lugar mediante diferentes medios con fines de sobrevivencia. Estas concepciones 'no formales' de las matemáticas nos induce a reflexiones respecto a ellas, desde las cuales emerge la visión funcional y la noción de *prácticas matemáticas* (D'Ambrosio, 2007, 2008) o *actividades matemáticas* (Bishop, 1988), para enfrentar la

vida cotidiana o profesional, donde las matemáticas son vistas como una herramienta para desempeñar nuestro rol u oficio como miembros de la sociedad (Oliveras, 2000a).

Los participantes de la consulta afirman en su totalidad que son formas de pensamiento matemático el que los indígenas aplican para la elaboración de artesanías, la edificación de sus casas, así como también para la organización de los conteos según la forma de los objetos. Estos ejemplos de aplicaciones peculiares de las matemáticas indígenas coincide con la noción de *etnomatemáticas* planteada por D'Ambrosio (1985, 2008) y de *multimatemáticas* desarrollada por Oliveras (2000b, 2006).

Alan Bishop (2000) afirma que la etnomatemática aborda el estudio de las relaciones entre las matemáticas y la cultura, pero también le conciernen las prácticas matemáticas concretas que se llevan a cabo dentro de las comunidades donde se halla ubicada la escuela. Es por esto que nos interesó conocer la percepción sobre las matemáticas escolares y las matemáticas 'no formales', realizando para ello una sutil distinción que no se hizo explícita dentro del instrumento de recogida de la información.

La mayoría de los consultados admite que existen unas matemáticas 'fuera de los libros de texto', identifican numerosas ideas matemáticas subyacentes en las prácticas gremiales, en el conocimiento histórico ancestral o en el pensamiento infantil, que están aisladas del entorno escolar. Es decir que apartan del contexto escolar a los conocimientos matemáticos y esto genera ciertos conflictos epistemológicos en el interior de los discursos, pues en algunos casos los informantes clave aceptan las 'matemáticas escolares' como las dueñas del rigor y del pensamiento formal, que coincide con la noción de Oliveras (2000a) de 'las matemáticas como ciencia' que está relacionada con la noción de matemáticas dominantes planteada por D'Ambrosio (2005b, 2007, 2008). Sin embargo, los resultados cualitativos de este estudio (EB2) muestran que predomina una visión integrada que incorpora tanto el carácter conceptual (formal) como el funcional (de la vida cotidiana) de las matemáticas.

Consideramos que estas ideas aportan en nuestro deseo de construir una educación eficaz en el plano de la alfabetización numérica (Bishop, 2000) que incorpore las herramientas de literacia, materacia y tecnocracia (D'Ambrosio, 2005b, 2008) para realizar innovaciones curriculares que involucren el Conocimiento Matemático Cultural (CMC). Desde el punto de vista localista, apostamos por la interculturalidad para contribuir a flexibilizar el currículo de Educación Matemática costarricense, pero para esto, se debe trabajar en una política educativa cuyo modelo sea consensuado por todos los implicados, que contenga un posicionamiento inclusivo de todas las realidades culturales y que promueva sentimientos positivos de unidad y tolerancia para generar un cambio en las actitudes entre las mayorías y las minorías y para aprender todos a convivir con la diferencia.

CAPÍTULO 6. EB3: CONSULTA A MAESTROS INDÍGENAS NGÄBE, BRIBRI Y CABÉCAR SOBRE MATEMÁTICAS, EDUCACIÓN Y CULTURA

"Partir de la visión matemática de cada cultura es fundamental para poder entender el mundo y establecer una real interculturalidad."
(Profesor Ramón Buitrago Salazar, Bribriwak, Asesor Regional de SuLá)



6.1 PRESENTACIÓN DEL CAPÍTULO 6

En este capítulo presentamos los resultados de una consulta a maestros indígenas de las etnias Ngäbe, Bribri y Cabécar, realizada 'in situ' durante el mes de agosto de 2010. Dicha consulta corresponde al tercer estudio base (EB3) del diseño metodológico compuesto de esta tesis doctoral.

El capítulo se compone de seis apartados: primero recordamos el sentido y aporte de este estudio a los propósitos de la investigación, luego realizamos una breve reseña de los aspectos metodológicos aplicados, que ya fueron expuestos en el Capítulo 3, en los dos siguientes apartados mostramos el proceso de análisis cuantitativo y cualitativo de la información; en el apartado final resumimos los resultados con relación a los propósitos de la tesis y los discutimos a la luz de los fundamentos teóricos, para obtener algunas conclusiones que serán tomadas en cuenta para el Estudio Fundante (EF) de esta investigación.

6.2 EL SENTIDO Y APORTE DEL ESTUDIO EB3

El sentido de este estudio es explicitar las visiones de maestros indígenas sobre las matemáticas insertas en las culturas indígenas conocidas por ellos, y descubrir las razones por las cuales ellos consideran importante incluirlas en el ámbito de la enseñanza.

Además, este estudio está enlazado con el estudio EB2, cuyos resultados se han expuesto en el Capítulo 5; pero en este caso la muestra es menos heterogénea en su cualificación profesional pues la conforman únicamente docentes indígenas que trabajan en zonas indígenas.

Con este estudio abordamos los siguientes propósitos parciales:

- O1.1.3: Caracterizar la visión de tres grupos de maestros indígenas sobre las matemáticas de sus respectivas culturas indígenas.
- O1.2.2: Caracterizar el conocimiento matemático cultural de las culturas Ngäbe, Bribri y Cabécar, a través de la visión de maestros indígenas de estos tres grupos étnicos.
- O1.3.4: Conocer las razones por las cuales los maestros indígenas consideran que es importante incorporar el conocimiento matemático cultural en el ámbito de la enseñanza.

D'Ambrosio (2005a, 2005b) sugiere que un elemento del trabajo en etnomatemática es observar y analizar las prácticas culturales de las comunidades indígenas, a partir de esta idea, entre otras, en este capítulo estudiamos la visión que tienen los maestros indígenas

sobre el conocimiento matemático cultural de su grupo étnico. También hemos desarrollado el estudio etnológico de tres comunidades indígenas de Costa Rica, ya expuesto en el Capítulo 4, como desarrollo de la idea de D'Ambrosio.

El aporte que brindan los resultados de esta consulta, forman parte de la colección de hallazgos del trabajo empírico que son requeridos como base y fundamento para el diseño de la propuesta formativa basada en etnomatemáticas que se elabora el junto con el Modelo de "Curso de Etnomatemáticas para formar Maestros de Entornos Indígenas" (MOCEMEI).

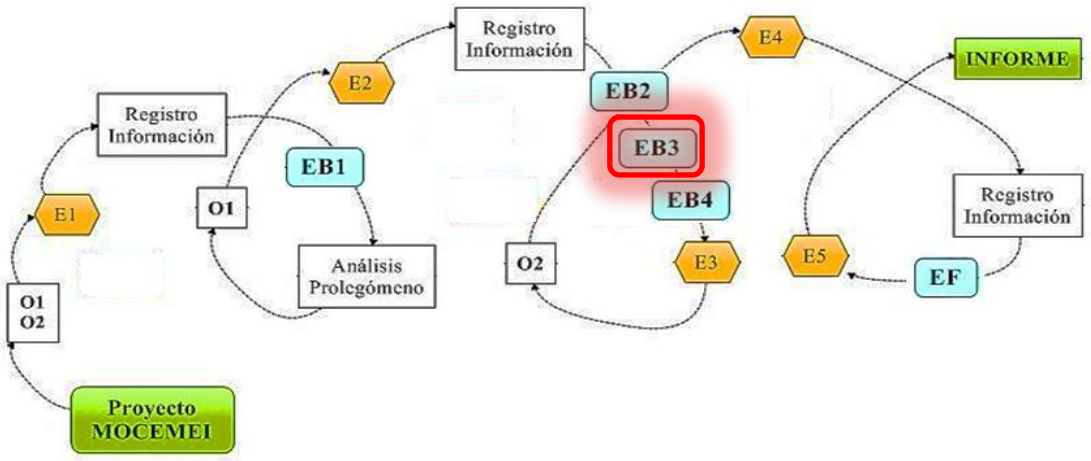


Figura 6.1. Ubicación del estudio EB3 en el modelo espiral del MOCEMEI.

En el modelo espiral que constituye la trayectoria teórico-empírica de la investigación para consolidar el MOCEMEI, el tercer estudio base (EB3) se ubica en la quinta fase, que corresponde al estadio investigativo E2-F2 del diseño estructural de esta investigación.

6.3 El Proceso de Investigación en el estudio EB3

El tercer estudio base (EB3) está desarrollado con métodos etnográficos. Este estudio se realizó combinando observación participante en el campo y un cuestionario con negociación de entrada verbal, cuya información fue contrastada y validada en el campo a través de entrevistas etnográficas y sondeos. Hemos expuesto en el Capítulo 3 los aspectos metodológicos relacionados con la caracterización de la muestra, la resolución de los aspectos éticos, las técnicas de recogida de información y los aspectos considerados para realizar el análisis de la información.

Sin embargo mostramos a continuación una escueta descripción del proceso investigativo de este estudio EB3.

- La *muestra* fue obtenida por el criterio de viabilidad y la constituyen *69 informantes clave* que son maestros indígenas procedentes de comunidades Ngäbe, Bribri y Cabécar de Costa Rica. La separamos en tres perfiles laborales: MIP1 (estudian y trabajan), MIP2 (estudian) y MIP3 (trabajan) y también la dividimos en tres submuestras, según el espacio geográfico y temporal donde fueron aplicadas las técnicas de recolección de información.
- El *código de identificación de los informantes clave* diseñado responde y destaca la multiculturalidad e interculturalidad de la muestra. A cada miembro de la muestra se asigna un vector (S,α,β,*k*), cuyos componentes describen: la submuestra a la cual pertenecen (S), el origen étnico(α), la comunidad indígena en la cual trabaja (β) y valor ordinal adjudicado con relación a la entrega del cuestionario en el momento de la aplicación (*k*).
- Los *aspectos éticos* del trabajo empírico implicaron: la negociación de entrada que se realizó 'in situ' de manera abierta por parte de la investigadora para cada una de las submuestras de informantes clave; el establecimiento del rapport (Jackson, 1987, Martínez, 2007) y las consideraciones sugeridas por Grenier (1999) para trabajar con informantes indígenas.
- Los *aspectos técnicos* del trabajo empírico se desarrollaron a través de observación participante (consignada en el diario de campo etnográfico) y a través de la invención y aplicación de un *cuestionario.*
- El *cuestionario* consta de *dieciséis preguntas* (AnexoA7) con ítems de respuestas cerradas dicotómicas (9), semiabiertas (2) y de respuesta abierta (5).
- Los propósitos del cuestionario responden a los propósitos del estudio EB3.
- Los ítems del cuestionario responden a *siete categorías de propósito*, a partir de códigos *descriptivos* (Pérez Serrano, 1994):
    - CCL: Conocimiento Cultural de la Lengua
    - UEC: Usa etnomatemáticas en lo Cotidiano
    - EFP: Etnomatemática como forma de Pensar
    - MRC: Matemáticas relacionadas con Cultura
    - CRM: Conoce rasgos matemáticos en las Culturas
    - CEC: Conoce etnomatemáticas de su entorno Cultural
    - FAE: Formas de aprovechar las etnomatemáticas en las clases
- La *validez de constructo* (Messick, 1998) del cuestionario se llevó a cabo mediante *juicio de expertos*, con una revisión preliminar de las preguntas antes de su aplicación. También por la constatación oral de la comprensión de las preguntas, en las entrevistas realizadas a tres informantes clave (uno de cada submuestra elegidos al azar), después

de la aplicación del instrumento, dentro del proceso etnográfico de observación participante.

- El *análisis de la información* se centró en constatar los propósitos del *cuestionario* y se dividió en *tres fases* que implicaron: recuentos, organización de la información en hojas electrónicas, preanálisis de contenido, generación de categorías deductivas y tratamiento de la información con el programa de análisis de datos cualitativos MAXQDA10.
- La información de las preguntas de *respuesta cerrada* se analizó a partir de descripciones de *frecuencias.*
- La información de las preguntas de *respuesta abierta* se analizó utilizando la técnica de *análisis de contenido*, utilizando el 'Libro de códigos y categorías deductivas para el estudio EB3', en la cual se observaron las frecuencias de aparición, los porcentajes de frecuencia y la contingencia como *reglas de recuento*.

A continuación exponemos los resultados obtenidos en la aplicación de la consulta, presentando primero los resultados del análisis cuantitativo y posteriormente los resultados de análisis cualitativo.

6.4 RESULTADOS DEL ANÁLISIS CUANTITATIVO EN EL ESTUDIO EB3

6.4.1 METODOLOGÍA APLICADA EN EL ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

El análisis cuantitativo de las respuestas a las preguntas cerradas lo realizamos con ayuda de hojas electrónicas de Excel. Las respuestas se evaluaron de manera independiente para cada submuestra, desarrollando hojas electrónicas para cada una de ellas en las cuales se incorporó el código correspondiente de cada informante clave.

El cuestionario aplicado en el estudio EB3 contiene once ítems que pretenden obtener una respuesta cerrada dicotómica: Si/No. Para el tratamiento de estos datos, se construyeron de manera independiente tablas de las respuestas para cada pregunta, indicando el código de cada uno de los informantes clave en la ubicación correspondiente de las tres filas, y en columnas las opciones: NR (no responde), SI, NO.

Para organizar de manera conjunta la información proveniente de cada submuestra se otorgó a cada una de ellas un color distinto; de manera que a las celdas de los códigos que correspondían a la submuestra-X se asignó el color verde, a las de la submuestra-Y

se asignó el color amarillo y a las celdas de la submuestra-Z se asignó el color azul, como se muestra en la siguiente figura.

| EDADES REPORTADAS | | |

- Pervivencia de la lengua: P1-EB3.
- Uso integral del pensamiento matemático: P2-EB3.
- Aplicación del pensamiento matemático en la vida cotidiana: P3-EB3.
- Relación entre las matemáticas y las culturas: P5-EB3.
- Conocimiento de rasgos matemáticos en grupos étnicos ajenos: P7-EB3.
- Aplicación de pensamiento geométrico en rasgos indígenas tangibles: P8-EB3.
- Implicación de pensamiento matemático en el uso de clasificadores numerales: P10-EB3.
- Implicación de pensamiento matemático en el uso de formas geométricas como sistemas de representación cosmogónicos: P11-EB3.
- Existencia de 'matemáticas no formales': P12-EB3.
- Conoce etnomatemáticas en su entorno cultural: P13-EB3.
- Importancia de aprovechar el conocimiento matemático cultural en la enseñanza: P16-EB3.

A continuación presentamos la tabla que describe la frecuencia y porcentaje de respuestas afirmativas en cada submuestra de maestros indígenas consultados.

Tabla 6.1. *Frecuencia y porcentaje de respuestas afirmativas en cada submuestra de maestros indígenas consultados*

	Ngäbe		Bribri		Cabécar			
	Frec.	%	Frec.	%	Frec.	%	Total	%
n	18		41		10		69	
P1EB3	6	33,3	27	65,9	10	100	43	62,3
P2EB3	16	88,9	40	97,6	10	100	66	95,7
P3EB3	17	94,4	31	75,6	8	80	56	81,2
P5EB3	18	100	39	95,1	10	100	67	97,1
P7EB3	9	50	19	46,3	6	60	34	49,3
P8EB3	18	100	40	97,6	10	100	68	98,6
P10EB3	18	100	41	100	10	100	69	100
P11EB3	16	88,9	41	100	9	90	66	95,7
P12EB3	13	72,2	33	80,5	7	70	53	76,8
P13-EB3	18	100	36	87,8	9	90	63	91,3

Notamos que la submuestra constituida por maestros Cabécares es la que presenta mayor porcentaje de respuestas afirmativas y que globalmente hay seis preguntas con un porcentaje afirmativo de respuesta superior al 90%.

Por otra parte, la tabla que describe la frecuencia y porcentaje de respuestas negativas se muestra a continuación.

Tabla 6.2.*Frecuencia y porcentaje de respuestas negativas en cada en cada submuestra de maestros indígenas consultados*

	Ngäbe		Bribri		Cabécar			
	Frec.	%	Frec.	%	Frec.	%	Total	%
n	18		41		10		69	
P1-EB3	11	61,1	13	31,7	0	0	24	34,8
P2-EB3	2	11,1	0	0	0	0	2	2,9
P3-EB3	1	5,6	6	14,6	1	10	8	11,6
P5-EB3	0	0	1	2,4	0	0	1	1,4
P7-EB3	8	44,4	19	46,3	4	40	31	44,9
P8-EB3	0	0	1	2,4	0	0	1	1,4
P11-EB3	2	11,1	0	0	1	10	3	4,3
P12-EB3	5	27,8	3	7,3	3	30	11	15,9
P13-EB3	0	0	2	4,9	0	0	2	2,9

También nos interesó conocer las preguntas que no fueron respondidas por los maestros indígenas que participaron en este estudio EB3, el resumen de la información se presenta en la siguiente tabla.

Tabla 6.3.*Frecuencia y porcentaje de no respuesta en cada en cada submuestra de maestros indígenas consultados*

	Ngäbe		Bribri		Cabécar			
	Frec.	%	Frec.	%	Frec.	%	Total	%
n	18		41		10		69	
P1-EB3	1	5,6	1	2,4	0	0	2	2,9
P2-EB3	0	0	1	2,4	0	0	1	1,4
P3-EB3	0	0	4	9,8	1	10	5	7,2
P5-EB3	0	0	1	2,4	0	0	1	1,4
P7-EB3	1	5,6	3	7,3	0	0	4	5,8
P12-EB3	0	0	5	12,2	0	0	5	7,2
P13-EB3	0	0	3	7,3	1	10	4	5,8

De la tabla anterior resaltamos que en los resultados globales, las preguntas con mayor ausencia de respuesta son P3-EB3 y P12-EB3.

Con respecto a la pervivencia de la lengua, en la pregunta P1-EB3 observamos que la mayoría de los maestros indígenas consultados son hablantes de la lengua de su cultura. Sin embargo, al realizar el estudio para cada submuestra, notamos que la totalidad de los maestros de la submuestra-Z son hablantes de la lengua cabécar y así como más de la mitad de los informantes de la submuestra-Y son hablantes de la lengua

Bribri. No podemos decir lo mismo de los informantes de la submuestra-X, pues apenas el 33% de los informantes son hablantes de la lengua Ngäbére.

La mayoría de los docentes implicados en el estudio son hablantes de la lengua de su grupo étnico (P1-EB3). Sin embargo hay aproximadamente un 61% de los maestros Ngäbes que tienen que aprender a hablar en Ngäbére para que cumplan con la normativa dispuesta por el Departamento de Educación Indígena del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (Artículo 9 del Decreto Ejecutivo Nº.22072).

El uso integral del pensamiento matemático se estudia en las respuestas de P2-EB3, notando que los resultados a esta pregunta han sido predominantemente afirmativos. Destacamos que la totalidad de los maestros cabécares consideran que todas las personas poseen pensamiento matemático, mientras que los maestros Ngäbes y los maestros Bribris reportan un alto porcentaje de afirmación: 95,7 y 97,6 respectivamente.

La mayoría de los maestros consultados reconocen que todas las personas usan pensamiento matemático (P2-EB3), afirman que la matemática guarda relación con las culturas (P5-EB3), consideran que en los rasgos tangibles de las comunidades indígenas se aplica pensamiento geométrico (P8-EB3) y afirman que el uso de formas geométricas que utilizan para resumir o guardar información ancestral está vinculado con pensamiento matemático (P11-EB3). Además, la totalidad de la muestra considera que el pensamiento matemático cultural está implicado en el uso de clasificadores numerales (P10-EB3).

La aplicación de pensamiento matemático en la vida cotidiana se estudia en las respuestas de P3-EB3 y en términos globales los resultados reportan una frecuencia superior al 80% de maestros indígenas que admiten utilizar pensamiento matemático en la vida cotidiana. Sin embargo al estudiar los resultados para cada submuestra, distinguimos que hay una diferencia notable entre los maestros Bribris y los maestros Ngäbes (que son los que presentan un mayor valor de respuestas afirmativas); mientras que el caso de los maestros Cabécares coincide con la frecuencia global.

La relación entre las Matemáticas y las Culturas corresponde a las respuestas de P5-EB3, donde la mayoría de los maestros que participaron en la consulta afirman que la matemática guarda relación con las culturas y existe un porcentaje que oscila entre 95 a 100 de respuestas afirmativas para la cada una de las submuestras y para la muestra completa.

Respecto al conocimiento de rasgos matemáticos en grupos étnicos ajenos, podemos afirmar que las respuestas de P7-EB3 nos indican que en términos globales existe un equilibrio entre los maestros indígenas que afirman conocer rasgos culturales de otros grupos étnicos de Costa Rica que se puedan relacionar con pensamiento matemático con respecto a los que afirman desconocimiento o prefieren no responder a la pregunta. Si observamos las submuestras por separado, notamos que los maestros cabécares son los que muestran una mayor frecuencia de respuestas afirmativas.

La aplicación de pensamiento geométrico en rasgos indígenas tangibles se estudia en las respuestas de P8-EB3, donde se puede constatar que tanto de manera global como de manera independiente para cada submuestra, la mayoría de los maestros indígenas consultados consideran que en los rasgos tangibles de las comunidades indígenas se aplica pensamiento geométrico.

La implicación de pensamiento matemático en el uso de clasificadores numerales se estudia en las respuestas de P10-EB3 y destacamos que todos los maestros indígenas consultados consideran que organizar las numeraciones de los objetos de acuerdo a la clasificación por su forma se puede considerar pensamiento matemático cultural. Es decir que la totalidad de la muestra considera que el pensamiento matemático cultural está implicado en el uso de clasificadores numerales.

La implicación de pensamiento matemático en el uso de formas geométricas como sistemas de representación cosmogónicos se estudia en las respuestas de P11-EB3 y en términos globales la mayoría de los maestros indígenas consultados afirman que el uso de formas geométricas que utilizan para resumir o guardar información ancestral está vinculado con pensamiento matemático. Destacamos que la totalidad de la submuestra conformada por maestros Bribris (que es la más numerosa) respondió afirmativamente a la pregunta.

La existencia de 'Matemáticas no Formales' se estudia en las respuestas de P12-EB3 y en términos globales, la frecuencia de maestros indígenas que afirma la existencia de las 'matemáticas no formales' es aproximadamente del 77%. Si se revisan los resultados para cada submuestra, es la correspondiente a maestros Bribris la que presenta una mayor frecuencia de respuestas afirmativas.

Hay una frecuencia superior al 80% que admite utilizar pensamiento matemático en la vida cotidiana que no ha sido aprendido en el entorno escolar (P3-EB3), lo que relacionamos con la educación matemática informal, en el sentido de Coombs (1985, citado en Bishop, 1998, 2000) y la frecuencia de maestros indígenas que afirma la existencia de las 'matemáticas no formales' es aproximadamente del 77% (P12-EB3)

En las respuestas de P13-EB3 se estudia si los maestros indígenas conocen etnomatemáticas en su entorno cultural y aproximadamente un 91% de los maestros indígenas consultados afirmaron reconocer elementos culturales con contenido matemático en su entorno laboral.

En el caso particular de las submuestras, nos parece relevante que la totalidad de los maestros Ngäbes que conforman la submuestra-X reconocen etnomatemáticas en su entorno de trabajo. Mientras tanto, las submuestras-Y y submuestra-Z (Bribris y Cabécares respectivamente) alcanzan frecuencias cercanas al 90% para respuestas afirmativas sobre la existencia de elementos culturales en su entorno cultural de trabajo.

La importancia de aprovechar el conocimiento cultural en la enseñanza se estudia a través de las respuestas de P16a-EB3 y la totalidad de la muestra contestó afirmativamente a esta pregunta, es decir todos los maestros indígenas consideran importante aprovechar las etnomatemáticas en el proceso de enseñanza.

En síntesis, los maestros indígenas consultados afirman reconocer elementos culturales con contenido matemático en su entorno laboral y reconocen rasgos culturales de otros grupos étnicos costarricenses que relacionan con pensamiento matemático, además de considerar importante aprovechar las etnomatemáticas en el proceso de enseñanza.

6.5 RESULTADOS DEL ANÁLISIS CUALITATIVO EN EL ESTUDIO EB3

En el instrumento elaborado para la recogida de la información en el estudio EB3 incorporamos dos preguntas con opción semiabierta: P7b-EB3 y P16b-EB3 y también cinco preguntas abiertas: P4-EB3, P6-EB3, P9-EB3, P14-EB3 Y P15-EB3 que fueron analizadas con la técnica de *análisis de contenido*, siguiendo los principios que hemos detallado en el Capítulo 3.

Previo al análisis de contenido, las respuestas a las preguntas abiertas fueron organizadas tabularmente, de la misma manera que se realizó el tratamiento de la información para los ítems de respuesta dicotómica, incorporamos en las tablas las respuestas diversas de todos los informantes, con su código y designación de color para cada submuestra, como se muestra en la siguiente figura, que corresponde al tratamiento de la información de la pregunta P6-EB3.

6	**Ejemplo de aplicación de pensamiento matemático en la vida cotidiana**													
	Ejemplos dados						Informantes claves							
	NR		YCB05	YCB06	YBB08	YCB29	YBC31	YBB02						
	Construcción de casa tradicional		XNN01	XNN09	XNN10	XBN12	XNN14	XNN15	XNN16	YBB01	YCB11	YBB12	YBC13	YBB18
			YBB19	YBB23	YBB26	YCB27	YBB28	YBB30	YBB35	YBB36	YBB41	ZCC03		
	Contar objetos por su forma	XNN06	YBB01	YBB03	YCB04	YBB10	YBB14	YBB15	YBB22	YCB27	YBB33	YBB34	YBB38	ZCC05
	Elaboración de Artesanías	XNN02	XNN04	XNN05	XNN07	XNN08	YBB17	YBB22	YBM24	ZCC06				
	Conocimiento sobre la siembra (Agricultura)				XNN13	YBB23	YBB36	YBB12	ZCC04					
	Confección de un vestido Ngäbe				XNN07	XNN11	XNN17	XNN18						
	Cosmovisión e Historia Mítica				YBB18	YBB37	YBM32	ZBC01						
	Tiempo asociado a rituales de purificación o curación						YBB16	ZCC09	ZCC10					
	Comprar-vender-intercambiar un producto (Trueque)						YBB07	YBB25						
	Análisis del tiempo						YBB20	YCB09						
	Tejido de canastas, cestas, jabas						YBB26	ZCC08						
	Creación de utencilios-elementos culturales						YBB40	ZCC08						
	Contar las fases de la LUNA par realizar actividades						YBB39							
	En la elaboración de diferentes trabajos						YBB21							
	Construcción de barcos						YBM24							
	Medición						XNN03							
	Existe mucha relación desde la concepción, de conteo o división								ZCC02					
	Formas de hacer una lanza								ZCC07					

Figura 6.3. Tratamiento de la información en el preanálisis de la pregunta P6-EB3.

Este tratamiento de la información facilitó la fase de preanálisis de contenido y la identificación, estudio y definición de *categorías deductivas* con las que se consolido el *'Libro de códigos y categorías deductivas para el estudio EB3'*, que se adjunta en el Anexo C7.

La *unidad de muestreo* está constituida por las 483 respuestas obtenidas de los 69 cuestionarios aplicados, la *unidad de contexto* la constituye cada cuestionario completo y las *unidades de información* son las respuestas a las preguntas abiertas del instrumento que proporciona cada informante clave.

La dimensión del análisis radica en describir el *Conocimiento matemático cultural manifestado por maestros indígenas* (DA-EB3), para organizar esta descripción, orientamos las respuestas en dos focos de análisis:

- F1-EB3: Visiones sobre las matemáticas en sus respectivas culturas indígenas.
- F2-EB3: Razones por que es importante incorporar las etnomatemáticas en el ámbito de la enseñanza.

Las reglas de *recuento* aplicadas en este análisis de contenido son prioritariamente la *presencia* de los elementos codificados y la *distribución de frecuencias*, es decir, la frecuencia total entre todas las categorías de cada uno de los análisis.

Además, tomamos en cuenta como *marco interpretativo:* los resultados del estudio EB1 (Capítulo 4), los resultados del estudio EB2 (Capítulo 5) y fundamentos teóricos relacionados con las nociones vinculadas a la Enculturación Matemática (Bishop, 1995, 1999), a la noción de Signo cultural (Oliveras, 2005, 2006), el empoderamiento y la

autonomía cultural a partir de la Cosmovisión (Panikkar, 2006), y por supuesto, las distintas prácticas y dimensiones de las Etnomatemáticas (D'Ambrosio, 2007, 2008).

Con toda esta organización previa, concretamos el análisis de contenido a través de las herramientas del programa de análisis de datos MAXQDA10 y decidimos realizar una fase detallada de preanálisis para triangular la información obtenida y responder a la validez interna del proceso.

6.5.1 RESULTADOS DEL ANÁLISIS CUALITATIVO DE CONTENIDO APLICADO A LA RESPUESTA DE P4-EB3

La pregunta P4-EB3 se centró en *determinar la visión que tienen los maestros indígenas sobre las matemáticas en sus respectivas culturas indígenas*, recurriendo para ello a ejemplos de la vida cotidiana.

La pregunta está relacionada con la categoría de propósito UEC (Usa etnomatemática en lo cotidiano) y el enunciado de la pregunta es el siguiente:

> *Menciona un ejemplo de una situación de la vida cotidiana en la que has aplicado pensamiento matemático*

En el programa MAXQDA10 esta pregunta se etiquetó con el color azul y el código 04-UEC. Además, se consideró previamente la presencia de diez categorías deductivas que se obtuvieron a partir del preanálisis y que fueron numeradas a partir de la etiqueta de la pregunta y cuyo significado se muestra a continuación:

- 04-UEC Usa Etnomatemática en lo Cotidiano: situación habitual en la que reconoce que aplica pensamiento matemático.
- 04-UEC_00 no hay respuesta
- 04-UEC_01 construcción de casa tradicional
- 04-UEC_02 conteo y agrupación de cantidades
- 04-UEC_03 compra y venta de víveres/intercambio/trueque
- 04-UEC_04 construcción de artesanías
- 04-UEC_05 calcular distancias o tiempo-estimar
- 04-UEC_06 formas de cultivo y tratamiento de semillas
- 04-UEC_07 determinar épocas de siembra
- 04-UEC_08 Cosmovisión (rasgos intangibles del conocimiento colectivo, arraigados al mito y practicados diariamente)
- 04-UEC_09 análisis del tiempo y fases de la luna o del sol
- 04-UEC_10 tradiciones indígenas: historia mítica, medicina tradicional, rituales purificar o curar

El proceso de designación de códigos, durante el análisis de contenido utilizando MAXDA10, implicó un total de 70 segmentos codificados cuya frecuencia gráfica se

muestra en el siguiente esquema, en el cual hemos destacado con un círculo rojo el código con mayor porcentaje de frecuencia.

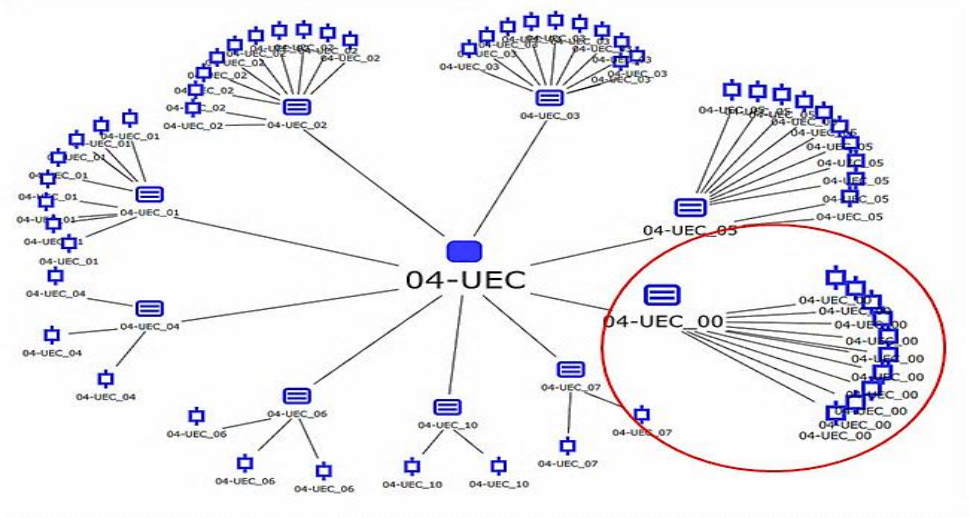


Figura 6.4. Mapa MAXQDA10 sobre las frecuencias de categorías deductivas para P4-EB3.

Los datos numéricos de las reglas de recuento aplicadas para el análisis de la pregunta P4-EB3 se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 6.4.*Recuentos aplicados en el análisis de contenido a las respuestas de P4-EB3*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
04-UEC_00	17	24,3%
04-UEC_01	8	11,4%
04-UEC_02	10	14,3%
04-UEC_03	11	15,7%
04-UEC_04	3	4,3%
04-UEC_05	14	20,0%
04-UEC_06	3	4,3%
04-UEC_07	2	2,9%
04-UEC_10	2	2,9%
Frecuencia Valorativa	70	100%

Podemos concluir a partir de los datos gráficos y numéricos que la mayor frecuencia de aparición se registra para el código que designa la ausencia de respuesta, con lo cual, podemos presumir que existe poca reflexión, por parte de los maestros indígenas consultados, sobre las aplicaciones de la matemática en la vida cotidiana.

Sin embargo, de las respuestas obtenidas, el mayor porcentaje de frecuencia lo obtiene la categoría deductiva relacionada con la "estimación de cantidades". Este hallazgo nos parece relevante, pues como se ha mencionado en el Capítulo 4, dentro de la estructura lingüística de los pueblos Talamanqueños se utiliza la misma palabra para designar 'tiempo y espacio', por lo tanto, las distancias de longitud y la duración de

tiempo se estiman con los mismos criterios. Además declaramos que durante el análisis de esta pregunta se refinó el 'Libro de códigos y categorías deductivas para el estudio EB3', eliminando dos etiquetas: 04-UEC_08 y 04-UEC_09.

6.5.2 RESULTADOS DEL ANÁLISIS CUALITATIVO DE CONTENIDO APLICADO A LA RESPUESTA DE P6-EB3

La pregunta P6-EB3 se centró en *determinar la visión que tienen los maestros indígenas sobre las matemáticas en sus respectivas culturas indígenas*, recurriendo para ello a ejemplos de rasgos de su cultura de origen. La pregunta está relacionada con la categoría de propósito CEC (Conoce etnomatemáticas en su entorno cultural) y el enunciado de la pregunta es el siguiente:

> *Menciona un ejemplo en el que se pueda evidenciar la relación del pensamiento matemático con los rasgos de tu cultura indígena*

En el programa MAXQDA10 asignamos a la pregunta P6-EB3 el color naranja y el código 06-CEC. Además se consideró a priori la presencia de diez categorías deductivas que se obtuvieron durante la fase de revisión con tablas de Excel y preanálisis. Los códigos y explicación de las categorías deductivas para esta pregunta, se muestran a continuación:

- 06-CEC conoce etnomatemáticas en su entorno cultural: identifica presencia de conocimiento matemático cultural en los rasgos de su grupo étnico.
- 06-CEC_00 no hay respuesta
- 06-CEC_01 construcción de casa tradicional
- 06-CEC_02 conteo y agrupación de cantidades
- 06-CEC_03 compra y venta de víveres/intercambio/trueque
- 06-CEC_04 construcción de artesanía
- 06-CEC_05 calcular distancias o tiempo-estimar
- 06-CEC_06 formas de cultivo y tratamiento de semilla
- 06-CEC_07 determinar épocas de siembra
- 06-CEC_08 Cosmovisión
- 06-CEC_09 análisis del tiempo y fases de la luna
- 06-CEC_10 tradiciones indígenas: historia mítica, medicina tradicional, rituales purificar o curar

Durante el proceso de análisis de contenido utilizando MAXDA10 se genera un total de 78 segmentos codificados, cuya frecuencia gráfica se muestra en el siguiente esquema, en el cual hemos destacado con un círculo rojo el código con mayor porcentaje de frecuencia.

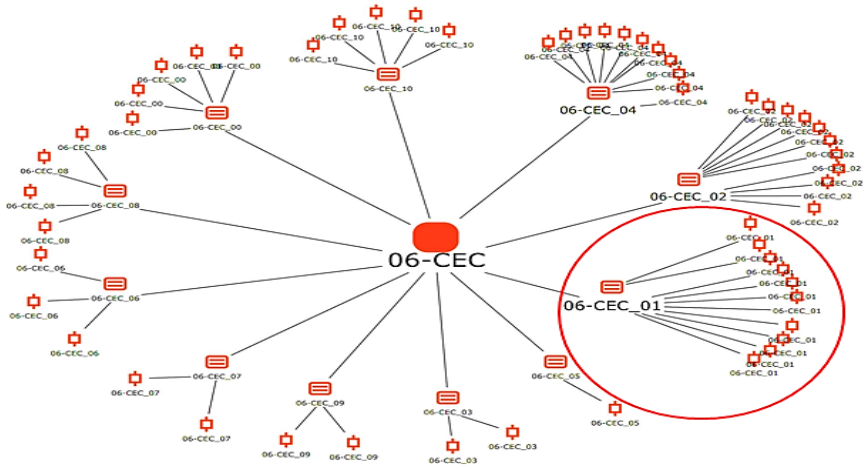


Figura 6.5. Mapa MAXQDA10 sobre las frecuencias de categorías deductivas para P6-EB3.

Los datos numéricos de las reglas de recuento aplicadas para el análisis de la pregunta P6-EB3 se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 6.5.*Recuentos aplicados en el análisis de contenido a las respuestas de P6-EB3*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
06-CEC_00	5	6,4%
06-CEC_01	24	30,8%
06-CEC_02	15	19,2%
06-CEC_03	2	2,6%
06-CEC_04	15	19,2%
06-CEC_05	1	1,3%
06-CEC_06	3	3,8%
06-CEC_07	2	2,6%
06-CEC_08	4	5,1%
06-CEC_09	2	2,6%
06-CEC_10	5	6,4%
Frecuencia Valorativa	78	100%

Los datos numéricos indican que la construcción de la casa tradicional es la categoría deductiva con la mayor frecuencia de aparición. Ya sea ‘Jú’ en lengua Ngäbére, ‘Ú-SuLé’ en lengua Bribri o bien ‘Jú-tsiní’ en lengua Cabécar, un tercio del total de los maestros consultados afirman que la vivienda tradicional implica conocimiento matemático cultural, que se evidencia en el proceso de preparación del material, que implican distintas acciones como trenzados de hojas para el techo, delimitación del terreno, instalación de estructuras geométricas como bases de la vivienda, el tejido de la vivienda y los ritos asociados a la purificación de la misma.

Existen dos categorías deductivas que tienen un porcentaje de frecuencia aproximado al 20% y que hemos considerado importantes por su vigencia en las comunidades: el uso de clasificadores numerales (que etiquetamos como conteo y agrupación de cantidades) y la construcción de artesanía.

Finalmente aclaramos que en el análisis de las respuestas a esta pregunta no se requirió cambiar la estructura prefijada de categorías.

6.5.3 RESULTADOS DEL ANÁLISIS CUALITATIVO DE CONTENIDO APLICADO A LA RESPUESTA DE P7B-EB3

La pregunta P7b-EB3 corresponde a la segunda parte (o a la parte abierta) de la pregunta P7-EB3 que persigue *determinar la visión que tienen los maestros indígenas sobre la presencia de matemáticas en otras culturas indígenas.*

En esta parte de la pregunta se solicitan ejemplos de rasgos de grupos étnicos ajenos que los maestros consultados vinculen con matemáticas. La pregunta está relacionada con la categoría de propósito CRM (Conoce rasgos matemáticos en las culturas) y el enunciado completo de la pregunta es el siguiente:

> *¿Conoces al menos un rasgo cultural de otro grupo étnico de Costa Rica que pueda relacionarse con pensamiento matemático? Menciona un ejemplo*

Del análisis cuantitativo de esta pregunta (que se mostró en un apartado anterior) concluimos que aproximadamente la mitad de los maestros consultados que afirman conocer rasgos culturales de otros grupos étnicos de Costa Rica que se puedan relacionar con pensamiento matemático.

El tratamiento de la información el programa MAXQDA10 implicó asignar a la pregunta P7b-EB3 el color verde claro y el código 07b-CRM. La codificación se realizó a partir de diez categorías prefijadas que se obtuvieron durante la fase de revisión con tablas de Excel y preanálisis.

Los códigos y explicación de las categorías deductivas para esta pregunta, se muestran a continuación:

- 07b-CRM: reconoce rasgos matemáticos culturas ajenas
- 07b-CRM_00 sin respuesta
- 07b-CRM_01 Construcción de casa tradicional
- 07b-CRM_02 Conteo y agrupación de cantidades
- 07b-CRM_03 Compra y venta de víveres/intercambio-trueque
- 07b-CRM_04 Construcción de artesanías
- 07b-CRM_05 Calcular distancias o tiempo: estimar
- 07b-CRM_06 Formas de cultivo y tratamiento de semillas
- 07b-CRM_07 Determinar épocas de siembra

- 07b-CRM_08 Cosmovisión
- 07b-CRM_09 Análisis del tiempo y fases de la luna
- 07b-CRM_10 Tradiciones indígenas: historia mítica, medicina tradicional, rituales de purificación o curación

Durante el proceso de análisis de contenido utilizando MAXDA10 se genera un total de 69 segmentos codificados, cuya frecuencia gráfica se muestra en el siguiente esquema, en el cual hemos destacado con un círculo rojo el código con mayor porcentaje de frecuencia, que se refiere a la categoría deductiva que corresponde a la ausencia de respuesta.

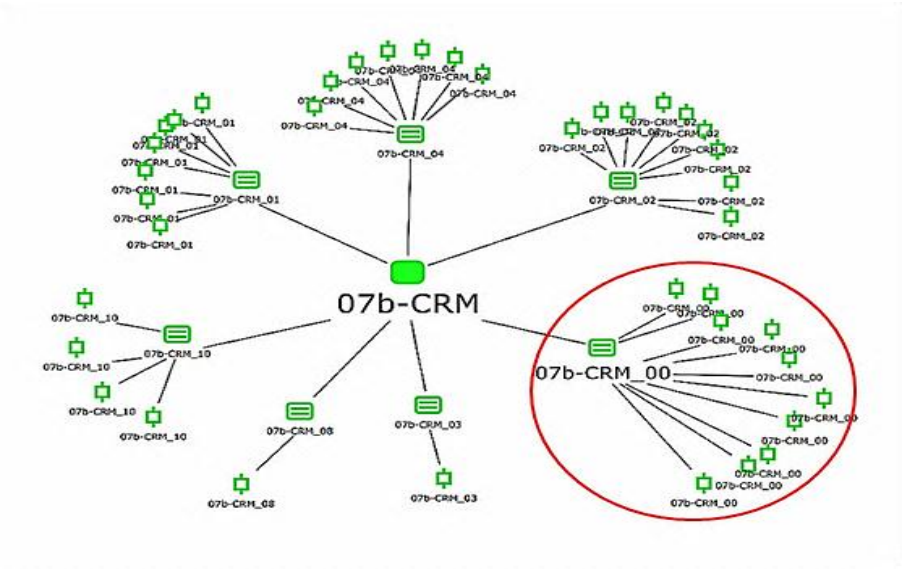


Figura 6.6. Mapa MAXQDA10 sobre las frecuencias de categorías deductivas en P7b-EB3.

El resumen de resultados numéricos al aplicar las reglas de recuento en el análisis de la pregunta P7b-EB3 se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 6.6.*Recuentos aplicados en análisis de contenido a las respuestas de P7b-EB3*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
07b-CRM_00	40	58,0%
07b-CRM_01	7	10,1%
07b-CRM_02	9	13,0%
07b-CRM_03	1	1,4%
07b-CRM_04	7	10,1%
07b-CRM_08	1	1,4%
07b-CRM_10	4	5,8%
Frecuencia Valorativa	69	100%

Destacamos que casi el 60% del total de los maestros consultados no respondieron a esta pregunta, con lo cual presumimos que desconocen rasgos de culturas ajenas que relacionen con pensamiento matemático.

Dentro del 40% que sí respondió la pregunta, se destaca con mayor frecuencia de aparición el código 07b-CRM_02, que se refiere al "uso de clasificadores numerales"; es decir, que éste es el rasgo étnico que más se destaca dentro de la muestra estudiada en relación al conocimiento matemático cultural de otros grupos indígenas.

Finalmente declaramos que durante el análisis de esta categoría se depuró el 'Libro de códigos y categorías deductivas para el estudio EB3', implicando la eliminación de cuatro categorías deductivas: 07b-CRM_05, 07b-CRM_06, 07b-CRM_07 y 07b-CRM_09. Es decir que los maestros no declaran conocer aspectos relacionados con técnicas agrícolas, aplicación de las fases de la luna como técnica de sobrevivencia o el uso de la estimación cantidades temporales o espaciales en otros grupos indígenas, como se supuso inicialmente.

6.5.4 RESULTADOS DEL ANÁLISIS CUALITATIVO DE CONTENIDO APLICADO A LA RESPUESTA DE P9-EB3

La pregunta P9-EB3 es una pregunta abierta que persigue *determinar la visión que tienen los maestros indígenas sobre la presencia de pensamiento geométrico en el entorno cultural con el que desempeña la docencia*. La pregunta está relacionada con la categoría de propósito CEC (Conoce etnomatemáticas en su entorno cultural) y el enunciado de la pregunta es el siguiente:

> *Menciona un ejemplo desde la realidad de la cultura con la que trabajas de una situación en la que se aplique pensamiento geométrico*

En el programa MAXQDA10 esta pregunta se etiquetó con el color rojo y el código 09-CEC. Además, se consideró previamente la presencia de diez categorías deductivas que se obtuvieron a partir del preanálisis y que fueron numeradas a partir de la etiqueta de la pregunta y cuyo significado se muestra a continuación:

- 09-CEC: conoce etnomatemáticas en su entorno cultural y las manifiesta a través de ejemplos de la cultura del entorno laboral relacionados con pensamiento geométrico
- 09-CEC_00 sin respuesta
- 09-CEC_01 construcción de casa tradicional
- 09-CEC_02 tejido de cestas
- 09-CEC_03 diseños de artesanías
- 09-CEC_04 figuras de madera a escala
- 09-CEC_05 tejido de bolsos
- 09-CEC_06 construcción de vestido
- 09-CEC_07 construcción de herramientas
- 09-CEC_08 delimitar un terreno
- 09-CEC_09 formas de sembrar
- 09-CEC_10 formas del entorno asociadas a mitos

El proceso de designación de códigos, durante el análisis de contenido utilizando MAXDA10, implicó un total de 92 segmentos codificados cuya frecuencia gráfica se muestra en el siguiente esquema, en el cual hemos destacado el código con mayor porcentaje de frecuencia.

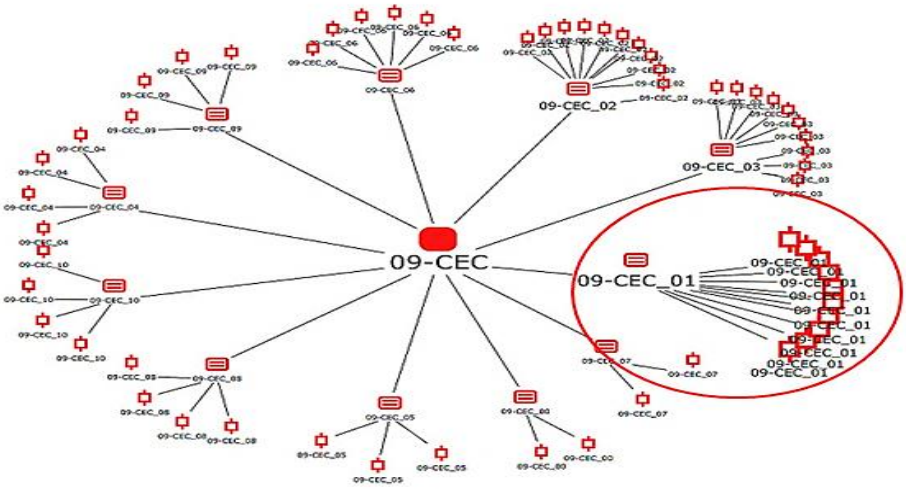


Figura 6.7. Mapa MAXQDA10 sobre las frecuencias de categorías deductivas en P9-EB3.

El resumen de resultados numéricos al aplicar las reglas de recuento en el análisis de la pregunta P9-EB3 se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 6.7.*Recuentos aplicados en análisis de contenido a las respuestas de P9-EB3*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
09-CEC_00	2	2,2%
09-CEC_01	42	45,7%
09-CEC_02	10	10,9%
09-CEC_03	11	12,0%
09-CEC_04	4	4,3%
09-CEC_05	3	3,3%
09-CEC_06	6	6,5%
09-CEC_07	2	2,2%
09-CEC_08	4	4,3%
09-CEC_09	4	4,3%
09-CEC_10	4	4,3%
Frecuencia Valorativa	92	100%

Con recuento numérico podemos confirmar que el código 09-CEC_01, que se refiere a la construcción de casa tradicional es el que presenta mayor frecuencias de aparición y mayor porcentaje de frecuencia.

En el Capítulo 4 se mencionaron algunos de los rasgos geométricos implicados en la construcción de la casa tradicional y se comentó que estos rasgos geométricos adquieren una interpretación en un nivel peculiar pues representan también la estructura del cosmos. La casa tradicional es tejida y es al mismo tiempo una representación física del mundo mítico. Es un resumen de la herencia ancestral a partir de enlaces de troncos, cuerdas de fibra natural y hojas trenzadas. Para la construcción están implicados miembros de la comunidad con un cargo ritual, que realiza acciones ligadas al mundo mítico con significado preventivo, curativo y de purificación. En todas estas acciones está implicado el número mágico ritual, conectado con la estructura geométrica que representa la gran casa cósmica, presente en las tres culturas estudiadas en esta tesis.

Existen otros ejemplos relacionados a los tejidos, que presentan un porcentaje de frecuencia menor, pero que nos interesa destacar: tejido de cestas, diseños de artesanías y construcción de un vestido, este último es un rasgo que prevalece en los informantes de la submuestra-X, es decir, en los maestros de la cultura Ngäbe.

Finalmente comentamos que durante el análisis de las respuestas a esta pregunta no fue necesario realizar ajustes en la estructura prefijada de categorías.

6.5.5 RESULTADOS DEL ANÁLISIS CUALITATIVO DE CONTENIDO APLICADO A LA RESPUESTA DE P14-EB3

La pregunta P14-EB3 es una pregunta abierta que pretende *señalar los rasgos culturales en los cuales los maestros indígenas identifican presencia de contenido matemático.* La pregunta está relacionada con la categoría de propósito CEC (Conoce etnomatemáticas en su entorno cultural) y el enunciado de la pregunta es el siguiente:

> *Realiza una LISTA DE EJEPLOS de situaciones, objetos, conocimientos de tu cultura que puedas considerar como rasgos culturales que tienen contenido matemático*

Esta pregunta pretende recoger un 'inventario general de objetos culturales con contenido matemático' que los maestros indígenas identifican en su grupo étnico. Es por eso que a partir del preanálisis elaborado con ayuda de tablas de EXCEL elaboramos una estructura prefijada de categorías deductivas.

Para el tratamiento de la información con el programa MAXQDA10, esta pregunta se etiquetó con el color morado y el código 14-CEC, además se constituyeron veintiséis categorías deductivas que fueron enumeradas y codificadas a partir de la etiqueta otorgada a la pregunta. El significado de los códigos para esta pregunta se muestra a continuación:

- 14-CEC: Conoce etnomatemáticas en su entorno cultural y contribuye con el inventario general de objetos culturales con contenido matemático.

- 14-CEC_00 sin respuesta
- 14-CEC_01 casa tradicional rectangular
- 14-CEC_02 casa cónica
- 14-CEC_03 forma de cultivar
- 14-CEC_04 conteo y agrupación de cantidades
- 14-CEC_05 tiempo asociado a rituales-purificar-curar
- 14-CEC_06 compra-venta: intercambio-trueque
- 14-CEC_07 construcción de artesanías
- 14-CEC_08 baile tradicional
- 14-CEC_09 fases de la luna
- 14-CEC_10 balsa-bote-canoa
- 14-CEC_11 herramientas para caza y pesca
- 14-CEC_12 cestas-canastas-jabas
- 14-CEC_13 medir un terreno
- 14-CEC_14 calcular distancias o tiempo-estimar
- 14-CEC_15 sombreros
- 14-CEC_16 Vestidos
- 14-CEC_17 tejido de chácaras
- 14-CEC_18 Cosmovisión
- 14-CEC_19 pulseras-collares
- 14-CEC_20 tintes naturales
- 14-CEC_21 Hamaca
- 14-CEC_22 lengua materna
- 14-CEC_23 formas de cultivo y tratamiento de semillas
- 14-CEC_24 determinar épocas de siembra
- 14-CEC_25 análisis del tiempo y fases de la luna
- 14-CEC_26 historia mítica

Durante el proceso de designación de códigos en el análisis de contenido utilizando MAXDA10, se generaron 263 segmentos codificados que implicaron la participación de los veintiséis códigos prestablecidos.

También dentro del proceso de análisis es posible visualizar gráficamente el orden de prioridad en la frecuencia de aparición de cada código. Sin embargo, cabe destacar que esta herramienta es simplemente una ayuda visual para tener la idea de las categorías con mayor porcentaje de frecuencia.

En el siguiente esquema mostramos 'mapa de códigos' que genera el programa MAXQDA10, en el cual se implican gráficamente las veintiséis categorías deductivas y donde podemos distinguir la que tiene mayor porcentaje de frecuencia, pues la hemos destacado con un círculo rojo.

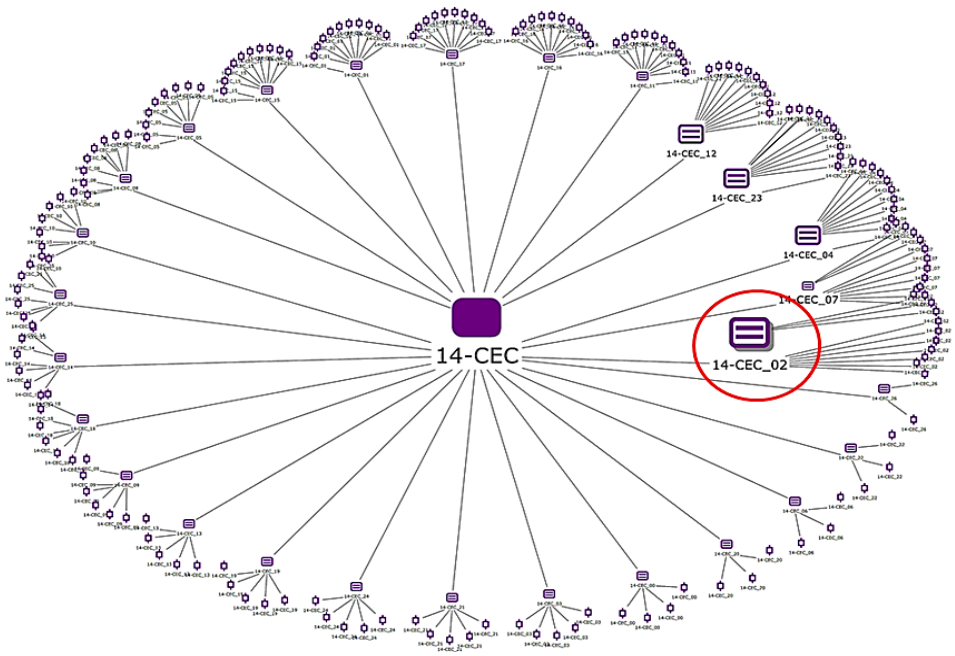


Figura 6.8. Mapa MAXQDA10 sobre las frecuencias de categorías deductivas en P14-EB3.

La lista de ejemplos presentados nos ofrece una visión de los elementos de carácter tangible e intangible que los maestros indígenas consultados vinculan con matemáticas.

La categoría prefijada con mayor frecuencia de aparición es 14-CEC_02 que corresponde a la 'casa tradicional cónica o cósmica'. Sin embargo, consideramos conveniente realizar un recuento de los porcentajes de frecuencia de las veintiséis categorías prefijadas, lo mostramos en la siguiente tabla.

Tabla 6.8.*Recuentos aplicados en análisis de contenido a las respuestas de P14-EB3*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
14-CEC_00	4	1,5%
14-CEC_01	10	3,8%
14-CEC_02	43	16,3%
14-CEC_03	5	1,9%
14-CEC_04	18	6,8%
14-CEC_05	8	3,0%
14-CEC_06	3	1,1%
14-CEC_07	24	9,1%
14-CEC_08	8	3,0%
14-CEC_09	6	2,3%
14-CEC_10	7	2,7%
14-CEC_11	13	4,9%
14-CEC_12	16	6,1%
14-CEC_13	5	1,9%

Tabla 6.8.*Recuentos aplicados en análisis de contenido a las respuestas de P14-EB3*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
14-CEC_14	6	2,3%
14-CEC_15	10	3,8%
14-CEC_16	13	4,9%
14-CEC_17	11	4,2%
14-CEC_18	6	2,3%
14-CEC_19	5	1,9%
14-CEC_20	3	1,1%
14-CEC_21	5	1,9%
14-CEC_22	3	1,1%
14-CEC_23	17	6,5%
14-CEC_24	5	1,9%
14-CEC_25	7	2,7%
14-CEC_26	2	0,8%
Frecuencia Valorativa	263	100%

El orden de aparición de los códigos de las *cinco* categorías deductivas con mayor frecuencia es el siguiente:

- La casa cónica (14-CEC_02), en el que se relacionan conjuntamente conocimientos sobre arte, agricultura y mito con el conocimiento matemático cultural.
- La construcción de artesanías (14-CEC_07), en el que se relacionan conocimientos sobre arte y conocimiento matemático cultural.
- Los clasificadores numerales (14-CEC_04), que es un conocimiento holístico cultural vinculado con el conocimiento matemático cultural.
- Las formas de cultivo y el tratamiento de semillas (14-CEC_23), en el que se relacionan conjuntamente conocimientos sobre agricultura y mito con el conocimiento matemático cultural.
- El tejido de cestas, canastas o jabas (14-CEC_12) en el que se relacionan conjuntamente conocimientos sobre arte, agricultura y mito con el conocimiento matemático cultural.

Cabe destacar que el cuestionario fue aplicado 'in situ' por parte de la investigadora, quien antes de la aplicación se encargo de comentar a los docentes la noción de "objeto cultural", insistiendo en el contenido cultural de los artefactos, sociofactos o mentifactos (Huxley, 1955) que pueden relacionarse con los dominios de experiencia subjetiva (Oliveras, 1996) y que constituyen el grupo de conocimientos compartidos (D'Ambrosio, 2008) del grupo cultural.

Durante el trabajo de campo desarrollado en el año 2011 se profundizó en la comprensión de los hallazgos. Este segundo periodo de estudio permitió organizar las

categorías del inventario general de objetos culturales con contenido matemático a partir de un diagrama de estructura de conjuntos, en el cual se relacionan dichas categorías ubicándolas en conocimientos específicos de tres áreas: conocimiento del arte, conocimiento de la agricultura y conocimiento del mito, como se observa en la siguiente imagen.

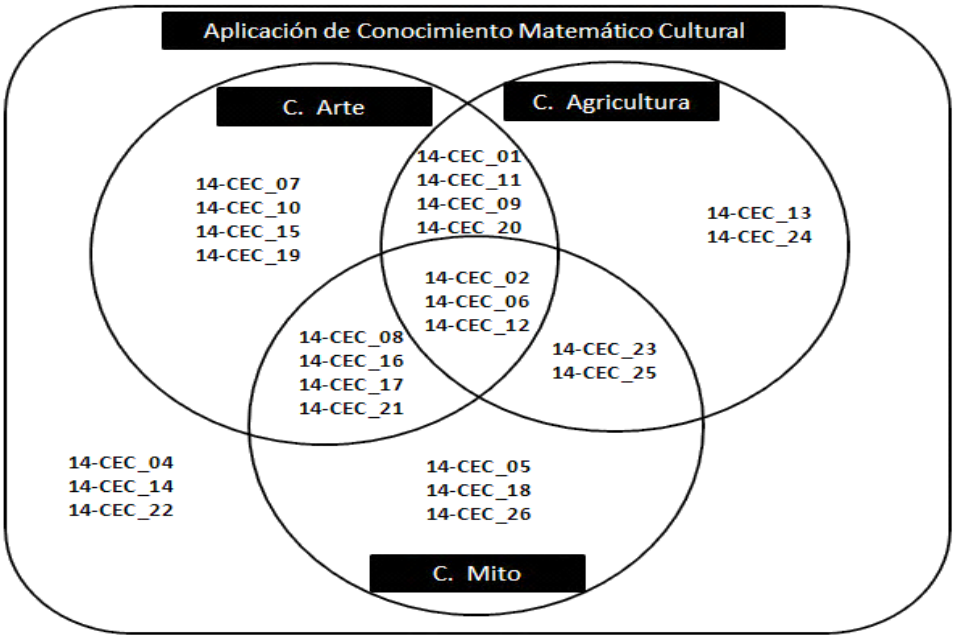


Figura 6.9. Diagrama de organización de las categorías deductivas de P14-EB3.

Hay expresiones culturales con contenido cultural que se relacionan con el conocimiento matemático cultural y de manera exclusiva con un área del conocimiento indígena.

A continuación desarrollaremos la explicación de las relaciones en el diagrama de la figura anterior.

- Conocimiento matemático cultural relacionado con conocimiento indígena del arte: construcción de artesanías, de botes o canoas, de sombreros, de pulseras y collares.
- Conocimiento matemático cultural relacionado con conocimiento indígena de la agricultura: medición de un terreno y determinación de épocas de siembra.
- Conocimiento matemático cultural relacionado con conocimiento indígena del mito: tiempo asociado a rituales de curación o purificación, aplicación de la cosmovisión en lo cotidiano y difusión de la historia mítica por tradición oral. Todos estos relacionados con el Número Mágico Ritual (Gavarrete y Vásquez, 2005)
- Conocimiento matemático cultural relacionado con conocimiento indígena del arte y la agricultura: construcción de la casa rectangular, recorte y usos del guacal (o jícara), elaboración de herramientas para la

agricultura, la cacería o la pesca (mojones, lanzas, cerbatanas, flechas) y elaboración de tintes naturales para la decoración.

- Conocimiento matemático cultural relacionado con conocimiento indígena del arte y el mito: diseño de implementos para uso ritual (ULúk, bastón del Sukia, asientos con usos chamánicos), el baile tradicional, la confección de vestidos (en la cultura Ngäbe primordialmente), el tejido de chácaras y de hamacas.
- Conocimiento matemático cultural relacionado con conocimiento indígena de la agricultura y el mito: las formas de cultivo y el tratamiento de semillas y el análisis del tiempo (a partir de la observación de patrones en la naturaleza) y conocimiento de las fases de la luna.
- Conocimiento matemático cultural relacionado con conocimiento indígena en general: el uso de clasificadores numerales, las chichadas en juntas de manos laborales y el conocimiento de la lengua materna, que se vinculan con el Capítulo 4.
- Conocimiento matemático cultural relacionado con conocimiento indígena del arte, la agricultura y el mito: construcción de la casa cósmica (cónica), el trueque (intercambio de productos o acciones) y la elaboración de canastas, cestas o jabas.

Los resultados obtenidos en el inventario general de objetos culturales con contenido matemático, que provee el análisis de las respuestas a la pregunta P14-EB3 nos permiten obtener información relevante sobre los aspectos a considerar como contenidos programáticos para la elaboración del diseño instruccional en el modelo MOCEMEI.

6.5.6 RESULTADOS DEL ANÁLISIS CUALITATIVO DE CONTENIDO APLICADO A LA RESPUESTA DE P15-EB3

La pregunta P15-EB3 es una pregunta abierta que persigue que los maestros indígenas *indiquen el signo cultural en el cual identifican presencia de contenido matemático.* La pregunta es la consecución de la pregunta P14-EB3 y está relacionada con la categoría de propósito CEC (Conoce etnomatemáticas en su entorno cultural). El enunciado de la pregunta es el siguiente:

> *¿Cuál de los SIGNOS CULTURALES que escribiste en la lista anterior te interesa más como un rasgo principal de tu cultura?*

Lo que se pretende en esta pregunta es que los maestros indígenas identifiquen el objeto cultural con mayor relevancia y potencial de conocimientos científicos implícitos, es decir el signo cultural que puede ser estudiado desde las etnomatemáticas.

Para el tratamiento de la información con el programa MAXQDA10, esta pregunta se etiquetó con el color verde oscuro y el código 15-CEC, además se conservaron las veintiséis categorías deductivas que construyeron para el inventario. El código y significado de las categorías prefijadas utilizadas para el análisis de contenido de esta pregunta son las siguientes:

- 15-CEC: Conoce etnomatemáticas en su entorno cultural e identifica el signo cultural que vincula con contenido matemático.
- 15-CEC_00 sin respuesta
- 15-CEC_01 casa tradicional rectangular
- 15-CEC_02 casa cónica
- 15-CEC_03 forma de cultivar
- 15-CEC_04 conteo y agrupación de cantidades
- 15-CEC_05 tiempo asociado a rituales-purificar-curar
- 15-CEC_06 compra-venta: intercambio-trueque
- 15-CEC_07 construcción de artesanías
- 15-CEC_08 baile tradicional
- 15-CEC_09 fases de la luna
- 15-CEC_10 balsa-bote-canoa
- 15-CEC_11 herramientas para caza y pesca
- 15-CEC_12 cestas-canastas-jabas
- 15-CEC_13 medir un terreno
- 15-CEC_14 calcular distancias o tiempo-estimar
- 15-CEC_15 sombreros
- 15-CEC_16 Vestidos
- 15-CEC_17 tejido de chácaras
- 15-CEC_18 Cosmovisión
- 15-CEC_19 pulseras-collares
- 15-CEC_20 tintes naturales
- 15-CEC_21 Hamaca
- 15-CEC_22 lengua materna
- 15-CEC_23 formas de cultivo y tratamiento de semillas
- 15-CEC_24 determinar épocas de siembra
- 15-CEC_25 análisis del tiempo y fases de la luna
- 15-CEC_26 historia mítica

Durante el proceso de designación de códigos en el análisis de contenido utilizando MAXDA10, se generaron 71 segmentos codificados se depuró el 'Libro de códigos y categorías deductivas para el estudio EB3', implicando la eliminación de once categorías deductivas: 15-CEC_01, 15-CEC_03, 15-CEC_10, 15-CEC_11, 15-CEC_12, 15-CEC_14, 15-CEC_15, 15-CEC_19, 15-CEC_21, 15-CEC_24 y 15-CEC_25. Por lo tanto, el proceso inferencial implica la participación de quince categorías prefijadas.

En el siguiente esquema mostramos 'mapa de códigos' que genera el programa MAXQDA10, en el cual se implican gráficamente los signos culturales que fueron manifestados como respuestas a esta pregunta. El código que representa la categoría deductiva con el mayor porcentaje de frecuencia se ha demarcado con un círculo rojo.

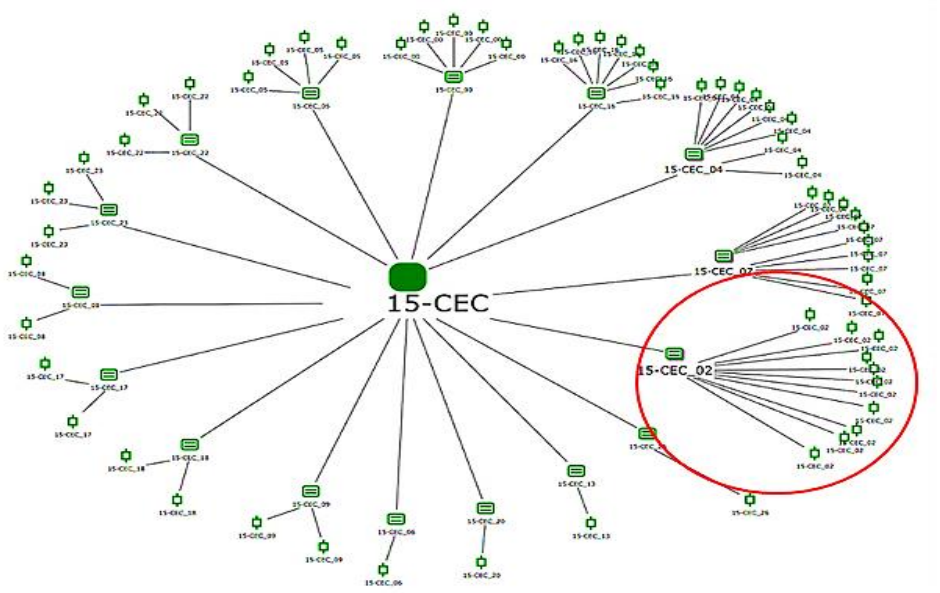


Figura 6.10. Mapa MAXQDA10 sobre las frecuencias de categorías deductivas en P15-EB3.

La categoría prefijada con mayor frecuencia de aparición coincide con la pregunta anterior pues corresponde a la 'casa tradicional cónica o cósmica' (15-CEC_02) y la segunda posición en cuanto al porcentaje de frecuencia también se corresponde con la pregunta P14-B3 pues corresponde a la construcción de artesanías (15-CEC_07). En la siguiente tabla presentamos un recuento de los porcentajes de frecuencia de las categorías prefijadas que se implicaron en el análisis de P15-EB3.

Tabla 6.9.. *Recuentos aplicados en análisis de contenido a las respuestas de P15-EB3*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
15-CEC_00	5	7,0%
15-CEC_02	20	28,2%
15-CEC_04	8	11,3%
15-CEC_05	4	5,6%
15-CEC_06	1	1,4%
15-CEC_07	9	12,7%
15-CEC_08	2	2,8%
15-CEC_09	2	2,8%
15-CEC_13	1	1,4%
15-CEC_16	7	9,9%
15-CEC_17	2	2,8%

Tabla 6.9.. *Recuentos aplicados en análisis de contenido a las respuestas de P15-EB3*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
15-CEC_18	2	2,8%
15-CEC_20	1	1,4%
15-CEC_22	3	4,2%
15-CEC_23	3	4,2%
15-CEC_26	1	1,4%
Frecuencia Valorativa	71	100%

Con el análisis a la pregunta P15-EB3 concluimos el abordaje del foco de análisis F1-EB3 referido a las visiones de los maestros sobre las matemáticas en sus respectivas culturas indígenas y concretamos los aspectos más relevantes a considerar en el diseño del material que se utilizará en la implementación del modelo MOCEMEI y que será descrito en el Capítulo 7.

6.5.7 RESULTADOS DEL ANÁLISIS CUALITATIVO DE CONTENIDO APLICADO A LA RESPUESTA DE P16B-EB3

La pregunta P16b-EB3 se está vinculada al foco de análisis F2-EB3 que pretende determinar las *razones por que es importante incorporar las etnomatemáticas en el ámbito de la enseñanza*. Además esta pregunta corresponde a la segunda parte (o a la parte abierta) de la pregunta P16a-EB3 pero en esta parte de la pregunta se solicitan razones por las cuales es importante vincular el conocimiento cultural indígena al conocimiento de las matemáticas y está relacionada con la categoría de propósito FAE (Formas de aprovechar las etnomatemáticas en las clases). El enunciado completo de la pregunta es el siguiente:

> *¿Consideras importante aprovechar el conocimiento cultural en las clases de matemáticas? ¿Por qué?*

Del análisis cuantitativo de esta pregunta (que se mostró en un apartado anterior) concluimos que todos los maestros indígenas consideran que es importante aprovechar el conocimiento cultural en las clases de matemáticas.

El tratamiento de la información el programa MAXQDA10 implicó asignar a la pregunta P16b-EB3 el color rosa y el código 16b-FAE. La codificación se realizó a partir de quince categorías prefijadas que se obtuvieron durante la fase de revisión con tablas de Excel y preanálisis. Los códigos y explicación de las categorías deductivas para esta pregunta, se muestran a continuación:

- 16b-FAE: razones por las cuales es importante aprovechar las etnomatemáticas en las clases
- 16b-FAE_00 sin respuesta

- 16b-FAE_01 trabajo en un lugar donde prevalece la cultura
- 16b-FAE_02 para fortalecer y valorar la cultura
- 16b-FAE_03 para rescatar la cultura
- 16b-FAE_04 inculcar artesanía y tradiciones
- 16b-FAE_05 mayor sentido de pertenencia por lo propio
- 16b-FAE_06 valorar la matemática intercultural
- 16b-FAE_07 es un conocimiento necesario
- 16b-FAE_08 forma de pensar como ciencia
- 16b-FAE_09 forma de explicar el mundo indígena
- 16b-FAE_10 contextualizar la enseñanza
- 16b-FAE_11 facilita el aprendizaje
- 16b-FAE_12 acercar la matemática a la vida cotidiana
- 16b-FAE_13 fortalecer la identidad cultural
- 16b-FAE_14 manifiesta una forma de vida específica
- 16b-FAE_15 la matemática está en todas las culturas

Durante el proceso de análisis de contenido utilizando MAXDA10 se genera un total de 84 segmentos codificados. Además el 'Libro de códigos y categorías deductivas para el estudio EB3' se depuró para esta pregunta, reduciendo la cantidad de categorías prefijadas, eliminando dos categorías deductivas: 16b-FAE_07 y 16b-FAE_14, en el proceso inferencial para esta pregunta participaron trece categorías prefijadas. En el esquema siguiente se muestra el mapa de códigos que produce el programa MAQDA10 y que muestra gráficamente el código con mayor porcentaje de frecuencia que hemos destacado con un círculo rojo.

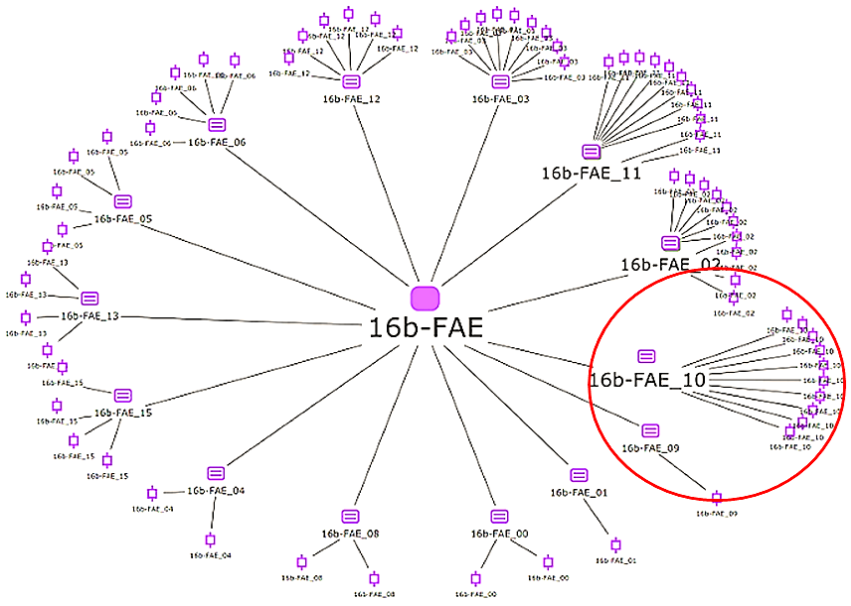


Figura 6.11. Mapa MAXQDA10 sobre las frecuencias de categorías deductivas en P16b-EB3.

El código con mayor frecuencia de aparición corresponde a 16b-FAE_10 que representa la categoría de "contextualizar la enseñanza", sin embargo, también mostramos a

continuación el resumen de resultados numéricos al aplicar las reglas de recuento en el análisis de la pregunta P16b-EB3, que exponemos en la siguiente tabla.

Tabla 6.10. *Recuentos aplicados en el análisis de contenido a las respuestas de P16b-EB3*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
16b-FAE_00	2	2,4%
16b-FAE_01	1	1,2%
16b-FAE_02	13	15,5%
16b-FAE_03	9	10,7%
16b-FAE_04	2	2,4%
16b-FAE_05	4	4,8%
16b-FAE_06	5	6,0%
16b-FAE_08	2	2,4%
16b-FAE_09	1	1,2%
16b-FAE_10	18	21,4%
16b-FAE_11	13	15,5%
16b-FAE_12	6	7,1%
16b-FAE_13	4	4,8%
16b-FAE_15	4	4,8%
Frecuencia Valorativa	84	100%

Las respuestas de los maestros indígenas sobre las razones por las cuales es importante aprovechar el conocimiento cultural en las clases de matemáticas aluden aspectos didácticos, cognitivos y políticos.

El orden de aparición de los porcentajes de frecuencia para los tres primeros códigos utilizados en el análisis de la pregunta P16b-EB3, permiten deducir que los maestros indígenas consultados opinan que:

- Es importante aprovechar el conocimiento cultural en las clases de matemáticas para contextualizar la enseñanza. (Aspecto didáctico)
- Es importante aprovechar el conocimiento cultural en las clases de matemáticas para facilitar el aprendizaje. (Aspecto cognitivo)
- Es importante aprovechar el conocimiento cultural en las clases de matemáticas para fortalecer y valorar la cultura. (Aspecto político)

Las entrevistas con algunos informantes clave que se realizaron posteriormente a la aplicación del cuestionario permitieron profundizar en el sentido de las respuestas obtenidas y construir una organización de los tres aspectos en que se dividieron los hallazgos: didácticos, cognitivos y políticos.

En el siguiente diagrama mostramos la organización de las trece categorías deductivas implicadas en el análisis de la pregunta P16b-EB3.

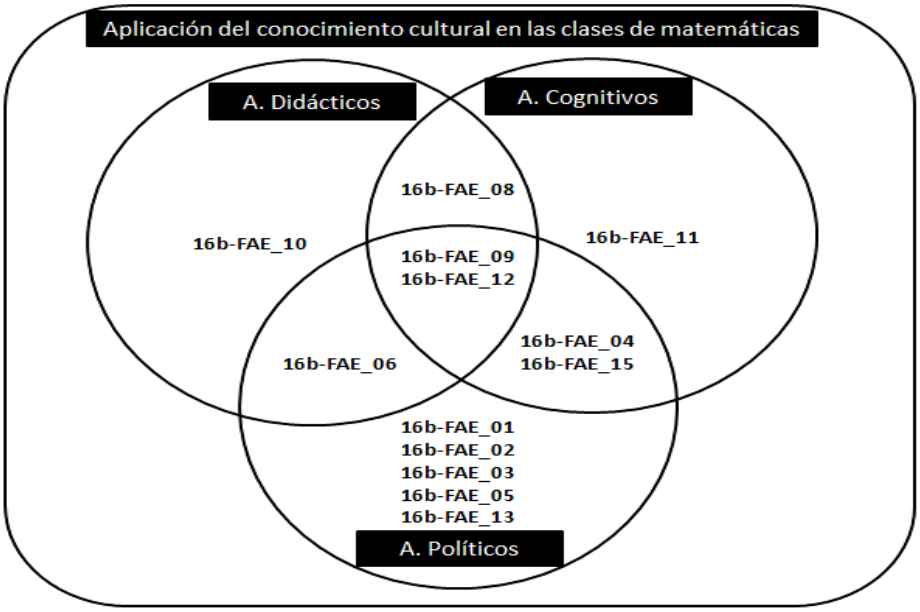


Figura 6.12. Diagrama de organización de las categorías deductivas de P16b-EB3.

Hay razones presentadas por los maestros indígenas que se relacionan estrictamente con aspectos didácticos, cognitivos o políticos; sin embargo hay otras razones en las cuales percibimos una vinculación entre estas áreas.

A continuación desarrollaremos la explicación de las relaciones en el diagrama de la figura anterior.

- Razones vinculadas explícitamente con aspectos didácticos en la aplicación del conocimiento cultural en las clases de matemáticas: la contextualización de la enseñanza en entornos indígenas.
- Razones vinculadas explícitamente con aspectos cognitivos en la aplicación del conocimiento cultural en las clases de matemáticas: propiciar y facilitar el aprendizaje de los estudiantes en los entornos indígenas.
- Razones vinculadas explícitamente con aspectos políticos en la aplicación del conocimiento cultural en las clases de matemáticas: en los entornos indígenas prevalece la cultura, por lo que se debe propiciar el fortalecimiento y valoración de la cultura y contribuir con el rescate de valores centrales (ver glosario) culturales, para desarrollar un mayor sentido de pertenencia por lo propio y fortalecer la identidad cultural.
- Razones que involucran aspectos cognitivos y políticos en la aplicación del conocimiento cultural en las clases de matemáticas: inculcar el conocimiento sobre artesanía y tradiciones indígenas pues la matemática está en todas las culturas.
- Razones que involucran aspectos didácticos y políticos en la aplicación del conocimiento cultural en las clases de matemáticas: valorar la matemática intercultural.

- Razones que involucran aspectos didácticos y cognitivos en la aplicación del conocimiento cultural en las clases de matemáticas: el conocimiento matemático indígena está implicado en una forma holista de pensar como ciencia.
- Razones que involucran aspectos didácticos, cognitivos y políticos en la aplicación del conocimiento cultural en las clases de matemáticas: acercar la matemática a la vida cotidiana contribuye para explicar el mundo indígena.

Finalmente, si relacionamos los focos de análisis para este estudio EB3 podemos concluir que las visiones manifestadas por los maestros consultados sobre las matemáticas en sus respectivas culturas indígenas (F1-EB3) tienen relación con las razones por las que consideran importante incorporar las etnomatemáticas en el ámbito de la enseñanza (F2-EB3), ya que se propician reflexiones sobre las peculiaridades de sus 'etno' matemáticas, lo cual incide en una postura reivindicativa con respecto al proceso de enseñanza y aprendizaje.

A continuación pasamos a resumir y comentar los resultados del estudio base EB3 con respecto a los propósitos de esta investigación.

6.6 Discusión y Reflexiones del estudio EB3

En este apartado exponemos un resumen de los resultados de la consulta realizada a maestros indígenas, organizándola de acuerdo a los propósitos de la investigación y que tienen un especial aporte para el desarrollo y cumplimiento de los propósitos generales de la misma. Posteriormente incorporamos una discusión que alude a los fundamentos teóricos de esta investigación y manifestamos reflexiones-conclusiones que surgen del recorrido investigativo para ser tomadas en cuenta en la siguiente etapa del estudio.

Con respecto al propósito de investigación O1.1 obtuvimos los siguientes resultados:

- El conocimiento matemático cultural de estas culturas indígenas existe y es caracterizado por los maestros a través del conocimiento de la tradición ancestral.
- El conocimiento matemático cultural es un universal cultural (ver glosario).

Sobre el propósito de investigación O1.2 obtuvimos los siguientes resultados:

- El conocimiento matemático cultural étnico se caracteriza a través de expresiones culturales del patrimonio tangible (material e inmaterial) y el patrimonio intangible (ver glosario).
- El conocimiento matemático indígena es axiomático, pero regido a partir del conocimiento del mito. Es decir, la estructura cosmogónica

les otorga las herramientas de significado para interpretar el mundo físico a partir del mundo mítico.

- El conocimiento cultural indígena se transmite por tradición oral pues se trata de culturas ágrafas, entonces los sistemas de representación de lo abstracto toman como herramientas de referencia los elementos del mundo físico.
- La organización de los significados en el conocimiento matemático cultural corresponde a una estructura compleja que involucra el conocimiento del mito.
- El aprendizaje del conocimiento matemático indígena es riguroso y secuencial, vigilado por un Mayor o una persona con cargo tradicional.

Otros resultados importantes relacionados al estudio base EB3 son:

- Los sondeos y las entrevistas etnográficas no forman parte del cuerpo de resultados de manera explícita, sirven para confirmar la información que se obtuvo por escrito con los maestros indígenas participantes. Dichas entrevistas permitieron triangular la información recopilada antes de someterla al proceso de análisis de contenido.
- En las entrevistas etnográficas pudimos comprobar el interaccionismo simbólico presente en las manifestaciones que trascienden la oralidad. La postura, los gestos, el tono de voz o el carraspeo tienen significación dentro de la dinámica dialógica con los participantes de este estudio.
- La *etnometodología* se centra en el "estudio de los métodos empleados por las personas para dar sentido a sus prácticas sociales cotidianas" (Latorre et al., 2003, p.223), de modo que el instrumento aplicado para recopilar la información indujo a los maestros indígenas consultados a reflexionar sobre las conexiones que implícita o explícitamente hacen en sus clases respecto al conocimiento matemático cultural.
- El uso del principio del etcétera prevaleció en las entrevistas etnográficas y sondeos que se realizaron durante el estudio base EB3, ya que antes del trabajo etnográfico de campo se revisaron fuentes bibliográficas sobre cultura y la tradición indígena costarricense, de modo que en las interacciones durante las entrevistas etnográficas, la investigadora pudo en ocasiones comprender 'incluso los silencios' de los interlocutores.

Con lo hasta ahora expuesto, también nos interesa recordar las ideas de Laudan (citado en Sandín, 2003) sobre la reivindicación de las matemáticas no occidentales, a las cuales se les ha llamado 'protomatemáticas' y se les ha desvinculado de un carácter científico, pues consideramos que el conocimiento matemático cultural indígena que hemos tratado de exhibir y caracterizar con ayuda de este estudio es válido y funcional. Además nos respaldamos en la perspectiva planteada por D'Ambrosio (2007, 2008)

sobre el explícito respeto por las matemáticas indígenas, fruto de diversas investigaciones tanto de manera local como intercontinental.

Consideramos pertinente recalcar que el conocimiento matemático cultural indígena que hemos caracterizado en este estudio hace énfasis en un método holista (Grenier, 1999), es decir que se basa en una visión sistemática de la realidad que trasciende de la suma de sus partes, pues también toma en cuenta lo intangible y las entrevistas etnográficas y las descripciones exhaustivas de nuestros informantes especiales nos han permitido comprender el carácter integral de dicho conocimiento.

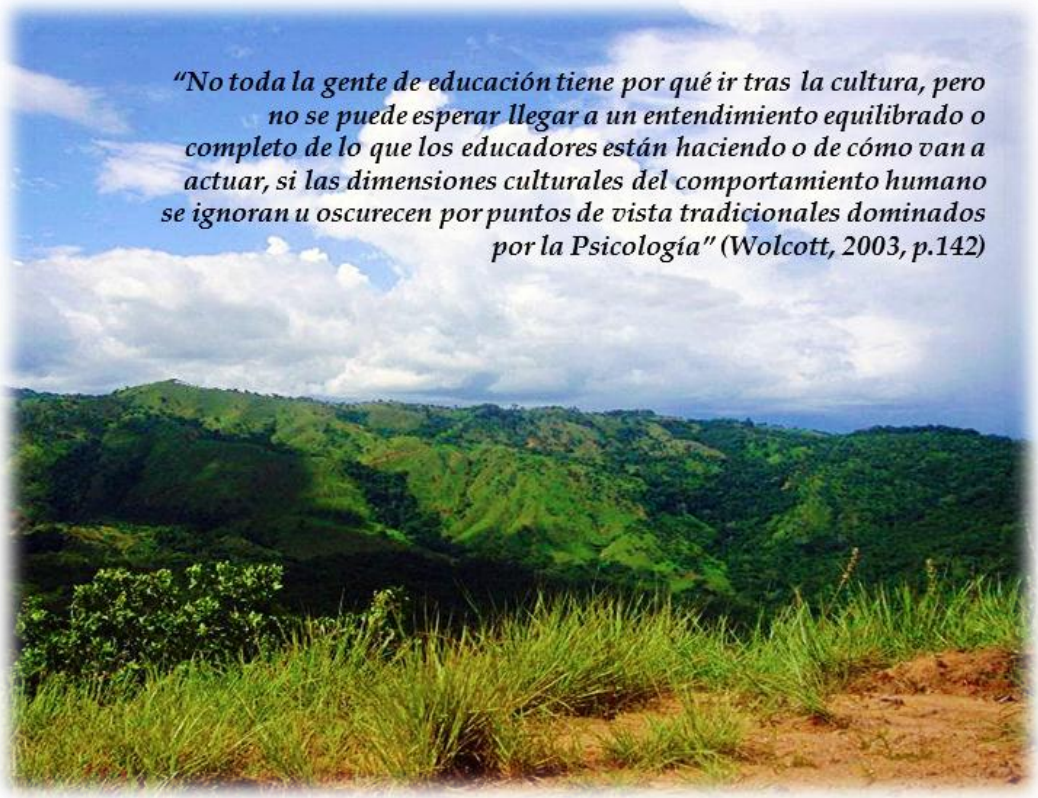
A estos aportes sumamos las ideas desarrolladas por Oliveras (1996, 2005) para abordar una situación-problema desde las etnomatemáticas y conducir los hallazgos de la investigación hacia una propuesta formativa en Didáctica de las Matemáticas. Tomando como un ente orientador el modelo MEDIPSA (Oliveras, 1995), como encuadre y guía para desarrollar nuestra propia propuesta para la formación en etnomatemáticas de maestros que trabajan en los entornos indígenas de Costa Rica.

En los entornos indígenas, muchos de los conocimientos se transmiten por tradición oral y a veces muchos términos que han sido científicamente definidos son practicados por los pueblos, pero no son conscientes de sus nombres, de este modo, coincidimos con Rohrer (2010) en que los procedimientos utilizados para resolver problemas en la vida cotidiana no pueden ser inmediatamente asimilados o interpretados como las matemáticas.

Grenier (1999) señala que el conocimiento indígena es parte intrínseca de la cultura y comprende tanto el conocimiento explícito como el implícito. Lo hemos confirmado con las respuestas obtenidas, algunas de gran profundidad, pues en muchas ocasiones nos quedamos varios meses tratando de dilucidar ¿qué querían decir nuestros participantes?, y ¿por qué lo que señalaban como conocimiento matemático cultural lo era? El conocimiento local en las comunidades indígenas muchas veces no fue trivial ni obvio.

Cabe recalcar que este estudio base EB3 deja abiertas muchas posibilidades de continuidad, ya que por escasez de tiempo no fue posible profundizar en algunos hallazgos de especial interés, pero reiteramos la importancia de los hallazgos obtenidos en este estudio base EB3 pues forman parte de la estructura de fundamentos de carácter empírico con los cuales desarrollamos el Modelo del Curso de Etnomatemáticas para Maestros de Entornos Indígenas (MOCEMEI) que se explicará en el Capítulo7.

CAPÍTULO 7. DISEÑO DEL MODELO DEL CURSO DE ETNOMATEMÁTICAS PARA FORMAR MAESTROS DE ENTORNOS INDÍGENAS (MOCEMEI)



7.1 PRESENTACIÓN DEL CAPÍTULO 7

Este capítulo está dedicado a explicar los elementos teóricos, empíricos y contextuales que se reúnen para concretar el diseño de la propuesta formativa en Didáctica de la Matemática que proponemos, la cual persigue promover competencias multiculturales en maestros que trabajan en entornos indígenas, a través de las Etnomatemáticas, la Enculturación y los Microproyectos para la Educación Intercultural.

Para desarrollar la planificación del Modelo del Curso de Etnomatemáticas para formar Maestros de Entornos Indígenas (MOCEMEI) se toman en cuenta los resultados producto de los análisis elaborados durante los estadios investigativos E1-F3, E3-F1, E3-F2 y E3-F3, que sirven como fundamento empírico para consolidar esta propuesta. Mientras que el trabajo que exponemos en este capítulo corresponde a los estadios E4-F1, E4-F2 y E4-F3 del diseño estructural de esta investigación.

Además, se incorporan dentro del marco contextual, los resultados del estudio base EB4 que plantea la realidad concreta del grupo de maestros indígenas cabécares con los cuales se implementará la propuesta.

La planificación del MOCEMEI se realizó procurando coherencia con el curso denominado Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales (DMCM), para lo cual, dicho proceso se desarrolló a través de un trabajo colaborativo entre la investigadora (profesora del CEMEI) y la encargada de la cátedra del curso DMCM.

Presentamos la descripción de la planificación para cada una de las sesiones del CEMEI, manifestando para cada una de ellas los propósitos de investigación asociados y los elementos del currículum considerados para el desarrollo del trabajo presencial y no presencial. Además concretamos la planificación elaborada para proponer el diseño de Microproyectos Curriculares (Oliveras, 1996) que promuevan la educación intercultural, basados en las etnomatemáticas cabécares.

El proceso de planificación en el diseño del modelo MOCEMEI tuvo una duración aproximada de 10 meses, que abarcó desde octubre de 2010 hasta julio de 2011 y, su implementación (cuyos resultados se mostrarán en el Capítulo 8) se realizó durante los meses de agosto y septiembre del 2011 en Turrialba, Costa Rica.

7.2 EL CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN SOBRE FORMACIÓN DOCENTE

7.2.1 EL CONTEXTO DE LA FORMACIÓN DOCENTE

El contexto de la investigación relativa a formación docente es universitario y está constituido por un proyecto interuniversitario de acción formativa nacional, a desarrollar por un grupo indígena Cabécar, y más concretamente en el "Plan de Estudios de Bachillerato en I y II Ciclos de Educación General Básica con énfasis en lengua y cultura Cabécar", titulación que equivale en España a la formación de Diplomado en Maestro de Educación Primaria.

El plan de estudios mencionado es promovido a través del Programa Interuniversitario Siwá-Pákö, en el cual se diseñan diversos cursos de formación adaptados a la realidad de la cultura cabécar (Bolaños et al, 2009), para formar profesores que provengan de tal cultura y la desarrollen mediante su tarea docente. Está orientado a otorgar formación profesional universitaria a maestros cabécares ya en ejercicio, que carecen de un título universitario y que trabajan en centros indígenas de distintas comunidades del Territorio Indígena Cabécar. Las informaciones sobre tal Programa y los contactos con sus gestores, se iniciaron al planificar la estancia de campo realizada en 2012 en Costa Rica.

En particular, el modelo MOCEMEI de formación que proponemos en esta tesis se incorpora en el curso llamado "Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales", en el cual se adaptan los contenidos de la formación en Didáctica de la Matemática que se ofrece en la mayoría de los programas de formación de las universidades y que está orientada para contextos urbanos, mediante una propuesta formativa especial que promueve la interculturalidad y las peculiaridades de los entornos rurales e indígenas.

En la siguiente figura se representa la estructura curricular del contexto educativo en el cual se enmarca nuestro modelo formativo materializado en el Curso de Etnomatemáticas para formar Maestros de Entornos Indígenas CEMEI.

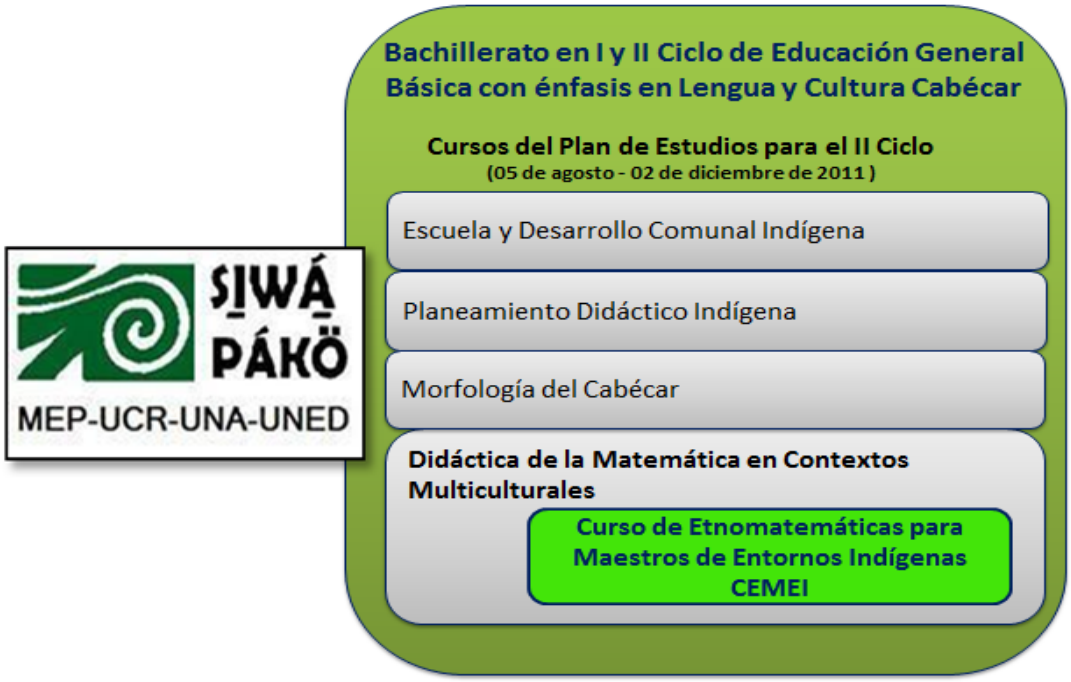


Figura 7.1. Organización del contexto institucional y curricular de la propuesta formativa.

En el Capítulo 1 hemos abordado aspectos relacionados con el surgimiento y los objetivos generales y específicos del Programa Interuniversitario Siwá-Pákö (PISP), de los cuales destacamos la preocupación por formular propuestas curriculares atinentes a la diversidad cultural que impacten en los centros educativos cabécares, tomando como principios fundamentales la etnoeducación y la pedagogía intercultural.

Desde esta perspectiva, las coordinadoras de dicho Programa han promovido investigaciones capaces de alcanzar los propósitos que se persiguen y que fueron expuestos en la descripción contextual del Capítulo1.

En particular, como fundamentos para el curso de Didáctica de la Matemática en contextos Multiculturales se han realizado dos investigaciones asociadas. La primera trata sobre un diagnóstico de los conocimientos en matemáticas que tienen los maestros cabécares en formación y que fue realizada por dos profesionales: Arnoldo Cerdas y Karen Velázquez. La segunda de las investigaciones trata sobre los contenidos y la didáctica que aplican, en el ejercicio de la docencia, los maestros cabécares en formación, y también participan dos investigadoras: Karen Velázquez y Alejandra Sánchez.

En la siguiente figura se muestra la distribución topográfica de las escuelas indígenas sobre las que impacta este Programa Interuniversitario PISP.

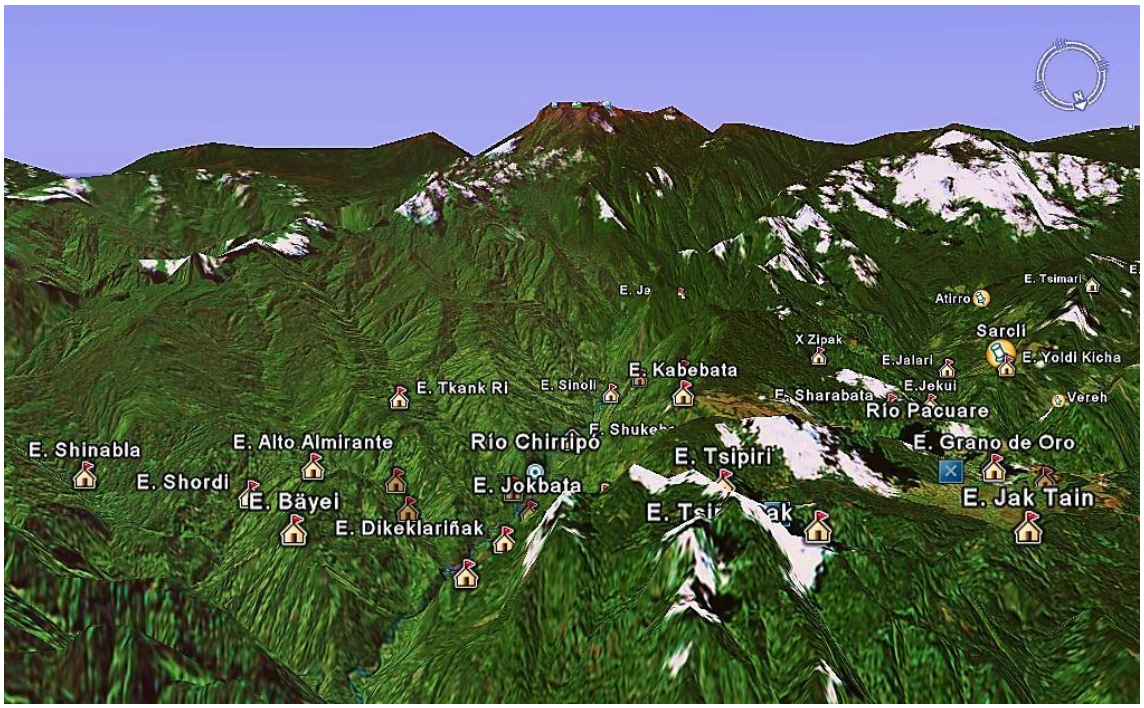


Figura 7.2. Topografía de las escuelas indígenas cabécares sobre las cuales impacta el PISP, imagen facilitada por a profesora Yadira Cerdas.

Para la planificación del curso Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales recibimos, nuestro grupo de investigación, una invitación del PISP para participar con la Comisión de Enlace y con el Equipo Investigador en varias reuniones de seminario y en un debate sobre las expectativas y la pertinencia de abordar en dicho curso una formación relacionada con las etnomatemáticas. Dichas actividades se realizaron con gran interés y el debate dio lugar al estudio base EB4 que se explica a continuación.

7.2.2 ESTUDIO EB4 COMO HERRAMIENTA PARA CONOCER LAS REALIDADES Y EXPECTATIVAS DEL CURSO CON MAESTROS CABÉCARES

La información concerniente al Plan de Estudios de Bachillerato en I y II Ciclo con énfasis en Lengua y Cultura Cabécar, adquirida por el grupo de investigación y organizada por la doctoranda, fue complementada con los resultados del estudio base EB4 realizado por ella, a partir de un *panel* convocado por las coordinadoras del Programa Interuniversitario Siwá-Pákö, en el que se debatió sobre el curso Didáctica de las Matemática en Contextos Multiculturales.

En las decisiones tomadas a partir de dicha actividad, se consolidó la inserción de la investigadora como profesora invitada y como asesora en la planificación del diseño del curso de Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales, aportando sus conocimientos sobre Etnomatemáticas en culturas indígenas de Costa Rica, e incorporando algunos de los objetivos del PISP a su tesis, en curso.

7.2.3 EL SENTIDO Y EL APORTE DEL ESTUDIO EB4. FUNDAMENTOS PARA EL CEMEI

El sentido de este estudio es realizar un sondeo de realidades y expectativas para orientar el diseño y la implementación del modelo MOCEMEI, que fue diseñado entre 2010 y 2011, e impartido durante el segundo semestre del año 2011 en el Campus del Atlántico de la Universidad de Costa Rica, con sede en el cantón de Turrialba. El estudio EB4 se sitúa en la realidad de los 16 maestros de la cultura cabécar que optan por la titulación universitaria en tal campus.

Es el último de los estudios que constituyen la base empírica para la planificación del diseño del modelo MOCEMEI. En el modelo espiral que constituye la trayectoria teórico-empírica de la investigación se desarrolla durante los estadios investigativos E2-F3 y E3-F3 del diseño estructural de esta investigación.

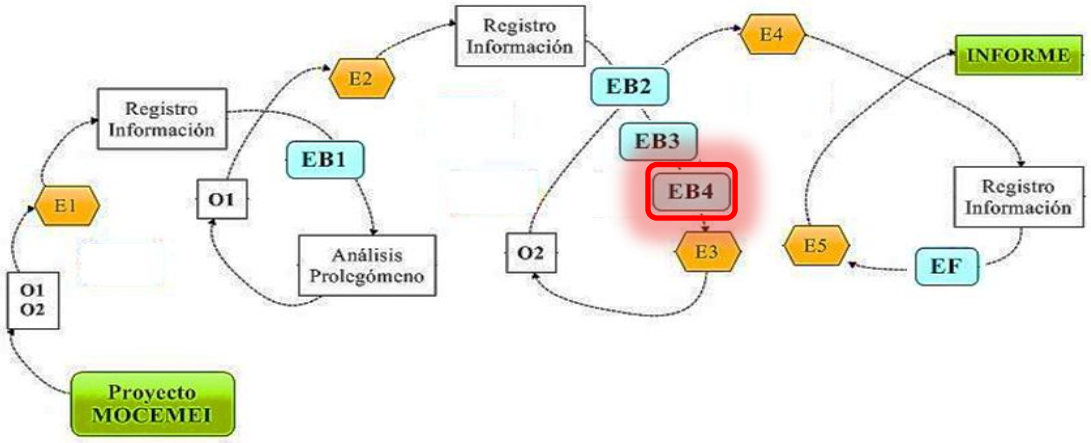


Figura 7.3. Ubicación del estudio EB4 en el modelo espiral del MOCEMEI.

7.2.4 EL PROCESO DE INVESTIGACIÓN EN EL ESTUDIO EB4

En el Capítulo 3 hemos expuesto con detalle la metodología empleada en el estudio base EB4, sin embargo, a continuación presentamos una reseña de los aspectos metodológicos relacionados con la caracterización de la muestra, la resolución de los aspectos éticos, las técnicas de recogida de información y los aspectos considerados para realizar el análisis de la información.

- La *muestra* la constituyen *once participantes,* con perfiles de entrevistadores, informantes clave e informantes representativos.
- El *código de identificación de los informantes* se otorgó con las iniciales de su nombre y apellido.
- Los *aspectos éticos* fueron resueltos a través de una invitación realizada a la investigadora y al grupo de investigación en el cual participaba en el año 2010, para contribuir como orientadores del proceso de planificación del curso DMCM. Se

trata del grupo HUM502: Etnomatemáticas, Formación de Profesores e Innovación Curricular, coordinado por la Doctora María Luisa Oliveras Contreras.

- Los *aspectos técnicos* se desarrollaron a través de un *panel* (Aguirre-Cauhé, 1995) cuyo propósito era "intercambiar los conocimientos acerca del grupo de futuros maestros cabécares en formación involucrados en el curso DMCM" que se grabó en audio y se transcribió.
- El *análisis de la información* se centró en la dimensión DA-EB4 que consistió en 'identificar los elementos a considerar en el diseño de la propuesta formativa para maestros cabécares'.
- El tratamiento y análisis de la información se realizó con ayuda de las herramientas del programa MAXQDA10, utilizando la técnica de *análisis de contenido*, a partir de un proceso de inferencia de categorías inductivas, donde las *unidades de información* son cada una de las intervenciones orales de los participantes del panel.
- Las *reglas de recuento* aplicadas en este análisis de contenido son prioritariamente la presencia de elementos codificados y la frecuencia de aparición de cada unidad de información.
- Tomamos en cuenta como *marco interpretativo* el trabajo empírico de los estudios EB2 y EB3 así como la elaboración de criterios emergentes durante el proceso de inferencia del análisis de contenido.
- La *validez* del análisis la garantiza el mismo programa MAXQDA10, pues permite asignar un 'peso' a cada una de las categorías emergentes durante el proceso inferencial, con lo cual se posibilita objetivar, en parte, la subjetividad de la investigadora.

A continuación exponemos los resultados obtenidos en el análisis de la información en el estudio base EB4.

7.2.5 RESULTADOS DEL ANÁLISIS CUALITATIVO EN EL ESTUDIO EB4

Durante el preanálisis realizado a la información generada por la transcripción del panel surge una estructura organizativa de categorías que se concreta durante el proceso inferencial con ayuda del programa MAXQDA10.

En el análisis de contenido se identifican en cuatro Metacategorías o focos que emergen en torno a la planificación, el diseño y las expectativas de ejecución del curso de didáctica de las matemáticas para maestros cabécares y son:

- Problemáticas, que conlleva la realización del curso.
- Necesidades, que existen para su materialización.
- Consecuencias, que se derivarán para el PISP y las instituciones.
- Reflexiones en torno a diversas cuestiones, conceptuales y de personal del curso.

En el programa MAXQDA10 cada una de estas metacategorías se identificó con un color y con un sistema de códigos en el cual se incorporaron las categorías inductivas asociadas a cada una de las metacategorías.

En la siguiente imagen se observa la pantalla de trabajo del programa MAXQDA, en la cual se organizó la transcripción del panel, se generó un sistema de códigos asociado a cada una de las metacategorías y categorías de análisis y se realizó el proceso inferencial de análisis de contenido.

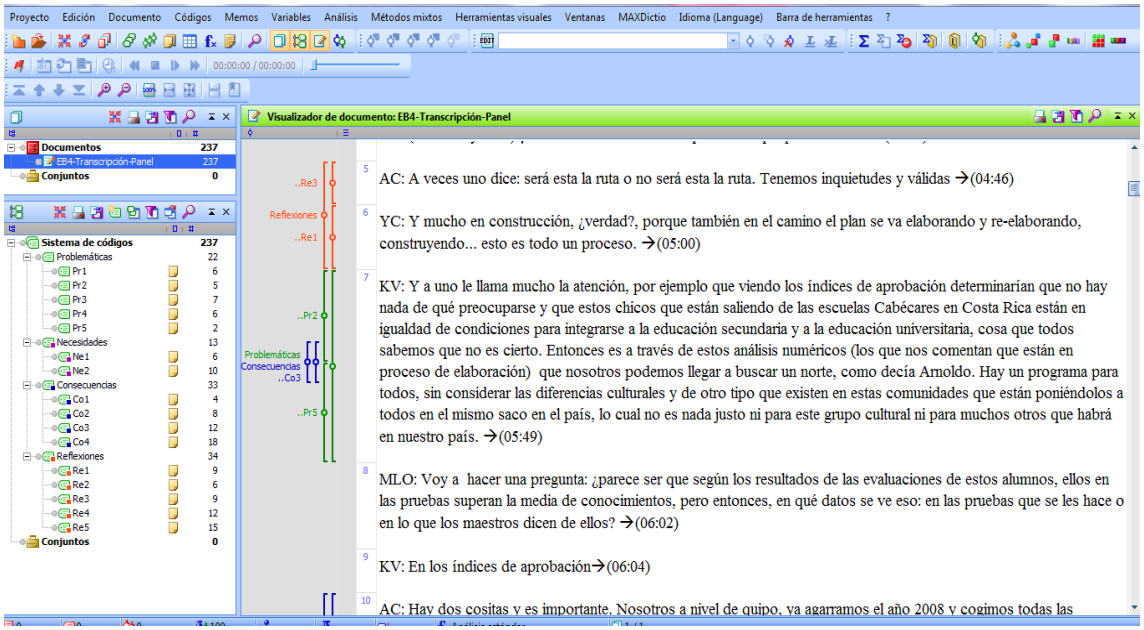


Figura 7.4. Pantalla de trabajo de MAXQDA para el análisis de contenido en EB4.

Presentamos a continuación la designación de colores y códigos para las categorías que se utilizaron en el análisis de contenido con las herramientas del programa MAXQDA.

- Categorías y códigos para la metacategoría *Problemáticas*, color verde:
- Pr1: carencias en conocimientos matemáticos básicos
- Pr2: encubrir la realidad de la mala formación previa
- Pr3: implicaciones escolares de la mala formación del maestro
- Pr4: carencia de accesos de los maestros al curso DMCM
- Pr5: no hay un plan de estudios contextualizado
- Categorías y códigos para la metacategoría *Necesidades*, color morado:
- Ne1: se requiere un plan de estudios contextualizado
- Ne2: es pertinente un diseño pragmático del curso
- Categorías y códigos para la metacategoría *Consecuencias*, color azul:
- Co1: intervención de la profesora planificadora del curso DMCM
- Co2: exigencias y características preliminares del curso
- Co3: intervención y aplicación de investigaciones en PISP
- Co4: intervención de especialistas en etnomatemáticas
- Categorías y códigos para la metacategoría *Reflexiones*, color naranja:
- Re1: se requiere una planificación conveniente para el curso DMCM
- Re2: hay que escoger áreas temáticas y contenidos específicos
- Re3: el curso DMCM es un desafío
- Re4: propiciar matemáticas a partir de la vivencia
- Re5: importancia de conocer el problema para intervenir

Los resultados del análisis se presentan a través de distintos formatos, uno de ellos es el mapa del documento y el mapa de códigos que se muestran en la siguiente figura.

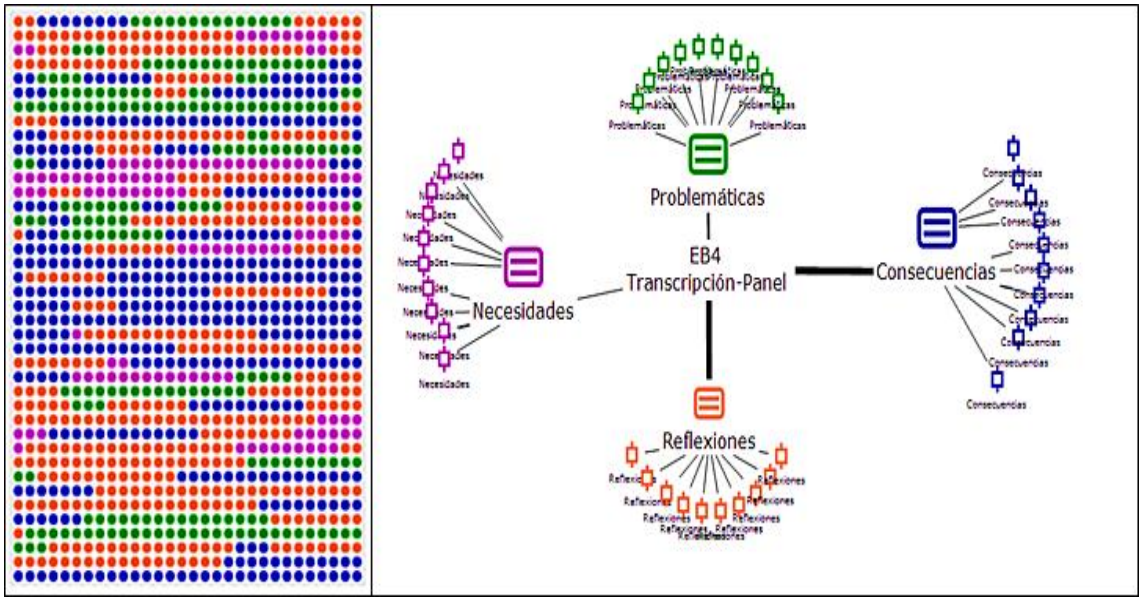


Figura 7.5. Representación del mapa del documento y mapa de códigos en el análisis de contenido del estudio EB4 utilizando MAXQDA10.

En la figura anterior se puede distinguir a la izquierda el 'mapa del documento' que muestra la trayectoria de los temas abordados de manera transversal durante el panel identificando cada una de las Metacategorías con su color asociado y, a la derecha el 'mapa de códigos' en el cual se representa gráficamente la frecuencia de aparición de cada una de las metacategorías asociadas a un color.

De esta manera, las *consecuencias* (color azul) y las *reflexiones* (color naranja) son las metacategorías que presentan mayor frecuencia de aparición, seguidas de las *problemáticas* (color verde) y de las *necesidades* (color morado).

Además, en el mapa del documento se puede observar que el panel se inicia tratando *reflexiones* y posteriormente se mencionan las *consecuencias* de la actividad y las *problemáticas* que enfrenta la Comisión de Enlace para la planificación del curso.

La contingencia entre las categorías, es decir la presencia en un mismo momento de dos o más códigos en una misma unidad de análisis se puede observar en la siguiente imagen, en la cual distinguimos que las categorías asociadas a las *necesidades* están vinculadas con las categorías asociadas a las *reflexiones* y a las *consecuencias*, mientras que las *problemáticas* están asociadas prioritariamente a las *reflexiones*.

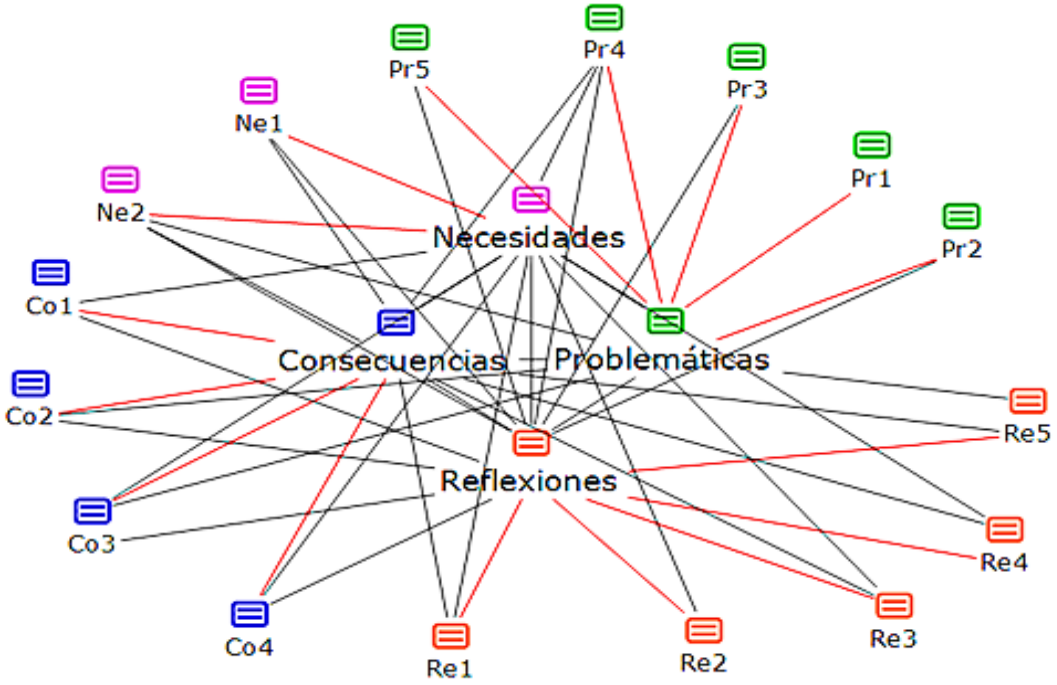


Figura 7.6. Representación de MAXQDA10 de la contingencia de categorías en EB4.

La matriz de códigos que genera el programa MAXQDA10 a partir del análisis de contenido corresponde a una matriz simétrica, en la cual se visualiza gráficamente la frecuencia de aparición de cada una de las Metacategorías con sus categorías asociadas, como puede observarse en la siguiente figura.

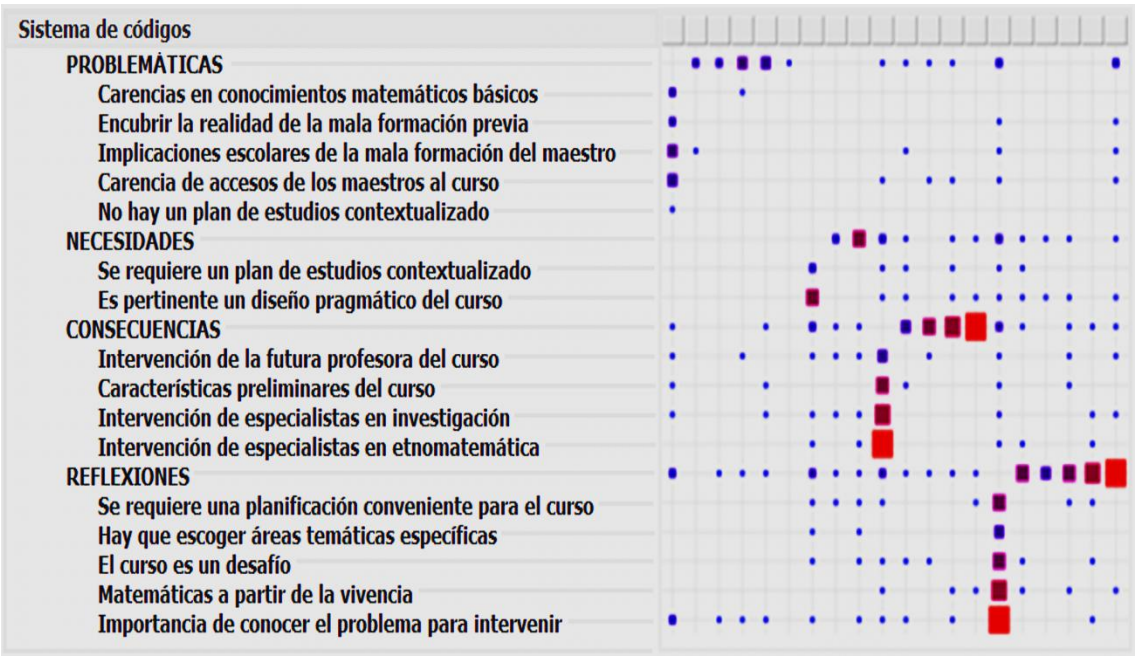


Figura 7.7. Representación de la matriz de códigos generada por MAXQDA10 para el análisis de contenido en el estudio EB4.

A partir de la matriz de códigos, los resultados cualitativos fueron trasladados a una hoja electrónica de datos, con lo cual se posibilita la presentación cuantitativa de los

resultados a partir de organizaciones tabulares de porcentajes de frecuencias para cada metacategoría.

7.2.5.1 PROBLEMÁTICAS RELACIONADAS CON EL CURSO DMCM

Los datos numéricos de las reglas de recuento aplicadas para la metacategoría problemáticas se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 7.1. *Recuentos aplicados en la metacategoría Problemáticas en el análisis de contenido del estudio EB4*

Código	Frecuencia de aparición	Porcentaje de frecuencia
Pr1	6	23,1%
Pr2	5	19,2%
Pr3	7	26,9%
Pr4	6	23,1%
Pr5	2	7,7%
Frecuencia Valorativa	26	100%

Las implicaciones escolares de la mala formación profesional es la categoría con mayor frecuencia que se obtiene sobre las problemáticas.

7.2.5.2 NECESIDADES IDENTIFICADAS PARA AFRONTAR CON EL CURSO DMCM

Los datos numéricos de las reglas de recuento aplicadas para la metacategoría necesidades se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 7.2. *Recuentos aplicados en la metacategoría Necesidades en el análisis de contenido del estudio EB4*

Código	Frecuencia de aparición	Porcentaje de frecuencia
Ne1	6	37,5%
Ne2	10	62,5%
Frecuencia Valorativa	16	100%

La mayoría de las afirmaciones relacionadas con las necesidades que se han identificado para atender en la planificación del curso DMCM es que el plan de estudios debe ser contextualizado completamente pues la realidad de las comunidades indígenas es muy lejana a las de la macroplanificación curricular nacional.

Además, se afirma que se debe brindar a los maestros en formación los estímulos necesarios para promover en ellos competencias de planificación en las que promuevan una pedagogía intercultural.

7.2.5.3 CONSECUENCIAS PROMOVIDAS POR LA INVESTIGACIÓN Y LAS ETNOMATEMÁTICAS EN EL CURSO DMCM

Los datos numéricos de las reglas de recuento aplicadas para la metacategoría consecuencias se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 7.3. *Recuentos aplicados en la metacategoría Consecuencias en el análisis de contenido del estudio EB4*

Código	Frecuencia de aparición	Porcentaje de frecuencia
Co1	4	9,5%
Co2	8	19,0%
Co3	12	28,6%
Co4	18	42,9%
Frecuencia Valorativa	42	100%

Como consecuencias de incluir etnomatemáticas para la organización del curso DMCM se deduce principalmente la necesidad de la intervención de especialistas en etnomatemáticas y en investigación educativa. En este caso particular, se refiere a la participación de los miembros del Grupo de Investigación HUM502 (presidido por la Doctora María Luisa Oliveras Contreras) y concretamente la participación de la investigadora dada la experiencia de investigación sobre las etnomatemáticas indígenas de Costa Rica.

7.2.5.4 REFLEXIONES SUSCITADAS RESPECTO A LA PLANIFICACIÓN DEL CURSO DMCM

Los datos numéricos de las reglas de recuento aplicadas para la metacategoría reflexiones se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 7.4. *Recuentos aplicados en la metacategoría Reflexiones en el análisis de contenido del estudio EB4*

Código	Frecuencia de aparición	Porcentaje de frecuencia
Re1	9	17,6%
Re2	6	11,8%
Re3	9	17,6%
Re4	12	23,5%
Re5	15	29,4%
Frecuencia Valorativa	51	100%

La importancia de conocer la problemática educativa local para intervenir (Re5) es la categoría inductiva con mayor porcentaje de frecuencia en las reflexiones. Los participantes del panel coinciden en que la problemática es "un eje con muchas aristas", en las cuales se debe promover la matemática a partir de la vivencia (Re4) y de esa manera se promueve un diseño pertinente (Re1) para el curso DMCM que es un gran desafío (Re3).

7.2.5.5 CONCLUSIONES DEL ANÁLISIS CUANTITATIVO DEL ESTUDIO EB4

El análisis de contenido realizado a la transcripción del panel en el estudio base EB4 genera 135 segmentos codificados (no necesariamente excluyentes) que se reparten entre las cuatro Metacategorías y las dieciséis Categorías asociadas. Los datos numéricos que resumen el recuento general de dichas categorías según su presencia y frecuencia de aparición, y el porcentaje de frecuencia o frecuencia valorativa, se muestra a continuación.

Tabla 7.5. *Recuento general de frecuencias en las categorías inductivas del análisis en el estudio EB4*

Código	Frecuencia de aparición	Porcentaje de frecuencia
Pr1	6	4,4%
Pr2	5	3,7%
Pr3	7	5,2%
Pr4	6	4,4%
Pr5	2	1,5%
Ne1	6	4,4%
Ne2	10	7,4%
Co1	4	3,0%
Co2	8	5,9%
Co3	12	8,9%
Co4	18	13,3%
Re1	9	6,7%
Re2	6	4,4%
Re3	9	6,7%
Re4	12	8,9%
Re5	15	11,1%
Frecuencia Valorativa	135	100%

Destacamos del análisis que los puntos más tratados en el panel fueron:

- La consecuencia de introducir etnomatemáticas en el curso es la intervención de especialistas en etnomatemática.
- La reflexión que propone conocer la problemática educativa local, para poder intervenir en el diseño de una propuesta atinente para la formación.
- La necesidad de diseñar un curso que sea realizable para maestros cabécares.

Además, los informantes expusieron sus necesidades y preocupaciones acerca de las problemáticas que han observado o experimentado respecto de la cultura cabécar y sus expectativas de la planificación del curso de matemáticas; por lo tanto, hacen explícitas las justificaciones por las cuales valoran el aumentar sus conocimientos de Etnomatemáticas y manifiestan el desafío que esto les representa.

7.3 EL DISEÑO DEL MODELO DE FORMACIÓN PARA PROFESORES INDÍGENAS

7.3.1 INTRODUCCIÓN AL PROCESO DE PLANIFICACIÓN

El proceso de planificación global en el diseño del curso de Etnomatemáticas para Maestros Cabécares incluyó varias etapas, que abarcan prioritariamente la resolución de aspectos éticos de la investigación, pues se incorporan todas las gestiones previas con

las autoridades de la Comisión de Enlace del PISP a través de interacciones telemáticas para concretar y adaptar la propuesta del modelo formativo, así como también las negociaciones de entrada y la concreción de los consentimientos informados con los distintos participantes del proyecto.

Además, dentro del proceso de planificación se diseña la estructura del modelo de intervención didáctica y de evaluación, que incluye la elaboración del material para cada una de las sesiones de trabajo presencial y no presencial, así como también las herramientas de evaluación del modelo formativo. Dichos recursos fueron revisados, discutidos y mejorados a través del trabajo colaborativo entre la investigadora y la encargada de la cátedra del curso DMCM.

El curso CEMEI es una estancia de aprendizaje específico sobre etnomatemáticas que se incluye en el curso DMCM, por lo tanto, la propuesta curricular fue avalada por la Comisión de Enlace del Programa Siwá-Pákö, que es la entidad que coordina el plan de estudios de Bachillerato en I y II ciclo de Educación General Básica con énfasis en lengua y cultura cabécar.

A continuación comentamos los aspectos más relevantes del diseño del curso amplio DMCM y posteriormente abordaremos en detalle el diseño de la propuesta formativa del curso CEMEI.

7.3.2 CONSIDERACIONES RESPECTO AL DISEÑO DEL CURSO DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA EN CONTEXTOS MULTICULTURALES (DMCM)

La propuesta del diseño elaborada para el programa del curso 'Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales' (donde se incluye el CEMEI) estuvo a cargo de la profesora-investigadora Alejandra Sánchez Ávila, contó con la participación de la investigadora María Elena Gavarrete Villaverde y fue avalada por la Comisión de Enlace del PISP. Dicha propuesta establece que "se trata de un curso de didáctica específica de las Matemáticas, considerando los conceptos matemáticos que son parte del patrimonio cultural del grupo cabécar; además, a partir de ellos se busca la construcción de los conceptos matemáticos universales que se contemplan en los planes de estudio" (Sánchez, 2011). Además, el cuso DMCM se enfatizan los aspectos didácticos relacionados con la competencia de planificación docente, en particular vinculada con elaboración de material atinente a la realidad de las escuelas indígenas cabécares.

La composición del diseño pedagógico del curso antes mencionado es mixta, pues los estudiantes asisten a clases cada dos semanas, por lo tanto, en el diseño formativo son contempladas actividades para las sesiones presenciales y también se promueven actividades para realizar dentro de un modelo de formación no presencial.

El curso DMCM se compone de ocho sesiones presenciales, con una duración de tres horas cada una, así como también ocho sesiones no presenciales y abarca desde el viernes 08 de agosto del 2011 hasta el viernes 02 de diciembre de 2011. El curso CEMEI corresponde a las tres primeras sesiones (presenciales y no presenciales) del curso DMCM, es decir desde el viernes 08 de agosto hasta el viernes 09 de setiembre del 2011.

En el documento 'Orientaciones para el curso DMCM' (Sánchez, 2011), que se ubica en el Anexo D4, se establecen los principales elementos del diseño curricular para la formación de los maestros cabécares. Comentamos a continuación algunos aspectos relevantes del documento.

Objetivo general: Analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas desde los conceptos teóricos que la fundamentan, así como la didáctica de esta disciplina a partir de la cultura indígena cabécar.

Objetivos Específicos:

i. *Adquirir nociones básicas de las matemáticas y las etnomatemáticas, de acuerdo con la teoría existente y la cultura cabécar.*
ii. *Analizar la educación matemática, a nivel de primaria y desde una visión cultural.*
iii. *Adquirir conocimientos de la técnica "microproyectos" para el desarrollo de contenidos matemáticos en poblaciones estudiantiles multiculturales.*
iv. *Aplicar conocimientos matemáticos en la elaboración e implementación de propuestas didácticas, a nivel de I y II ciclo de la educación general básica costarricense.*
v. *Analizar las potencialidades de los métodos y las técnicas didácticas que se emplean para apoyar los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas.*
vi. *Valorar la pertinencia, en situaciones específicas, del uso de los medios y recursos didácticos en la mediación pedagógica de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, en entornos escolares cabécares.*

Además, como consecuencia de la intervención del curso CEMEI y del trabajo colaborativo entre la investigadora Gavarrete y la profesora Sánchez (encargada de la cátedra del curso DMCM), los contenidos del curso DMCM abordan contenidos matemáticos del plan de estudios de matemática del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica para I y II ciclos de la Educación General Básica, pero también incorporan conocimientos relacionados con etnomatemáticas (D'Ambrosio, 1985, 1993, 2007, 2008), formación de profesores e innovación curricular a partir de la enculturación matemática (Bishop, 1988a, 1988b, 1995, 1999) y Microproyectos Curriculares (Oliveras, 1996, 2005, 2006). También se incorporan métodos y técnicas didácticas para

el desarrollo de contenidos matemáticos y contenidos relacionados con la elaboración de recursos didácticos para la enseñanza de la matemática.

La estrategia metodológica del curso DMCM establece las pautas para el proceso formativo semipresencial que tiene el diseño pedagógico. Cada maestro cabécar en formación cuenta con el apoyo académico personalizado durante las sesiones presenciales, así como también con un acompañamiento a distancia durante las actividades que deben desarrollar a distancia.

Se parte del supuesto de que cada maestro cabécar en formación "mantendrá un rol activo, dinámico y crítico en las distintas actividades de aprendizaje propuestas; en particular en la realización de los ejercicios de autoevaluación, utilización de los diferentes sistemas de consulta, participación fundamentada en las plenarias, confección del material didáctico, elaboración del microproyecto solicitado y en el portafolio asignados" (Sánchez, 2011, p.4).

El curso provee a los maestros en formación de material bibliográfico impreso y digitalizado con el cual puede acceder a los conocimientos teóricos relacionados con las temáticas y que será su guía durante las actividades no presenciales y en los proyectos de implementación en sus escuelas indígenas.

La propuesta de evaluación del curso también corresponde a un trabajo consensuado entre la profesora Sánchez y la profesora-investigadora Gavarrete y cuenta con el aval de la Comisión del Enlace Siwá-Pákö. Dicha evaluación contiene actividades formativas y sumativas que propician el desarrollo de conocimiento en didáctica de la matemática para entornos indígenas y multiculturales. La distribución porcentual se realiza con respecto al 100% y se califica la asistencia a las sesiones presenciales (10%), la participación oral durante las sesiones presenciales (10%), el desarrollo del portafolio de cada sesión presencial y no presencial (40%) y la elaboración del microproyecto que incorpore las etnomatemáticas cabécares (40%).

A través de la solicitud de la profesora Sánchez por especificar los criterios de la evaluación del curso DMCM, se realizó un trabajo colaborativo entre la profesora-investigadora Gavarrete (profesora invitada al curso DMCM y encargada del CEMEI), la profesora Sánchez (encargada de la cátedra de DMCM) y la profesora Velázquez (profesora oficial del curso DMCM). En dicho trabajo colaborativo se propusieron las instrucciones para la elaboración del portafolio, con su respectiva rúbrica de evaluación sumativa, así como también las instrucciones para la elaboración de microproyectos basados en las etnomatemáticas cabécares, con su correspondiente rúbrica de evaluación.

Considerando la programación temporal, el curso DMCM se compone de ocho sesiones presenciales y ocho trabajos a distancia. A través de una decisión consensuada entre la encargada de la cátedra de dicho curso, la Comisión de Enlace del PISP y la investigadora (encargada del curso CEMEI) se estableció que las tres primeras sesiones

del curso académico fueran destinadas a la implementación del modelo MOCEMEI y posteriormente se desarrollarían el resto de los contenidos y actividades programadas para el curso DMCM.

La propuesta formativa en didáctica de las matemáticas que se plantea en el curso CEMEI favorece el diseño del curso DMCM pues los objetivos, contenidos, metodología de aprendizaje y evaluación fueron adaptados hasta alcanzar una propuesta de pedagogía intercultural que incentiva la creatividad y la investigación como elemento fundamental dentro del proceso formativo profesional de los maestros cabécares.

7.3.3 DISEÑO DEL CURSO DE ETNOMATEMÁTICAS PARA FORMAR MAESTROS DE ENTORNOS INDÍGENAS (CEMEI)

Sobre el diseño del MOCEMEI, sus fundamentos y sus recursos materiales tenemos publicado un artículo indexado en la Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (Oliveras y Gavarrete, 2012), al que remitimos para mayor detalle (Anexo F11).

El curso de etnomatemáticas para formar maestros en entornos indígenas cabécares es una propuesta formativa en didáctica de la matemática que persigue promover competencias multiculturales a través del conocimiento de las etnomatemáticas. Se pretende el desarrollo de nuevas estrategias pedagógicas que favorezcan la educación matemática intercultural y contribuyan a ensanchar las posibilidades de la competencia de planificación docente en un grupo de maestros indígenas cabécares en formación.

La competencia de planificación docente es una de las competencias profesionales clave para el profesor y que está menos desarrollada en los planes de formación del profesorado (Rico et al, 2008, p.8). Esta competencia demanda el desarrollo de capacidades específicas para identificar, organizar, seleccionar y priorizar los significados de los conceptos matemáticos que se realiza a partir de las expectativas de aprendizaje y es necesaria para el diseño de tareas y la constitución de las secuencias de actividades en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Ibídem.).

La propuesta formativa que presentamos promueve la competencia de planificación docente, considera un marco conceptual, con fundamentos teóricos y empíricos, para el estudio de las condiciones de existencia contextualizada de las prácticas matemáticas y de su transmisión social en comunidades indígenas de Costa Rica.

En dicha propuesta participa del modelo MED de formación de profesores (Oliveras, 1996) en el cual se propone generar "dominios de experiencias matemáticas y didácticas que al ser compartidas por los sujetos que actúan en ellas construyen así sus significados matemáticos y didácticos" (Oliveras, 1996, p.247).

Estos significados pueden deconstruirse para ser atinentes, funcionales y representativos del entorno cultural y se pueden hacer operativos mediante el concepto de *Microproyecto Curricular* (Oliveras 1996, 2005) que incluye una serie de acciones formativas tanto pedagógicas como de investigación, que consideramos muy adecuadas para el entorno indígena cabécar donde se implementará esta propuesta formativa.

El modelo CEMEI incluye el diseño de material didáctico contextualizado para las actividades de las sesiones presenciales y el trabajo a distancia, ambos resultados recogen información que se consigna en un solo documento utilizando la técnica del portafolio. En este sentido, concebimos el *portafolio* como un instrumento que proporciona información sobre el desarrollo de las actuaciones de los maestros indígenas en formación y sobre las actuaciones conjuntas entre dichos maestros y los profesionales implicados en el proceso formativo.

Las actividades propuestas para el curso están mediadas por del contexto institucional y cultural. Para la organización de las evidencias materiales del proceso se propone el sentido cronológico de la planificación e implementación de las sesiones presenciales y no presenciales.

Diversos autores conceptualizan el portafolio como una técnica didáctica o como un instrumento evaluador (Lyons, 1999; Klenowski, 2004; Shores y Grace, 1998) que permite recopilar el esfuerzo y el desarrollo de los contenidos para alcanzar los propósitos propuestos en la preparación profesional de los futuros maestros, siendo ellos mismos quienes observan paulatinamente su propia evolución en el saber que van construyendo.

La aplicación de la técnica del portafolio ejerce un doble rol en esta investigación, por una parte, pretendemos *desde la perspectiva docente* favorecer la conciencia y la autogestión del propio conocimiento de los maestros indígenas en formación y, por otra parte, *desde la perspectiva de investigación*, se pretende consignar la información de manera conjunta y conocer las posibilidades prácticas del modelo propuesto, agrupando las manifestaciones de los maestros cabécares en relación con los conocimientos en etnomatemáticas, enculturación y microproyectos curriculares.

Otra pretensión de la aplicación del portafolio radica promover dicha técnica como una metodología didáctica innovadora que al ser practicada en el curso, sea aprendida por los maestros cabécares a través de su vivenciación y replicada en su práctica profesional en las escuelas indígenas.

En el Anexo E10 se incluye el documento elaborado donde se establecen las nociones generales para aplicar la técnica del portafolio, las pautas y la rúbrica de evaluación, que corresponde al 40% del total de la calificación del curso DMCM y en Anexo E11 mostramos un portafolio completo de uno de los maestros cabécares en formación, participante del CEMEI.

El diseño curricular del curso CEMEI se mostrará en los siguientes apartados, describiendo en primero lugar los aspectos generales que son comunes a todas las sesiones del curso y, posteriormente se presentarán los objetivos, contenidos, metodología para las actividades de mediación pedagógica –que incluye el diseño de materiales contextualizados— la evaluación del proceso formativo y el rol docente de la investigadora.

La estructura del plan de estudios donde se inserta el curso CEMEI implica sesiones presenciales de tres horas de duración, que se efectúan cada dos semanas y en medio de ellas se propone el trabajo a distancia.

Como parte de la planificación de la *metodología* del curso CEMEI se han diseñado fichas de trabajo para las sesiones presenciales (cuatro para cada sesión) y tres fichas para los trabajos a distancia (una para cada sesión), que serán descritas más adelante en el orden cronológico en el que transcurrió el curso, siguiendo los principios de la metodología etnográfica. Todas las fichas que componen el conjunto del material didáctico para el curso CEMEI son identificadas a través de un código que favorece el tratamiento de la información para realizar el análisis de la implementación y que constituye estudio fundante (EF) de esta investigación.

Dichas fichas están vinculadas a *contenidos* que abarcan las Etnomatemáticas (D'Ambrosio, 1985, 2005a, 2005b, 2007, 2008; Oliveras, 2000c), la Enculturación Matemática (Bishop, 1988a, 1988b, 1995, 1999, 2000) y los Microproyectos de educación intercultural basados en Etnomatemáticas (Oliveras, 1996, 2005, 2006).

Adoptamos un formato sintético que llamamos "Ficha" por ser práctico en las circunstancias de los maestros en formación, que según los resultados del estudio base EB4 y EB1 tienen dificultades para presentar textos escritos largos, debido a las limitaciones vinculadas con el bilingüismo, tiempo, carencia de tecnología en casa y en la mayoría de las escuelas, circunstancias contextuales como ríos que atravesar para ir a la universidad.

Como parte del proceso formativo de cada maestro cabécar, se proponen para cada sesión: dos fichas para la *faceta instruccional*, la primera de ellas con actividades inductivas sobre cada contenido del curso y la segunda para promover las habilidades lectoras en español; una tercera ficha para realizar *reflexiones*, a partir de lo construido al desarrollar las dos fichas anteriores, y la cuarta ficha propone realizar una *evaluación de la sesión*, que va a permitirles revisar y realizar una realimentación de lo aprendido, exponiendo en el plenario de revisión final a todo el grupo. Las cuatro fichas de cada sesión serán consignadas en el portafolio de cada participante del curso.

Además, durante cada sesión presencial de tres horas de duración se proyecta seguir el siguiente protocolo metodológico:

- Declaración de las expectativas respecto al curso de formación para maestros cabécares.

- Favorecer el bilingüismo y la práctica de las interacciones en lengua cabécar.
- Establecer las condiciones para consignar la información de cada sesión en el portafolio.
- Presentación de las fichas con aclaraciones y sugerir la agrupación para trabajar en parejas.
- Realización de las fichas de aprendizaje, motivando la interacción entre los componentes de cada pareja.
- Recopilación de las tareas que serán autoevaluadas en cada sesión.
- Plasmación en el portafolio de los elementos de control (asistencia, cumplimiento de tareas, participación en clase, etc.), de evaluación del aprovechamiento y de su intervención en la sesión del curso.

La *evaluación* del CEMEI se pretende desarrollar durante la sesión final, a través de una puesta en común e intercambio de ideas y cuestiones surgidas, que incluye autoevaluación de la experiencia por parte de los maestros cabécares y sus profesoras formadoras, así como la acción de tutoría mediante entrevista con cada alumno, para comentar la mutua evaluación. Además, como parte de la evaluación del MOCEMEI se desarrolla el análisis del estudio EF.

Como parte de dicho estudio se planifican también fichas que son de carácter orientativo y un instrumento homogéneo para recopilar información relacionada con la evaluación del modelo, y que explicamos a continuación.

7.3.3.1 FICHAS DE IDENTIFICACIÓN Y EXPECTATIVAS

Con el fin de consignar las expectativas del curso CEMEI que tienen tanto los maestros cabécares en formación como de las profesoras universitarias que participan como formadoras en el proceso, se propone para la primera sesión presencial la cumplimentación de las dos versiones diseñadas de las fichas FIDEX, que hemos incorporado en el Anexo E7.

La ficha FIDEX-A es una ficha diseñada para los maestros cabécares, que pretende recoger sus expectativas respecto al curso, así como también otra información relacionada con su identidad cultural (como por ejemplo el nombre de su clan) y las carencias que enfrentan, tanto de acceso al programa formativo como dificultades para desarrollar el ejercicio de la docencia en las escuelas indígenas, que se discutieron durante el panel desarrollado para el estudio base EB4 y que fueron expuestas en la cartografía sociocultural de los pueblos cabécares que forma parte del estudio base EB1. La ficha FIDEX-P es una ficha diseñada para las dos profesoras universitarias que participan en el proceso formativo o evaluativo durante la implementación del CEMEI. Este material pretende consignar por escrito información respecto a la experiencia docente que las formadoras consideran relevante en su historia profesional, así como también las expectativas que exteriorizan respecto al desarrollo del proceso formativo y el propósito más relevante que manifiestan alcanzar con los maestros indígenas en formación.

7.3.3.2 INSTRUMENTO DE REGISTRO OBSERVACIONAL

Este documento constituye una herramienta de recogida de información para la evaluación del modelo MOCEMEI. Se diseña de manera uniforme para todas las sesiones y se propone que lo cumplimenten las dos profesoras que serán observadoras y evaluadoras del proceso de implementación durante el curso CEMEI, se trata de las profesoras PCOP y PEOE.

El instrumento de registro observacional se encuentra en el Anexo A12 y está organizado en cuatro protocolos relacionados con las distintas situaciones supuestas por acontecer durante el proceso de implementación del MOCEMEI y tiene para cada protocolo dos secciones. La primera sección permite una observación dirigida, donde solamente hay que marcar si los aspectos descritos ocurren o no. La segunda sección es un espacio abierto para que se escriban los aspectos que las profesoras observadoras consideren pertinentes. Dicho instrumento está vinculado con el propósito de investigación O2.3 que pretende evaluar la propuesta formativa pues permite sistematizar la información referida a la observación de las sesiones para su posterior análisis.

El primer protocolo de observación se refiere a las actuaciones de la investigadora en su rol de profesora del curso. Se pretende consignar información que permita confirmar la pericia didáctica de la investigadora en la faceta instruccional, la gestión de la clase a través del contrato didáctico (Godino y Batanero, 2008) y las perspectivas de orden socio-antropológico-político, de orden psico-epistemológico y de orden étnico-lingüístico que deben ser tomadas en cuenta si el formador de maestros indígenas no es indígena (Domite, 2004a, 2004b, 2009, 2010). El propósito de evaluación inscrito a la investigación permite cotejar o comparar las facetas de actuación de la investigadora en su rol como formadora de maestros indígenas en la realidad y lo que se plantea en el modelo propuesto para cada una de las sesiones.

El segundo protocolo de observación pretende consignar las circunstancias respecto a las acciones de los maestros cabécares en formación, que a su vez son los estudiantes del curso CEMEI. Se pretende recoger información relacionada con las evidencias de motivación manifestadas a través del cumplimiento de tareas en las sesiones presenciales y en la exposición de los trabajos realizados en el modelo a distancia, así como también otras cuestiones logísticas vinculadas con la auto-gestión del portafolio y la participación en las interacciones propuestas durante las sesiones presenciales y evaluar la anuencia por la dinámica de trabajo en parejas (como hecho metodológico). Con este protocolo abordamos el propósito de evaluación inscrito a la investigación permite dilucidar las actuaciones en parejas de los maestros cabécares en formación y contestar las siguientes preguntas: ¿conforman las parejas de trabajo?, ¿cómo son las actuaciones de cada pareja de trabajo?, ¿cómo es la dinámica de interacción entre las parejas de trabajo?

El tercer protocolo de observación corresponde al proceso metodológico seguido durante la implementación, en el cual se explicita la secuencia de situaciones pretendidas durante cada sesión presencial relacionadas con el nivel organizativo o con el nivel cognitivo, así como la pretensión de realizar una evaluación conjunta del curso CEMEI durante la tercera sesión presencial. La guía de este protocolo se vincula con el propósito de evaluación inscrito a la investigación que pretende comprobar si el guion metodológico y la secuencia temporal propuesta fueron implementadas como se proyectó. Se pretende dar respuesta a las siguientes preguntas: ¿la metodología propuesta de trabajo en fichas fue acogida por los maestros cabécares en formación?, ¿se sostuvo la interacción oral entre la profesora-investigadora y los maestros cabécares?, ¿la metodología de fichas y discusión oral promueve la reflexión de los maestros cabécares respecto al conocimiento matemático cultural?, ¿el debate oral estimula el desarrollo de dominios de experiencia subjetiva y promueve consensuar significados y desarrollar grupos de conocimientos compartidos en los maestros cabécares en formación?, ¿se observa que los maestros han comprendido las actividades propuestas en las fichas?, ¿los maestros manifiestan sus dudas y realizan preguntas durante la cumplimentación de las fichas?

Finalmente, el cuarto protocolo de observación ofrece la posibilidad de consignar la percepción que tienen las profesoras evaluadoras sobre la objetividad con la realizaron las observaciones y el nivel de satisfacción de cada observadora sobre su propio proceso de registro de notas de campo. Se ofrece una escala numérica de auto-calificación y un espacio abierto para que establezca detalles respecto a su autovaloración. En el Anexo D2 hemos incorporado el Currículum Vitae de las profesoras implicadas en el proceso de evaluación del modelo MOCEMEI, y en el Anexo A13 incorporamos la información del profesorado del II Ciclo Lectivo del 2011 en el Programa Formativo para Maestros Cabécares.

7.3.3.3 DESCRIPCIÓN GLOBAL Y CODIFICACIÓN DE LAS FICHAS PARA EL DESARROLLO DEL CURSO CEMEI

Para cada sesión se han diseñado cinco fichas, cuya codificación es F*n*A, F*n*B, F*n*C, F*n*D y FTD*n*, donde "*n*" ($n<4$) representa el número de la sesión de trabajo donde se implementará dicho material.

Cada sesión presencial inicia con la ficha F*n*A, que corresponde a una *ficha introductoria del tema*, y en la cual, de manera inductiva se van proponiendo actividades en las cuales se estimula a: mirar el contexto para identificar presencia de "matemáticas vivas" (Oliveras, 1996) en el entorno cultural y proponer su propia noción de etnomatemáticas cabécares (D'Ambrosio, 2008); a reflexionar sobre el papel de la etnomatemática en el proceso de enculturación matemática (Bishop, 1988, 1999); y a reconocer signos culturales con contenidos matemáticos para desarrollar en el currículum escolar (Oliveras, 1996, 2005).

Posterior al desarrollo de las actividades inductivas de la primera ficha, se propone la ficha F*n*B que corresponde a una *ficha de lectura* vinculada con los contenidos del curso CEMEI. En esta ficha se insta a los maestros en formación a realizar un breve análisis de lectura, proponiendo que identifiquen palabras claves y la idea central entre otras ideas secundarias del texto.

La ficha F*n*C es una ficha que se propone para incentivar a los maestros en formación a realizar *reflexiones*, a partir de los contrastes, reflexiones o cuestionamientos establecidos por desarrollar las dos fichas anteriores.

Por último, la ficha F*n*D es la ficha en la cual se propone realizar una *evaluación de la sesión* y la que va a permitir en el plenario de revisión final realizar una realimentación de lo aprendido por parte de los maestros en formación. Por un acuerdo general durante la planificación conjunta con la encargada de la cátedra del curso DMCM esta ficha será permanente, posterior al curso CEMEI, es decir durante todo el ciclo lectivo.

En la propuesta de metodología para las sesiones del curso se tiene como uno de los protocolos a seguir sugerir que las fichas se elaboren individualmente y se plasmen en el portafolio, así como se promueve la discusión de la producción en las cuatro fichas a través de las interacciones que como mínimo pueden ser en parejas.

7.4 LA PLANIFICACIÓN Y LOS RECURSOS CONTEXTUALIZADOS PARA CADA SESIÓN DEL CURSO CEMEI

El proceso de planificación y el diseño de los recursos contextualizados para el curso CEMEI se sustentan en el marco conceptual y la fundamentación teórica y empírica que emerge como resultado de las distintas actuaciones de investigación previas en los distintos estudios base EB1, EB2, EB3 y EB4 que constituyen el diseño estructural de esta tesis.

A continuación describimos con detalle la planificación de los aspectos relevantes y peculiares elaborados para cada una de las sesiones del curso CEMEI. En dicha programación contemplamos los propósitos de investigación para la sesión, los objetivos instruccionales y las expectativas de aprendizaje de los maestros cabécares en formación, los contenidos instruccionales, la metodología, las actividades de mediación y los recursos didácticos contextualizados.

7.4.1 PLANIFICACIÓN Y RECURSOS DISEÑADOS PARA LA PRIMERA SESIÓN

El propósito de investigación para la primera sesión persigue establecer el rapport con los distintos participantes del estudio fundante EF y consiste desarrollar las actividades propuestas, con el grupo de maestros cabécares en formación, para confirmar la vigencia del conocimiento matemático cultural recopilado a través de los estudios base EB1, EB3 y EB4.

Los objetivos instruccionales para la primera sesión del CEMEI son los siguientes:

- Realizar una presentación personal oral de las profesoras que participan como formadoras y de los maestros cabécares en formación.
- Establecer el contrato didáctico con los maestros en formación.
- Promover la lectura conjunta del documento "Orientaciones para el curso Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales".
- Explicar las especificaciones de la evaluación del curso DMCM, en particular las instrucciones para la elaboración del portafolio (40%) y las instrucciones para la elaboración de microproyectos basados en las etnomatemáticas cabécares (40%).
- Caracterizar las etnomatemáticas cabécares a partir del conocimiento de los maestros cabécares en formación y de los recursos didácticos contextualizados para la sesión.
- Promover en los maestros indígenas en formación la reflexión sobre el concepto de etnomatemáticas y la existencia de etnomatemáticas cabécares, identificando elementos del conocimiento matemático cultural.
- Inducir a la evaluación individual de la sesión por parte de los maestros cabécares en formación.

Los contenidos instruccionales de la primera sesión del CEMEI se concentran en la noción de etnomatemáticas y la caracterización de las etnomatemáticas en la cultura cabécar.

El guion de la primera sesión contempla una secuencia temporal distribuida en dos partes: la primera parte consiste en establecer los aspectos generales de los cursos DMCM-CEMEI y, la segunda parte consiste en el desarrollo de contenidos del curso CEMEI, que se llevan a cabo por medio de la explicación y presentación de diapositivas por parte de la profesora-investigadora, así como también por la resolución de las fichas de esta sesión por parte de los maestros en formación.

7.4.1.1 GUION DE LA PRIMERA SESIÓN PRESENCIAL

La estructura propuesta para el desarrollo del guion de la primera sesión contempla la actividad a realizar, el material o los recursos a utilizar, el tiempo previsto de duración y los participantes. Lo presentamos en la siguiente tabla.

Tabla 7.6. *Propuesta del guion de actividades en la primera sesión del CEMEI*

Actividades	Recursos	Tiempo	Participantes
Presentación personal	Interacción oral	30 min.	Maestros cabécares en formación y profesoras formadoras (DMCM-CEMEI) y evaluadoras (MOCEMEI)
Negociación del contrato didáctico	Interacción oral	10 min.	Maestros cabécares en formación y profesoras formadoras (DMCM-CEMEI) y evaluadoras (MOCEMEI)
Lectura de las "Orientaciones para el curso DMCM"	Documento Orientaciones para el curso DMCM	20 min.	Encargada de cátedra-DMCM
Explicación de la técnica del portafolio	Documento Orientaciones para el curso DMCM	15 min.	Profesora Titular-DMCM
Instrucciones generales para la elaboración del microproyecto basado en las etnomatemáticas cabécares	Documento Orientaciones para el curso DMCM	15 min.	Profesora-CEMEI
Caracterizar las etnomatemáticas cabécares a partir del conocimiento de los maestros cabécares en formación	Presentación de diapositivas Ficha F1A Ficha F1B	60 min.	Profesora-CEMEI y Maestros cabécares
Reflexión sobre el concepto de etnomatemáticas y la existencia de etnomatemáticas cabécares.	Ficha F1C	10 min.	Profesora-CEMEI y Maestros cabécares
Explicación de Trabajo a distancia	Ficha FTD1	10 min	Profesora-CEMEI
Evaluación de la primera sesión	Ficha F1D	10 min.	Maestros cabécares

7.4.1.2 Diseño de los Recursos para el Trabajo Presencial para la Primera Sesión

Los recursos didácticos contextualizados que se diseñaron para la primera sesión consisten en una presentación con diapositivas titulada "Conocimiento matemático de las culturas: un reto para la creatividad docente" (Gavarrete et al, 2009), así como las fichas de trabajo presencial F1A, F1B, F1C, F1D y la ficha para el trabajo a distancia FTD1.

La presentación completa se incluye en el Anexo E4 y está compuesta por diecisiete diapositivas que sirven de apoyo durante el desarrollo de explicaciones concernientes a la noción de etnomatemáticas cabécares. En dicha presentación se presenta inicialmente una reflexión sobre la ubicación geográfica de Costa Rica, en el plano mundial y centroamericano; asimismo, se comentan las distintas lenguas en vigor del país y se recalca que el uso de la lengua es un factor primordial para la preservación del conocimiento cultural.

Posteriormente se explica la composición epistemológica del concepto de Etnomatemáticas dada por D'Ambrosio (2007, 2008) y se manifiesta que la expectativa es que los profesores puedan redescubrir desde su entorno rasgos culturales y diseñen relaciones para "hacer visible lo que hasta ahora ha sido trivial a sus ojos, para que identifiquen en su entorno artefactos, decoraciones, descubran el pensamiento matemático asociado y lo apliquen en el aula" (Gerdes, 1985, 1988).

Se presenta la distribución que resulta del estudio base (EB2) respecto a los rasgos culturales identificados con pensamiento matemático en producciones históricas y en el conocimiento vigente, tanto de los Pueblos Indígenas como de los grupos o micro-culturas de los gremios artesanales, agrícolas, entre otros. Se cuestiona a los maestros si ¿existen rasgos de saberes matemáticos en la cultura cabécar? Y se presenta una reflexión, a modo comparativo sobre un silabario en lengua Bribri que considera la existencia de clasificadores numerales en dicho grupo cultural y se reflexiona sobre la pertinencia de los libros de texto de matemáticas que son utilizados en las escuelas indígenas.

Luego se expone una reflexión respecto a los tejidos de cestas y de casas tradicionales Talamanqueñas y un esbozo de los elementos geométricos que las componen. En la exposición se pretende manifestar el desafío de la formación didáctico matemática para promover *competencias* que les permitan:

- observar elementos, cotidianos y ancestrales, de la cultura desde una perspectiva matemática,
- establecer relaciones entre objetos culturales, materiales o simbólicos, y conceptos o propiedades,
- diseñar actividades basadas en situaciones culturales, que puedan abordarse en las aulas de matemáticas caracterizadas por su diversidad cultural,
- llevar a cabo el desarrollo del currículo de matemáticas con un enfoque intercultural, tanto en sus fines como en sus recursos.

Es decir, nos interesa potenciar competencias que permitan *descongelar* matemáticas (Gerdes, 1985) insertadas en objetos culturales, y promuevan la creatividad docente necesaria para desarrollar el currículo de matemáticas, de la educación primaria y secundaria, en conexión con el entorno sociocultural.

Uno de los principales desafíos del docente radica en proponer actividades y recursos escolares que se adapten de forma crítica y constructiva a la realidad de una cultura que utiliza clasificadores numerales. Para lograr esto, se pretende que los maestros en formación expongan sus propias concepciones y reflexionen sobre la estructura que se deriva de la aplicación de los clasificadores numerales, llegando a una forma de compatibilidad que incluya la visión de las etnomatemáticas occidentales y la visión de las etnomatemáticas indígenas. Todas las fichas planificadas para la primera sesión, se encuentran en el Anexo E4.

A continuación vamos a explicar la composición de cada una de ellas en relación a las tareas propuestas para lograr las expectativas de aprendizaje pretendidas para los maestros indígenas en formación.

El diseño de la ficha F1A

La ficha F1A es la ficha informativa respecto al contenido de instrucción afín a "Etnomatemáticas en la Cultura Cabécar" y consta de siete páginas en las cuales se proponen cinco tareas distintas para que los maestros en formación reflexionen respecto a las concepciones de 'espacio' y 'número' vinculadas al conocimiento matemático cultural de su grupo étnico.

La primera tarea es referida al 'espacio' y se vincula en particular con la casa tradicional cabécar. Se insta a los docentes a realizar dibujos del exterior y del interior del rancho tradicional, identificando los cuerpos geométricos que la componen, así como también a indagar si las figuras geométricas tienen nombres particulares en la lengua cabécar. La segunda, tercera y cuarta actividad atañen a los clasificadores numerales en lengua cabécar. Se presentan ejemplos acerca del uso de clasificadores numerales en lengua Bribri (Bengoechea, Gavarrete y Oliveras, 2010), como se muestra en la siguiente figura.

NÚMERO	CLASE ALARGADA	CLASE HUMANA	CLASE DE EDIFICACIONES	CLASE GRUPOS
				
1	*e'töm*	*ekö<u>L</u>*	*e'tkue*	*eyök*
2	*b`ö töm*	*bö<u>L</u>*	*b`ötkue*	*boyök*
3	*ma<u>ñ</u><u>à</u>töm*	*ma<u>ñ</u><u>a</u><u>L</u>*	*ma<u>ñ</u><u>à</u>tkue*	*ma<u>ñ</u><u>a</u>yök*
4	*tk`ëtöm*	*tkë<u>L</u>*	*tk`ëtkue*	*tkëyök*
5	*sk<u>è</u>töm*	*sk<u>e</u><u>L</u>*	*sk<u>è</u>tkue*	*skeyök*
6	*tèktöm*	*tèrö<u>L</u>*	*tèrtkue*	*tèrö<u>L</u>yök*
7	*kùktöm*	*kùLö<u>L</u>*	*kùtkue*	*kùL<u>y</u>ök*
8	*pàktöm*	*pàkö<u>L</u>*	*pàköltkue*	*pàkö<u>L</u>yök*
9	*su<u>l</u><u>i</u>töm*	*su<u>l</u><u>i</u>tö<u>L</u>*	*su<u>l</u><u>i</u>tutkue*	*su<u>l</u><u>i</u>tö<u>L</u>yök*
10	*dabòptöm*	*dabö<u>L</u>*	*dabòtkue*	*dabòmyök*

Figura 7.8. Imagen de la tarea 2 en la ficha F1A.

A partir de las reflexiones que suscita la imagen, se proponen preguntas como las siguientes: ¿Existe algún parecido entre la forma de relacionar las cantidades en la cultura Bribri con la cultura Cabécar?, ¿Cuál crees que es la utilidad de organizar los conteos según la forma de los objetos?

Posteriormente se presenta un texto de Margery (2004) relacionado en particular con la clasificación nominal de la lengua Cabécar y se pregunta: ¿qué relación crees que tiene la forma de clasificar los objetos en la cultura Cabécar con el conocimiento del entorno y con la matemática?

En la cuarta tarea se persigue que los maestros en formación completen una tabla en la cual se presentan siete columnas correspondientes a distintas clases nominales y en las filas se propone que escriban ejemplos de los objetos que se corresponden a cada clase nominal y que escriban los clasificadores numerales para los primeros doce números.

La quinta tarea persigue que los maestros cabécares completen un esquema que se ha adaptado del estudio acerca de la cultura Bribri desarrollado por Gavarrete y Vásquez (2005, p.29) y que contribuye a organizar los elementos del conocimiento matemático cultural a través de la distinción de las nociones de 'número' y de 'espacio'.

Finalmente, por un acuerdo con la coordinadora de la cátedra DMCM se incorpora un glosario de términos utilizados en las actividades de la ficha F1A y se anexa la compilación de los clasificadores numerales que se construyó a partir del Diccionario de Lengua Cabécar (Margery, 2004).

El diseño de la ficha F1B

La ficha F1B corresponde a la ficha de lectura respecto al contenido de "Etnomatemáticas en la Cultura Cabécar" y tiene tres partes, distribuidas en cinco páginas. En la primera parte, se presenta una lectura titulada "Introducción o presentación de las Etnomatemáticas", que está sustentada a partir de las ideas de Oliveras (2000b) y D'Ambrosio (2008), donde se exponen de manera concisa ideas relacionadas con las formas de conocimiento, de sobrevivencia y trascendencia, así como las raíces etimológicas de la Etnomatemática y una reseña sobre las dimensiones del Programa de Etnomatemáticas.

La segunda parte, pretende que los maestros en formación realicen un análisis del texto, identificando las ideas principales, secundarias y palabras clave, así como también que diferencien de la lectura las frases que aluden a las 'matemáticas' y a las 'etnomatemáticas'. La tercera parte de la ficha F1B corresponde a un glosario que facilita la comprensión del texto y que resulta la solicitud de la encargada de la cátedra DMCM, durante la revisión del material didáctico.

El diseño de la ficha F1C

La ficha F1C corresponde a la ficha de reflexión acerca del contenido "Etnomatemáticas en la Cultura Cabécar" y tiene tres tareas propuestas. En la primera de ellas se solicita distinguir los conceptos que se comprendieron de los que no fueron comprendidos durante la sesión. La segunda tarea pretende obtener una opinión personal sobre el contenido o concepto que fue relevante para cada maestro en formación. La tercera tarea consiste en un cuestionamiento que relaciona el contenido desarrollado en la sesión con su aplicación en la dimensión educativa, realizando preguntas como: ¿Crees que puedes aplicar a la enseñanza de tus alumnos lo que aprendiste de Etnomatemáticas?, ¿Qué aspectos les enseñarías?, ¿Cómo lo harías?

El diseño de la ficha F1D

La ficha F1D corresponde a la ficha de evaluación de la sesión vinculada al contenido "Etnomatemáticas en la Cultura Cabécar" y tiene cinco preguntas. Se persigue que los maestros en formación:

- Realicen una reseña de las actividades que transcurrieron durante la sesión.
- Indiquen si tenían conocimientos previos de lo tratado.
- Indiquen si comprendieron con claridad los contenidos desarrollados.
- Mencionen algún ejemplo de aplicación de los contenidos en la vida cotidiana.
- Indiquen lo que mas valoran y lo que menos valoran de la sesión.
- Expliquen cómo aplicarían lo que aprendido en la práctica de la docencia.

7.4.1.3 Diseño de la Ficha de Trabajo a Distancia para la Primera Sesión

La ficha de trabajo a distancia FTD1 se encuentra en el Anexo E4 y tiene como propósito de investigación recopilar información que permita confirmar los elementos del conocimiento matemático cultural que son específicos de la cultura cabécar que se identificaron durante el trabajo de campo y que se explicaron en los resultados del estudio base EB1 (Capítulo 4).

Se propone promover en cada docente en formación el rol de investigador en su propia acción (Oliveras, 1996) y de indagador de su grupo étnico a través de ayuda en sus iguales con mayor experiencia o conocimiento cultural. Así mismo, esta ficha persigue que los maestros en formación reflexionen sobre la dignificación del conocimiento matemático cabécar, que atañe a la dimensión política del Programa de Etnomatemáticas (D'Ambrosio, 2008).

El objetivo instruccional es: "Indagar acerca de los saberes culturales relacionados con el conocimiento matemático implícito en la Cultura Cabécar" y la actividad propuesta es que cada uno de los maestros en formación realicen una entrevista a un miembro de su comunidad indígena (se sugiere que sea un artesano, agricultor o una persona que ocupe algún cargo tradicional).

Las instrucciones que se diseñan para conducir a los maestros en formación en su rol de investigadores son las siguientes:

I. La entrevista será abierta, como una conversación informal, pero guiada por un pequeño guion elaborado previamente y que incluya: ideas que se desea tratar, preguntas mínimas que hacer, forma de iniciar el diálogo, tiempo previsto, algunas palabras en la lengua Cabécar se debe conocer de antemano, algunas indicaciones para que la reflexión final sea más centrada en lo que interesa descubrir, todo esto se puede discutir en grupo y preguntar a la profesora.

II. Poner mucha atención para no desviar el tema, y concentrar el diálogo en reconocer los aspectos del conocimiento cultural que sabe la persona elegida

como informante clave, (o que proporciona información compartida con el grupo), aspectos relacionados con el conocimiento matemático.

III. Transcribir lo más rápidamente los principales detalles de la conversación en un documento para evaluación del curso, en el cual se pongan en evidencia los siguientes aspectos: ¿Qué le pregunté (preguntas pensadas al preparar la entrevista)?, ¿Cómo inicié la conversación?, ¿Cómo orienté a la persona entrevistada para hacerme comprender respecto a lo que yo entiendo por matemáticas, (con ejemplos de matemáticas, con ejemplos de su cultura, con algunas palabras)?, ¿Cuáles fueron las preguntas que surgieron durante la conversación, del informante hacia mí o que yo le hice?, ¿Hablamos: cuanto tiempo en total (controlar tiempo de la entrevista), el informante mostró deseos de hablar, o yo intervine más; hablamos más sobre cultura o sobre matemáticas?, Sentimientos que yo he tenido y el informante ha manifestado: mal, incómodo, bien, feliz.

IV. Realizar una reflexión final sobre los saberes culturales relacionados con el conocimiento matemático implícito en la cultura Cabécar.

A continuación se presenta la rúbrica de evaluación del trabajo a distancia para la primera sesión, construida de manera consensuada entre la encargada de la cátedra del curso DMCM, la profesora titular del curso DMCM y la profesora del curso CEMEI.

Tabla 7.7. *Rúbrica de evaluación para la ficha de trabajo a distancia FTD1*

Aspectos a considerar	Puntaje
1-Puntualidad en la entrega (entregar en la Sesión 2)	1
2-Portada con el nombre del estudiante y datos del curso para incorporar en el portafolio.	1
3-Nombre, edad, lenguas que habla, oficio y/o cargo tradicional del informante entrevistado.	1
4-Transcripción detallada (escribir al menos dos páginas con los detalles de la conversación, es decir, las principales ideas del diálogo y la lengua utilizada o palabras empleadas para conceptos o ideas. Sentimientos vividos)	7
5- Reflexión manifiesta sobre lo aprendido con la entrevista de los saberes culturales relacionados con el conocimiento matemático implícito en la cultura Cabécar	5
Total	15

7.4.2 PLANIFICACIÓN Y RECURSOS DISEÑADOS PARA LA SEGUNDA SESIÓN

El propósito de investigación para la segunda sesión persigue consolidar el rapport con los distintos participantes del estudio fundante EF y promover en los maestros cabécares en formación la interacción oral para recopilar ejemplos del conocimiento matemático cultural que identifican éstos como resultado de la instrucción recibida acerca de etnomatemáticas. Se planea consignar la información videos, audios y diarios de campo etnográfico.

Los objetivos instruccionales para la segunda sesión del CEMEI son los siguientes:

- Reforzar los contenidos desarrollados durante la primera sesión a través de la revisión de la ficha de trabajo a distancia FTD1.
- Exponer ejemplos de Actividades Matemáticas Universales de acuerdo a la clasificación de Bishop (1999).
- Clasificar actividades matemáticas de la cultura cabécar según la taxonomía de Huxley (1955) y la clasificación de Bishop (1999).
- Describir la noción de Enculturación, a partir de ejemplos de etnomatemáticas en la cultura Cabécar.
- Promover la reflexión sobre el concepto de Enculturación Matemática y su aplicación en el ambiente socio-educativo indígena.
- Distinguir entre las nociones de Instrucción y Enculturación Matemática a partir de reflexiones sobre situaciones escolares en el entorno cabécar
- Inducir a la evaluación individual de la sesión por parte de los maestros cabécares en formación.

Los contenidos instruccionales de la segunda sesión del CEMEI se concentran en la comprensión de las Actividades Matemáticas Universales que plantea Bishop (1988a, 1988b, 1999, 2000), la taxonomía aplicada por Huxley (1955) en el concepto atómico de cultura, la noción de Enculturación Matemática de Bishop (1995, 1998, 1999, 2000) y la distinción entre Instrucción y Enculturación Matemática que hace Oliveras (en comunicación oral, abril de 2011).

El guion de la segunda sesión contempla una secuencia temporal distribuida en dos partes: la primera parte consiste en la revisión de la ficha de trabajo a distancia FTD1 y, la segunda parte consiste en el desarrollo de los objetivos y contenidos programados para la segunda sesión del curso CEMEI, que se llevan a cabo por medio de la explicación y presentación de diapositivas por parte de la profesora-investigadora, así como también por la resolución de las fichas de esta sesión por parte de los maestros indígenas en formación.

7.4.2.1 GUION DE LA SEGUNDA SESIÓN PRESENCIAL

La estructura propuesta para el desarrollo de la segunda sesión contempla la actividad a realizar, el material o los recursos a utilizar, el tiempo previsto de duración y los participantes. Lo presentamos en la siguiente tabla.

Tabla 7.8. *Propuesta del guion de actividades en la segunda sesión del CEMEI*

Actividades	Recursos	Tiempo	Participantes
Revisión de la Ficha de Trabajo a Distancia FTD1	Interacción oral	40 min.	Profesora-CEMEI y Maestros cabécares
Descripción de Actividades Matemáticas Universales (AMU) en la cultura cabécar	Presentación de diapositivas	15 min.	Profesora-CEMEI
Clasificar mentifactos, sociofactos y artefactos en la cultura cabécar a partir del	Presentación de diapositivas	15 min.	Profesora-CEMEI y Maestros

Tabla 7.8. *Propuesta del guion de actividades en la segunda sesión del CEMEI*

Actividades	Recursos	Tiempo	Participantes
conocimiento de los maestros cabécares en formación	Interacción oral		cabécares
Distinguir entre las nociones de Instrucción y Enculturación Matemática	Presentación de diapositivas Interacción oral	30 min.	Profesora-CEMEI y Maestros cabécares
Aplicar la clasificación de las AMU para ejemplificar etnomatemáticas cabécares que puedan aplicarse dentro de un proceso de Enculturación Matemática	Ficha F2A Ficha F2B	40 min.	Maestros cabécares
Reflexión sobre la noción de enculturación y el papel del docente como enculturador.	Ficha F2C	20 min.	Profesora-CEMEI y Maestros cabécares
Explicación de Trabajo a distancia	Ficha FTD2	10 min	Profesora-CEMEI
Evaluación de la segunda sesión	Ficha F2D	10 min.	Maestros cabécares

7.4.2.2 Diseño los Recursos para el Trabajo Presencial para la Segunda Sesión

El diseño de recursos didácticos contextualizados que se propone para la segunda sesión contempla una presentación con diapositivas que se titula "Enculturación Matemática y Etnomatemáticas Cabécares", así como las fichas de trabajo presencial F2A, F2B, F2C, F2D y la ficha para el trabajo a distancia FTD2.

La presentación completa se incluye en el Anexo E5 y está compuesta por ocho diapositivas que sirven de apoyo a la profesora del curso CEMEI durante la fase instruccional. Así mismo, la presentación pretende inducir la interacción oral entre la profesora formadora y los maestros cabécares en la discusión de las nociones de enculturación y etnomatemáticas a través de la formulación de ejemplos que faciliten la comprensión de los contenidos programados.

Se inicia con la afirmación "Existen conocimientos matemáticos en la cultura cabécar", que había sido presentada de manera interrogativa durante la primera sesión. Posteriormente, la profesora explicará la taxonomía de Huxley (1955) para definir los componentes de la cultura en Artefactos, Mentifactos y Sociofactos e invitará a los docentes a participar con ejemplos de cada uno de éstos desde la cultura cabécar. La segunda parte de la presentación está referida a la noción de Enculturación desde el sentido de Alan Bishop (1995, 1999, 2000) y se complementará con las ideas de Oliveras (en comunicación oral, abril de 2011) acerca de la comparación entre el sentido didáctico de la Instrucción (faceta estándar) y la Enculturación (faceta etnomatemática), recalcando que "Instruir matemáticamente es seguir las directrices del profesor, mientras que Enculturar matemáticamente es acordar o consensuar entre todos los miembros de una comunidad lo que es matemáticas, considerando los agentes enculturadores y la cultura del alumnado que interactúa con la cultura estándar" (Oliveras, en comunicación oral, abril de 2011).

Se pretende que durante las interacciones orales con los maestros en formación se promuevan reflexiones sobre la visión sociocultural de la educación matemática, atendiendo las dimensiones histórica, epistemológica, política y educativa del Programa de Etnomatemáticas (D'Ambrosio, 2008) que se integran en los principios para la enseñanza a través de la enculturación profesional (Bishop, 2000; Oliveras, 2005). Las fichas planeadas para la segunda sesión están ubicadas en el Anexo E5.

A continuación explicamos la estructura de cada una de ellas en relación a las tareas propuestas para lograr las expectativas de aprendizaje que se pretenden con los maestros indígenas en formación.

El diseño de la ficha F2A

La ficha F2A es la ficha informativa vinculada al contenido de instrucción "Enculturación Matemática y Etnomatemáticas", se compone de cuatro páginas en las cuales se proponen tres tareas distintas para que los maestros en formación caractericen ejemplos de etnomatemáticas cabécares vinculados a la clasificación propuesta por Bishop (1988a, 1988b, 1999) y reflexionen respecto a su papel como enculturadores o como instructores durante el ejercicio de la docencia.

La primera tarea persigue confirmar la identificación de pensamiento matemático asociado a actividades de la cultura cabécar que realizan los maestros en formación.

La segunda actividad alude a la clasificación del conocimiento matemático cultural a través de las categorías de Actividades Matemáticas Universales propuestas por Bishop (1988a, 1999): contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar. La tarea consiste en proporcionar ejemplos de la cultura cabécar en los cuales se aplican dichas actividades y describir: ¿cómo se hace?, ¿cuándo se hace? y ¿qué material se usa?

La tercera tarea consiste en incitar a los miembros de la pareja de trabajo (de acuerdo a la metodología del CEMEI) y cuestionar su dinámica en la práctica de la docencia, desde la instrucción o desde la enculturación.

Por último, se incorpora un glosario de términos utilizados en las actividades de la ficha F2A, siguiendo el acuerdo establecido con la coordinadora de la cátedra DMCM.

El diseño de la ficha F2B

La ficha F2B corresponde a la ficha de lectura respecto al contenido de "Enculturación Matemática y Etnomatemáticas" y tiene dos partes, distribuidas en tres páginas.

La primera parte la compone la lectura titulada "Enculturación Matemática: educación matemática desde una perspectiva cultural, aspectos sociales y culturales de la educación matemática", que está sustentada a partir de las ideas de Bishop (1988a, 1999) y donde se caracterizan las Actividades Matemáticas Universales y se proponen reflexiones sobre el conocimiento social y cultural que se vincula con aspectos del pensamiento identificado con matemáticas. Así como también se exponen de manera

concisa ideas relacionadas con la importancia de la enculturación para promover un currículo multicultural en la educación matemática.

La segunda parte, pretende que los maestros en formación realicen un análisis del contenido del texto, identificando las ideas principales, secundarias y palabras clave, así como también que diferencien de la lectura las frases que aluden al currículum cultural y a las actividades etnomatemáticas.

En esta segunda parte se incorporan algunas preguntas como: ¿Qué crees que tienes que hacer para ser un enculturador matemático para tus alumnos?, o bien: ¿cómo crees que puedes ser un agente enculturador de la comunidad en la que vives?

El diseño de la ficha F2C

La ficha F2C corresponde a la ficha de reflexión acerca del contenido "Enculturación Matemática y Etnomatemáticas" y tiene tres preguntas. La primera y la segunda son idénticas a las de la ficha F1C, sin embargo la tercera pretende conocer las manifestaciones de los maestros cabécares sobre las implicaciones de la enculturación en el ejercicio de la docencia, para lo cual se pregunta: ¿Crees que puedes aplicar a la enseñanza de tus alumnos lo que aprendiste?, ¿cómo lo harías?, ¿qué acciones crees que debes practicar para actuar como un enculturador matemático en tu trabajo de aula?

El diseño de la ficha F2D

La ficha F2D corresponde a la ficha de evaluación de la sesión vinculada al contenido "Enculturación Matemática y Etnomatemáticas" y sigue la misma estructura y preguntas de la ficha F1D.

7.4.2.3 Diseño de la Ficha de Trabajo a Distancia para la Segunda Sesión

La segunda ficha de trabajo a distancia FTD2 se encuentra en el Anexo E5 y tiene como propósito de investigación conocer las actividades matemáticas que identifican los maestros cabécares como evidencias de la aplicación del conocimiento matemático cultual vinculado a las Actividades Matemáticas (Bishop, 1988a, 1999) y Prácticas Matemáticas (D'Ambrosio, 2007).

El objetivo instruccional persigue identificar procesos de enculturación matemática en miembros de las comunidades Cabécares, a través de actividades que ellos realizan y las expectativas de aprendizaje radican en que los maestros indígenas en formación escriban una reflexión acerca de la enculturación matemática de una persona de su comunidad (que entrevistaron durante la ficha de trabajo a distancia FTD1), así como también que identifiquen y consignen por escrito la descripción de una actividad cultural Cabécar en la cual se apliquen las Actividades Matemáticas Universales (Bishop, 1988a, 1999). A nivel formativo se pretende incentivar la formación en investigación de los maestros indígenas que participan en el curso CEMEI.

Las instrucciones que se diseñan para conducir a los maestros en formación en su faceta como investigadores son las siguientes:

I. Describa con detalle una *Actividad de la Cultura Cabécar* en la cual estén implicadas al menos *dos de las seis actividades matemáticas universales*: CONTAR-LOCALIZAR-MEDIR-DISEÑAR-JUGAR-EXPLICAR

- Explique: ¿en *qué* consiste la actividad?,
- ¿*Quién* la realiza?,
- *Para qué* Se Realiza (Sobrevivencia diaria: casa, comida, vestido, salud; Tarea profesional: agricultura, comercio, transporte, etc.)
- *Cuando*: ¿ocurre de manera espontánea o hay una fecha especial para que ocurra?
- Describa las *actividades matemáticas universales* que están relacionadas con este hecho cultural. ¿Puede explicarlo con términos matemáticos y/o dibujos y con palabras del lenguaje cotidiano?
- Justifique con tres razones: ¿Por qué escogió esta actividad cultural?.

II. Basado en la entrevista que realizó para la FTD1: reflexione si el informante con el que realizó la entrevista es una persona que está enculturada en las matemáticas cabécares, es decir, si participa o no de la cultura matemática desde el modo peculiar de la cultura Cabécar. Para que su respuesta esté bien argumentada, justifíquelo con tres razones o ejemplos, si quiere basados en los hallazgos de la entrevista realizada.

III. Realice una conclusión en la cual resuma "su propia idea" de enculturación matemática en la cultura Cabécar, debe apoyarse en los resultados de las dos actividades anteriores y aportar tres ideas principales que justifican esa conclusión.

Mostramos en la siguiente tabla la rubrica de evaluación para la segunda ficha de trabajo a distancia FTD2 que se construyó de manera consensuada, de la misma forma que la ficha de trabajo a distancia FTD1.

Tabla 7.9. *Rúbrica de evaluación para la ficha de trabajo a distancia FTD2*

Aspectos a considerar	Puntaje
Puntualidad en la entrega (entregar en la Sesión 3)	1
Portada con el nombre del estudiante y datos del curso para incorporar en el portafolio.	1
Nombre, edad y ocupación, oficio o cargo tradicional de la persona entrevistada.	1
Descripción detallada de una actividad de la cultura Cabécar en la cual estén implicadas al menos DOS de las seis actividades matemáticas universales, explicando cuales son.	12
Reflexión manifiesta sobre lo aprendido con las actividades realizadas, poniendo de manifiesto el concepto personal de enculturación matemática en la cultura Cabécar	5
Total	20

7.4.3 PLANIFICACIÓN Y RECURSOS DISEÑADOS PARA LA TERCERA SESIÓN

El propósito de investigación para la tercera sesión persigue mantener el rapport con los distintos participantes del estudio fundante EF y conocer las vías de trascendencia (a nivel escolar) elegidas por los maestros cabécares en formación, para promover un proceso de enculturación matemática a través del diseño de actividades escolares en las que se implique el conocimiento matemático cultural y se difundan las nociones de etnomatemáticas a través de ejemplos propios del grupo étnico.

Los objetivos instruccionales para la tercera sesión del CEMEI son los siguientes:

- Reforzar los contenidos desarrollados durante la primera y segunda sesión a través de la revisión de la ficha de trabajo a distancia FTD2.
- Describir los principios para la formación profesional basados en microproyectos que vinculan la matemática con el conocimiento cultural.
- Describir los principios para la enseñanza que permiten una reconceptualización curricular a través del aprendizaje significativo y las habilidades matemáticas.
- Promover los valores de las matemáticas como fenómeno cultural en el grupo de maestros indígenas en formación.
- Explicar el concepto de Microproyectos para la educación intercultural y relacionarlo con ejemplos identificados de Etnomatemáticas en la Cultura Cabécar.
- Promover la reflexión sobre las nociones asociadas a la enculturación matemática en la práctica profesional y relacionarla con los ejemplos identificados de Etnomatemáticas en la Cultura Cabécar.
- Realizar de manera conjunta con los maestros en formación, la planificación de un microproyecto basado en las etnomatemáticas cabécares.
- Inducir a la evaluación individual de la sesión por parte de los maestros cabécares en formación.

Los contenidos instruccionales de la tercera sesión del CEMEI se concentran en la comprensión de la noción de Microproyectos curriculares desde la perspectiva intercultural (Bishop, 1995; Oliveras, 2005, 2006), las habilidades matemáticas (Bishop, 2000) y los valores asociados a las matemáticas (Bishop, 1988b, 1999).

El guion de la tercera sesión contempla una secuencia temporal distribuida en dos partes: la primera parte consiste en la revisión de la ficha de trabajo a distancia FTD2 a través de una exposición oral por parte de los maestros cabécares en formación y, la segunda parte consiste en el desarrollo de los objetivos y contenidos programados para la tercera sesión del curso CEMEI, que se llevan a cabo por medio de la explicación y presentación de diapositivas por parte de la profesora-investigadora, así como también por la resolución de las fichas de esta sesión por parte de los maestros indígenas en formación.

7.4.3.1 GUION DE LA TERCERA SESIÓN PRESENCIAL

La estructura propuesta para el desarrollo de la tercera sesión contempla las actividades, materiales, recursos, la distribución del tiempo previsto de duración y los participantes. Lo presentamos en la siguiente tabla.

Tabla 7.10. *Propuesta del guion de actividades en la tercera sesión del CEMEI*

Actividades	Recursos	Tiempo	Participantes
Revisión de la Ficha de Trabajo a Distancia FTD2	Interacción oral	60 min.	Profesora-CEMEI y Maestros cabécares
Exposición de la presentación "Microproyectos para la educación intercultural basados en las Etnomatemáticas Cabécares	Presentación de diapositivas	30 min.	Profesora-CEMEI
Construir un esbozo de microproyecto a partir de los elementos de la exposición y el signo cultural relacionado con la casa tradicional de la cultura cabécar.	Ficha F3A Ficha F3B	30 min.	Maestros cabécares
Reflexión sobre la aplicación de microproyectos para la educación intercultural en los entornos escolares indígenas.	Ficha F3C	15 min.	Profesora-CEMEI y Maestros cabécares
Explicación del Trabajo Final del curso DMCM: microproyecto basado en las etnomatemáticas cabécares.	Documento Orientaciones para el curso DMCM	15 min	Profesora-CEMEI Profesora-DMCM
Evaluación de la tercera sesión	Ficha F3D	10 min.	Maestros cabécares
Evaluación del curso CEMEI	Interacción oral	20 min.	Maestros cabécares en formación y profesoras formadoras (DMCM-CEMEI) y evaluadoras (MOCEMEI)

7.4.3.2 DISEÑO DE LOS RECURSOS PARA EL TRABAJO PRESENCIAL PARA LA TERCERA SESIÓN

Los recursos didácticos contextualizados que se diseñaron para la tercera sesión contemplan una presentación con diapositivas que se titula "Microproyectos para la Educación Intercultural basados en las Etnomatemáticas Cabécares", así como las fichas de trabajo presencial F3A, F3B, F3C, F3D y la ficha para el trabajo a distancia FTD3.

La presentación completa se incluye en el Anexo E6 y está compuesta por dieciocho diapositivas que sirven de apoyo a la profesora del curso CEMEI durante la fase instruccional. En esta fase explicativa se pretende valorar el aprendizaje manifestado por los maestros cabécares acerca de las Etnomatemáticas y la Enculturación, a través de las interacciones orales entre la profesora formadora y los docentes en formación.

La primera diapositiva recuerda la afirmación "Existen conocimientos matemáticos en la cultura cabécar" y la complementa con otra afirmación: "Podemos enculturar matemáticamente desde las Etnomatemáticas Cabécares", para motivar a los docentes a incursionar en el desafío de la innovación curricular dentro de la educación intercultural. Se presenta una fotografía y reseña de ideas de los autores relevantes del curso CEMEI: Ubiratán D'Ambrosio, Alan Bishop y Ma. Luisa Oliveras, consolidando la idea de que un microproyecto es un tipo de unidad didáctica que engloba el proceso indagatorio sobre etnomatemáticas en un desarrollo de producción y su aplicación como réplica (Oliveras, 1995). También se han diseñado diapositivas en las cuales se describe una propuesta de "estructura del Microproyecto" para ser discutida en cada una de sus fases con los maestros en formación. Finalmente la presentación de las diapositivas termina recordando los desafíos planteados durante la primera sesión y lanzando una frase motivadora para los maestros en formación en la cual se afirma como desafío: "Podemos realizar microproyectos basados en las Etnomatemáticas Cabécares para ser enculturadores matemáticos en nuestra cultura". Las fichas planeadas para la tercera sesión se ubican el Anexo E6.

A continuación explicaremos la estructura de cada una de ellas en relación a las tareas propuestas para lograr las expectativas de aprendizaje que se pretende alcanzar en la formación de los maestros indígenas.

El diseño de la ficha F3A

La ficha F3A es la ficha informativa vinculada al contenido de instrucción "Microproyectos curriculares basados en Etnomatemáticas" y persigue que los maestros en formación construyan de manera conjunta con la profesora del CEMEI un esbozo de microproyecto, tomando como signo cultural la casa tradicional cabécar (Jú-tsiní). Se pregunta ¿Cuáles elementos del Jú-tsiní se pueden relacionar con contenidos matemáticos del currículum escolar?, y además se promueve que se consigne por escrito los contenidos del programa de estudios de primaria que tienen relación con el signo cultural, desde las matemáticas y desde otras asignaturas.

El diseño de la ficha F3B

La ficha F3B corresponde a la ficha de lectura respecto al contenido de "Microproyectos curriculares basados en Etnomatemáticas" y tiene dos partes, distribuidas en seis páginas. La primera parte la compone la lectura titulada "Ideas sobre Microproyectos curriculares para la Educación Intercultural" que está sustentada a partir de las ideas de Oliveras (1995, 2005). De manera análoga a las otras dos sesiones, la segunda parte de la ficha pretende que los maestros en formación realicen un análisis del texto y además que identifiquen elementos que consideren positivos para el trabajo del aula al aplicar microproyectos curriculares basados en etnomatemáticas.

El diseño de la ficha F3C

La ficha F3C corresponde a la ficha de reflexión acerca del contenido "Microproyectos curriculares basados en Etnomatemáticas" y las primeras dos preguntas son idénticas a las de la ficha F1C, sin embargo la tercera pretende conocer las percepciones que tienen

los maestros indígenas sobre las aplicaciones en la enseñanza de los microproyectos basados en etnomatemáticas cabécares.

El diseño de la ficha F3D

La ficha F3D corresponde a la ficha de evaluación de la sesión vinculada al contenido "Microproyectos curriculares basados en Etnomatemáticas" y sigue la misma estructura y preguntas de la ficha F1D.

7.4.3.3 DISEÑO DE LA FICHA DE TRABAJO A DISTANCIA PARA LA TERCERA SESIÓN

La ficha de trabajo a distancia FTD3 se ubica en el Anexo E6 y tiene como propósito de investigación conocer los argumentos que utilizan los maestros indígenas en formación para la selección del signo cultural representativo de su cultura y que permita confirmar los resultados del estudio base EB3 (Capítulo 6). El objetivo instruccional persigue planificar el microproyecto basado en etnomatemáticas cabécares que se realizará de manera transversal durante las siguientes sesiones del curso DMCM.

Se pretende que los maestros en formación conformen equipos de trabajo colaborativo para la investigación (sugiriendo trabajo en parejas) y que resuelvan la guía de planificación del microproyecto, estableciendo las expectativas de la realización del mismo. La guía de planificación está constituida de la siguiente forma:

- Parte 1. Planificación del microproyecto basado en las etnomatemáticas cabécares, que incluye: (a) nombres de los integrantes del grupo de trabajo para realizar el microproyecto; (b) signo cultural elegido para el microproyecto; (c) explicar con dos razones ¿por qué escogieron este signo cultural?; (d) ¿cuáles consideran que son los contenidos matemáticos que están relacionados con este signo cultural?; (e) ¿con cuáles otras asignaturas escolares, además de matemáticas podemos estudiar este signo cultural?
- Parte 2. Expectativas que tienen sobre la realización del microproyecto, que incluye responder: ¿qué esperan ustedes de la realización de este microproyecto: a nivel personal, a nivel académico y a nivel profesional?

Mostramos en la siguiente tabla la rubrica de evaluación para la segunda ficha de trabajo a distancia FTD3 que se construyó de manera consensuada, de la misma forma que la ficha de trabajo a distancia FTD1 y FTD2.

Tabla 7.11. *Rúbrica de evaluación para la ficha de trabajo a distancia FTD3*

Aspectos a considerar	Puntaje
Puntualidad en la entrega (entregar en la Sesión 4: 30 de setiembre).	1
Portada con nombre del estudiante y datos del curso para incorporar en el portafolio.	1
Nombre, edad y ocupación, oficio o cargo tradicional de la persona entrevistada.	1
Completa guía de planificación del microproyecto.	12
Reflexión manifiesta sobre las expectativas que tienen de la realización del microproyecto basado en las etnomatemáticas cabécares.	5
Total	20

7.5 LA PLANIFICACIÓN DEL TRABAJO FINAL DEL CURSO DMCM: MICROPROYECTO CURRICULAR BASADO EN LAS ETNOMATEMÁTICAS CABÉCARES

Durante el proceso colaborativo del diseño curricular del curso DMCM se tomaron varias decisiones por consenso entre la encargada de la cátedra del curso DMCM, la profesora titular del curso DMCM y la profesora del curso CEMEI, que fueron avaladas por la Comisión del Enlace del Programa Interuniversitario Siwá-Pákö. Una de las decisiones relevantes es que el proyecto final de evaluación del curso DMCM sea el desarrollo de un Microproyecto Curricular (Oliveras, 1996) basado en las etnomatemáticas cabécares, al cual se le otorgó el 40% del valor total de la calificación del curso.

Las interacciones telemáticas prolongadas que se realizaron entre la investigadora (como profesora del CEMEI) y la encargada de la cátedra DMCM permitió que se consolidara un proceso colaborativo de planificación curricular. En dicho proceso se discutieron ideas relacionadas con los resultados parciales de los estudios base que sustentan esta investigación y que sirvieron como fundamento empírico para la planificación del curso CEMEI. Así como también sirvieron como elementos valorativos para la planificación de las sesiones del curso DMCM.

Como uno de los resultados del estudio base EB2, se propuso que el proceso de elaboración del microproyecto se realizara de manera transversal durante todo el curso DMCM y que los avances del mismo se consignaran en el portafolio, para mostrar evidencias de cada uno de los hallazgos durante el proceso. Es decir, se propone que todo el material que se produce en el transcurso del microproyecto sea discutido y corregido desde el momento del planteamiento hasta la ejecución del plan de trabajo. De esta manera se permite valorar el progreso de cada maestro indígena en formación durante el microproyecto. Se sugiere que se coleccionen textos, fotografías, instrumentos utilizados, entrevistas, diagramas o reflexiones, entre otros.

En el documento "Orientaciones para el curso Didáctica de las Matemáticas en contextos multiculturales" (Anexo D4), se facilita a los maestros en formación las siguientes consideraciones importantes relacionadas a los microproyectos:

- El microproyecto se basa en un *"signo"* (o rasgo) de la cultura que puede guardar de forma implícita conocimientos de carácter científico y que serán puestos en evidencia mediante la ejecución del mismo.
- Es un *plan de trabajo* que requiere una estructura que permita organizar de forma exitosa la idea inicial por investigar.

- La estructura se puede *modificar* según los intereses y la información recuperada durante el proceso. Pero hay *elementos básicos* necesarios para identificar el microproyecto.
- Debe considerarse como un *planteamiento interdisciplinar* en cuanto a los contenidos o temáticas, es decir que se deben involucrar otras asignaturas del currículo escolar.
- A pesar de incorporar otras asignaturas, se debe enfatizar *la matemática como disciplina central alrededor de la cual se programe lo educativo* tanto en la propuesta como en la recuperación de los saberes culturales.
- Responde a un *enfoque socio-constructivista* de significados matemáticos contextualizados.
- A pesar de que el micro-proyecto no necesariamente responde a los planteamientos de los programas del MEP, es importante *vincularlo con algunos objetivos y contenidos de las materias básicas* del currículo nacional.
- Requiere de un *compromiso ético del docente* que lleva acabo el microproyecto, por cuanto debe mostrar valores como responsabilidad, respeto y transparencia, al interactuar con la comunidad y los estudiantes durante la recuperación de los saberes de la cultura.

Dado que el valor porcentual del trabajo final del curso DMCM es de 40%, se procura con estos documentos orientar hacia una coherencia secuencial y una homogeneidad de presentación en los trabajos de los maestros en formación. Por lo tanto, para orientar a los maestros para la redacción del informe final, la profesora del curso CEMEI diseñó algunos materiales: el documento 'Instrucciones para elaborar el Microproyecto Curricular basado en Etnomatemáticas Cabécares' lo hemos incorporado en el Anexo E8 y, el documento 'Preguntas orientadoras para elaborar el informe escrito del Microproyecto basado en Etnomatemáticas Cabécares' se ubica en el Anexo E9.

Además, la rúbrica de evaluación del Trabajo Final del curso DMCM fue propuesta por la investigadora—profesora del curso CEMEI—y fue discutida y aprobada a través del consenso entre la encargada de la cátedra del curso DMCM, la profesora titular del curso DMCM y la Comisión del Enlace del PISP, dicha 'Rúbrica de Evaluación del Microproyecto Curricular basado en Etnomatemáticas Cabécares' se encuentra en el Anexo E10. Con la elaboración del microproyecto se persigue motivar a los maestros indígenas en formación hacia nuevas experiencias de innovación curricular intercultural, favoreciendo un proceso de *investigación de tipo participativa* con las comunidades cabécares en las cuales ejercen la docencia.

La investigación participativa se concibe como un proceso de investigación orientado a facilitar la transformación social y Grossi (1988, citado en Sandín, 2003) caracteriza la investigación participativa como una actividad educativa, de investigación y acción social. Bartolomé y Acosta (1992, citados en Sandín, 2003) establecen que la investigación participativa puede considerarse como un proceso sistemático, que lleva a cabo una determinada comunidad para consolidar un conocimiento más profundo, a través de la descripción de los problemas y tratar de solucionarlos, al generar

conocimientos necesarios para definir acciones que permitan el cambio, la transformación y la mejora de la realidad social.

Los microproyectos pretendidos se acercan a la investigación participativa, puesto que el maestro indígena puede implicar a miembros de la comunidad para satisfacer las preguntas que surgen en su proceso investigativo y para planificar una acción didáctica que esté acorde a la realidad de la comunidad, reivindicando el conocimiento cultural indígena que ha sido menospreciado socialmente por la comunidad nacional.

7.6 REFLEXIONES DEL CAPÍTULO 7

En la descripción de la planificación del modelo MOCEMEI hemos pretendido mostrar la coherencia entre los fundamentos teóricos y los fundamentos empíricos que sustentan su diseño y que son resultados de esta investigación. Como concreción de la planificación, consideramos los resultados del estudio EB4, para adaptar el modelo general a las situaciones reportadas para el caso específico de dieciséis maestros cabécares que participan en el plan de estudios de Bachillerato en I y II ciclo de Educación General Básica con énfasis en lengua y cultura cabécar.

Las problemáticas reportadas como hallazgos en el estudio EB4 coinciden con otros reportes de investigación que consultamos dentro del estudio de antecedentes (Capítulo 1), por ejemplo, Gaete y Jiménez (2009, citados en Gaete y Jiménez, 2011, p.105) reportan que "los docentes en primaria informan que cuando no manejan algún tema de matemática, ellos prescinden de éste o lo ven muy superficialmente lo que evidencia problemas de formación en el campo de la didáctica y de contenidos matemáticos" y esta situación coincide con nuestros resultados.

Para el diseño de la planificación del modelo MOCEMEI, consideramos que el reconocimiento de la diversidad cultural, alude a la 'puesta en valor' de aspectos culturales habitualmente silenciados o minusvalorados en el contexto socioeducativo. En particular, en Costa Rica, como se mostró en el Capítulo 1, existe una cuota de infravaloración del conocimiento cultural indígena en la mayoría de la población.

Dicho reconocimiento presupone, en sí mismo, un acto de conocimiento y, un compromiso por distinguir 'lo uno' de 'lo otro', 'lo semejante' de 'lo distinto', 'lo relevante' de 'lo irrelevante'. Conlleva la puesta en valor de otros esquemas cognitivos, en los cuales se involucra la posibilidad de utilizar otros principios de ordenamiento e interpretación de la realidad. Es por esto que proponemos con Oliveras (1996, 2005, 2006) el desarrollo de Microproyectos Curriculares para la educación intercultural, como un medio para promover mejoras y alternativas didácticas en la competencia de planificación, favoreciendo la sensibilización docente por la multiculturalidad y la interdisciplinariedad, más acordes con una visión cultural holística.

CAPÍTULO 8. ESTUDIO FUNDANTE (EF): ETNOGRAFÍA DE AULA CON MAESTROS CABÉCARES Y EVALUACIÓN DEL MOCEMEI



"El fin último de la educación es cultivar la sabiduría para su propio desarrollo sociocultural hacia el cual deben dirigirse todos los esfuerzos del hombre en la búsqueda de la cúspide más elevada de su destino [...] La enseñanza de los conocimientos de la diversidad cultural es un proceso necesario, legítimo para la supervivencia humana, ya que el hombre se ve obligado a aprender el lenguaje del comportamiento natural y de allí su desarrollo social para seguir existiendo.[...] Porque un pueblo y una cultura sin tierra y con hambre, desposeída, sin oportunidad, humillada todos los días y con una educación que no responde a sus propios intereses, está condenada a morir y a la desaparición total." (Severiano Fernández Torres, Asesor Nacional de Educación Indígena, Etnia Bribri-Cabécar)

8.1 PRESENTACIÓN DEL CAPÍTULO 8

En este capítulo exponemos los resultados del estudio fundante de esta tesis, que corresponde a una Etnografía de Aula con Maestros Cabécares, que estudia la implementación del curso CEMEI. Se aplicaron los fundamentos empíricos y teóricos implicados en el diseño de la propuesta formativa basada en etnomatemáticas, enculturación y microproyectos para la educación intercultural, que fue descrita en el Capítulo 7, y se evalúa el modelo elaborado para el curso MOCEMEI.

En el estudio EF se concretan los objetivos de investigación que persiguen implementar la propuesta elaborada con profesores en formación inicial que pertenezcan a un grupo étnico de Costa Rica (O2.2) y evaluar la propuesta formativa mediante el análisis de la información recopilada durante la implementación (O2.3).

Los resultados de dicha evaluación se presentan en dos partes: en la primera parte presentamos el análisis descriptivo de contenido respecto a la implementación del MOCEMEI y, en la segunda parte presentamos un estudio interpretativo de casos con una muestra de cinco maestros cabécares, que expone los alcances en la formación profesional.

8.2 EL SENTIDO Y EL APORTE DEL ESTUDIO FUNDANTE

El sentido de este estudio radica en realizar un análisis etnográfico que permita conocer las circunstancias en las que se desarrolló la implementación del Curso de Etnomatemáticas para Maestros de Entornos Indígenas (CEMEI), y las producciones de los maestros que lo cursaron. Con el conocimiento del ecosistema y de sus frutos podremos dar unos criterios de validación, que permitan juzgar el aporte que el modelo elaborado hace al campo de la formación de profesores indígenas.

Con el desarrollo de este estudio se abordan los siguientes propósitos parciales de investigación:

- O2.2.1: Conocer las posibilidades prácticas del modelo de formación a través de la aplicación de la técnica del portafolio.
- O2.2.2: Constatar las competencias promovidas con la aplicación del modelo formativo, a través del análisis de los microproyectos curriculares basados en etnomatemáticas cabécares.
- O2.3.1: Analizar la información de los reportes escritos de observación suministrados por las profesoras universitarias implicadas en el estudio EF (Primera Fase de análisis).
- O2.3.2: Analizar la información de las producciones escritas consignadas en el portafolio por una muestra de cinco maestros indígenas en formación implicados

en el estudio EF para facilitar la evaluación de la propuesta formativa (Segunda Fase de Análisis).

Los resultados del análisis descriptivo e interpretativo que vamos a exponer nos permiten reconocer los aspectos metodológicos, los contenidos programáticos y las peculiaridades que deben tomarse en cuenta para proponer un programa estable de formación de profesores que considere las etnomatemáticas como fundamento teórico primordial y ese es el principal aporte de este estudio fundante.

La implementación del diseño curricular formativo que proponemos se desarrolla durante la etapa 4 (E4) de la espiral que hemos construido para describir la trayectoria de esta investigación, mientras que la evaluación del modelo MOCEMEI abarca los cuatro estadios que conforman la etapa 5 (E5) del diseño estructural propuesto y que han sido descritos en el Capítulo 3: E5-F1, E5-F2, E5-F3 y E5-F4.

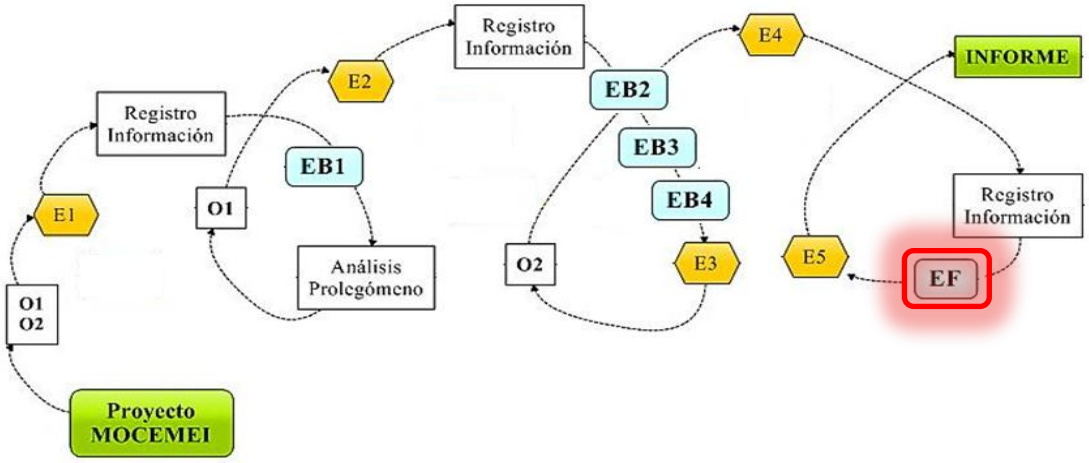


Figura 8.1. Ubicación del estudio fundante EF en el modelo espiral del MOCEMEI.

8.3 EL PROCESO DE INVESTIGACIÓN EN EL ESTUDIO FUNDANTE (EF)

El estudio fundante (EF) está desarrollado a través de métodos etnográficos. Los roles sociales de la investigadora en el trabajo de campo fueron de *observadora participante* y *totalmente participante* (Hammersley y Atkinson, 1994) durante la aplicación del curso diseñado, aplicando el material elaborado para la propuesta formativa a desarrollar con maestros cabécares, que fue descrita en el Capítulo 7.

En el Capítulo 3 hemos expuesto los aspectos metodológicos que permiten resolver los aspectos éticos y técnicos para estudiar la información recogida y realizar la evaluación del modelo a través del análisis cualitativo de contenido; además, en dicho capítulo se describió la metodología para el tratamiento de la información

proporcionada por los distintos participantes en el estudio, separándolos de acuerdo a su perfil y a su rol en la investigación.

A continuación exponemos una síntesis de los elementos principales del proceso investigativo implicados en este estudio fundante.

- Los *participantes del estudio* se separan en dos grupos de acuerdo a su perfil y a su rol. El primer grupo lo constituyen las profesoras universitarias observadoras y evaluadoras del modelo. El segundo grupo lo constituyen los maestros cabécares en formación.
- Las herramientas para la recogida de información y los *códigos de identificación* de los informantes clave están asociados a su rol en el estudio:
    - PIOP: profesora investigadora y observadora participante
    - RCOP: responsable del curso DMCM y observadora participante
    - PCOP: profesora del curso DMCM y observadora participante
    - PEOE: profesora externa y observadora evaluadora no participante
    - MCEC: maestros cabécares y estudiantes del curso DMCM
- Los *aspectos éticos* del trabajo empírico implicaron: la negociación de entrada (a través de la mediación logística de la Comisión Interinstitucional Siwá-Pákö), la aceptación de la investigadora como profesora invitada del curso DMCM, la negociación de entrada con las profesoras universitarias encargadas del diseño y aplicación del curso DMCM, la tramitación del Consentimiento Informado con los maestros cabécares en formación, el establecimiento del rapport con cada uno de los participantes del estudio (Goetz y LeCompte, 1988; Jackson, 1987; Martínez, 2007) y las consideraciones de investigación con indígenas que establece Grenier (1999).
- Los *aspectos técnicos* del trabajo empírico requirieron una separación de acuerdo a los roles de los participantes en la etnografía de aula. Por lo tanto, la información proviene de diversas fuentes:
    - Notas en los Diarios de Campo, realizadas por PIOP y RCOP
    - Protocolos de observación en el Instrumento de Registro Observacional, cumplimentados por PCOP y PEOE.
    - Producciones escritas por MCEC y consignadas en los portafolios.
    - Fotografías, grabaciones de audio y video de cada sesión presencial.
- El *análisis cualitativo de la información* se centró en la *dimensión de análisis* DA-EF que consistió en 'evaluar la propuesta formativa para maestros indígenas cabécares que incorpora las etnomatemáticas, la enculturación y los microproyectos para la educación intercultural'.
- Se realizaron *dos fases de análisis*, separando la información de acuerdo al origen de las fuentes de datos:
    - Primera Fase: información proporcionada por las profesoras observadoras y evaluadoras en la implementación del MOCEMEI.
    - Segunda Fase: información consignada en las producciones escritas de cinco maestros cabécares en formación (estudio de casos).

- La *primera fase* del estudio etnográfico está constituida por un *análisis descriptivo de contenido*, a partir de un proceso de inferencia de categorías inductivas, donde las *unidades de información* son los segmentos de texto en las cuales se describen los fenómenos ocurridos, en el escenario constituido por las sesiones presenciales del CEMEI. Resaltamos en la metodología de esta fase:
    - El tratamiento de la información se realizó a través de tres Metacategorías inductivas o Focos de Dimensión, determinados en debate con la tutora, sobre la forma de reducir la ingente cantidad de información, atendiendo a la relevancia de su contenido para los propósitos de investigación:
        - Situaciones y Contexto (S-C).
        - Acciones de sujetos propias de acuerdo a su Rol (A-S).
        - Interacciones entre sujetos con Roles Distintos (I-S).
    - Las *reglas de recuento* para la primera fase son prioritariamente las frecuencias de aparición, la distribución de frecuencias y frecuencias ponderadas.
    - El *marco de interpretación* para la primera fase se basa en los resultados de los estudios base (EB1, EB2, EB3 y EB4) y los fundamentos teóricos descritos en el Capítulo 2.
- La *segunda fase* está constituida por un *estudio de casos* realizado a una muestra intencional de cinco maestros indígenas en formación, que participaron en el curso, en la cual se implicó un *análisis descriptivo-interpretativo de contenido*, a través de un sistema prefijado de categorías deductivas, donde las *unidades de información* son los segmentos de los portafolios que integran la *unidad de muestreo* (Anexo E3) y que se realizó a través de las herramientas del programa MAXQDA10. Resaltamos en la metodología de esta fase:
    - En la segunda fase se consideran como *reglas de recuento* el orden de aparición, la contingencia y las frecuencias valorativas y distribuciones de frecuencias.
    - El marco de interpretación de la segunda fase integra los resultados de la primera fase de análisis, de los estudios base (EB1, EB2, EB3 y EB4) y de los fundamentos teóricos relacionados con etnomatemáticas (D'Ambrosio, 2007, 2008), Enculturación matemática (Bishop, 1995, 1999), Microproyectos y educación matemática intercultural (Oliveras, 2005, 2006) y Cosmovisión (Panikkar, 2006), entre otros.
- La *validez* en el estudio EF se procura a través de la exposición detallada del proceso que permite mostrar la *cristalización* del trabajo metodológico, en el la *triangulación* de los datos es transversal, produciendo también la validez de constructo.

8.4 PRIMERA FASE DE ANÁLISIS EN EL ESTUDIO FUNDANTE (EF)

La primera fase de análisis persigue realizar un análisis descriptivo de contenido respecto a la implementación del MOCEMEI que se realiza a partir de la información proporcionada por las profesoras universitarias implicadas en el estudio EF (propósito parcial O2.3.1).

El tratamiento de la información recopilada se organiza en tres focos para facilitar su descripción: las situaciones y contexto, las acciones de sujetos con distinto rol y las interacciones de sujetos con distinto rol.

La descripción de la implementación está implícita en el análisis, por lo tanto, vamos a exponer las evidencias del análisis descriptivo, siguiendo la coherencia de la planificación expuesta en el Capítulo 7; es decir, mostrando los resultados de cada sesión del curso CEMEI.

Posteriormente mostraremos el tratamiento de la información y los resultados organizados por focos de análisis.

8.4.1 DESCRIPCIÓN POR SESIONES DE LA IMPLEMENTACIÓN DEL MOCEMEI

En este apartado presentamos el tratamiento de la información relacionada con la descripción de la implementación en las sesiones presenciales del modelo MOCEMEI, tomando como referencia principal los reportes escritos elaborados por las informantes PIOP, RCOP, PCOP y PEOE, cuya información fue constatada previamente y triangulada con ayuda de las grabaciones de audio y de video realizadas en cada una de las sesiones.

La descripción ha sido realizada de manera independiente para cada sesión presencial y la información se ha organizado en dos bloques. En el primer bloque se integran como componentes descriptivos: la fecha, hora de inicio, hora de finalización, participantes, lugar y agenda tratada en la sesión. En el segundo bloque descriptivo la información es organizada de manera tabular, de acuerdo a los tres focos de análisis: situación y contexto (S-C), acciones de sujetos con rol distinto (A-S) e interacciones de sujetos con rol distinto (I-S).

Las tablas donde se organizó la información de las descripciones correspondientes a cada foco de análisis se encuentra en el Anexo C10 y comprende tanto los documentos escritos como los documentos gráficos.

En las fotografías que integran las tablas de los documentos gráficos, se asignaron colores para identificar cada foco de análisis. De este modo, al foco S-C le corresponde

el color verde y al foco I-S le corresponde el color turquesa. En el foco A-S se asignaron colores para cada sujeto con distinto rol, de modo que a PIOP se le asigna el color rojo, a PCOP y RCOP se les asignó el color fucsia, a PEOE el color morado y a MCEC amarillo.

8.4.1.1 DESCRIPCIÓN DE LA PRIMERA SESIÓN

La primera sesión presencial se desarrolló el viernes 01 de agosto de 2011, a partir de las 19h y tuvo una duración aproximada de tres horas. Participaron en la primera sesión presencial doce maestros indígenas en formación y las profesoras informantes: PIOP, RCOP, PCOP, PEOE.

Los principales elementos de la agenda desarrollada son los siguientes:

- 19:00. Saludo y presentación de las profesoras y los maestros indígenas en formación.
- 19:20. Gestión del consentimiento informado por parte de PIOP.
- 19:30. Explicación de los contenidos del curso y del documento 'Orientaciones para el curso DMCM', por parte de RCOP.
- Distribución del material del curso: carpeta del portafolio, libros de texto escolares, y material de la primera sesión presencial, por parte de PCOP.
- 20:10 a 20:30. Receso para cenar.
- Presentación de diapositivas a cargo de PIOP.
- Resolución de las fichas F1A, F1B, F1C y F1D por parte de MCEC y conducidos por PIOP.
- Explicación de la ficha FTD1 por parte de PIOP.
- 22:00. Despedida a cargo de las profesoras PIOP, RCOP y PCOP.

En términos generales, el diseño propuesto para la primera sesión presencial tuvo varias interrupciones imprevistas en términos logísticos, como el ordenamiento del espacio del salón donde se desarrolló la sesión y la explicación de la distribución del tiempo y actividades completas del curso DMCM, que despertaron dudas en los maestros indígenas y limitaron el tiempo en el desarrollo de las actividades didácticas previstas para el curso CEMEI.

Foco S-C en la primera sesión

El aula en la que se desarrolló la primera sesión era pequeña, con muchos pupitres, que hacían difícil que la profesora PIOP pudiera desplazarse hasta donde estaban los maestros para observar el trabajo de las fichas. La disposición del mobiliario fue en filas y las otras profesoras (RCOP, PCOP y PEOE) se ubicaron a la izquierda, en una esquina. Los maestros prefirieron trabajar de manera individual.



Figura 8.2. Situación y contexto durante la Sesión 1 del CEMEI.

En la primera sesión se tomaron muy pocas fotografías debido al trabajo de orientación y logística que requería. Además se consideró como una acción prudente por parte de la investigadora, para no 'violentar' la situación. Sin embargo toda la sesión se grabó en audio y video.

Foco A-S en la primera sesión

La primera sesión transcurrió como una sesión orientativa en la cual las dos profesoras del curso (PIOP y PCOP) y la profesora coordinadora (RCOP) se encargaron de explicar a los maestros indígenas la metodología de las sesiones, el trabajo no presencial y la evaluación. La sesión se dividió en dos partes: la primera parte orientativa de las características generales del curso DMCM y, la segunda parte en la cual se desarrolló la planificación prevista para el CEMEI por parte de PIOP.

Foco I-S en la primera sesión

Las interacciones durante la primera sesión se concentraron en la manifestación de los maestros cabécares sobre la dinámica y evaluación del curso. Durante la fase instruccional de desarrollo de los contenidos del CEMEI las interacciones se concentraron en las dudas de los MCEC y las aclaraciones de la profesora PIOP.

8.4.1.2 DESCRIPCIÓN DE LA SEGUNDA SESIÓN

La segunda sesión presencial se desarrolló el viernes 19 de Agosto de 2011, a partir de las 19h. Participaron trece maestros indígenas en formación y las profesoras informantes: PIOP, RCOP, PCOP, PEOE. Tuvo una duración aproximada de dos horas y cuarenta y cinco minutos. Los principales eventos de esta sesión son los siguientes:

- 19:00 a 19:25. Receso para cenar
- 19:30. Saludo y revisión de la FTD1 (Ficha de Trabajo a Distancia 1).
- 20:20. Presentación de diapositivas a cargo de PIOP.
- 20:35. Resolución de las fichas F2A, F2B, F2C y F2D por parte de MCEC y conducidos por PIOP.
- Explicación de la ficha FTD2 por parte de PIOP.
- 21:45. Despedida a cargo de las profesoras PIOP, RCOP y PCOP.

Foco S-C en la segunda sesión

La segunda sesión contó con otro espacio del campus para su desarrollo. En este caso, el acomodo del mobiliario del salón de clase favoreció la toma de datos en video. Sin embargo, por actividades desarrolladas en el Campus Universitario hubo interrupciones debido al ruido que se generaba fuera del salón y estas interrupciones estuvieron fuera del control de las profesoras del curso.



Figura 8.3. Situación y contexto durante la Sesión 2 del CEMEI.

En la imagen se observa el acomodo del mobiliario en forma de semi-círculo para que los maestros en formación y las profesoras tuvieran más contacto y las imágenes que registraban las cámaras de fotos y video abarcaran la mayor cantidad de sujetos posible. El equipo de grabación de video se ubicó en el extremo izquierdo y las tres profesoras observadoras: PEOE, RCOP y PCOP detrás del semi-círculo trabajando cada una en las funciones de su rol.

Además, se observa la mesa de trabajo en la cual la profesora PIOP tenía la grabadora de voz en la que registró las participaciones de todos los maestros indígenas y algunos materiales escritos como apoyo para desarrollar la sesión, como por ejemplo: el guion de la clase, el documento de 'Orientaciones para el curso DMCM', el libro de Oliveras (1996) y resúmenes sobre lecturas de D'Ambrosio y Bishop.

Foco A-S en la segunda sesión

Los maestros cabécares no trabajaron en parejas como fue propuesto sino que desarrollaron el trabajo presencial de forma individual. Durante la segunda sesión, las acciones de sujetos con rol distinto fueron más dinámicas con respecto a la primera sesión. El tiempo se administró de manera más eficiente y se desarrollaron los contenidos y se cumplieron los objetivos propuestos en la planificación prevista por parte de la profesora-investigadora (PIOP).

Foco I-S en la segunda sesión

En la Segunda sesión se desarrolló un periodo de interacciones en las cuales los maestros indígenas preguntaron, expusieron sus ejemplos y puntos de vista respecto a la temática desarrollada, cuyos contenidos correspondieron a afianzar el concepto de Etnomatemáticas, los conocimientos culturales de la etnia Cabécar que se relacionan con contenidos matemáticos y el concepto de Enculturación Matemática, así como

también la identificación de Actividades Matemáticas Universales dentro de las actividades culturales cabécares. Todas las interacciones fueron coordinadas por PIOP.

8.4.1.3 DESCRIPCIÓN DE LA TERCERA SESIÓN

La tercera sesión presencial se desarrolló el viernes 02 de Setiembre de 2011, a partir de las 19h. Tuvo una duración aproximada de tres horas y quince minutos. En esta sesión participaron los quince maestros indígenas en formación matriculados en el curso DMCM y las profesoras informantes: PIOP, RCOP, PCOP, PEOE.

Los principales eventos de esta sesión son los siguientes:

- 19:00 a 19:20. Receso para cenar
- 19:25. Saludo y fotografías de los participantes del curso CEMEI.
- 19:30. Revisión de la FTD2 y de la FTD1 de los maestros que no lo expusieron en la segunda sesión.
- 20:45. Presentación de diapositivas a cargo de PIOP.
- 21:00. Resolución de las fichas F3A, F3B, F3C y F3D por parte de MCEC y conducidos por PIOP.
- 21:30. Explicación de la ficha FTD3 y del proceso del Microproyecto por parte de PIOP.
- 22:00. Despedida y evaluación oral del curso por parte de MCEC y de las profesoras PIOP, RCOP y PCOP.

Foco S-C en la tercera sesión

La tercera sesión se desarrolló en el mismo salón en el que se desarrolló la segunda sesión. En este espacio la ubicación de los maestros favorecía el contacto visual entre ellos y las profesoras participantes. A diferencia de las dos sesiones anteriores, en las que hubo algunas interrupciones, en esta sesión transcurrió de manera dinámica, pudiéndose desarrollar la mayoría de las actividades propuestas en la planificación.



Figura 8.4. Situación y contexto durante la Sesión 3 del CEMEI.

La figura anterior corresponde a una fotografía de todos los Sujetos Participantes en el MOCEMEI, es decir los maestros cabécares en formación y las profesoras observadoras participantes y evaluadoras.

Foco A-S en la tercera sesión

En esta sesión las acciones de sujetos con rol distinto se concentraron en afianzar los contenidos desarrollados en las dos sesiones anteriores. Los maestros indígenas trabajaron en las fichas propuestas, preponderantemente realizaron el trabajo de manera oral en vez de escrito.

Las profesoras participantes del curso se preocuparon por verificar de manera oral que los contenidos del curso CEMEI se hubieran comprendido por parte de los maestros en formación, como una estrategia de diagnosticar y poder dar seguimiento a estos en la cuarta sesión.

Foco I-S en la tercera sesión

En la Tercera Sesión los maestros indígenas expusieron sus trabajos a distancia, con lo cual las interacciones son más explícitas y de mayor duración con respecto a las dos sesiones anteriores. En dichas interacciones hubo participación tanto de los maestros en formación como de las profesoras observadoras participantes.

8.4.2 TRATAMIENTO DE LOS DATOS DE LAS TRES SESIONES POR UNIDADES DE DESCRIPCIÓN

El método de reunión de información por sesión y unidad de descripción persigue unificarla, teniendo como guía cada unidad de descripción común. Las tres unidades de descripción se reúnen a continuación en forma tabular, implicando las tres sesiones de trabajo. En la siguiente tabla mostramos el recuento de las sesiones sobre las cuales se realizó el tratamiento de los datos.

Tabla 8.1. *Recuento de datos que serán tratados por unidades de descripción y sesiones*

Información por unidades de descripción	S1	S2	S3	Total
Información de S-C	3	4	3	10
Información de A-S	69	62	57	188
Información de I-S	36	50	44	130
Total	108	116	104	328

La información gráfica se utilizará en momento posterior al análisis de contenido, puesto que la investigadora PIOP desarrolló simultáneamente la faceta instruccional e investigativa, es decir que durante la implementación no hubo una persona designada para registrar imágenes. El vídeo se operó de manera automática con un trípode y un ángulo fijo de la cámara y la grabadora de voz se mantuvo siempre en la mesa principal de trabajo de PIOP, en el centro del salón. Con estos recursos se trianguló la información de manera transversal al proceso de codificación y análisis de contenido.

En los siguientes apartados presentaremos la información de las tres sesiones, reunida según se traten de situaciones y contexto, acciones de sujetos realizadas con arreglo a su rol distinto o interacciones de sujetos con diferente rol.

En cada uno de ellos hemos identificado *palabras clave* que son los *indicadores* para realizar el análisis de contenido descriptivo. A partir de las palabras clave se ha realizado una organización tabular, indicando en la primera columna el sujeto que reporta la información, en la segunda columna se reporta la descripción del sujeto y en la tercera columna hemos colocado las palabras clave que identificamos en la descripción de la segunda columna.

Posteriormente a la organización tabular, en cada uno de las unidades de descripción se realizó un recuento de frecuencias de palabras clave, utilizando para ello una hoja electrónica de Excel.

8.4.3 LAS SITUACIONES Y EL CONTEXTO DURANTE LA IMPLEMENTACIÓN DEL MOCEMEI

Existen aspectos que no fueron considerados dentro de la planificación del modelo MOCEMEI y que incidieron en su implementación, por ejemplo las condiciones del entorno de aula y las gestiones propias del trabajo de organización logística de las sesiones por parte de las profesoras formadoras, así como la anuencia de los maestros en formación ante la propuesta metodológica planteada para el desarrollo de los contenidos instruccionales.

A continuación exponemos la forma en que se organizó la información para el análisis de contenido y los resultados del mismo.

8.4.3.1 TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN RELACIONADA CON EL FOCO 'SITUACIONES Y CONTEXTO' DURANTE LA IMPLEMENTACIÓN DEL MOCEMEI

La información se organizó en una plantilla tabular con tres columnas: en la primera columna se identificó el momento y la fuente que reporta la información, en la segunda columna se incorporó la unidad de análisis y la tercera columna corresponde a las palabras clave que son los indicadores descriptivos del análisis de contenido.

Para la primera columna se creó un sistema de codificación con dos componentes que se refieren al momento y la fuente que reporta la información. Por ejemplo el código S2-RCOP se refiere a una unidad de información que reportó la profesora RCOP durante la segunda sesión de la implementación.

A continuación mostramos un extracto de la tabla con la cual se realizó el análisis de contenido para la unidad de descripción de situaciones y contexto (S-C) en documentos escritos. En este ejemplo presentamos información procedente de distintos

sujetos y en diferentes sesiones. El extenso de la tabla con el que se analizó el foco S-C se ubica en el Anexo C11.

Tabla 8.2. *Organización para análisis de contenido en documentos escritos de S-C*

Código	Unidad de Análisis	Indicador
S1-PCOP	La profesora logro mantener una hilaridad en su propuesta metodológica, además la atención y participación de los MCEC. Me parece excelente su manejo de grupo y el manejo e intercambio oral. El grupo de MCEC es bastante heterogéneo. Los MCEC se muestran incómodos con la cantidad de material escrito. Considero que se debe considerar disminuir la cantidad de tareas en forma escrita que los MCEC deben realizar en la sesión de trabajo, ya que se observa una tensión y dificultad para expresarse en forma escrita, no así en forma oral El empleo de fichas de trabajo favorece la organización metodológica de la clase.	Poco tiempo, prefieren oralidad, Fichas favorecen trabajo dirigido, grupo heterogéneo
S2-PEOE	Una hora después de iniciar la sesión se empieza el trabajo de las fichas, pero es importante aclarar que toda la etapa inicial fue muy significativa para todos y no se contempla dentro de este instrumento. El factor tiempo fue el mayor obstáculo. La metodología de trabajo fue muy interactiva.	Tiempo poco, Metodología Cambia a Interactiva
S3-RCOP	Inicia 7:19 p.m. Se inicia tomando una foto con todo el grupo y las profesoras, ya que, es la última sesión que PIOP imparte. 5 minutos por persona para comentar la tarea. Se recapitula en qué consistía la tarea, el tema anterior fue enculturación, se tenía que concentrar en una actividad de las matemáticas universales e identificar si la persona que entrevistaron para la tarea 1 era enculturador o instructor. Reyner no trajo la tarea.	Tiempo poco, FOTOS-grupo, Última sesión PIOP, Enlace-S2yS3

De manera análoga, la información proveniente de los documentos gráficos también fue organizada de manera tabular para complementar y confirmar el proceso inferencial en el análisis de contenido. A continuación mostramos un ejemplo de dicha organización. La tabla completa está incluida en el Anexo C11.

Tabla 8.3. *Organización para análisis de contenido en documentos gráficos de S-C*

Sesión-Información gráfica	Unidad de Análisis	Indicador
 S2,S-C	S2: En esta imagen se observa la disposición de los MCEC durante la segunda sesión. El aula era grande y se decidió acomodar el mobiliario en forma de semi-círculo para que los MCEC y las profesoras tuvieran más contacto y las imágenes que registraban las cámaras de fotos y video abarcaran la mayor cantidad de sujetos posible. Además, se nota detrás, en el extremo derecho, a la profesora PEOE y en el extremo izquierdo la cámara de video con la cual fueron grabadas las sesiones.	Aula Grande Filas NO, favorece interacción PEOE-Detrás Cámara video: Acomodo incide en toma de datos gráficos

El proceso inferencial de reconocimiento de indicadores a través de palabras clave, se concretó en las *categorías inductivas de carácter descriptivo*, cuyos códigos y descriptores enunciamos a continuación:

- S-C_01: Poco tiempo para desarrollo instruccional
- S-C_02: Individualidad manifestada en MCEC
- S-C_03: Trabajo dirigido por PIOP
- S-C_04: Prevalece la oralidad en MCEC y favorece la implementación
- S-C_05: Trabajo fichas terminado durante la sesión
- S-C_06: Debate oral de MCEC a partir de FTD
- S-C_07: Gestión evidente del portafolio de MCEC
- S-C_08: Articulación y continuidad de contenidos
- S-C_09: Dificultades en lectoescritura manifestadas en MCEC
- S-C_10: Tamaño del aula y acomodo idóneo de mobiliario
- S-C_11: Relaciones interpersonales entre sujetos
- S-C_12: Presencia explicita de equipo para registro de información

8.4.3.2 RESULTADOS DEL ANÁLISIS DESCRIPTIVO SEGÚN LAS 'SITUACIONES Y CONTEXTO' DURANTE LA IMPLEMENTACIÓN DEL MOCEMEI

La información descriptiva relativa al foco Situaciones y Contexto (S-C) fue dividida y codificada para establecer indicadores sobre la fuente y el momento de la observación. Del proceso inferencial de estudio de los indicadores se obtienen categorías inductivas, que son contabilizadas a través de indicadores de frecuencia de aparición y frecuencias valorativas. En la siguiente tabla mostramos el resumen cuantitativo del análisis.

Tabla 8.4. *Recuento de categorías descriptivas sobre Situaciones y Contexto en el análisis de contenido del estudio EF*

Categorías	Frecuencia de aparición			Porcentaje de Frecuencia		
Descriptivas sobre S-C	S1	S2	S3	S1	S2	S3
S-C_01	2	2	2	33,3	33,3	33,3
S-C_02	3	5	1	33,3	55,6	11,1
S-C_03	2	6	3	18,2	54,5	27,3
S-C_04	1	3	3	14,3	42,9	42,9
S-C_05	2	6	0	25,0	75,0	0,0
S-C_06	0	2	2	0,0	50,0	50,0
S-C_07	0	3	0	0,0	100	0,0
S-C_08	0	3	1	0,0	75,0	25,0
S-C_09	4	0	0	100	0,0	0,0
S-C_10	2	5	1	25,0	62,5	12,5
S-C_11	0	0	4	0,0	0,0	100
S-C_12	1	3	4	12,5	37,5	50,0

En la primera sesión predomina la referencia al indicador relacionado con las *dificultades en lectoescritura (en español)* detectadas por las observadoras. En la segunda sesión se destaca la *gestión adecuada del trabajo instruccional*, manifestada en

el desarrollo completo de las actividades consignadas en el portafolio. En la tercera sesión sobresale la evolución de las *relaciones interpersonales* entre los sujetos que participan en el estudio fundante EF.

Otros aspectos que nos interesa señalar de la tabla anterior son que el indicador descriptivo con código S-C_01 (poco tiempo en las sesiones) tiene el mismo porcentaje de frecuencia en las tres sesiones y en general, en la segunda sesión es donde los indicadores de descripción relacionados con el foco S-C presentan un marcado incremento.

Pasamos a exponer los principales resultados del análisis de la información aportada por las tres sesiones, respecto al foco de análisis Situaciones y Contexto:

- El factor tiempo fue el mayor elemento a resaltar en todas las sesiones.
    - Por el rendimiento de los maestros en formación:
        - El tiempo es poco para las tareas previstas. Desde nuestra perspectiva, porque el nivel de lectoescritura en el idioma Español y de escritura en lengua Cabécar de los maestros en formación incide en que resuelvan con lentitud las fichas propuestas.
        - El tiempo es poco para las tareas previstas porque el horario de la clase está situado en las horas finales del día (desde 19h hasta 22 h) y su rendimiento es menor por el cansancio físico o mental, debido a varios factores como: desplazamiento hasta el campus universitario (mínimo tres horas) y el poco tiempo de descanso entre las sesiones de los cursos del plan de estudios, que inician desde las 15h y se extienden hasta las 22h.
    - Por otras circunstancias no previsibles:
        - El tiempo programado de tres horas para cada sesión queda reducido, porque parte de él hay que dedicarlo a organizar el espacio del aula y el equipo de grabación para la toma de datos, ya que el aula estaba previamente ocupada por otro curso.
        - El tiempo es poco por otras situaciones ajenas a la programación: gestión de documentos de admisión de los alumnos, horario de autobuses de los alumnos, relaciones sociales entre los alumnos y las profesoras observadoras.
- La disposición del mobiliario del aula en forma de semi-círculo favorece:
    - la comunicación entre los maestros en formación,
    - los proceso de interacción con las profesoras y
    - la toma de datos con cámaras de fotos, video y audio-grabadora.
- El grupo de maestros indígenas es heterogéneo en cuanto a su preparación previa para abordar este curso.
- La dinámica de la clase fue modificada respecto a la programación en:
    - Mayor tiempo del previsto para la gestión del portafolio.

- Debido al poco tiempo disponible, se concedió a los maestros en formación su preferencia de presentar sus aportaciones de manera oral en lugar de escrita.

♦ No se pudo realizar la autoevaluación escrita de las sesiones por todo el grupo (profesoras y alumnos) por falta de tiempo, sin embargo hay indicios gráficos de autosatisfacción por parte de los participantes.

8.4.4 LAS ACCIONES DE SUJETOS CON DISTINTO ROL DURANTE LA IMPLEMENTACIÓN DEL MOCEMEI

8.4.4.1 TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN RELACIONADA CON EL FOCO 'ACCIONES DE SUJETOS CON DISTINTO ROL' DURANTE LA IMPLEMENTACIÓN DEL MOCEMEI

La información concerniente a las acciones de los sujetos con arreglo a su distinto rol se organizó en una plantilla tabular y posteriormente fue separada por sujetos con rol distinto para identificar los indicadores que describen las acciones realizadas durante la implementación del MOCEMEI. La codificación en el análisis de este foco, es análoga al foco de análisis anterior.

Para facilitar el proceso inferencial de análisis, la información concerniente al foco 'Acciones de los sujetos propias de su rol' fue organizada de manera tabular, separando el momento y el sujeto que reporta la acción, el sujeto que la realiza, la unidad de análisis y el indicador descriptivo de la acción (palabras clave). En el Anexo C11 hemos ubicado el extenso de las tablas con las cuales se realizó el análisis de contenido para el foco A-S. A continuación mostramos un extracto de dicho proceso de análisis.

Tabla 8.5. *Organización para análisis de contenido en documentos escritos de A-S*

Código	Acción	Unidad de Análisis (A-S)	Indicador
S2-RCOP	PIOP	PIOP inicia contando la experiencia que tuvo con el Ministro de Educación Pública, les indica que vio fotos de él inaugurando escuelas indígenas,	Motivación
	PCOP	PCOP se dedica a pasar la lista de asistencia de la sesión anterior para el registro de la profesora.	Gestión-Clase
	PIOP	Presenta una diapositiva con la afirmación "Hay matemáticas en la cultura cabécar", esa fue la conclusión de la sesión 1. ¿Cómo clasificar las matemáticas? Los autores clasifican de varias formas: Artefactos, mentifactos y sociofactos. Hace relación con el curso de morfosintaxis del Cabécar. MCEC identifican que en esas palabras hay prefijos, que la terminación "factos" suena a hechos. ¿Cómo Ubiratán ve las Etnomatemáticas? Lo ve en acciones como: comparar, clasificar, cuantificar, medir,	Explica contenido

Tabla 8.5. *Organización para análisis de contenido en documentos escritos de A-S*

Código	Acción	Unidad de Análisis (A-S)	Indicador
		organizar, deducir y concluir (Bishop). Explica diferencias entre Enculturación e Instrucción, apoyándose en una diapositiva.	
	PIOP	Se ubican en la F2B Lectura, PIOP lee…	Explica contenido
	MCEC	MCEC siguen la lectura. F2B	Atiende a PIOP
	PIOP	indica que desde el punto de vista del autor (Bishop) hay que caracterizar la matemática en cada cultura y se hace a través de las seis actividades	Explica contenido
	MCEC	Ahora vamos a realizar la ficha F1A	Trabajo-Fichas
	PCOP	PCOP solicita a MCEC traer palitos el material que se utilizará a partir de la cuarta sesión.	Gestión-Clase

A la organización tabular mostrada anteriormente se le suma en el trabajo inferencial la aplicación del color con el que fue designado cada uno de los distintos roles de los participantes en el estudio EF. Para el foco A-S se asignaron colores para cada sujeto con distinto rol, de modo que a PIOP se le asigna el color rojo, a PCOP y RCOP se les asignó el color fucsia, a PEOE el color morado y a MCEC amarillo.

De esta manera, con ayuda de los colores, se pudo identificar y dividir la información para realizar los recuentos independientes para cada uno de los sujetos con diferente rol. En la siguiente imagen observamos la designación de color para la identificación de las acciones por distinto rol para facilitar los recuentos en el análisis de contenido del foco A-S.

S3-RCOP	MCEC	Hablan los MCEC sobre el reporte de su tarea. Keivin- Reynaldo- Deyner- Javier- Helberth- Gerardo- Maikol-	Participación-Debate: Cumplimiento FTD, Aportaciones por exposición oral
	PIOP	PIOP pregunta- comenta. Les solicita la artesanía a los MCEC, cada uno dijo cómo se llama. Se inicia con la presentación del power point. Luego se puso el video de la taracea pero sin audio.	Incita a debate oral, Gestión-Clase, Explica contenido
	MCEC	Llenan el portafolio	T.-Fichas
	PCOP-RCOP	Se les entregan materiales y se les explican las tareas.	Gestión-Clase

Figura 8.5. Designación de colores para proceso inferencial y de recuento en análisis de contenido descriptivo para el foco Acciones de Sujetos con distinto Rol.

Las fotografías tomadas durante las sesiones también fueron analizadas con la designación de colores como se observa a continuación.



Figura 8.6. Designación de colores en las fotografías para proceso inferencial en el foco Acciones de Sujetos con distinto Rol.

La fotografía corresponde a la segunda sesión y los colores indican acciones de PEOE (morado), PCOP y RCOP (fucsia) y MCEC (amarillo). Se observa en la imagen que los MCEC completan las fichas, PEOE y PCOP están llenando el Instrumento de Registro Observacional y RCOP está escribiendo en ordenador las notas de campo de la clase, registrando las actuaciones e interacciones que ocurrieron durante la sesión.

8.4.4.2 RESULTADOS DEL ANÁLISIS DESCRIPTIVO SEGÚN LAS 'ACCIONES DE SUJETOS CON DISTINTO ROL' DURANTE LA IMPLEMENTACIÓN DEL MOCEMEI

Durante el proceso inferencial de reconocimiento de indicadores a través de palabras clave, se concretaron para cada grupo de sujetos con distinto rol unas categorías inductivas de carácter descriptivo referidas a las acciones que fueron desarrolladas por cada uno de ellos durante la implementación del MOCEMEI.

A partir de las categorías inductivas descriptivas obtenidas del análisis de contenido, se realizaron los recuentos relacionados con la frecuencia de aparición, porcentajes de frecuencias y frecuencias valorativas de las acciones para los sujetos con distinto rol que sucedieron en la implementación del MOCEMEI, dichos recuentos se realizaron a través de hojas electrónicas, considerando los códigos para cada categoría inductiva descriptiva.

Los códigos y descriptores atribuidos a cada uno de estos grupos de categorías emergentes del análisis, así como los recuentos de las categorías descriptivas para cada uno de ellos los exponemos a continuación.

Acciones de maestros cabécares estudiantes del CEMEI

Las categorías descriptivas que emergen como resultado del análisis de contenido para las acciones de los maestros cabécares en formación durante la implementación del MOCEMEI son veintiuno, se codifican de la forma A-S_MCEC y se otorga una numeración secuencial a cada uno de los descriptores, como se muestra a continuación:

- A-S_MCEC-01: Trabaja con fichas
- A-S_MCEC-02: reacción positiva a logística
- A-S_MCEC-03: reacción negativa a logística

- A-S_MCEC-04: atiende explicaciones
- A-S_MCEC-05: trabajo colaborativo positivo
- A-S_MCEC-06: trabajo colaborativo negativo
- A-S_MCEC-07: gestión positiva del portafolio
- A-S_MCEC-08: gestión negativa del portafolio
- A-S_MCEC-09: cumplimiento de objetivos del portafolio
- A-S_MCEC-10: manifiesta relación afectiva positiva
- A-S_MCEC-11: manifiesta comprensión positiva
- A-S_MCEC-12: manifiesta comprensión negativa
- A-S_MCEC-13: completa fichas
- A-S_MCEC-14: no completa fichas
- A-S_MCEC-15: acepta trabajar en parejas
- A-S_MCEC-16: no acepta trabajar en parejas
- A-S_MCEC-17: evidencia motivación positiva
- A-S_MCEC-18: motivación mediante relación afectiva negativa
- A-S_MCEC-19: manifiesta angustia por incumplir tareas
- A-S_MCEC-20: exposición oral
- A-S_MCEC-21: cumplimiento de FTD

La tabla que resume los recuentos efectuados para las categorías que emergen del análisis de contenido relacionado con las acciones de los maestros cabécares en formación, que son los estudiantes del CEMEI se muestra a continuación

Tabla 8.6. *Recuento de categorías descriptivas sobre A-S de MCEC en el análisis de contenido del estudio EF*

Categorías Descriptivas sobre las Acciones de MCEC	Frecuencia de aparición			Porcentaje de Frecuencia por categoría		
	S1	S2	S3	S1	S2	S3
A-S_MCEC-01	7	2	2	63,6	18,2	18,2
A-S_MCEC-02	3	2	2	42,9	28,6	28,6
A-S_MCEC-03	1	2	2	20,0	40,0	40,0
A-S_MCEC-04	2	5	3	20,0	50,0	30,0
A-S_MCEC-05	1	1	1	33,3	33,3	33,3
A-S_MCEC-06	1	1	1	33,3	33,3	33,3
A-S_MCEC-07	2	2	3	28,6	28,6	42,9
A-S_MCEC-08	0	1	0	0,0	100,0	0,0
A-S_MCEC-09	4	4	4	33,3	33,3	33,3
A-S_MCEC-10	2	3	0	40,0	60,0	0,0
A-S_MCEC-11	2	4	2	25,0	50,0	25,0
A-S_MCEC-12	2	1	0	66,7	33,3	0,0
A-S_MCEC-13	2	3	2	28,6	42,9	28,6
A-S_MCEC-14	2	1	2	40,0	20,0	40,0
A-S_MCEC-15	0	1	1	0,0	50,0	50,0
A-S_MCEC-16	2	1	1	50,0	25,0	25,0
A-S_MCEC-17	1	0	0	100,0	0,0	0,0

Tabla 8.6. *Recuento de categorías descriptivas sobre A-S de MCEC en el análisis de contenido del estudio EF*

Categorías Descriptivas sobre las Acciones de MCEC	Frecuencia de aparición			Porcentaje de Frecuencia por categoría		
	S1	S2	S3	S1	S2	S3
A-S_MCEC-18	0	1	1	0,0	50,0	50,0
A-S_MCEC-19	0	1	1	0,0	50,0	50,0
A-S_MCEC-20	2	5	3	20,0	50,0	30,0
A-S_MCEC-21	0	1	2	0,0	33,3	66,7
Frecuencia valorativa por sesión	36	42	33	32,4	37,8	29,7

Del contenido de la tabla anterior, podemos destacar los siguientes resultados en relación a las acciones de los maestros cabécares en su faceta de alumnos del curso CEMEI.

- En la primera sesión se reconoce la existencia de un trabajo dirigido, puesto que los estudiantes estaban reconociendo el material de trabajo y asimilando la dinámica de clase y metodología propuesta. Podemos observar que en la primera sesión el trabajo con las fichas prevalece (63,6%) y los estudiantes manifiestan poca comprensión (66,7%) de los temas abordados. Sin embargo todos los maestros en formación manifiestan motivación por el curso.
- Los objetivos pretendidos con el uso de la técnica del portafolio y la promoción del trabajo colaborativo fue una actividad constante (33,3%) en la dinámica de trabajo de los estudiantes durante las tres sesiones presenciales.
- En la segunda sesión hay mayor reporte de actividad de los estudiantes con respecto a la atención de las explicaciones, el poner de manifiesto la comprensión de los temas tratados y mayor dinámica de exposición oral por parte de los estudiantes.
- En general, de las tres sesiones, la segunda es la que presenta mayor actividad por parte de los alumnos.

Acciones de la investigadora-observadora participante en su faceta de profesora del CEMEI

Las categorías descriptivas que emergen como resultado del análisis de contenido para las acciones de la profesora investigadora durante la implementación del MOCEMEI son veintitrés, se codifican de la forma A-S_PIOP y se numera secuencialmente cada uno de los descriptores como mostramos a continuación:

- A-S_PIOP-01: explicación positiva de contenidos
- A-S_PIOP-02: explicación negativa de contenidos
- A-S_PIOP-03: gestión positiva de la sesión
- A-S_PIOP-04: gestión negativa de la sesión
- A-S_PIOP-05: explica ficha de trabajo a distancia
- A-S_PIOP-06: induce gestión del portafolio positivamente
- A-S_PIOP-07: induce gestión del portafolio negativamente
- A-S_PIOP-08: inducción positiva de trabajo en parejas
- A-S_PIOP-09: inducción negativa de trabajo en parejas

- A-S_PIOP-10: gestiona positivamente resolución de fichas
- A-S_PIOP-11: gestiona negativamente resolución de fichas
- A-S_PIOP-12: control positivo de distribución del tiempo de la sesión
- A-S_PIOP-13: control negativo de distribución del tiempo de la sesión
- A-S_PIOP-14: atiende preguntas de MCEC
- A-S_PIOP-15: no atiende preguntas de MCEC
- A-S_PIOP-16: motiva reflexiones de MCEC
- A-S_PIOP-17: propicia uso de lengua cabécar
- A-S_PIOP-18: muestra pericia didáctica en desarrollo de contenidos
- A-S_PIOP-19: muestra pericia didáctica en la interacción con MCEC
- A-S_PIOP-20: muestra pericia didáctica en la motivación del CEMEI
- A-S_PIOP-21: muestra pericia didáctica al inducir desafío en la práctica docente
- A-S_PIOP-22: muestra pericia didáctica en gestión del trabajo dirigido
- A-S_PIOP-23: muestra pericia didáctica a través de empatía cultural

La tabla que muestra los recuentos efectuados para las categorías que emergen del análisis de contenido relacionado con las acciones de la investigadora-observadora participante en su faceta de profesora del CEMEI se muestra a continuación.

Tabla 8.7. *Recuento de categorías descriptivas sobre A-S de PIOP en el análisis de contenido del estudio EF*

Categorías Descriptivas sobre las Acciones de PIOP	Frecuencia de aparición			Porcentaje de Frecuencia por categoría		
	S1	S2	S3	S1	S2	S3
A-S_PIOP-01	6	7	4	35,3	41,2	23,5
A-S_PIOP-02	0	0	1	0,0	0,0	100,0
A-S_PIOP-03	10	11	11	31,3	34,4	34,4
A-S_PIOP-04	0	2	2	0,0	50,0	50,0
A-S_PIOP-05	4	3	2	44,4	33,3	22,2
A-S_PIOP-06	4	3	2	44,4	33,3	22,2
A-S_PIOP-07	0	1	2	0,0	33,3	66,7
A-S_PIOP-08	3	2	1	50,0	33,3	16,7
A-S_PIOP-09	0	0	1	0,0	0,0	100,0
A-S_PIOP-10	2	2	2	33,3	33,3	33,3
A-S_PIOP-11	0	0	1	0,0	0,0	100,0
A-S_PIOP-12	2	2	1	40,0	40,0	20,0
A-S_PIOP-13	0	0	1	0,0	0,0	100,0
A-S_PIOP-14	2	2	1	40,0	40,0	20,0
A-S_PIOP-15	0	0	1	0,0	0,0	100,0
A-S_PIOP-16	2	2	2	33,3	33,3	33,3
A-S_PIOP-17	2	2	2	33,3	33,3	33,3
A-S_PIOP-18	1	1	0	50,0	50,0	0,0
A-S_PIOP-19	1	1	3	20,0	20,0	60,0
A-S_PIOP-20	2	3	0	40,0	60,0	0,0
A-S_PIOP-21	1	0	1	50,0	0,0	50,0
A-S_PIOP-22	3	0	1	75,0	0,0	25,0
A-S_PIOP-23	1	1	0	50,0	50,0	0,0
Frecuencia valorativa por sesión	46	45	42	34,6	33,8	31,6

Con respecto a las acciones de la profesora del curso CEMEI, quien a su vez tiene el rol de investigadora y observadora participante (PIOP), podemos destacar los siguientes resultados, que se extraen del contenido de la tabla anterior.

- Los reportes respecto a explicación del contenido que realiza la profesora PIOP se concentran primordialmente durante la primera y segunda sesión (35,3% y 41,2%), mientras que para la tercera sesión no se reportan datos relacionados con la explicación del contenido, a pesar de que sí se dan dichas explicaciones.
- Los reportes relacionados con la gestión de la clase (positiva o negativa) son similares en la segunda y tercera sesión (34,4% y 50%) y a la vez son superiores a las de la primera sesión.
- En la primera sesión prevalecen los reportes acerca del trabajo a distancia y la gestión del portafolio. Se concluye que esta sesión tuvo una dinámica de clase particular, concentrada en establecer la metodología de trabajo para las siguientes sesiones y establecer la secuencia de las actividades que se darían a los estudiantes durante el curso.
- A través de la frecuencia valorativa notamos que la mayor cantidad de reportes de acciones de PIOP se presentan durante la primera y segunda sesión.
- El trabajo con las fichas, la motivación a la reflexión y el apoyo en el uso de la lengua Cabécar son tres acciones de PIOP constantes durante las tres sesiones.
- La pericia didáctica de PIOP se evidencia en los reportes de trabajo dirigido en la primera sesión, la motivación generada en la segunda sesión y las interacciones inducidas en los estudiantes durante la tercera sesión.

Acciones de las profesoras observadoras participantes durante la implementación del MOCEMEI

Las categorías descriptivas que emergen como resultado del análisis de contenido para las acciones de las profesoras observadoras RCOP y PCOP durante la implementación del MOCEMEI son tres, se codifican de la forma A-S_POP y se otorga una numeración a cada descriptor, como se muestra seguidamente:

- A-S_POP-01: explica las orientaciones generales del curso DMCM
- A-S_POP-02: contribuye en la gestión positiva del portafolio con MCEC
- A-S_POP-03: apoya en la logística y gestión de la clase durante las sesiones

Podemos destacar los siguientes resultados relacionados con las acciones de las profesoras del curso Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales, que tuvieron durante la implementación del MOCEMEI el rol de observadoras participantes:

- Durante la primera sesión se destaca el aporte de las profesoras RCOP y PCOP por ser las encargadas del desarrollo total del curso en el cual se enmarca la implementación del MOCEMEI. Ellas exponen las Orientaciones generales del curso de Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales y explican a los MCEC la metodología a seguir en la Gestión del Portafolio.
- El apoyo logístico de las profesoras RCOP y PCOP se destaca en los reportes durante la segunda y tercera sesión.

- Los reportes indican que RCOP y PCOP ejecutan más acciones durante la implementación del MOCEMEI durante la primera sesión.

Resumen de resultados relativos al foco de análisis A-S

Considerando los datos reportados durante las tres sesiones presenciales del CEMEI, podemos resumir las siguientes ideas con respecto a las acciones de sujetos con diferente rol:

- Los maestros indígenas en formación alcanzaron los objetivos pretendidos con el uso de la técnica del portafolio y progresivamente aceptaron la realización del trabajo colaborativo en la dinámica de trabajo, durante las tres sesiones presenciales.
- La empatía cultural identificada como pericia didáctica de la investigadora-observadora participante en su faceta de profesora del CEMEI, contribuyó en la fluidez de la comunicación durante las interacciones con los estudiantes (porque conoce acerca de sus historias míticas y cosmovisión, por lo tanto se manifestó alteridad cultural en la puesta en acción)
- La profesora del curso PCOP y la profesora responsable del curso RCOP contribuyeron en los protocolos logísticos y explicación de la metodología del curso DMCM, dentro del cual se inserta el CEMEI.
- La profesora externa PEOE y evaluadora del CEMEI no tiene ningún dato reportado, es decir, no se dice nada respecto a sus acciones, puesto que su rol era simplemente de observadora evaluadora y no participante. Es decir que no correspondía que se involucrara en el trabajo de los otros sujetos con distinto rol.

8.4.5 LAS INTERACCIONES DE SUJETOS CON DISTINTO ROL DURANTE LA IMPLEMENTACIÓN DEL MOCEMEI

La información concerniente a las interacciones de sujetos con distinto rol se organizó en una plantilla tabular que permitió trabajar con un proceso de categorización mixta en el análisis de contenido. Es decir, que se integraron categorías deductivas y se realizó un estudio interpretativo inferencial de las unidades de información, con el cual emergieron categorías inductivas.

Los códigos establecidos para este estudio permiten diferenciar los roles de los participantes y permitir que se hagan explícitas en el análisis las voces múltiples que interactúan durante el estudio fundante, favoreciendo así la cristalización en esta investigación.

Para abordar este foco de análisis recurrimos a las orientaciones teóricas desde la teoría sociocultural y la investigación etnográfica con participantes indígenas, que fue explicada en el Capítulo 3. En particular, atendemos los elementos recopilados sobre el interaccionismo simbólico, pues en este foco de análisis se incorporan unidades de información donde los significados de las palabras están correlacionados con las

situaciones culturales o, enraizadas a la eficiencia pragmática (Malinowski, 1984; citado en Ogden y Richards, 1984), tanto en los discursos de los maestros cabécares en formación como de los discursos de los informantes especiales, miembros de las comunidades cabécares que son reportados por los maestros indígenas en sus reportes de trabajo no presencial.

A partir del análisis de la información sobre las interacciones de los sujetos con distinto rol, emerge una estructura de categorías inductivas donde se separa la voz de la investigadora y las de las otras muchas voces que participan en el proceso investigativo, con esto resaltamos el papel protagónico que tienen los diferentes sujetos implicados en el estudio fundante, pues es a través de la información que aportan, es que se sustenta, se confirma o se consolida el proceso emergente de la investigación etnográfica en el trabajo empírico.

8.4.5.1 TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN RELACIONADA CON EL FOCO 'INTERACCIONES DE SUJETOS CON DISTINTO ROL' DURANTE LA IMPLEMENTACIÓN DEL MOCEMEI

Las unidades de análisis para este foco corresponde a los segmentos de frases que son reportadas en los datos escritos consignados en los Diarios de Campo y en los Protocolos del Instrumento de Registro Observacional en los cuales se describen las interacciones entre los participantes de la implementación del MOCEMEI.

Para organizar dicha información, se construyó una organización tabular, que se puede revisar en el Anexo C12, en la cual se codificaron 130 unidades de análisis que fueron enumeradas y catalogadas de forma descriptiva a partir del origen de la información (momento y sujeto que reporta), los sujetos que participan en ella y el tipo de relación de interacción.

De este modo, cada unidad de análisis del foco I-S está vinculada a cinco descriptores-columna, cuyos códigos explicamos a continuación:

- S-SR: Sesión presencial en la que ocurre y Sujeto que reporta la interacción. Los posibles códigos de columna son: S*k*-MCEC, S*k*-PIOP, S*k*-PCOP, S*k*-RCOP, siendo *k* (*k*<4) el número de la sesión sobre la cual se reporta la interacción.
- SI: Sujeto o sujetos que participan de la interacción. Los posibles códigos de columna son MCEC, PIOP, RCOP y PCOP. Cabe recalcar que el código PEOE no se considera pues la profesora observadora-evaluadora tiene un rol no participante.
- RS: Relación Simétrica. Corresponde a este descriptor las interacciones que se realizan entre sujetos del mismo rol; es decir si se trata de profesoras observadoras entre sí o de maestros en formación entre sí.
- RA: Relación Antisimétrica. Corresponde a este descriptor las interacciones que se realizan entre sujetos de diferente rol; es decir, si se trata de interacciones entre profesoras y maestros indígenas en formación.

Por ejemplo, el vector (6,S1-RCOP,MCEC,RS,RA) describe la sexta unidad de análisis, cuya información es "Reynaldo sugiere que las fichas se completen con más tiempo, tuvo que hacerlo muy rápido y algunas cosas no las terminó" (Diario de Campo), que fue reportada en la primera sesión por RCOP, donde interactúan los maestros cabécares con las profesoras formadoras y también entre ellos.

A esta plantilla tabular se incorporan otras columnas que corresponden a las categorías deductivas y se deja la última columna para los indicadores con los cuales se realiza el proceso inferencial de categorías inductivas.

Las voces de los distintos actores durante la implementación

Además, tanto para las categorías inductivas, como para las deductivas, tomamos en consideración las unidades de análisis en las cuales intervienen informantes especiales de la cultura cabécar, que se vinculan de manera indirecta en las sesiones presenciales del CEMEI y que son considerados como parte del análisis de contenido.

Existen trece unidades de análisis en las cuales fue necesario recurrir a una cadena de interpretaciones acerca de las interacciones de varios sujetos, como producto de una de las actividades no presenciales del curso CEMEI. Las fichas de trabajo a distancia (Capítulo 7) proponían desarrollar tareas de investigación para los maestros indígenas, que implicaron entrevistas en lengua Cabécar. Particularmente, en los datos reportados que corresponden a la segunda y tercera sesión presencial se mencionan las presentaciones orales de los resultados de estas entrevistas.

En las interacciones que ocurrieron durante la implementación del MOCEMEI se pretende distinguir las voces de los distintos actores (para favorecer la cristalización de este trabajo): los maestros cabécares en formación, las profesoras formadoras, la investigadora en su faceta de profesora del CEMEI y los discursos de los informantes especiales, miembros de las comunidades cabécares que son reportados por los maestros indígenas en sus reportes de trabajo no presencial.

Para lograr lo anterior se ha desarrollado un esquema de interpretación, que favorece el proceso de inferencia en el análisis y que permite reconocer la voz de los actores que están implicados en el proceso formativo de los maestros cabécares, pero que no participan del curso CEMEI.

Dicho esquema requiere de una partición de la información, agrupando las interpretaciones según la procedencia de los mismos, es decir, procedan del discurso directo del maestro en formación, o bien si proceden del discurso del informante clave que fue entrevistado en lengua cabécar y del cual cada maestro indígena hace un reporte oral en español. La cadena de interpretaciones con la cual se realizó el estudio inferencial para estos casos se muestra en la siguiente figura.

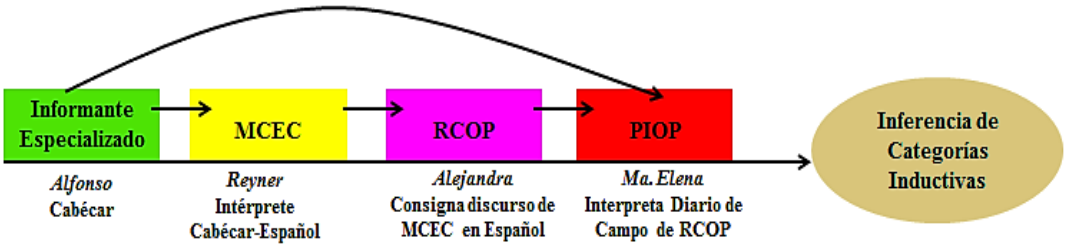


Figura 8.7. Cadena de interpretaciones respecto a las interacciones de varios sujetos e informantes clave de comunidades cabécares implicados en la implementación.

De la figura anterior, rescatamos que Alfonso, el informante especializado que es entrevistado, habla únicamente lengua cabécar y contesta las preguntas que Reyner, el maestro cabécar en formación y estudiante del CEMEI ha diseñado en su entrevista. El maestro indígena es bilingüe, por lo tanto utiliza pericia en el uso de la lengua, tanto para desarrollar una estrategia en la manera de plantear las preguntas para que el entrevistado comprenda lo que se le quiere preguntar (sobre etnomatemáticas cabécares), como en la manera de captar las ideas que el entrevistado le está aportando, interpretarlas y consignarlas en sus notas de campo en español. Las presentaciones orales del maestro indígena durante la segunda y tercera sesión son consignadas en el Diario de Campo de Alejandra, la profesora RCOP y, a su vez, estas notas de campo son analizadas por la investigadora PIOP.

En la organización tabular que hemos diseñado, los discursos de los informantes especiales y su correspondiente análisis de contenido, aparecen con color rojo y aclaramos que este tratamiento de la información se realizó con la finalidad de separar las voces que corresponden a los discursos de los entrevistados de los trabajos a distancia que fueron presentados por los maestros en la segunda y tercera sesión.

Las categorías deductivas para el análisis de contenido de la información vinculada a la implementación del MOCEMEI

Para este análisis de contenido se consideran trece categorías prefijadas o deductivas, organizadas en columnas, cuyos códigos y descripciones explicamos a continuación:

- CC: contenidos del curso, que fueron descritos en el Capítulo 7 y en el documento de Orientaciones para el curso DMCM (Anexo D4).
- CMC: conocimiento matemático cultural, que se refiere a la forma en la cual los sujetos manifiestan relaciones entre matemáticas y cultura a través de las interacciones (Capítulo 2).
- EEC: ejemplos de etnomatemáticas cabécares, que tienen que ver con las AMU (Bishop, 1999) y con las prácticas matemáticas (D'Ambrosio, 2007, 2008).
- AC: autonomía cultural, manifestada de manera implícita y explícita por los maestros cabécares en formación, relacionada con la dimensión política del Programa de Etnomatemáticas (D'Ambrosio, 2008).
- H/M: el conocimiento cultural (tangible o intangible) reconocido a través de los descriptores de Huxley (1955) correspondiente a mentifactos.

- H/S: el conocimiento cultural (tangible o intangible) reconocido a través de los descriptores de Huxley (1955) correspondiente a sociofactos.
- H/A: el conocimiento cultural (tangible o intangible) reconocido a través de los descriptores de Huxley (1955) correspondiente a artefactos.
- B/C: actividades matemáticas universales (Bishop, 1999) específicas para la actividad de Contar en la cultura cabécar que identifican los maestros indígenas.
- B/M: actividades matemáticas universales (Bishop, 1999) específicas para la actividad de Medir en la cultura cabécar que identifican los maestros indígenas.
- B/L: actividades matemáticas universales (Bishop, 1999) específicas para la actividad de Localizar en la cultura cabécar que identifican los maestros indígenas.
- B/D: actividades matemáticas universales (Bishop, 1999) específicas para la actividad de Diseñar en la cultura cabécar que identifican los maestros indígenas.
- B/J: actividades matemáticas universales (Bishop, 1999) específicas para la actividad de Jugar en la cultura cabécar que identifican los maestros indígenas.
- B/E: actividades matemáticas universales (Bishop, 1999) específicas para la actividad de Explicar en la cultura cabécar que identifican los maestros indígenas.

En la composición de la tabla se marca cada una de las celdas, según corresponda la interpretación de la información con la categoría deductiva propuesta y se escribe con color rojo las voces de los informantes especiales, que son reportadas de manera oral por los maestros en formación durante sus interacciones.

La tabla diseñada para este análisis finalmente se compone de veinte columnas. En las primeras cinco se caracteriza la unidad de análisis con los descriptores de numeración, S-SR, SI, RS y RA; posteriormente se explicita la unidad de información para el análisis y seguidamente se colocan las categorías deductivas: CC, CMC, EEC, AC, H/M, H/S, H/A, B/C, B/M, B/L, B/D, B/J y B/E.

La última columna de la tabla, corresponde a los indicadores, es decir, que se deja para realizar el estudio con el cual se pretende realizar una generación *inductiva* de categorías a partir de las palabras clave (indicadores) que se infieren del examen de cada unidad de análisis. Para efectos de ilustrar el modo de trabajo realizado con las categorías deductivas y la inferencia de indicadores para el proceso de generación de categorías inductivas, presentamos a continuación un ejemplo con cuatro unidades de análisis. La tabla completa se puede consultar en el Anexo C12.

Organización tabular de las categorías deductivas en el análisis descriptivo de contenido del foco I-S

#U	S-SR	SI	RS	RA	Unidad de Análisis (I-S)	CC	CMC	EEC	AC	H/M	H/S	H/A	B/C	B/M	B/L	B/D	B/J	B/E	Indicador
55	S2-RCOP	MCEC	X	X	El Sociofacto como Hecho social: Reynaldo dice que los bailes y Amelia dice que la alimentación.	X	X	X			X								
65	S2-PCOP	MCEC	X	X	NO Participan en el debate oral todos los miembros de cada sub-grupo	X			X										T. Individual por factor cultural
96	S3-RCOP	PIOP	X	X	PIOP dice que están aprendiendo a identificar la matemática en su cultura	X			X										Empatía cultural
103	S3-RCOP	MCEC	X	X	Amelia comenta que entrevistó a Adolfo Salazar, es un agricultor, hace de todo, de 40 años, qué si ha escuchado el término de matemática dijo que sí porque estuvo en la escuela hasta sexto. También le pregunté que si aplica en la vida cotidiana las matemáticas seleccionar semillas, distancias entre cultivos, mantener los espacios, preparar el terreno. Si se aplica la matemática en la vida cotidiana sí porque vende productos y saca crédito en los negocios, suma, resta y otros.	X	X	X	X	X									Agricultura implica actividades matemáticas universales, pero no especifica.
													X	X	X				Matemática se estudia en la escuela. Utilidad: compra y venta

Figura 8.8. Ejemplo de organización tabular para el análisis de contenido del Foco I-S con categorías deductivas.

Las categorías inductivas en el estudio inferencial de la información vinculada a la implementación del MOCEMEI

A partir del estudio inferencial (Anexo C13), por indicadores descriptivos (palabras clave), se obtienen 56 categorías inductivas que emergen del análisis de las 130 unidades de información. Dichas categorías emergentes son codificadas para posteriormente realizar la integración de los hallazgos en el análisis de contenido.

A continuación presentamos los códigos, las descripciones y la vinculación con el marco de interpretación de las categorías inductivas.

- CEm01: "saber cultural" es peyorativo para los estudiantes, lo correcto es decir "conocimiento cultural" (Capítulo 2).
- CEm02: no hay subgrupos ni parejas (Capítulo 7).
- CEm03: ejemplos de Etnogeometría Cabécar (Capítulo 4).
- CEm04: clasificadores numerales Cabécares (Capítulo 4).
- CEm05: gestión de la clase de PIOP (Capítulo 7).
- CEm06: formas de Autonomía cultural en MCEC (Capítulo 4).
- CEm07: manifiesta poco tiempo y muchas tareas por sesión (Capítulo7).
- CEm08: PIOP motiva la participación oral en lengua Cabécar (Capítulo 4 y Capítulo 7).
- CEm09: PIOP guía la puesta en común de los hallazgos (Capítulo 7).
- CEm10: PIOP escucha sugerencias, comentarios y peticiones de MCEC (Capítulo 7).
- CEm11: MCEC realizan sugerencias y comentarios de FTD (Capítulo 7).
- CEm12: MCEC no realizan sugerencias y comentarios de FTD (Capítulo 7).
- CEm13: participan en el debate oral todos los miembros de cada subgrupo (Capítulo 7).
- CEm14: no participan en el debate oral todos los miembros de cada subgrupo (Capítulo 7).
- CEm15: MCEC discuten en Cabécar o en Español (Capítulo 4 y Capítulo 7).
- CEm16: MCEC no discuten en Cabécar o en Español (Capítulo 4 y Capítulo 7).
- CEm17: MCEC aportan conclusiones de la experiencia de trabajo (Capítulo 4 y Capítulo 7).
- CEm18: MCEC no aportan conclusiones de la experiencia de trabajo (Capítulo 4 y Capítulo 7).
- CEm19: MCEC comentan su progreso y manifiestan intereses (Capítulo 4 y Capítulo 7).
- CEm20: MCEC no comentan su progreso y ni manifiestan intereses (Capítulo 4 y Capítulo 7).
- CEm21: empatía cultural manifestada por PIOP con MCEC (Capítulo 2)
- CEm22: diálogo o atención recíproca entre PIOP y MCEC (Capítulo 4 y Capítulo 7).
- CEm23: no hay diálogo o atención recíproca entre PIOP y MCEC (Capítulo 4 y Capítulo 7).

- CEm24: puesta en común se realiza con participación de todos los participantes (Capítulo 7).
- CEm25: no se realiza puesta en común con participación de todos los maestros en formación (Capítulo 7).
- CEm26: puesta en común permite que se generen conocimientos nuevos (Capítulo 4 y Capítulo 7).
- CEm27: puesta en común no permite que se generen conocimientos nuevos (Capítulo 4 y Capítulo 7).
- CEm28: elegir el uso de la lengua Cabécar o el Español favorece la participación (Capítulo 2, Capítulo 4 y Capítulo 7).
- CEm29: elegir el uso de la lengua Cabécar o el Español no favorece la participación (Capítulo 2, Capítulo 4 y Capítulo 7).
- CEm30: las Matemáticas son una asignatura y solo existen en un entorno escolar (Capítulo 2).
- CEm31: existen matemáticas en la cultura cabécar (Capítulo 2).
- CEm32: no existen matemáticas en la cultura cabécar(Capítulo 2).
- CEm33: sembrar es una actividad que implica pensamiento matemático (Capítulo 4).
- CEm34: practicar el trueque (comprar y/o vender) es una actividad que implica pensamiento matemático (Capítulo 4).
- CEm35: MCEC reflexionan a partir de FTD sobre las matemáticas y su propio concepto (Capítulo 2 y Capítulo 4).
- CEm36: el oficio de agricultor está relacionado implícitamente con pensamiento matemático (Capítulo 4).
- CEm37: el oficio de artesano está relacionado implícitamente con pensamiento matemático (Capítulo 4).
- CEm38: el oficio de constructor está relacionado con pensamiento matemático (Capítulo 4).
- CEm39: el oficio de maestro de lengua y cultura está relacionado implícitamente con pensamiento matemático (Capítulo 4).
- CEm40: el oficio de carpintero está relacionado implícitamente con pensamiento matemático (Capítulo 4).
- CEm41: el oficio de maderero está relacionado implícitamente con pensamiento matemático (Capítulo 4).
- CEm42: el oficio de ama de casa está relacionado implícitamente con pensamiento matemático (Capítulo 4).
- CEm43: El oficio de cantor funerario está relacionado implícitamente con pensamiento matemático (Capítulo 4).
- CEm44: El oficio de Jawá está relacionado con pensamiento matemático (Capítulo 4).
- CEm45: CMC implícitamente se caracteriza a través de artefactos (Huxley, 1955).

- CEm46: CMC implícitamente se caracteriza a través de mentifactos (Huxley, 1955).
- CEm47: CMC implícitamente se caracteriza a través de sociofactos (Huxley, 1955).
- CEm48: CMC implícitamente se caracteriza a través de artefactos, mentifactos y sociofactos (Huxley, 1955).
- CEm49: EEC implícitamente relacionado con la actividad de Contar (Bishop, 1988a, 1999).
- CEm50: EEC implícitamente relacionado con la actividad de Medir (Bishop, 1988a, 1999).
- CEm51: EEC implícitamente relacionado con la actividad de Localizar (Bishop, 1988a, 1999).
- CEm52: EEC implícitamente relacionado con la actividad de Diseñar (Bishop, 1988a, 1999).
- CEm53: EEC implícitamente relacionado con la actividad de Jugar (Bishop, 1988a, 1999).
- CEm54: EEC implícitamente relacionado con la actividad de Explicar (Bishop, 1988a, 1999).
- CEm55: un enculturador comparte ideas y tradiciones en su propia lengua (Oliveras, 1995b, 1996; Bishop, 2000).
- CEm56: un enculturador comparte el conocimiento cultural en el entorno escolar (Oliveras, 1995b, 1996; Bishop, 2000).

Las categorías inductivas fueron aplicadas a las unidades de información en las cuales se identificó presencia de indicadores, tanto en las voces de los participantes directos de la implementación del MOCEMEI (MCEC, PIOP, RCOP, PCOP) como a los participantes indirectos que son tratados como informantes especiales y que participan en la cadena de interacciones creada para la interpretación. En la tabla, los discursos de estos informantes especiales son marcados con color rojo. En el siguiente ejemplo mostramos el análisis de contenido realizado para tres unidades de análisis. La tabla completa se puede consultar en el Anexo C14.

Organización tabular de las categorías inductivas descriptivas que emergen del análisis de contenido del foco I-S

#U	S-SR	SI	Unidad de Análisis (I-S)	Código Categoría Inductiva
90	S3-RCOP	MCEC	Reynaldo, habla de la FTD1. Mi pregunta general: ¿En la cultura cabécar en cuáles cosas usamos matemáticas? Entrevisté a Alfonso García, tiene 48 años, tiene sus fincas cultivadas y familia más o menos grande, cultiva la hacienda, hace 3 años trabaja como maestro de lengua y cultura en Chirripó. Responde que en la narración de historias se llama memoria histórica, hay que manejar el tiempo en años, días o meses, hoy, mañana, pasado mañana, hasta el 6 día me lo pudo decir, en la cosecha de pejibaye van a contar diferente los frutos y los granos, los racimos. Para, construcción de casas, muchos constructores lo miden con pasos, las varillas y los demás materiales. Medir distancias, si es vertical se mide con la altura de las personas, llenar de árboles un terreno es práctico no se calcula, el tiempo se calcula con el sonido que hacen unos insectos, suenan en la montaña, también hay pajaritos son relojes como el gallo madrugador, también el tamaño de la sombra de la persona o viendo el sol, la luna o el cielo despejado. Para la construcción de la casa cónica parte del poste central (según nuestro clan), atan un bejuco y a partir de ahí la misma distancia, por eso los postes equidistan del centro.	CEm36, CEm38, CEm54 CEm33, CEm39, CEm49, CEm50, CEm51, CEm52
93	S3-RCOP	MCEC	Deyner comenta la tarea 1.Entrevisté a un señor, le hice las dos, no hice guía, se me hizo de noche y todavía estábamos hablando, Gonzalo Pérez Murcia, hablante cabécar, me dejaron sentar en la hamaca eso es un agasajo, antes tuvimos una reunión con sus padres, me basé en la siembra, en que mes siembra el maíz y me dijo que en abril, después de la cosecha de los frijoles, primero se prepara para los frijoles, se recogen y se quema para el maíz. Cuántos siembran en cada hueco, me dijo 5, la distancia de un hueco a otro y me dijo que una vara. Le pregunté si se siembra arroz y me dijo que no por la altura, no hay buena cosecha. Le pregunté si tiene algo de matemática y me dijo que creía que si y le dije qué si tiene matemática por que cuenta cuánto sembrar, el tiempo, entre otros. Le pregunté que hace cuánto hizo esa casa, me dijo que tres, el movimiento de la luna tiene que ver con la durabilidad de las hojas y los árboles, quiénes hacen la casa respondió que solo los varones y las mujeres ayudan a jalar las hojas.	CEm33, CEm36, CEm38, CEm39, CEm46, CEm47, CEm49, CEm50, CEm51, CEm54 CEm49, CEm50, CEm51, CEm54
102	S3-RCOP	MCEC	Maikol entrevistó a Nicolasa, es artesana, me dieron café, le pregunté qué sabe de matemática, me dijo que nada, si sabe algún tipo de artesanía y solo una mochilas, pregunté que si hace de cualquier forma y me dijo que no, porque hay diferentes nombres y formas, una que lleva cuatro puntadas y otra que lleva seis, le pregunté que como aprendió que la mamá le enseñaba y ya se murió. Si sabe contar, y me dijo que así le enseñaron hasta 30. Le pregunté si haciendo esa artesanía se usa matemática, dijo que creía que sí porque contaba. Después le expliqué y le dije que es un trabajo porque yo estaba estudiando, y le dije que todo tiene matemática pero no lo sabemos.	CEm31, CEm35, CEm37 CEm32, CEm49, CEm52

Figura 8.9. Ejemplo de organización tabular para el análisis de contenido del Foco I-S con categorías deductivas.

8.4.5.2 RESULTADOS DEL ANÁLISIS DESCRIPTIVO SEGÚN LAS 'INTERACCIONES DE SUJETOS CON DISTINTO ROL' DURANTE LA IMPLEMENTACIÓN DEL MOCEMEI

Los recuentos elaborados para el foco de análisis de 'Interacciones de sujetos con distinto rol' fueron separados de acuerdo a las distintas voces que participan en la implementación del MOCEMEI, tanto para las categorías deductivas como para las categorías inductivas.

Contaremos con tres tipos de recuentos: el que solamente considera el discurso de los maestros indígenas en formación, el que solamente considera el discurso de los informantes especiales (que se obtiene a través de la cadena de interpretaciones y de los discursos de los maestros cabécares) y el recuento general.

El recuento total sobre las 130 unidades de análisis relacionadas con las interacciones de los maestros indígenas en formación (excluyendo los discursos de los informantes especiales que participaron en los reportes de FTD) que está vinculado a los descriptores y a las categorías deductivas se expone en la siguiente tabla.

Tabla 8.8. *Recuento de las categorías deductivas relacionadas con el foco I-S en discursos de los maestros indígenas en formación*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
RS	99	76,2
RA	123	94,6
CC	100	76,9
CMC	56	43,1
EEC	50	38,5
AC	64	49,2
H/M	41	31,5
H/S	40	30,8
H/A	34	26,2
B/C	14	10,8
B/M	13	10,0
B/L	9	6,9
B/D	9	6,9
B/J	4	3,1
B/E	15	11,5

Con respecto a los descriptores de *relación*, destacamos que las relaciones de interacción más reportadas corresponden a las de *sujetos con diferente rol* (antisimétricas). El conocimiento del curso (CC) es el elemento que puntúa mayor porcentaje de frecuencia en las interacciones reportadas acerca de los maestros indígenas que participaron en la implementación. Los mentifactos (H/M) tuvieron mayor atención respecto al modelo atómico de cultura (Huxley, 1955) que se discutió durante las interacciones y la actividad matemática universal (Bishop, 1999) sobre la

cual se presenta un mayor reporte de interacciones es la actividad relacionada con explicar (B/E).

Los recuentos que arroja el análisis respecto a los discursos de los *informantes especiales*, que fueron expuestos oralmente por los maestros indígenas en formación y reconocidos en 13 unidades de análisis se expone en la siguiente tabla.

Tabla 8.9. *Recuento de las categorías deductivas relacionadas con el foco I-S en discursos de los informantes especiales reportados por los maestros indígenas en formación*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
H/M	6	46,2
H/S	7	53,8
H/A	8	61,5
B/C	10	76,9
B/M	6	46,2
B/L	4	30,8
B/D	3	23,1
B/J	0	0,0
B/E	3	23,1

En la tabla anterior, consideramos únicamente los códigos relacionados a las unidades de análisis y resaltamos que para los informantes especiales, la manifestación del conocimiento cultural está vinculado con el mundo tangible, pues es a través de *artefactos* (Huxley, 1955) que se manifiesta la cultura. Asimismo, dentro de las actividades matemáticas universales (Bishop, 1999), la actividad de *contar* es la que se distingue como un elemento particular y diferenciador de la etnia cabécar.

El recuento general se calculó con respecto a 143 unidades de análisis estudiadas a partir de las categorías deductivas. Se incluyen tanto los discursos de los maestros indígenas en formación como también los discursos de los informantes especiales reportados por éstos. Además, consideramos pertinente dividir la tabla que expone dicho recuento en cuatro secciones. La primera sección nos indica cuál fue el tipo de relación predominante, la segunda partición nos indica cuáles de las categorías deductivas relacionadas con aspectos generales instruccionales y logísticos del curso fue más destacado; en la tercera sección se destaca el elemento del atómico de la cultura según Huxley (1955) que fue más discutido, y, finalmente, la cuarta y última sección indica cuál de las actividades matemáticas universales tuvo mayor impacto durante las interacciones.

La tabla general que muestra las frecuencias valorativas, las frecuencias de aparición y porcentajes de frecuencia para las categorías deductivas en el foco de análisis relacionado con las interacciones de sujetos de distinto rol se muestra a continuación.

Tabla 8.10. *Recuento de las categorías deductivas relacionadas con el foco I-S*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
RS	99	69,2
RA	123	86,0
CC	100	69,9
CMC	56	39,2
EEC	50	35,0
AC	64	44,8
H/M	47	32,9
H/S	47	32,9
H/A	42	29,4
B/C	24	16,8
B/M	19	13,3
B/L	13	9,1
B/D	12	8,4
B/J	4	2,8
B/E	18	12,6

Las relaciones antisimétricas prevalecen en las interacciones que se realizan predominantemente sobre contenidos del curso, dentro de los cuales consideramos que, dadas las características tangibles de los artefactos, no fueron tan discutidos durante las interacciones como los mentifactos y los sociofactos. La actividad de contar prevaleció sobre las otras actividades matemáticas universales con mayor atención y debate, pues el conocimiento y la vigencia del uso de clasificadores numerales indujo a los maestros en formación a discusiones en torno al conflicto pedagógico que experimentan durante la enseñanza de la aritmética escolar en sus comunidades indígenas.

Al separar las voces de los actores cabécares (informantes especiales y maestros indígenas), se notan diferencias entre las tres tablas anteriores, por ejemplo, para los entrevistados la actividad de Contar es la actividad matemática universal con mayor cantidad de reportes, mientras que para los maestros corresponde a Explicar y cuando se toman los datos en reunión Contar es la actividad matemática universal con mayor frecuencia de aparición.

Integración de los hallazgos en el proceso inferencial de generación de categorías inductivas

Separar los datos relativos a las interacciones en los cuales que se incluían los discursos de los informantes especiales fue una labor delicada durante el análisis de contenido, que generó diferencias perceptibles en el tratamiento y recuento de las frecuencias de las categorías inductivas. Hemos construido tres niveles de categorías, apegándonos a los criterios de Krippendorff (1990) y Cabrera (2009), descritos en el Capítulo 3 y con el fin de agrupar la información.

- El primer nivel lo integran 56 *Subcategorías* que resultan del estudio inferencial a partir de los indicadores (palabras clave) del análisis.

- El segundo nivel, corresponde a las 11 *Categorías* que agrupan los indicadores según unidades de significación que se producen dentro del proceso de inferencia.
    - M1KEm01: Matemáticas en el entorno escolar desde la visión absolutista y occidental.
    - M1KEm02: Matemáticas en la vida cotidiana desde la visión relativista y de las etnomatemáticas.
    - M1KEm03: Actividades socioculturales vinculadas implícitamente con pensamiento matemático.
    - M1KEm04: Formas de pensamiento matemático asociado a un oficio de la vida cabécar.
    - M1KEm05: Caracterización del conocimiento matemático cultural implícito en las prácticas socioculturales.
    - M1KEm06: Conocimiento de etnomatemáticas cabécares implícito en el conocimiento del mito.
    - M2KEm07: Gestión de PIOP en la dinámica instruccional, uso de recursos, práctica pedagógica y empatía cultural.
    - M2KEm08: Variaciones de PIOP en el presupuesto metodológico y discurso propuesto en el diseño instruccional.
    - M2KEm09: Valoraciones de MCEC sobre progreso, experiencias y preferencias durante su proceso formativo.
    - M2KEm10: Autonomía cultural de MCEC motivada por la práctica de la lengua materna cabécar.
    - M2KEm11: Todo lo que no hacen los MCEC que fue planeado en el diseño del MOCEMEI por PIOP.
- El tercer nivel lo consolidan las 2 *Metacategorías* (o direcciones) que representan los constructos más generales que se identifican con la explicación y organización de la dimensión y el foco de análisis. En este caso, las metacategorías están relacionadas con:
    - M1: Concepciones manifestadas respecto a las matemáticas durante la implementación.
    - M2: Manifestaciones idiosincráticas que impactan en la metodología de implementación.

En la siguiente tabla mostramos el arreglo diseñado a partir de los tres niveles descritos en los hallazgos inductivos que emergen del análisis de contenido relacionado con el foco de análisis I-S.

Tabla 8.11. *Integración de las subcategorías, categorías y metacategorías obtenidas en la integración de resultados del proceso inferencial en el análisis de contenido*

M1: Concepciones manifestadas respecto a las matemáticas durante la implementación									
M1KEm01: Matemáticas en el entorno escolar desde la visión absolutista y occidental	CEm30	CEm32	CEm56						
M1KEm02: Matemáticas en la vida cotidiana desde la visión relativista y de las etnomatemáticas	CEm31	CEm55							
M1KEm03: Actividades socioculturales vinculadas implícitamente con pensamiento matemático	CEm33	CEm34	CEm49	CEm50	CEm51	CEm52	CEm53	CEm54	
M1KEm04: Formas de pensamiento matemático asociado a un oficio de la vida cabécar	CEm36	CEm37	CEm38	CEm39	CEm40	CEm41	CEm42	CEm43	CEm44
M1KEm05: Caracterización del conocimiento matemático cultural implícito en las prácticas socioculturales	CEm04	CEm35	CEm45	CEm46	CEm47				
M1KEm06: Conocimiento de etnomatemáticas cabécares implícito en el conocimiento del mito	CEm03	CEm48							
M2: Manifestaciones idiosincráticas que impactan en la metodología de implementación									
M2KEm07: Gestión de PIOP en la dinámica instruccional, uso de recursos, práctica pedagógica y empatía cultural	CEm05	CEm09	CEm10	CEm13	CEm21	CEm22	CEm24		
M2KEm08: Variaciones de PIOP en el presupuesto metodológico y discurso propuesto en el diseño instruccional	CEm01	CEm02	CEm16	CEm25					
M2KEm09: Valoraciones de MCEC sobre progreso, experiencias y preferencias durante su proceso formativo	CEm07	CEm11	CEm17	CEm19	CEm26				
M2KEm10: Autonomía cultural de MCEC motivada por la práctica de la lengua materna cabécar	CEm06	CEm08	CEm14	CEm15	CEm28				
M2KEm11: Todo lo que no hacen los MCEC que fue planeado en el diseño del MOCEMEI por PIOP	CEm12	CEm18	CEm20	CEm23	CEm27	CEm29			

La tabla general que muestra las frecuencias de aparición y porcentajes de frecuencia para la organización de las categorías inductivas en el foco de análisis relacionado con las interacciones de sujetos de distinto rol se muestra a continuación.

Tabla 8.12. *Recuento de las categorías inductivas relacionadas con el foco I-S*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
M1KEm01	3	5,4
M1KEm02	2	3,6
M1KEm03	8	14,3
M1KEm04	9	16,1
M1KEm05	5	8,9
M1KEm06	2	3,6
M2KEm07	7	12,5
M2KEm08	4	7,1
M2KEm09	5	8,9
M2KEm10	5	8,9
M2KEm11	6	10,7

Resaltamos de los recuentos mostrados anteriormente que las concepciones manifestadas respecto a las matemáticas durante la implementación se relacionan prioritariamente con ejemplos asociados a *oficios de la vida cabécar*, muchos de ellos comentados en la cartografía cultural descrita en el Anexo F10 (vinculado al Capítulo 4). Además, desde la perspectiva de las manifestaciones idiosincráticas que impactan en la metodología de implementación, se destaca la gestión de PIOP en la dinámica instruccional, uso de recursos, práctica pedagógica y empatía cultural como mediaciones para fortalecer y propiciar el empoderamiento de los maestros cabécares en formación.

Como otros resultados relevantes, podemos afirmar que la autonomía cultural de los maestros en formación se favoreció con la propiciación de debates orales sobre el conocimiento de la cultura y su relación con las matemáticas por parte de PIOP que denotó durante la implementación la empatía y alteridad cultural con MCEC, lo cual favoreció la motivación y la participación oral en lengua cabécar y en español.

Existen actividades socioculturales como *sembrar y practicar el trueque* en las que los maestros en formación reconocieron presencia de contenidos matemáticos, con lo cual se constata que el desarrollo de las Fichas de Trabajo a Distancia favoreció la reflexión de su propia concepción de matemáticas y su competencia investigativa.

La mayoría de los informantes especiales niega la existencia de conocimientos matemáticos en la cultura cabécar, lo cual es apoyado por algunos maestros cabécares que consideran que las matemáticas son una asignatura y que su lugar de manifestación se encuentra en el entorno escolar. Sin embargo las reflexiones suscitadas durante la implementación, y manifestadas durante las interacciones de los sujetos con diferente rol, reflejan un empoderamiento de los maestros cabécares en formación a partir de los

conocimientos adquiridos acerca de las etnomatemáticas, así como también sobre su faceta como enculturadores en la práctica docente.

8.5 SEGUNDA FASE DE ANÁLISIS EN EL ESTUDIO FUNDANTE (EF)

La segunda fase de análisis persigue realizar un análisis descriptivo-interpretativo de contenido respecto a la información de las producciones escritas consignadas en el portafolio por una muestra de cinco maestros indígenas en formación implicados en el estudio EF para facilitar la evaluación de la propuesta formativa (propósito parcial O2.3.2).

A pesar de tratarse de un estudio de casos, las categorías deductivas e inductivas, así como la organización de los hallazgos que resultan de la primera fase se convierten en herramientas para la elección de los casos del estudio, para tomar la decisión sobre el tipo de análisis de contenido que se quería realizar (a partir de categorías prefijadas o a través de un proceso inductivo de categorías emergentes) y para la elección y organización de las unidades de información, de contexto y de muestreo sobre los documentos que son objeto de análisis.

Como parte del proceso investigativo, esta segunda fase trata de integrar los enfoques émicos y éticos que se persiguen en esta tesis, dando lugar a un análisis de contenido que es descriptivo sobre el trabajo de los maestros cabécares en formación, pero también interpretativo, tratando de comprender los significados que dan lugar a sus acciones, para lo cual recordamos los fundamentos desarrollados por D'Ambrosio (2005b) sobre la integración del conocimiento, el comportamiento y la acción, como herramientas para asumir el presente (sobrevivencia) y proyectar la intermediación de los individuos para el futuro (trascendencia), manifestándose en la convivencia y en la interacción desde el plano formativo durante la implementación del MOCEMEI, hasta el plano escolar en los entornos indígenas donde los maestros en formación ejercen la docencia.

8.5.1 GENERALIDADES DEL ESTUDIO DE CASOS: TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN Y FOCOS DE ANÁLISIS

En el estudio de casos se realiza un análisis de contenido, descriptivo-interpretativo, con ayuda de un sistema deductivo de categorías prefijadas que constituyen el "Libro de códigos y categorías deductivas para el estudio de casos en EF".

Dicho estudio se realiza a partir de las producciones manifestadas por una muestra intencional de cinco casos, elegida por el criterio de viabilidad, a partir de variables de representatividad que han sido expuestas en el Capítulo 3. También en dicho capítulo, han sido explicitados los documentos que constituyen la unidad de muestreo sobre la cual se han realizado las codificaciones para realizar el análisis de contenido.

Los aspectos descriptivos e interpretativos del análisis se establecen a partir de los fundamentos teóricos y del marco conceptual y empírico de esta investigación.

El análisis persigue ser coherente con la dimensión propuesta que radica en la DA-EF: Evaluación de la propuesta formativa para maestros cabécares que incorpora las etnomatemáticas. El tratamiento de la información escogida se organiza y se analiza a partir de cinco focos de análisis que codificamos y enunciamos a continuación:

- DA-EF_FA1: Idiosincrasia cultural cabécar
- DA-EF_FA2: Valoraciones pedagógicas del proceso formativo
- DA-EF_FA3: Principios asociados a la enculturación
- DA-EF_FA4: Concepción epistemológica de las matemáticas
- DA-EF_FA5: Caracterización de las etnomatemáticas cabécares

Se pretende que la presentación de los resultados del estudio de casos guarde la lógica y el orden de aparición de estos cinco focos de análisis, que están vinculados con las seis dimensiones del Programa de Etnomatemáticas (D'Ambrosio, 2008).

En el Anexo F12 hemos expuesto las ideas que hemos considerado relevantes para cada uno de los cinco focos mencionados, que tienen relación con los aspectos teóricos y los antecedentes expuestos en los capítulos anteriores, que se engarzan dentro de la espiral que consolida el diseño estructural de esta investigación y que permiten exponer la orientación interpretativa del análisis en la segunda fase del estudio fundante. Dada la extensión y complejidad de este capítulo, hacemos estas consideraciones fundamentales para el estudio de casos en el anexo mencionado, lo que permite seguir la lectura de primer orden, para ir a él durante una lectura de segundo orden de profundidad que recomendamos.

A partir de cada uno de los cinco focos de análisis, en conjunto con su propio sistema de categorías deductivas, que han sido prefijadas con los principios teóricos y empíricos que se expusieron anteriormente, se constituye el "Libro de códigos y categorías para el estudio de casos en EF" y que se encuentra en el Anexos C15.

Como se expuso en el Capítulo 3, la unidad de muestreo posee cuatro tipos de códigos y está constituida por 33 ítems a los cuales, con ayuda del programa MAXQDA10 y el *Libro de códigos y categorías deductivas para el estudio de casos de EF*, se aplica el análisis de contenido.

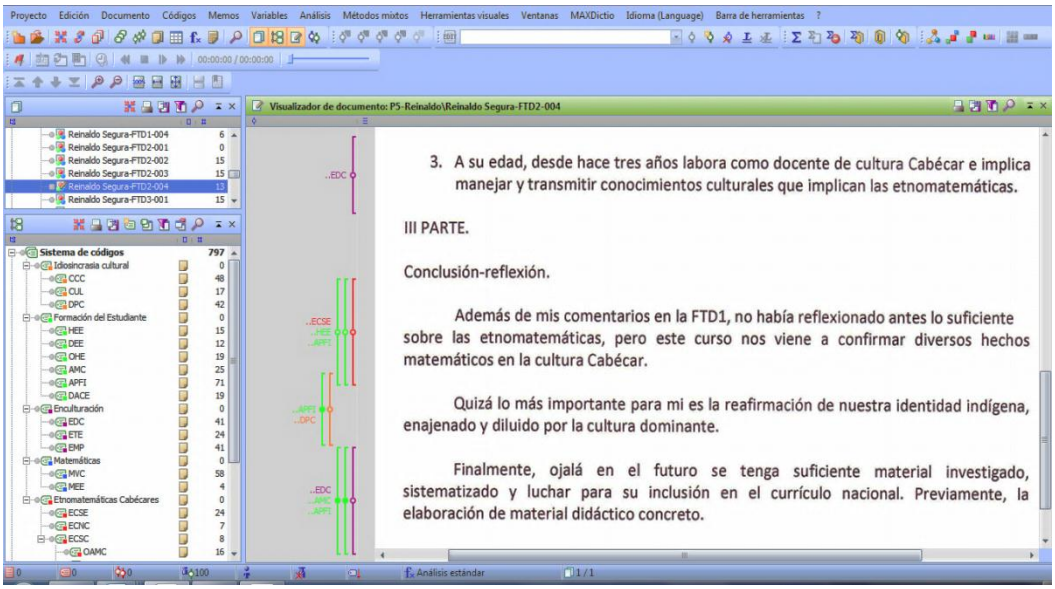


Figura 8.10. Análisis de contenido en el programa MAXQDA10 a partir del sistema de códigos y categorías deductivas.

En el programa MAXQDA10 es posible realizar anotaciones sobre el proceso interpretativo durante la designación de códigos en los fragmentos de las producciones que están siendo objeto del análisis; con lo cual se puede retomar el proceso deductivo o bien, convertirlo en un análisis de contenido mixto, al implicar un proceso inferencial de categorización inductiva.

En este caso, el análisis se realizó rigurosamente con el 'Libro de códigos y categorías' creado y para comprender la designación de códigos en las unidades de análisis, en algunos casos se incorporaron comentarios o reflexiones de la investigadora, lo que contribuyó a objetivar el proceso subjetivo de interpretación. En el proceso de preanálisis surgen algunas conjeturas sobre la revisión de documentos y la designación de categorías, que vamos a comentar a continuación.

El modelo de formación que aplicamos se basa en formar al maestro indígena como gestor e investigador de su propio proceso de enculturación. Es un modelo didáctico dinámico y emergente, o cambiante porque tiene que adecuar a la realidad cultural de los estudiantes y se trata de una cultura cuya información ancestral se transmite principalmente por tradición oral.

Cabe aclarar que las formas de discurso que se consideraron para este estudio de casos son sensibles al hecho de que los maestros en formación son bilingües y su lengua natal es el cabécar. Sin embargo, la competencia que prima para que se entiendan con los formadores implica las habilidades para expresarse en español. Como una reflexión preliminar, producto del preanálisis, notamos una diferencia notable entre las formas de expresión escrita y las formas de expresión oral, puesto que las primeras son bastante limitadas, probablemente porque se trata de un grupo cultural que hereda sus conocimientos a través de la tradición oral, como acabamos de indicar.

A pesar de la reflexión anterior, se proponen, en el foco sobre valoraciones pedagógicas del proceso formativo, las categorías sobre habilidades o debilidades de expresión escrita; con el presupuesto de que lo pertinente es resaltar el nivel de bilingüismo, pues es la investigadora y las profesoras formadoras quienes son de una cultura ajena a los maestros indígenas y es aquí donde cobran mucha importancia los aportes teóricos planteados por Domite (2009, 2010), que permiten sensibilizar a la investigadora sobre el esfuerzo que hacen los informantes clave por darse a entender en la lengua de las profesoras que participan en su proceso formativo.

En el primer trabajo a distancia (FTD1) pretendíamos que los maestros en formación hicieran alusión a los conocimientos de las etnomatemáticas cabécares relacionadas con temas de espacio y número. Sin embargo, el caso CAF no lo aborda, sino que se refiere a la agricultura y el trueque; el caso CMZ tampoco lo aborda, sino que se refiere a la agricultura y a la estructura clánica. Pero los casos CDF, CGV y CRS sí lo abordan, haciendo referencia a ejemplos de la agricultura, en la entrevista realizada a los informantes especiales y, de manera implícita, brindan ejemplos del uso de clasificadores numerales en la cultura cabécar.

Los maestros dentro del periodo formativo del Programa Siwä-Pakö realizaron una estancia breve en la Comunidad Indígena Boruca, de modo que el documento codificado como RGB se presenta en un único caso, el del informante clave CGV, pues es quien cumplimenta de forma total la ficha de reporte de la gira de trabajo de campo; en este caso, perseguimos identificar las evidencias con las cuales el maestro en formación se percata de la presencia de objetos culturales con contenido matemático en dicha comunidad indígena.

Sobre las unidades de análisis correspondientes al código MP (microproyectos), el caso CMZ reporta parcialmente los resultados de la investigación, pero no de su aplicación en la escuela indígena. Los demás casos analizados presentan evidencias de aplicación en el entorno escolar, por lo cual se pretende recopilar los segmentos de discurso que se refieran a las aportaciones sobre su proceso de formación como investigadores del propio proceso de enculturación y la enculturación a través de microproyectos como práctica pedagógica.

Los resultados se presentarán a continuación, siguiendo la lógica diseñada para el análisis y respetando el orden que tienen los focos en el Libro de códigos y categorías deductivas creado para este estudio de casos del estudio fundante (EF). En cada uno de los casos se incorporan como imágenes algunos fragmentos de texto que complementan e ilustran los resultados del análisis de contenido.

Dichos fragmentos están codificados con la estructura del programa MAXQDA10. Por ejemplo, el fragmento CAF_MP-Mochila-003_CCC_1745/1916, corresponde al caso cuyo código es CAF, que se ubica en el documento cuyo código es MP-Mochila-003, correspondiente a la categoría cuyo código es CCC y la ubicación que otorga el programa MAXQDA10 para el fragmento son las coordenadas 1745/1916.

8.5.2 RESULTADOS DEL CASO CAF

El caso CAF se refiere a una maestra indígena de 26 años participante del curso CEMEI que tiene formación universitaria previa. Ella habla, lee y escribe muy bien español. Durante la semana vive dentro del territorio indígena, pero los fines de semana, vacaciones y festivos, tiene otra casa en una comunidad que está fuera del territorio indígena. En su escuela ella es maestra unidocente y le corresponde atender a 15 estudiantes cuyas edades oscilan entre los 7 años y los 20 años. Su interés manifestado por el curso radica en que quiere "adquirir nuevos conocimientos para aplicarlos en el aula y aprender cómo trabajar en las clases con recursos del entorno" (Diario de campo, 2011).

8.5.2.1 IDIOSINCRASIA CULTURAL CABÉCAR MANIFESTADA POR CAF

Se presentan indicios de conocimiento cultural cabécar (DA-EF_FA1_CCC), manifestados por el conocimiento de la maestra sobre la historia mítica y la cosmovisión. La maestra muestra interés sobre el estudio de los tejidos como signo cultural para estudiar, primero hace una indagación acerca del tejido de canastos y después realiza un microproyecto acerca de las 'mochilas'.

La mochila lo usan todas las personas. Pero existe un tipo de mochila con un tejido especial que lo usan solamente los jawá.

Figura 8.11. Fragmento CAF_MP-Mochila-003_CCC_1745/1916.

De acuerdo con nuestro trabajo de campo etnográfico, pudimos confirmar esta información puesto que los Jawá usan unas mochilas distintas a las de los otros indígenas para guardar las piedras sagradas.

Sobre la identificación de la cultura con el uso de la lengua materna (DA-EF_FA1_CUL)**,** la maestra manifiesta sus creencias respecto a la utilidad de organizar los conteos según la forma de los objetos, como mostramos a continuación.

2.b- ¿Cuál crees que es la utilidad de organizar los conteos según la forma de los objetos?

- Mejor comprensión
- Identificar los objetos cosas o animales que se cuent
- Riqueza léxica
- Ampliar conocimiento matemático

Figura 8.12. Fragmento CAF_F1A-003_CUL_772/1260.

Se hace referencia al uso y vigencia de los clasificadores numerales en cabécar, manifestando las posibilidades de generar otros entornos de conocimiento a nivel de la lengua o las matemáticas.

La maestra manifiesta un interés por la defensa del patrimonio cultural (DA-EF_FA1_DPC), de modo que le preocupa que el conocimiento que pretende lograr con el microproyecto prevalezca, como se nota en la siguiente frase:

Elegí como signo cultural la elaboración de la mochila, porque considero que es un legado cultural muy importante para los cabécares, que lo siguen elaborando como un utensilio de uso cotidiano; ya que algunos niños y niñas desconocen su elaboración.

Figura 8.13. Fragmento CAF_MP-Mochila-002_DPC_1484/1798.

En los discursos manifestados durante las sesiones, la maestra puso de manifiesto su interés por preservar el conocimiento de las técnicas artesanales y la importancia de inculcar a niños y jóvenes la valoración de este aprendizaje no formal, así como también la valoración del uso del signo cultural en sí.

Este signo cultural es muy importante porque es una artesanía de uso común principalmente para población adulta y anciana. Y que los niños y jóvenes no lo usan y lo preocupante tal vez es que no saben elaborar una mochila.

Figura 8.14. Fragmento CAF_MP-Mochila-002_DPC_2675/2929.

8.5.2.2 LAS MANIFESTACIONES DE CAF RESPECTO A LAS VALORACIONES PEDAGÓGICAS DEL PROCESO FORMATIVO

La maestra del caso CAF evidencia habilidades de expresión escrita en español (DA-EF_FA2_HEE) debido al desarrollo de su bilingüismo, con respecto al idioma español, tanto de manera oral como de manera escrita, como se pone de manifiesto en el siguiente fragmento.

Porque para cultivar y elaborar artesanía se debe aplicar conocimiento como por ejemplo: Calculo de medidas, distancia y cálculo del tiempo.

Figura 8.15. Fragmento CAF_F1A-005_HEE_2263/2794.

El caso CAF manifiesta sus creencias respecto al reconocimiento de las labores agrícolas o artesanales como formas de conocimiento que implica pensamiento matemático, las respuestas del trabajo presencial son cortas y concisas (DA-EF_FA2_DEE), como se expone en el siguiente fragmento.

3- ¿Crees que puedes aplicar a la enseñanza de tus alumnos lo que aprendiste de Etnomatemáticas?, ¿Qué aspectos les enseñarías? y ¿Cómo lo harías?

Si lo podría aplicar; por ejemplo en el tema de geometría.

Figura 8.16. Fragmento CAF_F1C-001_DEE_2307/2776.

La falta de respuesta en detalle, sobre los procesos para llevar a la práctica lo que está aprendiendo en el curso, son reiterativos en el caso CAF. Sin embargo, la maestra responde ante la solicitud de aplicar o utilizar otras habilidades de expresión (DA-EF_FA2_OHE), como se expone a continuación.

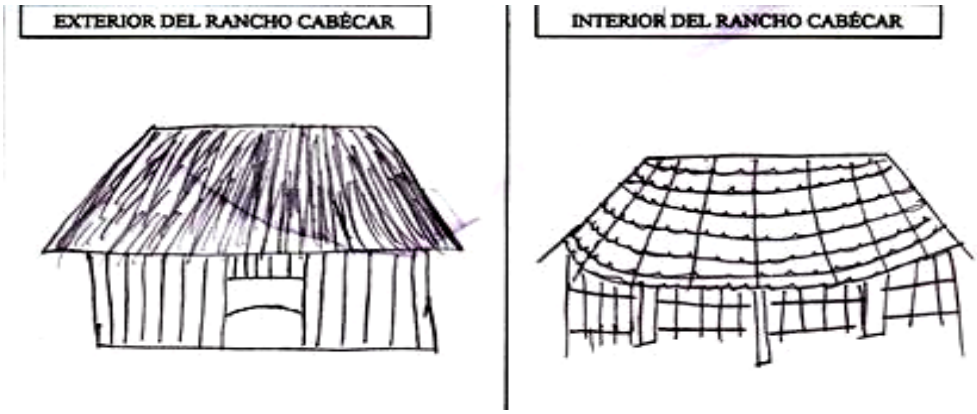
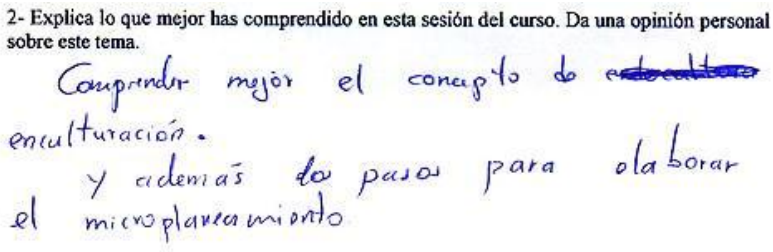


Figura 8.17. Fragmento CAF_F1A-001_OHE_1124/2017.

El dibujo anterior corresponde a la representación que realiza el caso CAM de la casa o rancho cabécar, el dibujo corresponde a una casa rectangular, cuyo diseño es más común en los caseríos o pueblos, según hemos podido constatar a partir de nuestro trabajo de campo etnográfico; por otra parte, el dibujo del interior de la casa se centra en representar la estructura de los palos que se colocan en el techo de la casa para sostener las capas de tejidos de hojas y el entramado de palos que conforma las paredes externas.

También se manifiestan aportaciones acerca de la metodología del curso (DA-EF_FA2_AMC), nos referimos al curso de Didáctica de las Matemáticas en contextos multiculturales, donde se inserta el curso CEMEI. En el siguiente fragmento mostramos un ejemplo de las valoraciones manifestadas durante la tercera sesión del curso CEMEI.

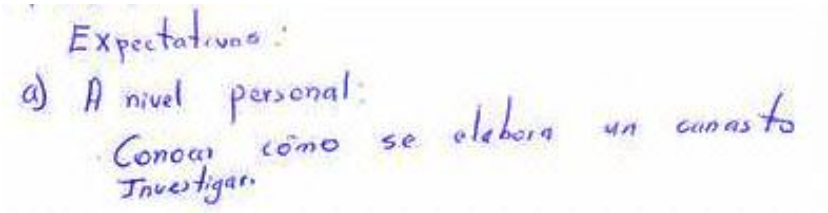

2- Explica lo que mejor has comprendido en esta sesión del curso. Da una opinión personal sobre este tema.

Comprender mejor el concepto de ~~educación~~ enculturación.

y además los pasos para elaborar el microplanteamiento

Figura 8.18. Fragmento CAF_F3C-001_AMC_1766/2367.

Una de las expectativas manifestadas radica en obtener herramientas para la contextualización durante su ejercicio profesional y también para la investigación, como se ilustra a continuación.


Expectativas:

a) A nivel personal:

Conocer cómo se elabora un canasto

Investigar.

Figura 8.19. Fragmento CAF_FTD3-002_APFI_1522/1993.

Durante el desarrollo de las sesiones, se hizo énfasis en la importancia de un proceso formativo que incorporara elementos de investigación y que los maestros, a pesar de ser nativos y expertos, desarrollaran una pericia como investigadores de su propia cultura.

Por lo tanto, también se consideran las aportaciones sobre su proceso de formación como investigador del propio proceso de enculturación (DA-EF_FA2_APFI), tomando en cuenta que las actividades relacionadas con investigación como observar, entrevistar y reportar datos y reflexionar sobre éstos, son algunos de los supuestos del proceso formativo que se pretende alcanzar.

Se percibe en el caso CAF una gran responsabilidad como investigadora, siendo consiente de elaborar un convenio o negociación de entrada con los informantes, además eligió un signo cultural para estudiar a profundidad y se dio a la tarea de encontrar a la persona que la guiara en la enculturación de dicho signo cultural, como puede confirmarse en el siguiente fragmento.

> Para investigar éste signo cultural le consulté a varias mujeres si sabían hacer una mochila, la mayoría dijeron que lo desconocen. Sin embargo la compañera que imparte lecciones de cultura si conoce el proceso para elaborar los diferentes tipos de mochilas. Además ella estaba comenzando a desarrollar las lecciones en sacar la fibra de la cabuya para hacer las mochilas; entonces aproveché para indagar acerca de ésta artesanía.

Figura 8.20. Fragmento CAF_MP-Mochila-005_APFI_289/2235_01.

Para sistematizar el estudio del signo cultural elegido, el caso CAF elaboró una guía de observación y de entrevista, como mostramos en el siguiente fragmento.

> Algunas de las preguntas que realicé fueron las siguientes:
>
> ¿Con qué tipo de material se hacen las mochilas?
>
> ¿Existen diferentes tipos de mochilas y cuáles son sus nombres?
>
> ¿Cuánto se dura haciendo una mochila?
>
> ¿Con qué tipo de hojas o raíces se tiñe las fibras para hacer las mochilas?
>
> ¿Por qué generalmente las mujeres hacen ésta artesanía?
>
> ¿Por lo general quienes usan la mochila?
>
> ¿En cuánto venden las mochilas?
>
> ¿Cómo hacen para cuidar las cabuyas u otro tipo de material que se usa para hacer las mochilas?

Figura 8.21. Fragmento CAF_MP-Mochila-005_APFI_289/2235_02.

El aporte de la faceta de investigación durante el proceso formativo y de enculturación, facilita en los maestros del CEMEI la evidenciación de elementos de la cultura que pueden permitir el diseño de actividades contextualizadas para la enseñanza de las matemáticas en la cultura cabécar (DA-EF_FA2_DACE).

Cabe destacar que en la mayoría de las actividades propuestas por el caso CAF, es evidente la intensión de aplicar los conocimientos relativos al grupo étnico Cabécar y se observa un respetuoso tratamiento del uso de los clasificadores numerales, puesto que

en las descripciones de los conteos, solamente se incorporan elementos con características de homogeneidad, desde la perspectiva cabécar.

Por lo tanto se describe el conteo de aves, árboles y semillas, en éstas últimas se especifica si se cuenta semillas de frijoles o maíz. A continuación mostramos una de las propuestas desarrolladas por el caso CAF, en el cual se describen actividades para el desarrollo de la enseñanza de los números del 0 al 9 y relacionadas con los principios de conteo.

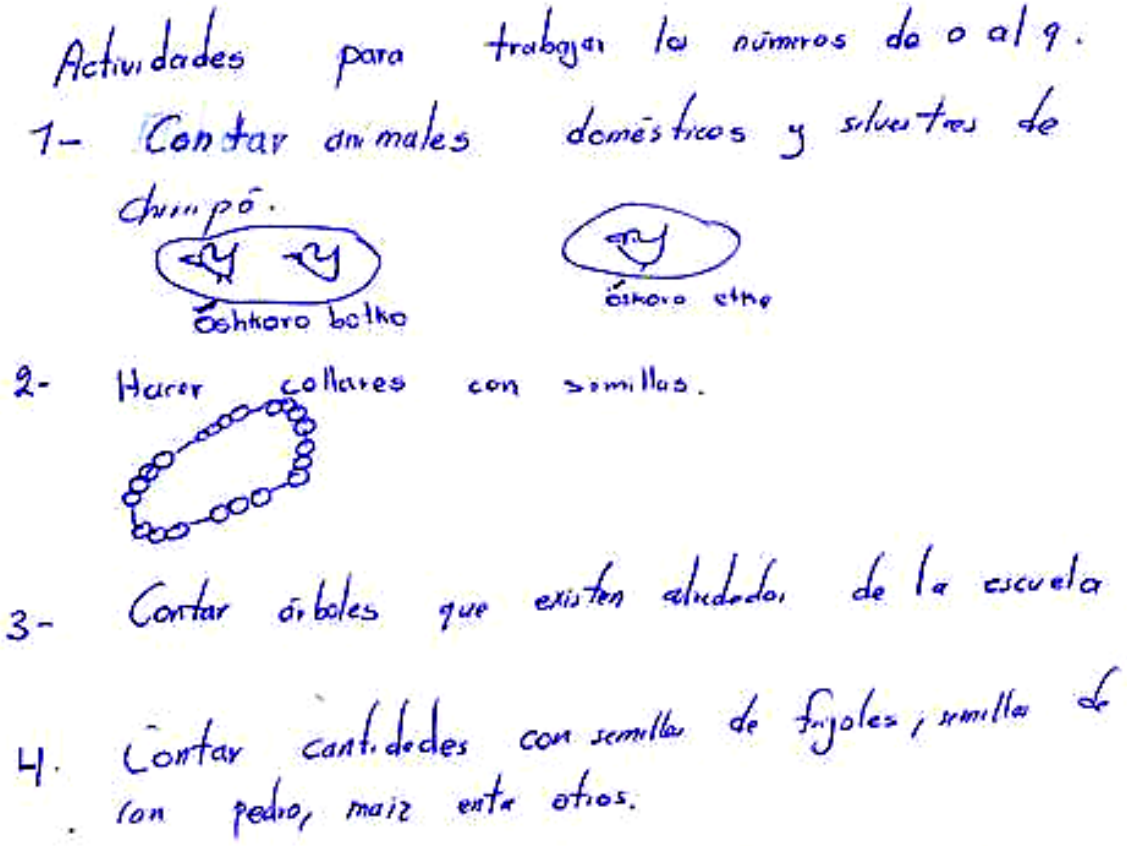


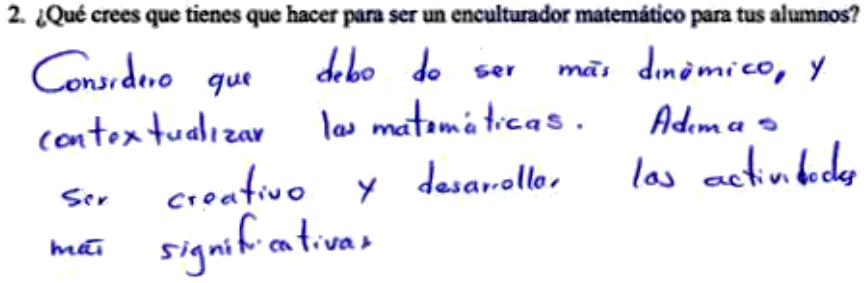
Figura 8.22. Fragmento CAF_FTD4B-001_DACE_974/3157.

Los objetos para los conteos se disponen según su forma, por ejemplo, los frijoles son alargados, las semillas de San Pedro son redondas y los granos de maíz son planos, con lo cual cada objeto que propone para contar corresponde al mismo clasificador numeral y se observa que no hace combinaciones de clases como en el sistema occidental de conteo donde da igual contar mariposas que naranjas.

8.5.2.3 LAS CONCEPCIONES DE CAF RESPECTO A LOS PRINCIPIOS ASOCIADOS A LA ENCULTURACIÓN

Las afirmaciones del caso CAF sobre la figura del maestro como agente difusor de la cultura (DA-EF_FA3_EDC) apuntan hacia la contextualización de las actividades matemáticas como vehículo de acción dinámica en la educación matemática, que consolide procesos de enseñanza significativa y ligada a la realidad y a los desafíos que

enfrentan los pueblos indígenas dentro del proceso de globalización. Uno de los fragmentos que recogen parte del discurso manifestado se presenta seguidamente.


2. ¿Qué crees que tienes que hacer para ser un enculturador matemático para tus alumnos?

Considero que debo de ser más dinámico, y contextualizar las matemáticas. Además ser creativo y desarrollar las actividades más significativas

Figura 8.23. Fragmento CAF_F2B-002_EDC_948/1657.

La etnoenculturación (DA-EF_FA3_ETE) se concibe como el proceso desvinculado del entorno escolar en el cual algún miembro de la comunidad participa del proceso de enculturación y, partiendo de este principio, el caso CAF identifica como etnoenculturadores a los agricultores y a los artesanos, como se ilustra en el siguiente fragmento.

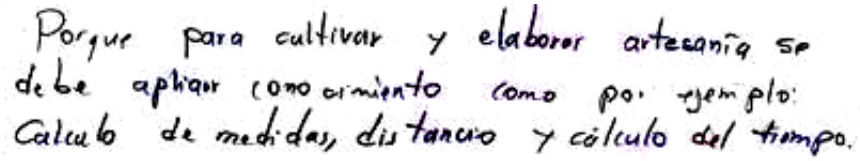

Porque para cultivar y elaborar artesanía se debe aplicar conocimiento como por ejemplo: Calculo de medidas, distancia y cálculo del tiempo.

Figura 8.24. Fragmento CAF_F1A-005_ETE_2263/2794.

La enculturación a través del microproyecto basado en las Etnomatemáticas Cabécares (DA-EF_FA3_EMP) es considerada por el caso CAF como una práctica pedagógica que se relaciona con otras asignaturas escolares y que permite evidenciar el conocimiento implícito de las matemáticas en el proceso de construcción artesanal.

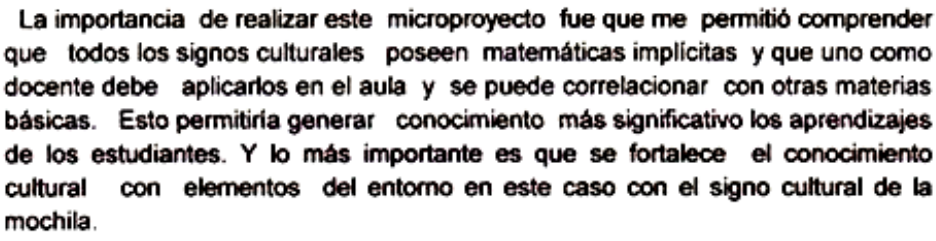

La importancia de realizar este microproyecto fue que me permitió comprender que todos los signos culturales poseen matemáticas implícitas y que uno como docente debe aplicarlos en el aula y se puede correlacionar con otras materias básicas. Esto permitiría generar conocimiento más significativo los aprendizajes de los estudiantes. Y lo más importante es que se fortalece el conocimiento cultural con elementos del entorno en este caso con el signo cultural de la mochila.

Figura 8.25. Fragmento CAF_MP-Mochila-007_EMP_1233/1765.

Entre otros aspectos positivos de la elaboración del Microproyecto, el caso CAF manifiesta que la experiencia contribuye a la preservación del patrimonio cultural, como se ilustra en el siguiente fragmento.

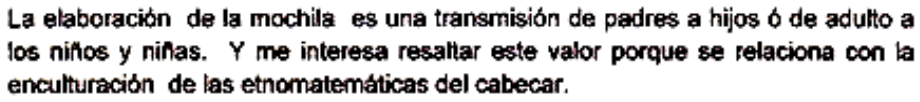
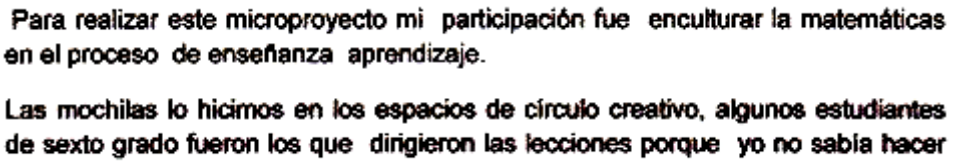

La elaboración de la mochila es una transmisión de padres a hijos ó de adulto a los niños y niñas. Y me interesa resaltar este valor porque se relaciona con la enculturación de las etnomatemáticas del cabecar.

Figura 8.26. Fragmento CAF_MP-Mochila-002_ETE_2190/2510.

En síntesis, el caso CAF considera que la implementación del microproyecto basado en las etnomatemáticas cabécares le permitió tener una experiencia de trabajo

interdisciplinar y cooperativo con la Maestra de Lengua y Cultura, además le permitió enculturarse a través del conocimiento de sus alumnos sobre el artefacto elegido como signo cultural y, aprendió de su compañera docente y de sus estudiantes, según se plasma en el siguiente fragmento.


Para realizar este microproyecto mi participación fue enculturar la matemáticas en el proceso de enseñanza aprendizaje.

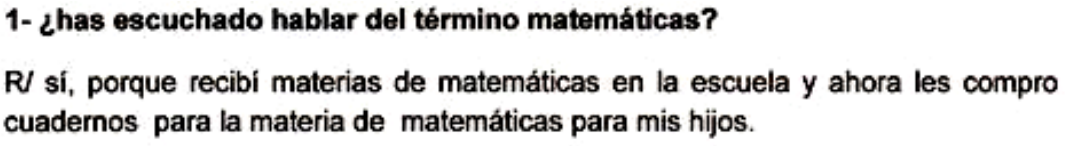
Las mochilas lo hicimos en los espacios de círculo creativo, algunos estudiantes de sexto grado fueron los que dirigieron las lecciones porque yo no sabía hacer

Figura 8.27. Fragmento CAF_MP-Mochila-007_EMP_2744/3150.

8.5.2.4 CONCEPCIÓN EPISTEMOLÓGICA DE CAF RESPECTO A LAS MATEMÁTICAS

Las concepciones respecto a las matemáticas que han sido manifestadas por el caso CAF se identifican de manera transversal en el portafolio y son más orientadas hacia una postura relativista.

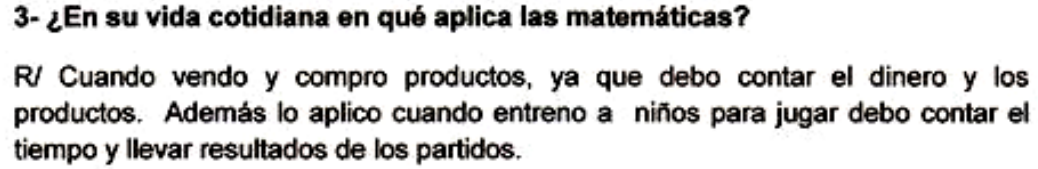
Durante el proceso investigativo que llevó a cabo la maestra, se identifican también las creencias manifestadas en los resultados de sus indagaciones y entrevistas. Por ejemplo, en la entrevista que realizó para el segundo trabajo a distancia (FTD2), su informante especializado manifiesta dos posturas respecto a las matemáticas; por ejemplo, se manifiesta que las matemáticas son las que están relacionadas con el entorno escolar (DA-EF_FA4_MEE), como se muestra en el siguiente fragmento.


1- ¿has escuchado hablar del término matemáticas?

R/ sí, porque recibí materias de matemáticas en la escuela y ahora les compro cuadernos para la materia de matemáticas para mis hijos.

Figura 8.28. Fragmento CAF_FTD1-002_MEE_1239/1498.

El informante especializado, que es entrevistado por la maestra, caracteriza las matemáticas a través ejemplos de la práctica cotidiana (DA-EF_FA4_MVC) identificándolas en el intercambio, compra o venta de productos (trueque), o bien en las prácticas relacionadas con conteos de cantidades, que coincide con algunos de los resultados del tercer estudio base (EB3), plasmados en el Capítulo 6.


3- ¿En su vida cotidiana en qué aplica las matemáticas?

R/ Cuando vendo y compro productos, ya que debo contar el dinero y los productos. Además lo aplico cuando entreno a niños para jugar debo contar el tiempo y llevar resultados de los partidos.

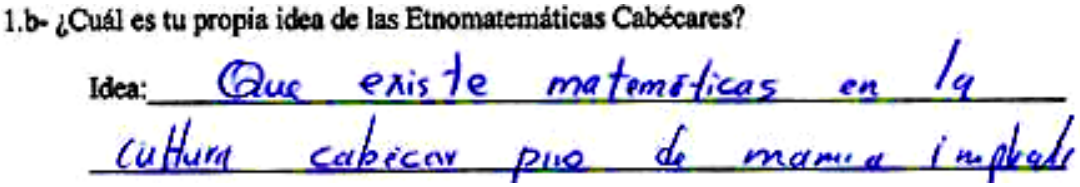
Figura 8.29. Fragmento CAF_FTD1-002_MVC_1730/2069.

De modo que las concepciones epistemológicas del informante especializado que es entrevistado por el caso CAF durante su faceta de formación en investigación, sitúa a las matemáticas tanto en el entorno escolar como en la vida cotidiana Por otra parte, presumimos que las concepciones epistemológicas del caso CAF son relativistas, por

los comentarios que realizó durante sus intervenciones orales, pero no es un hecho evidente en sus producciones escritas.

8.5.2.5 CARACTERIZACIÓN DE LAS ETNOMATEMÁTICAS CABÉCARES MANIFESTADA POR CAF

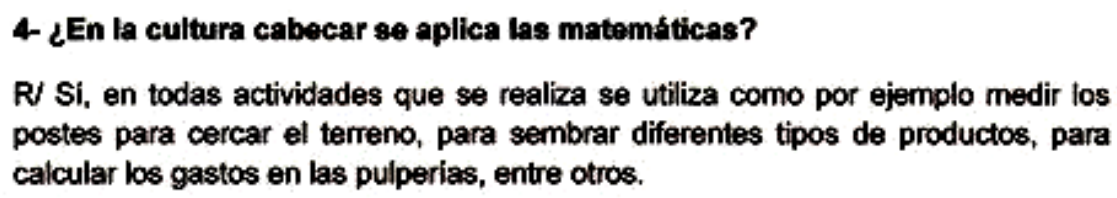
El caso CAF afirma la existencia de etnomatemáticas cabécares (DA-EF_FA5_ECSE) y aclara que dicha existencia es implícita.


1.b- ¿Cuál es tu propia idea de las Etnomatemáticas Cabécares?

Idea: Que existe matemáticas en la cultura cabécar pue de manera implicit

Figura 8.30. Fragmento CAF_F2A-001_ECSE_2225/2692.

Durante la experiencia formativa en investigación del caso CAF, los informantes especiales que participaron en las entrevistas reconocieron la existencia de las etnomatemáticas cabécares, como se ilustra en el siguiente fragmento.


4- ¿En la cultura cabecar se aplica las matemáticas?

R/ Si, en todas actividades que se realiza se utiliza como por ejemplo medir los postes para cercar el terreno, para sembrar diferentes tipos de productos, para calcular los gastos en las pulperias, entre otros.

Figura 8.31. Fragmento CAF_MP-Mochila-007_ECSE_498/811.

El caso CAF plasma en sus producciones una reflexión personal relacionada a las herramientas pedagógicas. Resalta la importancia del proceso de investigación durante su formación y como va a implementarlo para la contextualización de la enseñanza, a partir del desarrollo de microproyectos, que son útiles en el entorno indígena pues permiten destacar las matemáticas implícitas en el conocimiento cotidiano y hace más cercanas las matemáticas a los estudiantes. En el siguiente fragmento, se muestra una síntesis de ideas, donde resaltamos el valor que da el caso CAF a las actividades matemáticas universales (Bishop, 1988a, 1999).

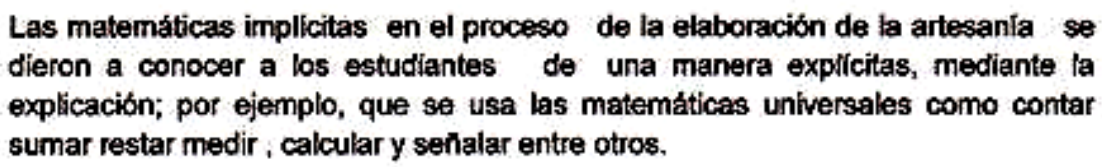

Las matemáticas implícitas en el proceso de la elaboración de la artesanía se dieron a conocer a los estudiantes de una manera explícitas, mediante la explicación; por ejemplo, que se usa las matemáticas universales como contar sumar restar medir , calcular y señalar entre otros.

Figura 8.32. Fragmento CAF_MP-Mochila-007_ECSE_498/811.

Con respecto a la caracterización de las etnomatemáticas cabécares (DA-EF_FA5_ECSC), el caso CAF identifica la presencia de conocimiento matemático en actividades relacionadas con la agricultura y la elaboración de artesanía. En particular, considera como contenidos matemáticos ligados a la actividad agrícola la preparación del terreno para la siembra, la selección de las semillas y la observación de las fases de la luna para deducir el éxito de la cosecha, como ilustramos en el siguiente fragmento.

Cuando se siembra los frijoles, esta actividad consiste en preparar el terreno, seleccionar las semillas y esperar la fase de la luna adecuada para sembrar.

Figura 8.33. Fragmento CAF_FTD2-002_ECS\OAMC_394/580.

En la agricultura se reconocen actividades relacionadas con conocimiento matemático. El caso CAF destaca las siguientes actividades matemáticas implicadas durante la siembra: medir, clasificar, organizar-localizar, comparar, cuantificar-contar, deducir y concluir. En el caso particular de la siembra del frijol (Phaseolus vulgaris) la maestra señala algunas actividades matemáticas implicadas en el siguiente fragmento.

El frijol se siembra por lo general a inicio del invierno para que coseche en el verano. Las actividades matemáticas que se aplica en este cultivo implica medir el terreno, contar las semillas que se siembra y medir el producto que se obtiene de ese cultivo, además si se vende ese producto contar el dinero que ingresa y lo se gasta.

Figura 8.34. Fragmento CAF_FTD2-002_ECSC\Medir_821/1179.

Además de la agricultura, el caso CAF también reconoce la elaboración de artesanías como una actividad en la cual se implican actividades matemáticas como diseñar, medir, organizar-localizar, cuantificar-contar y comparar, como se puede constatar en el siguiente fragmento.

Algunos de los conocimientos matemáticos implícitos que se puede observar al elaborar esta artesanía son: conocimiento acerca de la fases de la luna, calcular la cantidad de hojas de cabuya, calcular el grosor del mecate, conocer los tipos de tejidos para hacer una mochila, tamaño de la mochila y para quien se elabora la mochila sea para un niño o un adulto.

Figura 8.35. Fragmento CAF_MP-Mochila-004_ECSC\Diseñar_828/1263.

La elaboración de la mochila implica conocimientos diversos y el caso CAF pone de manifiesto que en la preparación de la materia prima se identifican actividades matemáticas universales como diseñar, medir, organizar-localizar, comparar, cuantificar-contar y deducir, como puede constarse en el fragmento que mostramos a continuación.

En la producción se puede observar los cálculos de la cantidad de hojas que se requiere, la temperatura para calentar la hoja, calcular el grosor del mecate para tejer, medir el tamaño de la mochila que se va a elaborar, la mochila se inicia haciendo un nudo es decir un punto luego se forman círculos con una secuencia que se une, éste para la base de la mochila luego se van formando varios semicírculos que le van a dar forma a la mochila y para hacer la tira o la faja se colocan los hilos en forma de "línea recta" y de allí se cruzan formando un tejido especial y resistente.

Figura 8.36. Fragmento CAF_MP-Mochila-004_ECSC\Diseñar_1913/2513.

La maestra en formación del caso CAF manifiesta reflexiones sobre la elaboración de la mochila como experiencia de enseñanza-aprendizaje en la cual se implementaron de manera explícita las etnomatemáticas cabécares, como mostramos a continuación.

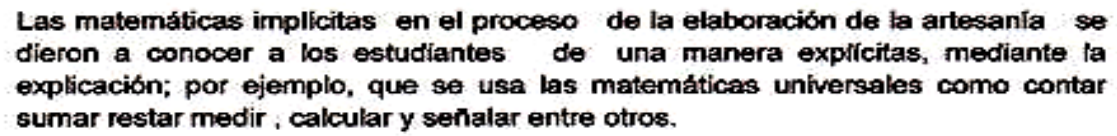

Las matemáticas implícitas en el proceso de la elaboración de la artesanía se dieron a conocer a los estudiantes de una manera explícitas, mediante la explicación; por ejemplo, que se usa las matemáticas universales como contar sumar restar medir , calcular y señalar entre otros.

Figura 8.37. Fragmento CAF_MP-Mochila-007_ECSC\Deducir_498/811.

8.5.2.6 CONCLUSIONES DEL CASO CAF

En conclusión, el caso CAF caracteriza las etnomatemáticas cabécares a través de ejemplos de prácticas en las cuales reconoce presencia de las actividades matemáticas universales, por ejemplo la maestra asocia cuantificar con "contar semillas para la siembra", relaciona la actividad de localizar con "dar una dirección de una casa con respecto a la escuela". La actividad de medir, la asocia con "medir la cantidad de frijol que se vende"; el ejemplo sobre diseñar corresponde a la "construcción de una casa"; y finalmente, el ejemplo de una situación de la vida cotidiana relacionado con la actividad de explicar en la cultura Cabécar lo relaciona con "contar historias para explicar la forma de vida de la población cabécar", porque las historias son verdades cargadas de simbolismos.

Con ayuda del programa MAXDA10 se revisaron 29 páginas del portafolio de la maestra del caso CAF y se identificaron 136 segmentos codificados, de los cuales 61 corresponden a la categoría deductiva DA-EF_ECSC. Hemos realizado un recuento de la frecuencia de aparición, el porcentaje de frecuencia y la frecuencia valorativa, con las que la maestra del caso CAF menciona las once subcategorías vinculadas a la caracterización de las etnomatemáticas cabécares en los 61 segmentos codificados, como mostramos en la siguiente tabla.

Tabla 8.13. *Recuentos de las subcategorías relacionadas con la caracterización de las etnomatemáticas cabécares manifestadas por el caso CAF*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
DA-EF_FA5ECSC_01	7	11,48
DA-EF_FA5ECSC_02	5	8,20
DA-EF_FA5ECSC_03	11	18,03
DA-EF_FA5ECSC_04	10	16,39
DA-EF_FA5ECSC_05	7	11,48
DA-EF_FA5ECSC_06	6	9,84
DA-EF_FA5ECSC_08	5	8,20
DA-EF_FA5ECSC_09	1	1,64
DA-EF_FA5ECSC_10	4	6,56
DA-EF_FA5ECSC_11	5	8,20
Frecuencia Valorativa	61	100

Resaltamos de los recuentos que las dos actividades con mayor porcentaje de frecuencia son medir y organizar y localizar, mientras que la actividad de jugar no aparece en los recuentos. En cuanto las actividades matemáticas que son cotidianas en el entorno cabécar, el caso CAF resalta la práctica del trueque, la agricultura y la confección de artesanía de tejidos prioritariamente.

Finalmente, mostramos una página del portafolio del caso CAF que detalla algunos ejemplos sobre actividades cotidianas de la cultura cabécar que identifica como actividades matemáticas universales.

3- Completa la siguiente tabla con información relacionada a las ACTIVIDADES MATEMÁTICAS UNIVERSALES de la Cultura Cabécar.

	CONTAR	LOCALIZAR	MEDIR	DISEÑAR	JUGAR	EXPLICAR
Ejemplo	Contar las semillas de maíz	Ubicación de una casa	Tamaño de una mesa	Una hamaca	N. S	Cuando se siembra el maíz
¿Cómo se hace?,	Por unidades	Con respecto a la posición de la persona	–	Se coloca unos palos en forma vertical para colocar los mecates.	N. S	Por la luna. C~~por~~ se guían por las fases de la luna
¿Quienes participan?,	Niños, adultos y jóvenes	Todos	Los adultos	Todos.	N. S	Los agricultores
¿Cuándo se hace?	Para sembrar	Casi todo el tiempo	Cuando se necesite.	Todo el año.	N. S	Determinada época del año.
¿Qué material se usa?	Semillas.	Ninguno	Un trozo de madera o mecate.	Palos mecate.	N. S	-Herramientas - Semillas.

Figura 8.38. Caracterización de actividades etnomatemáticas de la cultura cabécar identificadas por el caso CAF.

8.5.3 RESULTADOS DEL CASO CMZ

El caso CMZ corresponde a una maestra indígena de 22 años participante del curso CEMEI que está por primera vez en la universidad. Durante las interacciones y el trabajo instruccional se pudo constatar que posee debilidades en su bilingüismo (porque habla poco español), lo cual incide en su desarrollo profesional y académico. Durante el preanálisis se nota que es breve al responder las tareas de las fichas y los reportes de trabajo a distancia. La maestra del caso CMZ vive y trabaja dentro del territorio indígena y ha aprovechado las oportunidades de estudio y trabajo que se le han ofrecido, por lo cual sobresale dentro de las mujeres de su comunidad, ya que no está casada, es autónoma económicamente y estudia en la universidad. Ha manifestado su interés por "aprender y formarse, porque ella es maestra unidocente y tiene solamente tres años de experiencia docente" (Diario de campo, 2011).

8.5.3.1 IDIOSINCRASIA CULTURAL CABÉCAR MANIFESTADA POR CMZ

El caso CMZ manifiesta indicios de conocimiento cultural cabécar (DA-EF_FA1_CCC) a través de ejemplos ligados a la historia mítica y la cosmovisión. Escoge como signo cultural de interés 'el canasto' y en sus interacciones (prioritariamente orales) resalta los simbolismos y significados cosmogónicos asociados al signo cultural.

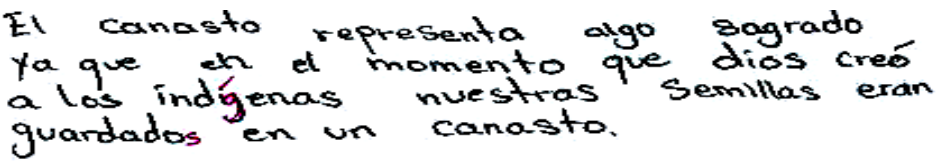

El canasto representa algo sagrado ya que en el momento que dios creó a los indígenas nuestras semillas eran guardados en un canasto.

Figura 8.39. Fragmento CMZ_MP-Canasto-002_CCC_908/1381.

Como se expuso en el capítulo 4, la canasta (o el canasto), tiene un significado histórico asociado al primigenio cosmogónico de estos grupos culturales. Otras referencias mencionadas por el caso CMZ, que evidencian su conocimiento cultural cabécar son la descripción gráfica de la casa cósmica, señalando el supramundo e inframundo; así como la referencia a la estructura clánica matrilineal, o la existencia de cargos tradicionales y la importancia de la figura de "los mayores", responsables entre otras tareas dirigir construcciones y siembras, por su nivel de conocimiento asociado al mito.

La identificación de la cultura con el uso de la lengua (DA-EF_FA1_CUL) se pone de manifiesto cuando la maestra del caso CMZ manifiesta sus creencias respecto a las formas de interpretación del mundo que están vigentes en la cultura cabécar. Por ejemplo, la utilidad de organizar los conteos según la forma de los objetos (clasificadores numerales), como se constata en el siguiente fragmento.

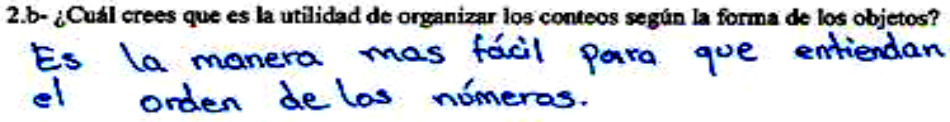

2.b- ¿Cuál crees que es la utilidad de organizar los conteos según la forma de los objetos?
Es la manera mas fácil para que entiendan el orden de los números.

Figura 8.40. Fragmento CMZ_F1A-003_CUL_892/1453.

La defensa del patrimonio cultural (DA-EF_FA1_DPC) se constata en el discurso del caso CMZ cuando manifiesta interés por preservar la cultura, como se nota en el siguiente fragmento.

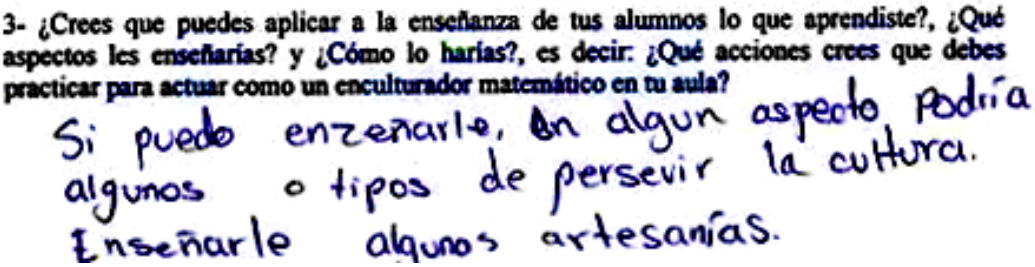

3- ¿Crees que puedes aplicar a la enseñanza de tus alumnos lo que aprendiste?, ¿Qué aspectos les enseñarías? y ¿Cómo lo harías?, es decir: ¿Qué acciones crees que debes practicar para actuar como un enculturador matemático en tu aula?
Si puedo enzeñarle, en algun aspecto podría algunos o tipos de persevir la cultura.
Enseñarle algunos artesanías.

Figura 8.41. Fragmento CMZ_F2C-001_DPC_2269/2856.

8.5.3.2 LAS MANIFESTACIONES DE CMZ RESPECTO A LAS VALORACIONES PEDAGÓGICAS DEL PROCESO FORMATIVO

Las intervenciones del caso CMZ durante las interacciones orales desarrolladas en la implementación del CEMEI fueron escasas y breves. Se pudo notar que posee algunas debilidades en el desarrollo de su bilingüismo Cabécar/Español, lo cual favorece las debilidades en la expresión escrita (DA-EF_FA2_DEE) que se han identificado en las producciones escritas consignadas en el portafolio, en las cuales no siempre se puede comprender la idea de lo que quiere transmitir, o bien no presenta las respuestas de las preguntas formuladas, lo cual nos plantea la duda de si comprendió lo que se le

preguntaba. Además, en el reporte de la entrevista que realiza durante el segundo trabajo a distancia (FTD2) da pocas justificaciones y utiliza una redacción en español muy poco comprensible; sin embargo, al exponer los resultados de manera oral lo hace de manera concisa pero clara.

A pesar de escribir poco, la maestra del caso CMZ utiliza otras habilidades de expresión (DA-EF_FA2_OHE) y en ellas manifiesta su conocimiento de la cultura relacionado con las matemáticas, como se observa en la siguiente imagen.

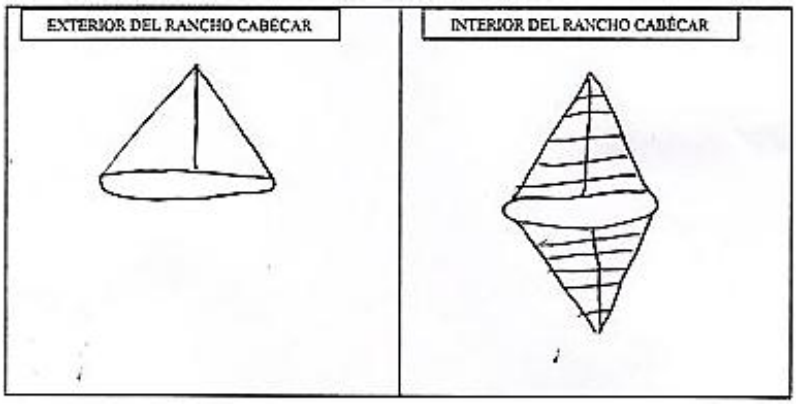
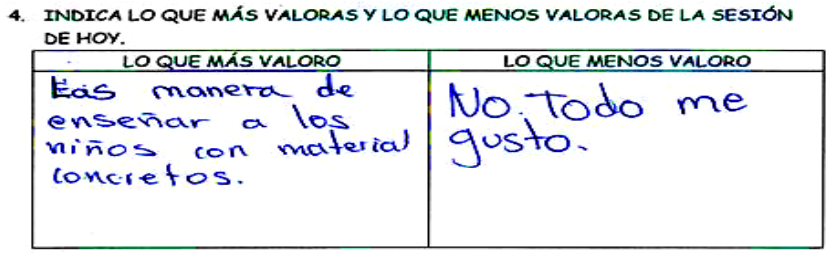


Figura 8.42. Fragmento CMZ_F1A-001_OHE_1040/2033.

Observamos que la maestra del caso CMZ realiza la conexión entre la forma de la casa tradicional Cabécar (Jú-Tsiní) y el ícono de la Casa Cósmica (modelo especular del cosmos: Nopatkuö), que fueron explicadas en el Capítulo 4 y relaciona las formas geométricas que son evidentes en ambas representaciones.

Con respecto a las aportaciones acerca de la metodología del curso (DA-EF_FA2_AMC), en general el caso CMZ no detalla las justificaciones sobre las valoraciones que realiza de las actividades del curso.


4. INDICA LO QUE MÁS VALORAS Y LO QUE MENOS VALORAS DE LA SESIÓN DE HOY.

LO QUE MÁS VALORO	LO QUE MENOS VALORO
Eas manera de enseñar a los niños con material concretos.	No. Todo me gusto.

Figura 8.43. Fragmento CMZ_F5D-001_AMC_2313/3051.

En las aportaciones que realiza la maestra del caso CMZ sobre su proceso de formación como investigadora del propio proceso de enculturación (DA-EF_FA2_APFI), durante la elaboración de sus trabajos no presenciales (por ejemplo FTD2), sobresalen preguntas en las cuales se puede identificar la pericia que está adquiriendo para realizar indagaciones sobre las matemáticas, así como sus propias ideas sobre las etnomatemáticas cabécares.

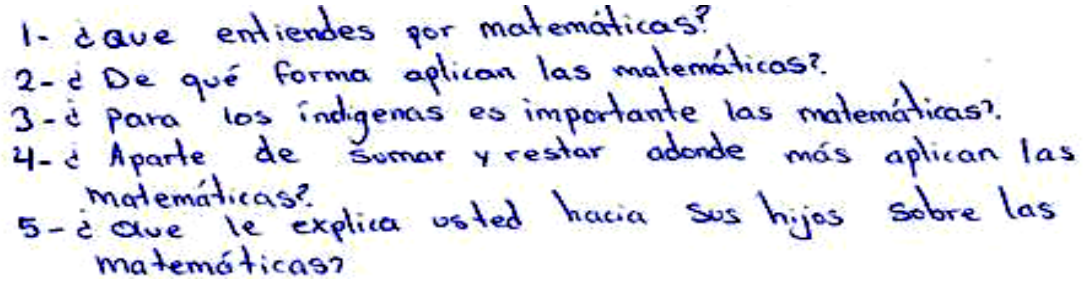

1- ¿Que entiendes por matemáticas?
2- ¿De qué forma aplican las matemáticas?
3- ¿Para los indígenas es importante las matemáticas?
4- ¿Aparte de sumar y restar adonde más aplican las matemáticas?
5- ¿Que le explica usted hacia sus hijos sobre las matemáticas?

Figura 8.44. Fragmento CMZ_FTD1-002_APFI_494/1263.

El caso CMZ muestra en su proceso responsabilidad como investigadora y realiza un convenio o negociación de entrada con los informantes, como puede confirmarse en el siguiente fragmento.

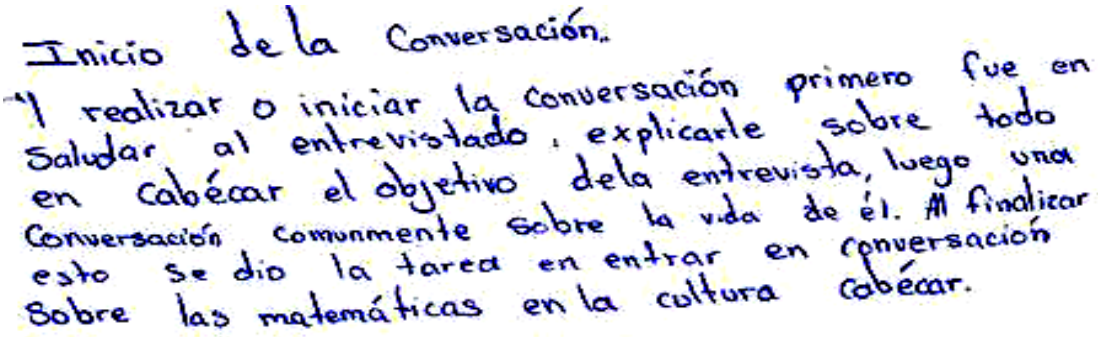

Inicio de la Conversación.
Al realizar o iniciar la conversación primero fue en Saludar al entrevistado, explicarle sobre todo en Cabécar el objetivo dela entrevista, luego una Conversación comunmente sobre la vida de él. Al finalizar esto se dio la tarea en entrar en conversación Sobre las matemáticas en la cultura Cabécar.

Figura 8.45. Fragmento CMZ_FTD1-002_APFI_1345/2155.

Además el caso CMZ describe brevemente el proceso que siguió para iniciar el estudio sobre el signo cultural con el que decide desarrollar el microproyecto basado en las Etnomatemáticas Cabécares. Para sistematizar el estudio del signo cultural elegido la maestra en formación elabora una guía de preguntas orientativas.

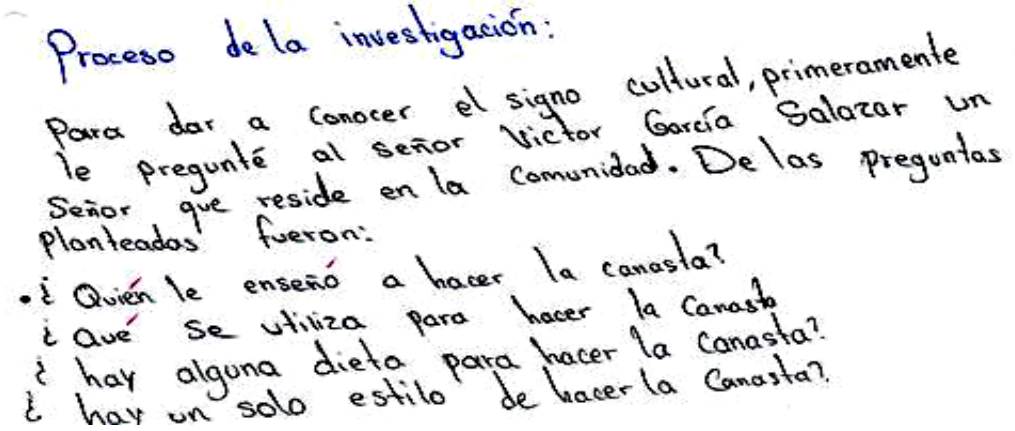
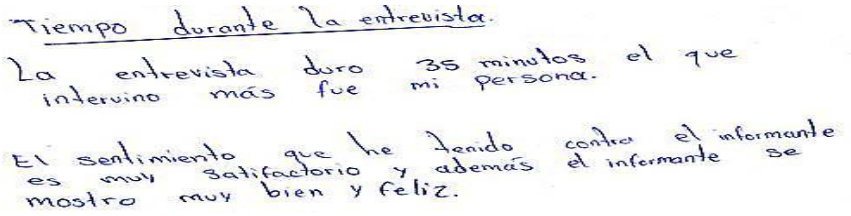

Proceso de la investigación:
Para dar a Conocer el signo cultural, primeramente le pregunté al señor Victor García Salazar un Señor que reside en la Comunidad. De las preguntas Planteadas fueron:
- ¿Quién le enseñó a hacer la canasta?
- ¿Qué se utiliza para hacer la Canasta
- ¿hay alguna dieta para hacer la Canasta?
- ¿hay un solo estilo de hacer la Canasta?

Figura 8.46. Fragmento CMZ_MP-Canasto-006_APFI_264/1356.

Resaltamos que en los reportes de entrevistas realizados por el caso CMZ, un aspecto al cual le otorga importancia en la descripción es el tiempo de duración de la entrevista y la actitud del informante especializado que es entrevistado.


Tiempo durante la entrevista.

La entrevista duro 35 minutos el que intervino más fue mi persona.

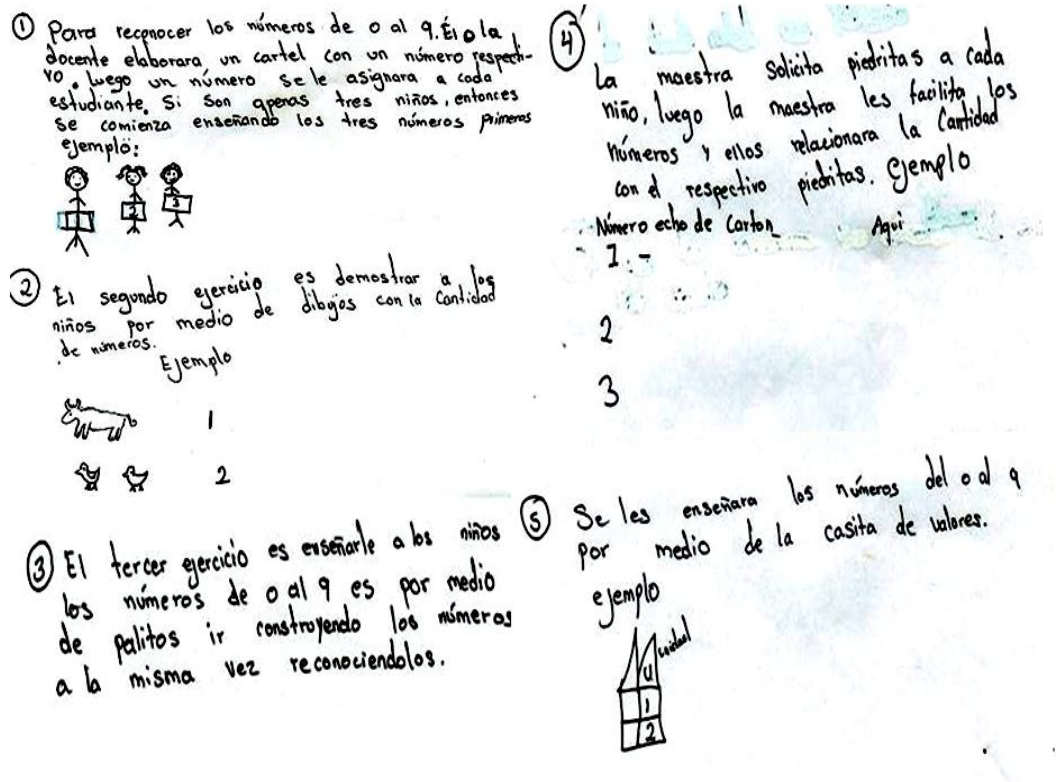
El sentimiento que he tenido contra el informante es muy satisfactorio y además el informante se mostro muy bien y feliz.

Figura 8.47. Fragmento CMZ_FTD1-003_APFI_1604/2672.


Durante el entrevistado la comunicación fue te muy exelente. hubo mucha paciencia por mi persona ya que el entrevistado es un adulto mayor ocupaba en hablarle muy fuerte.

Figura 8.48. Fragmento CMZ_ FTD1-004_APFI_34/561.

Las aportaciones en el proceso de formación como investigadores del propio proceso de enculturación contribuyen para que los maestros del curso CEMEI realicen propuestas innovadoras en el diseño de actividades contextualizadas para la enseñanza de las matemáticas en la cultura cabécar (DA-EF_FA2_DACE). Un ejemplo del diseño de actividades contextualizadas propuestas por la maestra del caso CMZ corresponde a la descripción de cómo introduciría los números del 0 al 9, considerando los principios de conteo.


① Para reconocer los números de 0 al 9. El o la docente elaborara un cartel con un número respectivo, luego un número se le asignara a cada estudiante. Si son apenas tres niños, entonces se comienza enseñando los tres números primeros ejemplo:

② El segundo ejercicio es demostrar a los niños por medio de dibujos con la cantidad de números.
Ejemplo
1
2

③ El tercer ejercicio es enseñarle a los niños los números de 0 al 9 es por medio de palitos ir construyendo los números a la misma vez reconociendolos.

④ La maestra solicita piedritas a cada niño, luego la maestra les facilita los números y ellos relacionara la cantidad con el respectivo piedritas. Ejemplo
Número echo de Carton Aqui
1.-
2
3

⑤ Se les enseñara los números del 0 al 9 por medio de la casita de valores.
ejemplo
Unidad
U
1
2

Figura 8.49. FragmentosCMZ_FTD4B-001_DACE_944/3246 y CMZ_FTD4B-002_DACE_48/3039.

8.5.3.3 LAS CONCEPCIONES DE CMZ RESPECTO A LOS PRINCIPIOS ASOCIADOS A LA ENCULTURACIÓN

Las concepciones manifestadas por el caso CMZ respecto a la figura del maestro como agente difusor de la cultura (DA-EF_FAE3_EDC) implican interacciones con los estudiantes de los entornos indígenas sobre conocimientos diversos.

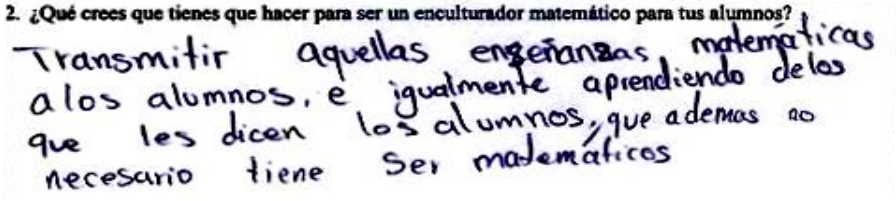

2. ¿Qué crees que tienes que hacer para ser un enculturador matemático para tus alumnos?
Transmitir aquellas enseñanzas matemáticas a los alumnos, e igualmente aprendiendo de los que les dicen los alumnos, que ademas no necesario tiene Ser matemáticos

Figura 8.50. Fragmento CMZ_F2B-002_EDC_989/1641.

Además, para caso CMZ es importante desarrollar en la escuela indígena actividades de transmisión de conocimientos que permitan preservar el conocimiento cultural.

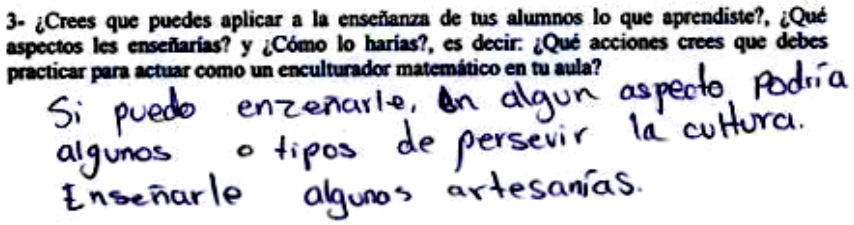

3- ¿Crees que puedes aplicar a la enseñanza de tus alumnos lo que aprendiste?, ¿Qué aspectos les enseñarías? y ¿Cómo lo harías?, es decir: ¿Qué acciones crees que debes practicar para actuar como un enculturador matemático en tu aula?
Si puedo enzeñarle, en algun aspecto podría algunos o tipos de persevir la cultura.
Enseñarle algunos artesanías.

Figura 8.51. Fragmento CMZ_F2C-001_EDC_2269/2856.

La maestra en formación del caso CMZ identifica como etnoenculturadores (DA-EF_FAE3_ETE) a los padres de familia y a los miembros de la comunidad en la cual desarrolla el ejercicio de la docencia. En el caso de los padres de familia, los reconoce como enculturadores de sus hijos y respecto a los miembros de la comunidad, los concibe como agentes enculturadores de ella misma en su figura de maestra y refuerza la importancia de la pervivencia del conocimiento cultural.

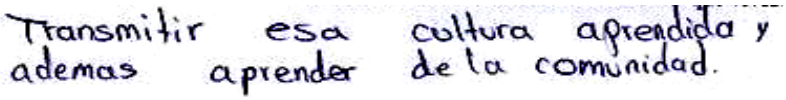

Transmitir esa cultura aprendida y ademas aprender de la comunidad.

Figura 8.52. Fragmento CMZ_F2B-002_ETE_1858/2301.

La maestra en formación del caso CMZ reflexiona acerca de la enculturación, como un proceso de enseñanza en la cual la figura del miembro de la comunidad prevalece sobre la figura del maestro, una evidencia la ilustra el siguiente fragmento.

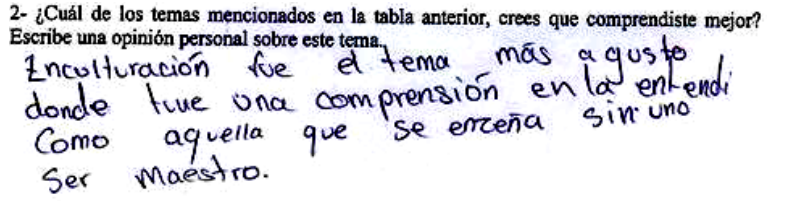

2- ¿Cuál de los temas mencionados en la tabla anterior, crees que comprendiste mejor? Escribe una opinión personal sobre este tema.
Enculturación fue el tema más a gusto donde tuve una comprensión en la entendí Como aquella que se enzeña sin uno Ser Maestro.

Figura 8.53. Fragmento CMZ_F2C-001_ETE_1652/2222.

Con respecto a la práctica pedagógica de e**nculturación a través del Microproyecto** basado en las Etnomatemáticas Cabécares (DA-EF_FA3_EMP), podemos deducir que la intensión de la maestra del caso CMZ es evidenciar el conocimiento implícito de las matemáticas en el proceso de construcción artesanal, para lo cual elige como signo cultural 'el canasto' y reconoce que es un artefacto de uso cotidiano, que es tradicional en todas las comunidades indígenas y que contiene la posibilidad de ser estudiado desde una perspectiva matemática.

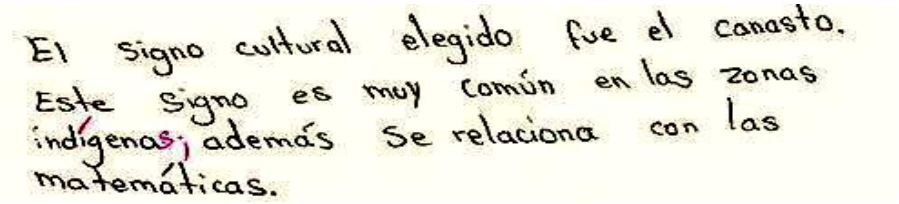

El signo cultural elegido fue el canasto. Este signo es muy común en las zonas indígenas; además se relaciona con las matemáticas.

Figura 8.54. Fragmento CMZ_MP-Canasto-002_EMP_375/887.

Entre otros aspectos positivos de la elaboración del microproyecto, resaltamos la relación que la maestra del caso CMZ identifica entre el signo cultural y los contenidos matemáticos que contiene.

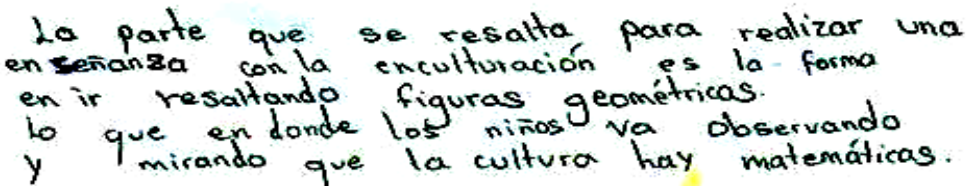

La parte que se resalta para realizar una enseñanza con la enculturación es la forma en ir resaltando figuras geométricas. lo que en donde los niños va observando y mirando que la cultura hay matemáticas.

Figura 8.55. Fragmento CMZ_MP-Canasto-002_EMP_2038/2653.

En las reflexiones expuestas durante las interacciones orales por la maestra del caso CMZ podemos identificar valoraciones respecto a sus alumnos y respecto a su experiencia de formación docente. Afirma que "los niños entienden mucho mejor y con rapidez el tema" y en su rol de maestra "Esto me ayuda a superarme como maestra y además en los niños de aprender mucho mejor" (Diario de Campo, 2011). Concluimos que para esta maestra indígena la experiencia pedagógica a través de microproyectos basados en Etnomatemáticas Cabécares fue positiva.

8.5.3.4 CONCEPCIÓN EPISTEMOLÓGICA DE CMZ RESPECTO A LAS MATEMÁTICAS

Las concepciones epistemológicas respecto a las matemáticas que han sido manifestadas por la maestra del caso CMZ se relacionan desde una perspectiva relativista, pues reconoce tres actividades matemáticas propias de su cultura cabécar: el uso de clasificadores numerales, la agricultura y la compra-venta de productos (trueque). Al referirse a la construcción de ranchos tradicionales, afirma que las actividades en las cuales "se realiza la aplicación de medir y localizar se realiza espontáneamente", como se pone en evidencia en el siguiente fragmento.

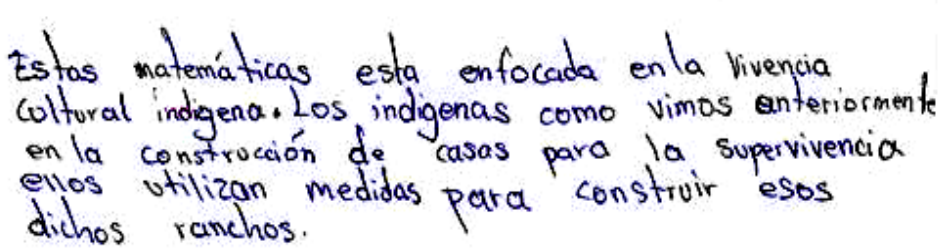
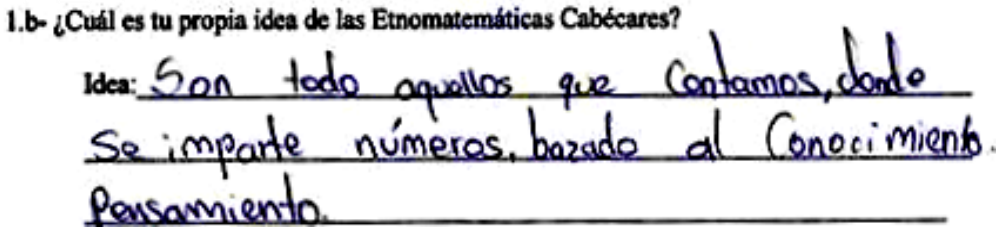

Estas matemáticas esta enfocada en la vivencia cultural indigena. Los indigenas como vimos anteriormente en la construcción de casas para la supervivencia ellos utilizan medidas para construir esos dichos ranchos.

Figura 8.56. Fragmento CMZ_FTD2-003_MVC_1896/2515.

Como pudimos observar de manera transversal en el portafolio, durante el estudio de caso CMZ, las concepciones epistemológicas de la maestra en formación y de los informantes clave que participan en su proceso de formación como investigadora, sitúan a las matemáticas en diferentes acciones de la vida cotidiana (DA-EF-FA4_MVC).

8.5.3.5 CARACTERIZACIÓN DE LAS ETNOMATEMÁTICAS CABÉCARES MANIFESTADA POR CMZ

Las ideas que plasma la maestra en formación del caso CMZ en las cuales afirma la existencia de las Etnomatemáticas Cabécares (DA-EF-FA5_ECSE) están orientadas al conocimiento y uso de los números, presentando una redacción confusa:


1.b- ¿Cuál es tu propia idea de las Etnomatemáticas Cabécares?

Idea: Son todo aquellos que Contamos, donde Se imparte números, bazado al Conocimiento Pensamiento.

Figura 8.57. Fragmento CMZ_F2A-001_ECSE_2296/2860.

Los reportes del proceso de formación como investigadora del propio proceso de enculturación permiten constatar que durante las indagaciones y las entrevistas con informantes especiales de la comunidad cabécar, se reconozca la existencia de las Etnomatemáticas Cabécares, tanto por las preguntas de la maestra como por las respuestas de los informantes especiales.

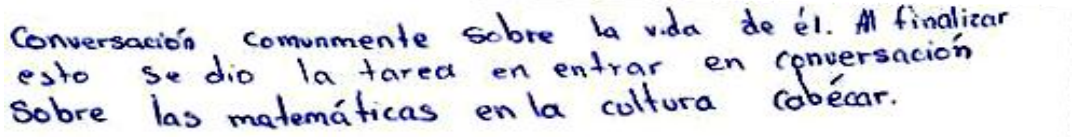

Conversación comunmente sobre la vida de él. Al finalizar esto se dio la tarea en entrar en conversación sobre las matemáticas en la cultura cabécar.

Figura 8.58. Fragmento CMZ_FTD1-002_ECSE_1759/2131.

Lo más común en los discursos del caso CMZ es que se afirme la existencia de las Etnomatemáticas Cabécares sin que exista una caracterización de las mismas (DA-EF_FA5_ECNC). Se reconoce que las matemáticas están presentes en la agricultura, en la confección de artesanía o en la estructura clánica, sin embargo, no explica de qué forma.

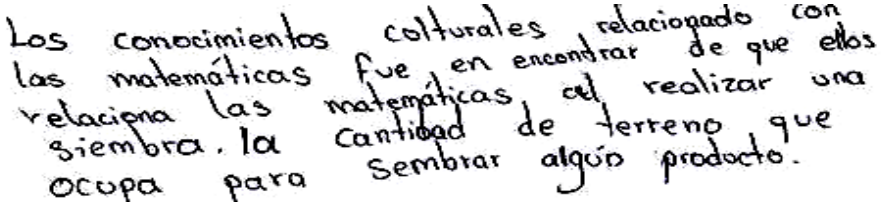


Figura 8.59. Fragmento CMZ_FTD1-004_ECNC_589/1188.

En el informe del microproyecto, identificamos que el caso CMZ realiza algunas afirmaciones en las cuales manifiesta la existencia de Etnomatemáticas Cabécares, sin embargo, la caracterización que hace de éstas es muy limitada.

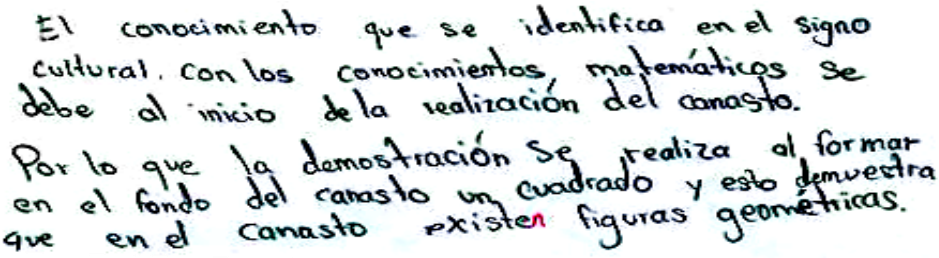


Figura 8.60. Fragmento CMZ_MP-Canasto-005_ECNC_295/1102.

La caracterización de las Etnomatemáticas Cabécares (DA-EF_FA5_ECSC) que identificamos en el portafolio de CMZ las relacionamos prioritariamente con las actividades matemáticas universales.

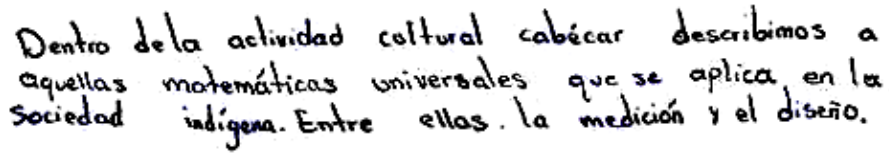


Figura 8.61. Fragmento CMZ_FTD2-003_ECSC\Ddiseñar_46/508.

8.5.3.6 CONCLUSIONES DEL CASO CMZ

Las producciones del caso CMZ nos muestran que la maestra en formación relaciona la actividad de contar con la producción de productos para la venta (o intercambio-trueque), la actividad de localizar la relaciona con la delimitación de un terreno para el cultivo de algún producto, la actividad de medir la relaciona con la construcción de una casa tradicional, así como la actividad de diseñar, en la cual considera tanto la construcción física de la casa tradicional, como la construcción mítica de la casa cósmica (Nopatkuö). También relaciona la actividad de diseñar con la elaboración de imágenes decorativas para fabricar artesanía; mientras que las actividades de jugar y explicar las relaciona con el establecimiento de normas (sociofactos) con sus respectivos significados y justificaciones culturales. En el estudio de este caso, hemos percibido un grado de carencia en las habilidades de lectoescritura en español, que ha sido recurrente en las producciones escritas del caso CMZ. Con ayuda del programa MAXDA10 se revisaron 35 páginas del portafolio de la maestra del caso CMZ y se identificaron 107 segmentos codificados, de los cuales 35 corresponden a la categoría deductiva DA-EF_ECSC.

A continuación mostraremos la tabla que incluye los recuentos de la frecuencia de aparición, el porcentaje de frecuencia y la frecuencia valorativa, con las que la maestra del caso CMZ menciona las once subcategorías vinculadas a la caracterización de las etnomatemáticas cabécares.

Tabla 8.14. *Recuentos de las subcategorías relacionadas con la caracterización de las etnomatemáticas cabécares manifestadas por el caso CMZ*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
DA-EF_FA5ECSC_01	3	8,57
DA-EF_FA5ECSC_02	4	11,43
DA-EF_FA5ECSC_03	7	20,00
DA-EF_FA5ECSC_04	6	17,14
DA-EF_FA5ECSC_05	5	14,29
DA-EF_FA5ECSC_06	5	14,29
DA-EF_FA5ECSC_07	1	2,86
DA-EF_FA5ECSC_10	2	5,71
DA-EF_FA5ECSC_11	2	5,71
Frecuencia Valorativa	35	100

Nótese que en los recuentos no se consideran las subcategorías DA-EF_FA5ECSC_08 y DA-EF_FA5ECSC_09, mientras que las dos actividades con mayor porcentaje de frecuencia son cuantificar-contar y medir. En cuanto las actividades matemáticas que son cotidianas en el entorno cabécar (DA-EF_FA5ECSC_11), el caso CMZ resalta prácticas y conocimientos asociados a la agricultura y a la construcción de ranchos tradicionales como actividad relacionadas con conocimiento matemático. Terminamos el análisis del caso CMZ con una página del portafolio en la cual detalle ejemplos sobre actividades cotidianas de la cultura cabécar que identifica como actividades matemáticas universales.

3- Completa la siguiente tabla con información relacionada a las ACTIVIDADES MATEMÁTICAS UNIVERSALES de la Cultura Cabécar.

	CONTAR	LOCALIZAR	MEDIR	DISEÑAR	JUGAR	EXPLICAR
Ejemplo	Contar productos para ventas	Buscar un terreno para sembrar algun producto	Realización de una casa para vivir	Disenar dibujos en una artesanía	Jugar bola	conversar o contar historia
¿Cómo se hace?,	Poniendo los Productos en Sacos	En poner puntos de medida a los arboles	Medir un terreno en donde se va construir la casa.	Ilustrando un machete Pequeño	Reunirse a la Orilla de la Casa.	Poner a la Persona al lado
¿Quienes participan?,	Señores x Señoras	Señores y Señoras	Los señores de la Casa	Las Señoras	Todos los miembros de la Casa	los señores mayores
¿Cuándo se hace?	Momento en el producto que ya esta madura.	En el momento que Se va Sembrar algun Producto.	Al construir una Casa o rancho	Momento en realizar un Canto.	En las tardes	Cuando se hace una Visita.
¿Qué material se usa?	Sacos o bolsas	Machete	Arboles del bosque y hojas	Guacal cuchillo de Cosina.	bola.	Conocimiento.

Figura 8.62. Caracterización de actividades etnomatemáticas de la cultura cabécar identificadas por el caso CMZ.

8.5.4 RESULTADOS DEL CASO CDF

El caso CDF se refiere a un maestro indígena de 22 años participante del curso CEMEI que vive y trabaja en la comunidad cabécar llamada Duchari. Además de ser hablante de Cabécar, que es su lengua materna también afirma hablar un nivel bajo de Bribri y ha mostrado habilidades para leer, escribir y hablar en Español. Vive en un entorno muy aislado, a 20 kilómetros del final de la carretera, sin electricidad ni acueducto. Además, para trasladarse a la escuela en la que trabaja debe caminar por cinco horas desde su casa todos los días, por lo tanto, vive cerca de la escuela durante el periodo lectivo y visita a su familia, cuando puede, en los días festivos. Pero el aislamiento de su entorno laboral limita sus posibilidades de formación académica y profesional. La escuela la dirigen entre él y otro maestro. Su interés en el curso radica en que "quiere adquirir más conocimiento para la labor docente" (Diario de campo, 2011).

8.5.4.1 IDIOSINCRASIA CULTURAL CABÉCAR MANIFESTADA POR CDF

Se presentan indicios de conocimiento cultural cabécar (DA-EF_FA1_CCC), manifestados por el conocimiento del maestro sobre la historia mítica y la cosmovisión, que plasma en muchos de los fragmentos de las producciones escritas revisadas durante el análisis de contenido.

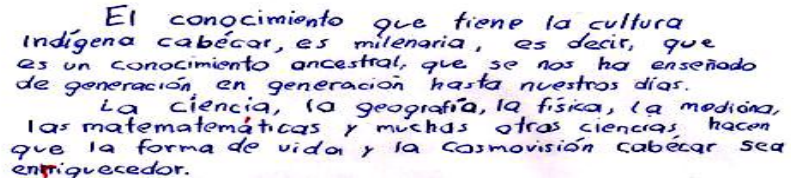

El conocimiento que tiene la cultura indígena cabécar, es milenaria, es decir, que es un conocimiento ancestral, que se nos ha enseñado de generación en generación hasta nuestros días.
La ciencia, la geografía, la física, la medicina, las matemateméticas y muchas otras ciencias hacen que la forma de vida y la cosmovisión cabécar sea enriquecedor.

Figura 8.63. Fragmento CDF_MP-Hamaca-003_CCC_417/1156.

En las descripciones realizadas por CDF menciona los cargos tradicionales para los rituales culturales (ver el Capítulo 4) y manifiesta que prioritariamente son los varones quienes se ocupan de estas actividades. Además manifiesta su conocimiento respecto a los rituales funerarios y a las relaciones míticas que existen en la cosmovisión cabécar sobre todo lo atinente a la construcción de la casa tradicional.

Se constata en las producciones escritas del caso CDF la identificación de la cultura con el uso de la lengua materna (DA-EF_FA1_CUL), por ejemplo en las explicaciones sobre la vigencia en el uso de los clasificadores numerales y la justificación sobre sus creencias respecto a la utilidad de organizar los conteos según la forma de los objetos.

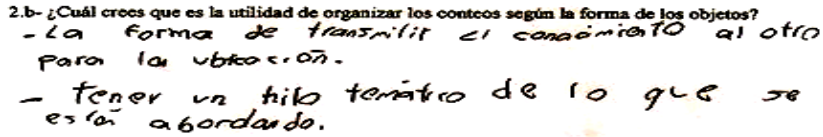

2.b- ¿Cuál creés que es la utilidad de organizar los conteos según la forma de los objetos?
- La forma de transmitir el conocimiento al otro para la ubicación.
- Tener un hilo temático de lo que se está abordando.

Figura 8.64. Fragmento CDF_F1A-003_CUL_868/1489.

El maestro en formación del caso CDF recalca la importancia de la oralidad en la transmisión de los conocimientos ancestrales en sus producciones escritas, como se evidencia en el siguiente fragmento.

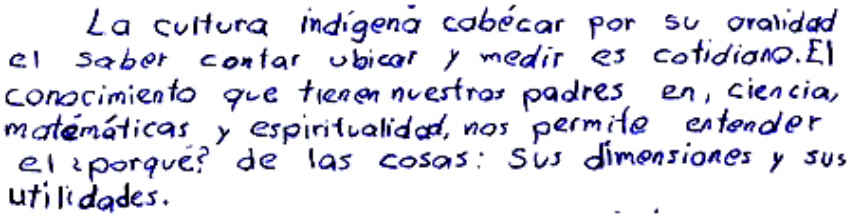

La cultura indígena cabécar por su oralidad el saber contar ubicar y medir es cotidiano. El conocimiento que tienen nuestros padres en, ciencia, matemáticas y espiritualidad, nos permite entender el ¿porqué? de las cosas: Sus dimensiones y sus utilidades.

Figura 8.65. Fragmento CDF_FTD2-001_CUL_789/1306.

En el discurso del maestro se mencionan algunas actividades matemáticas de uso cotidiano y la relación existente con la visión cosmogónica desde la perspectiva cabécar, que tienen relación con la defensa del patrimonio cultural (DA-EF_FA1_DPC). En particular, le preocupa que se ponga en valor el "conocimiento técnico" implícito en el "conocimiento práctico" que está asociado a las actividades diarias.

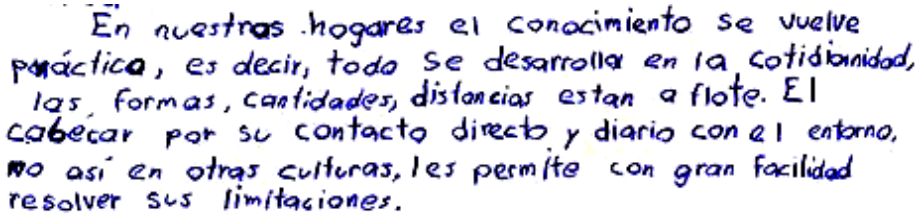

En nuestros hogares el conocimiento se vuelve práctica, es decir, todo se desarrolla en la cotidianidad, las formas, cantidades, distancias estan a flote. El cabécar por su contacto directo y diario con el entorno, no así en otras culturas, les permite con gran facilidad resolver sus limitaciones.

Figura 8.66. Fragmento CDF_FTD2-001_DPC_1289/1792.

Durante las intervenciones orales y escritas del caso CDF se puso de manifiesto el interés del maestro por preservar el conocimiento de las técnicas artesanales y específicamente elige la *hamaca* como signo cultural para desarrollar su microproyecto.

El maestro en formación manifiesta la importancia de inculcar a sus alumnos en la escuela los valores asociados a la experiencia de confección de hamacas y la importancia de mantener esta práctica cultural.

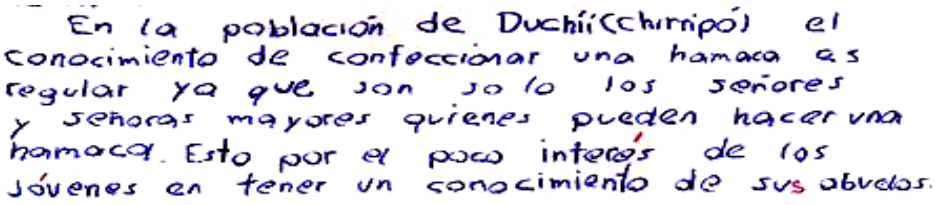

En la población de Duchí(Chirripó) el conocimiento de confeccionar una hamaca es regular ya que son solo los señores y señoras mayores quienes pueden hacer una hamaca. Esto por el poco interés de los jóvenes en tener un conocimiento de sus abuelos.

Figura 8.67. Fragmento CDF_MP-Hamaca-003_DPC_1881/2414.

Una de las razones por las cuales el maestro justifica la realización de su microproyecto es que reconoce el poco interés de sus alumnos por preservar el conocimiento artesanal de los mayores, como se evidencia en el fragmento que mostramos a continuación.

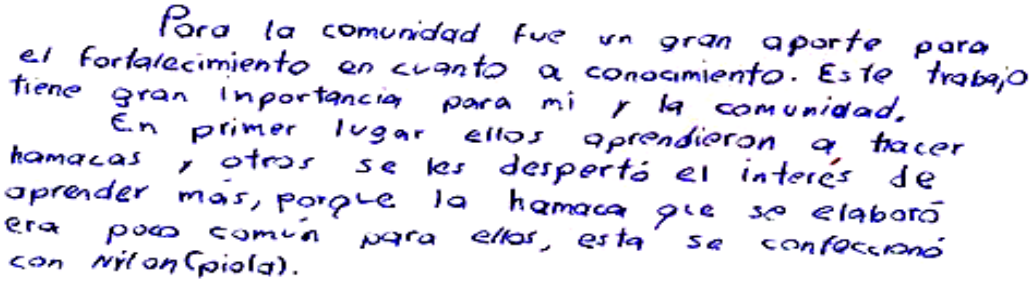

Para la comunidad fue un gran aporte para el fortalecimiento en cuanto a conocimiento. Este trabajo tiene gran importancia para mi y la comunidad.
En primer lugar ellos aprendieron a hacer hamacas, otros se les despertó el interés de aprender más, porque la hamaca que se elaboró era poco común para ellos, esta se confeccionó con Nilon (piola).

Figura 8.68. Fragmento CDF_MP-Hamaca-005_DPC_1902/2597.

El maestro del caso CDF aprendió a tejer hamacas con su madre y transmite estas técnicas artesanales a sus estudiantes dentro de la unidad didáctica interdisciplinar que diseñó para concretar el microproyecto basado en las Etnomatemáticas Cabécares.

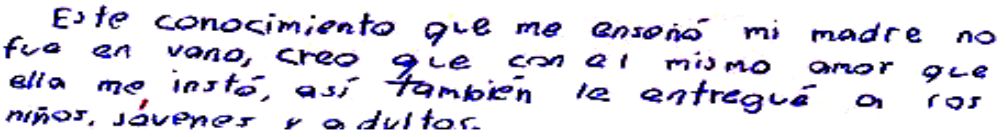

Este conocimiento que me enseñó mi madre no fue en vano, creo que con el mismo amor que ella me instó, así también le entregué a los niños, jóvenes y adultos.

Figura 8.69. Fragmento CDF_MP-Hamaca-005_DPC_979/1363.

8.5.4.2 LAS MANIFESTACIONES DE CDF RESPECTO A LAS VALORACIONES PEDAGÓGICAS DEL PROCESO FORMATIVO

El discurso manifestado durante las interacciones orales y en las producciones escritas, permiten constatar el nivel alto de bilingüismo que posee el maestros del caso CDF. En los documentos que conforman la unidad de muestreo se evidencian habilidades de expresión escrita en español (DA-EF-FA2_HEE); aunque cabe destacar que en algunas ocasiones suponemos que usa las palabras sin tener claro su significado, por ejemplo, el uso de la palabra 'obsoleto' en el fragmento que se muestra seguidamente.

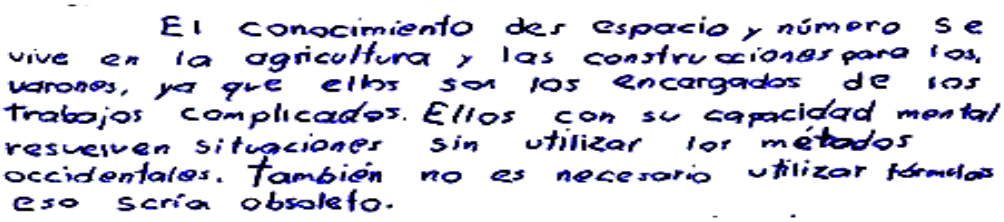

El conocimiento des espacio y número se vive en la agricultura y las construcciones para los varones, ya que ellos son los encargados de los trabajos complicados. Ellos con su capacidad mental resuelven situaciones sin utilizar los métodos occidentales. También no es necesario utilizar fórmulas eso sería obsoleto.

Figura 8.70. Fragmento CDF_FTD2-001_HEE_1769/2385.

Consideramos que el maestro utiliza el término 'obsoleto' por calificar de 'superfluo o innecesario' el uso de las fórmulas.

El portafolio del caso CDF posee documentos con amplias explicaciones y descripciones, denotando en la mayoría de ellas el conocimiento de la tradición oral, mítica y cosmogónica cabécar.

Con respecto a la categoría referida a otras habilidades de expresión (DA-EF_FA2_OHE), debemos recalcar que el portafolio del caso CAF es uno de los más ilustrados, pues encontramos fotografías, esquemas y dibujos, como el que mostramos a continuación.

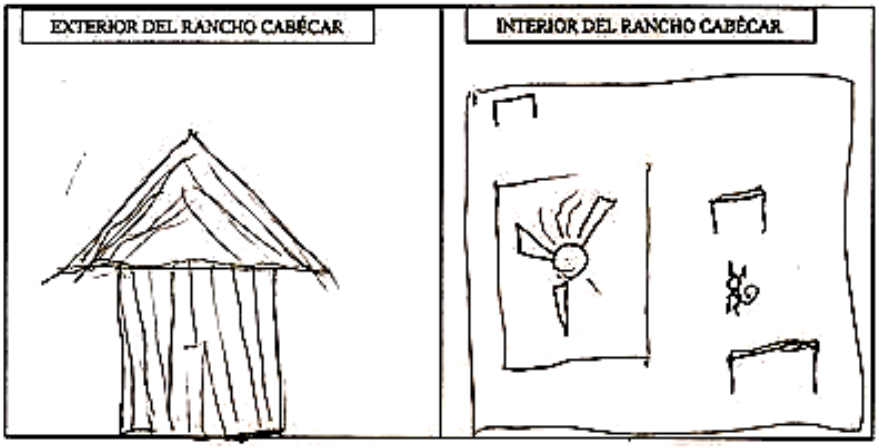
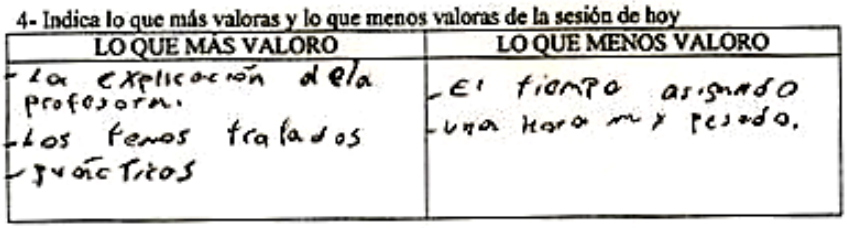


Figura 8.71. Fragmento CDF_F1A-001_OHE_990/2037.

Durante el trabajo de campo etnográfico, se pudo constatar que la representación gráfica propuesta en el portafolio del caso CDF corresponde al exterior y al interior de los ranchos tradicionales que prevalecen en el Territorio Indígena Cabécar. En particular la representación propuesta por CDF sobre la distribución del espacio interior nos muestra que dentro de la casa hay un fogón en uno de los extremos laterales, pero centrado y la disposición del resto del espacio se compone de muebles, hamacas, bancos para colocar los productos agrícolas o víveres y lugares dispuestos para los animales. El fuego es uno de los principales elementos de la cotidianeidad, por los simbolismos asociados al conocimiento del mito (ver el Capítulo 4).

Respecto a las aportaciones que realiza el caso CDF a la metodología del curso CEMEI (DA-EF_FA2_AMC), destacamos las referencias sobre la extensión y el horario de la clase; esto permite constatar, considerando el discurso de los maestros en formación, uno de los resultados de la primera fase de análisis, el tiempo fue un factor determinante en el desarrollo de las actividades propuestas en el CEMEI, que limitó el desarrollo de actividades y la profundización de los contenidos.


4- Indica lo que más valoras y lo que menos valoras de la sesión de hoy

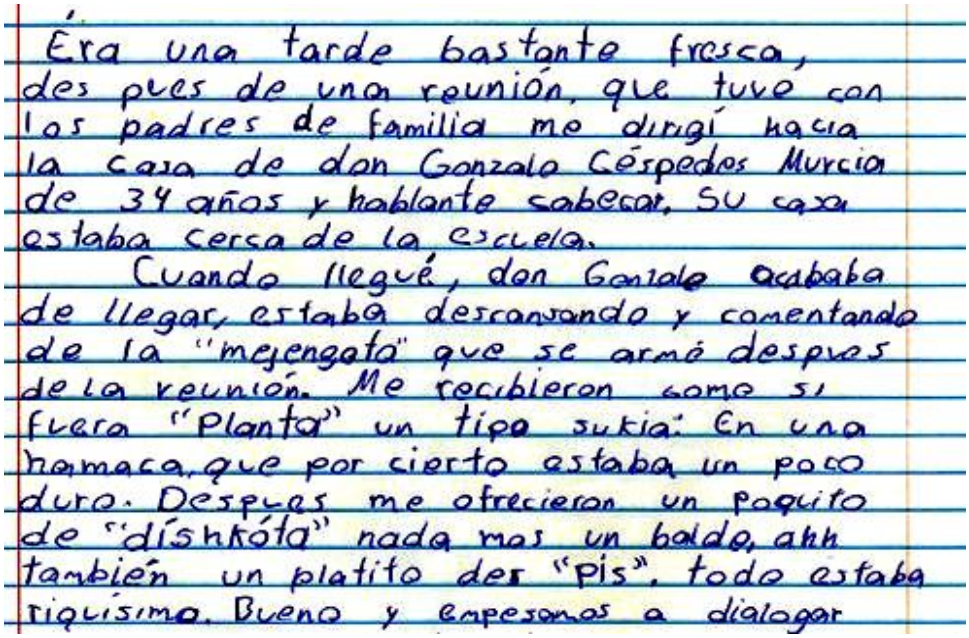
LO QUE MÁS VALORO	LO QUE MENOS VALORO
- La explicación de la profesora. - Los temas tratados - Juegos Tipos	- El tiempo asignado - Una hora muy pesado.

Figura 8.72. Fragmento CDF_F1D-001_AMC_2156/2696.

En relación con las aportaciones del caso CDF sobre su proceso de formación como investigador del propio proceso de enculturación (DA-EF-FA2_APFI) en los reportes de trabajo a distancia, es posible distinguir el discurso del informante especializado y el del maestro indígena en formación.

Además durante los avances y el informe final del microproyecto sobre la hamaca se denota la responsabilidad como investigador, por ejemplo, al elaborar un guía de entrevista, o propósitos a observar, realizar un convenio o negociación de entrada con los informantes y manifestar las reflexiones sobre el proceso de enculturación personal

que estaba obteniendo con la experiencia. Por ejemplo, en el siguiente fragmento el caso CDF describe la contextualización de una de sus entrevistas.


Era una tarde bastante fresca, después de una reunión, que tuve con los padres de familia me dirigí hacia la casa de don Gonzalo Céspedes Murcia de 34 años y hablante sabecar. Su casa estaba cerca de la escuela.

Cuando llegué, don Gonzalo acababa de llegar, estaba descansando y comentando de la "mejengata" que se armó después de la reunión. Me recibieron como si fuera "Planta" un tipo sukia: En una hamaca, que por cierto estaba un poco duro. Después me ofrecieron un poquito de "díshkóta" nada mas un baldo, ahh también un platito der "pis". todo estaba riquísima. Bueno y empesamos a dialogar

Figura 8.73. Fragmento CDF_FTD1-001-APFI_583/1984.

En las producciones escritas del caso CDF es posible identificar la existencia de manera implícita de notas etnográficas, así como información vinculada al conocimiento cultural, del entorno temporal, geográfico y social. Consideramos que las producciones de este maestro indígena incorporan reflexiones sobre el proceso de enculturación en su propia cultura, como mostramos en el siguiente fragmento.

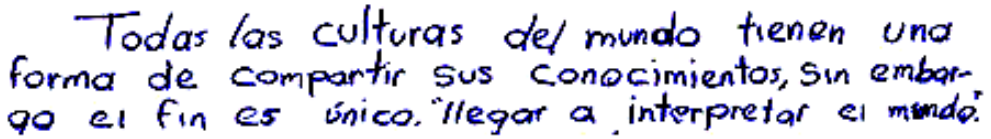
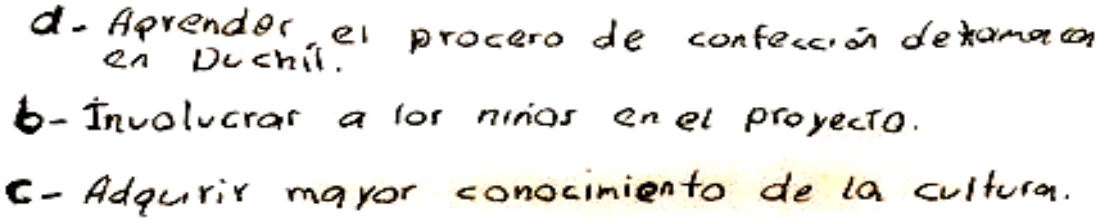

Todas las culturas del mundo tienen una forma de compartir sus conocimientos, sin embargo el fin es único. "llegar a interpretar el mundo".

Figura 8.74. Fragmento CDF_FTD2-001_APFI_436/800.

Para planificar el estudio del signo cultural elegido, se puede identificar en las producciones del caso CDF una lista de propósitos pretendidos durante la elaboración del microproyecto, como se muestra en el fragmento a continuación.


a- Aprender el procero de confección de tamales en Duchí.

b- Involucrar a los niños en el proyecto.

c- Adquirir mayor conocimiento de la cultura.

Figura 8.75. Fragmento CDF_FTD3-002_APFI_1457/2120.

En el informe del microproyecto, el maestro en formación del caso CDF identifica la investigación previa como uno de los fundamentos de trabajo durante la experiencia formativa.

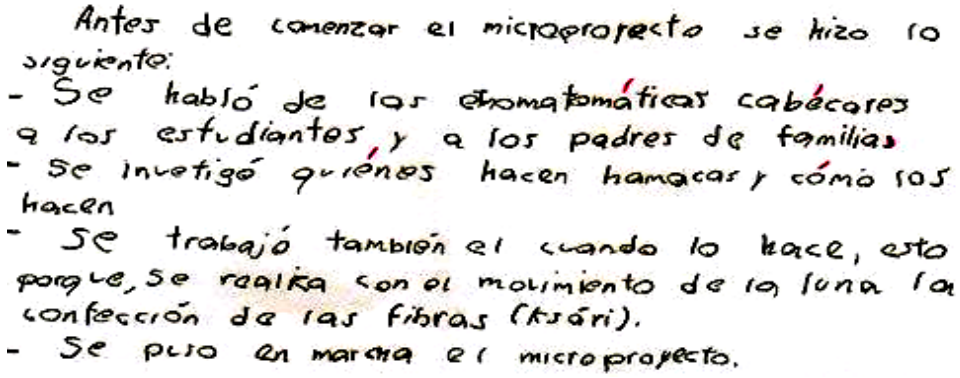

Antes de comenzar el microproyecto se hizo lo siguiente:
- Se habló de las etnomatemáticas cabécares a los estudiantes, y a los padres de familias
- Se investigó quiénes hacen hamacas y cómo los hacen
- Se trabajó también el cuando lo hace, esto porque, se realiza con el movimiento de la luna la confección de las fibras (ktsári).
- Se puso en marcha el microproyecto.

Figura 8.76. Fragmento CDF_MP-Hamaca-008_EMP_978/1861.

La faceta de investigador que desarrolló el maestro implicó también el establecimiento de conclusiones y reflexiones a nivel personal, profesional y social del proceso, como se puede comprobar en el siguiente fragmento.

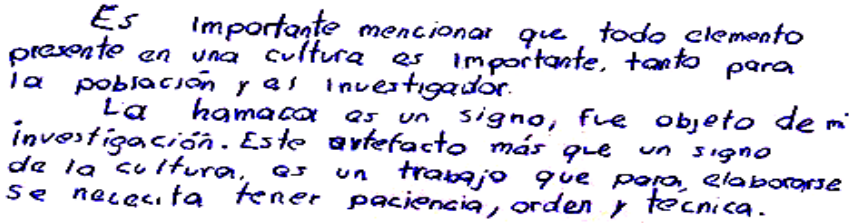

Es importante mencionar que todo elemento presente en una cultura es importante, tanto para la población y el investigador.
La hamaca es un signo, fue objeto de mi investigación. Este artefacto más que un signo de la cultura, es un trabajo que para elaborarse se necesita tener paciencia, orden y técnica.

Figura 8.77. Fragmento CDF_MP-Hamaca-005_EDC_376/1339.

La faceta de investigación durante el proceso formativo y de enculturación contribuyó a que el maestro en formación del caso CDF pusiera en evidencia algunos elementos de la cultura que facilitaron el diseño de actividades contextualizadas para la enseñanza de las matemáticas en la cultura cabécar. Las afirmaciones del maestro indican que él al igual que sus alumnos aprendió del proceso y de la experiencia de desarrollar el microproyecto.

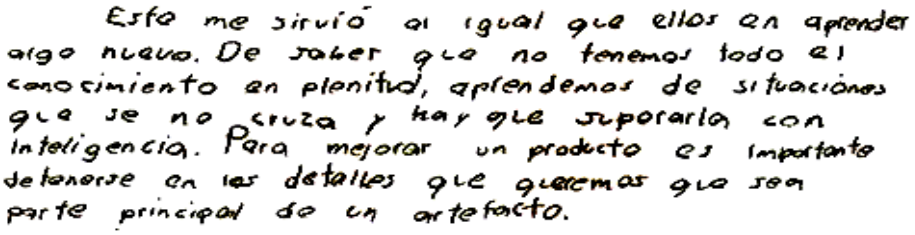

Esto me sirvió al igual que ellos en aprender algo nuevo. De saber que no tenemos todo el conocimiento en plenitud, aprendemos de situaciones que se no cruza y hay que superarla con inteligencia. Para mejorar un producto es importante detenerse en los detalles que queremos que sea parte principal de un artefacto.

Figura 8.78. Fragmento CDF_MP-Hamaca-011_DACE_1376/1987.

Sin embargo, no hay datos por escrito para ejemplificar las propuestas de contextualización propuestas por el maestro.

8.5.4.3 LAS CONCEPCIONES DE CDF RESPECTO A LOS PRINCIPIOS ASOCIADOS A LA ENCULTURACIÓN

El maestro en formación del caso CDF enfatiza que el maestro alcanza su papel de agente difusor de la cultura (DA-EF_FA3_EDC) en la medida en la que genere interacciones con la comunidad, para compartir conocimientos heredados y fortalecer la figura del maestro como enculturador.

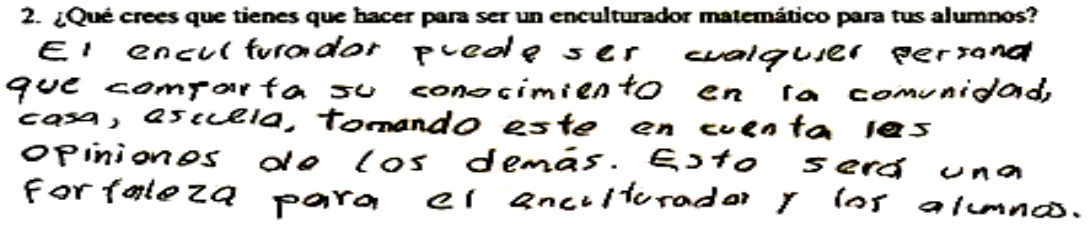

2. ¿Qué crees que tienes que hacer para ser un enculturador matemático para tus alumnos?
El enculturador puede ser cualquier persona que comparta su conocimiento en la comunidad, casa, escuela, tomando este en cuenta las opiniones de los demás. Esto será una fortaleza para el enculturador y los alumnos.

Figura 8.79. Fragmento CDF_F2B-002_EDC_972/1745.

El caso CDF considera que llevar a la práctica los conocimientos ancestrales, tomar en cuenta la participación de los niños y el diálogo con la comunidad son acciones que caracterizan su figura de maestro enculturador.

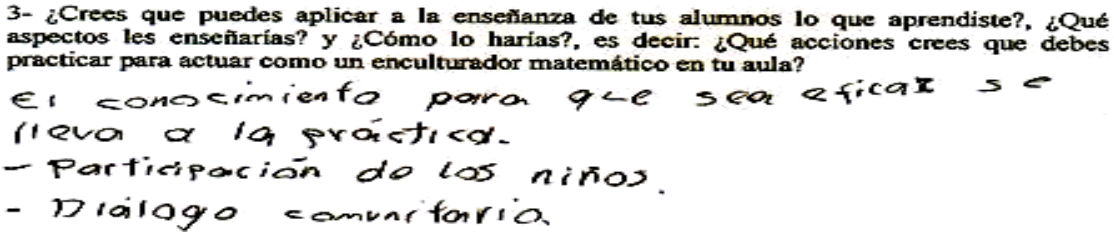

3- ¿Crees que puedes aplicar a la enseñanza de tus alumnos lo que aprendiste?, ¿Qué aspectos les enseñarías? y ¿Cómo lo harías?, es decir: ¿Qué acciones crees que debes practicar para actuar como un enculturador matemático en tu aula?
El conocimiento para que sea eficaz se lleva a la práctica.
- Participación de los niños.
- Diálogo comunitario.

Figura 8.80. Fragmento CDF_F2C-001_EDC_2272/2920.

La experiencia de ser un agente difusor de la cultura es un desafío para el maestro del caso CDF, en particular plasma sus reflexiones cuando describe el proceso de elaboración y desarrollo del microproyecto con sus alumnos, haciendo alusión al conocimiento cultural y al reto que le supuso trabajar a partir de las etnomatemáticas.

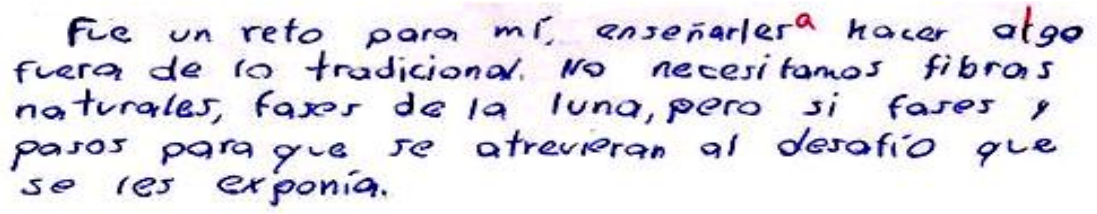

Fue un reto para mí, enseñarle[a] hacer algo fuera de lo tradicional. No necesitamos fibras naturales, fases de la luna, pero si fases y pasos para que se atrevieran al desafío que se les exponía.

Figura 8.81. Fragmento CDF_MP_Hamaca-004_EDC_2573/3055.

La posibilidad de ser agente difusor de la cultura, genera en el caso CDF una motivación debido al interés manifestado por sus estudiantes en la escuela indígena.

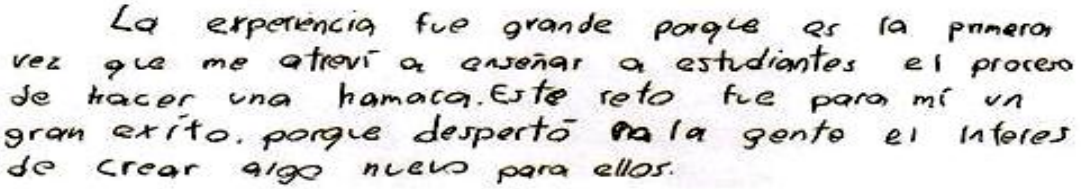

La experiencia fue grande porque es la primera vez que me atreví a enseñar a estudiantes el proceso de hacer una hamaca. Este reto fue para mí un gran exito, porque despertó en la gente el interes de crear algo nuevo para ellos.

Figura 8.82. Fragmento CDF_MP-Hamaca-011_EDC_627/1074.

La identidad profesional del maestro se acentúa positivamente a nivel afectivo al reconocer el éxito en el desafío que le supuso el desarrollo del microproyecto de la hamaca con los estudiantes. Cuando se refiere a que "la gente está creando algo nuevo" lo que quiere decir es que los estudiantes de su escuela nunca antes habían tenido la oportunidad de construir este tipo de artesanía en el entorno escolar.

El reconocimiento de los informantes especiales como etnoenculturadores (DA-EF-FA3_ETE) es identificado por el caso CDF en las dinámicas de los constructores y los agricultores; sin embargo, se reconoce que el conocimiento de los niños también es un agente potencial de enculturación.

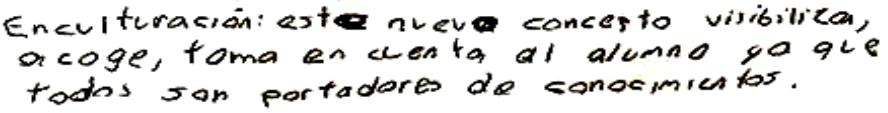

Enculturación: este nuevo concepto visibiliza, acoge, toma en cuenta al alumno ya que todos son portadores de conocimientos.

Figura 8.83. Fragmento CDF_F2C-001_ETE_1644/2199.

El maestro en formación del caso CDF identifica los procesos de interacción con los miembros de la comunidad y los agentes del proceso educativo (los alumnos, los padres y madres de familia y él mismo) como agentes de enculturación.

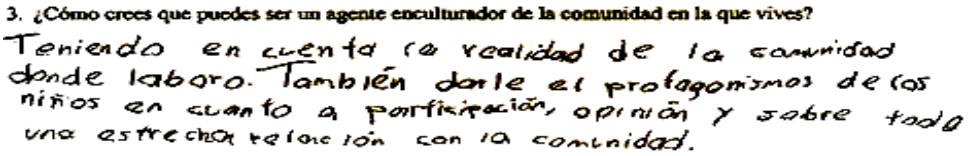
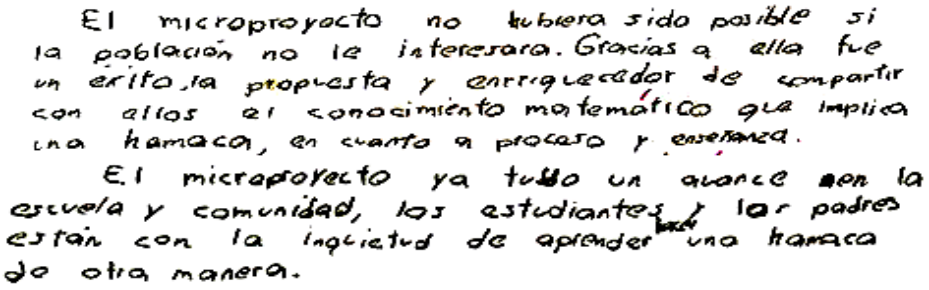

3. ¿Cómo crees que puedes ser un agente enculturador de la comunidad en la que vives?
Teniendo en cuenta la realidad de la comunidad donde laboro. También darle el protagonismos de los niños en cuanto a participación, opinión y sobre todo una estrecha relación con la comunidad.

Figura 8.84. Fragmento CDF_F2B-002_ETE_1817/2500.

Las apreciaciones del caso CDF respecto a la enculturación a través del microproyecto basado en las etnomatemáticas cabécares (DA-EF_FA3_EMP) tienen relación con: el fortalecimiento de la identidad cultural, la presencia de contenidos matemáticos en el signo cultural, la oportunidad de abordar el estudio del signo cultural desde una perspectiva interdisciplinaria, lo habitual o cotidiano que es el signo cultural para los cabécares y el aprendizaje práctico (suponemos holístico o kinestésico) de algunos contenidos matemáticos, entre otros aspectos.

Para hacer el microproyecto, el maestro en formación del caso CDF realizó un trabajo de negociación de entrada y motivacional, no sólo con sus estudiantes, sino con la comunidad, donde las interacciones se basaron en 'La Hamaca' (Kipö) como signo cultural. En general el maestro en formación califica la experiencia como exitosa.


El microproyecto no hubiera sido posible si la población no le interesara. Gracias a ella fue un éxito, la propuesta y enriquecedor de compartir con ellos el conocimiento matemático que implica una hamaca, en cuanto a proceso y enseñanza.

El microproyecto ya tuvo un avance con la escuela y comunidad, los estudiantes y los padres están con la inquietud de aprender una hamaca de otra manera.

Figura 8.85. Fragmentos CDF_MP-Hamaca-010_EMP_1698/2173 y CDF_MP-Hamaca-009_EMP_186/590.

Durante el desarrollo del microproyecto, el maestro del caso CDF reconoce que aprovecha para recalcar la importancia de preservar el patrimonio cultural.

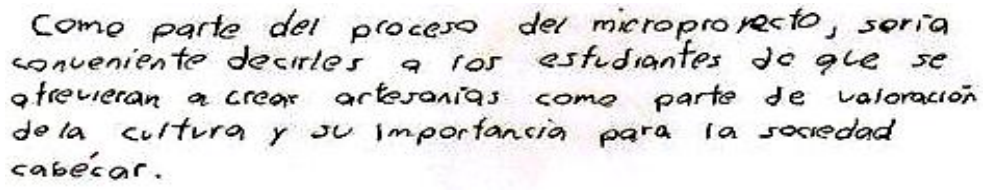

Como parte del proceso del microproyecto, sería conveniente decirles a los estudiantes de que se atrevieran a crear artesanías como parte de valoración de la cultura y su importancia para la sociedad cabécar.

Figura 8.86. Fragmento CDF_MP-Hamaca_EMP_1149/1617.

Partiendo del principio de fortalecer la identidad cultural, propuso el proceso de aprendizaje de una manera distinta y enseñó a sus estudiantes a tejer la hamaca desde otro método que no es el habitual en la zona cabécar donde desempeña la tarea docente. Los estudiantes aprendieron otra alternativa de tejido de la hamaca y los padres de familia y la comunidad asintieron la oportunidad de los niños de aprender otra técnica distinta a la que se transmite en el hogar.

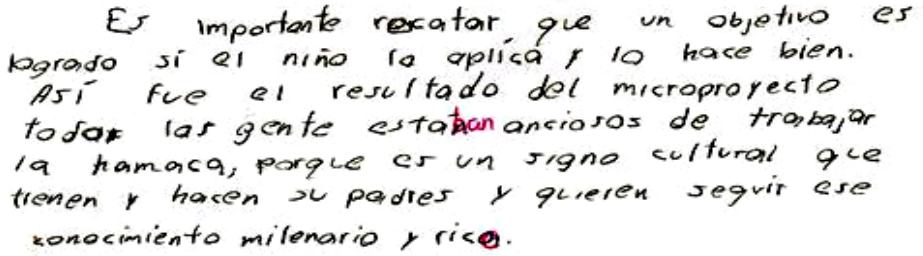
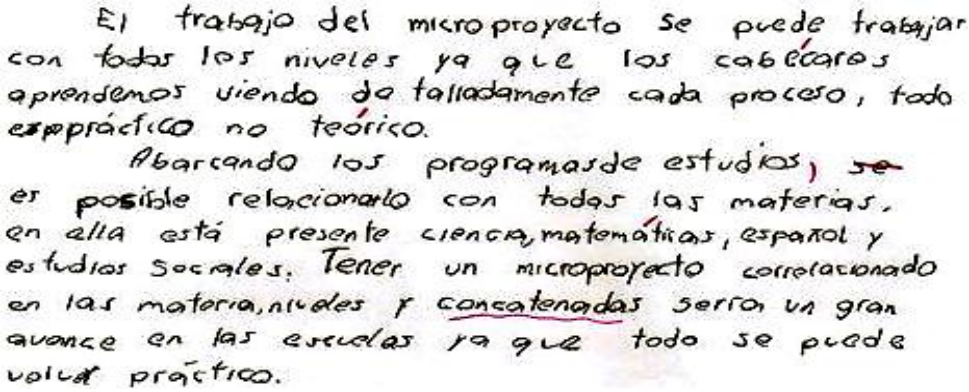

Es importante rescatar que un objetivo es logrado si el niño la aplica y lo hace bien. Así fue el resultado del microproyecto todas las gente estaban anciosos de trabajar la hamaca, porque es un signo cultural que tienen y hacen su padres y quieren seguir ese conocimiento milenario y rico.

Figura 8.87. Fragmento CDF_MP-Hamaca-010_EMP_2590/3238.

La enculturación a través del microproyecto, en este caso es patente. El maestro en formación manifiesta la interdisciplinariedad de la experiencia pedagógica con otras asignaturas escolares, la oportunidad de incorporar en la dinámica escolar a los padres y madres de los estudiantes y también se permite evidenciar el conocimiento implícito de las matemáticas en el proceso de construcción artesanal, dejando expectativas y motivaciones para prácticas futuras, como se confirma en el siguiente fragmento.


El trabajo del microproyecto se puede trabajar con todos los niveles ya que los cabécares aprendemos viendo de talladamente cada proceso, todo es práctico no teórico.

Abarcando los programas de estudios, se es posible relacionarlo con todas las materias, en ella está presente ciencia, matemáticas, español y estudios sociales. Tener un microproyecto correlacionado en las materia, niveles y concatenadas serra un gran avance en las escuelas ya que todo se puede volver práctico.

Figura 8.88. Fragmento CDF_MP-Hamaca-009_EMP_566/1485.

Entre otros aspectos positivos, señalados por el caso CDF durante la elaboración del microproyecto, resaltamos la importancia que el maestro otorga a esta propuesta didáctica sobre las posibilidades de conexión que pueden permitirse entre la teoría y las experiencias prácticas en el aula.

8.5.4.4 CONCEPCIÓN EPISTEMOLÓGICA DE CDF RESPECTO A LAS MATEMÁTICAS

Las concepciones respecto a las matemáticas que han sido manifestadas en las producciones escritas del caso CDF están absolutamente relacionadas con las matemáticas en la vida cotidiana (DA-EF_FA4_MVC). El maestro del caso CDF afirma que las matemáticas en la vida cotidiana cabécar están implícitas y que son triviales e indispensables en cada actividad, un ejemplo de esto se plasma durante la descripción del signo cultural, en la cual manifiesta la presencia de unas matemáticas implícitas, como se muestra en el siguiente fragmento.

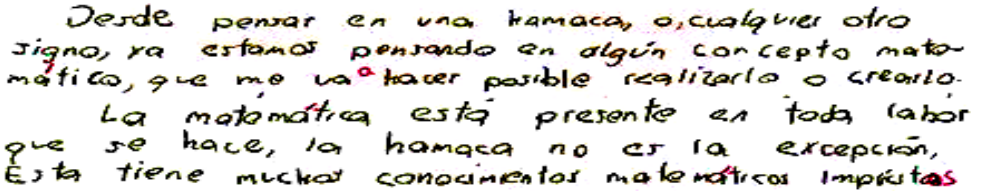
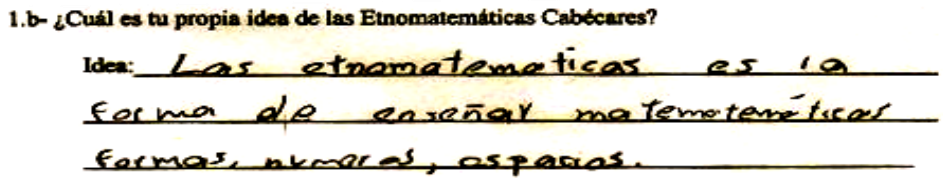

Desde pensar en una hamaca, o cualquier otro signo, ya estamos pensando en algún concepto matemático, que me va a hacer posible realizarlo o crearlo.
La matemática está presente en toda labor que se hace, la hamaca no es la excepción, Esta tiene muchos conocimientos matemáticos implícitos

Figura 8.89. Fragmentos CDF_MP-Hamaca-007_MVC_1544/1843 y CDF_MP-Hamaca-007_MVC_539/1366.

Al observar y revisar el portafolio del maestro, podemos afirmar su postura relativista respecto a las matemáticas, puesto que los ejemplos y comentarios que aporta sitúan a las matemáticas en la vida cotidiana, más que en un entorno formal.

8.5.4.5 CARACTERIZACIÓN DE LAS ETNOMATEMÁTICAS CABÉCARES MANIFESTADA POR CDF

El maestro del caso CDF reconoce la existencia de etnomatemáticas cabécares (DA-EF_FA5_ECSE) y las relaciona con estrategias didácticas, como se confirma en el siguiente fragmento.


1.b- ¿Cuál es tu propia idea de las Etnomatemáticas Cabécares?

Idea: Las etnomatematicas es la forma de enseñar matemeteticas formas, numeros, espacios.

Figura 8.90. Fragmento CDF_F2A-001_ECSE_2299/2814.

Los detalles de elaboración, técnica y decoración de los artefactos, son un ejemplo que facilita el maestro del caso CDF para poner de manifiesto la existencia de matemáticas cabécares.

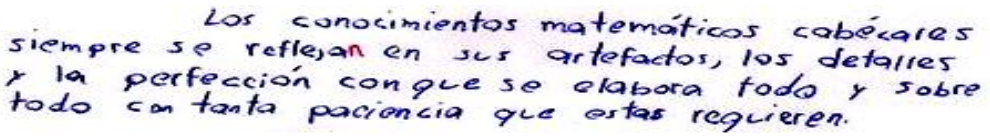

Los conocimientos matemáticos cabécares siempre se reflejan en sus artefactos, los detalles y la perfección con que se elabora todo y sobre todo con tanta paciencia que estas requieren.

Figura 8.91. Fragmento CDF_MP-Hamaca-005_ECSE_2583/2946.

Durante la experiencia del microproyecto, el maestro reconoce la aplicación de las etnomatemáticas cabécares en la estimación de cantidades de materia prima para confeccionar la hamaca.

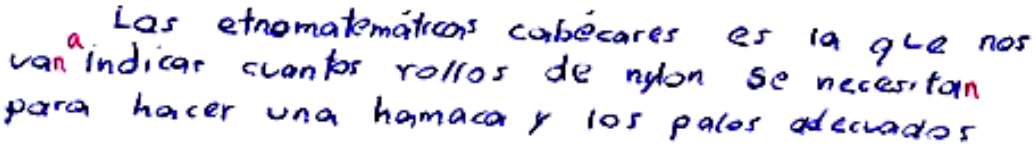


Figura 8.92. Fragmento CDF_MP-Hamaca-005_ECSE_2889/3262.

El maestro considera que las experiencias didácticas que involucren las etnomatemáticas cabécares permiten desarrollar actividades prácticas y ejercer la tradición oral, que es la manera más común de transmisión del conocimiento ancestral de la cultura cabécar.

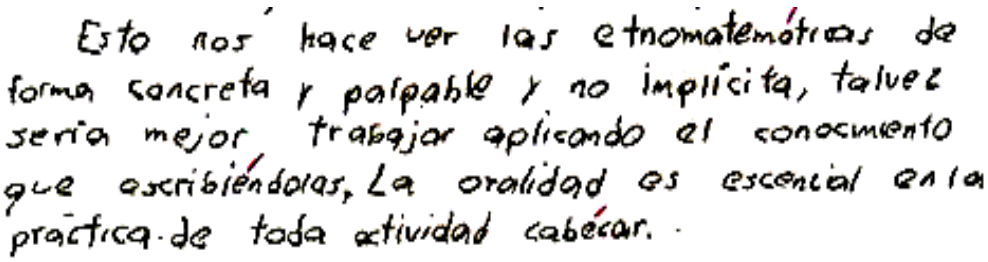


Figura 8.93. Fragmento CDF_MP-Hamaca-010_ECSE_2160/2624.

En cuanto a la caracterización de las etnomatemáticas cabécares (DA-EF-FA5-ECSC), el caso CDF recurre a ejemplos y reflexiones acerca de su experiencia, en particular acerca de las entrevistas durante la fase de investigación y en su experiencia de aula al planificar y desarrollar el microproyecto sobre la hamaca. En dichas caracterizaciones, se enfatiza en la vigencia de algunas actividades matemáticas propias de la cultura cabécar, como por ejemplo el uso de clasificadores numerales, los conocimientos y técnicas aplicadas en la construcción de ranchos tradicionales y en la elaboración de artesanía.

El maestro del caso CDF reconoce la presencia de conocimiento matemático en actividades relacionadas con la agricultura y la construcción de ranchos tradicionales, por ejemplo, la actividad de comparar se infiere del trabajo del maestro, en preguntas diseñadas como la del siguiente fragmento.



Figura 8.94. Fragmento CDF_FTD1-001_ECSC\Comparar_2040/2145.

En la pregunta del fragmento anterior, consideramos que el caso CDF quiere obtener del entrevistado los criterios de comparación con los cuales decide cuál es el mejor momento para sembrar el maíz.

Con respecto a las actividades de cuantificar y contar, el caso CDF confirma la aplicación de clasificadores numerales en actividades cotidianas como la siembra de frijoles o maíz. En su defensa de la lengua materna, hace la siguiente referencia respecto a la organización de los conteos mediante clasificadores numerales:

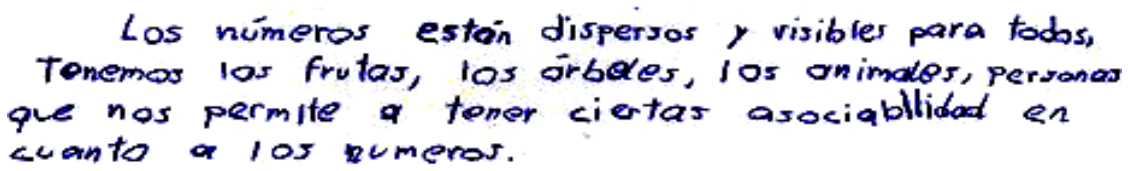

Los números están dispersos y visibles para todos, Tenemos las frutas, los árboles, los animales, personas que nos permite a tener ciertas asociabilidad en cuanto a los numeros.

Figura 8.95. Fragmento CDF_FTD2-001_ECSC\Cuantificar-Contar_2787/3139.

El cálculo de distancias durante la siembra de determinados productos es un ejemplo de medir que presenta el maestro en formación; además, en la explicación del microproyecto también presenta algunas evidencias de mediciones que se realizan para el trabajo artesanal, como se muestra en el siguiente fragmento.

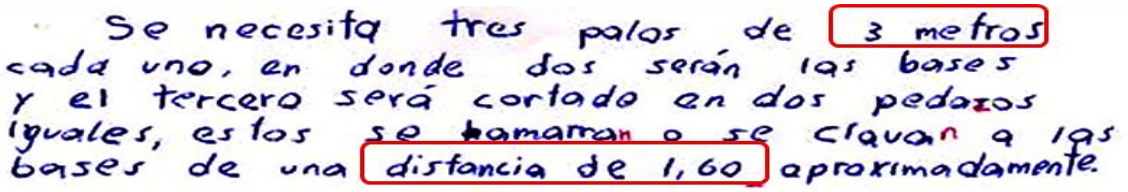

Se necesita tres palos de 3 metros cada uno, en donde dos serán las bases y el tercero será cortado en dos pedazos iguales, estos se amarran o se clavan a las bases de una distancia de 1,60 aproximadamente.

Figura 8.96. Fragmento CDF_MP-Hamaca-003_ECSC\Medir_2743/3214.

Notamos que el sistema de medición de distancias sugerido en el segmento anterior es el sistema formal utilizado en la matemática occidental, de igual forma ocurre en el siguiente fragmento.

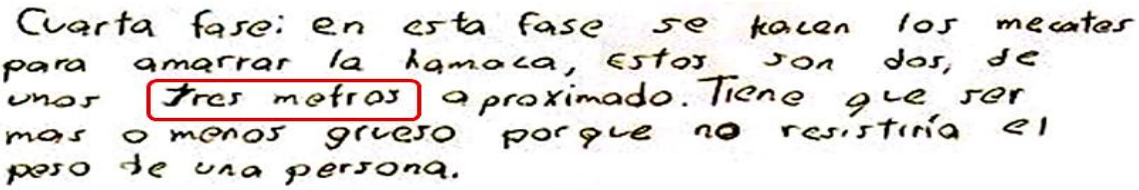

Cuarta fase: en esta fase se hacen los mecates para amarrar la hamaca, estos son dos, de unos Tres metros aproximado. Tiene que ser mas o menos grueso porque no resistiría el peso de una persona.

Figura 8.97. Fragmento CDF_MP-Hamaca-006_ECSC\Diseñar_2295/2767.

La distribución del espacio dentro de los ranchos cabécares es un ejemplo presentado en el caso CDF de la actividad de organizar y localizar, como se muestra en el siguiente fragmento.

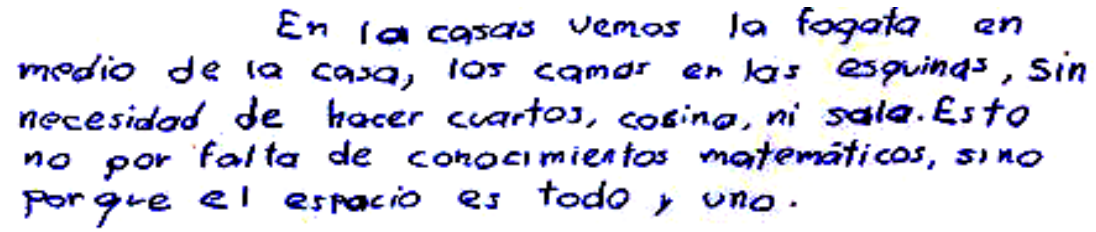

En la casas vemos la fogata en medio de la casa, los camas en las esquinas, sin necesidad de hacer cuartos, cosina, ni sala. Esto no por falta de conocimientos matemáticos, sino porque el espacio es todo y uno.

Figura 8.98. Fragmento CDF_FTD2-001_ECSC\Organizar-Localizar_2367/2818.

La descripción anterior se puede confirmar en el fragmento que ilustra la categoría DA-EF_FA2_OHE, que corresponde al dibujo del interior y exterior del rancho tradicional cabécar.

El caso CDF identifica la construcción del rancho tradicional con la actividad de diseñar, puesto que el diseño exterior del rancho carece de clavos para sostener la estructura, en su lugar, lo que se hace son nudos de fibras naturales; es decir, que el rancho cabécar es una estructura tridimensional de madera sostenida por nudos y recubierta con tejidos de fibra natural, en palabras del maestro "la casa no se construye,

se teje" (Diario de campo, 2011). Otro ejemplo que involucra la actividad de diseñar es la estructura donde se va a tejer la hamaca, que corresponde al siguiente fragmento.

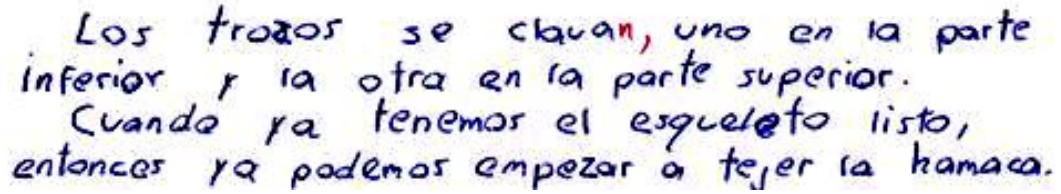
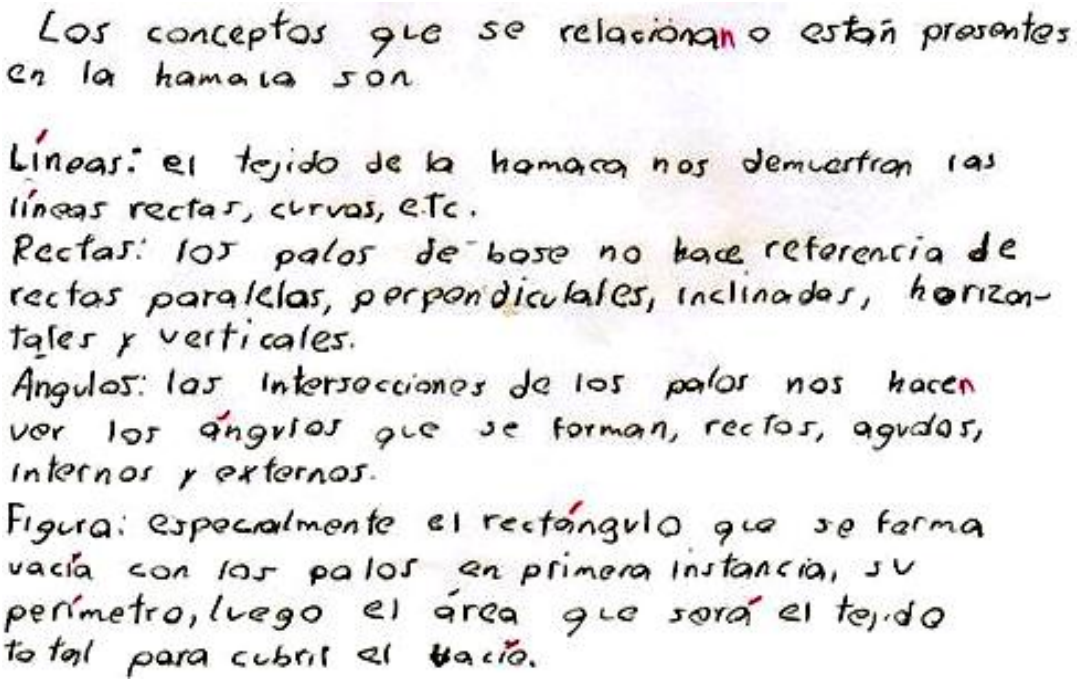

Los trozos se clavan, uno en la parte inferior y la otra en la parte superior.
Cuando ya tenemos el esqueleto listo, entonces ya podemos empezar a tejer la hamaca.

Figura 8.99. Fragmento CDF_MP-Hamaca-004_ECSC\Diseñar_288/678.

En cuanto a la actividad de explicar, el caso CDF recurre al ejemplo del ritual funerario y comenta que hay muchos aspectos tangibles e intangibles implicados. Un aspecto que resaltamos del trabajo escrito sobre el microproyecto presentado por el caso CDF es que incorpora una descripción de los conceptos geométricos que él reconoce en el signo cultural elegido: la hamaca.


Los conceptos que se relacionan o están presentes en la hamaca son

Líneas: el tejido de la hamaca nos demuestran las líneas rectas, curvas, etc.
Rectas: los palos de base no hace referencia de rectas paralelas, perpendiculares, inclinados, horizontales y verticales.
Angulos: las intersecciones de los palos nos hacen ver los ángulos que se forman, rectos, agudos, internos y externos.
Figura: especialmente el rectángulo que se forma vacía con los palos en primera instancia, su perímetro, luego el área que será el tejido total para cubrir el hacío.

Figura 8.100. Fragmento CDF_MP-Hamaca-007_ECSC_1806/3116.

8.5.4.6 CONCLUSIONES DEL CASO CDF

Con ayuda del programa MAXDA10 se revisaron 30 páginas del portafolio del maestro del caso CDF y se identificaron 149 segmentos codificados, de los cuales 51 corresponden a la categoría deductiva DA-EF_ECSC.

A continuación mostraremos la tabla que incluye los recuentos de la frecuencia de aparición, el porcentaje de frecuencia y la frecuencia valorativa, con las que el maestro del caso CDF menciona las once subcategorías vinculadas a la caracterización de las etnomatemáticas cabécares.

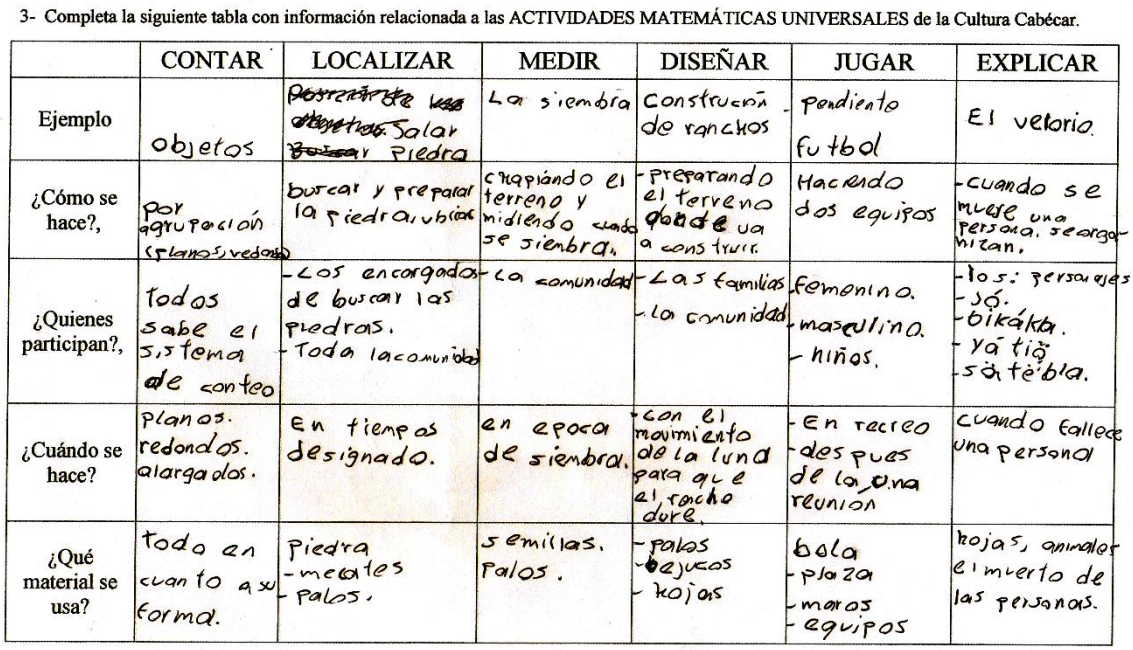
Tabla 8.15. *Recuentos de las subcategorías relacionadas con la caracterización de las etnomatemáticas cabécares manifestadas por el caso CDF*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
DA-EF_FA5ECSC_01	2	3,92
DA-EF_FA5ECSC_02	2	3,92
DA-EF_FA5ECSC_03	9	17,65
DA-EF_FA5ECSC_04	8	15,69
DA-EF_FA5ECSC_05	10	19,61
DA-EF_FA5ECSC_06	11	21,57
DA-EF_FA5ECSC_08	1	1,96
DA-EF_FA5ECSC_09	1	1,96
DA-EF_FA5ECSC_10	4	7,84
DA-EF_FA5ECSC_11	3	5,88
Frecuencia Valorativa	51	100

Nótese que en los recuentos no se considera la subcategoría DA-EF_FA5ECSC_07 y las dos actividades con mayor porcentaje de frecuencia son diseñar y organizar-localizar. En cuanto las actividades matemáticas que son cotidianas en el entorno cabécar (DA-EF_FA5ECSC_11).

Por otra parte el caso CDF identifica como actividades relacionadas con conocimiento matemático la vigencia de los clasificadores numerales como herramientas de organización de la realidad y la práctica del conocimiento de los patrones de la naturaleza (fases de la luna) y de secuencias de acciones durante la planificación de las siembras o durante la construcción de ranchos tradicionales.

Terminamos el análisis del caso CDF con una página del portafolio en la cual detalla ejemplos sobre actividades cotidianas de la cultura cabécar que identifica como actividades matemáticas universales.



3- Completa la siguiente tabla con información relacionada a las ACTIVIDADES MATEMÁTICAS UNIVERSALES de la Cultura Cabécar.

	CONTAR	LOCALIZAR	MEDIR	DISEÑAR	JUGAR	EXPLICAR
Ejemplo	objetos	~~Buscar las objetos~~ Salar ~~Buscar~~ Piedra	La siembra	Construcción de ranchos	pendiento futbol	El velorio
¿Cómo se hace?,	por agrupación (planos, redondos)	buscar y preparar la piedra, ubicar	chapiando el terreno y midiendo cuando se siembra.	-preparando el terreno donde va a construir.	Haciendo dos equipos	-cuando se muere una persona. se organizan.
¿Quienes participan?,	todos sabe el sistema de conteo	-Los encargados de buscar las piedras. -Toda la comunidad	La comunidad	-Las familias -La comunidad	femenino. -masculino. -niños.	-los: personajes -Jó. -bikákka. -yā tiǫ̈ -sàtèbla.
¿Cuándo se hace?	planos. redondos. alargados.	En tiempos designado.	en epoca de siembra.	-con el movimiento de la luna para que el rancho dure.	-En recreo -despues de la una reunion	cuando fallece una persona
¿Qué material se usa?	todo en cuanto a su forma.	Piedra -mecates -palos.	semillas. Palos.	-palos -bejucos -hojas	bola -plaza -naros -equipos	hojas, animales el invierto de las personas.

Figura 8.101. Caracterización de actividades etnomatemáticas de la cultura cabécar identificadas por el caso CDF.

8.5.5 RESULTADOS DEL CASO CGV

El caso CGV corresponde a un maestro cabécar de 43 años participante del curso CEMEI. Es el maestro en formación con mayor edad y es una persona que ha anhelado tener la oportunidad de formarse profesionalmente pero tenido grandes dificultades para acceder a la universidad; es por esto que durante las interacciones orales este maestro indígena manifiesta con frecuencia el valor personal que le otorga a la oportunidad que le brindan en el PISP. El caso CGV habla, lee y escribe perfectamente en español y también tiene un amplio dominio tanto de su lengua cabécar como de sus tradiciones. Durante las interacciones orales se pudo constatar el profundo conocimiento sobre la cosmovisión cabécar, tanto así que sus compañeros (más jóvenes todos) le muestran mucho respeto y consideración. Este maestro en formación vive fuera del territorio indígena y para trasladarse a la escuela en la que trabaja, que está dentro del territorio indígena, debe invertir 5 horas, entre el autobús y lo que debe caminar desde su casa. Trabaja en una escuela rural unidocente, es decir que atiende de forma simultánea los seis niveles de primaria, a la cual asisten 35 alumnos cuyas edades que oscilan entre 7 y 26 años. Su interés manifiesto porque el curso radica en querer "tener más herramientas para lograr su trabajo y apoyar a sus estudiantes" (Diario de campo, 2011).

El caso CGV es un caso especial porque durante las sesiones presenciales debía retirarse al menos media hora antes de que finalizara la sesión, porque de lo contrario no tomaba el autobús (el último) que lo llevaba hasta su casa. Por lo tanto, en las Fichas C (de reflexión) y D (de evaluación) el maestro manifiesta su falta de tiempo y contesta rápidamente. Sin embargo, consideramos que su pretensión era dar respuestas concienzudas y es por esto que el maestro insiste tanto en la falta de tiempo.

8.5.5.1 IDIOSINCRASIA CULTURAL CABÉCAR MANIFESTADA POR CGV

La mayoría de las producciones escritas consignadas en el portafolio del caso CGV poseen indicios de conocimiento cultural cabécar (DA-EF_FA1_CCC). Las aportaciones acerca de la historia mítica y la cosmovisión contienen explicaciones amplias y detalladas, en particular porque este maestro evidencia su interés por identificar actividades propias de la cultura que contengan conocimientos matemáticos asociados, como se puede comprobar en el siguiente fragmento.

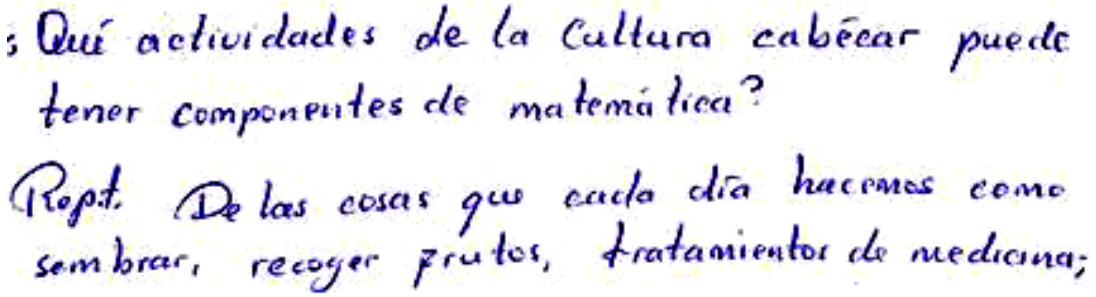


Figura 8.102. Fragmento CGV_FTD1-002_CCC_702/1210.

El caso CGV manifiesta su interés por abordar las relaciones matemáticas con los rituales curativos o purificativos y brinda ejemplos en los cuales hay un fundamento cosmogónico, en el cual se pueden identificar los procesos cíclicos, algunos relacionados con el número mágico ritual (ver Capítulo 4), vinculados con la cantidad de días, animales o rasgos simbólicos asociados al mito dentro de cada ritual.

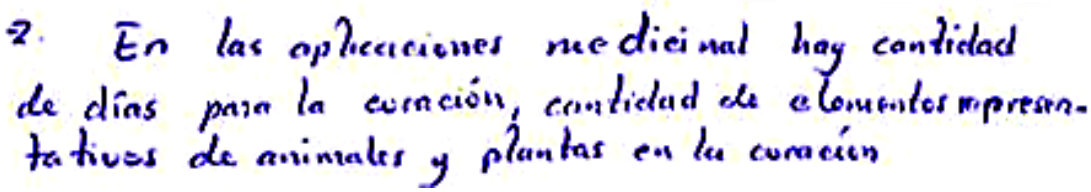
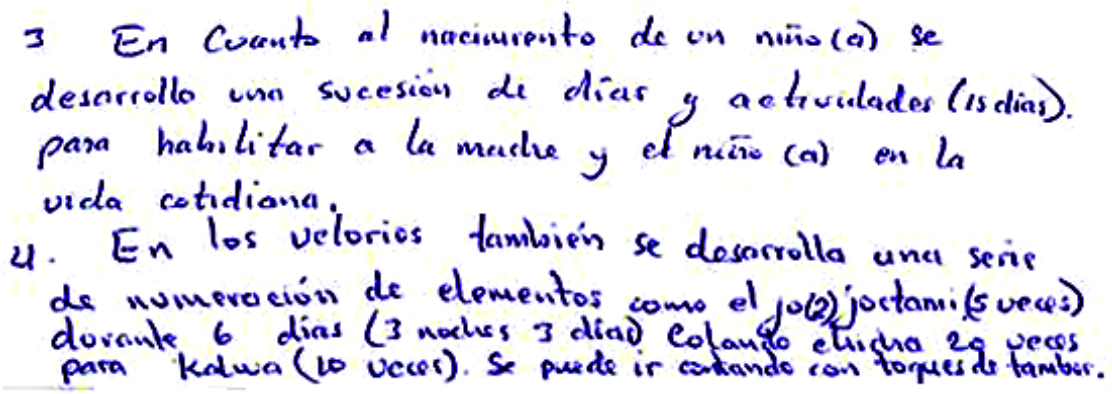


Figura 8.103. Fragmento CGV_FTD1-002_CCC_2074/2486.

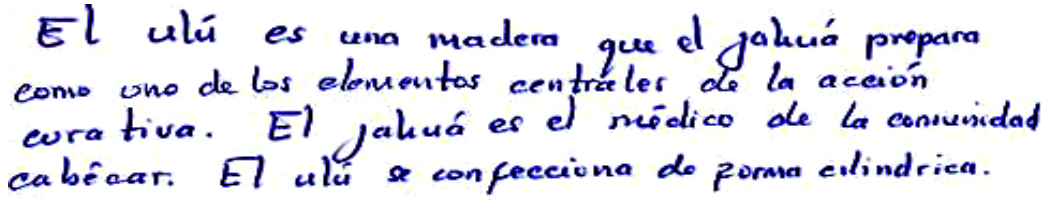
Como se explicó en el Capítulo 4, los rituales de curación o purificación están muy asociados a la cosmovisión cabécar, pues el conocimiento axiomático del mito rige comportamientos y acciones en quienes participan de estas prácticas. Por ejemplo, los rituales asociados al nacimiento y la muerte son dos eventos en los cuales se requiere presencia chamánica para quitar la impureza (Ñá') que el evento representa, tanto para el niño que nace o bien para la nueva madre, como para el fallecido y sus familiares (Bozzoli, 1979), todos estos rituales tienen vinculación con el número mágico ritual (Gavarrete y Vásquez, 1995), que es constatado en los fragmentos del caso CGV, como el que presentamos seguidamente.



3 En Cuanto al nacimiento de un niño (a) se desarrollo una sucesión de días y actividades (15 días). para habilitar a la madre y el niño (a) en la vida cotidiana.
4. En los velorios también se desarrolla una serie de numeración de elementos como el jo(2) joctami (5 veces) durante 6 días (3 noches 3 días) Colando chicha 20 veces para kalwa (10 veces). Se puede ir contando con toques de tambor.

Figura 8.104. Fragmento CGV_FTD1-002_CCC_2524/3274.

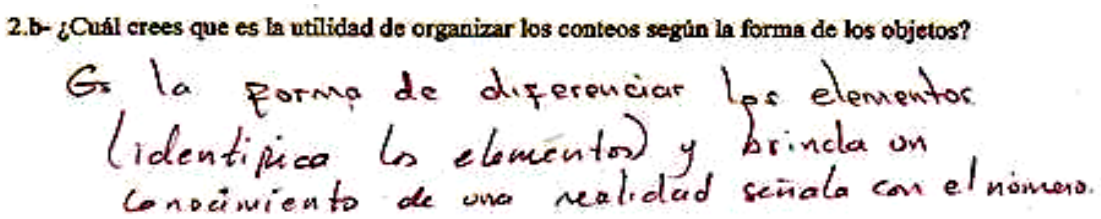
El caso CGV hace referencia a los artefactos que emplea el Jawá para las acciones curativas y también menciona algunos otros cargos tradicionales de la cultura. En el siguiente fragmento, podemos comprobar la descripción que hace el maestro del ULúk como artefacto ritual.



El ulú es una madera que el jahuá prepara como uno de los elementos centrales de la acción curativa. El jahuá es el médico de la comunidad cabécar. El ulú se confecciona de forma cilindrica.

Figura 8.105. Fragmento CGV_FTD2-002_CCC_771/1185.

En el discurso oral y en las producciones escritas del caso CGV se nota como defiende la oralidad cabécar. En este caso, la identificación de la cultura con el uso de la lengua materna (DA-EF_FA1_CUL) se manifiesta como un vehículo de enculturación y de pervivencia del conocimiento cultural. Por ejemplo, respecto al uso de clasificadores numerales, el maestro afirma la vigencia y uso cotidiano en la comunidad donde trabaja y donde vive, además considera que la identificación y clasificación de los objetos permite organizar la realidad circundante.



2.b- ¿Cuál crees que es la utilidad de organizar los conteos según la forma de los objetos?

Es la forma de diferenciar los elementos (identifica los elementos) y brinda un conocimiento de una realidad señala con el número.

Figura 8.106. Fragmento CGV_F1A-003_CUL_964/1459.

El caso CGV insiste en la defensa de la oralidad como un agente que permite, a través de la comunicación con los miembros de la comunidad, lograr interacciones que permiten conservar los valores culturales y matemáticos. Además, es desde el seno familiar donde se inculca el conocimiento de la lengua, que lleva implícito el conocimiento del mito y otros valores culturales.

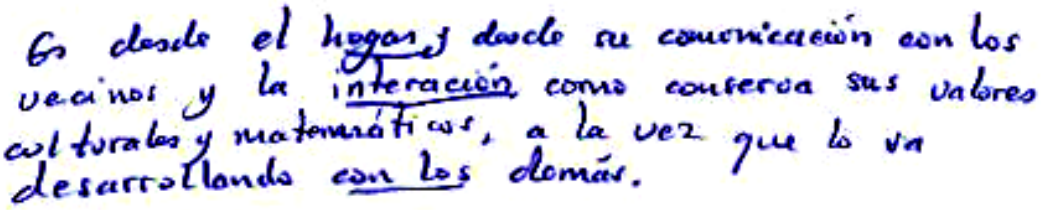


Figura 8.107. Fragmento CGV_FTD2-005_CUL_1653/2182.

El discurso del maestro en formación resalta su interés por la defensa del patrimonio cultural (DA-EF_FA1_DPC) en particular se resaltan frases vinculadas con su preocupación por preservar las tradiciones de la cultura cabécar y el énfasis lo pone en el conocimiento cultural intangible, prioritariamente en el conocimiento ancestral relacionado con las prácticas curativas, como se constata en el siguiente fragmento.

> A- La aplicación del conocimiento sobre la medicina en las prácticas curativas, es un elemento presente en mi cultura cabécar, y considero que es importante, ya que desde tiempos remotos de miles de años, los indígenas y, en particular los cabécares, han puesto en práctica el conocimiento de las curaciones con actores como el Jawá, el enfermo o la persona enferma, la familia y la comunidad cabécar y sus distintos componentes que se emplea para lograr la curación de un enfermo.

Figura 8.108. Fragmento CGV_ MP-PrácticasCurativas-002_CCC_474/874.

El maestro manifiesta su interés por investigar y promover actividades didácticas en las cuales se promueva la pervivencia de estos conocimientos que se han conservado de forma genuina. En el siguiente fragmento se constata esta idea.

> B- Es importante para mí, investigar este signo cultural, porque puedo referirme de un aspecto de la vida como cultura cabécar, y destacarlo para que perviva como hasta la vez ha logrado conservarse de forma genuina, a pesar de mayores obstáculos que encuentra por los cambios sociales. La medicina, la sabiduría y la utilización sostenible de los recursos que la naturaleza proporciona han sido pilar en la cultura indígena y particularmente en la comunidad cabécar.

Figura 8.109. Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-002_CCC_759/1227.

En el fragmento anterior resaltamos los sociofactos y mentifactos asociados, pues el caso CGV manifiesta que una de las características más importantes de su comunidad indígena radica en el uso juicioso de los recursos naturales como un modo de vida apegado a la sabiduría y también el conocimiento axiomático ritual asociado a Sibö que es la deidad principal del pueblo cabécar.

8.5.5.2 LAS MANIFESTACIONES DE CGV RESPECTO A LAS VALORACIONES PEDAGÓGICAS DEL PROCESO FORMATIVO

El caso CGV posee el portafolio con la mayor cantidad de páginas escritas de la muestra seleccionada para este estudio, en las cuales se pueden constatar sus habilidades de expresión escrita (DA-EF_FA2_HEE), pues utiliza un amplio vocabulario en español, mostrando que utiliza las palabras porque conoce su significado, además utiliza signos

de puntuación para mejorar la comprensión de sus frases, como en el fragmento que mostramos seguidamente.

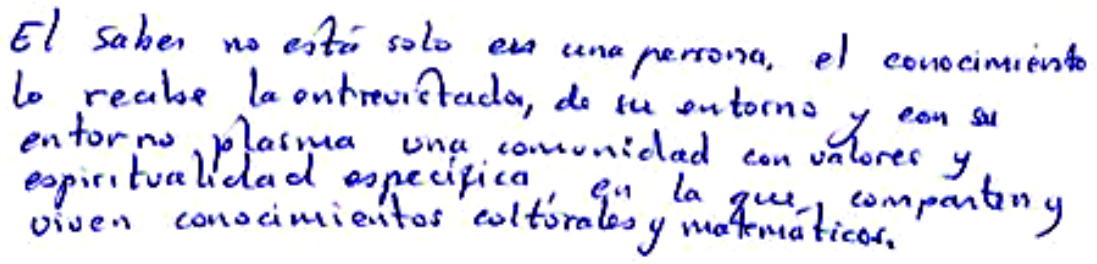

El saber no está solo en una persona, el conocimiento lo recibe la entrevistada, de su entorno y con su entorno plasma una comunidad con valores y espiritualidad específica en la que comparten y viven conocimientos culturales y matemáticos.

Figura 8.110. Fragmento CGV_FTD2-005_HEE_2451/3087.

Con respecto a la utilización de otras habilidades de expresión (DA-EF_FA2_OHE), el caso CGV recurre a dibujos, esquemas y fotografías para ilustrar las producciones escritas. En particular, queremos recalcar la cantidad de imágenes fotográficas que aporta el maestro indígena en el reporte escrito de su microproyecto, tanto para ampliar las descripciones de artefactos relacionados con el signo cultural elegido que son las 'prácticas curativas', como para evidenciar la experiencia didáctica con sus alumnos y con los miembros de la comunidad que participaron en la ejecución del microproyecto.

La descripción gráfica del interior y el exterior de la casa tradicional cabécar, es representada por el caso CGV a través de un dibujo que mostramos en el siguiente fragmento.

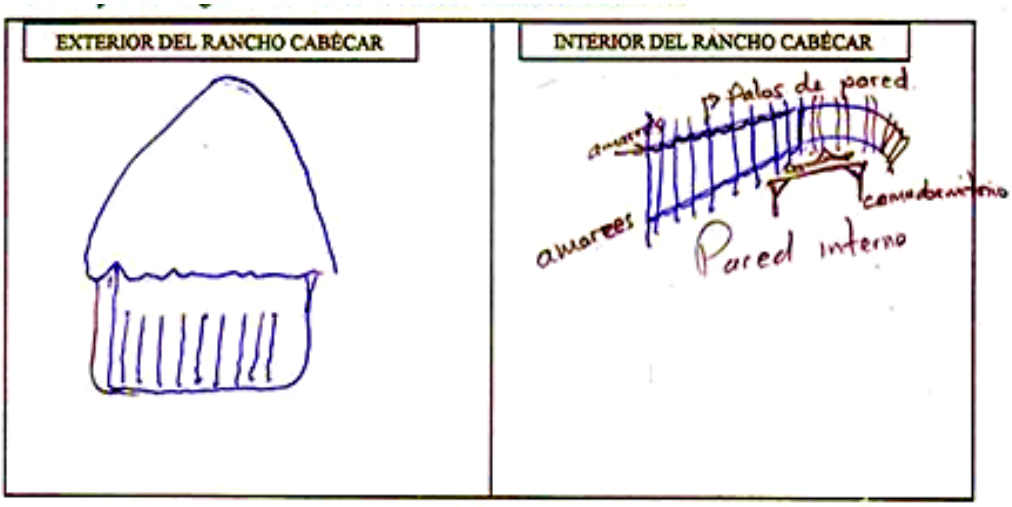


Figura 8.111. Fragmento CGV_F1A-001_OHE_999/2034.

En la representación anterior, el caso CGV incorpora en el dibujo del interior del rancho cabécar una explicación de cómo se organizan ciertos componentes: los palos de la pared (externa), los amarres que sostienen la superficie lateral y la pared interna del rancho tradicional.

Con respecto al estudio del signo cultural, el caso CGV aporta fotografías como formas de realizar una ampliación gráfica de la explicación sobre las prácticas curativas en la cultura cabécar, como se muestra en el siguiente fragmento.

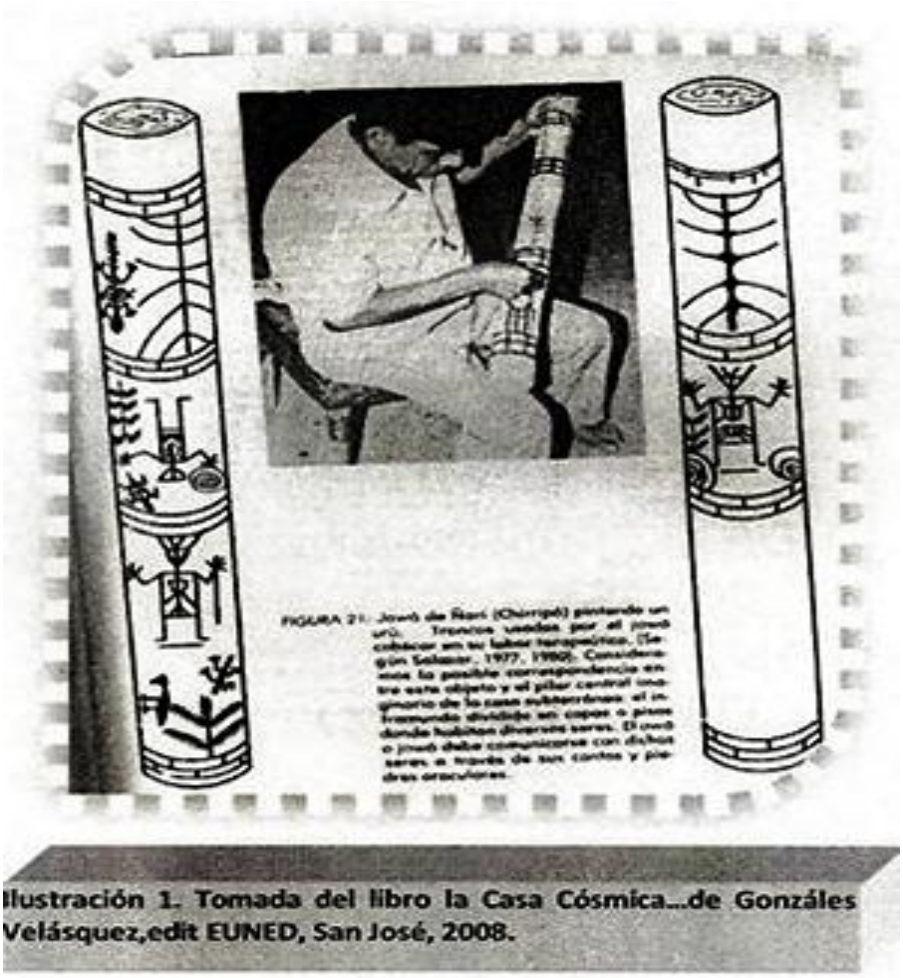


Figura 8.112. Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-002_OHE_1247/2685.

La imagen anterior sirve como recurso visual para que el maestro CGV explique en su microproyecto que el ULúk es uno de los principales artefactos vinculados con las prácticas curativas de la tradición cabécar. El ULúk, como se comentó en el Capítulo 4 corresponde a un tronco de forma cilíndrica, en el cual se diseñan imágenes relacionadas con la enfermedad, los simbolismos de los personajes de la historia mítica que están vinculados a la enfermedad o a la curación del paciente, las deidades, las plantas medicinales, entre otros. En la parte inferior puede leerse la referencia bibliográfica de la imagen presentada, algo que hace notar la responsabilidad ética como investigador, que fue uno de los temas tratados durante el periodo instruccional del CEMEI.



Ilustración 9. A la clase invitamos personas mayores que explica a estudiantes el tema de la curaciones, las plantas que se utilizan, los componentes de origen animal que se selecciona para la práctica curativa,los cantos que se incorpora. Todos estos elementos son aplicados para la construcción de la matemáticas.

Figura 8.113. Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-011_OHE_1644/3004.

El fragmento anterior corresponde a una fotografía del informante especializado que el maestro invitó a sus clases para que le explicara a los estudiantes acerca de las prácticas curativas y su relación con las matemáticas.

También existe una reseña fotográfica sobre el trabajo de los estudiantes durante el desarrollo del microproyecto, que comentaremos seguidamente.

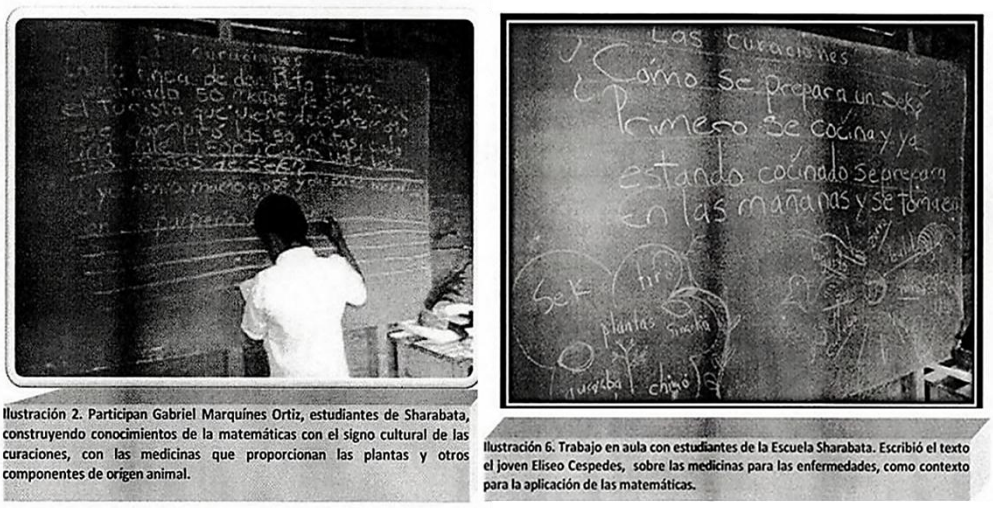


Ilustración 2. Participan Gabriel Marquínes Ortiz, estudiantes de Sharabata, construyendo conocimientos de la matemáticas con el signo cultural de las curaciones, con las medicinas que proporcionan las plantas y otros componentes de origen animal.

Ilustración 6. Trabajo en aula con estudiantes de la Escuela Sharabata. Escribió el texto el joven Eliseo Cespedes, sobre las medicinas para las enfermedades, como contexto para la aplicación de las matemáticas.

Figura 8.114. Fragmentos CGV_MP-PrácticasCurativas-003_OHE_1958/3073 y CGV_MP-PrácticasCurativas-003_OHE_810/2160.

En la imagen anterior se muestra dos fragmentos, el primero de ellos muestra a uno de los alumnos del caso CGV escribiendo en la pizarra una receta de medicina tradicional cabécar y el segundo muestra una fotografía del proceso curativo escrito en la pizarra, que fueron aprovechados por el maestro en formación como recurso para abordar las nociones asociadas a la proporcionalidad.

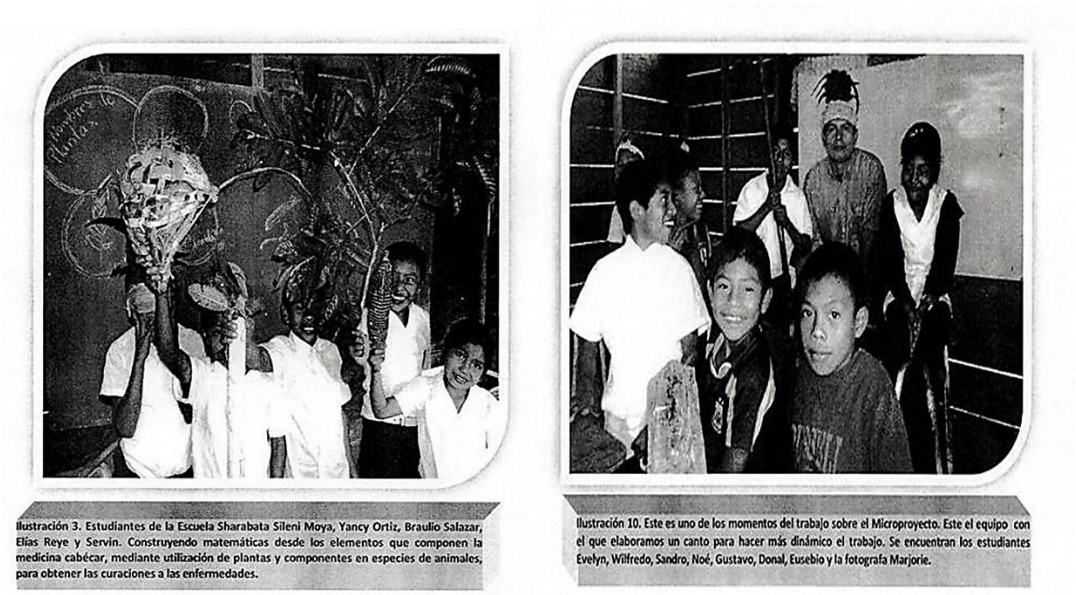


Figura 8.115. Fragmentos CGV_MP-PrácticasCurativas-004_OHE_1281/2841 y CGV_MP-PrácticasCurativas-012_OHE_1549/2973.

El fragmento anterior muestra dos imágenes fotográficas proporcionadas por el caso CGV. En la primera de ellas, a la izquierda, se observa en el fondo los dibujos de las plantas medicinales y en el primer plano los estudiantes del maestro en formación con las plantas y artefactos relacionados con las prácticas curativas; estas plantas y artefactos, proporcionadas por los niños fueron aprovechadas por el maestro para comentar las formas geométricas que las componen. En la imagen de la derecha, se observa al maestro indígena en formación del caso CGV con el penacho tradicional (que CGV puede lucir dado su edad) y a su lado un estudiante sosteniendo el KékölL o bastón del Sukia (ver Capítulo 4); según el pie de fotografía, se describe uno de los momentos de trabajo sobre el microproyecto y los estudiantes corresponden al equipo constituido para estudiar la importancia de los cantos rituales en el proceso curativo.

El fragmento que mostramos en la siguiente figura nos permite conocer el entorno socio-geográfico de la escuela indígena del maestro CGV y a los estudiantes del primer y segundo ciclo de la enseñanza general básica del Centro Educativo Sharabata que participaron en la experiencia pedagógica del microproyecto basado en las etnomatemáticas cabécares. En el pie de fotografía destacamos que el maestro afirma que "durante la implementación de matemáticas desde el contexto cultural, nos ayudó el ambiente natural como recurso pedagógico".



Ilustración 11. Estudiantes de Primer y Segundo Ciclo, del Centro Educativo Sharabata, En nuestro trabajo de implementación de matemáticas desde el contexto cultural, nos ayudó el ambiente natural como recurso pedagógico.

Figura 8.116. Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-014_OHE_1539/2889.

Con respecto a las aportaciones acerca de la metodología del curso CEMEI (DA-EF_FA2_AMC), resaltamos la preocupación por el horario y la duración de las sesiones presenciales, que fue manifestada por el maestro CGV tanto de manera oral como escrita, pues como explicamos en la reseña inicial, éste maestro en formación no podía permanecer durante todo el horario para las sesiones presenciales, por lo cual muchas veces dejaba su trabajo sin terminar y terminaba el trabajo en su casa, sin el proceso completo de interacción promovido por PIOP.

En el siguiente fragmento mostramos una evidencia respecto a la falta de tiempo manifestada por el caso CGV como una limitación para plasmar sus percepciones del curso y de cada sesión de trabajo.

2- Explica lo que mejor has comprendido en esta sesión del curso. Da una opinión personal sobre este tema.

Quizás la falta de tiempo me limita transcribir lo que percibo del curso y la lección.

Figura 8.117. Fragmento CGV_F3C-001_AMC_1739/2266.

En el trabajo presencial pudimos constatar que el maestro del caso CGV fue breve en sus intervenciones y tanto de manera oral como de manera escrita manifiesta que el proceso de interacción le permitió aprender de la participación de sus compañeros y valora el tiempo invertido en el proceso de transmisión oral de conocimientos.

En relación al trabajo de formación individual, el caso CGV se refiere al poco tiempo con el que contó para el desarrollo del microproyecto y asume éste fue un limitante para desarrollar un trabajo de mayor calidad.

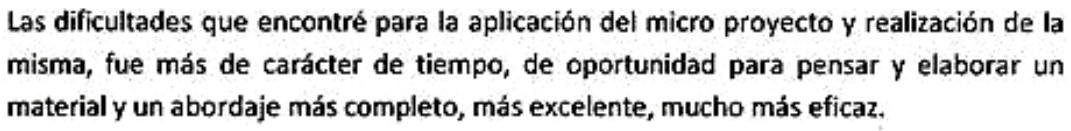

Las dificultades que encontré para la aplicación del micro proyecto y realización de la misma, fue más de carácter de tiempo, de oportunidad para pensar y elaborar un material y un abordaje más completo, más excelente, mucho más eficaz.

Figura 8.118. Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-016_AMC_562/810.

En conclusión podemos afirmar que las aportaciones del caso CGV a la metodología del curso van en el sentido de reclamar más tiempo para las sesiones presenciales como para desarrollar las actividades no presenciales que se asignaron.

Con respecto a las aportaciones sobre el proceso de formación como investigador del propio proceso de enculturación (DA-EF_FA2_APFI), el caso CGV diseña varias actividades. Algunas de ellas están relacionadas directamente con la descripción de las entrevistas realizadas a informantes especiales y otras están vinculadas con la indagación realizada sobre el signo cultural elegido para desarrollar el microproyecto.

En los reportes escritos de las entrevistas realizadas es importante señalar que el maestro en formación destaca el propósito de la entrevista y describe algunos datos del informante y de la manera en que se dio la conversación, por ejemplo, en la entrevista realizada para el primer trabajo a distancia el propósito del maestro era "conocer las concepciones de espacio y número de un miembro de la cultura cabécar" y parte de lo que reportó lo mostramos en el fragmento a continuación.

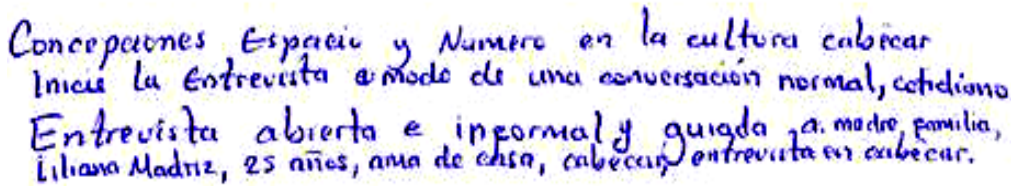

Concepciones Espacio y Numero en la cultura cabécar
Inicio la Entrevista a Modo de una conversación normal, cotidiano
Entrevista abierta e informal y guiada a. madre familia,
Liliana Madriz, 25 años, ama de casa, cabécar, entrevista en cabécar.

Figura 8.119. Fragmento CGV_FTD1-002_APFI_330/731.

En las dos entrevistas realizadas como parte de la indagación para el microproyecto, el maestro CGV presenta algunas reflexiones en las cuales se puede inferir una autoevaluación de su proceso como investigador, sobre el logro de objetivos pretendidos con la entrevista y sobre las percepciones manifestadas respecto al proceso de formación en la investigación.

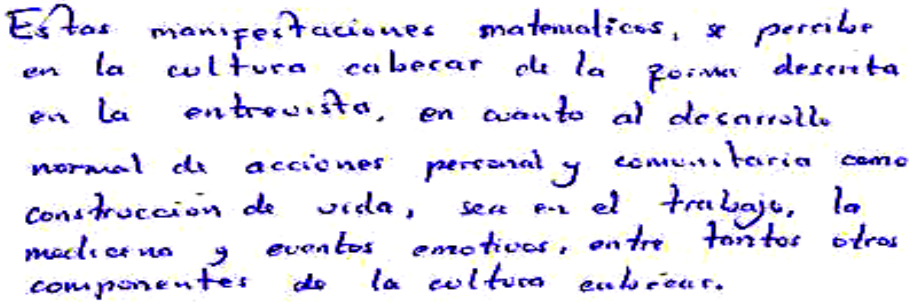

Estas manifestaciones matematicas, se percibe en la cultura cabecar de la forma descrita en la entrevista, en cuanto al desarrollo normal de acciones personal y comunitaria como construccion de vida, sea en el trabajo, la medicina y eventos emotivos, entre tantos otros componentes de la cultura cabécar.

Figura 8.120. Fragmento CGV_FTD1-003_APFI_1353/2266.

En el fragmento anterior percibimos que el maestro reflexiona sobre los conocimientos del informante especializado que entrevista. Además, el caso CGV manifiesta que el "saber" se conforma de experiencias, valores y espiritualidad específica, en las cuales el

conocimiento del entorno y las relaciones entre conocimientos culturales y matemáticos están presentes, como se constata en el siguiente fragmento.

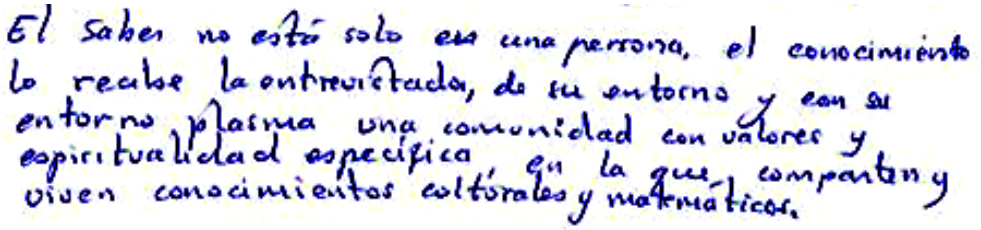

El saber no está solo en una persona, el conocimiento lo recibe la entrevistada, de su entorno y con su entorno plasma una comunidad con valores y espiritualidad específica en la que comparten y viven conocimientos culturales y matemáticos.

Figura 8.121. Fragmento CGV_FTD2-005_APFI_2451/3087.

En el reporte escrito del microproyecto, el maestro en formación manifiesta que el signo cultural que ha elegido requiere un amplio estudio, entonces delimita su "foco de interés" como puede observarse en el siguiente fragmento.

E- La parte del signo que me interesa destacar es la Práctica en sí que realiza el Jawá, como curación a la enfermedad del paciente. Porque contiene un conocimiento que se da desde el diálogo con el paciente, la selección de materiales que requerirá para llevar a cabo la curación, esto debe ser el paciente o su familia quien lo prepara. Se da un acto de diálogo sobre la enfermedad: cómo y qué hacer para su tratamiento. En este sentido se da una enculturación, en cuanto que las matemáticas como parte del saber se comparte, se transfiere.

Figura 8.122. Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-003_APFI_1460/1999.

En el fragmento anterior el maestro justifica el interés de la investigación en este signo cultural y pretende también abordar los conocimientos matemáticos implícitos asociados a las prácticas curativas, pues afirma que contiene "muchos conocimientos matemáticos invisibles".

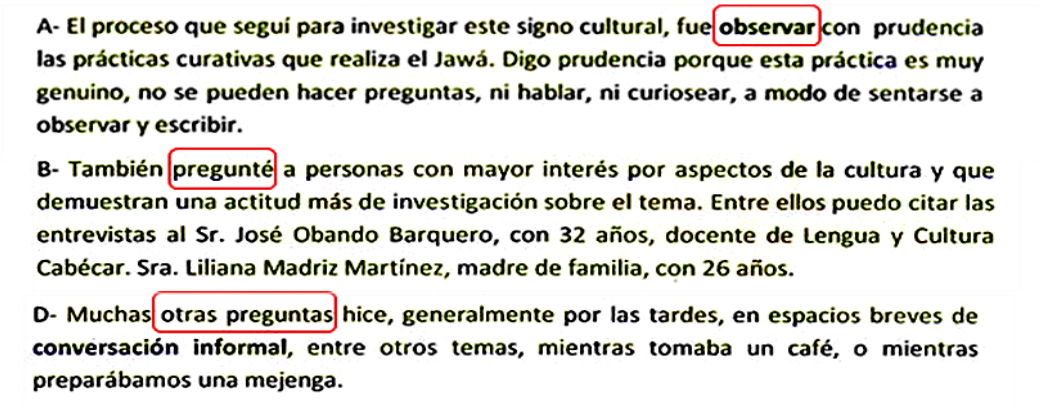
B- Los conocimientos matemáticos invisibles (intangibles) se ponen de manifiestos en cuanto el razomamiento que hace la persona acerca del problema de salud que le afecta; la búsqueda de solución como identificar las plantas y componentes que requiere como alternativa para lograr su bienestar de salud; la búsqueda del recurso del conocimiento que ha heredado el Jawá; el el diálogo con el paciente, que hace el jawá para determinar el tipo de medicina que se aplicará; la selección de materiales que se requerirá para llevar a cabo la curación: cómo y qué hacer para su tratamiento. En este sentido se va haciendo visible elementos de las matemáticas, que está presente en el conocimiento humano y que se comparte, se transfiere, en el grado que el paciente alcanza la salud.

Figura 8.123. Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-010_APFI_651/1414.

Nos interesa señalar las alusiones que hace el caso CGV respecto al "razonamiento" del enfermo sobre su problema de salud, "la búsqueda de solución" y la "búsqueda del recurso del conocimiento que ha heredado el Jawá", así como la descripción que presenta en su microproyecto de conocimientos culturales identificados y relacionados con conocimientos matemáticos.

Uno de los ejemplos más relevantes para este análisis sobre las aportaciones del docente sobre su proceso de formación como investigador, consiste en la descripción secuencial de la curación que proporciona el caso CGV en el estudio del signo cultural

que eligió. Parte de esa descripción secuencial la hemos compilado en la siguiente figura.



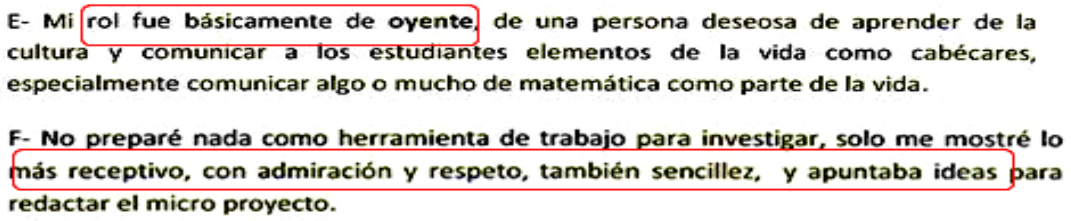
A- El proceso que seguí para investigar este signo cultural, fue observar con prudencia las prácticas curativas que realiza el Jawá. Digo prudencia porque esta práctica es muy genuino, no se pueden hacer preguntas, ni hablar, ni curiosear, a modo de sentarse a observar y escribir.

B- También pregunté a personas con mayor interés por aspectos de la cultura y que demuestran una actitud más de investigación sobre el tema. Entre ellos puedo citar las entrevistas al Sr. José Obando Barquero, con 32 años, docente de Lengua y Cultura Cabécar. Sra. Liliana Madriz Martínez, madre de familia, con 26 años.

D- Muchas otras preguntas hice, generalmente por las tardes, en espacios breves de conversación informal, entre otros temas, mientras tomaba un café, o mientras preparábamos una mejenga.

Figura 8.124. Fragmentos CGV_MP-PrácticasCurativas-011_APFI_386/701, CGV_MP-PrácticasCurativas-807/1085 y CGV_MP-PrácticasCurativas-012_APFI_278/512.

Existen diversas unidades de análisis que revelan la formación como investigador que experimentó el maestro indígena CGV. En la siguiente figura mostramos una compilación de fragmentos que muestran el rol que asume el maestro durante el estudio del signo cultural y la descripción que realiza sobre la toma de notas etnográficas durante su trabajo de campo.



E- Mi rol fue básicamente de oyente, de una persona deseosa de aprender de la cultura y comunicar a los estudiantes elementos de la vida como cabécares, especialmente comunicar algo o mucho de matemática como parte de la vida.

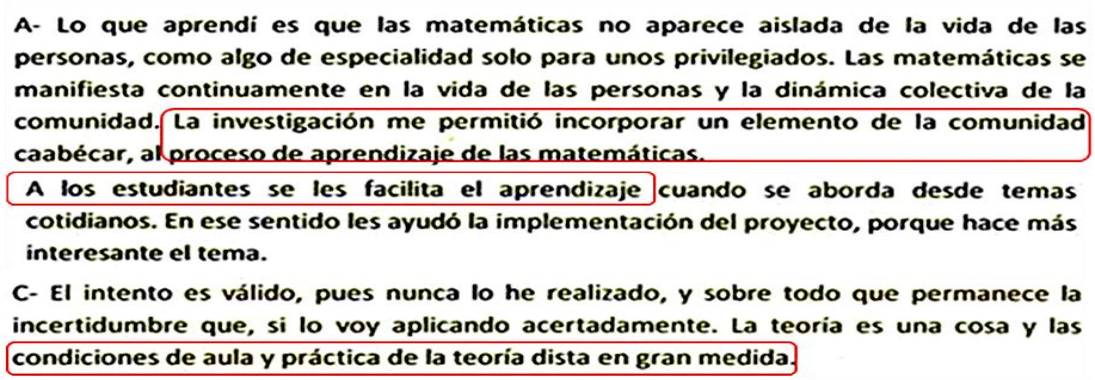
F- No preparé nada como herramienta de trabajo para investigar, solo me mostré lo más receptivo, con admiración y respeto, también sencillez, y apuntaba ideas para redactar el micro proyecto.

Figura 8.125. Fragmentos CGV_MP-PrácticasCurativas-012_APFI_522/742 y CGV_MP-PrácticasCurativas-012_APFI_735/1024.

Con respecto a los aportes del proceso de investigación en la experiencia de aula, el caso CGV resalta las herramientas teóricas que adquirió durante las explicaciones de la profesora PIOP y las interacciones desarrolladas durante las sesiones presenciales, así como por medio de la investigación que le permitió profundizar en el estudio del signo cultural. Ambos elementos señalados (la teoría y la investigación) le permitieron diseñar una propuesta de abordaje didáctico contextualizado e interdisciplinar sobre las prácticas curativas en la cultura cabécar.

Resaltamos que el maestro en formación valora positivamente incorporar un elemento de la comunidad cabécar al aprendizaje de las matemáticas y valora también el impacto de los microproyectos como una experiencia didáctica en el aprendizaje de los estudiantes. Además, un elemento común a todas las producciones escritas del caso CGV es una reflexión autoevaluativa, en la cual el maestro valora los alcances de cada fase de la experiencia y manifiesta que el desafío de vincular teoría y práctica se convirtió en un "intento válido" en el cual "permanece la incertidumbre" de aplicarlo

acertadamente, como se constata en los fragmentos que hemos compilado en la siguiente imagen.


A- Lo que aprendí es que las matemáticas no aparece aislada de la vida de las personas, como algo de especialidad solo para unos privilegiados. Las matemáticas se manifiesta continuamente en la vida de las personas y la dinámica colectiva de la comunidad. La investigación me permitió incorporar un elemento de la comunidad caabécar, al proceso de aprendizaje de las matemáticas.

A los estudiantes se les facilita el aprendizaje cuando se aborda desde temas cotidianos. En ese sentido les ayudó la implementación del proyecto, porque hace más interesante el tema.

C- El intento es válido, pues nunca lo he realizado, y sobre todo que permanece la incertidumbre que, si lo voy aplicando acertadamente. La teoría es una cosa y las condiciones de aula y práctica de la teoría dista en gran medida.

Figura 8.126. Fragmentos CGV_MP-PrácticasCurativas-014_APFI_376/749, CGV_MP-PrácticasCurativas-015_APFI_688/946 y CGV_MP-PrácticasCurativas-014_APFI_1037/1291.

La faceta del maestro como investigador de signos culturales ajenos: el reporte de la gira a la comunidad indígena Boruca

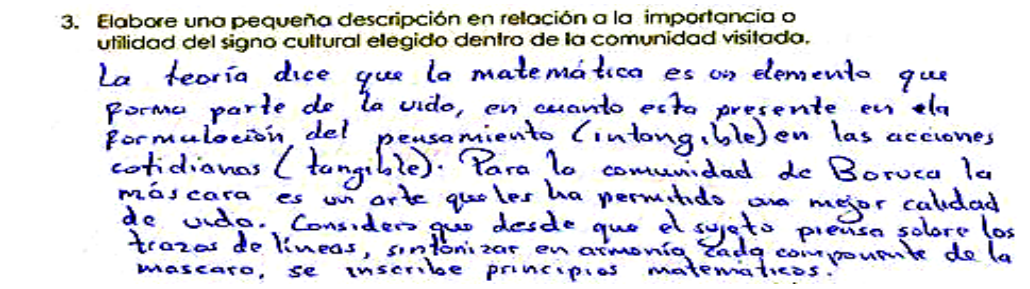
El caso CGV ha sido seleccionado para mostrar las aportaciones en la faceta del maestro como investigador de signos culturales ajenos a su cultura.

Los profesores de los cursos Escuela y Desarrollo Comunal Indígena, Planeamiento Didáctico Indígena, Morfología del Cabécar y Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales promovieron una estancia de los maestros cabécares en la Comunidad Indígena Boruca, con objetivos comunes dentro de los cursos como una actividad integradora e interdisciplinar.

Uno de los propósitos del curso DMCM durante la visita al territorio indígena Boruca fue brindar a los maestros cabécares en formación la oportunidad de reconocer signos culturales en una cultura ajena y diseñar propuestas didácticas desde la postura de las etnomatemáticas de otro grupo cultural distinto al de su origen.

En el reporte de la gira a Boruca presentado por el caso CGV se determina que el signo cultural que eligió es la ‘máscara’ pues es un artefacto cuya elaboración artesanal se ha convertido en una de las principales fuentes de ingresos económicos para los miembros de esta comunidad indígena.

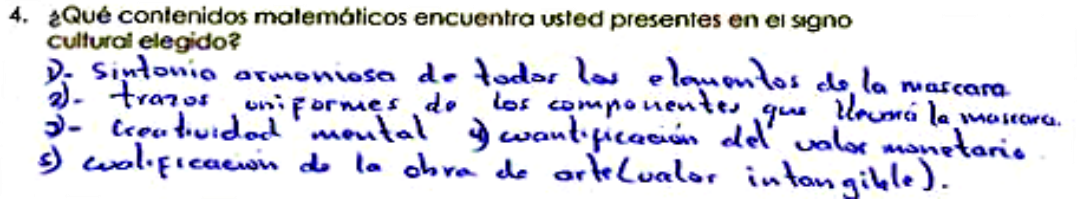
A partir de dicha elección el caso CGV elabora una descripción del signo cultural, de su composición geométrica y sus rasgos artísticos tanto con palabras como con imágenes. Además, manifiesta su percepción respecto al conocimiento tangible e intangible relacionado con ese signo cultural y realiza una descripción de las relaciones que encuentra entre la importancia o utilidad del signo cultural para la comunidad, rescatando algunas características que puedan relacionarse con contenidos matemáticos, como se muestra en el siguiente fragmento.


3. Elabore una pequeña descripción en relación a la importancia o utilidad del signo cultural elegido dentro de la comunidad visitada.

La teoría dice que la matemática es un elemento que forma parte de la vida, en cuanto esta presente en la formulación del pensamiento (intangible) en las acciones cotidianas (tangible). Para la comunidad de Boruca la máscara es un arte que les ha permitido una mejor calidad de vida. Considero que desde que el sujeto piensa sobre los trazos de líneas, sintonizar en armonía cada componente de la mascara, se inscribe principios matemáticos.

Figura 8.127. Fragmento CGV_RGB-001_APFI_1997/2756.

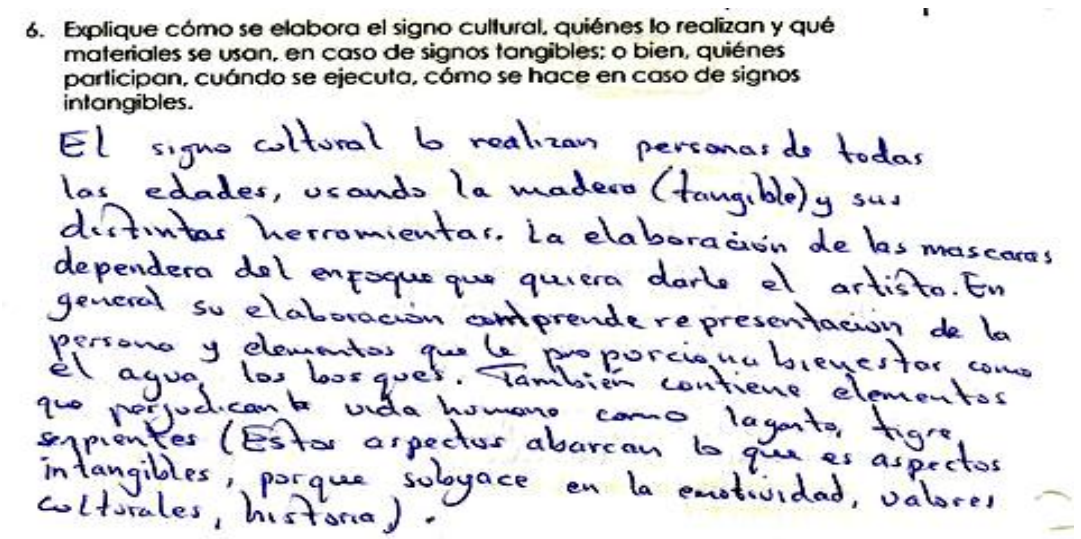
El caso CGV realiza una descripción de los contenidos matemáticos que observa en las máscaras de Boruca y que mostramos en el siguiente fragmento.


4. ¿Qué contenidos matemáticos encuentra usted presentes en el signo cultural elegido?

1). Sintonia armoniosa de todos los elementos de la mascara
2). trazos uniformes de los componentes que llevará la mascara.
3). Creatividad mental 4) cuantificación del valor monetario
5) cualificacion de la obra de arte(valor intangible).

Figura 8.128. Fragmento CGV_RGB-001_APFI_2760/3207.

La respuesta que se expone en el fragmento anterior está relacionada con los elementos del diseño considerados en la elaboración artesanal de las máscaras en Boruca, como por ejemplo la descripción de los elementos de la máscara, trazos uniformes y creatividad mental en la cuantificación pues la máscara es una artesanía que constituye fuente de ingresos en la comunidad y la explicación del valor cosmogónico que tiene para la cultura Boruca. En el siguiente fragmento mostramos la pregunta 6 de la guía de notas de campo elaborada por las profesoras formadoras y las explicaciones dadas como respuesta por el caso CGV sobre el signo cultural elegido sus características tangibles.


6. Explique cómo se elabora el signo cultural, quiénes lo realizan y qué materiales se usan, en caso de signos tangibles; o bien, quiénes participan, cuándo se ejecuta, cómo se hace en caso de signos intangibles.

El signo cultural lo realizan personas de todas las edades, usando la madera (tangible) y sus distintas herramientas. La elaboración de las mascaras dependera del enfoque que quiera darle el artista. En general su elaboración comprende representación de la persona y elementos que le proporciona bienestar como el agua, los bosques. También contiene elementos que perjudican la vida humana como lagarto, tigre, serpientes (Estos aspectos abarcan lo que es aspectos intangibles, porque subyace en la espiritualidad, valores culturales, historia).

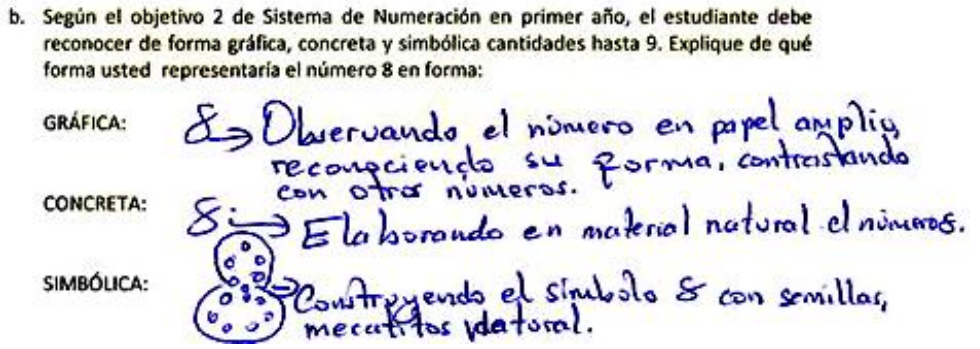
Figura 8.129. Fragmento CGV_RGB-002_APFI_1671/2929.

Finalmente, podemos concluir del análisis del caso CGV respecto a la categoría deductiva DA-EF_FA2_CGV, que las producciones escritas del maestro en formación muestran que logra desarrollar capacidades investigativas para:

- Observar (desde una postura crítica) un signo cultural de su cultura o de otra cultura ajena.
- Realizar entrevistas: ejecutar un diseño de entrevista, negociación de entrada, obtención de la información y reporte escrito de la información obtenida.
- Reflexionar sobre su rol en el proceso de investigación: observador, acompañante, rol pasivo-rol activo.
- Reflexionar sobre el impacto de la investigación sobre un signo cultural en las habilidades creativas y de contextualización del signo cultural en la clase de matemáticas, o de la clase de matemáticas con respecto al signo cultural.
- Inducir un proceso de autoevaluación de su evolución como investigador, tratando de observar objetivamente sus acciones y sus productos.

La faceta de investigación promueve en el caso CGV una pericia para relacionar los contenidos del programa de estudios que debe enseñar y los elementos de la cultura de los que puede echar mano para invertirlos como recursos didácticos y propone el diseño de actividades contextualizadas para la enseñanza de las matemáticas en la cultura cabécar (DA-EF_FA2_DACE).

En una de las actividades del curso DMCM, las profesoras formadoras piden al maestro que diseñe propuestas contextualizadas para representar algunos números de forma gráfica, concreta y simbólica; a continuación mostramos la producción escrita del caso CGV con respecto a las representaciones del número ocho.


b. Según el objetivo 2 de Sistema de Numeración en primer año, el estudiante debe reconocer de forma gráfica, concreta y simbólica cantidades hasta 9. Explique de qué forma usted representaría el número 8 en forma:

GRÁFICA: & → Observando el número en papel amplio, reconociendo su forma, contrastando con otros números.

CONCRETA: & → Elaborando en material natural el número.

SIMBÓLICA: Construyendo el símbolo & con semillas, mecatitos natural.

Figura 8.130. Fragmento CGV_FTD4A-001_DACE_1724/2503.

En el fragmento anterior observamos que el caso CGV describe la representación gráfica utilizando material concreto y propone la observación y la comparación con otros números; para la representación concreta también utilizaría "material natural", mientras que para la representación simbólica menciona los recursos del entorno como "semillas y mecatitos natural". Notamos que no es preciso distinguir en la descripción dada por el maestro sobre la diferencia entre las tres formas de representación. Lo que es común a las tres descripciones es la referencia que hace sobre hacer uso de recursos del entorno.

La cuarta sesión está a cargo de las profesoras PCOP y RCOP y no hubo sesión presencial pero se propusieron actividades a distancia con informes escritos, de los cuales destacamos la Ficha FTD4A en la cual se propuso realizar una revisión de los ejercicios del libro de texto de primer grado de primaria y elaborar una propuesta

contextualizada con respecto a la cultura cabécar para estudiar los números del 0 al 9 en el primer año. Ante esta actividad propuesta, el caso CGV describe cinco actividades distintas que incorporan cantos, dibujos y manejo de material concreto, entre otros elementos.

Para la primera actividad, el maestro propone una canción en la que incorpora dos animales cotidianos en la realidad cabécar: los caballos y las serpientes. Además notamos que se "parte" el conteo hasta el número cinco, puesto que como se explicó en el Capítulo 4, esa es la manera habitual de los conteos en cabécar (5= sá-julá étka= nuestra mano una vez) y esta propuesta es lógica considerando la base de numeración quinaria que impera en la tradición oral de la cultura cabécar.

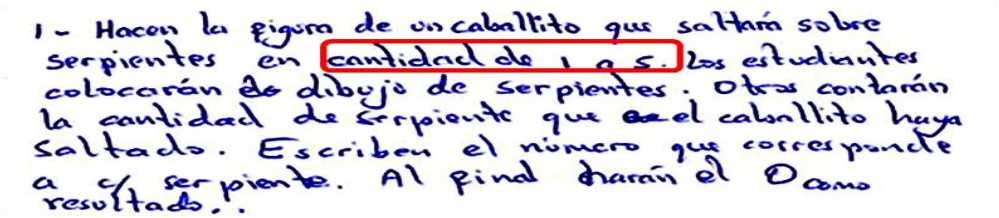

1- Hacen la figura de un caballito que saltará sobre serpientes en cantidad de 1 a 5. Los estudiantes colocarán el dibujo de serpientes. Otros contarán la cantidad de serpiente que el caballito haya saltado. Escriben el número que corresponde a c/ serpiente. Al final darán el O como resultado.

Figura 8.131. Fragmento CGV_FTD4B-001_DACE_1217/1861.

En la segunda actividad, el maestro CGV incorpora los números del seis al nueve, aclarando que "se les guía acerca del valor de cada número". Presumimos que esta propuesta responde al hecho explicado en el Capítulo 4 sobre la estructura compuesta para los números posteriores a cinco: 6=5+1, 7=5+2, etc. Además, se menciona el uso de objetos cotidianos de la vida cabécar como canastos, mochilas y lanzas que contengan las cantidades que están describiendo para identificar y relacionar cantidades que el maestro sugiere en la actividad, probablemente para aludir la forma de clasificación numeral.

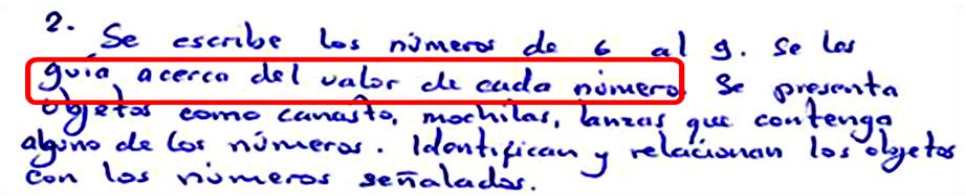

2. Se escribe los números de 6 al 9. Se les guía acerca del valor de cada número. Se presenta objetos como canasta, mochilas, lanzas que contenga algúno de los números. Identifican y relacionan los objetos con los números señalados.

Figura 8.132. Fragmento CGV_FTD4B-001_DACE_1865/2360.

En la tercera actividad el maestro CGV propone el uso de carteles con los símbolos de los numerales y figuras. Además propone utilizar frutas que puedan cortarse en trozos de acuerdo con los números del cartel propuesto.

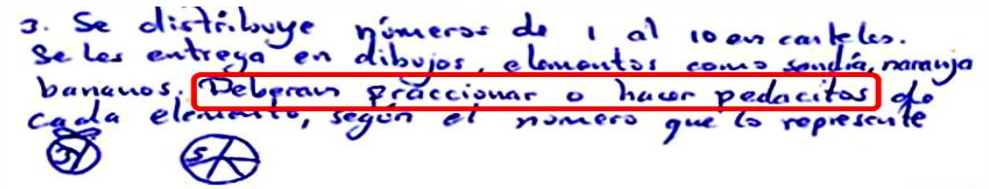

3. Se distribuye números de 1 al 10 en carteles. Se les entrega en dibujos, elementos como sandía, naranja bananos. Deberan praccionar o hacer pedacitos de cada elemento, según el número que lo represente

Figura 8.133. Fragmento CGV_FTD4B-001_DACE_2369/2886.

La actividad propuesta en el fragmento anterior puede ser importante para reforzar el conocimiento en los estudiantes. Sin embargo consideramos que esta propuesta puede resultar compleja para estudiantes de primer grado que aún no comprenden el

significado de "fraccionar", y suponemos que el maestro quiere inducir a sus estudiantes la comprensión de la relación "parte-todo".

En la cuarta actividad propuesta por el caso CGV, no queda claro lo que el maestro pretende estimular en sus estudiantes, mientras que para la quinta actividad, el maestro facilita dibujos de insectos cotidianos en el entorno cabécar y se les pide a los niños que completen "las partes mediante números" que están representados por colores distintos.

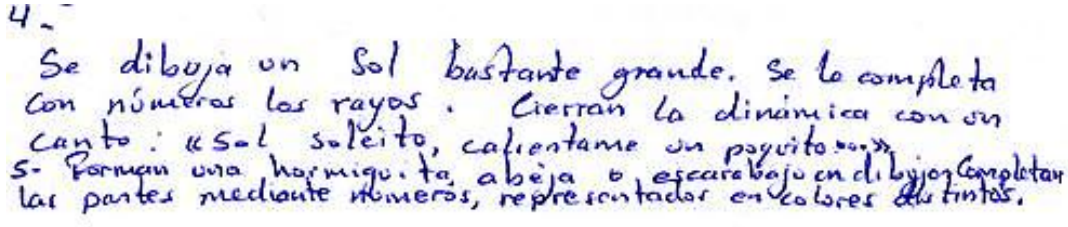

4.-
Se dibuja un Sol bastante grande. Se lo completa con números los rayos. Cierran la dinámica con un canto: «Sol soleito, caliéntame un poquito...»
5- Forman una hormiguita, abeja o escarabajo en dibujos. Completan las partes mediante números, representados en colores distintos.

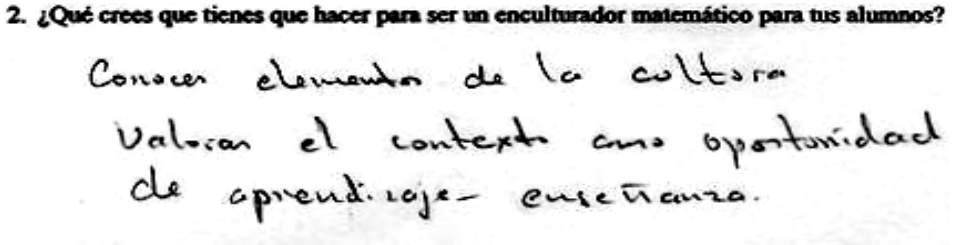
Figura 8.134. Fragmento CGV_FTD4B-001_DACE_2827/3291.

A pesar de recurrir al uso de dibujos, cantos, colores, animales y objetos del entorno, consideramos que la cuarta y quinta actividad son confusas o su redacción no está clara.

Para terminar con el análisis del caso CGV correspondiente a la categoría deductiva DA-EF_FA2_DACE, concluimos que el diseño de actividades que presentadas procura relacionar las matemáticas (escolares) con elementos cotidianos de la cultura cabécar, que promueven que el alumno vincule los contenidos con el entorno social, ambiental y cultural.

8.5.5.3 LAS CONCEPCIONES DE CGV RESPECTO A LOS PRINCIPIOS ASOCIADOS A LA ENCULTURACIÓN

El caso CGV considera que el maestro puede ser agente difusor de la cultura (DA-EF_FAE3_EDC) si valora todos los elementos que le aporta el entorno y los utiliza como una oportunidad de aprendizaje para la enseñanza, es por esto que enfatiza en la valoración del conocimiento propio como una riqueza que se puede encauzar para la enseñanza.


2. ¿Qué crees que tienes que hacer para ser un enculturador matemático para tus alumnos?

Conocer elementos de la cultura
Valorar el contexto como oportunidad
de aprendizaje- enseñanza.

Figura 8.135. Fragmento CGV_F2B-001_EDC_960/1713.

El maestro considera que para actuar como un enculturador matemático en el aula hay que valorar el conocimiento cultural y promover actividades de aprendizaje de las matemáticas en las cuales se respeten las costumbres cabécares, como se constata en el siguiente fragmento.

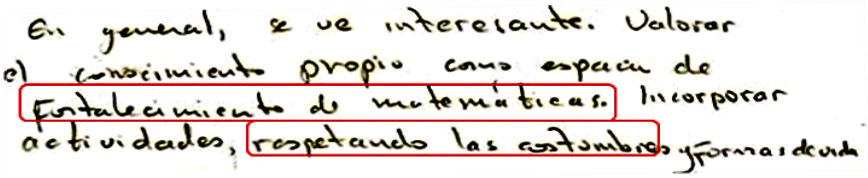

En general, se ve interesante. Valorar el conocimiento propio como espacio de fortalecimiento de matemáticas. Incorporar actividades, respetando las costumbres y formas de vida

Figura 8.136. Fragmento CGV_F2C-001_EDC_2254/3007.

El maestro CGV considera la realización del microproyecto como un canal para ser agente difusor de la cultura, en el cual el desafío radica en "atreverse a construir algo nuevo", refiriéndose al 'aporte' que dará a sus compañeros (maestros indígenas en formación) sobre su propuesta didácticas que vincula el conocimiento de las prácticas curativas con contenidos de las matemáticas escolares y de otras asignaturas del currículum de primaria.

Otra de las expectativas manifestadas por el maestro CGV con respecto a la elaboración del microproyecto radica en "tener dominio de la labor docente en comunidades indígenas desde la cultura cabécar, respecto a la contextualización en matemáticas", lo cual interpretamos con la figura del maestro como enculturador y como enculturado por su propia cultura; y el siguiente fragmento sirve para ilustrar esta idea.

> En la construcción del micro proyecto me presenté como uno que anhela aprender, no como instructor. De hecho aprendí cosas nuevas de la vida como cultura que puedo aplicar en la enseñanza de las matemáticas.

Figura 8.137. Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-015_EDC_437/681.

Con respecto a la presencia del informante especializado como etnoenculturador (DA-EF_FA3_ETE), debemos indicar que el proceso de etnoenculturación es percibido por el maestro CGV a través del conocimiento de los miembros de su comunidad, pero también se reconoce 'a sí mismo' como un agente enculturador de la comunidad de Tayutic, pues conoce y valora los elementos de su propia cultura y también a nivel multicultural.

El caso CGV considera que la 'madre de familia', que entrevista en su primer trabajo a distancia (FTD1) es una agente enculturadora de sus hijos y también del maestro durante la conversación.

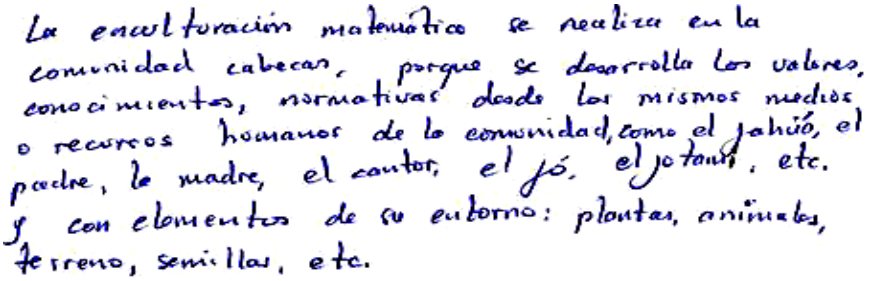

La enculturación matemática se realiza en la comunidad cabecar, porque se desarrolla los valores, conocimientos, normativas desde los mismos medios o recursos humanos de la comunidad, como el jahúó, el padre, la madre, el cantor, el jó, el jotaul, etc. y con elementos de su entorno: plantas, animales, terreno, semillas, etc.

Figura 8.138. Fragmento CGV_FTD2-006_ETE_1621/2538.

En el fragmento anterior se denota que el maestro CGV reconoce que son agentes potenciales de enculturación: el conocimiento de sus propios alumnos de la escuela, el

de los constructores, el de los agricultores y el de los miembros de la comunidad que tienen algún 'cargo tradicional' como los cantores o los médicos tradicionales, conocimiento que ha prevalecido como una forma de transmisión transgeneracional. El discurso transgeneracional se constituye como una cadena de transmisión que involucra lo dicho, lo omitido y las condiciones de producción del discurso, en este caso vinculados con la cosmovisión y la asunción axiomática del conocimiento del mito.

La figura del Jawá es reconocida potencialmente como la de un agente de etnoenculturación, en particular respecto al signo cultural del microproyecto desarrollado por CGV, se hace explícito que durante el proceso de curación de un paciente se aplican diversos conocimientos, como se ilustra con el siguiente fragmento.

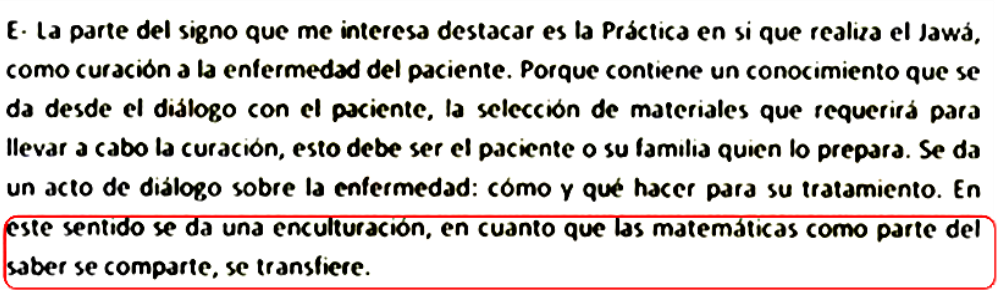
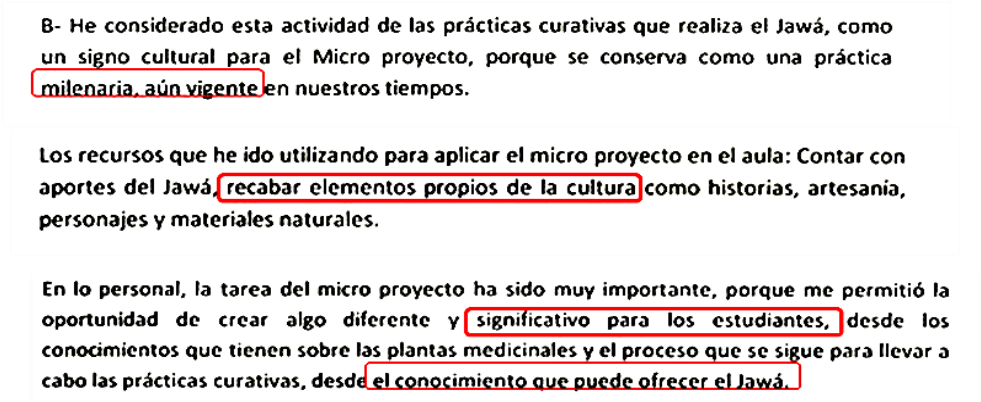

E- La parte del signo que me interesa destacar es la Práctica en si que realiza el Jawá, como curación a la enfermedad del paciente. Porque contiene un conocimiento que se da desde el diálogo con el paciente, la selección de materiales que requerirá para llevar a cabo la curación, esto debe ser el paciente o su familia quien lo prepara. Se da un acto de diálogo sobre la enfermedad: cómo y qué hacer para su tratamiento. En este sentido se da una enculturación, en cuanto que las matemáticas como parte del saber se comparte, se transfiere.

Figura 8.139. Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-003_ETE_1460/1999.

En el fragmento anterior se percibe la reflexión que hace el maestro del caso CGV sobre la enculturación a través del microproyectos (DA-EF_FA3_EMP). Dicha reflexión posee tres aristas: la pervivencia del conocimiento cultural, el potencial del signo cultural para estudiar las matemáticas y la posibilidad del signo cultural para realizar una propuesta curricular interdisciplinar.

El maestro en formación reconoce el aporte del microproyecto como una experiencia para promover la preservación del patrimonio cultural durante el proceso de aprendizaje.


B- He considerado esta actividad de las prácticas curativas que realiza el Jawá, como un signo cultural para el Micro proyecto, porque se conserva como una práctica milenaria, aún vigente en nuestros tiempos.

Los recursos que he ido utilizando para aplicar el micro proyecto en el aula: Contar con aportes del Jawá, recabar elementos propios de la cultura como historias, artesanía, personajes y materiales naturales.

En lo personal, la tarea del micro proyecto ha sido muy importante, porque me permitió la oportunidad de crear algo diferente y significativo para los estudiantes, desde los conocimientos que tienen sobre las plantas medicinales y el proceso que se sigue para llevar a cabo las prácticas curativas, desde el conocimiento que puede ofrecer el Jawá.

Figura 8.140. Fragmentos CGV_MP-PrácticasCurativas-002_EMP_871/1132, CGV_MP-PrácticasCurativas-013_EMP_1766/2031 y CGV_MP-PrácticasCurativas-002_EMP_295/579.

En la imagen anterior, hemos compilado tres fragmentos en los cuales es posible notar como el maestro recalca que el microproyecto contribuye a:

- Reforzar la identidad cultural propia y la de sus alumnos.
- Apreciar conocimientos ancestrales que perviven y que contienen a su vez mentifactos, sociofactos y artefactos,
- Integrar en una sola actividad cultural elementos de su patrimonio tangible e intangible.
- Ofrecer la posibilidad de desarrollar su creatividad docente en el diseño de actividades de aprendizaje significativo para sus estudiantes en las cuales se reconoce el conocimiento cultural que desde la tradición oral puede ofrecer el Jawá.

Con respecto al aprendizaje de las matemáticas, el maestro recalca la posibilidad de identificar correlaciones entre los contenidos teóricos (escolares) de la asignatura y las prácticas curativas que se describen como parte del signo cultural.

Dichas prácticas pueden haber sido experimentadas por el maestro o por sus propios alumnos, con lo cual existe la posibilidad de hacer reflexiones desde la experimentación vivida, desde las narraciones del maestro durante el estudio del signo cultural, o bien desde las prácticas cotidianas narradas por el Jawá invitado a la clase. En cualquiera de los casos, se promueve la constitución de un conjunto de conocimientos compartidos, a partir de la institucionalización de los dominios de experiencia subjetiva.

Existen diversos artefactos vinculados al signo cultural elegido por CGV, pero el ULúk es uno de los más importantes dentro de las prácticas curativas de la tradición médica cabécar. Teniendo en cuenta esto y mostrando la profundidad de conocimiento cultural cabécar (CCC) el maestro en formación ofrece una descripción física del artefacto, en la cual procura asociar contenidos matemáticos relacionados con su composición y diseño; omitiendo los datos implícitos o intangibles, relacionados con los ciclos que describen las figuras que se realizan en el artefacto, que luego comenta de forma oral durante la implementación del CEMEI.

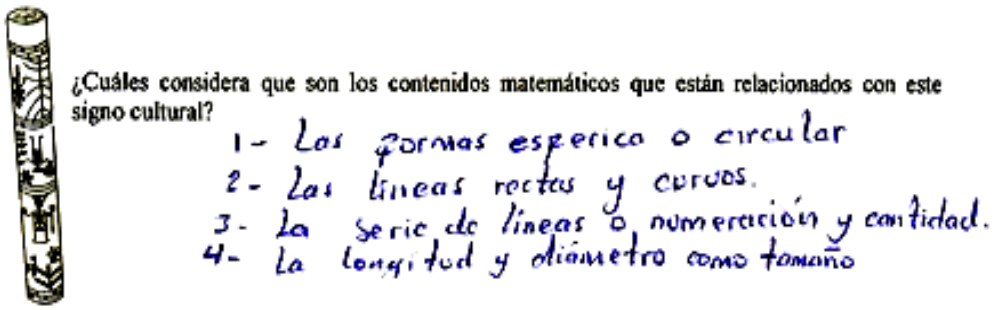


Figura 8.141. Fragmento CGV_FTD3-001_EMP_2226/2662.

El maestro CGV recalca que el estudio de las prácticas curativas en su microproyecto contribuye a evidenciar la presencia de las matemáticas en la cotidianeidad. En el siguiente fragmento se muestran las razones con las que argumenta la importancia de las matemáticas en este signo cultural.

D- Desde el punto de vista de las matemáticas, este signo cultural es importante porque hace visualizar y manifestar que las matemáticas es un saber presente en la cotidianidad. Es importante porque desde el tema de la medicina y la curación del paciente, la matemática se hace presente como parte de la vida:

- ✓ **Generando conocimiento.**
- ✓ **Incentivando las respuestas a las circunstancias de la vida.**
- ✓ **Permitiendo una mejor condición de bienestar, ya sea para la persona en particular, como puede ser para la comunidad en general, ante las eventualidades colectivas, naturales, etc.**

Figura 8.142. Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-006_EMP_261/959.

A partir del discurso del maestro, la presencia de las matemáticas en el signo cultural existe como un elemento de precisión y explicación de una actividad que genera bienestar.

El maestro CGV trata de ubicar con coherencia el microproyecto para insertar la propuesta didáctica en el currículum escolar.

C- Los objetivos a destacar son con Primer nivel: Básicos 1, 2, 3, 4,5, 6, 7, Geometría, Sistema de numeración, Operaciones fundamentales, Medidas, estadísticas.

Segundo nivel: Geometría, Sistema de numeración, Operaciones fundamentales, Medidas, Tiempo.

Tercer nivel: Geometría, Sistema de numeración, Operaciones fundamentales, fracciones,, medidas, Estadísticas y probabilidades. Se puede utilizar con el segundo Ciclo.

Figura 8.143. Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-013_EMP_288/840.

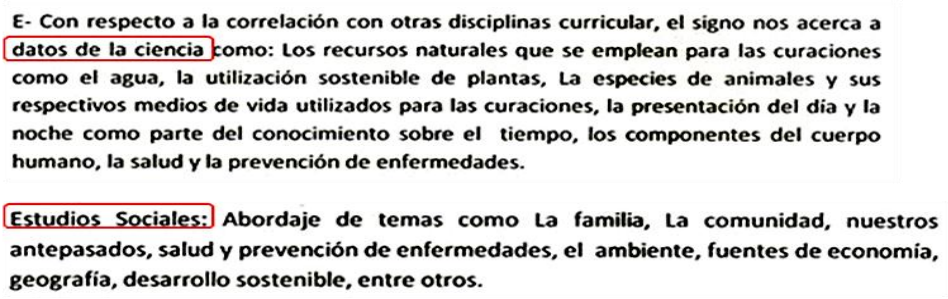
Hemos revisado los contenidos y objetivos del Programa de Estudios del Ministerio de Educación Pública que puntualmente menciona el docente y confirmamos que existe relación con el microproyecto elaborado. Se trata de objetivos en los cuales se pretende que el estudiante:

- ♦ Discrimine objetos del entorno, según características de tamaño.
- ♦ Aplique los conceptos básicos de posición en diferentes situaciones
- ♦ Aplique nociones de distancia en relación con objetos y personas.
- ♦ Aplique nociones de longitud en situaciones del entorno.
- ♦ Establezca diferencias y semejanzas de espesor entre objetos.
- ♦ Utilice las nociones de tiempo en la comunicación de hechos y acontecimientos de la vida real.
- ♦ Aplique los conceptos básicos de cantidad.

Consideramos que el microproyecto propuesto por el maestro CGV tiene grandes posibilidades de enculturar a los alumnos y la correlación con otras asignaturas del currículo escolar es posible gracias a la creatividad del maestro.

En este caso, el signo cultural de rituales curativos se puede vincular con la asignatura de Español en el desarrollo de las habilidades de lectoescritura aplicadas en la descripción de los rituales y la narración de las historias míticas y cosmovisión asociadas; así mismo, se puede relacionar con la asignatura de Estudios Sociales en

cuanto al estudio de culturas y sociedades, coincidiendo en esto con una Unidad Didáctica del Programa de Estudios del MEP y en la asignatura de Ciencias Naturales se puede vincular con el uso sostenible de los recursos naturales.


E- Con respecto a la correlación con otras disciplinas curricular, el signo nos acerca a datos de la ciencia como: Los recursos naturales que se emplean para las curaciones como el agua, la utilización sostenible de plantas, La especies de animales y sus respectivos medios de vida utilizados para las curaciones, la presentación del día y la noche como parte del conocimiento sobre el tiempo, los componentes del cuerpo humano, la salud y la prevención de enfermedades.

Estudios Sociales: Abordaje de temas como La familia, La comunidad, nuestros antepasados, salud y prevención de enfermedades, el ambiente, fuentes de economía, geografía, desarrollo sostenible, entre otros.

Figura 8.144. Fragmentos CGV_MP-PrácticasCurativas-006_EMP_1027/1515 y CGV_MP-PrácticasCurativas-008_EMP_278/600.

El maestro del caso CGV manifiesta que el proceso de enculturación a partir del desarrollo de microproyectos basados en etnomatemáticas cabécares (DA-EF_FA3_EMP) es una práctica pedagógica adecuada y constituyó para él un desafío profesional pues en su escuela rural unidocente, con más de treinta estudiantes a su cargo, de distintos niveles escolares, fueron los estudiantes más pequeños los que mostraron más dinamismo, espontaneidad, practicidad y motivación por esta dinámica de aprendizaje a partir del signo cultural.

8.5.5.4 CONCEPCIÓN EPISTEMOLÓGICA DE CGV RESPECTO A LAS MATEMÁTICAS

Las concepciones respecto a las matemáticas (DA-EF_FA4) que han sido manifestadas por el caso CGV en su portafolio están absolutamente relacionadas con las matemáticas en la vida cotidiana (DA-EF_FA4_MVC).

La percepción sobre las matemáticas manifestada por el maestro revela que no son una disciplina "reservada solo para unos privilegiados" sino un componente en "la vida de las personas y la dinámica colectiva de la comunidad", como se constata en el siguiente fragmento.

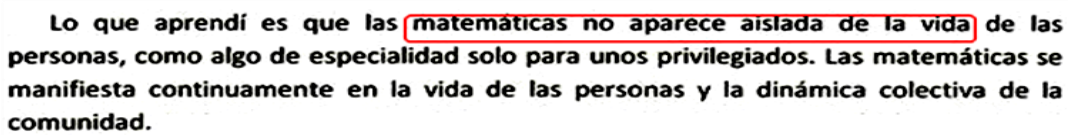

Lo que aprendí es que las matemáticas no aparece aislada de la vida de las personas, como algo de especialidad solo para unos privilegiados. Las matemáticas se manifiesta continuamente en la vida de las personas y la dinámica colectiva de la comunidad.

Figura 8.145. Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-014_MVC_376/749.

Además en el discurso del maestro se presenta a la matemática como "parte integrante de la vida de los humanos y por ende de las culturas, en las diferentes manifestaciones de realización humana en cualquiera de las culturas"; en particular, aporta diversos ejemplos de cómo en la cultura cabécar se puede identificar presencia de conocimientos matemáticos en los rituales tradicionales, como por ejemplo los rituales de nacimiento, muerte, curación y purificación.

Un ejemplo que aporta el maestro sobre la presencia de conocimientos matemáticos en prácticas habituales de la cotidianeidad cabécar se muestra en el siguiente fragmento.

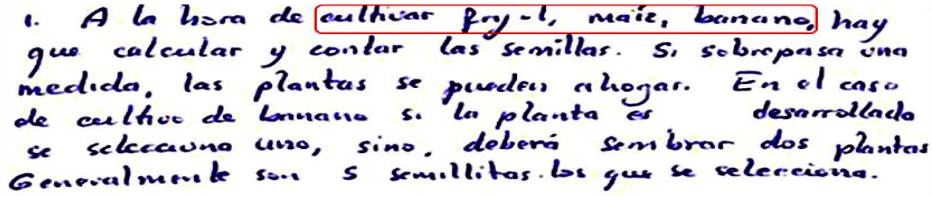
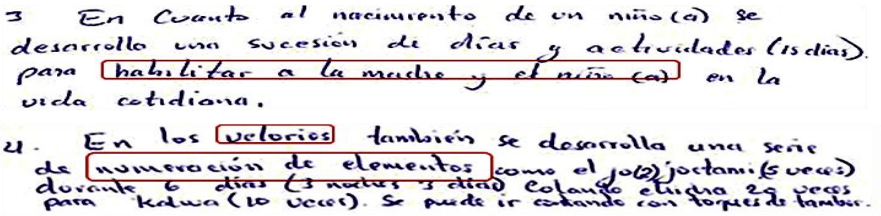

1. A la hora de cultivar fry-l, maíz, banano, hay que calcular y contar las semillas. Si sobrepasa una medida, las plantas se pueden ahogar. En el caso de cultivo de banano si la planta es desarrollada se selecciona uno, sino, deberá sembrar dos plantas Generalmente son 5 semillitas. los que se selecciona.

Figura 8.146. Fragmento CGV_FTD1-002_MVC_1446/2089.

La estimación de cantidades es una práctica habitual que hemos identificado en las descripciones relacionadas con los métodos agrícolas cabécares. Como se constata en el fragmento anterior, “hay que calcular y contar las semillas” y si el cálculo de cantidad de semillas es erróneo entonces la producción de frijol, maíz o banano puede fracasar.

También el caso CGV se refiere a los rituales de curación. Notamos que para realizar los rituales curativos, el médico tradicional cabécar (Jawá) designa un tratamiento para el paciente en el cual se incorporan ciclos de tiempo y participan animales y plantas. En nuestro trabajo de campo, pudimos confirmar que los ritos para curar enfermedades involucran plantas medicinales, animales (vivos y muertos) y ULúk, cantos y lo que llaman las “dietas” que son periodos de reposo o abstinencia de tomar el sol, o de beber líquido durante ciclos de dos o cuatro días, comentados en el Anexo F10, vinculado al Capítulo 4.

El tercer ejemplo facilitado por el caso CGV relaciona los rituales de purificación con el nacimiento o la muerte, como se evidencia en el siguiente fragmento.


3 En Cuanto al nacimiento de un niño (a) se desarrollo una sucesión de días y actividades (15 días). para habilitar a la madre y el niño (a) en la vida cotidiana.

4. En los velorios también se desarrolla una serie de numeración de elementos como el jo(2) joctami (5 veces) durante 6 días (3 noches 3 días) Colando chicha 20 veces para kalwa (10 veces). Se puede ir contando con toques de tambor.

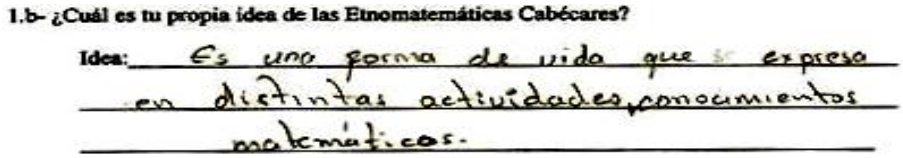
Figura 8.147. Fragmento CGV_FTD1-002_MVC_2518/3268.

Los rituales purificativos, asocian protocolos de acción, relacionados con el comportamiento y el conocimiento axiomático del mito, en los cuales participan por jerarquía personas con cargos tradicionales, no únicamente el Jawá, quienes contribuyen con el proceso depurativo de las almas (tienen 4 almas) y sobre todo en la eliminación del Ñá (impureza) para la recuperación del escudo protector (García y Jaén, 1996).

Es evidente el dominio identitario del maestro en relación al conocimiento de la cosmovisión y las prácticas rituales asociadas a ésta, mostrando además que su concepción epistemológica respecto a las matemáticas es relativista.

8.5.5.5 CARACTERIZACIÓN DE LAS ETNOMATEMÁTICAS CABÉCARES MANIFESTADAS POR CGV

El caso CGV reconoce la existencia de etnomatemáticas cabécares (DA-EF_FA5_ECSE) en distintas actividades y conocimientos, como puede confirmarse en el siguiente fragmento.


1.b- ¿Cuál es tu propia idea de las Etnomatemáticas Cabécares?

Idea: Es una forma de vida que se expresa en distintas actividades, conocimientos matemáticos.

Figura 8.148. Fragmento CGV_F2A-001_ECSE_2264/2832.

En general, las concepciones presentadas por el caso CGV relacionan las matemáticas con aplicaciones en la vida cotidiana cabécar. Durante las indagaciones y la experiencia del microproyecto, el maestro prioritariamente reconoce la aplicación de etnomatemáticas cabécares en las actividades del Jawá.

> C- Desde el aspecto de las etnomatemáticas cabécares, considero que es importante porque generalmente consideramos a las matemáticas relacionados sólo como números y como una especialización aparte de la vida cotidiana en la comunidad. La sabiduría que ostenta el Jawá, como conocimiento ancestral para beneficio de la comunidad preservándola de fuerzas negativas al bienestar de vida, las curaciones participa de conocimientos matemáticos

Figura 8.149. Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-005_ECSE_284/708.

El discurso del maestro es reiterativo transversalmente en las diferentes producciones escritas consignadas en el portafolio reconoce que "la matemática es parte integrante de la vida humana y por ende de las culturas". A partir de esto hay presencia de conocimientos matemáticos propios, en las manifestaciones cotidianas y en las actividades gremiales de la cultura cabécar.

Con respecto a la caracterización de las etnomatemáticas cabécares, el caso CGV proporciona diversos ejemplos y reflexiones promovidas (o generadas) por la fase de investigación, así como de su experiencia de aula al planificar y desarrollar el microproyecto de las etnomatemáticas en las Prácticas Curativas.

Acerca de la actividad de diseñar, el maestro ejemplifica la actividad con la construcción de viviendas y de artefactos que se elaboran artesanalmente para ser usados en rituales curativos o purificativos, sobre los cuales desarrolla la faceta investigativa para su microproyecto.

El caso CGV proporciona una explicación sobre el ULúk en la cual se confirma de nuevo los aspectos señalados en el Capítulo 4. Describe dicho artefacto como un trozo de madera de 'balsa' (Ochroma pyramidale) que es perfilado con otras fibras naturales que sirven como lima, hasta alcanzar la forma cilíndrica; en este tronco, se diseñan "elementos o figuras homo-espirituales" que representan cosmogónicamente imágenes de los dueños de las enfermedades, la enfermedad misma y la planta medicinal.

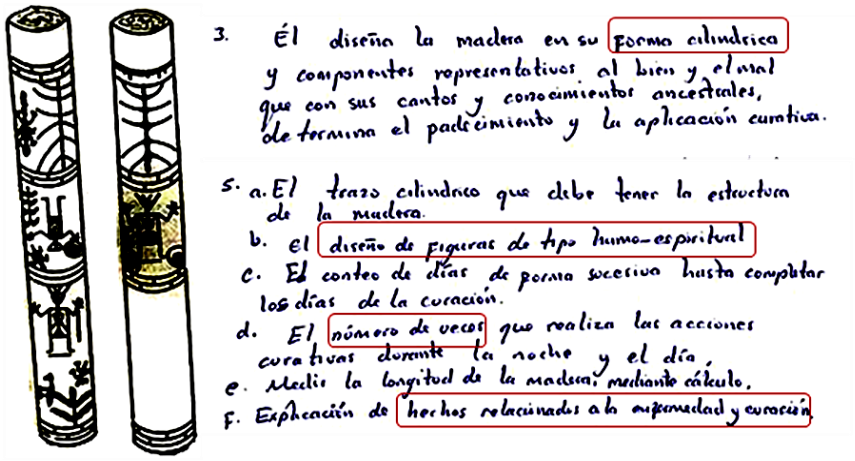


Figura 8.150. Fragmento CGV_FTD2-002_ECSC\Diseñar_2260/3220.

La conversación entre el paciente y el Jawá permite deducir el proceso de curación, los seres mitológicos que deben participar y las plantas medicinales u artefactos implicados.

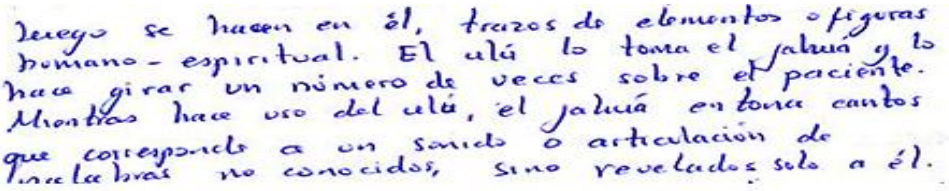
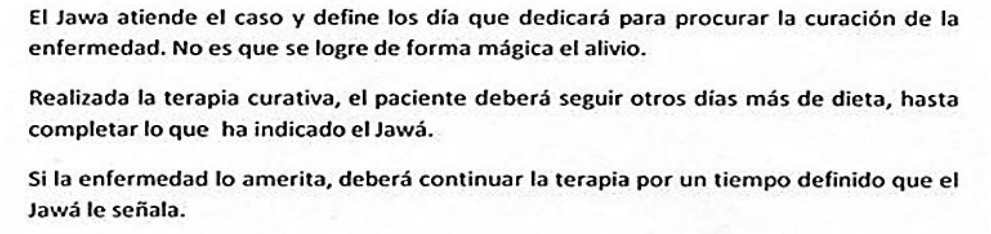


Figura 8.151. Fragmento CGV_FTD2-004_ECSC\Deducir_1309/1902.

Dada la constitución cilíndrica del ULúk, el Jawá determina según la enfermedad del paciente la cantidad de elementos "homo-espirituales" que debe diseñar y la cantidad de veces que debe hacerlo girar, entonando de manera simultanea una serie de cantos que es el lenguaje que solamente aprenden quienes tienen este cargo tradicional y que constituye la vía de comunicación con el inframundo.

Al finalizar el procedimiento, después de repetir el ritual por cuatro noches, el Jawá le explica al paciente los aspectos relacionados con su padecimiento y la 'dieta' que debe seguir para su proceso de curación y purificación.

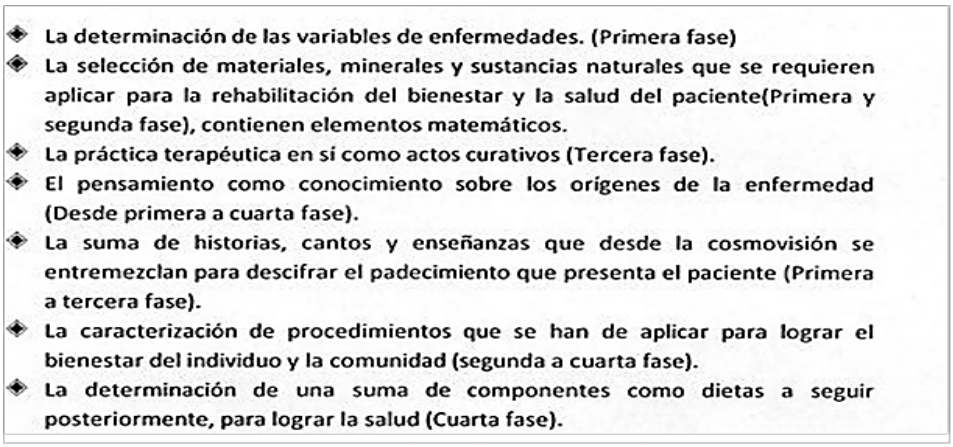

El Jawa atiende el caso y define los día que dedicará para procurar la curación de la enfermedad. No es que se logre de forma mágica el alivio.

Realizada la terapia curativa, el paciente deberá seguir otros días más de dieta, hasta completar lo que ha indicado el Jawá.

Si la enfermedad lo amerita, deberá continuar la terapia por un tiempo definido que el Jawá le señala.

Figura 8.152. Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-003_ECSC\Explicar_526/1040.

El caso CGV identifica que el signo cultural elegido para realizar su microproyecto está vinculado con las siguientes actividades o prácticas matemáticas: clasificar, cuantificar-contar, comparar, diseñar, concluir, deducir y explicar. En cada una de las fases implicadas durante el proceso ritual de curación se incorporan de forma implícita conocimientos matemáticos culturales en el trabajo del Jawá.

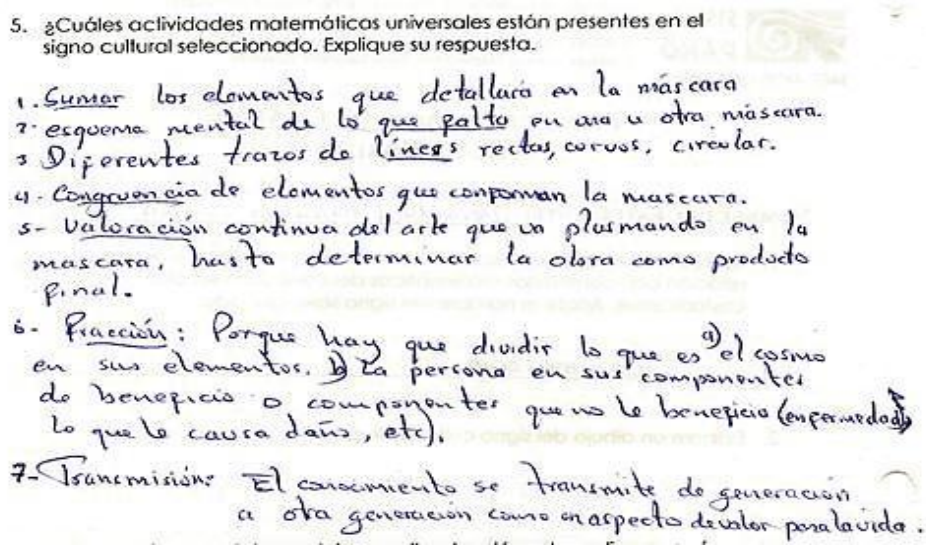


- La determinación de las variables de enfermedades. (Primera fase)
- La selección de materiales, minerales y sustancias naturales que se requieren aplicar para la rehabilitación del bienestar y la salud del paciente(Primera y segunda fase), contienen elementos matemáticos.
- La práctica terapéutica en sí como actos curativos (Tercera fase).
- El pensamiento como conocimiento sobre los orígenes de la enfermedad (Desde primera a cuarta fase).
- La suma de historias, cantos y enseñanzas que desde la cosmovisión se entremezclan para descifrar el padecimiento que presenta el paciente (Primera a tercera fase).
- La caracterización de procedimientos que se han de aplicar para lograr el bienestar del individuo y la comunidad (segunda a cuarta fase).
- La determinación de una suma de componentes como dietas a seguir posteriormente, para lograr la salud (Cuarta fase).

Figura 8.153. Fragmento CGV_MP-PrácticasCurativas-005_ECSC_691/1658.

Sin embargo, el caso CGV también reconoce presencia de actividades y prácticas matemáticas que permiten caracterizar las etnomatemáticas (occidentales e indígenas) que están implicadas en la elaboración artesanal de las máscaras en la comunidad indígena de Boruca.

Desde su perspectiva, los artesanos borucas aplican las siguientes actividades y prácticas matemáticas: comparar, explicar, localizar, cuantificar-contar-deducir y diseñar. Aclaramos que este orden declarado corresponde al discurso del maestro y no necesariamente es el que realmente se sigue en el proceso.



5. ¿Cuáles actividades matemáticas universales están presentes en el signo cultural seleccionado. Explique su respuesta.

1. Sumar los elementos que detallará en la máscara
2. esquema mental de lo que falta en una u otra máscara.
3. Diferentes trazos de líneas rectas, curvas, circular.
4. Congruencia de elementos que componen la mascara.
5. Valoración continua del arte que va plasmando en la mascara, hasta determinar la obra como producto final.
6. Fracción: Porque hay que dividir lo que es a) el cosmo en sus elementos. b) La persona en sus componentes de beneficio o componentes que no le benefician (enfermedad) lo que le causa daño, etc).
7. Transmisión: El conocimiento se transmite de generación a otra generación como en aspecto de valor para la vida.

Figura 8.154. Fragmento CGV_RGB-002_ECSC_305/1709.

En conclusión, el caso CGV caracteriza las etnomatemáticas cabécares a través de ejemplos de prácticas en las cuales reconoce presencia de las actividades matemáticas universales, la mayoría de ellas se reconocen en las producciones escritas del microproyecto sobre las Prácticas Curativas.

Lo anterior implica que en la visión cíclica de la realidad a partir de la integración del conocimiento (D'Ambrosio, 2008) el caso CGV otorga al conocimiento axiomático del mito una importancia relevante, pues es a partir de la cosmovisión y de la tradición

mítica que se organiza la transmisión transgeneracional de las significaciones, a partir de distintas prácticas que se identifican con actividades matemáticas.

Otra práctica cotidiana de la tradición cultural cabécar (menos vinculadas a la trascendencia y más vinculadas a la sobrevivencia) donde el caso CGV identifica etnomatemáticas es en la agricultura, pues la preparación del terreno para el cultivo exige localizaciones y mediciones, además, el proceso de tratamiento de las semillas incluye un tramo de purificación ritual asociado a las fases de la luna, con lo cual se deben deducir patrones de la naturaleza y elementos del mundo mítico para aplicar en el mundo físico. Por otra parte, los conteos y la clasificación de las semillas también son identificadas por este maestro como prácticas culturales que incorporan actividades matemáticas universales (Bishop, 1988, 1999), como se constata en el siguiente fragmento.

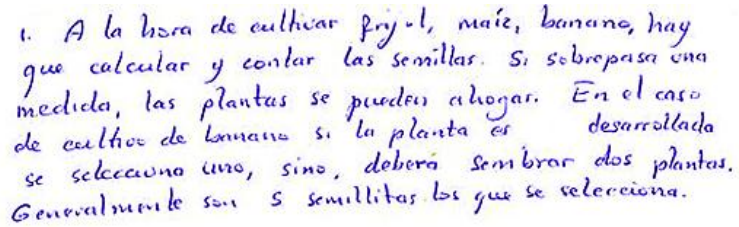

1. A la hora de cultivar frijol, maíz, banano, hay que calcular y contar las semillas. Si sobrepasa una medida, las plantas se pueden ahogar. En el caso de cultivo de banano si la planta es desarrollada se selecciona uno, sino, deberá sembrar dos plantas. Generalmente son 5 semillitas las que se selecciona.

Figura 8.155. Fragmento CGV_FTD1-002_ECSC\OAMC_1446/2089.

8.5.5.6 CONCLUSIONES DEL CASO CGV

Con ayuda del programa MAXDA10 se revisaron 44 páginas del portafolio del maestro del caso CGV y se identificaron 208 segmentos codificados, de los cuales 79 corresponden a la categoría deductiva DA-EF_ECSC. Hemos realizado un recuento de la frecuencia de aparición, el porcentaje de frecuencia y la frecuencia valorativa, con las que el maestro del caso CGV menciona las once subcategorías vinculadas a la caracterización de las etnomatemáticas cabécares en los 79 segmentos codificados, como mostramos en la siguiente tabla.

Tabla 8.16. *Recuentos de las subcategorías relacionadas con la caracterización de las etnomatemáticas cabécares manifestadas por el caso CGV*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
DA-EF_FA5ECSC_01	7	8,86
DA-EF_FA5ECSC_02	4	5,06
DA-EF_FA5ECSC_03	13	16,46
DA-EF_FA5ECSC_04	9	11,39
DA-EF_FA5ECSC_05	6	7,59
DA-EF_FA5ECSC_06	14	17,72
DA-EF_FA5ECSC_08	6	7,59
DA-EF_FA5ECSC_09	3	3,80
DA-EF_FA5ECSC_10	14	17,72
DA-EF_FA5ECSC_11	3	3,80
Frecuencia Valorativa	79	100

Resaltamos de los recuentos que las dos actividades que comparte en mayor porcentaje de frecuencia son diseñar y explicar, mientras que el segundo lugar de predominio porcentual lo tiene la actividad de cuantificar-contar. Además, la actividad de jugar no posee frecuencia de aparición. Finalmente, mostramos una página del portafolio del caso CGV que detalla algunos ejemplos sobre actividades cotidianas de la cultura cabécar que identifica como actividades matemáticas universales.

3- Completa la siguiente tabla con información relacionada a las ACTIVIDADES MATEMÁTICAS UNIVERSALES de la Cultura Cabécar.

	CONTAR	LOCALIZAR	MEDIR	DISEÑAR	JUGAR	EXPLICAR
Ejemplo	Siembra	cacería	aserrar	construcción		Historias
¿Cómo se hace?,	calculando	conociendo lugares	Calculando según medida de brazos	marcando el área		reunido en la Familia
¿Quienes participan?,	adultos hombres mujeres	adultos hombres	adultos hombres	adultos hombres mujeres		adultos niños
¿Cuándo se hace?	según épocas de luna y verano	Según época lluviosa, verano	época de verano, invierno o	pendiente		en el día no donde
¿Qué material se usa?	Semillas	Lanza, Cerbatana rifles	manos, varas de palo	hojas bejucos posteo		ninguno.

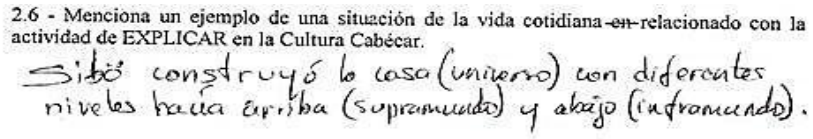
Figura 8.156. Caracterización de actividades etnomatemáticas de la cultura cabécar identificadas por el caso CGV.

8.5.6 RESULTADOS DEL CASO CRS

El caso CRS se refiere a un maestro indígena de 45 años participante del curso CEMEI que está por primera vez recibiendo formación académica universitaria. Ha sido líder comunal y pertenece al grupo cultural Bribri pero desde hace muchos años está aculturado (ver glosario) con el grupo étnico Cabécar. Es hablante de Bribri, de Cabécar y ha mostrado grandes habilidades comunicativas para leer, escribir y hablar en Español. Además durante las interacciones en el las sesiones presenciales del curso puso de manifiesto su postura respecto a la exclusión social y económica de la cual son víctimas las comunidades indígenas, además de promover la defensa del patrimonio cultural. El caso CRS vive y trabaja dentro de la comunidad indígena. Para trasladarse hasta la escuela rural indígena en la que desempeña su labor profesional debe caminar por más de dos horas. Su escuela está en la comunidad de Tkanyäkä y comparte la labor docente con tres maestros más, atendiendo un total de 44 niños cuyas edades están entre los 6 y los 13 años. Su interés manifestado por el curso radica en "reforzar sus conocimientos para impartir matemáticas en la escuela" (Diario de campo, 2011).

8.5.6.1 IDIOSINCRASIA CULTURAL CABÉCAR MANIFESTADA POR CRS

En la mayoría de las producciones escritas consignadas en el portafolio del caso CRS se pudo constatar indicios de conocimiento cultural cabécar (DA-EF_FA1_CCC). El maestro proporciona amplias descripciones y explicaciones ligadas a la historia mítica y la cosmovisión de los Pueblos Talamanqueños, que como se explicó en el Capítulo 4, poseen lenguas distintas pero comparten la territorialidad, el mismo sistema clánico y los mismos sistemas de significación otorgados a partir del conocimiento axiomático del mito. Una muestra de lo anterior se ilustra con el siguiente fragmento.


2.6 - Menciona un ejemplo de una situación de la vida cotidiana ~~en~~ relacionado con la actividad de EXPLICAR en la Cultura Cabécar.

Sibö construyó lo casa (universo) con diferentes niveles hacia arriba (supramundo) y abajo (inframundo).

Figura 8.157. Fragmento CRS_F2A-002_CCC_2576/2946.

El caso CRS otorga una importancia peculiar al conocimiento cultural de las prácticas agrícolas de la tradición talamanqueña, describiendo a través de recursos asociados a la historia mítica, las razones por las cuales los cultivos que prevalecen son el banano, el frijol y muy especialmente el maíz, que es símbolo de la cultural, como se evidencia en el siguiente fragmento.

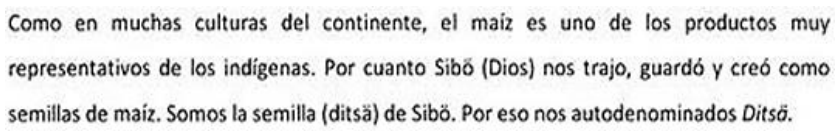
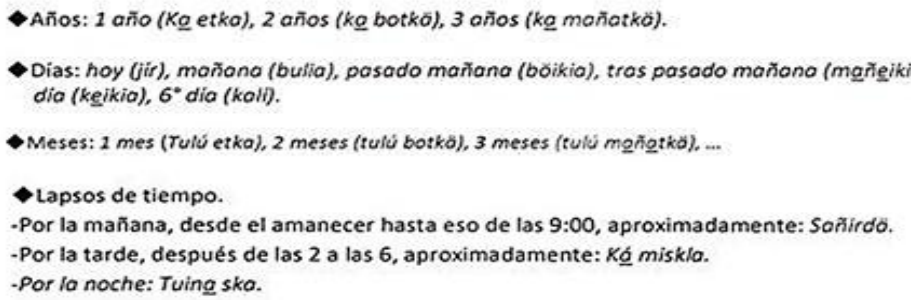

Como en muchas culturas del continente, el maíz es uno de los productos muy representativos de los indígenas. Por cuanto Sibö (Dios) nos trajo, guardó y creó como semillas de maíz. Somos la semilla (ditsä) de Sibö. Por eso nos autodenominados *Ditsö*.

Figura 8.158. Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar-005_CCC_579/908.

En las producciones escritas del caso CRS es posible verificar la identificación de la cultura con el uso de la lengua materna (DA-EF_FA1_CUL). El maestro muestra que sabe escribir en cabécar y muestra algunos nombres propios que son específicos de la lengua, por ejemplo, en el fragmento que se muestra seguidamente, escribe cómo se traducen los lapsos de tiempo que son usuales en español, pero también explica que existen otros lapsos de tiempo que son particulares de la cultura cabécar y que tienen nombres propios.


◆Años: *1 año (Kɔ etka), 2 años (kɔ botkö), 3 años (kɔ mañatkö).*

◆Días: *hoy (jír), mañana (bulia), pasado mañana (böikia), tras pasado mañana (mɔ̃ɛikia), 5° día (kɛikia), 6° día (koli).*

◆Meses: *1 mes (Tulú etka), 2 meses (tulú botkö), 3 meses (tulú mɔ̃ɔtkö), ...*

◆Lapsos de tiempo.
-Por la mañana, desde el amanecer hasta eso de las 9:00, aproximadamente: *Sañirdö.*
-Por la tarde, después de las 2 a las 6, aproximadamente: *Kɔ́ miskla.*
-*Por la noche: Tuinɔ ska.*

Figura 8.159. Fragmentos CRS_FTD1-002_CUL_1705/2148 y CRS_FTD1-003_CUL_1968/2289.

Con respecto a la vigencia de los clasificadores numerales, el caso CRS afirma que la posibilidad de categorización nominal de los objetos es una evidencia de la gran riqueza

léxica y de la lógica peculiar que tienen las Comunidades Talamanqueñas para percibir e interpretar los elementos del entorno.

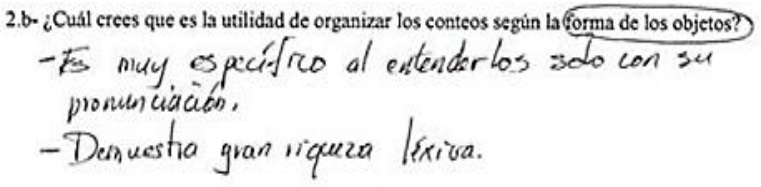

2.b- ¿Cuál crees que es la utilidad de organizar los conteos según la forma de los objetos?
-Es muy específico al entenderlos solo con su pronunciación.
-Demuestra gran riqueza léxica.

Figura 8.160. Fragmento CRS_F1A-003_CUL_898/1453.

En el discurso del caso CRS se identifica la importancia que concede a la pervivencia de la lengua materna como un medio para proteger y transmitir el conocimiento cultural, además de valorar que los docentes que trabajan en territorios indígenas deben tener dominio de la lengua, pues es el vehículo que permite un adecuado proceso pedagógico.

Finalizo reiterando que la utilización de la lengua materna Cabécar debe ser el vehículo por cual transite la enseñanza-aprendizaje de los niños. Este es el desafío de todos los docentes en Chirripó, sean indígenas o no indígenas.

Figura 8.161. Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar_CUL_406/749.

Una de categorías deductivas que se identifica con mayor predominio en las producciones escritas del caso CRS es la que corresponde a la defensa del patrimonio cultural, tanto tangible (material o inmaterial) como intangible (DA-EF_FA1_DPC).

En sus interacciones orales y escritas, el maestro insiste en la visión etnocéntrica de las matemáticas que ha prevalecido como producto de la colonización y la globalización, la cual ha privado de valía al conocimiento indígena por los prejuicios, la falta de información y la desidia en los aspectos sociopolíticos que han experimentado las comunidades indígenas, tanto de Costa Rica como del resto de América.

prejuicios de los que estamos contaminados: Valorar todo desde la óptica de las matemáticas pitagóricas,... Así por ejemplo, en arquitectura ellos tenían sus admirables Pirámides, Acrópolis, Partenón, etc., y nosotros nuestras Pirámides del Sol, Tikal, Guayabo, Ollaytaitambo, Machu Pichu, etc., cada quien con su sistema matemático propio o en algunos casos similares.

Figura 8.162. Fragmento CRS_FTD1-004_DPC_555/910.

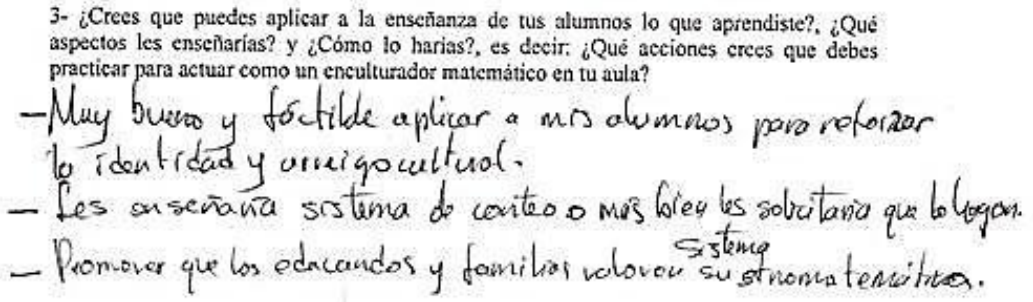
El maestro plantea una reflexión sobre las características peculiares del conocimiento indígena, muchas de ellas desarrolladas como medios de supervivencia y de trascendencia a partir del aislamiento que han experimentado, pero que les ha permitido resolver los desafíos de la vida cotidiana.

Debemos partir de la realidad que la matemática indígena es pura y posiblemente en algunos casos único. Ya que nuestra sociedad amerindia se desarrolló en aislamiento de la influencia de la matemáticas de otros continentes que si tuvieron intercambios. Claro que el ser humano ha buscado resolver los desafíos cotidianos dependiendo de la naturaleza de sus actividades, recursos disponibles, complejidad y nivel de organización. Entonces, algunas respuestas a estos desafíos son similares, otros diferentes.

Figura 8.163. Fragmento CRS_FTD1-004_DPC_916/1393.

A partir de estas ideas reivindicativas del docente, que persiguen dignificar las formas de pensamiento y el conocimiento cultural indígena, el caso CRS valora que los

contenidos desarrollados en el curso CEMEI ligados a las etnomatemáticas "permiten abordar el aspecto humano del conocimiento indígena de Chirripó" (Diario de campo, 2011) y contribuyen a fortalecer el arraigo cultural, como se muestra en el siguiente fragmento.


3- ¿Crees que puedes aplicar a la enseñanza de tus alumnos lo que aprendiste?, ¿Qué aspectos les enseñarías? y ¿Cómo lo harías?, es decir: ¿Qué acciones crees que debes practicar para actuar como un enculturador matemático en tu aula?

—Muy bueno y factible aplicar a mis alumnos para reforzar la identidad y arraigo cultural.
— Les enseñaría sistema de conteo o más bien les solicitaría que lo hagan.
— Promover que los educandos y familias valoren su sistema etnomatemáticas.

Figura 8.164. Fragmento CRS_F2C-001_DPC_2280/2966.

El caso CRS manifiesta que un aspecto importante de los planteamientos sugeridos dentro del curso CEMEI es la reafirmación de la identidad cultural indígena, que ha estado subordinada por la cultura dominante.

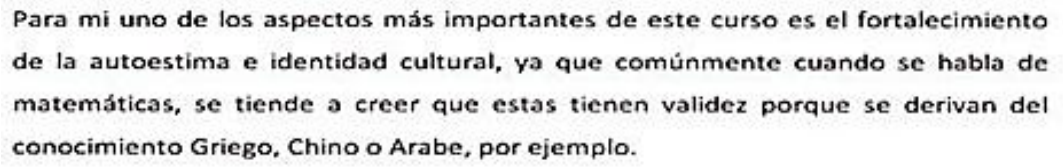

Para mi uno de los aspectos más importantes de este curso es el fortalecimiento de la autoestima e identidad cultural, ya que comúnmente cuando se habla de matemáticas, se tiende a creer que estas tienen validez porque se derivan del conocimiento Griego, Chino o Arabe, por ejemplo.

Figura 8.165. Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar_DPC_1146/1542.

El fragmento anterior indica que, en consonancia con las ideas planteadas por D'Ambrosio (2005a), los planteamientos respecto a las etnomatemáticas desarrollados durante el curso CEMEI contribuyen a dignificar los instrumentos intelectuales y materiales propios de la cultura y han contribuido al empoderamiento de los maestros indígenas en formación.

Una de las contribuciones desarrolladas por el caso CRS para fortalecer las tradiciones ancestrales indígenas radica en la exposición oral del segundo trabajo a distancia (FTD2), que suscita discusiones y reflexiones de los otros maestros y maestras indígenas en formación durante la tercera sesión presencial.

El maestro describe las actividades y prácticas matemáticas vinculadas a la tradición de la 'seca del río', que es un método que consiste en desviar el cauce de un río para pescar con lanzas y también con arco y flecha como se hacía ancestralmente. Esta es una actividad cultural amenazada por la pérdida de identidad cultural que están experimentando algunas comunidades Talamanqueñas, como se evidencia en el siguiente fragmento.

¿Cuándo? y ¿Para qué?

Cuando el cause de los ríos baja a su mínimo nivel, entre marzo y abril, es la mejor oportunidad de pescar para alimento familiar, socializar y divertirse a lo grande, secando un brazo de rio, cuya aguas serán desviados al cause de brazo contiguo.

Además de la buena pesca, las familias y los diferentes líderes culturales han aprovechado para socializar y han quedado estrechados los lazos como pueblo indígena que nos distinguen de las sociedades no indígenas.

2. Por otra parte, es lamentable que poco a poco estos magnos eventos se han ido perdiendo.

Figura 8.166. Fragmentos CRS_FTD2-002_DPC_792/1173, CRS_FTD2-003_DPC_2648/2943 y CRS_FTD2-004_DPC_809/988.

En general, el caso CRS aboga por defender las tradiciones indígenas e identifica en ellas los artefactos, sociofactos o mentifactos (Huxley, 1955) que están asociados, insistiendo en que tener la posibilidad de realizar analogías con otras culturas que han sido mayormente valoradas por su conocimiento puede contribuir a fortalecer la autoestima y la identidad de los pueblos indígenas.

8.5.6.2 LAS MANIFESTACIONES DE CRS RESPECTO A LAS VALORACIONES PEDAGÓGICAS DEL PROCESO FORMATIVO

En el portafolio del caso CRS se puede constatar la amplitud de vocabulario en español y sus habilidades de expresión escrita (DA-EF_FA2_HEE), que se identifican en el amplio vocabulario en español, el uso correcto de sinónimos y de lenguaje más técnico ligado a la antropología. Las cualidades personales y la experiencia de liderazgo comunal han contribuido para que el maestro del caso CRS tenga estas habilidades comunicativas, como se expone en el siguiente fragmento.

En lo específico, creo que en la entrevista de 20 minutos que resumí, queda plasmada la reflexión sobre concepciones de Espacio y Número en la cultura Cabécar. Pero, con los diversos medios de aculturación se ignora e impone otro concepto y sistema matemático, asumiendo automáticamente que eso si es matemática y lo nuestro no.

Figura 8.167. Fragmento CRS_FTD1-004_HEE_1639/2029.

En los reportes escritos de los trabajos a distancia, el maestro en formación manifiesta el progreso en sus reflexiones sobre la contribución del conocimiento acerca de las etnomatemáticas como una herramienta para fortalecer la identidad indígena y contribuir a defender el patrimonio cultural. El siguiente fragmento, que corresponde al reporte del segundo trabajo a distancia (FTD2) sirve para confirmar esta idea.

Además de mis comentarios en la FTD1, no había reflexionado antes lo suficiente sobre las etnomatemáticas, pero este curso nos viene a confirmar diversos hechos matemáticos en la cultura Cabécar.

Figura 8.168. Fragmento CRS_FTD2-004_HEE_2312/2596.

Con respecto a la utilización de otras habilidades de expresión (DA-EF_FA2_OHE), el caso CRS incorpora dibujos que permiten complementar las ideas planteadas sobre la caracterización de las etnomatemáticas cabécares y las posibilidades de utilizarlas como recursos para la enseñanza en las escuelas indígenas.

En la explicación de la casa tradicional cabécar, el caso CRS comenta que algunas figuras geométricas que se identifican en la construcción son cuadriláteros, triángulos, pentágonos y el círculo es la figura predominante del techo. El dibujo que aporta este maestro en formación sobre la casa tradicional, se concentra en exponer los círculos concéntricos que constituyen el techo, mostrando el detalle del interior y del exterior de la vivienda, como se observa en el siguiente fragmento.

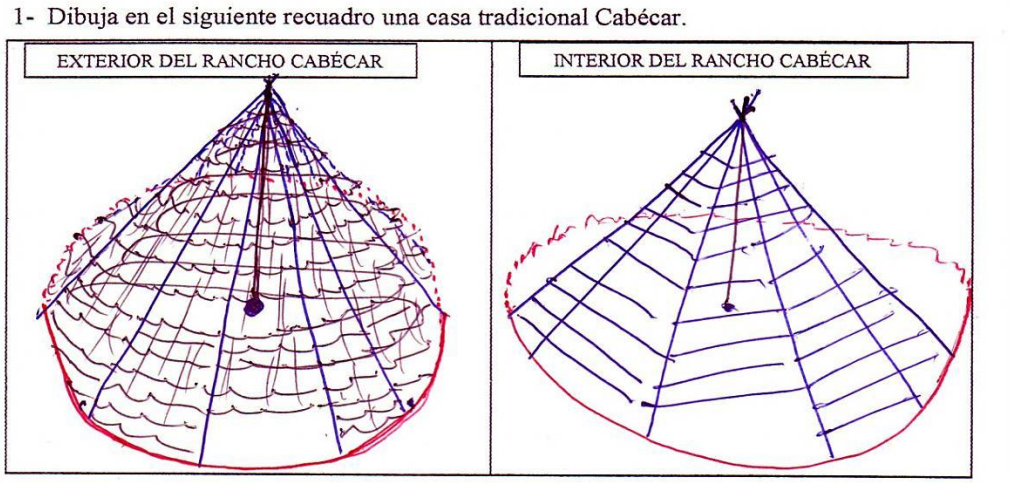


Figura 8.169. Fragmento CRS_F1A-001_OHE_1026/2049.

Con respecto al diseño de actividades contextualizadas, el caso CRS propone el uso de dibujos de personas con objetos, pero cabe destacar que dichos objetos corresponden a la misma clase nominal, siguiendo la coherencia de clasificación que prevalece en el conocimiento matemático cultural cabécar. En el siguiente fragmento, se muestra una ilustración realizada por el maestro para utilizarse como apoyo en la enseñanza de la ley de tricotomía.



Figura 8.170. Fragmento CRS_FTD4A-001_OHE_2433/3287.

Las aportaciones que realiza el caso CRS a la metodología del curso CEMEI (DA-EF_FA2_AMC) se destacan por exponer la importancia de tratar los contenidos del curso y el poco tiempo para su desarrollo y reflexión.

Además, el maestro plantea la necesidad de sistematizar la información que se ha discutido durante las interacciones orales de las sesiones presenciales y las producciones escritas de sus compañeros, pues todos trabajan en distintas comunidades del territorio indígena y valora como un gran aporte poder compilar todos los trabajos presentados en un material común que sirva como base de continuidad o como guía para el diseño de material didáctico contextualizado, como se constata en el siguiente fragmento.

> Finalmente, ojalá en el futuro se tenga suficiente material investigado, sistematizado y luchar para su inclusión en el currículo nacional. Previamente, la elaboración de material didáctico concreto.

Figura 8.171. Fragmento CRS_FTD2-004_AMC_2766/3053.

En cuanto al diseño y desarrollo del microproyecto basado en las etnomatemáticas cabécares, el caso CRS manifiesta que es un trabajo que permite aprender y profundizar sobre la visión cultural de las matemáticas, pero que se deben dar pautas más orientadas para la redacción de los informes y asevera que el tiempo es un factor limitante para la conducción y el desarrollo conjunto de material contextualizado, que sea consensuado por los maestros en formación que participan del curso CEMEI.

> matemáticas, relacionado al quehacer de las familias. Únicamente hace falta tiempo para elaborar los materiales didácticos y compendio de casos, según nivel y temas diversos.

Figura 8.172. Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar-006_AMC_2607/2892.

En la categoría deductiva relacionada con las aportaciones del maestro CRS sobre el proceso de formación como investigador del propio proceso de enculturación (DA-EF_FA2_APFI), destacamos las reflexiones manifestadas sobre el progreso en su faceta como investigador y los aspectos éticos manifestados por el docente durante su experiencia de trabajo de campo.

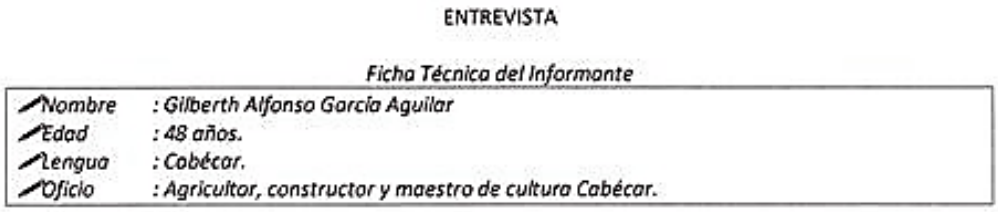
El caso CRS afirma que la faceta como investigador le permitió reafirmar su identidad indígena y profundizar en sus conocimientos culturales cabécares, pues reiteramos que el origen cultural de este maestro corresponde a la etnia Bribri.

El estudio del signo cultural para el desarrollo del microproyecto del caso CRS basado en la Agricultura Cabécar, tuvo una amplia faceta de investigación, como se constata en el siguiente fragmento.

> Para obtener la información necesaria, se utilizó la observación, entrevista verbal sobre la agricultura y qué cosas pueden tener relación con la matemáticas, realizada a dos personas de la comunidad, así como fotografías.

Figura 8.173. Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar-006_APFI_1912/2288.

El caso CRS defiende que la forma de transmisión ancestral de los conocimientos en los pueblos talamanqueños es a través de la tradición oral. En los reportes de las entrevistas realizadas a informantes especiales, destaca que el tiempo máximo de duración fue de treinta minutos, que se realizaron en lengua cabécar y presenta una 'ficha técnica del informante', como se muestra en la siguiente figura.



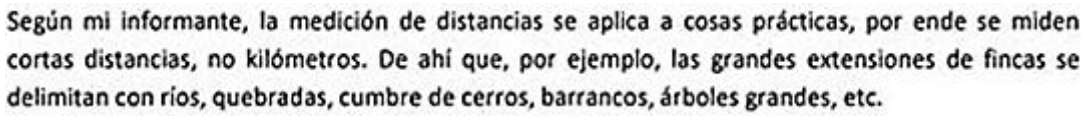
ENTREVISTA

Ficha Técnica del Informante

Nombre	: Gilberth Alfonso García Aguilar
Edad	: 48 años.
Lengua	: Cabécar.
Oficio	: Agricultor, constructor y maestro de cultura Cabécar.

Figura 8.174. Fragmento CRS_FTD1-002_APFI_523/1081.

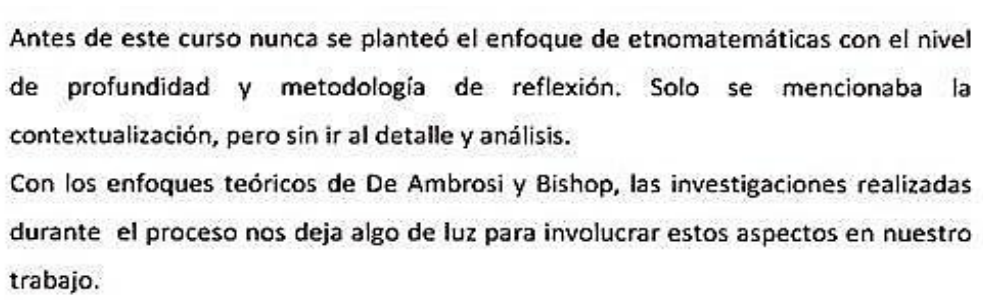
En los reportes de las entrevistas el maestro CRS permite reconocer el discurso de los informantes especiales, como se constata en el fragmento que se muestra a continuación.



Según mi informante, la medición de distancias se aplica a cosas prácticas, por ende se miden cortas distancias, no kilómetros. De ahí que, por ejemplo, las grandes extensiones de fincas se delimitan con ríos, quebradas, cumbre de cerros, barrancos, árboles grandes, etc.

Figura 8.175. Fragmento CRS_FTD1-003_APFI_641/939.

Cabe destacar que las exposiciones orales que realizó el maestro CRS a partir de las entrevistas realizadas fueron mucho más amplias que lo que consignó en los reportes escritos, y en cada una de ellas manifestó una reflexión relacionada con el progreso que estaba experimentando en su faceta como investigador. El fragmento que se muestra seguidamente corresponde a una parte de estas reflexiones.



Antes de este curso nunca se planteó el enfoque de etnomatemáticas con el nivel de profundidad y metodología de reflexión. Solo se mencionaba la contextualización, pero sin ir al detalle y análisis.

Con los enfoques teóricos de De Ambrosi y Bishop, las investigaciones realizadas durante el proceso nos deja algo de luz para involucrar estos aspectos en nuestro trabajo.

Figura 8.176. Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar-007_APFI_400/963.

El fragmento anterior nos permite valorar el impacto de la propuesta formativa desarrollada a través del CEMEI para este docente, pues le permitió profundizar en el conocimiento matemático cultural y motivó la creatividad docente para el desarrollo de propuestas didácticas contextualizadas y pertinentes para el entorno indígena cabécar.

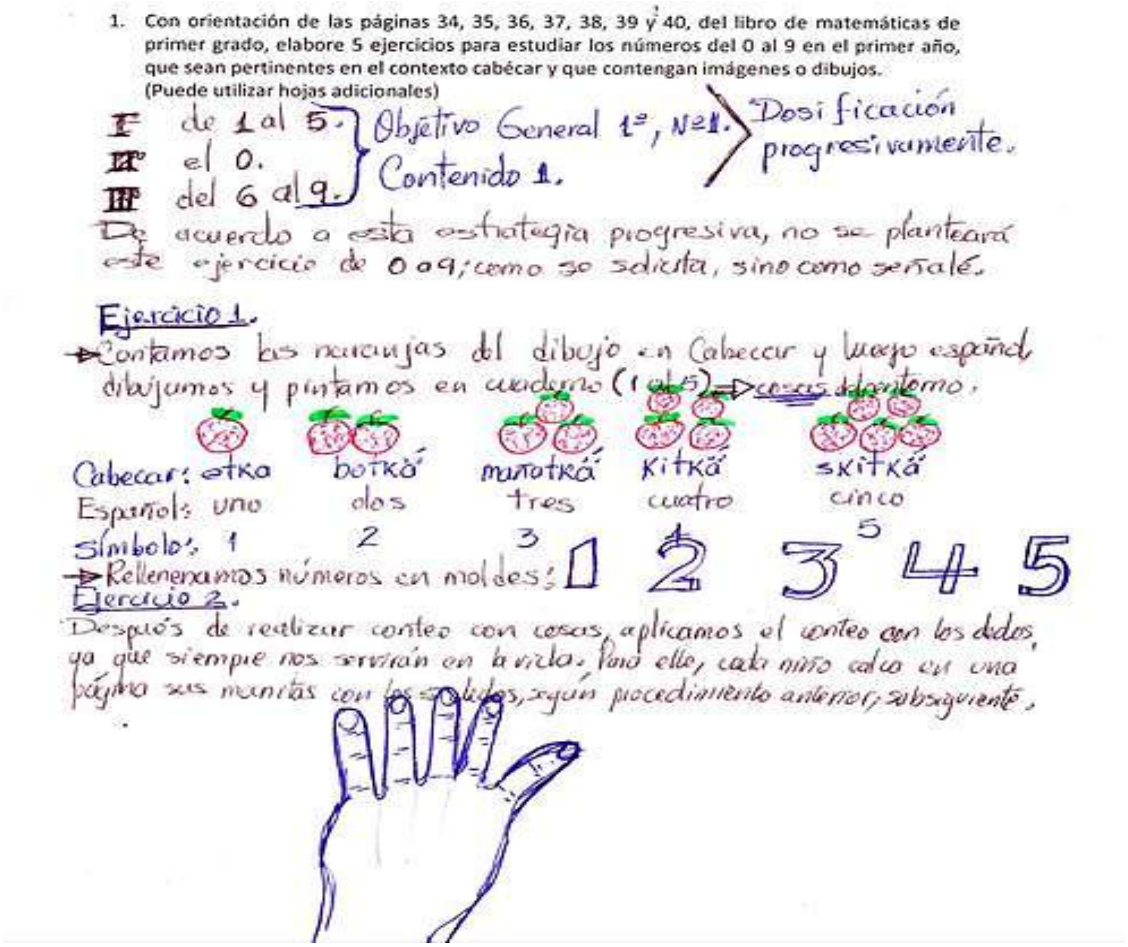


Figura 8.177. Fragmento CRS_FTD4B-001_DACE_983/3258.

La figura anterior expone el esbozo de una de las actividades didácticas contextualizadas que fueron diseñadas por el caso CRS. Esta actividad corresponde a la enseñanza de algunos de los principios básicos de conteo para los números del 0 al 9, a partir de la observación y adaptación de las actividades de un libro de texto para primer grado de primaria que se utiliza en la mayor parte del territorio costarricense. Nos interesa destacar el uso de la base quinaria, de los clasificadores numerales para la clase redonda y la metáfora numérica (en el sentido de Gerdes, 2008) que hace alusión a los dedos de 'nuestra mano' ("sá-julá"), que fueron descritas en el Capítulo 4 y que son aspectos relevantes para considerar en el aprendizaje de las matemáticas de los niños de entornos indígenas.

8.5.6.3 LAS CONCEPCIONES DE CRS RESPECTO A LOS PRINCIPIOS ASOCIADOS A LA ENCULTURACIÓN

El caso CRS considera que el maestro puede ser agente difusor de la cultura (DA-EF_FAE3_EDC) tanto en el entorno escolar como en la comunidad indígena.

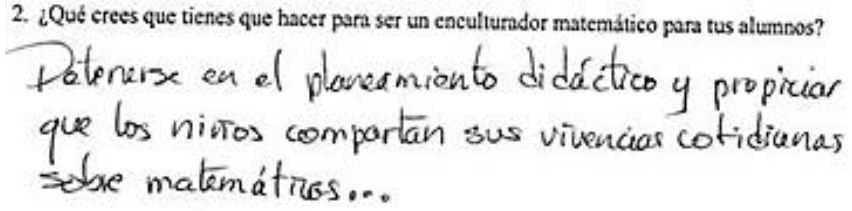


Figura 8.178. Fragmento CRS_F2B-002_EDC_1013/1649.

La propuesta de mediación pedagógica que realiza el caso CRS en el fragmento anterior, sugiere una matemática más accesible en cuanto al lenguaje y a la contextualización, pues se parte del entorno inmediato del alumno y de sus vivencias cotidianas, que pueden suponer interacciones que conduzcan a grupos de conocimientos compartidos, a partir de dominios de experiencia subjetiva sobre la realidad indígena.

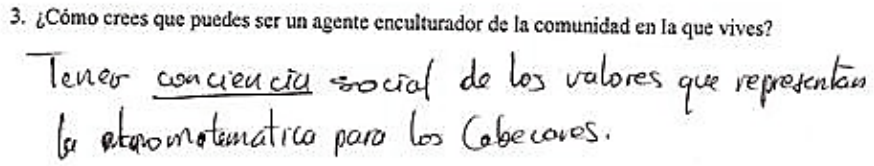


Figura 8.179. Fragmento CRS_F2B-002_EDC_1837/2387.

En las producciones escritas del caso CRS se confirma que el maestro en formación distingue entre los proceso de enculturación formal e informal y aboga por la importancia de valorar la inclusión de actividades que promuevan la enculturación de estudiantes y padres de familia en los territorios indígenas como un medio de propiciar el empoderamiento de los habitantes y el fortalecimiento de la dignidad colectiva de los pueblos indígenas que han sido muchas veces excluidos por considerarse distintos al patrón estructural que prevalece en el país. Para conseguir esta inclusión el maestro manifiesta que se debe propiciar el respeto por la diversidad cultural y la alteridad, en el sentido de reconocer que "cada pueblo en el mundo tiene su propio sistema de matemáticas implícitas que se manifiestan en sus quehaceres cotidianos" (Diario de Campo, 2011).

En cuanto a la figura de los informantes especiales (que fueron entrevistados durante la faceta formativa de investigación) como etnoenculturadores (DA-EF_FA3_ETE), el caso CRS reconoce que los aspectos de la identidad indígena, como la lengua y la identificación con su clan, le confieren a cada uno de estos informantes especiales el rol de etnoenculturadores cabécares, como se evidencia en el siguiente fragmento.

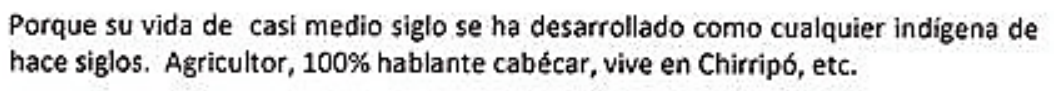


Figura 8.180. Fragmento CRS_FTD2-004_ETE_1546/1775.

Con respecto a la categoría que se refiere al maestro como enculturador a través de microproyectos (DA-EF_FA3_EMP), el caso CRS afirma que la experiencia pedagógica del microproyecto es un vehículo para implementar el conocimiento

matemático cultural en el currículo escolar y que contribuye a promover la interculturalidad y reforzar la idiosincrasia cultural indígena.

El signo cultural elegido por el caso CRS es la 'agricultura tradicional cabécar' y en el siguiente fragmento mostramos una parte de la justificación sobre la elección de dicho signo cultural, que resalta la importancia y aplicación en el entorno escolar.

> Ciertamente puede resultar más fácil asociar la etnomatemática Cabécar con la artesanía, arquitectura, caza, pesca y similares, ya sea por sus figuras geométricas o por las herramientas que tradicionalmente se utilizan en ello. Sin embargo, he decido investigar, reflexionar y elaborar este microproyecto sobre la Agricultura Cabécar, por las siguientes razones:
>
> 1. Desde la didáctica interdisciplinaria permite aglutinar diversos tópicos como relieve (formas), temperatura (sistema numeración), clima (sistema numeración), paisajes (formas y numeración) y las actividades agrícolas (cantidades y aritmética en comercio) según cada caso, en estudios sociales; tipos de suelos (numeración), microoganismos (numeración y forma), ciclos del agua (numeración), variedad de alimentos nutritivos y no nutritivos (numeración), en ciencias; gramática, morfosintaxis del español con palabras monosílabas, bisílabas, trisílabas, agudas, graves, esdrújulas, sustantivos, adjetivos, oraciones y redacción de texto (español).

Figura 8.181. Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar-002_EMP_861/1990.

Una de las fortalezas identificadas en el caso CRS es su amplio conocimiento cultural, posiblemente como resultado de experimentar los sociofactos de las culturas Bribri y Cabécar, que aunque comparten la mayoría de los mentifactos, poseen un comportamiento distinto que es resultado de su entorno ambiental. Las características de líder comunal y la trayectoria de participación en las distintas comunidades han formado al maestro en habilidades discursivas y en su particular modo de entender la sociedad indígena y su papel en el mundo globalizado.

El caso CRS identifica los niveles escolares, contenidos y asignaturas donde se puede incorporar el estudio del signo cultural en el desarrollo del microproyecto. En el siguiente fragmento mostramos la vinculación para los contenidos matemáticos que propone el maestro en formación.

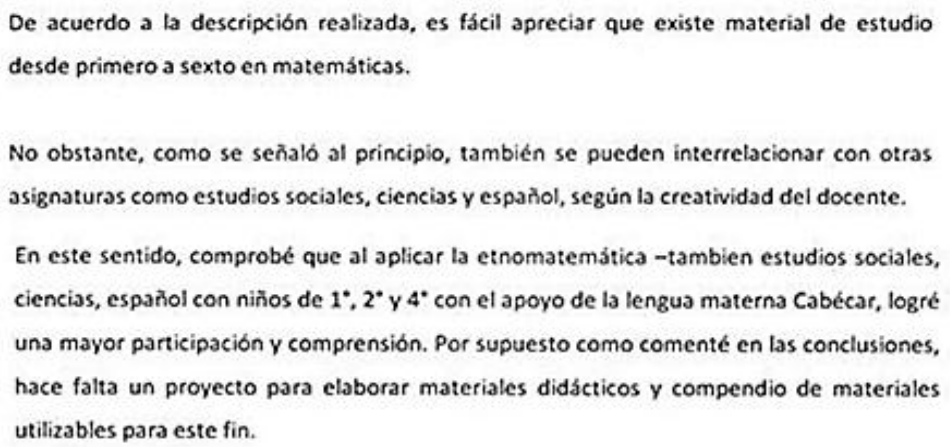
4. ¿Cuáles considera que son los contenidos matemáticos que están relacionados con este signo cultural?

4.1) Cantidad: Número de clases creadas, semillas x mata, semillas a guardar, etc.
4.2) Longitud: Densidad de matas aprox, extensión de terreno vs. cantidad de semilla
4.3) Forma: semilla—tallo—hojas—mazorca.

Figura 8.182. Fragmento CRS_FTD3-001_EMP_2252/2700.

Resaltamos del fragmento anterior las relaciones explícitas que existen entre el conocimiento axiomático del mito y los contenidos matemáticos. El ejemplo se refiere a la siembra de maíz, por eso hace alusión a la estructura clánica porque los indígenas (Ditsö) simbólicamente se perciben como semillas de maíz; por esta razón el cultivo de este grano es importante y posee una rigurosa estructura procedimental que conlleva rituales, artefactos, sociofactos asociados a un mentifacto.

El maestro propone en sus reflexiones que el desarrollo de microproyectos es una estrategia pedagógica versátil que permite abordar los contenidos de la mayoría de niveles educativos en la primaria, resaltando que tanto el signo cultural como la lengua materna indígena favorecieron la cercanía e implicación de los estudiantes, promoviendo así un aprendizaje significativo. En los fragmentos que mostramos seguidamente, hemos compilado parte de estas reflexiones.



De acuerdo a la descripción realizada, es fácil apreciar que existe material de estudio desde primero a sexto en matemáticas.

No obstante, como se señaló al principio, también se pueden interrelacionar con otras asignaturas como estudios sociales, ciencias y español, según la creatividad del docente.

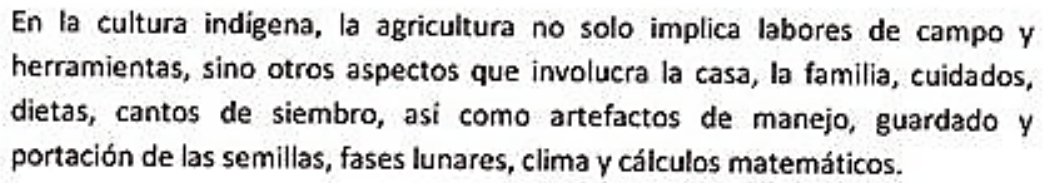
En este sentido, comprobé que al aplicar la etnomatemática –tambien estudios sociales, ciencias, español con niños de 1°, 2° y 4° con el apoyo de la lengua materna Cabécar, logré una mayor participación y comprensión. Por supuesto como comenté en las conclusiones, hace falta un proyecto para elaborar materiales didácticos y compendio de materiales utilizables para este fin.

Figura 8.183. Fragmentos CRS_MP-AgriculturaCabécar-006_EMP_1210/1732 y CRS_MP-AgriculturaCabécar-007_EMP_2224/2756.

8.5.6.4 CONCEPCIÓN EPISTEMOLÓGICA DE CRS RESPECTO A LAS MATEMÁTICAS

Las concepciones respecto a las matemáticas (DA-EF_FA4) que han sido manifestadas por el caso CRS están vinculadas desde la perspectiva relativista y considerando la implicación de las matemáticas en la vida cotidiana (DA-EF_FA4_MVC).

En el siguiente fragmento ilustramos la característica holista del conocimiento indígena, pues en el discurso del maestro se puede percibir la diversidad de acciones que están implicadas en las prácticas agrícolas tradicionales de las comunidades cabécares.



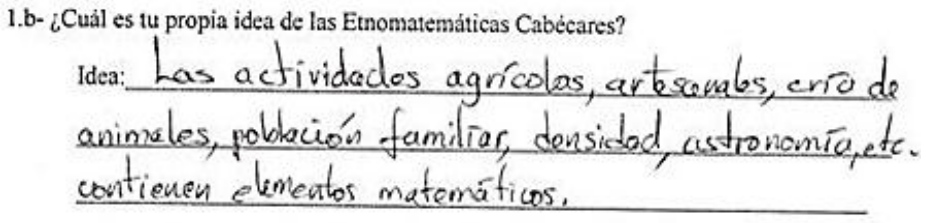
En la cultura indígena, la agricultura no solo implica labores de campo y herramientas, sino otros aspectos que involucra la casa, la familia, cuidados, dietas, cantos de siembro, así como artefactos de manejo, guardado y portación de las semillas, fases lunares, clima y cálculos matemáticos.

Figura 8.184. Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar-002_MVC_2455/2882.

Advertimos que el caso CRS expone reflexiones sobre la aplicación en el entorno escolar de la concepción relativista que posee de las matemáticas.

8.5.6.5 CARACTERIZACIÓN DE LAS ETNOMATEMÁTICAS CABÉCARES MANIFESTADA POR CRS

El caso CRS manifiesta la existencia de las etnomatemáticas cabécares (DA-EF_FA5_ECSE) y reconoce en cada práctica gremial conocimientos matemático cultural, como se constata en el siguiente fragmento.


1.b- ¿Cuál es tu propia idea de las Etnomatemáticas Cabécares?

Idea: Las actividades agrícolas, artesanías, cría de animales, población familiar, densidad, astronomía, etc. contienen elementos matemáticos.

Figura 8.185. Fragmento CRS_F2A-001_ECSE_2288/2855.

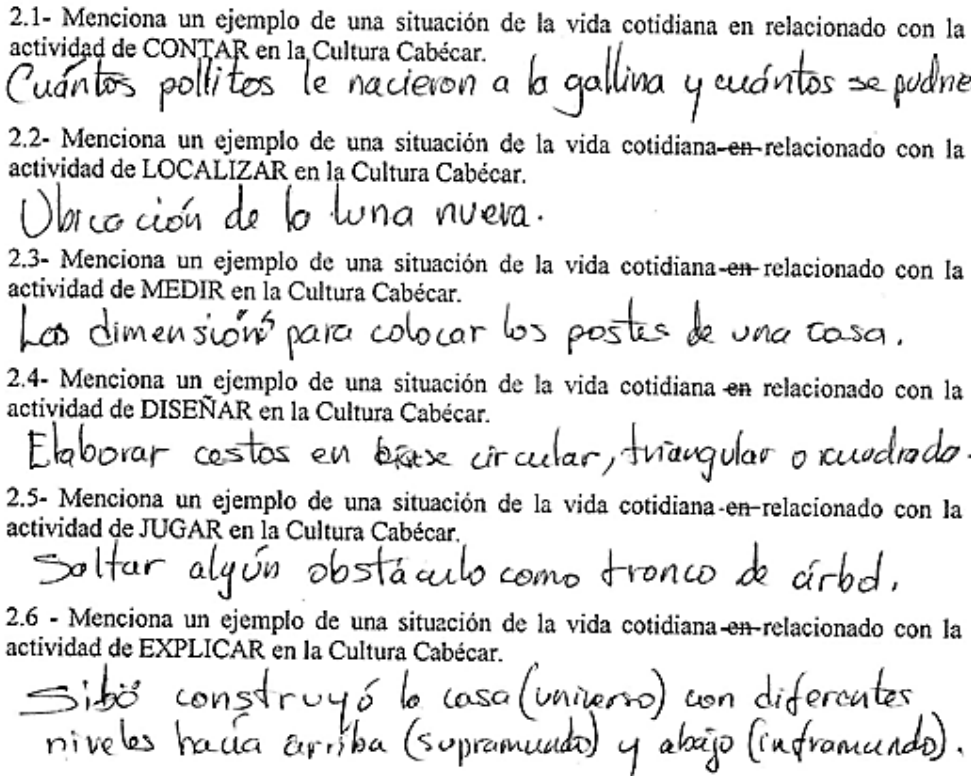
En la faceta de investigación que experimentó el caso CRS asume la existencia de las etnomatemáticas indígenas y, a partir de esta noción, construye los guiones de entrevista para trabajar con los informantes especiales, también a partir de esta concepción de existencia, expone sus reflexiones, como se ilustra en el siguiente fragmento.

> Después que en cuanto a las etnomatemáticas, tal como expuse, aglutina importantes situaciones de la aplicación de "principios y hechos matemáticos universales, como únicos en la cultura Bribri/Cabécar".

Figura 8.186. Fragmento CRS_FTD2-004_ECSE_965/1208.

El caso CRS concibe el significado de 'étnico' como 'autóctono' y defiende que las etnomatemáticas son "la forma de concebir, representar y relacionar los objetos del mundo en la realidad indígena" (Diario de campo, 2011), insiste en que esa realidad de los pueblos indígenas es distinta a la de las sociedades que habitan en las grandes urbes, pues sus sistemas de sobrevivencia y trascendencia utilizan otros recursos.

En cuanto a la caracterización de las etnomatemáticas cabécares (DA-EF_FA5_ECSC) nos interesa evidenciar que el caso CRS resalta las herramientas simbólicas con las que los indígenas cabécares organizan el conocimiento matemático cultural, haciendo énfasis en que el conocimiento indígena es parte intrínseca de la cultura y que el mundo físico (explícito) es una forma de representación del mundo mítico (implícito). Para ilustrar estas ideas, mostramos a continuación un fragmento del portafolio del caso CRS en el cual identifica ejemplos de actividades matemáticas universales (Bishop, 1988a, 1999) que corresponden a la cultura cabécar y algunas de ellas están relacionadas a dicha representación simbólica de la realidad.


2.1- Menciona un ejemplo de una situación de la vida cotidiana en relacionado con la actividad de CONTAR en la Cultura Cabécar.
Cuántos pollitos le nacieron a la gallina y cuántos se pudrieron.

2.2- Menciona un ejemplo de una situación de la vida cotidiana ~~en~~ relacionado con la actividad de LOCALIZAR en la Cultura Cabécar.
Ubicación de la luna nueva.

2.3- Menciona un ejemplo de una situación de la vida cotidiana ~~en~~ relacionado con la actividad de MEDIR en la Cultura Cabécar.
Las dimensión para colocar los postes de una casa.

2.4- Menciona un ejemplo de una situación de la vida cotidiana ~~en~~ relacionado con la actividad de DISEÑAR en la Cultura Cabécar.
Elaborar cestos en base circular, triangular o cuadrado.

2.5- Menciona un ejemplo de una situación de la vida cotidiana en relacionado con la actividad de JUGAR en la Cultura Cabécar.
Saltar algún obstáculo como tronco de árbol.

2.6 - Menciona un ejemplo de una situación de la vida cotidiana ~~en~~ relacionado con la actividad de EXPLICAR en la Cultura Cabécar.
Sibö construyó la casa (universo) con diferentes niveles hacia arriba (supramundo) y abajo (inframundo).

Figura 8.187. Fragmento CRS_F2A-002_ECSC_1397/2918.

Siguiendo esta lógica simbólica, el caso CRS consigna en su portafolio una diversidad de imágenes descritas a través del discurso narrativo, en las cuales ha sido posible constatar algunas nociones cosmogónicas de la tradición de los Talamanqueños.

En el Capítulo 4 se comentó que la palabra '*kó*', que significa al mismo tiempo '*espacio-lugar*' y '*tiempo*', por lo que desde la cosmovisión talamanqueña existen al menos dos planos de la realidad y los eventos del mundo mítico acompañan a los eventos del mundo físico.

Hemos escogido algunos fragmentos de las producciones escritas del caso CRS que nos permiten constatar las nociones asociadas al 'número' y al 'espacio', que son ilustradas a través de descripciones, semblanzas o reflexiones elaboradas por este maestro indígena en formación.

Por ejemplo, la acción de narrar historias míticas ('*kópàke*') tiene una descripción del tiempo distinta y el caso CRS afirma que cuantificar-contar, medir, clasificar y comparar son actividades matemáticas involucradas en esta práctica tradicional. Desde esta perspectiva, el 'tiempo' se configura como un personaje mítico y adquiere distintos nombres. Otro significado asociado al tiempo, se muestra en el fragmento a continuación, en el cual nos interesa destacar los 'lapsos de tiempo' que son formas peculiares de dividir el día en la tradición cabécar, según el caso CRS en esta forma de clasificación de las horas están incorporadas las acciones de comparar y medir pues tienen que ver con labores agrícolas, artesanales o rituales que se realizan durante estos lapsos.

4) Cálculo del tiempo.

◆Hora reloj.
Actualmente las personas que manejan la hora de reloj, se adaptan al conteo de números naturales *(Kawä rä: etka, botkä, mañatkä,...)*. Pero aún existe el uso de lapsos de tiempo.

◆Lapsos de tiempo.
-Por la mañana, desde el amanecer hasta eso de las 9:00, aproximadamente: *Sañirdä.*
-Por la tarde, después de las 2 a las 6, aproximadamente: *Ká miskla.*
-Por la noche: Tuina ska.

◆Uso de señales de la naturaleza.
-Sonido de ciertos insectos, pajaritos, gallo, ya sea mañana, tarde, noche, madrugada.
-Sombra de la persona bajo el sol.
-Observación del sol o la luna, naciente, poniente, cenit.

Figura 8.188. Fragmento CRS_FTD1-003_ECSC_1555/2636.

Dado que desde la perspectiva epistemológica talamanqueña la concepción de '*espacio-lugar*' y la concepción de '*tiempo*' son similares, entonces la acción de medir distancias está vinculada directamente con la medición de tiempo, es por esto que para la ubicación geográfica de sitios del territorio cabécar se habla de 'caminar por una jornada, dos, tres, cuatro…' entendiendo como 'jornada' las horas de luz solar. Otro ejemplo de medición se da en los rituales de curación, pues la trayectoria del 'viaje' del Señor Sukia (al inframundo) dura cuatro noches.

Según los reportes escritos del caso CRS, la medición de distancias conlleva también las actividades de organizar, localizar, deducir y explicar, porque el mundo físico que se mide tiene relación con el mundo mítico (SuLé'). En el fragmento que mostramos a continuación se constata esta idea a través de una explicación del maestro en formación.

3) Medición de distancias.

Según mi informante, la medición de distancias se aplica a cosas prácticas, por ende se miden cortas distancias, no kilómetros. De ahí que, por ejemplo, las grandes extensiones de fincas se delimitan con ríos, quebradas, cumbre de cerros, barrancos, árboles grandes, etc.

◆Medir distancia de casa, según se quiera grande, mediana o pequeña:
-Sobre el suelo (cierta cantidad de número de pasos).
-Altura de postes, horcones (con altura del constructor y los brazos en alto).
-Cuerdas o bejucos (pasar medida a alguna cuerda, duplicarla y tripricarla, si se desea).

Respecto a este último caso, cabe resaltar que en la construcción de la casa cósmica Bribri-Cabécar, se parte de un porte vertical en el centro del cono al que se ata una cuerda que se gira alrededor para distribuir los postes a igual distancia del centro, formando con ello la base circular de la casa.

Figura 8.189. Fragmento CRS_FTD1-003_ECSC_534/1543.

Las etnomatemáticas cabécares que son caracterizadas por el caso CRS a partir del signo cultural relacionado con las prácticas agrícolas tradicionales de la cultura cabécar, recalcan la condición holista del conocimiento indígena. En el siguiente fragmento se expone como ejemplo las formas de expresión de cantidad para algunos productos agrícolas.

2) Cosechas de productos agrícolas.

Algunos ejemplos, ya que la forma de expresarlos varía según sea la forma, textura, etc., del producto, son:

◆Pejiballe: -Racimos: *1 racimo (etka kichá), 2 racimos (botkä kichá),…*
-Frutos: *1 pejiballe (ekla wá), 2 pejiballes (bolwä),..*

◆Maíz: -Elotes: *1 elote (elka), 2 elotes (bolka), …*
-Granos: *1 grano (eklawä), 2 granos (bolwä),…*

Figura 8.190. Fragmento CRS_FTD1-002_ECSC_2205/2957.

En el informe escrito del microproyecto el maestro en formación describe por separado las formas tradicionales del cultivo del banano, el frijol y el maíz. También comenta que esta actividad implica otros sociofactos, como 'las juntas de manos' que, como se explicó en el Capítulo 4, implican una regla social de intercambio (trueque) en el cual se ceden horas de trabajo a cambio de comida o productos de la cosecha y que conlleva de forma paralela una chichada (ver glosario). En el caso del cultivo del banano, el maestro CRS destaca las actividades de organizar, localizar, medir, comparar y diseñar, como se constata en el siguiente fragmento.

Su cultivo inicia con la chapia del terreno, selección de semillas, siembra (sin filas) distribuida más o menos a una distancia similar y luego despale de los árboles. Periódicamente se realiza chapias con peones solidarios, en forma de: Ayúdeme, después te ayudo. Algunas comunidades cercanas a las pocas carreteras como Tkanyäkä hacen del banano el primer producto comercial. Banano orgánico muy mal pagado por cierto.

Esta actividad se asocia al conteo, elaboración y uso de canastos grandes para el acarreo de semillas, racimos, gajos, almacenamiento de dí shkota, cálculo de dimensiones del terreno cultivable y aritméticas en el comercio, entre otros.

Figura 8.191. Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar-004_ECSC_406/1250.

El cultivo del frijol, según el caso CRS implica actividades como organizar, localizar, medir, comparar y diseñar, pero en la actualidad, utilizar un sistema de medida tradicional con unidades como el guacal, el cuartillo o la cajuela, pero también utiliza el sistema métrico decimal, es decir, que utilizan el kilogramo como unidad de medida de masa, tal y como se comprueba en el siguiente fragmento.

Esta actividad conlleva cálculos de dimensión de terreno y cantidad de semillas, longitud y ancho de trochas, unidades de medida: cuartillo, cajuela y Kg.; precio aproximado actual es de 600 colones / Kg. frijol negro y rojo y guaria como a 1000 / Kg.

Figura 8.192. Fragmento CRS_MP-AgriculturaCabécar-004_ECSC_2692/3038.

El caso CRS expone una actividad tradicional de los pueblos talamanqueños que contiene vasto conocimiento matemático cultural y en la cual se integran artefactos, sociofactos y mentifactos.

La actividad se llama la 'Seca del Río' y consiste en una organización colectiva en la que se desvía un cause de río para encerrar peces y luego pescar utilizando los artefactos tradicionales de casería: lanzas, arco y flecha.

Según el maestro CRS esta actividad se realiza entre los meses de marzo y abril, cuando el cauce de los ríos baja a su mínimo nivel y conlleva actividades matemáticas como organizar, localizar, medir, comparar, clasificar, deducir y concluir. En el siguiente fragmento exponemos parte de la descripción proporcionada por el maestro en formación.

> Primeramente, los reconocidos jefes en manejo de grupos de personas e ingenieros en drenaje a desnivel y montaje de estructura en piedra, madera, bejucos y hojas, proceden a seleccionar el brazo de rio con el **criterio matemático de "mayor cantidad"** posible de peces, observando las huellas de sus mordidas sobre las piedras, al comer microplantas y microfaunas que crecen adheridas a los pedrones.
>
> Como segundo paso, en la ribera de los dos brazos del río, se debe decidir cuidadosa y concienzudamente ¿Cuál de las dos corrientes sería menos difícil de desviar?, basado en algunos **criterios físico-matemático** como los siguientes:
>
> ¿Cuál cause es menos profundo?
> ¿Cuál cause es menos ancho?
> ¿Cuál cauce tiene más pedrones para acompañar las barreras de madera?
> ¿Cuál cause presenta menor gravedad?
> ¿Cuál cause presenta mayor pendiente y menos obstáculos de piedras grandes para ser desviado por ahí parte de las aguas del otro cause?
>
> Seguidamente, se designa un jefe y ayudantes para cerrar cabecera del brazo e igual jefatura para trabajar en el cierre del punto elegido en la parte baja del brazo seleccionado. Inmediatamente, se convoca a cientos de personas de comunidades aledañas para trabajar en los dos puntos de cierre.

Figura 8.193. Fragmento CRS_FTD2-002_ECSC_1277/2575.

Las personas que ocupan cargos tradicionales tienen una importante participación en esta actividad cultural, pues tienen que dirigir los actos rituales de purificación de las personas y del material que se utilizará.

Los ritos celebrados durante 'la seca del río' implican procesos secuenciales e iterativos, en los cuales se 'pide permiso' a los seres míticos para desviar a otro brazo del río sus aguas y también para la masiva extracción de peces. Además de la calidad del material que se utilizará para el desvío del agua, también se considera importante las personas que participan en la construcción del dique. Todas las variables que intervienen en la actividad son cuidadosamente supervisadas por los líderes políticos y religiosos de los Talamanqueños, como se muestra en el siguiente fragmento.

> 1. El grosor, peso y largo de los árboles a cortar, llevar y colocar en la tranca debe ser lo justo necesario para soportar la fuerza de la corriente, pero no quebrar la estructura que los soporta
>
> 2. El montaje de estructura de pedrones y troncos debe ser calculado a la vista, según la inclinación que se le dé, la profundidad inicial y probable aumento al ir cerrando el cause para su desvío.
>
> 3. La fuerza, edad y estatura de los hombres a trabajar en el cause más profundo del río debe del mejor.

Figura 8.194. Fragmento CRS_FTD2-003_ECSC_743/1581.

La forma tradicional de pescar o cazar de los Talamanqueños forma parte de su herencia ancestral y ha sido común durante nuestro trabajo de campo constatar los artefactos construidos artesanalmente para estas actividades, dentro de los cuales sobresalen el arco y la flecha, las lanzas y la cerbatana; ésta última es una herramienta de uso cotidiano, lo que dio a lugar para que fuera seleccionada por uno de los maestros indígenas en formación como 'signo cultural' para desarrollar el microproyecto basado

en las etnomatemáticas. En la compilación de fragmentos que se presenta a continuación mostramos la forma en que el maestro indígena del caso CRS describe los aspectos lúdicos asociados a la forma tradicional de pesca con arco y flecha o a través del punzón de lanza.

Después de una semana aproximada de preparativos, se llega el día de la seca del río (brazo seleccionado). Familias enteras se trasladan a trabajar, pescar y pernoctar a la orilla del río seco. Bajo improvisados ranchos de uno o dos aguas y pocos postes que se construyen rápidamente.

Se trabaja con seguridad, ahínco y rapidez para cerrar el río arriba y abajo. Ya que si se tarda mucho, los peces al sentir la baja del cause normal, suben o bajan de escapada. De ahí que a ser notable la baja del cause, los arqueros se preparan para recibir los primeros gardúmenes de peces que generalmente suben, luego bajan en varias ocasiones, hasta comprobar que están atrapados y se estacionan en las pozas más profundas y corrientes blancas burbujeantes, donde los expertos flechadores los pescan al tacto.

La pesca puede durar hasta dos días, en las playas secas se recogen camarones y además de la pesca mayor, a veces vierten grandes cantidades de líquidos venenosos de plantas, que matan o marean la pesca menuda que también son aprovechados.

Además de la buena pesca, las familias y los diferentes líderes culturales han aprovechado para socializar y han quedado estrechados los lazos como pueblo indígena que nos distinguen de las sociedades no indígenas.

Figura 8.195. Fragmentos CRS_FTD2-003_ECSC_1575/2630 y CRS_FTD2-003_ECSC_2648/2943.

8.5.6.6 CONCLUSIONES DEL CASO CRS

Con ayuda del programa MAXDA10 se revisaron 35 páginas del portafolio del maestro del caso CRS y se identificaron 212 segmentos codificados, de los cuales 99 corresponden a la categoría deductiva DA-EF_ECSC. Hemos realizado un recuento de la frecuencia de aparición, el porcentaje de frecuencia y la frecuencia valorativa, con las que el maestro del caso CGV menciona las once subcategorías vinculadas a la caracterización de las etnomatemáticas cabécares en los 99 segmentos codificados, como mostramos en la siguiente tabla.

Tabla 8.17. *Recuentos de las subcategorías relacionadas con la caracterización de las etnomatemáticas cabécares manifestadas por el caso CRS*

Código	Frecuencia de Aparición	Porcentaje de Frecuencia
DA-EF_FA5ECSC_01	13	13,13
DA-EF_FA5ECSC_02	7	7,07
DA-EF_FA5ECSC_03	14	14,14
DA-EF_FA5ECSC_04	16	16,16
DA-EF_FA5ECSC_05	13	13,13
DA-EF_FA5ECSC_06	9	9,09
DA-EF_FA5ECSC_07	2	2,02
DA-EF_FA5ECSC_08	10	10,10
DA-EF_FA5ECSC_09	5	5,05
DA-EF_FA5ECSC_10	7	7,07
DA-EF_FA5ECSC_11	3	3,03
Frecuencia Valorativa	99	100

Resaltamos que durante el análisis de contenido, el caso del maestro CRS fue el que obtuvo la mayor cantidad de segmentos codificados en sus producciones escritas, resaltando en el resumen de recuentos, que la actividad matemática con mayor porcentaje de frecuencia es medir y también hay otras actividades con valor importante, como cuantificar-contar, comparar y organizar-localizar.

Finalmente, en el siguiente fragmento, mostramos una página del portafolio del caso CRS que detalla algunos ejemplos con los cuales el maestro en formación relaciona actividades cotidianas de la cultura cabécar con actividades matemáticas universales, en el sentido de Bishop (1999).

3- Completa la siguiente tabla con información relacionada a las ACTIVIDADES MATEMÁTICAS UNIVERSALES de la Cultura Cabécar.

	CONTAR	LOCALIZAR	MEDIR	DISEÑAR	JUGAR	EXPLICAR
Ejemplo	Cuántos pollitos nacieron y cuantos no.	Ubic. de la luna nueva	Dimens. para colocar los postes de casa	Diseñar cestos de base Triáng, circulos, rectang	Saltar obstaculo con un tronco grueso.	Narrar cómo Sofía hizo la casa (en niv.) con niveles hacia arriba y abajo.
¿Cómo se hace?,	Observandolos una vez van naciendo hasta terminar.	Observando a/ caer la noche o así no de día donde se ubica.	Con varillas y bejucos largos medido por brazo talla, cintura	Iniciando por la base del cesto.	Correr y saltar sobre un tronco grueso.	Oralmente
¿Quienes participan?,	Madres, niños y niñas.	Adultos que cultivan, cazan o cortan recursos del bosque.	Adultos constructores.	Padres y algunos jóvenes.	Niños	Adultos y jóvenes? Abuelos/os.
¿Cuándo se hace?	Cada vez que nacen una camada de pollitos.	Cuando se va a cultivar algún tipo de producto o cortar rec. del bosque	Cuando se debe construir una casa.	Cada vez que se ocupa o cuando hay cosechas...	En cualquier momento	Madrugada Noche, En la hamaca o junto al fogón
¿Qué material se usa?	Seco, colores y la mano directa.	Diferentes diversos, árboles, hojas de techo o cacería,	varilla, bejuco, medida de brazo, talla, cintura, etc.	Fibras de mimbre o bejuco.	Tronco de árbol.	Sob memoria

Figura 8.196. Caracterización de actividades etnomatemáticas de la cultura cabécar identificadas por el caso CRS.

Con el fragmento anterior damos por terminada la segunda fase de análisis del estudio fundante, que consistió en el análisis de contenido descriptivo-interpretativo de un estudio de cinco casos de maestros indígenas en formación que participaron en la implementación del modelo MOCEMEI.

8.6 CONCLUSIONES Y REFLEXIONES DEL CAPÍTULO 8

El proceso de análisis de la implementación del modelo MOCEMEI se realizó en dos fases que favorecieron la evaluación de la propuesta para formar profesores que trabajan en entornos indígenas a través del desarrollo instruccional de contenidos relacionados con etnomatemáticas y la formación de dichos docentes como investigadores de su propio proceso de enculturación.

A nivel metodológico, la elaboración de etnomodelos a partir de la investigación sobre un signo cultural permitió que los maestros en formación desarrollaran un sistema de relaciones entre el conocimiento de su cultura indígena y el conocimiento matemático cultural asociado.

La competencia de planificación fue promovida durante el proceso formativo para que los docentes que conocen la base de su propia cultura pudieran generar evaluaciones, interpretaciones y explicaciones respecto a los signos culturales de su grupo étnico, consolidando sus dominios de experiencia subjetiva y favoreciendo los grupos de conocimientos compartidos ligados a las etnomatemáticas, la enculturación matemática y los microproyectos integrados y cooperativos basados en el conocimiento matemático cultural indígena de las comunidades cabécares.

La diferenciación explícita de los perfiles y de los roles de cada participante del estudio fundante contribuyó a otorgar lugar a las distintas voces y a los distintos discursos que se integraron durante el proceso de análisis de contenido, favoreciendo la cristalización de esta investigación.

Las distintas declaraciones de la investigadora durante el análisis permitieron que a partir de la información recopilada diseñara un sistema mixto de categorización con el cual logró separar las voces de los participantes del estudio y la de ella misma en su faceta instruccional. Estas distintas voces de todos los participantes en sus perfiles de informantes claves, informantes especiales, o informantes representativos, permitieron que durante este proceso de análisis de contenido descriptivo e interpretativo se valorara el papel protagónico que tienen en la investigación, pues es a través de las acciones y las interacciones (primera fase) o a través de las producciones escritas (segunda fase) que se justifica la evolución emergente de la investigación durante el trabajo empírico etnográfico.

La amplia gama de prácticas matemáticas que han sido expuestas por diversos investigadores en todas las sociedades, como por ejemplo Bishop, Borba, D'Ambrosio, Eglash, Gavarrete, Gerdes, Geertz, Knijnik, Kottak, Nunes, Oliveras, Orey, Pinxten, Rohrer, Rosa, White, Zaslavsky, entre otros; pone de manifiesto la existencia de una base matemática en todas las comunidades, a partir de la cual se puede construir una educación pertinente y eficaz en el ámbito de la alfabetización numérica.

Con el desarrollo del modelo MOCEMEI queda manifestado el intento por desafiar la creatividad docente de los maestros cabécares en formación, a través de la invitación por conducir la conceptualización de los contenidos matemáticos hacia el currículum escolar de una nueva forma que integre o promueva distintas posibilidades de abordar las prácticas matemáticas.

Durante la implementación del modelo MOCEMEI se aplicó un diseño instruccional que pretendió promover una reconceptualización didáctica a través del desafío planteado a los maestros en formación por reflexionar acerca de cuáles eran las conexiones significativas de existencia entre constructos matemáticos, el conocimiento cultural y el currículum de matemáticas. El proceso de acomodación y restructuración del conocimiento durante el proceso de formación de maestros indígenas, se centró en los modelos propuestos por Allan Bishop y Ma. Luisa Oliveras, que persiguen integrar la etnomatemática para relacionar las matemáticas con la cultura en el ámbito escolar mediante microproyectos para guiar el aprendizaje.

Las interacciones realizadas entre las profesoras formadoras y los maestros indígenas en formación promovió en ambas partes la reflexión profesional sobre el papel del docente como agente potencial del proceso de enculturación de sus estudiantes. El desarrollo de los microproyectos basados en las etnomatemáticas cabécares permitió que los maestros en formación experimentaran una nueva posibilidad de abordaje de la tarea profesional, en la cual fueron dinamizadores y acompañaron a sus estudiantes en los descubrimientos y en la experiencia de 'descongelar' las matemáticas implícitas en el conocimiento cultural.

Según los reportes de la aplicación de los microproyectos promovidos por el modelo MOCEMEI los estudiantes de las escuelas indígenas cabécares experimentaron un estudio conducido y dinámico a través del signo cultural, que promovió aprendizajes significativos y contextualizados. Dentro de las descripciones que constituyen la primera fase de análisis, se puede señalar que durante la implementación MOCEMEI se destaca la segunda sesión presencial como la más eficaz de las tres por el cumplimiento de los objetivos instruccionales.

A continuación ofrecemos algunas conclusiones y reflexiones que se desprenden del análisis descriptivo del proceso de implementación, que se expuso en la primera fase del análisis.

- El tiempo fue escaso para la programación elaborada, de modo que considerando una visión prospectiva de esta propuesta, solicitamos, demandamos o requerimos que el Programa Interuniversitario Siwá-Pákö, o la entidad que corresponda, sea riguroso y realista en el control de la planificación para cada sesión presencial.
- Se ha constatado un nivel de lectoescritura en español y escritura en cabécar inferior al previsto durante la elaboración del diseño del MOCEMEI (que se expone en el Capítulo 7), por lo cual durante la implementación fue necesario

realizar modificaciones en la planificación y adaptaciones a los recursos elaborados.

- El grado de socialización de los maestros en formación es coherente con los requerimientos de su entorno y cultura, que son de aislamiento, lo que favoreció el trabajo individual, pero no favoreció la propuesta didáctica formativa de trabajo y discusiones en grupo; en vista de esto, consideramos que el enfoque socioconstructivista pretendido queda disminuido por la falta de espacios de debate y reflexión.
- Los cambios en la planificación del diseño programado para el desarrollo instruccional del modelo MOCEMEI se denotan en el análisis descriptivo de la implementación, pues fueron declarados por la investigadora, en su faceta de formadora, en el momento de su realización.

Con respecto a la segunda fase del análisis, a partir del estudio de casos, se declaran las siguientes conclusiones:

- El desarrollo de las actividades propuestas, dio cabida a un proceso de reflexión profesional sobre el proceso de enculturación en cada maestro indígena participante del curso CEMEI.
- La idiosincrasia cultural que se manifiesta en las argumentaciones de los maestros en formación, durante las interacciones en las cuales se practica la alteridad cultural, deja entrever el empoderamiento que adquieren y el reforzamiento de su autonomía cultural manifestada a través del conocimiento de la cosmovisión y la historia mítica cabécar, así como en las consignas que tienen que ver con la defensa del patrimonio cultural ancestral.
- Las producciones escritas de los maestros en formación implican las voces de los informantes especiales a los que recurrieron durante su proceso formativo.
- Los informantes especiales que participan indirectamente en la implementación del modelo MOCEMEI manifiestan un sistema de relaciones que está asociado al conocimiento axiomático del mito, por ejemplo parten de la observación de patrones en la naturaleza (como las fases de la luna) y reconocen que es una actividad matemática propia de la cultura cabécar, no necesariamente exclusiva.
- La experiencia de interacción entre los maestros indígenas en formación y los informantes especiales que son miembros de su misma comunidad cabécar, permitió reconocer actividades matemáticas vinculadas al conocimiento matemático cultural cabécar.

En síntesis podemos afirmar que el proceso de evaluación de la propuesta formativa mediante el análisis de la información recopilada durante la implementación nos otorga la posibilidad de afirmar que el modelo MOCEMEI propuesto es un modelo pertinente para la realidad de los docentes que trabajan en entornos indígenas. Y también a partir de esta experiencia de investigación pretendemos proponer algunos desafíos para la educación universitaria indígena, que comentamos seguidamente.

El primero de ellos atañe a los formadores universitarios pues nos parece fundamental que se generen espacios de interacción oral en la cual los formadores de

profesores escuchen y entiendan los problemas de los maestros indígenas a la luz de la educación de los pueblos mismos, del modo dicho desarrollo puede ser cada vez mejor orientado y aquí es fundamental una inducción de los formadores en alteridad cultural, para que puedan comprender y orientar la formación a partir de las necesidades y soluciones de los problemas esenciales de la comunidad indígena, que siempre se reinventa a sí misma a partir de los procesos de sobrevivencia y trascendencia. Otro de los desafíos que queremos proponer tiene que ver con la necesidad de investigación en la formación de maestros indígenas, pues se requiere incorporar diversidad de tipos de información, conocimientos y técnicas o teorías, para ayudar al maestro indígena que experimenta su formación universitaria a sistematizar formalmente el entendimiento de la realidad.

Pero para contribuir a alcanzar el desafío anterior se requiere de una plataforma investigativa respaldada por grupos de investigación que estén sensibilizados ante la diversidad cultural y que respeten el proceso de aprender a aprender que experimentan los "otros", tratando de combatir las tendencias etnocéntricas y las visiones unilaterales, que no permiten construir una comprensión profunda de la realidad siempre cambiante y heterogénea de las minorías.

La transdisciplinariedad se constituye también como un desafío pero que es fundamental por la característica holista del conocimiento indígena, así que la transdisciplinariedad es una herramienta para conocer a los maestros indígenas, que favorece la interacción y permite percibir y comprender su sistema simbólico y sus códigos. El otro desafío viene desde la perspectiva lingüística, que requiere que los formadores de maestros indígenas adquieran conciencia de su condición de otredad y de monolingüismo o de la condición limitante de comunicación si no conoce nada de la lengua del maestro que está formando.

Esta reflexión nos parece importante porque una carencia de conocimiento sobre la lengua vernácula de los maestros en formación limita las posibilidades del profesor formador para sugerir fuentes, para motivar ideas relacionadas con la adaptación de los recursos y por supuesto, que no ofrece una real comunicación pues existe una frontera ideológica de los sistemas semánticos.

Desde la perspectiva de la investigadora, consideramos que esta experiencia de participación en un proceso formativo con maestros indígenas implica reflexiones sobre la importancia de problematizar las formas de pensar, y reconocer que el conocimiento cultural occidental es axiomático a partir de un periodo histórico que ha ido evolucionando, y el conocimiento cultural indígena es axiomático a partir del conocimiento ancestral del mito.

Lo anterior nos plantea diversas interrogantes sobre el papel y el significado del conocimiento que se ha proclamado como científico, y nos ha reforzado la conciencia por reconocer la diversidad y la diferencia como hechos positivos.

CAPÍTULO 9.

CONCLUSIONES GENERALES Y REFLEXIONES SOBRE LOS NUEVOS DESAFÍOS DE INVESTIGACIÓN Y ACCIÓN PEDAGÓGICA



"Al final del viaje
está el horizonte...
al final del viaje
partiremos de nuevo,
al final del viaje
comienza un camino,
otro buen camino
que seguir...
Descalzos...
contando la arena".
(Silvio Rodríguez, 1970)

9.1 PRESENTACIÓN DEL CAPÍTULO 9

En el presente capítulo exponemos las conclusiones generales y las reflexiones que se generan a partir de la conjetura y de los propósitos de investigación propuestos para abordar el objeto de estudio, después de haber desarrollado los estudios que componen el trabajo; posteriormente expresaremos las condiciones que implican los desafíos de investigación y acción pedagógica que suscita la visión prospectiva de esta tesis, comentamos las limitaciones y los nuevos enigmas que nos genera.

Considerando *la visión teórica* del Programa de Etnomatemáticas como uno de los fundamentos principales, exponemos las condiciones de pervivencia que, han de concurrir para proponer un programa estable de formación de profesores que trabajen en entornos indígenas, las cuales hemos descubierto, como consecuencia del proceso de la investigación.

Además exponemos las reflexiones que el proceso investigativo ha suscitado, considerando *el diseño etnográfico* que en cada una de las etapas de esta tesis configura un proceso de investigación idiosincrático, desde la perspectiva de la investigadora, que ha procurado mostrar la lógica temporal, cronológica, secuencial, científica y crítica a través de la cual ha trascendido para lograr el cumplimiento de sus propósitos siguiendo una cuidadosa trayectoria que ha perseguido la *cristalización de la investigación*.

Dicho proceso idiosincrático ha quedado plasmado en la secuencia de pautas que ha seguido la doctoranda a partir del diseño estructural de dieciocho fases o estadios de investigación, articulados en cinco etapas que se agrupan en dos Bloques de trabajo. Las cinco etapas dan lugar a cuatro estudios base y un estudio final, que configuran el *diseño metodológico compuesto*, que se incorporan en una *espiral metodológica etnográfica*, adaptada del modelo propuesto por Sandín (2003) y que constituye una representación de la investigación por la cual transcurren los cuatro estudios base que sirven como fundamento empírico para consolidar el estudio fundante de la tesis que es el diseño, implementación y evaluación del modelo MOCEMEI.

De todos los estudios empíricos se extraerán reflexiones y conclusiones sintéticas, ya que en sus respectivos capítulos las tenemos detalladas, mostrando como la investigación etnográfica se ha transformado y evolucionado a partir de su conjetura, en la experiencia de campo, según la interpretación de la investigadora (Angrosino, 2012).

En el Anexo F13 exponemos un epílogo de las preguntas generadoras de la investigación y de sus propósitos, que hemos organizado en tres niveles de jerarquía, según sus alcances e importancia con respecto al doble objeto de estudio. El primer nivel lo ocupan los dos propósitos generales, que se consolidan a través del cumplimiento de ocho propósitos específicos, que constituyen el segundo nivel, y que se abordan puntualmente por medio de veinticuatro propósitos parciales que conforman el tercer nivel de ordenación. En el Anexo F3 adjuntamos una *estructura tabular* en la cual exhibimos los tres *niveles de propósitos* que corresponden a esta investigación y la

respectiva ubicación de su desarrollo en la memoria de la tesis. Además, en el Anexo F2 aportamos un *glosario* con la terminología de índole antropológico y de términos en lenguas indígenas.

9.2 CONCLUSIONES Y REFLEXIONES QUE GENERA EL CUMPLIMIENTO DEL PROPÓSITO GENERAL O1

En este apartado describimos el alcance de los once propósitos parciales que se desarrollaron para lograr los cuatro propósitos específicos, que fueron enunciados en el Capítulo 1 y que han permitido superar el primer propósito general de esta investigación.

O1: CARACTERIZAR EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO CULTURAL DE ALGUNOS GRUPOS ÉTNICOS DE COSTA RICA

En el diseño estructural teórico-empírico de esta investigación, planteado y descrito en el Capítulo 3, hemos dividido la secuencia del proceso investigativo en dos bloques: el Bloque1 describe la trayectoria de trabajo para alcanzar el primer propósito general (O1), que corresponde a las etapas E1, E2 y E3, como se observa en la siguiente figura.

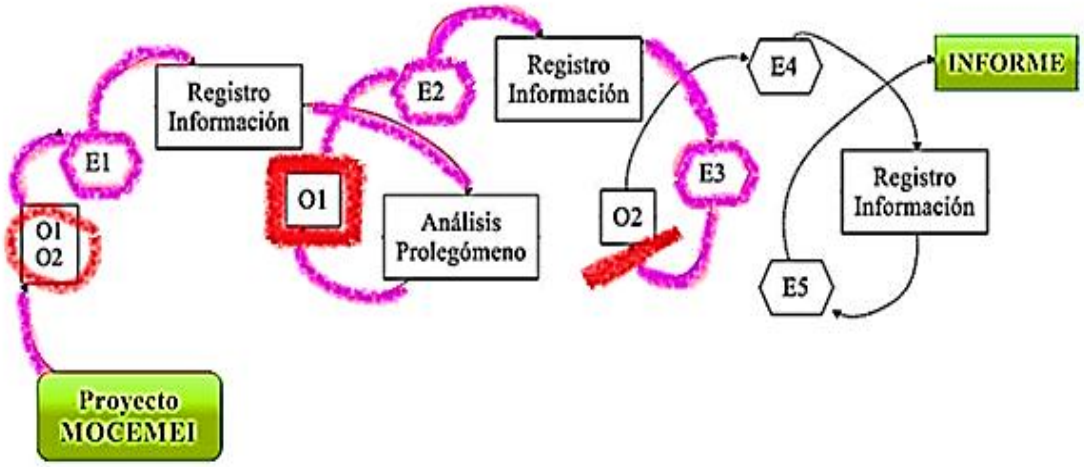


Figura 9.1. Trayectoria de la espiral de investigación para el cumplimiento de O1.

El primer propósito general se decantó por estudiar tres grupos étnicos de Costa Rica: Ngäbes, Bribris y Cabécares, dejando como posibles vías de continuidad a los otros

cinco grupos indígenas costarricenses. La decisión de acotar la investigación con los pueblos indígenas mencionados respondió a necesidad de hacer viable el estudio, en tiempo y con los medios disponibles.

A continuación comentaremos las conclusiones obtenidas a partir de los propósitos específicos que consolidan el cumplimiento del primer propósito general.

O1.1: IDENTIFICAR ELEMENTOS DE CONOCIMIENTO MATEMÁTICO CULTURAL VIGENTE DE TRES GRUPOS ÉTNICOS DE COSTA RICA: NGÄBES, BRIBRIS Y CABÉCARES.

El primer propósito específico (O1.1) se alcanzó a través de tres propósitos parciales que fueron desarrollados en dos estudios base que integran el diseño estructural compuesto de esta investigación: O1.1.1, O1.1.2 y O1.1.3.

Las actividades de investigación desarrolladas durante el primer estudio base (EB1) permitieron indagar las concepciones, representaciones o expresiones del patrimonio cultural de los pueblos Ngäbes, Bribris y Cabécares que tienen relación con el conocimiento matemático cultural (propósito parcial O1.1.1), así como también contribuyeron a establecer métodos para reconocer etnomatemáticas a través del estudio de la lengua y la cosmovisión de los grupos étnicos mencionados (propósito parcial O1.1.2).

El Capítulo 4 de esta memoria está dedicado explícitamente al desarrollo del primer estudio base (EB1), exhibiendo la consolidación de los dos propósitos parciales anteriormente mencionados: O1.1.1 y O1.1.2.

Nos apoyamos en las ideas de Aguirre (1995) para describir un perfil etnográfico triple, que abarca los grupos indígenas seleccionados para la investigación. Dicha descripción procura unos criterios de homogeneidad, por lo que se recurre a una cartografía sociocultural que considera doce elementos descriptivos y se apoya teóricamente en Mauss (1974) y Hernández Sampieri (2006).

La cartografía sociocultural desarrollada para cada grupo étnico (Anexo F10), permitió profundizar en los aspectos geográficos, demográficos, socio-políticos y otros aspectos de índole cultural, como la pervivencia le la lengua materna y la conservación de rasgos culturales, destacando a partir de las ideas de la UNESCO (1982) elementos del patrimonio tangible mueble, como las expresiones de cultura material, los paisajes culturales como parte del patrimonio tangible inmueble y, dentro del patrimonio cultural intangible describimos todo lo relacionado al sistema de filiación y organización social, la religiosidad, mitos, cargos y celebraciones tradicionales.

Exponemos un compendio de aspectos que constituyen el estudio etnológico de los tres grupos étnicos estudiados y concluimos que:

- Existe, en general, un *rezago a nivel educativo*, como consecuencia del rezago socioeconómico y carencias de acceso a los sistemas de salud y educación que plantea la política nacional, pero que no siempre llega a los territorios indígenas, debido a las condiciones de aislamiento de las comunidades y la falta de caminos para llegar hasta ellas.
- Posiblemente estas condiciones de *aislamiento* favorecen el hecho de que los aspectos medulares de la composición de *la cultura se potencien*. De manera que siguiendo el modelo atómico de Huxley (1955), hemos descrito en el Capítulo 4 (Anexo F10), los artefactos, sociofactos y mentifactos que poseen características peculiares dignas de ser estudiadas desde la visión etnomatemática.
- Destacamos los aspectos *mentifácticos*, que rigen lo social y lo personal, porque en cada cultura se establecen unas pautas que están integradas dentro del grupo de conocimientos compartidos (D'Ambrosio, 2007, 2008) y que facultan al individuo para interpretar la realidad a partir del conocimiento axiomático del mito. A partir de estos axiomas mentifácticos se reconocen hechos tangibles e intangibles en la realidad, que el individuo recibe, interpreta y procesa conductualmente, para *definir estrategias de acción que integran este conocimiento-comportamiento* y generar nuevos hechos en la realidad natural y ambiental.
- La formación metacognitiva de la investigadora, adquirida a través de sus investigaciones precedentes[1], desde hace más de una década y durante el transcurso de esta investigación, la faculta para realizar una exposición de los aspectos relevantes desde su propia perspectiva de las matemáticas, tomando como base el patrimonio cultural de los pueblos indígenas costarricenses estudiados. Cabe destacar, que son expuestas en esta memoria las ideas que han sido constatadas por más de tres fuentes y por más de tres años de periodos de trabajo etnográfico de campo con dichas comunidades.
- La condición ágrafa de los pueblos indígenas que se vinculan al objeto de estudio, les conduce a utilizar un sistema referencial para interpretar el mundo y sus relaciones. Es un *sistema referencial que utiliza los objetos del mundo físico para representar objetos del mundo mítico* o de lo abstracto, por lo tanto, la mayoría de las historias míticas y *los artefactos de uso ritual o cotidiano pueden contener información ancestral* asociada, codificada a través de un *sistema trivial*, es decir, *en algunos casos sin codificación, pero cuyo significado es conocido por los miembros de la comunidad* o por las personas que tienen cargos tradicionales.
- Con lo anterior, lo que pretendemos hacer notar es que los miembros de los grupos indígenas que participan en este estudio *tienen un sistema lógico distinto*, oscuro y trivial a la vez, *que solamente se puede descifrar a través del conocimiento cosmogónico*, por lo tanto, la forma de comprensión de la realidad alude de forma ineludible al conocimiento axiomático del mito.

[1] Araya y Gavarrete (2001); Gavarrete y Vásquez (2005); Gavarrete (2009); Gavarrete y Oliveras (2009), Bengoechea, Oliveras, Bolaños y Gavarrete (2009); Gavarrete, Bolaños, Bengoechea y Oliveras (2009); Bolaños, Gavarrete y Bengoechea (2009); Bengoechea, Gavarrete y Oliveras (2010); Gavarrete y Oliveras (2010); Gavarrete, Oliveras y Agudo (2011); Agudo, Oliveras y Gavarrete (2011), Oliveras y Gavarrete (2012).

- Proponemos como ejemplo, que en la cultura occidental la Fe es un conocimiento axiomático, sobre el cual se construye un cuerpo de conocimientos teológicos que se transmiten en un edificio llamado iglesia o templo, y este conocimiento axiomático rige los comportamientos y define las acciones a nivel personal y social, establece una jerarquía de 'cargos tradicionales' (el monje, el diácono, el sacerdote) y tienen una serie de rituales asociados (sacramentales). Pues lo mismo es lo que sucede con el conocimiento matemático cultural indígena: es un conocimiento holístico, que tiene un sistema referencial que recurre a metáforas sobre la realidad, por la carencia de grafía y que posee un cuerpo jerarquizado de axiomas sobre los cuales se constituye la manera de comprensión de la realidad. Que posee para su manifestación social un cuerpo jerarquizado de cargos tradicionales y un conjunto de prácticas rituales para la pervivencia de dicho conocimiento.
- Planteamos que el conocimiento cultural indígena parte del conocimiento del mito, que rige de forma normativa todas las otras áreas de conocimiento, de manera que las vías de supervivencia y las vías de trascendencia se definen y se consolidan a partir de unos axiomas vernáculos. Estos axiomas definen unos *algoritmos para las prácticas* rituales y para las prácticas sociales que implican para su consumación la aplicación de conocimiento identificado como matemático, tanto por la investigadora, como por los participantes del estudio.
- Durante la resolución del tercer estudio base (EB3) se logró caracterizar la visión de tres grupos de maestros indígenas (Ngäbes, Bribris y Cabécares) sobre las matemáticas de sus respectivas culturas indígenas (propósito parcial O1.1.3), por medio de un *cuestionario aplicado a maestros indígenas*, con el que se permite caracterizar la visión que tienen sobre las matemáticas de sus respectivos grupos étnicos. Los resultados de este estudio se consignan en el Capítulo 6 y muestran que, en general, la visión de los maestros indígenas vincula el conocimiento matemático cultural con las acciones de la vida cotidiana, tanto en los procesos de sobrevivencia como en los procesos de trascendencia.
- Los resultados obtenidos en EB3 nos conducen a afirmar que el *conocimiento matemático cultural* de estas culturas indígenas *existe* y es caracterizado por los maestros *a través del conocimiento de la tradición ancestral*. Y desde la visión de los maestros consultados el conocimiento matemático cultural es un *universal cultural* (UNESCO, 1982) es decir, que ocurre en todas las culturas.

O1.2: CARACTERIZAR RASGOS DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO CULTURAL DE LOS GRUPOS INDÍGENAS NGÄBES, BRIBRIS Y CABÉCARES.

El segundo propósito específico (O1.2) se desarrolló en paralelo al primero (O1.1), es decir en los mismos estudios base que forman parte del diseño estructural compuesto de esta investigación, para alcanzar la resolución de este propósito específico se recurre a dos propósitos parciales: O1.2.1 y O1.2.2, que explicaremos a continuación.

O1.2.1:

El primer propósito parcial del segundo propósito específico (O1.2.1) pretendió *mostrar evidencias del conocimiento matemático cultural vigente en el uso de la lengua* en las comunidades indígenas Ngäbes, Bribris y Cabécares, considerando que la vigencia de la lengua está íntimamente vinculada con la pervivencia de la cultura.

La revisión desde la perspectiva etnomatemática sobre las características relevantes de las lenguas indígenas vinculadas a esta investigación, forma parte del primer estudio base (EB1) y se apoya en una extensa revisión de fuentes bibliográficas que fueron constatadas durante los periodos de inmersión en el campo con comunidades indígenas.

Este acercamiento a la lingüística desde la perspectiva etnomatemática está centrado en *las formas de clasificación nominal y de clasificación numeral* (Murillo, 2009; Constenla, 1991) que poseen los grupos étnicos estudiados.

Dicha forma de clasificación nominal se centra en una forma de determinar los sustantivos en un sistema de categorías prestablecidas que forma parte del cuerpo axiomático del conocimiento cultural indígena. Es decir, que *al utilizar los clasificadores numerales se separa a los objetos que constituyen la realidad (tangible o intangible) de acuerdo a la forma (geométrica) o al origen que tengan.*

De acuerdo a la indagación realizada, determinamos que los indígenas Ngäbes utilizan un sistema de numeración oral de *base vigesimal* (Laurencich-Minelli, 2003) y poseen *catorce clasificadores numerales en vigor*, que hemos constatado a partir de los trabajos de Alphonse (1956), Murillo (2008, 2009) y el trabajo de campo en las comunidades de San Miguel Alto y Abrojos Montezuma.

Los indígenas Bribris poseen un sistema de numeración oral de *base decimal*, en el cual confirmamos que existen *siete clasificadores numerales con vigencia actual*, que son comunes en las fuentes consultadas, como consecución y ampliación del trabajo realizado por Bengoechea, Oliveras y Gavarrete (2010), en el cual se revisaron las contribuciones de Bozzoli (1979), Portilla (1999), Constenla, Elizondo y Pereira (1998), Gavarrete y Vásquez (2005) y verificadas en el trabajo de campo en comunidades como Uatsi, Shiroles, Suretka, Amubre, Namöwöki, Katsi, Kachabri, entre otras.

Los indígenas Cabécares poseen un sistema de numeración oral de *base quinaria, en la cual se utilizan metáforas numéricas* (Gerdes, 2008) y como producto de este hecho se genera un *complejo sistema de combinación de los clasificadores numerales*, descritos por Portilla (1999) y Margery (2004) que suponen una gran complejidad al tratar de ser desarrollados a través de una estructura aritmética. El trabajo de campo en las comunidades de Villa Damaris, Grano de Oro y Quetzal, así como las interacciones orales y el trabajo desarrollado por los maestros en formación durante el estudio fundante, permitieron constatar esta información.

Podemos concluir que todos los sistemas de numeración estudiados son orales, *de carácter multiplicativo-aditivo, no encontramos datos sobre la existencia del cero y no satisfacen el principio de abstracción*, en relación con los principios que caracterizan la actividad de contar o el recuento, que se tiene desde la perspectiva de las etnomatemáticas occidentales (Castro y Castro, 2001, p.134).

Consideramos que la utilización de clasificadores numerales tiene grandes implicaciones en la educación matemática y que *es pertinente desarrollar procesos pedagógicos específicos para la enseñanza del número en las escuelas indígenas, a partir de una perspectiva intercultural*. Quedará pendiente para trabajos posteriores la atención a los aspectos que son de índole pedagógico y escolar, relacionados con este componente de la cultura y que se desprenden de la presente investigación.

Hemos utilizado este acercamiento a la lingüística desde la perspectiva etnomatemática para tener herramientas para el diseño de la propuesta formativa y aprovechar la información documentada en miras a interactuar desde la alteridad cultural con los diferentes colectivos de indígenas participantes en los estudios que integran el diseño estructural compuesto de esta investigación.

O1.2.2:

El desarrollo del propósito parcial O1.2.2 está consignado en el Capítulo 6 en el cual se describe el proceso y los resultados del tercer estudio base (EB3). La información se obtuvo a través de un cuestionario aplicado in situ durante el trabajo de campo del año 2010 y se profundizó en la comprensión de los hallazgos durante el trabajo de campo del año 2011. Algunos resultados relevantes de este estudio, vinculados al propósito parcial O1.2.2 los sintetizamos a continuación.

Los maestros indígenas consultados *caracterizaron el conocimiento matemático cultural a través de ejemplos sobre aplicación de pensamiento matemático en situaciones de la vida cotidiana, rasgos culturales propios que evidencien relaciones con pensamiento matemático, rasgos culturales ajenos que evidencien relaciones con pensamiento matemático y presencia de pensamiento geométrico en el entorno cultural* con el cual desempeñan la docencia. Además realizaron un inventario general de objetos culturales con contenido matemático y eligieron de dicho inventario un 'signo cultural' representativo y digno de ser abordado desde una visión sociocultural de las matemáticas.

Las amplias listas de ejemplos obtenidas fueron tratadas a través de un análisis de contenido deductivo, con apoyo del programa MAXQDA10 y obtuvimos que *la casa cónica tradicional indígena representa el signo cultural que prevalece* en el interés de los maestros participantes como un elemento que representa a su cultura y que posee gran valor desde la perspectiva matemática. En un segundo orden, de similar importancia, se encuentran *la construcción de artesanías, el uso de clasificadores numerales, las formas de cultivo y el tratamiento de semillas, y el tejido de cestas o canastas*.

La profundización de los hallazgos a través del proceso etnográfico emergente y los fundamentos teóricos, nos condujo al diseño de un diagrama conjuntista, en el cual se integra la aplicación del conocimiento matemático cultural a través de tres tipos de caracterización del conocimiento indígena: sobre el arte, la agricultura y el mito. Y dado que el conocimiento indígena hace énfasis en un método holista (Grenier, 1999), advertimos que las expresiones culturales[2] del contenido cultural descritas en dicho diagrama se relacionan con el conocimiento matemático indígena y con uno o con varios de los tipos de conocimiento caracterizados.

El diagrama mencionado se encuentra consignado en el Capítulo 6 y muestra la organización del conocimiento matemático cultural a través del conocimiento indígena del arte, la agricultura y el mito con la vinculación de las 26 categorías deductivas que integran el inventario general de objetos culturales con contenido matemático que proporcionaron los maestros indígenas consultados.

A partir del cuerpo de resultados obtenidos en el estudio EB3, enunciamos las siguientes conclusiones relacionadas con la caracterización del conocimiento matemático cultural, a partir de la visión de los maestros indígenas consultados:

- El conocimiento matemático cultural étnico se caracteriza a través de expresiones culturales del patrimonio tangible (material e inmaterial) y el patrimonio intangible[3].
- El conocimiento matemático indígena es axiomático, pero regido a partir del conocimiento del mito. Es decir, la estructura cosmogónica les otorga las herramientas de significado para interpretar el mundo físico a partir del mundo mítico.
- El conocimiento cultural indígena se transmite por tradición oral pues se trata de culturas ágrafas, entonces los sistemas de representación de lo abstracto toman como herramientas de referencia los elementos del mundo físico.
- La organización de los significados en el conocimiento matemático cultural corresponde a una estructura compleja que involucra el conocimiento del mito.
- El aprendizaje del conocimiento matemático indígena es riguroso y secuencial, vigilado por un mayor o una persona con cargo tradicional.

Los maestros indígenas consultados caracterizan sus propias matemáticas vinculándolas con la vida cotidiana, vinculándolas con las matemática informal y no formal (Coombs, 1985, citado en Bishop, 1998, 2000), además concluyen que todas las personas utilizan pensamiento matemático y consideran que los rasgos tangibles de la cultura material indígena es una evidencia de dicha aplicación. Además toda la muestra consultada

[2] Las expresiones culturales (UNESCO, 1982) son las expresiones resultantes de la creatividad de las personas, grupos y sociedades, que poseen un contenido cultural, es decir un sentido simbólico, una dimensión artística y unos valores culturales que emanan de las identidades culturales que las expresan.

[3] Sugerimos revisar en el glosario el significado de 'patrimonio cultural tangible (mueble-inmueble) e intangible'.

afirma que *la vigencia del uso de los clasificadores numerales está implicada con el conocimiento matemático cultural*.

O1.3: INDAGAR SOBRE LA PERTINENCIA DE DISEÑAR UN PROGRAMA FORMATIVO DE PROFESORES QUE INCORPORE LA VISIÓN CULTURAL DE LAS MATEMÁTICAS.

El tercer propósito específico se alcanzó a través de cuatro propósitos parciales que fueron desarrollados en el segundo y tercer estudio base (EB2 y EB3) que integran el diseño estructural compuesto de esta investigación.

Hay tres propósitos parciales que se desarrollan con el segundo estudio base (EB2), que se realizó en el año 2009 y consistió en una consulta, a través de un cuestionario, aplicado a profesionales de educación y cultura respecto a las etnomatemáticas y la formación de profesores de Costa Rica. Los campos de interés en los que se centra el estudio EB2 son la determinación de la pertinencia, la forma y el momento para la aplicación o desarrollo de una propuesta de formación de profesores que incluya las etnomatemáticas.

O1.3.1:

El primer propósito parcial del tercer propósito específico (O1.3.1) fue indagar sobre la pertinencia de desarrollar un programa formativo que incorporara elementos del conocimiento matemático cultural de grupos étnicos costarricenses, obteniendo como dato relevante que *solamente el 73% de los informantes* que componen la muestra de este estudio *conocen al menos un rasgo cultural de algún grupo étnico de Costa Rica*.

Sin embargo, como resultados relevantes, notamos que *solamente el 20% de los profesionales consultados consideran que la formación de profesores posee espacios de reflexión sobre las relaciones entre las matemáticas y la cultural*. Además, destacamos el interés mostrado por vincular el conocimiento de los grupos étnicos con las matemáticas, pues la totalidad de profesionales consultados afirmó que en los pueblos indígenas se aplica pensamiento geométrico en la elaboración artesanal y en la arquitectura tradicional, así como en la clasificación de los objetos de acuerdo a su forma para efectuar los recuentos de cantidades (uso de clasificadores numerales).

Reconocemos que los profesionales consultados *consideran pertinente nuestra propuesta de vincular la visión sociocultural de las matemáticas en la formación de profesores y mayoritariamente prefieren que se realice en la formación universitaria de pregrado, a través de una estructura de curso obligatorio*; pero si se desarrolla durante un programa de formación permanente, prefieren que se centre en la formación en investigación que se promueva a través de talleres y seminarios.

O1.3.2:

El segundo propósito parcial del tercer propósito específico (O1.3.2) persiguió caracterizar la visión de un grupo de profesionales costarricenses sobre la relación entre

matemáticas y cultura. Se recurrió a un análisis cualitativo de contenido, en el cual se determinaron siete categorías inductivas que describen la visión de los informantes que participaron en el estudio EB2 y a partir de la integración de los hallazgos se determinaron *cuatro concepciones sobre las relaciones entre matemáticas y cultura*, vinculadas a visiones que atañen a las matemáticas formales y a las matemáticas no formales e informales (Coombs, 1985; citado en Bishop, 1998, 2000), que enunciamos seguidamente.

- La primera concepción es que '*las matemáticas dependen de la cultura*' y se integran en ella tres visiones de corte funcional o conceptual, en las cuales se considera que la cultura asigna el rol de las matemáticas dentro de ella (funcional), la cultura determina algunos contenidos matemáticos (conceptual) y las matemáticas son parte de la cultura (funcional y conceptual).
- La segunda concepción es que '*las matemáticas y la cultura son independientes*' implica una relación que es disjunta y conceptual pues en esta visión se afirma que las matemáticas están y la cultura trata de comprenderlas desde afuera.
- La tercera concepción es que '*entre las matemáticas y la cultura hay mutua dependencia*' e incluye una relación conceptual y funcional.
- La cuarta concepción es que '*la cultura depende de las matemáticas*' y en ella se integra una relación que denota lo funcional y lo conceptual.

Cabe destacar que todos los profesionales participantes en el estudio EB2 consideran que la matemática guarda relación con la cultura y desde este consenso sobresale, por encima de las otras concepciones que las matemáticas dependen de la cultura.

O1.3.3:

El tercer propósito parcial del tercer propósito específico (O1.3.3) aspiró a conocer la opinión de los profesionales consultados en el estudio EB2 *sobre la formación de profesores* aplicando aspectos culturales de las matemáticas de los grupos autóctonos costarricenses.

Los profesionales c*onsultados otorgan, a través de ejemplos una mayor importancia a los aportes de los grupos étnicos que están en vigor y que son identitarios de su pertenencia étnica, y en menor valor de frecuencia otorgan importancia a las producciones históricas*, o bien a los rasgos étnicos que forman parte de la herencia arqueológica del país. Cabe destacar que de los ejemplos mencionados en las opiniones recibidas, prevalecen los que corresponden al grupo étnico Bribri, destacando los elementos tangibles de la cultura y en segundo lugar los aspectos del conocimiento histórico ancestral.

Consideramos que los resultados del estudio EB2 aportan algunas ideas para vincular los planteamientos teóricos del Programa de Etnomatemáticas con la realidad de la Educación Matemática de Costa Rica pues, desde la perspectiva socio-política, se develan algunas de las *creencias sobre las matemáticas que tienen los profesionales costarricenses y dichas ideas están en un proceso de cambio* que ha sido promovido a través de las reformas que establecen los nuevos Programas de Estudio y la Política

Educativa vigente, que está centrada en la libertad y "en la posibilidad de que el estudiante sea capaz de construirse a sí mismo" (Garnier, 2012).

Concordamos con D'Ambrosio (2005a, 2005b, 2007, 2008), quien en el Programa de Etnomatemática propone orientar el currículo matemático hacia la creatividad, la curiosidad, la crítica y el cuestionamiento permanente, en la formación plena de ciudadanos autónomos, no al servicio de una clase dominante. Sin embargo nuestro interés se ha centrado en la formación de profesores, pues es la vía para ofrecer a los alumnos experiencias enriquecedoras que promuevan su creatividad y la adquisición de la matemática integrada en los saberes y hechos.

O1.3.4:

El cuarto propósito parcial del tercer propósito específico (O1.3.4) se desarrolló a través del tercer estudio base (EB3) y persiguió *conocer las razones por las cuales los maestros indígenas consultados consideran que es importante incorporar el conocimiento matemático cultural en el ámbito de la enseñanza*.

Los maestros indígenas que participaron en el estudio EB3 consideran que es importante aprovechar el conocimiento matemático cultural en las clases de matemáticas *pues desde este posicionamiento se abordan aspectos didácticos*, cognitivos y políticos durante el proceso de enseñanza-aprendizaje y se favorece un proceso formativo que está más vinculado con la realidad individual, social, planetaria y cósmica (D'Ambrosio, 2008).

La información que contenía los argumentos presentados por los maestros indígenas consultados fueron tratados por medio de un análisis de contenido con ayuda del programa MAXQDA10 y utilizando un proceso deductivo de categorización. Durante la integración de los hallazgos de dicho análisis se creo un diagrama de representación que explica que la aplicación del conocimiento matemático cultural en las clases de matemática *permite contextualizar la enseñanza (aspecto didáctico de la realidad social), permite aprovechar el conocimiento cultural para facilitar el aprendizaje (aspecto cognitivo de la realidad individual) y promueve el fortalecimiento y la valoración del conocimiento cultural (aspecto político de la realidad planetaria y de la realidad cósmica)*.

O1.4. SELECCIONAR ELEMENTOS DE LAS ETNOMATEMÁTICAS INDÍGENAS DE COSTA RICA PARA DISEÑAR UNA PROPUESTA DE FORMACIÓN DE PROFESORES

El cuarto propósito específico consolida el Bloque1 de esta investigación y se alcanzó a través de dos propósitos parciales que fueron desarrollados en los cuatro estudios base (EB1, EB2, EB3 y EB4) que integran el diseño estructural compuesto de esta investigación.

O1.4.1:

El primer propósito parcial del cuarto propósito específico (O1.4.1) persiguió realizar un sondeo de realidades y expectativas para orientar el diseño y la implementación del modelo formativo para maestros indígenas, y se abordó en el cuarto estudio base (EB4) que está consignado en el Capítulo 7 de este documento.

El sondeo de realidades y expectativas mencionado, se desarrolló en el año 2010 en el marco de planificación del programa del curso Didáctica de la Matemática para Contextos Multiculturales, que pertenece al Plan de Estudios de Bachillerato en I y II Ciclo con énfasis en Lengua y Cultura Cabécar, auspiciado institucionalmente por un proyecto conformado por tres universidades públicas costarricenses (Programa Interuniversitario Siwá-Pákö) y respaldado por el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Participan en dicho sondeo diez informantes con distintos perfiles (desde la perspectiva metodológica) que debatieron e intercambiaron sus percepciones, opiniones y conocimientos para respaldar el proceso de planificación del curso, así como también expusieron las situaciones que acompañan la realidad de los maestros cabécares beneficiarios de dicho curso.

La información del panel fue analizada por medio de un análisis de contenido y con ayuda del programa MAXQDA10. El proceso inductivo de análisis y la consecuente integración de los hallazgos reúnen cuatro tipos de situaciones de interés planteadas: necesidades, problemáticas, consecuencias y reflexiones.

Sobre las problemáticas, se destaca las implicaciones escolares de la mala formación profesional, respecto a las necesidades, sobresale que el plan de estudios para los futuros maestros cabécares debe ser contextualizado. Como consecuencias, los participantes del panel *plantean la necesidad de intervención de especialistas expertos en etnomatemáticas y en investigación educativa. Como parte de las reflexiones suscitadas sobresale la importancia de conocer la problemática educativa local para intervenir a través de una propuesta atinente para el grupo cultural cabécar*.

O1.4.2:

El segundo propósito parcial del cuarto propósito específico (O1.4.2) pretendió revisar los resultados de tres estudios base (EB1, EB2 y EB3) para determinar los contenidos relacionados con el conocimiento matemático cultural que son relevantes y pertinentes en el diseño del modelo formativo para maestros de entornos indígenas. El desarrollo de este objetivo está consignado en el Capítulo 7 de este documento y forma parte de la descripción del diseño del modelo del curso de etnomatemáticas para formar maestros de entornos indígenas (MOCEMEI).

En la concreción de este propósito parcial se integraron los fundamentos teóricos descritos en el Capítulo 2 y todos los fundamentos empíricos que han sido expuestos en el Capítulo 4 (EB1), Capítulo 5 (EB2) y Capítulo 6 (EB3).

Para el diseño de los recursos empleados, el modelo MOCEMEI consideró los aportes teóricos de etnomatemáticas (D'Ambrosio, 1985, 1993, 2007, 2008), formación de profesores e innovación curricular a partir de la enculturación matemática (Bishop, 1988a, 1988b, 1995, 1999) y microproyectos curriculares (Oliveras, 1996, 2005, 2006).

Los resultados del primer estudio base (EB1) ofrecieron la plataforma de conocimientos de índole antropológica, sociológica y lingüística para la etapa de diseño y para la etapa instruccional del modelo. En este estudio sobresale la cartografía sociocultural de los pueblos cabécares, la profundización sobre los sociofactos, mentifactos y artefactos desarrollada; así como el acercamiento lingüístico desde la perspectiva etnomatemática que se desarrolló, en particular para el estudio de los clasificadores numerales y las metáforas numéricas que tienen vigor en la lengua cabécar.

Los resultados del segundo estudio base (EB2) orientaron sobre la pertinencia, la forma y el momento de concretar la propuesta formativa, así como también ofrecen un panorama de las concepciones relativas a las relaciones entre matemáticas, culturas y formación de profesores.

Los resultados del tercer estudio base (EB3) permitieron conocer el inventario de objetos culturales con contenido matemático que fue desarrollado por los maestros indígenas consultados, y en particular *la submuestra constituida por maestros cabécares. De dicho inventario sobresalen como signos culturales de interés: la casa cónica (Jú-tsiní), la elaboración de canastas, la agricultura tradicional cabécar, el tejido de hamacas y el conocimiento de las prácticas rituales de curación o purificación*.

Los aspectos señalados hasta esta parte, constituyen la trayectoria desarrollada para el cumplimiento del primer propósito general (O1) y son el fundamento del segundo propósito general, cuyo tratamiento se explicará a continuación.

9.3 CONCLUSIONES Y REFLEXIONES QUE GENERA EL CUMPLIMIENTO DEL PROPÓSITO GENERAL O2

En este apartado describimos el abordaje de trece propósitos parciales que se distribuyeron en cuatro propósitos específicos, vinculados al segundo propósito general de esta investigación y que fueron enunciados en el Capítulo 1.

O2: PROPONER UN MODELO PARA LA FORMACIÓN DE PROFESORES QUE TRABAJAN EN ENTORNOS INDÍGENAS, EN EL QUE INTERVENGA EL CONOCIMIENTO DE LAS ETNOMATEMÁTICAS.

El segundo de los propósitos generales toma como referencia el 'conocimiento de las etnomatemáticas' para proponer un modelo de formación que promueva competencias de investigación y de planificación desde la pedagogía intercultural. Para realizar esta propuesta se consideran todos los resultados obtenidos a través del desarrollo del primer propósito general (O1), que fue expuesto en el apartado anterior.

El tratamiento de este segundo propósito general se consolidó a través del desarrollo de cuatro propósitos específicos en los que intervienen trece propósitos parciales de investigación.

En el diseño estructural teórico-empírico de esta investigación, que ha sido expuesto en el Capítulo 3, el segundo propósito general (O2) se aborda durante las etapas E4 y E5 que integran el Bloque2 de la secuencia del proceso investigativo y que señalamos en la siguiente figura.

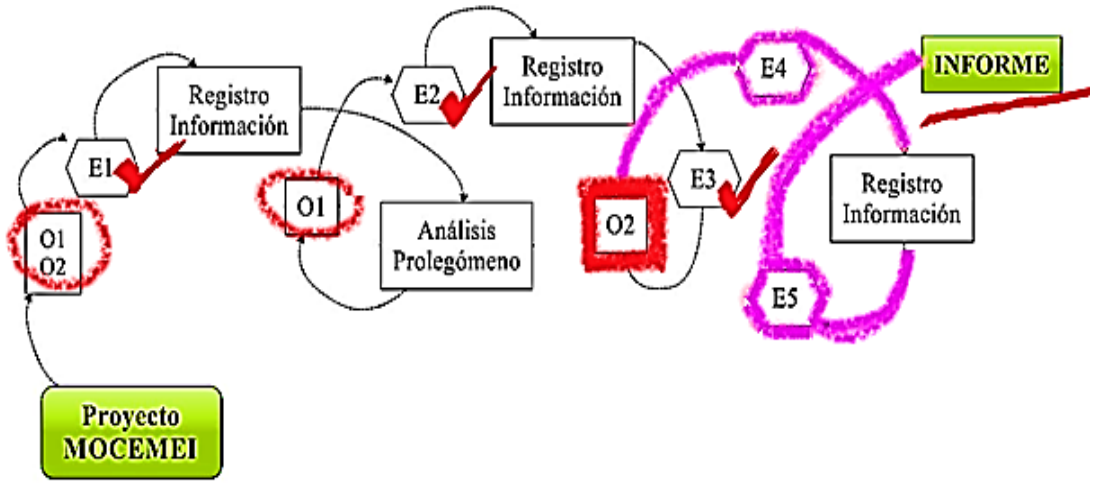


Figura 9.2. Trayectoria de la espiral de investigación para el cumplimiento de O2.

A continuación comentaremos las conclusiones obtenidas a partir de los propósitos específicos que consolidan el cumplimiento del segundo propósito general.

O2.1: DISEÑAR UNA PROPUESTA FORMATIVA EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS QUE PROMUEVA COMPETENCIAS MULTICULTURALES EN MAESTROS INDÍGENAS.

El quinto propósito específico (O2.1), corresponde a su vez al primero propósito del Bloque2 de la investigación y se alcanzó a través de siete propósitos parciales que fueron desarrollados en el Capítulo 7 de este documento.

La propuesta formativa en didáctica de las matemáticas para maestros que trabajan en entornos indígenas requirió del diseño de un conglomerado de material y recursos para su desarrollo, que estuvo sustentado en los fundamentos teóricos y empíricos del trabajo emergente que constituye esta investigación. Todo el material elaborado para el desarrollo del modelo propuesto se ha incluido dentro del bloque de Anexos E.

La propuesta de diseño del material se editó en España, durante el periodo 2010-2011, sin embargo, esta propuesta se refinó en Costa Rica, en el mes de julio del 2011, a través del trabajo colaborativo con la profesora encargada del curso Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales y a partir de la aprobación de la Comisión Interinstitucional Siwá-Pákö.

O2.1.1:

El primer propósito parcial del quinto propósito específico (O2.1.1) persiguió diseñar el material para conocer las expectativas que tienen los maestros indígenas y las profesoras formadoras y evaluadoras acerca del modelo MOCEMEI.

El material diseñado consta de dos documentos que se adjuntan como anexos. El primero de ellos es un 'consentimiento informado' (Anexo A8) y constituye el documento para la negociación de entrada al campo, que a su vez contribuye con la resolución de las condiciones éticas de la investigación. El segundo documento diseñado se trata de una 'ficha de identificación y expectativas'(Anexo E7), que como se explicó en el Capítulo 7, se aplicó tanto a los maestros indígenas en formación (FIDEX-A), como a las profesoras universitarias que participaron como observadoras y evaluadoras (FIDEX-P) durante la implementación del modelo MOCEMEI.

La ficha FIDEX-A pretendió recoger información de los maestros cabécares en formación respecto a su identidad cultural, las carencias de acceso al programa formativo, que están relacionadas con la cartografía sociocultural descrita en el Anexo F10 y en especial, las expectativas personales para el curso CEMEI. Además, la información recopilada a través de la aplicación de esta ficha permitió tomar decisiones sobre la fase instruccional, pues al menos dos de los maestros en formación tenían que cruzar ríos nadando para ir a las clases, por lo tanto se requirió ajustar el material y el desarrollo de la propuesta formativa en una opción semipresencial y guardar el material que generaban los maestros en formación en el recinto universitario. La expectativa común que manifestaron los maestros indígenas coincide en el deseo por aprender

nuevos conocimientos y estrategias didácticas que les permitan desarrollar la docencia a través de recursos contextualizados.

La ficha FIDEX-P nos permitió recopilar información sobre la experiencia profesional de las profesoras formadoras que participaron como observadoras y evaluadoras del modelo MOCEMEI. Las tres profesoras, además de la ficha FIDEX-P, proporcionaron su Currículo Vitae (Anexo D2) y manifestaron como expectativa común aprender, a través de la observación del proceso formativo vivenciado, nueva experiencias profesionales y de trabajo colaborativo para sus futuras experiencias en el futuro.

O2.1.2:

El segundo propósito parcial del quinto propósito específico (O2.1.2) aspiró a *diseñar un instrumento de registro observacional* para regular la recogida de información por parte de dos profesoras universitarias que observaron la implementación del modelo MOCEMEI.

Dicho documento está consignado en el Anexo A12 y constituye una herramienta para la concreción del propósito específico O2.3, pues permite cotejar o comparar las facetas de actuación de la investigadora en su rol como formadora, las actuaciones de los maestros indígenas y la metodología desarrollada, en la realidad de la implementación, con respecto a los planteamientos del modelo propuesto.

Para el diseño de dicho material se consideraron las propias expectativas de la investigadora para su faceta instruccional y de acuerdo a la propuesta en didáctica de la matemática para profesores indígenas que estaba gestándose, se desarrolló en paralelo una estructura de 'hechos posibles', que posteriormente constituyeron este instrumento evaluativo de registro observacional.

O2.1.3:

El tercer propósito parcial del quinto propósito específico (O2.1.3) se concentró en *diseñar un material que permitiera confirmar la vigencia del conocimiento matemático cultural* que había sido recopilado a través de los estudios base EB1, EB2 y EB3. Este propósito se concretó por medio del diseño de los recursos para la primera sesión del CEMEI, cuyas *fichas facilitaron la identificación de etnomatemáticas cabécares* por parte de los maestros indígenas en formación.

Con del diseño del material de la primera sesión, se *promovió la competencia intercultural de los maestros, al inducir y conducir actividades tendientes a observar elementos cotidianos y ancestrales desde una perspectiva matemática y reconocer relaciones entre objetos culturales (tangibles e intangibles) con contenido simbólico, cognitivo o conductual, vinculado a las matemáticas. De la misma forma, el diseño del trabajo a distancia (FTD1) también condujo a la concreción del propósito O2.1.3, pues se propuso promover la formación en investigación en su propia acción (Oliveras, 1996)* y de indagador de su grupo étnico a través de la interacción social en las

comunidades indígenas para determinar conocimiento matemático implícito en la cultura cabécar.

Para el diseño de estos materiales se recurrió a trabajos precedentes de la investigadora (Gavarrete y Vásquez, 2005; Gavarrete, Bolaños, Bengoechea y Oliveras, 2009; Bengoechea, Gavarrete y Oliveras, 2010), así como a las ideas de los fundamentos teóricos desarrollados en el Capítulo 2 sobre la noción de etnomatemáticas (D'Ambrosio, 2008; Oliveras, 2000b) y el Programa de Etnomatemáticas (D'Ambrosio, 1985, 2007, 2008), las matemáticas orales, oprimidas, escondidas o congeladas (Gerdes, 1985, 1986, 1991, 1996). Asimismo, se recurrió a los resultados del estudio EB1 para hablar sobre los aspectos lingüísticos (Margery, 2004) y a los resultados del estudio EB2 para describir los rasgos culturales identificados con contenido matemático en producciones históricas y en el conocimiento vigente, tanto de los pueblos indígenas como de las microculturas de gremios (Oliveras, 1996), con ejemplos de prácticas agrícolas o artesanales.

O2.1.4:

El cuarto propósito parcial del quinto propósito específico (O2.1.4) está vinculado al propósito anterior y se centra en *diseñar el material que permita recopilar ejemplos del conocimiento matemático cultural* que identifican los maestros cabécares vinculados con prácticas y actividades matemáticas universales.

La concreción de dicho propósito se materializó en el diseño de los recursos para la segunda sesión del CEMEI, cuyas *fichas facilitaron la caracterización de las etnomatemáticas cabécares* a partir de ejemplos dados por los maestros indígenas en formación, que se obtienen como resultado de la instrucción recibida durante la primera sesión.

El diseño del trabajo a distancia (FTD2) contiene una propuesta de investigación etnográfica para ser desarrollada por los maestros cabécares en la cual deben identificar y describir prácticas o actividades matemáticas con contenido matemático cultural. Los fundamentos teóricos que sobresalen en el diseño de este material se centran en la comprensión de las seis actividades matemáticas universales propuestas por Bishop (1988a, 1988b, 1999, 2000), la noción social de prácticas matemáticas desarrollada por D'Ambrosio (2007, 2008) y la taxonomía empleada por Huxley (1955) en el modelo atómico de cultura, que distingue artefactos, mentifactos y sociofactos.

O2.1.5:

El quinto propósito parcial del quinto propósito específico (O2.1.5) pretendió diseñar el material que permita *conocer las vías de trascendencia* que eligen los maestros indígenas en formación, *para promover un proceso de enculturación matemática* a través del *diseño de actividades escolares* que impliquen etnomatemáticas cabécares.

El diseño de los recursos para la segunda sesión contempló también la exposición de la noción de enculturación (Bishop, 1995, 1999, 2000), así como la distinción entre

las facetas de instrucción y enculturación que propone Oliveras (comunicación oral, 2011), ambos aspectos teóricos pretenden promover reflexiones en los maestros en formación sobre las dimensiones planteadas en el Programa de Etnomatemáticas (D'Ambrosio, 2008) y que están integradas en los principios para la enseñanza a través de la enculturación profesional (Bishop, 2000; Oliveras, 2005).

O2.1.6:

El sexto propósito parcial del quinto propósito específico (O2.1.6) aspiró diseñar el material que permita *conocer los argumentos que utilizan los maestros indígenas* en formación para la selección del signo cultural representativo de su cultura cabécar.

El propósito O2.1.6 es complementario al propósito O1.2.2, pues el material diseñado pretende retomar el inventario general de objetos culturales con contenido matemático que se desarrolló durante el año 2010, para constatar los elementos de la submuestra cabécar en el año 2011. Además, se pretendió propiciar en los maestros en formación la consumación del proceso instruccional desarrollado a través de una propuesta pedagógica intercultural que vincule el conocimiento matemático cultural.

Para la concreción de dicho propósito se diseñaron las *fichas de la tercera sesión* del CEMEI, cuya estructura básica induce a la interacción y a la discusión grupal como elemento formativo y de reflexión. En particular el trabajo a distancia de la tercera sesión (FTD3) puntualiza en conseguir las justificaciones de los maestros cabécares sobre la selección de un signo cultural digno de abordar desde la perspectiva etnomatemática.

O2.1.7:

El séptimo propósito parcial del quinto propósito específico (O2.1.7) fue *diseñar la guía para elaborar microproyectos curriculares basados en etnomatemáticas cabécares* que permita verificar las posibilidades prácticas del modelo de formación para maestros de entornos indígenas.

A partir de los resultados del estudio EB2 se propuso que el microproyecto acerca de las etnomatemáticas cabécares fuera desarrollado de manera transversal durante el curso Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales y se propuso como fundamentos teóricos la noción de microproyectos curriculares desde la perspectiva intercultural (Bishop, 1995; Oliveras, 2005, 2006), las habilidades matemáticas (Bishop, 2000) y el desarrollo de valores asociados a la visión sociocultural de las matemáticas (Bishop, 1988b, 1999).

Además, para la concreción de dicho propósito se desarrolló un documento para facilitar a los maestros en formación el informe escrito sobre la planificación y desarrollo del microproyecto.

O2.2: IMPLEMENTAR LA PROPUESTA ELABORADA CON PROFESORES EN FORMACIÓN INICIAL DEL GRUPO ÉTNICO CABÉCAR.

El sexto propósito específico (O2.2) se desarrolló través de dos propósitos parciales que se concretaron a partir del diseño explicado el Capítulo 7 y cuya implementación se describe en el Capítulo 8 de este documento.

O2.2.1:

El primer propósito parcial del sexto propósito específico (O2.2.1) consistió en conocer las posibilidades prácticas del modelo de formación en etnomatemáticas para maestros de entornos indígenas a través de la aplicación de la técnica del portafolio.

En nuestra propuesta formativa se tratan de promover competencias interculturales, de planificación e investigación, considerando que una planificación vigilada del proceso didáctico permite seleccionar y priorizar los significados de los conceptos matemáticos, a partir de las expectativas de aprendizaje (Rico et al, 2008) y el proceso formativo de cada maestro como enculturador implica una serie de acciones que le permiten fundamentar teórica y empíricamente la creación de recursos contextualizados.

El modelo que proponemos sigue la línea del modelo MED de formación de profesores (Oliveras, 1996), pues propone conducir al maestro en la generación de dominios de experiencias matemáticas y didácticas, que formen parte del grupo de conocimientos compartidos (D'Ambrosio, 2008), y que al interactuar en la realidad social y cultural, pueda reconstruir los significados matemáticos y didácticos para adaptarlos al conocimiento matemático cultural de su grupo étnico y aplicarlos en la práctica docente en el entorno escolar.

En el modelo propuesto se propone la utilización del portafolio como una técnica didáctica o como un instrumento evaluador (Lyons, 1999; Klenowski, 2004; Shores y Grace, 1998), es decir que la aplicación de la técnica del portafolio favorece la conciencia y la autogestión del propio conocimiento de los maestros indígenas en formación y, además permite consignar la información de manera conjunta, agrupando las manifestaciones de los maestros cabécares en relación con los contenidos desarrollados durante la implementación del MOCEMEI.

Las posibilidades prácticas del modelo se constataron a través de la revisión de la totalidad de los portafolios elaborados por los maestros indígenas. Todos los maestros en formación cumplimentaron su portafolio, pues las profesoras responsables y encargadas del curso Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales (en el cual se inserta el CEMEI) consensuaron con la investigadora otorgar a la técnica del portafolio un valor del 40% de la calificación total del curso. La revisión realizada a los portafolios permitió seleccionar cinco de ellos para realizar un estudio de casos a través de un análisis cualitativo de contenido, con el cual se facilita la evaluación de la propuesta formativa.

En el portafolio se consignaron las fichas de los trabajos presenciales y no presenciales, así como también el material teórico del curso y el avance transversal del proyecto final de evaluación que consistió en el desarrollo de un microproyecto curricular basado en las etnomatemáticas cabécares.

O2.2.2:

El segundo propósito parcial del sexto propósito específico (O2.2.2) estuvo dedicado a constatar las competencias promovidas con la aplicación del modelo formativo, a través del análisis de los microproyectos curriculares basados en etnomatemáticas cabécares.

Durante la revisión de los portafolios para la selección del estudio de casos, se pudo constatar que los maestros cabécares incorporaron el anteproyecto del trabajo final, como resultado del tercer trabajo a distancia (FTD3) y a partir de la cuarta sesión consignaron anotaciones, reportes de entrevistas y fotografías, como elementos que comprobaran sus avances en el desarrollo del microproyecto. Es decir, que el microproyecto se desarrolló de manera transversal durante el periodo formativo.

Dentro de los signos culturales elegidos por los maestros cabécares para realizar su microproyecto, se destaca la casa cónica tradicional (Jú-tsiní), que fue elegida por cinco maestros en formación, mientras que tres de ellos eligieron la elaboración de canastas y tres más eligieron el tejido de mochilas y hamacas; además: la agricultura tradicional cabécar, el recorte de un guacal, la elaboración de la cerbatana y el conocimiento de las prácticas rituales de curación o purificación fueron microproyectos originales.

La selección de los signos culturales expuestos anteriormente guarda coherencia con los resultados del propósito parcial O2.1.6, que a su vez tiene vinculación con el propósito parcial O1.2.2.

En el Capítulo 8 se describen con detalle cinco microproyectos. Tres de ellos están referidos a la aplicación del conocimiento matemático cultural en los tejidos tradicionales de: mochilas (CAF), canastos (CMZ), hamacas (CDF), siendo éste último el que ofrece mayores detalles de la implementación en el entorno escolar indígena, a través de los segmentos de producciones escritas elaboradas por el maestro en sus informes; además de manifestar sus reflexiones sobre lo valioso que le resulta el proceso de formación como investigador del propio proceso de enculturación (Oliveras, 1995, 1996).

Por otra parte, se destaca un estudio de las matemáticas implícitas durante las prácticas curativas o de purificación (CGV), del cual resaltamos las imágenes fotográficas facilitadas por el maestro, que permiten constatar visualmente el impacto en el aprendizaje significativo de los estudiantes; además, este caso se destaca por los comentarios expresados por el maestro sobre su proceso autoformativo, que vinculamos con la dimensión cognitiva y educativa de las etnomatemáticas (D'Ambrosio, 2007, 2008), así como con los valores que promueve la visión sociocultural de las matemáticas (Bishop, 1988b, 1999).

El quinto caso seleccionado aborda la implicación del conocimiento matemático cultural en las prácticas agrícolas de las comunidades cabécares (CRS), en el cual se distinguen distintas estrategias, algoritmos y prácticas rituales que están implicadas en la agricultura tradicional; y este caso en particular sobresale por su discurso relacionado con la dimensión política de las etnomatemáticas.

A pesar de que todos los maestros indígenas en formación realizaron la fase de investigación y enculturación a través del signo cultural elegido, así como la planificación de la unidad didáctica para desarrollar el microproyecto en el aula, fueron pocos de ellos los que manifiestan haber aplicado dicha planificación en la escuela indígena, declarando resultados muy favorables en la actitud del estudiantado, que se mostró motivado y receptivo ante el desarrollo de la secuencia didáctica implementada a partir del signo cultural. Otros maestros indígenas en formación afirmaron la poca cantidad de tiempo con la que contaron para realizar el proceso de enculturación a través del microproyecto.

O2.3: EVALUAR LA PROPUESTA FORMATIVA MEDIANTE EL ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN RECOPILADA DURANTE LA IMPLEMENTACIÓN.

La concreción del séptimo propósito específico (O2.3) se expone en el Capítulo 8 de este documento y se desarrolló través de dos propósitos parciales, que constituyen las dos fases de análisis de la información del estudio fundante (EF).

La dimensión del análisis fue común en las dos fases y responde coherentemente al propósito específico O2.3, pues consistió en evaluar la propuesta formativa para maestros indígenas cabécares que incorpora las etnomatemáticas, la enculturación y los microproyectos para la educación intercultural (DA-EF). Luego, cada una de las fases tuvo unos focos de análisis particulares, pero asociados a la dimensión anteriormente declarada.

La descripción de la implementación del modelo MOCEMEI se integra en el análisis de contenido, de modo que la información recopilada es dividida según las fuentes. Es decir, de acuerdo al rol de participantes durante el estudio. Así, la primera fase de la evaluación se consigue a través del análisis descriptivo de contenido de la información suministrada por las profesoras observadoras-evaluadoras y la segunda fase de la evaluación se obtiene a través de un estudio de cinco casos que se desarrolla a partir de un análisis de contenido descriptivo-interpretativo de las producciones escritas consignadas en los portafolios de los maestros indígenas en formación. Cada una de estas fases de evaluación describe el tratamiento de un propósito parcial del propósito específico O2.3 y cuyos alcances exponemos a continuación.

O2.3.1:

El primer propósito parcial del sétimo propósito específico (O2.3.1) consistió en analizar la información de los reportes escritos de observación, suministrados por las

profesoras universitarias implicadas en el estudio EF, para facilitar la evaluación de la propuesta formativa.

Dado que el análisis pretendió revelar los detalles de lo acontecido durante cada sesión presencial, se consideraron tres focos de análisis: situaciones y contexto (S-C), acciones de sujetos con distinto rol (A-S) e interacciones de sujetos con distinto rol (A-S). La descripción realizada procura ser coherente con el diseño expuesto en el Capítulo 7, mostrado los resultados de cada sesión del curso CEMEI.

Todos los participantes tuvieron un código asignado de acuerdo a su rol, para facilitar el tratamiento de la información, que fue separada, en primer lugar, de acuerdo a la cronología de las sesiones, y en segundo lugar, de acuerdo a cada foco de análisis. Posteriormente se realizó un análisis de contenido en el que se consideró un sistema inferencial de categorías inductivas para los focos S-C y A-S; además de un sistema mixto de categorización (Cabrera, 2009) para el análisis de contenido del foco I-S.

La integración de los hallazgos nos permitió constatar que en el foco de análisis 'situaciones y contexto' sobresale que el tiempo fue escaso para desarrollar las actividades planificadas en el diseño expuesto en el Capítulo 7, con lo cual se condujo a los maestros en formación a exponer oralmente sus aportaciones, y esto promovió el aprendizaje por tradición oral, que es la forma más común de aprendizaje de los indígenas cabécares.

El foco de análisis de las 'acciones de sujetos con distinto rol' permitió constatar el cumplimiento de los objetivos instruccionales propuestos en el diseño del MOCEMEI, así como también se constata la promoción del trabajo colaborativo entre los sujetos implicados.

La alteridad cultural desarrollada por la investigadora a través de su autoformación metacognitiva sobre el conocimiento matemático cultural cabécar, contribuyó en la fluidez de la comunicación con los maestros en formación durante la faceta instruccional y esto impactó en las reflexiones de las otras profesoras formadoras sobre la importancia de desarrollar una didáctica intercultural de las matemáticas.

El resultado más relevante del foco de análisis vinculado a las 'interacciones de sujetos con distinto rol' radica en el empoderamiento de los maestros cabécares en formación, a partir de los conocimientos adquiridos sobre etnomatemáticas, así como en su faceta como investigadores y enculturadores durante la práctica docente.

En general, se rescata que la inclusión del conocimiento relacionado con etnomatemáticas cabécares en la formación de los maestros indígenas contribuyó en su desenvolvimiento profesional, en torno a la idea del maestro-investigador etnomatemático, es decir, que desarrollaron aptitudes para investigar las prácticas matemáticas vinculadas a su cultura, con lo cual adquirieron herramientas para proponer una contextualización curricular, que contiene una visión transdisciplinar del

conocimiento y una reflexión sobre el papel sociocultural de las matemáticas en la construcción del conocimiento en el entorno escolar indígena.

O2.3.2:

El segundo propósito parcial del sétimo propósito específico (O2.3.2) persiguió analizar la información de las producciones escritas consignadas en el portafolio de cinco maestros indígenas en formación implicados en el estudio EF, para facilitar la evaluación de la propuesta formativa.

Los resultados de la primera fase de análisis, que corresponden a la concreción del propósito parcial (O2.3.1), sirven como base para la segunda fase de análisis. Pues con el estudio de casos, que hemos desarrollado en el Capítulo 8, se identifican evidencias en las producciones escritas para comprobar indicios de competencias de planificación docente e investigación promovidas desde una visión intercultural de las matemáticas.

En esta investigación hemos expuesto y promovido una visión de la etnomatemática como campo de investigación enfocado en los sistemas locales de conocimiento matemático, concretando los aspectos que constituyen el conocimiento matemático cultural cabécar.

De manera más concreta, se ha tratado implícitamente de proyectar un currículo basado en los principios de la materacia, tecnocracia y literacia (D'Ambrosio, 2007, 2008). Es decir, se ha promovido la capacidad para interpretar y determinar relaciones entre conocimientos cotidianos de la cultura cabécar, explicitando las abstracciones que realizan a partir de la realidad, poniendo de manifiesto la importancia del conocimiento matemático vinculado al conocimiento axiomático del mito.

Además, se ha dado valor a las metáforas numéricas y a los simbolismos implicados en la comprensión simbólica de los significados de la realidad concreta, vinculada con la realidad cosmogónica. Y a pesar de que las habilidades de lectoescritura no fueron promovidas ampliamente, si se desarrollaron facultades comunicativas para el procesamiento de información a través de la tradición oral.

Del estudio de casos realizado, nos interesa señalar explícitamente las etnomatemáticas que cada uno de los maestros en formación ha reconocido en las prácticas culturales cabécares.

Desde esta óptica, resaltamos que el caso CAF otorga importancia a las historias míticas como verdades cargadas de simbolismos, reconociendo a la vez la presencia de etnomatemáticas cabécares en las prácticas agrícolas y en la construcción de las casas tradicionales, coincidiendo con el caso CMZ, quien reconoce actividades matemáticas universales, desde la perspectiva de Bishop (1988a, 1999) en la construcción de la casa cónica y cósmica de la cultura cabécar.

Además, el caso CMZ caracteriza las etnomatemáticas cabécares en las prácticas sociales vinculadas al intercambio de productos, pues en su comunidad prevalece la

agricultura de autoconsumo, con lo cual el 'trueque' consolida una actividad matemática cultural vigente, que implica conocimiento matemático cultural, para la sobrevivencia y también para la trascendencia.

La vigencia del uso de clasificadores numerales y su importancia como característica peculiar de la cultura cabécar desde la perspectiva de las etnomatemáticas, es señalada por el caso CDF, pues enfatiza en el contacto directo que se experimenta con el entorno y cómo este contacto hace que prevalezcan las metáforas numéricas y un colectivo de signos y símbolos asociados las disposiciones lingüísticas que son propias del grupo étnico.

Por su parte, el caso CGV se destaca por exponer un discurso vinculado con la visión cíclica de la realidad (D'Ambrosio, 2008) en el cual otorga una importancia relevante al conocimiento axiomático del mito, pues a través del conocimiento de la cosmovisión cabécar y de la tradición mítica es que se organiza la transmisión transgeneracional de las significaciones, por medio de prácticas socioculturales que identifica como prácticas matemáticas y un ejemplo concreto es el microproyecto desarrollado, que radica en las etnomatemáticas de las prácticas de curación o purificación desde la tradición ancestral cabécar.

El quinto caso analizado es el caso CRS quien de manera transversal muestra la vinculación del conocimiento matemático cultural con las prácticas sociales cabécares para la subsistencia, como por ejemplo la 'actividad de la seca del río' y la agricultura tradicional.

Podemos afirmar que las competencias multiculturales fueron promovidas en los maestros cabécares en formación a través del desarrollo del modelo MOCEMEI, pues existen evidencias del desarrollo de un proceso de investigación de cada docente sobre su propio proceso de enculturación, que luego sirvió como herramienta para el diseño contextualizado de nuevas estrategias pedagógicas que respeten el conocimiento matemático cultural del grupo étnico.

O2.4: PROPONER UN PROGRAMA ESTABLE DE FORMACIÓN DE PROFESORES QUE CONSIDERE LAS ETNOMATEMÁTICAS COMO FUNDAMENTO TEÓRICO PRIMORDIAL

El octavo propósito específico (O2.4) toma como referencia las conclusiones expuestas hasta ahora, relacionadas con los anteriores propósitos específicos y se concreta a través de dos propósitos parciales que se desarrollarán más adelante en este mismo capítulo.

O2.4.1:

El primer propósito parcial del octavo propósito específico (O2.4.1) persigue reconocer los aspectos epistemológicos, teóricos y axiológicos a considerar en una propuesta estable de formación en etnomatemáticas para maestros de entornos indígenas.

A través de las reflexiones que ha generado esta investigación, podemos afirmar que los trabajos vinculados al conocimiento indígena requieren un esfuerzo formativo de quien los realiza, para comprender la visión holística del conocimiento (que impera) y promover un diálogo simétrico en pos de la alteridad cultural. Estos esfuerzos trascienden a nivel didáctico a partir de una planificación alternativa del 'acto de educar', en la cual se deben integrar armoniosamente los planteamientos del currículum nacional con la visión sociocultural y los múltiples factores que intervienen en la formación escolar dentro de los territorios indígenas.

La calidad educativa de un país como Costa Rica no puede pensarse desde la homogeneidad, por lo tanto, en esta investigación mostramos "una" posibilidad de accionar en pos de la interculturalidad desde las etnomatemáticas; considerando la formación de profesores como un canal que promueva un cambio social en un país de muchas identidades producto de su diversidad sociocultural.

Las visiones epistemológicas para un abordaje posible pueden ser muchas. En esta tesis hemos optado por el paradigma interpretativo-relativista y hemos valorado las reflexiones y aportes que otros investigadores (Rohrer, 2010, Sebastiani Ferreira, 2004) han desarrollado por vincular las ideas de Tomas Kuhn con las propuestas dentro del Programa de Etnomatemáticas fundado por D'Ambrosio (1985); desde este paradigma se acepta la subjetividad, la afectividad y se reconoce el peso de las estructuras simbólicas de la realidad sociocultural.

Sin embargo caben otras posibilidades epistemológicas y una de ellas puede ser desde la perspectiva del paradigma emergente, también denominado de la complejidad (Morin, Ciurana y Motta, 2002; citados en Aneas, 2010) o ecosistémico (Torre y Moraes, 2005; citados en Aneas, 2010), que suponen una opción ideológica orientadora de los valores, el pensamiento y la acción, aportando nuevas maneras de investigar, conocer y actuar en la realidad, complementando las ideas planteadas por D'Ambrosio (2007, 2008), pero a la vez desde una visión transdisciplinar de la educación intercultural, pues se estudian los sistemas psicológicos y sociales. Desde esta perspectiva epistemológica se podría tratar de resolver los conflictos políticos implicados en las propuestas interculturales, identificando los rasgos positivos de las sociedades indígenas, otorgándoles valía, a pesar del modelo social dominante.

Dentro de las posturas teóricas, consideramos que el Programa de Etnomatemáticas es demasiado amplio y ofrece muchas posibilidades de posicionamiento. En este trabajo, hemos tratado de plasmar las relaciones entre cultura, aprendizaje y desarrollo de las matemáticas situadas en los contextos indígenas de Costa Rica, a través de los estudios base y del desarrollo, implementación y evaluación del modelo formativo MOCEMEI.

Sin embargo, este estudio ha sido muy amplio y ha considerado diversidad de fuentes de carácter antropológico, sociológico, lingüístico, educativo y didáctico-matemático; por lo que consideramos que se puede profundizar de manera más concreta

en una sola dirección, delimitando teóricamente a partir de visiones que pueden enriquecer las ideas expuestas y a partir de un solo objeto de estudio.

El enfoque cultural de la educación matemática desarrollado por Bishop (1988a, 1988b, 1999, 2000) nos ofrece muchas posibilidades de actuación que se complementan con las ideas desarrolladas por D'Ambrosio (2007, 2008).

En la perspectiva antropológica se podría profundizar a partir de la interpretación simbólica de la cultura planteado por Geertz (1994, 1996), complementándola con las ideas sobre el significado y la verdad (Russell, 2003) y el sentido práctico de las ideas sobre el capital simbólico (Bourdieu, 1991, 2008).

Consideramos que las articulaciones de la etnomatemática en la matemática escolar podrían complementarse a través de múltiples matices. Uno de ellos, que vincula tanto la educación primaria, como la secundaria es la teoría antropológica de lo didáctico (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997; Bosch et al, 2006).

Además, declaramos como hecho, que el modelo MOCEMEI se planificó desde una perspectiva socioconstructivista y pretendió el aprendizaje por proyectos, pero en el momento de la implementación algunos aspectos importantes que resultaron del estudio EB4 (Capítulo 7), como las condiciones rurales y adversas de los maestros participantes y la estructura semipresencial del programa, condujeron que el desarrollo de la planificación tuviera matices de educación programada (Velázquez, 2000; Orton, 1998), pues se concretó un aprendizaje por etapas, conducido por la autora del programa a través de las fichas de cada sesión presencial y a distancia, con objetivos instruccionales específicos en los cuales cada uno de los maestros y las profesoras formadoras implicadas pudieron observar el progreso alcanzado en cada etapa, brindando facilidades para proporcionar el fomento del autoaprendizaje a distancia.

La propuesta de formación que hemos promovido a través de microproyectos, está fundamentada en los planteamientos de Bishop (1995, 1999) y Oliveras (1995a, 1995b, 1999, 2000d, 2004, 2005, 2006), proponiendo el abordaje investigativo de un 'signo cultural' con potencialidades matemáticas que previamente hemos indagado (Capítulos 4, 5 y 6), que plantea una integración coherente del currículo (Oliveras, 2006) y que permite la participación del grupo, alienta el uso de distintos materiales y fomenta niveles de reflexión profesional (Bishop, 1995, 1999) relacionados con la valorización del conocimiento indígena y las implicaciones éticas de la investigación durante el proceso de enculturación.

La visión axiológica implica considerar que la educación multicultural se nutre de la noción de que es perfectamente posible, deseable y provechoso, un mutuo enriquecimiento y contribución entre las referidas culturas funcionales instrumentales y de todo tipo, para la creación de un producto terminal cada vez más integral y pleno, independientemente de la rama del conocimiento de que se trate.

Desde un punto de vista socio-educativo, los valores son considerados referentes o pautas que orientan el comportamiento humano, éstos, son guías que dan determinada orientación a la conducta y al comportamiento de cada individuo y de cada grupo social, son las personas quienes les otorgan un determinado valor, dependiendo del agrado o desagrado que producen, con tendencia a la subjetividad en este caso.

Los desafíos planteados por la UNESCO (2012) plantean la cohesión social a través de la educación en valores, y ante tal planteamiento se requieren propuestas integrales e integradas de formación profesional que promuevan conocimientos y habilidades, pero también convicciones, sentimientos y valores éticos de respeto y tolerancia por la diversidad de la realidad social y planetaria. Creemos que implementar la investigación como un componente de la formación profesional puede ser un medio adecuado para promover los valores mencionados.

A partir del trabajo desarrollado en esta investigación quedan muchas líneas abiertas de trabajo, que abordaremos más adelante. La investigación presentada es una posibilidad de propuesta estable, que está fundamentada empírica y teóricamente desde nuestro posicionamiento ideológico, en el cual planteamos una propuesta de formación de profesores a través de las etnomatemáticas, que promueva la consolidación de vínculos entre las culturas, en pos de la convivencia tolerante, donde el uso crítico y reflexivo de la matemática, tanto en su rol funcional como cognitivo promueva la justicia social.

O2.4.2:

En el segundo propósito parcial del octavo propósito específico (O2.4.2) se pretende sugerir los aspectos metodológicos (de investigación e instrucción) necesarios para una propuesta estable de formación en etnomatemáticas para maestros de entornos indígenas de Costa Rica.

Planteamos que la investigación debe ser un elemento integral de la formación pues para la comprensión de las diversidades desde la perspectiva matemática se requiere abordar aspectos históricos, antropológicos, educativos y de la cotidianeidad, como lo plantea el Programa de Etnomatemáticas (D'Ambrosio, 2007, 2008, Skovsmose y Vithal, 1997) como campo de investigación focalizado en los aspectos locales del conocimiento matemático.

Una de las posibilidades de actuación es el modelo propuesto MOCEMEI, que se inspiró en el modelo MED planteado por Oliveras (1996), donde se promueve formar al docente como un investigador de su propio proceso de enculturación, pues la investigación sobre las ideas que subyacen en las prácticas de sus propias culturas, a través del estudio de las diversidades culturales, étnicas y lingüísticas les proporcionan herramientas para conducir la enseñanza a partir de los hallazgos y contribuir con un entendimiento mutuo y el respeto por la valía del propio conocimiento matemático cultural, dando mérito a sus propios saberes y propiciando actividades contextualizadas con tareas que integren las etnomatemáticas occidentales y los resultados del proceso de

enculturación y orientándolos a una propuesta curricular donde los materiales de enseñanza estén situados en una estructura epistemológica que relacione los contextos locales, nacionales e internacionales y propicie nuevas vías en el aprendizaje significativo en los estudiantes.

La propuesta de instrucción desarrollada planteada en el Capitulo 7 para el desarrollo del modelo MOCEMEI, requiere difusión para que la estructura macroeducativa permita sobre todo resolver el problema de la carencia de tiempo para su adecuado desarrollo, tanto durante la formación profesional, como durante la experiencia de acción pedagógica en el entorno escolar. Consideramos que dentro de la propuesta formativa el acompañamiento a los docentes debe ser continuo y pensado a largo plazo para poder determinar su impacto.

La implementación del portafolio motivó la reflexión de los maestros indígenas en formación, pues en las producciones escritas manifestaron declaraciones acerca de sus creencias sobre la visión sociocultural de las matemáticas, sobre las etnomatemáticas cabécares, sobre su proceso de formación como enculturadores y sobre las implicaciones de su proceso formativo en la enseñanza. Además el portafolio permitió que los maestros indígenas apreciaran sus habilidades de escritura y gestionaran una autoevaluación transversal, manifestando también sus expectativas y concretando sus aspiraciones en el ámbito de investigación.

Desde la perspectiva de este estudio, el portafolio constituye una valiosa herramienta (Lyons, 1999; Klenowski, 2004; Shores y Grace, 1998) que permitió constatar a través de pruebas fehacientes el desarrollo progresivo de las competencias profesionales promovidas por el modelo MOCEMEI y las diferencias de niveles alcanzados en los propósitos instruccionales planteados. Sin embargo, una desventaja experimentada fue la incapacidad para evaluar la fiabilidad de la información consignada y la escasa revisión transversal durante la evaluación del portafolio.

Los elementos que aportamos con este investigación no pretenden ser exhaustivos ni definitivos, pues este es un estudio pionero que requiere de un seguimiento que permita resultados más profundos, sobre las etnomatemáticas indígenas, sobre los enigmas que confiere el estudio del lenguaje desde la visión etnomatemática y sobre los significados asociados al conocimiento del mito en la estructura cosmogónica indígena, que describe otra lógica de comprensión de la realidad.

Es necesario e importante definir el impacto de los estudios etnomatemáticos y sus relaciones con la matemática escolar, pues como lo apuntan Rowlands y Carson (2002) la primera no puede sustituir a la segunda, pero puede enriquecerla tal y como lo ha hecho con la epistemología y la historia de las matemáticas (D'Ambrosio, 2007, 2008). Es por esto que, como se mostró en el Capítulo 1, emergen trabajos de investigación que postulan las etnomatemáticas como un programa que favorece la perspectiva didáctica de la disciplina, propiciando el valor del carácter situado y cultural del conocimiento, que está estrechamente vinculado con los saberes locales y la cosmovisión cultural. Una

muestra de lo anterior es la evolución que ha tenido este programa desde su primera aparición en el año 1985 y que desde el año 2008 hasta la actualidad ha congregado especialistas en el ICME que discuten el Rol de la Etnomatemática en la Educación Matemática.

9.4 CONCLUSIONES SOBRE EL DISEÑO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN

Consideramos que el diseño metodológico compuesto otorga coherencia y orden a esta investigación desarrollada desde el enfoque interpretativo-etnográfico, pues permite comprender la secuencia estructural de diferentes estudios que satisfacen el diseño emergente de la misma.

La investigación posee unos fundamentos metodológicos comunes, que se descentralizan en cada uno de los estudios que conforman el diseño estructural. Obteniendo como consecuencia, que algunos estudios tienen como fundamento empírico los resultados de otro estudio precedente.

La adaptación del modelo espiral en la investigación etnográfica de Sandín (2003) permitió mostrar gráficamente la conducción de la investigación, el avance de la misma con respecto a la estructura y el abordaje de los propósitos generales relacionados con el doble objeto de estudio, dando lugar a la valoración de la etnografía como método (Angrosino, 2012; Tójar, 2006) y también como producto (Aguirre, 1995; Geertz, 1994).

La definición de los distintos roles de la investigadora, a partir de la revisión teórica (Hammersley y Atkinson, 1994; Martínez, 2007; Rockwell, 2008; Goetz y LeCompte, 1988; Wolcott, 2003; Woods, 1987), permitió tener una visión objetiva de los alcances pretendidos y los hallazgos obtenidos con respecto a los distintos estudios, otorgándole la importancia correspondiente al interaccionismo simbólico (Angrosino, 2012; Latorre, del Rincón y Arnal, 2003; Cohen Manion y Morrison, 2011; Woods, 1998) y a la etnometodología (Angrosino, 2012 y Latorre et al., 2003), así como también a las peculiaridades y desafíos que implicó para la investigadora involucrarse con culturas indígenas (Grenier, 1999).

En el abordaje de los aspectos éticos, se declararon las condiciones para el ingreso al trabajo de campo (Taylor y Bodgan, 1987; Angrosino, 2012; Cohen et al., 2011) siguieron las pautas sugeridas para el trabajo con participantes indígenas (Grenier, 1999), para los cuidados de la negociación de entrada (Latorre et al., 2003; Tójar, 2006), la envergadura del consentimiento informado como documento de entrada (Sandín, 2003; Cohen et al., 2011) y la importancia de establecer y mantener el rapport con los participantes del estudio (Rockwell, 2008).

Respecto a los aspectos técnicos, hemos señalado las herramientas etnográficas con las cuales desarrollamos la investigación y hemos enfatizado que el tránsito entre la dimensión global y la dimensión específica (Cohen et al., 2011; Aguirre, 1995; Angrosino, 2012) ha sido fruto del proceso de maduración y formación metacognitiva de la investigadora en su experiencia de trabajo con comunidades indígenas, lo cual ha permitido trazar un proyecto de situación y concretar el contexto de esta investigación (Tójar, 2006), a partir de la cartografía sociocultural, basada en las ideas de Mauss (1974) que se expuso en el Anexo F10, vinculado al Capítulo 4.

La observación participante ha quedado plasmada en el documento, siguiendo los planteamientos de Mauss (1974) sobre los métodos: morfológico o cartográfico, fotográfico y fonográfico, el filológico y el sociológico.

Podemos afirmar que la observación participante ha sido nuestra herramienta por antonomasia, que se ha complementado con otras técnicas de recogida de información, como el diario de campo (Goetz y LeCompte, 1988; Martínez, 2007), los cuestionarios (Aguirre-Cauhé, 1995) aplicados en los estudios EB2 y EB3 y la técnica del portafolio (Lyons, 1999; Klenowski, 2004; Shores y Grace, 1998) en el estudio EF.

Cabe destacar que la mayoría de la información recopilada a través de medios escritos ha sido constatada a través de sondeos (Tójar, 2006) y entrevistas etnográficas (Angrosino, 2012; Gurdián, 2007; Grenier, 1999) que se realizaron 'in situ', e incluso a algunas de ellas se les dio seguimiento para profundizar los hallazgos a través de conversaciones telemáticas.

Los sondeos y las entrevistas etnográficas no forman parte del cuerpo de resultados de manera explícita, pero sirven para confirmar la información que se obtuvo por escrito con los maestros indígenas participantes. Dichas entrevistas permitieron triangular la información recopilada antes de someterla al proceso de análisis de contenido.

En las entrevistas etnográficas pudimos comprobar el interaccionismo simbólico presente en las manifestaciones que trascienden la oralidad (Angrosino, 2012; Grenier, 1999). La postura, los gestos, el tono de voz o el carraspeo tienen significación dentro de la dinámica dialógica con los participantes de este estudio. El principio del etcétera significa que en las interacciones no se dice todo (Angrosino, 2012) y en ocasiones fue un recurso de los entrevistados, sin embargo, la experiencia previa y la formación metacognitiva de la investigadora le permitieron en ocasiones comprender 'incluso los silencios' de los interlocutores durante el trabajo etnográfico de campo.

La etnometodología está centrada en el estudio de los métodos empleados por las personas para dar sentido a sus prácticas sociales cotidianas (Latorre et al., 2003), de modo que los instrumentos aplicados para recopilar la información, en particular con maestros indígenas durante el estudio EB3, los indujo a reflexionar sobre las conexiones que implícita o explícitamente hacen en sus clases respecto al conocimiento matemático cultural.

Los recursos tecnológicos, como la grabadora de audio, la cámara fotográfica y la cámara de video han sido aprovechados prudentemente para no amenazar el 'rapport' (Jackson, 1987, Tójar, 2006) que se estableció en cada negociación de entrada con los participantes de los estudios. Es importante señalar que las imágenes fotográficas que se aportan en este documento, son en su gran mayoría de autoría de la investigadora, a partir de los permisos correspondientes.

En el Capítulo 3 hemos revelado la composición (idiosincrática) de nuestro diario de campo, es decir, la forma en la que hemos realizado 'particiones' (Colobrans, 2001) que permiten separar las notas de carácter objetivo (Rockwell, 2008) y las reflexiones teñidas de la subjetividad de la investigadora durante las estancias en el campo (Tójar, 2006).

La definición de los participantes de la investigación (Tójar, 2006) fue una gran contribución del diseño metodológico para organizar la planificación y el tratamiento de información recopilada en cada uno de los estudios que componen el diseño estructural. La diferenciación entre 'informadores' e 'informantes', con un perfil establecido para cada categoría de participante, permitió valorar la profundidad de la información recopilada según la fuente consultada.

La información de esta investigación está conformada por conjuntos organizados de datos que provienen de distintas fuentes. Esta información fue analizada en su mayoría a través de la técnica de análisis de contenido, definiendo previamente las dimensiones del análisis en concordancia con los propósitos del estudio y realizando diversos tratamientos de la información, que como se declara en el Capítulo 3, tienen una base teórica común, pero siguen una lógica particular, que es coherente con los propósitos parciales y específicos pretendidos en cada estadio del diseño estructural.

El estudio EB2 aporta una versión de diseño para el análisis de contenido, pues incorpora notas interpretativas explícitas para cada una de las unidades de análisis que se generan en las respuestas del cuestionario elaborado para concretar la consulta.

El estudio EB3 utiliza un proceso de refinamiento del análisis, hasta concretar un 'libro de códigos y categorías deductivas para EB3', el estudio EB4 sigue un proceso inductivo de análisis de contenido a partir de categorías emergentes y el estudio EF implicó un análisis de contenido mixto, en el cual la información se organizó en estructuras tabulares para la primera fase y también se elaboró un 'libro de códigos y categorías para el estudio de casos en EF', en la segunda fase.

La decisión de utilizar soporte informático para la organización de los datos, nos obligó a conocer distintos programas de manejo cualitativo de datos, pero el programa MAXDA10 nos permitió trabajar de manera intuitiva y versátil a través de diversidad de archivos de texto, audio, imagen o video.

El programa MAXQDA10 organiza la información en la pantalla en cuatro apartados: sistemas de textos, sistemas de códigos, visualizador de texto y segmentos recuperados, de manera que durante el proceso del análisis es posible tener acceso a los resultados e intervenir de manera analítica sobre éstos y se puede controlar la subjetividad del proceso interpretativo a través de la asignación de 'pesos' o 'memos' para la identificación del códigos y categorías.

Además, el programa MAXQDA10 contribuyó ágilmente en la organización de la información proveniente de diversas fuentes y documentos, favoreciendo el análisis de contenido pues aumentó la rapidez y facilitó el manejo mecánico de los datos, así como también contribuyó con el rigor pretendido durante la organización de la información y garantizó el acceso al proceso de análisis de manera recursiva, ya que a través de sus herramientas pudimos efectuar mapas de códigos y categorías (Capítulo 6), mapas de documentos (Capítulo 7) y recuperar los segmentos con los cuales ilustramos el estudio de casos (Capítulo 8).

Siguiendo a Moral Santaella (2006) hemos pretendido la validación de esta investigación a través de un proceso de cristalización, donde consideramos la triangulación (Cohen et al., 2011) como una herramienta dentro del mismo proceso, donde también se han involucrado la validez interna (Cohen et al., 2011; Junquera, 1995), la validez externa (Cohen et al., 2011) y la validez de constructo (Messick, 1998; Sandín 2000; Padilla et al., 2006, 2007).

La *cristalización del trabajo metodológico en esta investigación* nos condujo a declarar: que el paradigma que sustentó este trabajo es el relativismo científico, orientado hace las etnomatemáticas; que el enfoque interpretativo-etnográfico se orientó desde la teoría sociocultural; que fue preciso definir los roles de la investigadora pues trabajó con culturas ajenas a la propia; que el diseño estructural para definir la investigación fue un diseño compuesto por cinco estudios que transitaron a través de una espiral; que la metodología de investigación requirió definir y planificar los aspectos éticos y técnicos para el trabajo de inmersión en el campo; que los criterios para el análisis de la información no son idénticos para los cinco estudios, pero siguieron una lógica dentro del trabajo; que el marco teórico y los resultados de cada estudio sirvieron como soporte para superar la división ficticia entre la investigación y la representación; que la tesis en sí plasmó el método de investigación idiosincrático desde la perspectiva de la investigadora, al establecer la lógica temporal, cronológica, secuencial, científica y crítica que usó para alcanzar los propósitos pretendidos; que se establecieron perfiles y roles de participantes para incluir las múltiples voces que participaron en el trabajo; que la estructura de categorización durante el análisis de contenido separó la voz de la investigadora y la de las otras voces participantes en los estudios; que los participantes tuvieron un papel protagónico pues a través de la información suministrada se pudo sustentar y continuar el progreso emergente del trabajo etnográfico.

El informe de esta investigación permite mostrar juicios sobre los problemas sociales que sufren en Costa Rica las comunidades indígenas, sobre la tendencia monocultural que impera en un país multicultural y sobre la necesidad de atender la diversidad sociocultural desde la educación matemática, consideramos que los hechos que presentamos a través de este documento promuevan el cambio y mejora de situaciones de privación de derechos humanos universales.

9.5 CARACTERIZACIÓN DE ESTA INVESTIGACIÓN, LIMITACIONES Y NUEVOS ENIGMAS

Nos hemos dado a la tarea de ubicar esta tesis, de acuerdo a las posibilidades que platea Jaime Rivera Camino (2011)[4], concretando que de acuerdo a su estructura, esta investigación es una '*tesis tradicional compleja*', que posee los atributos que vamos a comentar seguidamente.

Esta investigación trató de integrar el conocimiento de diversas disciplinas, que hemos estimado principales y pertinentes para abordar el objeto de estudio. A partir de la revisión teórica desarrollada sobre antropología, sociología, lingüística, historia, etnología, ontología, pedagogía, psicología, etnomatemática y didáctica de la matemática, hemos construido un marco teórico, respaldado por un estado de la cuestión en el cual afrontamos un panorama amplio de los frentes que están vinculados a este trabajo, por eso la situamos como una tesis enciclopédica, desde la perspectiva del Rivera Camino (2011). Según la naturaleza de la investigación, es una tesis cualitativa, que ha exigido una rigurosa disciplina metodológica durante todo el proceso. La rigurosidad implicada ha sido vital para ratificar la información en el contexto de la realidad y para alcanzar la cristalización metodológica.

En cuanto a las limitaciones de la investigación, en primer lugar reconocemos que es un estudio muy amplio y que debió delimitarse más, pues para dar respuesta a las múltiples cuestiones propuestas inicialmente se han tenido que realizar grandes esfuerzos o sacrificar información valiosa que quedará para profundizar y difundirse en trabajos futuros.

En cuanto a la experiencia etnográfica, no se contó con las previsiones suficientes y de acuerdo con Rockwell (2008), para establecer convenientemente las negociaciones de entrada el investigador debe conocer con anterioridad los hechos que va a observar y debe ser capaz de prevenir la dirección de los acontecimientos que surjan durante el desarrollo de la investigación y de los cuales los participantes deben estar enterados. Sin

[4] A partir de cuatro tipologías: i) tradicional simple, ii) tradicional compleja, iii) basada en temas y iv) basada en recopilación de artículos.

embargo, el documento del consentimiento informado que se otorgó a los maestros cabécares en formación no explicitó con detalle la manera de resolución de las situaciones imprevistas, pues dicha resolución no cayó como responsabilidad exclusiva de la investigadora, sino que fue asumida por las profesoras formadoras del curso DMCM.

Consideramos que esta investigación no está exenta de los errores del trabajo etnográfico caracterizados por Stone y Campbell (1984, citados en Grenier, 1999); a pesar de descripción exhaustiva que hemos plasmado en este documento, hemos realizado generalizaciones respecto a los pueblos indígenas a partir de una muestra, con lo cual, se puede incurrir en errores de muestreo.

Además durante las entrevistas etnográficas se tuvo previsiones para no sesgar el discurso de los entrevistados como consecuencia de dar explicaciones detalladas sobre el tema de estudio (errores socioculturales o inducidos por la cortesía), pero durante las interacciones también se trató de superar la barrera lingüística, a través de comparaciones o metáforas, en la cual la pericia de la investigadora no fue suficiente. Además, la investigadora no es hablante de las lenguas indígenas implicadas en el estudio, por lo que imperó una triple interacción entre la investigadora, el entrevistado y el intérprete, que no siempre fue recíproca.

Además reconocemos que el tiempo fue escaso para desarrollar la implementación del modelo MOCEMEI, pues consideramos que para incidir eficazmente en la formación de los maestros indígenas se debe dosificar gradualmente los contenidos, dejando un espacio temporal mayor para dedicarlo a las interacciones orales que propician la reflexión profesional durante el proceso instruccional.

Debido al diseño estructural compuesto, a la naturaleza etnográfica y al rigor metodológico que siguió la investigadora, el volumen de información fue muy extenso y a pesar de utilizar el soporte informático y el programa de análisis MAXQDA10, reconocemos que el proceso interpretativo requiere profundización y reflexión, por lo cual se han revisado varias veces los resultados y el proceso de análisis de contenido en los estudios que constituyen la investigación, contrastándolos con la información de recursos fotográficos, fonográficos y de video.

La faceta instruccional de la investigadora durante la implementación del MOCEMEI generó confusiones sobre equidad de los propósitos por cumplir, es decir, que muchas veces no se controló este factor y se optó por dar prioridad a los propósitos instruccionales en perjuicio de los propósitos de investigación o viceversa.

Hay dos estudios más que hemos desarrollado pero que decidimos omitir en este documento. Uno de ellos es un estudio relacionado a la cienciometría por indicadores bibliométricos de producción, vinculado a la clasificación según las actividades matemáticas universales (Bishop, 1988b) considerando las referencias bibliográficas que hemos consultado sobre esta área. El otro de los estudios corresponde a una

propuesta de modelización del tejido de cestas tradicionales indígenas de la cultura Bribri, adaptando las proposiciones de Gerdes (1985, 1988, 1991, 2002, 2003, 2005), desarrolladas con la cestería en culturas africanas.

Ambos trabajos no se incorporaron para no dispersar la atención sobre el doble objeto de estudio y para no hacer más extenso el documento; sin embargo fueron muy importantes durante el proceso de investigación; pues el primero de ellos contribuyó a comprender la amplitud y diversidad de trabajos vinculados con las actividades matemáticas universales en la mayoría de los continentes y, el segundo de ellos proporcionó una manera de 'traducir' el pensamiento geométrico indígena desde la perspectiva y notación de las etnomatemáticas occidentales.

A lo largo de esta investigación han surgido muchas dudas que han sido resueltas. Sin embargo también han aparecido nuevas preguntas de investigación, que quedan sin contestar y muchos de estos enigmas abren nuevos horizontes de investigación, donde lo conveniente, desde nuestra perspectiva, es crear grupos multidisciplinares de trabajo para su abordaje.

En el Capítulo 2 declaramos dos interrogantes: ¿cómo conducir la visión de etnomatemáticas indígenas al currículo? y ¿cómo implicar estas reflexiones o este abordaje de las matemáticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje?

Consideramos que esta investigación ha ofrecido respuestas fundamentadas para estas preguntas, sin embargo, existen muchas subjetividades científicas que somos conscientes de no satisfacer con esta investigación.

Por lo tanto, es válido que germinen nuevas interrogantes y nuevos enigmas para descifrar y que se acreciente la inquietud por seguir buscando herramientas teóricas y empíricas que permitan consolidar bases pertinentes para la educación matemática intercultural. En particular para los contextos indígenas, donde aún queda abierta la posibilidad de discutir ¿qué matemáticas ver? , y ¿cuáles matemáticas enseñar?

En el siguiente apartado exponemos nuestra opinión sobre la manera de abordar los nuevos enigmas que surgen a partir de las reflexiones que ha suscitado esta investigación y que abre nuevas posibilidades de trabajo para el futuro.

9.6 DESAFÍOS DE INVESTIGACIÓN Y ACCIÓN PEDAGÓGICA: VISIÓN PROSPECTIVA DE ESTA INVESTIGACIÓN

"Yo creo que la escuela vino a cambiar sustancialmente la cultura dentro de los pueblos indígenas, porque ya los mayores lo decían. Un tío mío que era Awá decía: ¡el que aprende en la escuela, se muere!" (Alejandro Swäbi, líder comunal Bribri).

Los resultados que se generan en esta investigación permiten colocarla dentro de un panorama de investigación más amplio y evaluar críticamente las tendencias más importantes o áreas de interés relacionadas con ella.

A partir de esa encrucijada, consideramos que es pertinente profundizar en el estudio de las lenguas indígenas desde la perspectiva etnomatemática, pues hemos constatado que históricamente ha existido una amenaza etnocida al respecto, como se muestra en el siguiente fragmento.

> *Cuando en 1966 vinieron a obligarnos a ir a la escuela, yo sufrí mucho, porque la maestra no nos dejaba hablar en ninguna lengua, ni Bribri ni Cabécar, nos prohibió conversar de ninguna manera que no fuera en Español para ella darse cuenta de qué era lo que estábamos hablando y sino se enojaba mucho, decía que nosotros estábamos hablando mal del maestro.* (Fabio Alexis Morales, Tomado del Programa Identidades, EUNED, 2010)

Los enigmas sobre el significado del lenguaje en las lenguas primitivas y sus implicaciones didáctico-matemáticas y éticas son un nuevo campo de acción, que desde nuestra perspectiva, puede abordarse teóricamente a partir de los estudios de Bronislaw Malinowski (1984), C. K. Ogden y L. A. Richards (1984), Bertrand Russell (1946) y Manuel Alcalá (2009).

Como comentamos en el Capítulo 4, aún quedan dos preguntas abiertas respecto a los clasificadores numerales de la lengua cabécar: ¿por qué usan tantas formas para el número cuatro en cada una de los clasificadores?, y ¿cuáles son las formas de constituir conjuntos que tiene la Cultura Cabécar?

Otros desafíos más puntuales de investigación, que se pueden abordar desde la visión etnomatemática estriban en la descripción de los tejidos, de cestas, mochilas, hamacas y otros elementos de la cultura material indígena y en la profundización de los significados asociados a ellas.

> *Los dibujos nos enseñan por ejemplo, como Sibö puso protección a un lado y al otro contra el mar, también los dibujos nos dicen como la cabeza del tigre o Usékra, a quien Sibö dejó para protegernos por ser superior a nosotros, por eso nosotros tenemos que proteger al Usékra, Nosotros dibujamos el Sol al que Sibö nos ha dejado para darnos luz y para que el Usékra se comunique con él. Sibö lo dejó para protegernos, pues cuando algo malo va a suceder, el*

> *tigre le avisa al Sol y entonces el Sol se entristece y así nosotros sabemos que no debemos salir de nuestras casas porque hay peligro.* (Armando Rodríguez, artesano Bribri, Tomado del Programa Identidades, EUNED, 2010).

La estructura de composición del diseño y significados de la medida y el espacio físico relacionado con el espacio mítico que está representado a través de la construcción de la casa cónica tradicional indígena también representa un nuevo campo de acción investigativa.

También hace falta definir el 'locus de la investigación etnomatemática en la acción didáctica' especialmente en comunidades donde la cosmovisión ejerce poder social, pues queremos evitar toda amenaza etnocida y por el contrario, contribuir a reafirmar los elementos culturales propios como principios fundamentales que orienten los procesos educativos que encierran las culturas indígenas.

Desde esta perspectiva, consideramos pertinente profundizar en el conocimiento matemático cultural implícito en el patrimonio inmaterial y en la cosmovisión, atendiendo con especial interés el conocimiento matemático indígena, que desde esta tesis entendemos como un conocimiento axiomático regido por el conocimiento del mito; de modo que merece atención estudiar la organización de los significados, los signos y los sistemas de representación que se concretan a partir de una estructura compleja que involucra el conocimiento del mito y toman como herramientas simbólicas los elementos del mundo físico para representar las abstracciones.

Poder constituir un marco teórico de acción que proponga herramientas funcionales para comprender más ampliamente la lógica peculiar del conocimiento cultural indígena – que según Grenier (1999) es símbolo de poder y constituye una red holística de conocimientos integrados para la comprensión de la realidad—así como de las relaciones que emergen de ella es otro gran desafío.

Para afrontarlo consideramos importante profundizar sobre la visión humana de la matemática (Markarian, 2003), así como también retomar las ideas sobre cosmovisión planteadas por Panikkar (2006); procurando promover un consenso entre la postura estructuralista de Levi-Strauss (1977, 1987, 1993), las ideas de Geertz (1994, 1996) sobre la antropología simbólica y una visión más moderna de la antropología en el mundo contemporáneo, como por ejemplo las que han desarrollado Marc Augé y Jean-Paul Colleyn (2005).

También merece igual importancia abordar teóricamente las cuestiones relacionadas con los significados de los mitos y los rituales, para lo cual sugerimos los trabajos compilatorios de Manuel Gutiérrez (1988), de Piers Vitebsky (1995) y Jeremy Narby y Francis Huxley (2005). También no descartamos estudiar las prácticas sociales desde la perspectiva teórica de la socioepistemología que cada vez cuenta con más adeptos en América Latina.

Tender un puente entre la lógica indígena y la lógica occidental, también constituye un desafío, pero en el trabajo de Gavarrete y Vásquez (2005) se muestra una iniciativa por vincular a través de analogías sobre el conocimiento matemático de los indígenas Bribris de Costa Rica y los postulados la Escuela Griega, a partir de las obras de Bertrand Russell (2010).

Los desafíos de acción pedagógica podrían intervenir en la producción de materiales en lengua indígena relevantes y significativos, que respondan a las necesidades de aprendizaje y a las características del entorno social, cultural y lingüístico, para lo cual sería importante considerar los trabajos sobre la alfabetización indígena (Moya, 2010) y los que son atinentes al lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas (Lee, 2010; Alcalá, 2009), que nos permitan desarrollar herramientas para repensar el aprendizaje de las matemáticas desde diversos enfoques (Lázaro et al., 2012), buscando estrategias que permitan aprender y disfrutar de procesos pedagógicos transdisciplinares y novedosos que permitan convivir comprendiendo el mundo y las diversas posibilidades de entender las matemáticas (Corbalán, 2008) y su visión funcional (Corbalán, 2009).

Otros desafíos planteados residen en desarrollar alternativas de investigación educativa como herramientas de formación del profesorado. Algunos de ellos han sido desarrollados de manera general por Imbernón (2002) y pueden ser complementados para su implementación a través de experiencias de aprendizaje cooperativo como sugieren Serrano, González-Herrero y Pons (2008).

Hemos planteado una serie de posibilidades para atender la diversidad sociocultural desde la perspectiva de las matemáticas, pues es una necesidad global (UNESCO, 2012). Las etnomatemáticas en Costa Rica constituyen un campo de estudio joven y consideramos que cualquier región, indígena o no, es propicia para incursionar desde esta visión epistemológica y de investigación, para propiciar mejoras en el campo de la didáctica de las matemáticas.

9.7 ALCANCES CIENTÍFICOS DE ESTA INVESTIGACIÓN

Esta investigación permite la adquisición de herramientas teórico-metodológicas capaces de ayudar al profesor a entender y apropiarse pedagógicamente de la diversidad de las actividades matemáticas que existen en su entorno y permite revisar desde otra óptica los objetivos sociales del conocimiento escolar, cuestionado los criterios subyacentes del conocimiento que se pretende transmitir durante la acción didáctica, tomando posicionamientos armonizadores de las múltiples visiones de las etnomatemáticas occidentales e indígenas, o en general de la diversidad cultural que promueve el proceso de globalización que se enfrenta desde la realidad planetaria.

Las actividades tradicionales constituyen espacios de etnoeducación, en los cuales se transmiten conocimientos y valores propios. A través de las prácticas culturales se desarrolla un proceso de enseñanza y aprendizaje para la vida, donde cada miembro de la comunidad se convierte en enculturador (agente educador de la tradición cultural) y en este sentido es responsable a su vez de la pervivencia de su cultura.

Consideramos que en el ámbito de la educación indígena se debe aportar al individuo las estrategias para la sobrevivencia y la trascendencia, en el sentido de esta tesis. Es decir, formar a un ser humano digno y autosuficiente, que proclame su autonomía cultural y que esté íntegramente formado en las distintas áreas del conocimiento matemático, en el sentido de Oliveras (2000c, 2000d).

La reafirmación cultural requiere que, como planificadores de la didáctica de la matemática, nos identifiquemos de manera consciente con las herramientas culturales que sirven de fundamento epistemológico frente a una comunidad, por lo tanto es importante profundizar en ellas, para desarrollar una verdadera alteridad cultural y propiciar una verdadera interculturalidad que resuelva el problema de la atención a la diversidad cultural desde la Educación Matemática.

REFERENCIAS

Abreú, G. (2000). El papel del contexto en la resolución de problemas matemáticos. En N. Gorgorió, A. Deulofeu y A. Bishop (Eds.), *Matemáticas y educación* (pp.137-150). Barcelona: Graó.

Abreú, G. (2002). Towards a cultural psychology perspective on transitions between contexts of mathematical practices. En G. Abreu, A. Bishop y N. Presmeg (Eds.), *Transitions between contexts of mathematical practices*. Holanda: Kluwer Academics Publishers.

Abreú, G. (2008). From mathematics learning out-of-school to multicultural classrooms: A cultural psychology perspective. En L. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 352-383). Londres: Routledge.

Angrosino, M. (2012). *Etnografía y observación participante en Investigación Cualitativa*. Madrid: Ediciones Morata.

Aguirre, A. (Ed.). (1982). *Conceptos clave de la Antropología Cultural*. Barcelona: Daimon.

Aguirre, A. (1995). Etnografía. En A. Aguirre (Ed.), *Etnografía: Metodología cualitativa en la investigación sociocultural* (pp.3-19). Madrid: Editorial Boixareu Universitaria Marcombo.

Aguirre-Cauhé, S. (1995). Entrevistas y cuestionarios. En A. Aguirre (Ed.), *Etnografía: Metodología cualitativa en la investigación sociocultural* (pp.171-180). Madrid: Editorial Boixareu Universitaria Marcombo.

Alcalá, M. (2009). *La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona: Editorial Grao.

Alphonse, E.S. (1956). *Guaymí Grammar and Dictionary*. Washington: Smithsonian Institution. Bureau of American Ethnology.

Alpízar, L. y Artiaga, F. (2009). Inclusión de la Población Indígena Bribri y Cabécar en la Sede Limón. *Intersedes, 10* (18), 1-11. Recuperado el 03 de setiembre de 2012 de http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=66618385004.

Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. (1991). *Materiales para construir la Geometría*. Madrid: Editorial Síntesis.

Andreu, J. (2001). *Las técnicas de Análisis de Contenido: Una revisión Actualizada*. Sevilla: Fundación Centro de Estudios Andaluces. Recuperado el 08 de julio de 2012 de http://public.centrodeestudiosandaluces.es/pdfs/S200103.pdf.

Aneas, A. (2010). Transdisciplinariedad: una mirada para la educación intercultural en Latinoamérica. En J. Lizama (Ed.), *Los caminos de la educación intercultural en América Latina* (pp.153-189). Barcelona: Icaria Editorial.

Angrosino, M. (2012). Etnografía y observación participante en Investigación Cualitativa. Madrid: Ediciones Morata.

Anguera, M. (1995). "La observación participante". En A. Aguirre (Ed.). *Etnografía: Metodología cualitativa en la investigación sociocultural* (pp. 73-84). Madrid: Editorial Boixareu Universitaria Marcombo.

Araya, D. y Gavarrete, M.E. (2001). *Modelo Didáctico en Educación Abierta y Formal como reflejo de dos realidades*. Tesis de Licenciatura no Publicada, Universidad Nacional, Costa Rica.

Araya, M. y Villena, S. (2006). *Hacia una pedagogía del encuentro cultural: discriminación y racismo.* San José, Costa Rica: Editorial UCR.

Asher, M. y Asher, R. (1981) *Code of the Quipu*. University of Michigan Press: Chicago.

Augé, M. y Colleyn, J.P. (2005). *Qué es la antropología*. Barcelona. Paidós Básica.

Bachelard, G. (1940). *La filosofía del no.* Buenos Aires: Amorrortu.

Barrantes, H. (2003a). Formación del profesorado en matemáticas en Costa Rica: balance y perspectivas. *Uniciencia, 20* (1), 77-88.

Barrantes, H. (2003b). Los Programas de Matemática para la enseñanza media costarricense. *Uniciencia, 20* (1), 7-17.

Bardin, L. (2002). *Análisis de contenido.* (3ª ed). Madrid: Akal Universitaria.

Barton, B. y Alangui, W. (2004). Ethnomathematics and Indigenous people's education. *Educational Studies in Mathematics, 56*, 2-3.

Belo, J.C. (2010). *A formação de professores de matemática no Timor-Leste à luz da Etnomatemática.* Tesis de maestría no publicada, Universidad Federal de Goiás, Brasil.

Bengoechea, N., Gavarrete, M. E. y Oliveras M. L. (2010). Estructura de la numeración en la cultura Bribri. En Y. Morales (Ed.), *Memorias del Segundo Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática (CIEM)*. Universidad Nacional de Costa Rica.

Bertoni, N. (1997). Un nuevo enfoque sobre el conocimiento matemático del profesor. En UNESCO-Santiago (Ed.), *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos. Jornadas de reflexión y capacitación sobre la matemática en educación* (pp.35-42). Chile: UNESCO-Santiago-OREALC. Recuperado el 02 de agosto de 2012 de http://unesdoc.unesco.org/images/0011/001159/115928so.pdf.

Bishop, A. (1988a). Aspectos sociales y culturales de la Educación Matemática. *Enseñanza de las* Ciencias, *6* (2), 121-125.

Bishop, A. (1988b). Mathematics Education in its Cultural Context. *Educational Studies in Mathematics, 19*, 179-191.

Bishop, A. (1993). Influences from society. En A. Bishop, K. Hart, S. Lerman y T. Nunes (Eds.), *Significant Influences on children's learning of mathematics: Document Series No.47* (pp.3-26). Paris: Education Sector UNESCO. Recuperado el 05 de agosto de 2012 de http://www.unesco.org/education/pdf/323_47.pdf.

Bishop, A. (1995). Educando a los culturizadores matemáticos. *Revista UNO, 6*(2), 7-12.

Bishop, A. (1998). Equilibrando las necesidades matemáticas de la educación general con las de la instrucción matemática de los especialistas. *SUMA*, *27*(1), 25-37.

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.

Bishop, A. (2000). Enseñanza de las matemáticas: ¿cómo beneficiar a todos los alumnos? En N. Gorgorió, A. Deulofeu y A. Bishop (Eds.), *Matemáticas y educación: Retos y Cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 35-56). Barcelona: Graó.

Bishop, A. (2001). Lo que una perspectiva cultural nos cuenta sobre la historia de las matemáticas. *UNO, 26*(8), 61-72.

Bishop, A. y Pompeu, G. (1991). Influences of an ethnomathematical approach on teacher attitudes to mathematics education. En F. Furinghetti (Ed.), *Proceedings of the 15th International Conference for the Psychology of Mathematics Education (PME)* (vol. 1, pp. 136-143). Assisi, Italia: PME.

Blanco, H (2008a). Entrevista al profesor Ubiratán D'Ambrosio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 1*(1), 21-25.

Blanco, H. (2008b). La integración de la etnomatemática en la etnoeducación. En *Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/874/1/11Conferencias.pdf.

Bock, P.K. (1977). El Proceso de Enculturación. En P.K. Bock (Ed.), *Introducción a la Antropología Cultural* (pp. 74-115). México: Fondo de Cultura Económica.

Boix R. (2004). *La escuela rural: funcionamiento y necesidades.* Barcelona: Editorial Praxis.

Borba, M. (1990). Ethnomathematics and Education. *For the Learning of Mathematics, 10* (1), 29-43.

Borge, C. (2003). Caracterización sociocultural de los Cabécares de Chirripó. En A.C. Arias Quirós [et al.] (Eds.), *II Congreso sobre Pueblos Indígenas: del conocimiento ancestral al conocimiento actual, visión de los indígenas en el umbral del siglo XXI*. (pp. 302-335). Costa Rica: SIEDIN.

Borge, C. (2006). *Plan de acción del PSA-indígena.* San José: FONAFIFO.

Borge, C. y Esquivel, S. (2011, 21 de junio). Desafíos en Educación para los Pueblos Indígenas. *Diario Extra,* p.7.

Bosch, M., García, F., Gascón, J. y Ruiz, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Revista Educación Matemática, 18* (2), 37-74.

Bourdieu, P. (1991). *El sentido práctico.* Madrid: Taurus Ediciones.

Bourdieu, P. (2008). *Capital cultural, escuela y espacio social.* Madrid: Siglo XXI de España editores, S.A.

Bozzoli, M.E. (1979). *El nacimiento y la muerte entre los Bribris*. San José: Editorial UCR.

Bozzoli, M.E. (1986). *El indígena costarricense y su ambiente natural: usos y adaptaciones.* San José: Editorial Porvenir.

Bozzoli, M.E. (2006). *Oí decir del Usékar*. San José: EUNED.

Breda, A. (2011). *A utilização da Etnomatemática nos cursos de formação continuada de professores: um ensaio analítico sobre a produção de subjetividades*. Tesis de maestría no publicada, Pontificia Universidad Católica de Rio Grande do Sul, Brasil.

Buendía, G. y Cordero, F. (2005). Prediction and the periodical aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemological study. *Educational Studies in Mathematics, 58*(3), 299-333.

Cabrera, I. (2009). El análisis de contenido en la investigación educativa: propuesta de fases y procedimientos para la etapa de evaluación de la información. *Pedagogía Universitaria, 14*(3), 71-93.

Cáceres, P. (2003). Análisis cualitativo de contenido: una alternativa metodológica alcanzable. *Psicoperspectivas, 2* (1), 53-81. Recuperado el 02 de abril de 2011 de http://psicoperspectivas.cl/index.php/psicoperspectivas/article/view/3.

Camacho, J. y Echeverría, O. (1992). Etnoeducación: la enseñanza desde la perspectiva local. *Vínculos, 17* (1), 75-85.

Camacho, J. y Echeverría, O. (1993). Etnoeducación: contenido, estructura y entorno en la enseñanza. *Vínculos, 20* (12), 1-14.

Camacho, L. y Watson, H. (2010). La educación tradicional de la comunidad cabécar de Chirripó: algunas consideraciones. *Revista Intersedes, 11* (20), p.137-153.

Carballo, J. (2004). *Los grupos indígenas costarricenses*. Proyecto GEIC. Heredia, C.R.: EBDI/UNA. Recuperado el 20 de diciembre de 2010 de http://www.una.ac.cr/bibliotecologia/grupos_etnicos/documentospdf/indigenasdecr.pdf.

Carvajal, L. (2007). *Matices del Patrimonio cultural costarricense: un esfuerzo por preservar lo nuestro*. San José, Costa Rica: Editorial UCR.

Carvajal, E. (2008, 14 de Septiembre). El Chirripó donde viven los Cabécares. *Periódico Al Día.* Recuperado el 2 de febrero de 2011, de http://www.aldia.cr/ad_ee/2008/septiembre/14/nacionales1694610.html.

Castro, E. y Castro, E. (2001). Primeros Conceptos Numéricos. En E. Castro (Ed.). *Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria* (pp. 123-149). Madrid: Síntesis.

Chamorro, C. y Belmonte, J.M. (1988). *El problema de la medida*. Madrid: Editorial Síntesis.

Chaves, E. (2003a). Debilidades en los programas que forman docentes en Educación Matemática: percepción de los actores. *Uniciencia, 20* (1), 89-103.

Chaves, E. (2003b). Áreas prioritarias para la capacitación de docentes de matemática en enseñanza media. *Uniciencia, 20* (1), 105-111.

Chevallard Y., Bosch M. y Gascón J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Horsori: Barcelona.

Chízmar, C., Lu, A. y Correa, M. (2009). *Plantas de uso folclórico y tradicional en Panamá*. Costa Rica: Instituto Nacional de Biodiversidad.

Closs, M. (1986). *Native American Mathematics*. University of Texas Press: Austin, Texas.

Cohen, L., Manion, L y Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education*. (7ºed). New York: Routledge.

Constenla, A. (1991). *Las lenguas del área intermedia: una introducción a su estudio areal*. San José: Editorial UCR.

Constenla, A., Elizondo, F. y Pereira, F. (1998). *Curso básico de Bribri*. San José: Editorial de la Universidad de Costa Rica.

Corbalán, F. (2008). *Las matemáticas de los no matemáticos*. Barcelona: Editorial Grao.

Corbalán, F. (2009). *La matemática aplicada en la vida cotidiana*. Barcelona: Editorial Grao.

Crane, J. y Angrosino, M. (1984). *Field projects in Anthropology: a Student Handbook*. Illinois: Waveland Press, Inc.

D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics. *For the Learning of Mathematics, 5* (1), 44-48.

D' Ambrosio, U. (1993). *Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer.* São Paulo: Ática.

D'Ambrosio, U. (1996). *Educação matemática: da teoria à prática.* Campinas: Papirus Editora.

D'Ambrosio, U. (1997). Globalización, educación multicultural y etnomatemática. En UNESCO-Santiago (Ed.), *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos. Jornadas de reflexión y capacitación sobre la matemática en educación* (pp. 13-26). Santiago de Chile, UNESCO-Santiago-OREALC. Recuperado el 02 de agosto de 2012 de http://unesdoc.unesco.org/images/0011/001159/115928so.pdf.

D'Ambrosio, U. (1999). *Educação para uma sociedade em transição*. Campinas: Papirus Editora.

D'Ambrosio, U. (2004). Educació matemática, etnomatemática i pau. *Perspectiva Escolar, 284*, 15-22.

D'Ambrosio, U. (2005a). O Programa Etnomatemática como uma proposta de reconhecimento de outras formas culturais. *Yupana, 2*(5), 63-71.

D'Ambrosio, U. (2005b). Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. *Educação e Pesquisa, 31*(1), 99-120.

D'Ambrosio, U. (2007). La matemática como ciencia de la sociedad. En J.Giménez, J.Diez-Palomar y M. Civil (Eds.), *Educación Matemática y Exclusión* (pp.83-102). España: Graó.

D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad.* México: Limusa.

Díaz de Rada, A. y Velasco, H.M. (1966). La cultura como objeto de estudio. *Signos. Teoría y práctica de la educación, 17*(1), 6-1.

Dobles, A. (2003). Panel de Cosmovisión. En A.C. Arias Quirós [et al.] (Eds.), *II Congreso sobre Pueblos Indígenas: del conocimiento ancestral al conocimiento actual, visión de los indígenas en el umbral del siglo XXI* (pp.197-199). Costa Rica: SIEDIN.

Domingues, K.C.M. (2006). *Interpretações do papel, valor e significado da formação do professor indígena do Estado de São Paulo*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Domingues, K.C.M. (2008) En M. Cherinda y R. Silverman (Chairs), *Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education Monterrey, México, Discussion Group 18 The role of Ethnomathematics in mathematics education*. Recuperado el 27 de noviembre de 2009 de http://dg.icme11.org/document/get/312.

Domite, M.C.S. (2004a). Da compreensão sobre a formação de professores e professoras numa perspectiva etnomatemática. En G. Knijnik, F. Wanderer y C. Oliveira (Eds.), *Etnomatemática, Currículo e formação de professores* (pp. 419-431). Santa Cruz do Sul, Brasil: EDUNISC.

Domite, M.C.S. (2004b). Notes on teacher education: an Ethnomathematics perspective. En F. Favilli (Ed.), *Ethnomathematics and mathematics education (Proceedings of the 10th International Congress on Mathematical Education Copenhagen, Denmark, Discussion Group 15 Ethnomathematics* (pp. 17-28). Pisa, Italia: Tipografia Editrice Pisana.

Domite, M.C.S. (2009). Perspectivas e desafios da formação do profesor indígena: O formador externo à cultura no centro das atenções. En M.C.Fantinato (Ed.), *Etnomatemática: novos desafíos teóricos y pedagógicos* (pp.181-192). Rio de Janeiro, Brasil: Editora da Universidade Federal Fluminense.

Domite, M.C.S. (2010). The encounter of non-indigenous teacher educator and indigenous teacher: the invisibility of the challenges. *ZDM Mathematics Education, 42*, 305-313.

Echeverría, O. (2003). Diversidad cultural en el aula y la implementación de la adecuación curricular. *Cuadernos de Antropología, 13*(1), 133-144.

Eglash, R. (2000). Anthropological Perspectives on Ethnomathematics. En H.Selin (Ed), *Mathematics Across Cultures. The history of Non-Western Mathematics* (pp. 13-22). Kluwer Academic Publishers: Dordrecht.

Fernández, S. (2003). La educación. En A.C. Arias Quirós [et al.] (Eds.), *II Congreso sobre Pueblos Indígenas: del conocimiento ancestral al conocimiento actual, visión de los indígenas en el umbral del siglo XXI* (pp.235-239). Costa Rica: SIEDIN.

Fernández, J. y Rodríguez, M.I. (1989). *Juegos y Pasatiempos para la enseñanza de la Matemática Elemental*. Madrid: Editorial Síntesis.

Ferreira, R. (2005). *Educação Escolar Indígena e Etnomatemática: a pluralidade de um encontro na tragédia pós-moderna*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Sao Paulo, Brasil.

Ferrero, L. (2000). *Costa Rica precolombina: arqueología, etnología, tecnología, arte*. San José, Costa Rica: Editorial Costa Rica.

Ferrete, R. (2005). *Práticas etnomatemáticas no Liceu do Pacuri: a propósito dos ornamentos geométricos da cerâmica.* Tesis de maestría no publicada. Universidade Federal do Rio Grande no Norte, Natal-RN, Brasil.

Gaete, M. y Jiménez, W. (2011). Carencias en la formación inicial y continua de los docentes y bajo rendimiento escolar en matemática en Costa Rica. *Cuadernos de Antropología, 6*(9), 93-117.

García, A. (2010, 24 Mayo). Identidades Bribris [archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=eXZhJbLMmz8

García, A. y Jaén, A. (1996). *Ìes sa' Yilìte. Nuestros Orígenes. Historias Bribris*. San José: Editorial Centro Cultural Español.

García, F. J. y Pulido, R. (1994). *Antropología de la educación. El estudio de la transmisión-adquisición de cultura.* Madrid: Eudema.

García, F. J., Pulido, R. y Montes del Castillo, A. (1994). La educación multicultural y el concepto de cultura: Una visión desde la antropología social y cultural. *Revista de Educación, 302*(1), 83-110.

García, P. (1992). *Diccionario de Términos Matemáticos*. Valladolid: Editorial La Calesa.

Gardner, H. (1983). *Frames of Mind*. London: Fontana.

Garnier, L. (2012, 18 Agosto). *Educación Subversiva* [archivo de video]. Recuperado de http://www.youtube.com/watch?v=C_ddnoHNbvQ&feature=g-hist

Garnier, L. (2012, 23 Mayo). Ministro presenta nuevos programas de matemática [archivo de video]. Recuperado de http://www.youtube.com/watch?v=96xn_5XyvHI

Garnier, L. (2012, 28 de Mayo). Los nuevos programas de Matemáticas: una reforma indispensable [Blog-MEPSuversivo]. Recuperado de http://leonardogarnier.com/articles/mep-subversivo/los-nuevos-programas-de-matem-ticas-una-reforma-indispensable-710

Gavarrete, M.E. (2009). *Matemáticas, Culturas y Formación de Profesores en Costa Rica*. Trabajo de fin de máster no publicado, Universidad de Granada, España.

Gavarrete, M.E. y Vásquez, A.P. (2005). *Etnomatemáticas en el Territorio Talamanca Bribri*. Tesis de Licenciatura no Publicada, Universidad Nacional, Costa Rica.

Gavarrete, M. E., Bolaños, J., de Bengoechea, N. y Oliveras, M. L. (2009). El conocimiento matemático propio de las culturas: un reto para la creatividad docente. En M.C. Cañadas, J.M. Contreras y A. B. Heredia (Eds.), *Investigación en el aula de Matemáticas. Dimensión histórica, social y cultural de las matemáticas* (pp. 123-132). Granada: S.A.E.M. Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Gay, J. y Cole, M. (1967). *The New Mathematics in an Old Culture*. Holt-Rinehart-Winston: New York.

Geertz, C. (1994). *Conocimiento local. Ensayos sobre la interpretación de las culturas*. Barcelona: Paidós.

Geertz, C. (1996). *Los usos de la diversidad.* Barcelona: Paidós.

Gelman, R. y Gallistel, C.R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge: Harvard University Press.

Gerdes, P. (1985). Conditions and strategies for emancipatory mathematics education in undeveloped countries. *For the Learning of Mathematics, 5*(1), 15-20.

Gerdes, P. (1986). How to recognize hidden geometrical thinking: A contribution to the development of anthropological mathematics. *For the Learning of Mathematics, 6* (2), 10-17.

Gerdes, P. (1988). On culture, geometrical thinking and mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 19*(2), 137-162.

Gerdes, P. (1991). *Cultura e o despertar do pensamento geométrico*. Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Gerdes, P. (1996). Ethnomathematics and Mathematics Education. En A. Bishop et al. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 909-943). Holanda: Kluwer Academics Publishers.

Gerdes, P. (1998). On Culture and Mathematics Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education, 1*(1), 33-53.

Gerdes, P. (2002). *Lusona: Recreações geométricas de África*. Lisboa: Texto Editora.

Gerdes, P. (2003). *Sipatsi: Cestaria e Geometria na Cultura Tonga de Inhambane*. Maputo: Moçambique Editorama.

Gerdes, P. (2005). Aventuras no Mundo dos Triângulos. Maputo: Ministério de Educação e Cultura.

Gerdes, P. (2008). *A Numeração em Moçambique: Contribuição para uma reflexão sobre cultura, língua e educação matemática*. Maputo: Centro de Pesquisa para Matemática, Cultura e Educação.

Godino, J. D. y Batanero, C. (2008, Enero). Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica. Conferencia presentada en el *VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. Puerto Montt, Chile.

Gólcher, R. (2004, 15 de Agosto). Educación indígena finaliza en primaria. *Periódico La Nación*, pp. 4-A.

González, G. (s.f). *Morfosintaxis del Cabécar: apuntes dirigidos a maestros de lengua y cultura.* Mimeografiado: Programa Interinstitucional Siwá-Pákö.

González, A. y González, F. (2000). *La casa cósmica talamanqueña y sus simbolismos*. San José: EUNED.

Goetz, J y LeCompte M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Ediciones Morata.

Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal of Research in Mathematics Education, 22*(3), 170-218.

Grenier, L. (1999). *Conocimiento indígena. Guía para el investigador*. San José: Editorial Tecnológica de Costa Rica y Centro Internacional de Investigaciones para el Desarrollo-Canadá.

Guber, R. (2011). *La Etnografía: método, campo y reflexividad*. Buenos Aires: Siglo XXI.

Guevara, M. (2009). Sobre el valor pragmático del mito. Apuntes desde la mitología comparada de Talamancas y Kunas. *Anuario de Estudios Centroamericanos, (35-36)*, 11-35.

Guevara, M. y Vargas, J. (2002). *Perfil de los pueblos indígenas en Costa Rica.* Recuperado el 10 de marzo del 2011 de http://www.territorioscentroamericanos.org/redesar/Sociedades%20Rurales/Pueblos%20ind%C3%ADgenas%20de%20Costa%20Rica.pdf

Gurdián, A. (2007). *El paradigma cualitativo en la investigación socio-educativa.* Costa Rica: Printcenter.

Gutiérrez, M. (Ed.). (1988). *Mito y Ritual en América*. España: Editorial Alhambra.

Guzmán, M. (1984). Juegos matemáticos en la Enseñanza. En Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas (Ed.), *Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 1-38), Santa Cruz de Tenerife, España.

Hammersley, M. y Atkinson, P. (1994). *Etnografía: Métodos de investigación*. Barcelona: Paidós.

Harris, P. (1980). *Measurement in Tribal Aboriginal Communities*. Northern Territory Department of Education: Australia.

Hernández Sampieri, R. (2006). *Metodología de la investigación.* México: McGraw Hill.

Hernández, Y.E. (2010, Julio). Cultura y panorama cultural. En torno a la dialéctica de un discurso: individualidades, otredades, ideas y comportamientos. *Contribuciones a las Ciencias Sociales*. Recuperado de www.eumed.net/rev/cccss/09/yehp.htm.

Huxley, J. S. (1955). Evolution, Cultural and Biological. *Yearbook of Anthropology* (pp. 2-25). Chicago: University of Chicago.

Imbernón, F. (Ed.). (2002). *La investigación educativa como herramienta de formación del profesorado*. Barcelona: Editorial Grao.

Jackson, B. (1987). *Fieldwork*. Chicago: University of Illinois Press.

Jaén, A. (1996). *Las pirámides: números de piedra*. San José: Editorial Liga Maya Guatemalteca y Centro Cultural Español.

Jaén, A. (2006). Modelos matemáticos del cosmos de los indígenas mayas precolombinos. *Memorias del Cuarto Festival Internacional de Matemáticas*. San José: Fundación CIENTEC. Recuperado el 11 de mayo de 2009 de http://www.cientec.or.cr/matematica/mayas.html.

Jara, C. (2010, 24 Mayo). *Identidades Bribris* [archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?NR=1&feature=endscreen&v=shrgGD8RFb8.

Jara C. y García, A. (1997). *Kó̱ Ké̱ska: el lugar del tiempo; Historias y otras tradiciones orales del pueblo Bribri.* San José: Editorial UCR y Comisión Costarricense de Cooperación con la UNESCO.

Jara C. y García, A. (2003). *Diccionario de Mitología Bribri.* San José Editorial UCR.

Jara C. y García, A. (2007). *Materiales y Ejercicios para el Curso de Bribri I*, Escuela de Filología de la Universidad de Costa Rica, San Pedro de Montes de Oca. Accesible en: http://inil.ucr.ac.cr/materiales.php.

Jara C. y García, A. (2008). *Cargos Tradicionales del Pueblo Bribri:Sĩõ'tãmĩ-Óköm-Awá*. San José: Instituto Costarricense de Electricidad.

Jiménez, A. (1979). *Antropología Cultural: una aproximación a la Ciencia de la Educación* Madrid: Servicio de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia.

Jiménez, A. (2010, 22 Junio). *Identidades. Invención de la Nación* [archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=csXLRf4mJak&feature=relmfu.

Junior, G.C. (2002). *Matemática Caiçara-Etnomatemática contribuindo na formação docente.* Tesis de maestría no publicada, Universidad Estatal de Campiñas, Brasil.

Junquera, C. (1995). Los informantes. En A. Aguirre (Ed.). *Etnografía: Metodología cualitativa en la investigación sociocultural* (pp. 135-141). Madrid: Editorial Boixareu Universitaria Marcombo.

Kcuno, R. (2009, 2 de Septiembre). Universidades públicas promueven carrera en Ciencias de la Educación con Énfasis en Lengua y Cultura Cabécar. *Acontecer: Diario Digital de la Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica.* Recuperado el 2 de febrero de 2011, de http://web.uned.ac.cr/acontecer/index.php/a-

diario/educacion/278-universidades-publicas-promueven-carrera-en-ciencias-de-la-educacion-con-enfasis-en-lengua-y-cultura.html.

Kilpatrick, J. (1998). Valoración de la investigación en didáctica de las matemáticas: más allá del valor aparente. En L. Puig (Ed.), *Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática* (pp. 17-31). Bogotá: Una empresa docente.

Klenowski, V. (2004). *Desarrollo del portafolio*. Madrid: Narcea.

Knijnik, G. (1997). Lo popular y lo legítimo en la educación matemática de jóvenes y adultos. En UNESCO-Santiago (Ed.), *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos. Jornadas de reflexión y capacitación sobre la matemática en educación* (pp.43-54). Santiago de Chile, UNESCO-Santiago-OREALC. Recuperado el 02 de agosto de 2012 de http://unesdoc.unesco.org/images/0011/001159/115928so.pdf.

Knijnik, G. (2004). Itinerários da etnomatemática: questões e desafios sobre o cultural, o social e o político na educação matemática. En G. Knijnik, F. Wanderer y C.J. Oliveira (Eds.), *Etnomatemática. Currículo e formação de professores* (pp.19-38). Cruz do Sul: EDUNISC.

Kottak, C.P. (2006). *Antropología Cultural*. Madrid: McGraw-Hill.

Krippendorff, K. (1990) *Metodología del análisis de contenido*. Teoría y práctica. Barcelona: Paidós.

Kuhn, T. (1962). *La estructura de las revoluciones científicas.* Madrid: Fondo de Cultura Económica.

Latorre, A., del Rincón, D. y Arnal, J. (2003). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona: Ediciones Experiencia, S.L.

Lancy, D. F. (1983). *Cross-cultural Studies in Cognition and Mathematics*. Academic Press: New York.

Laurencich-Minelli, L. (2003).Vestigios Mesoamericanos entre los indios Guaymíes. En A.C. Arias Quirós et al (Eds.), *II Congreso sobre Pueblos Indígenas: del conocimiento ancestral al conocimiento actual, visión de los indígenas en el umbral del siglo XXI* (pp. 147-154). Costa Rica: SIEDIN.

Lean, G. (1986). *Counting Systems of Papua New Guinea*. Research Bibliography, 3rd Ed., Department of Mathematics. Papua New Guinea University of Technology, Lae, Papua New Guinea.

Lee, C. (2010). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas. La evaluación formativa en la práctica.* Madrid: Ediciones Morata.

León, O. G. y Montero, I. (2003). *Métodos de investigación en Psicología y Educación* (3ª ed.). Madrid: McGraw-Hill.

Lévi-Strauss, C. (1977). *Antropología Estructural*. Buenos Aires: EUDEBA.

Levi-Strauss, C. (1987). *Mito y significado.* Madrid: Alianza Editorial.

Lévi-Strauss, C. (1993). *Raza y Cultura*. Madrid: Ediciones Cátedra, S.A.

Lupiañez, J. (2009). *Expectativas de aprendizaje y Planificación curricular en un Programa de formación inicial de Profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis Doctoral no publicada. Universidad de Granada, España.

Lyons, N. (1999). *El uso del Portafolio*. Buenos Aires: Amorrortu Ediciones.

Madriz, L. (2011). Propuesta metodológica para la mediación pedagógica del curso: Atención de las necesidades educativas especiales desde la interculturalidad. *Memorias del II Congreso Internacional de Investigación Educativa en la Universidad de Costa Rica*. Costa Rica. Recuperado el 30 de agosto de 2012 de http://congreso.inie.ucr.ac.cr/memoria/index.php?actividad=32&ejeTematico=5.

Malinowski, B. (1984). El problema del significado en las lenguas primitivas. En C.K. Ogden e I.A. Richards (Eds.), *El significado del significado* (pp. 310-352). Barcelona: Paidós.

Margery, E. (1997). Perfiles religiosos de los pueblos indígenas de Costa Rica. *Mitológicas, 12*(1), pp. 19-31. Recuperado el 5 de junio de 2010 de http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/146/14601202.pdf.

Margery, E. (2004) *Diccionario Español-Cabécar, Cabécar-Español*. San José, Costa Rica: Editorial UCR.

Mariño, G. (1997). Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos. En UNESCO-Santiago (Ed.), *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos. Jornadas de reflexión y capacitación sobre la matemática en educación* (pp. 77-100). Santiago de Chile, UNESCO-Santiago-OREALC. Recuperado el 02 de agosto de 2012 de http://unesdoc.unesco.org/images/0011/001159/115928so.pdf.

Markarian, R. (2003). *La dimensión humana de la matemática, ensayos sobre matemática y cultura*. México: Ediciones la vasija.

Martínez, M. (2007). *La investigación cualitativa etnográfica en educación. Manual teórico-práctico*. México: Editorial Trillas.

Matang, R. y Owens, K. (2004). Rich transitions from Indigenous counting systems to English arithmetic strategies: Implications for mathematics education in Papua New Guinea. En F. Favilli (Ed.), *Ethnomathematics and mathematics education. Proceedings of the 10th International Congress on Mathematical Education Copenhagen, Denmark, Discussion Group 15 Ethnomathematics* (pp. 107-117). Pisa, Italia: Tipografia Editrice Pisana.

Matang, R. (2008). Enhancing children's formal learning of early number knowledge through indigenous languages and Ethnomathematics: the case of Papua New Guinea mathematics curriculum reform experience. En M. Cherinda y R. Silverman (Chairs), *Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education Monterrey, México, Discussion Group 18 The role of Ethnomathematics in mathematics education*. Recuperado el 29 de noviembre de 2009 de http://dg.icme11.org/document/get/322.

Mauss, M. (1974). *Introducción a la Etnografía* (2ª ed.). Madrid: Ediciones Istmo.

Maza, C. (1989). *Conceptos y numeración en la Educación Infantil*. Madrid: Editorial Síntesis.

Maza, C. y Arce, C. (1991). *Ordenar y Clasificar*. Madrid: Editorial Síntesis.

McMillan, J. H. y Schumacher, S. (2005). *Investigación educativa: una introducción conceptual*. Madrid: Pearson.

Messick, S. (1998). Test validity: a matter of consequence. *Social Indicators Research, 45*, 35-44.

Modesto, M. (2002). *Formação Continuada de Professores de Matemática: compreendendo perspectivas, buscando caminho*. Tesis de Maestría no publicada, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, Brasil.

Moliner, M. (2012). *Diccionario de uso del Español.* Madrid: Editorial Gredos.

Mora, R. (2009, 28 de Febrero). Indígenas estudiarán cultura Cabécar en carrera universitaria. *El Azucarero: Periódico Digital de Turrialba.* Recuperado el 2 de febrero de 2011, de http://www.elazucarero.com/index.php?news=846.

Moral Santaella, C. (2006). Criterios de validez en la investigación cualitativa actual. *Revista de Investigación Educativa, 24*(1), 147-164.

Moya, R. (2010). La alfabetización de jóvenes y adultos indígenas y afrodescendientes en América Latina y el Caribe: algunos ejemplos. En J. Lizama (Ed.), *Los caminos de la educación intercultural en América Latina* (pp. 29-90). Barcelona: Icaria Editorial.

Murillo, J.M. (2008). Notas sobre la lengua Guaymí en Costa Rica. *Revista Letras, 43*(1), 75-90.

Murillo, J. M. (2009). The Nominal Phrase Ngäbére *Forma y Función. 22*(2), 43-69.

Narby, J. y Huxley, F. (Eds.). (2005). *Chamanes a través de los tiempos. Quinientos años en la senda del conocimiento*. Barcelona: Editorial Kairós.

Nehring, H. (2003). *Matemática viva: o elo mágico entre existência e essência do ser humano.* Tesis de doctorado no publicada, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.

Nunes, T. (1992). Ethnomathematics and everyday cognition. In Grouws, D. A. (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 557-573). New York, NY: Macmillan.

Nunes, T. (1993). The socio-cultural context of mathematical thinking: research findings and educational implications. En A. Bishop, K. Hart, S. Lerman y T. Nunes (Eds.), *Significant Influences on children's learning of mathematics: Document Series No. 47* (pp.27-42). Paris: Education Sector UNESCO. Recuperado el 05 de agosto de 2012 de http://www.unesco.org/education/pdf/323_47.pdf.

Ocampo, R.A. (1984, Septiembre). Las comunidades indígenas dentro del contexto del Parque de la Biosfera La Amistad. *Documento presentado al Congreso Mundial sobre Parques Culturales.* Colorado: USA. Recuperado de http://orton.catie.ac.cr/cgibin/wxis.exe/?IsisScript=orton.xis&method=post&formato=2&cantidad=1&expresion=mfn=020192.

Ogden, C.K. y Richards, I.A. (1984). *El significado del significado. Una investigación acerca de la influencia del lenguaje sobre el pensamiento y de la ciencia simbólica.* Barcelona: Ediciones Paidós.

Oliveras, M.L. (1995a). *Etnomatemáticas en trabajos de Artesanía Andaluza. Su integración en un modelo para la formación de profesores y en la innovación del currículo matemático escolar*. Tesis Doctoral no publicada. Universidad de Granada, España.

Oliveras, M.L. (1995b). Artesanía Andaluza y Matemáticas. Un trabajo transversal con futuros profesores. *Revista UNO, 6,* 73-84.

Oliveras, M.L. (1996). *Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.

Oliveras, M.L. (1999a). Ethnomathematics and mathematics education. *Zentralblatt für Didaktic der Mathematik, 31*(3), 85–91.

Oliveras, M.L. (2000a). Matemáticas. En J. Fuentes y M. L. Oliveras (Eds.), *Matemáticas en la Sociedad* (pp. 13-27). Granada: Repro-digital Constitución.

Oliveras, M.L. (2000b). Cultura, Lenguaje y Matemáticas. Vivencias y creencias matemáticas. En J. Fuentes y M. L. Oliveras (Eds.), *Matemáticas en la Sociedad*. (pp. 29-37). Granada: Repro-digital Constitución.

Oliveras, M.L. (2000c). Etnomatemáticas. En J. Fuentes y M. L. Oliveras (Eds.), *Matemáticas en la Sociedad*. (pp. 39-50). Granada: Repro-digital Constitución.

Oliveras, M.L. (2000d). Etnomatemáticas en las Artesanías. En J. Fuentes y M. L. Oliveras (Eds.), *Matemáticas en la Sociedad*. (pp. 51-63). Repro-digital Constitución: Granada.

Oliveras, M. L. (2004). Etnomatemàtiques, educació intercultural i comunicació. *Perspectiva Escolar, 284*, 23-32.

Oliveras, M.L. (2005). Microproyectos para la educación intercultural en Europa. *Revista UNO, 38*, 70-81.

Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas de la multiculturalidad al mestizaje. En J. Goñi (Eds.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp.117-149). Barcelona, España: Grao.

Oliveras, M.L. (Ed.) (2010). Lecturas de Etnomatemáticas II. Universidad de Granada. [CD-ROM].

Oliveras, M. L. (2010, 27 de julio). Etnomatemática e Idiosincrasia cultural: Panel seis [audio-grabado]. *Fourth International Conference on Ethnomathematics*. Maryland University, USA.

Oliveras, M. L. (2010, 26 de agosto). Etnomatemáticas: Matemáticas vivas [audio-grabado]. *II Congreso Internacional de Computación y Matemática.* Heredia, Costa Rica.

Oliveras, M.L. y Gavarrete, M. E. (2012). Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 15*(3), 339-372.

Organización Internacional del Trabajo. (2002). *Convenio 169 sobre Pueblos Indígenas y Tribales en Países Independientes*. Ginebra. Junio de 1989. Recopilado el 20 de junio de 2012 de http://servindi.org/pdf/Conv169_OITSobrePueblosIndigenas.pdf.

Orton, A. (1998). *Didáctica de las matemáticas.* Madrid: Ediciones Morata.

Ovares, S., Méndes, N., Torres, N. y Cerdas, Y. (2007). La educación rural y sus desafíos en el Siglo XXI. *Educare* (Volumen extraordinario II), 117- 127. Recuperado el 20 de marzo de 2011, de http://www.una.ac.cr/educare/index.php?option=com_content&view=article&id=417:la-educacion-rural-y-sus-desafios-en-el-siglo-xxi&catid=76

Owens, K. (2001). The Work of Glendon Lean on the Counting System of Papua New Guinea an Oceania. *Mathematics Education Research Jornal, 13*(1), 47-71.

Owens, K. (2006). Rethinking cultural research. *Proceedings of Third International Conference on Ethnomathematics (ICEM3)*. Auckland, New Zealand.

Pacheco, M. (2006). Cinco relatos Guaymíes. *Estudios de Lingüística Chibcha, 25*(1), 79-92.

Padilla, J. L., Gómez, J., Hidalgo, M.D. y Muñiz, J. (2007). Esquema conceptual y procedimientos para analizar la validez de las consecuencias del uso de los test. *Psicothema, 19*(1), 173-178. Recopilado el 9 de junio de 2012 de http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/727/72719126.pdf.

Palmer, P., Sánchez, J. y Mayorga G. (1992). *Vías de extinción-vías de supervivencia: Testimonios del pueblo indígena de la Reserva Keköldi, Costa Rica*. San José: Editorial UCR.

Panikkar, R. (2006). Decálogo: Cultura e Interculturalidad. *Cuadernos Interculturales, 4*(6), 129-130.

Parra, A. (2003). *Acercamiento a la Etnomatemática.* Trabajo de grado no publicado, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia. Recuperado el 10 de noviembre de 2010 de http://etnomatematica.org/trabgrado/acercamientoalaetnomatematica.pdf.

Parra, H. (2005). Creencias matemáticas y la relación entre actores del contexto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 8*(001), 69-90. Recuperado el 03 de febrero de 2012 de http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/335/33508104.pdf.

Programa Estado de la Nación, PEN (2005). *Primer Informe del Estado de la Educación Costarricense*. San José: Programa Estado de la Nación. Recuperado el 20 de setiembre de 2008 de http://www.estadonacion.or.cr/index.php/biblioteca-virtual/costa-rica/educacion/informes-anteriores/informe-i.

PEN (2008). *Segundo Informe del Estado de la Educación Costarricense*. San José: Programa Estado de la Nación. Recuperado el 10 de junio de 2009 de http://www.estadonacion.or.cr/index.php/biblioteca-virtual/costa-rica/educacion/informes-anteriores/informe-ii.

PEN (2011). *Tercer Informe del Estado de la Educación Costarricense*. San José: Programa Estado de la Nación. Recuperado el 15 de julio de 2012 de http://www.estadonacion.or.cr/index.php/biblioteca-virtual/costa-rica/educacion/sinopsis/informe-iii.

Pérez Serrano (1994). *Investigación cualitativa: retos e interrogantes. Técnicas y Análisis de datos*. Madrid: La Muralla.

Pinxten, R., Van Dooren, I., Harvey, F. (1983). *The Anthropology of Space*. University of Pennsylvania Press.

Portilla, M. (1999). Tipología de los sistemas numerales de las lenguas chibchas de Costa Rica. *Filología y Lingüística, 25* (1), 159-168.

Pérez Serrano (1994). *Investigación cualitativa: retos e interrogantes. Técnicas y Análisis de datos*. Madrid: La Muralla.

Porta, L. y Silva, M. (2003). *La investigación cualitativa: el análisis de contenido en la investigación educativa*. Recopilado el 03 de febrero de 2012 de

http://www.investigacioncualitativa.es/Paginas/Articulos/investigacioncualitativa/PortaSilva.pdf.

Presmeg, N. (1998). Ethnomathematics in Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education, 1* (3), 317-339.

Presmeg, N. (2007). The role of culture in teaching and learning mathematics. En F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.435-458). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Quesada, M. (2006). Toponimia indígena de Costa Rica. *Revista de Filología y Lingüística de la Universidad de Costa Rica*, *32*(2), 203-259.

Regúnaga, A. (2011). El género gramatical en algunas lenguas sudamericanas desde una perspectiva tipológico-comparativa. *Revista Lingüística, 26* (1), 172-192.

Rico, L.; Marín, A.; Lupiañez, J.L. y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en Secundaria: el caso de los números naturales. *Suma (58)*, 7-23.

Rivera Camino, J. (2011). *Cómo escribir y publicar una tesis doctoral*. España: ESIC Editorial.

Rockwell, E. (2008). Del campo al texto: dilemas del trabajo etnográfico. En M. Jociles y A. Franzé (Eds.). *Es la escuela el problema? Perspectivas socio-antropológicas de etnografía y educación* (pp. 90-103). Madrid: Editorial Trotta.

Rodríguez, G. (s.f.) *Un nuevo enfoque para la educación indígena Bribris y Cabécares*. [Manuscrito-Propuesta de desarrollo integral Bribri-Cabécar 2006, Proyecto de captura de carbono-CATIE-ACOMUITA]. Recuperado el 10 de enero de 2011 de http://www.catie.ac.cr/BancoMedios/Documentos%20PDF/guillermo_rodriguez_anexo_unnuev1.pdf.

Rohrer, A. (2010). *Ethnomathematics - New Approaches to its Theory and Application*.. Tesis doctoral no publicada. Universitat Bielefeld, Alemania.

Rojas, C. (2002) La enseñanza de las lenguas indígenas en Costa Rica. *Educare, 3*(1), 177-186. Recuperado el 15 de agosto de 2010, de http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/EDUCARE/article/view/997.

Rojas, C (2006). *Cosmovisión del pueblo Guaymí* Departamento de Educación Indígena. Ministerio de Educación Pública, Costa Rica. Recuperado el 13 de agosto de 2012 de http://www.yorku.ca/hdrnet/images/uploaded/Rojas_Chavez.pdf.

Rojas, C. (2007). *La enseñanza de las lenguas indígenas en Costa Rica.* Departamento de Educación Indígena. Ministerio de Educación Pública, Costa Rica. Recuperado el 13 de agosto de 2012 de http://www.unesco.or.cr/portalcultural/lenguas1.pdf.

Rosa, M. y Orey, D.C. (2005). Tendências atuais da Etnomatemática como um programa: rumo à ação pedagógica. *Zetetiké*, 23, pp. 121-136.

Rosa, M. y Orey, D.C. (2007). Cultural assertions and challenges towards pedagogical action of an ethnomathematics program. *For the Learning of Mathematics, 27*(1), 10-16.

Rowlands, S. y Carson, R. (2002). Where would formal, academic mathematics stand in a curriculum informed by ethnomathematics? A critical review of ethnomathematics. *Educational Studies in Mathematics, 50*, 79-102.

Ruiz, A. (2001). Asuntos de Método en la Educación Matemática. *Revista Virtual Matemática, Educación e Internet, Instituto Tecnológico de Costa Rica*. Recuperado el 18 de marzo de 2009, de http://www.cimm.ucr.ac.cr/articulos/Asuntos%20de%20metodo%20en%20la%20Educacion%20Matematica.pdf.

Ruiz, A., Chavarría, J., y Mora, F. (2003). Tendencias y retos de la Educación Matemática en Costa Rica. *Uniciencia, 20* (1), 183-198. Recuperado el 18 de marzo de 2009 de http://www.cimm.ucr.ac.cr/aruiz/libros/Uniciencia/Articulos/Volumen1/Parte8/articulo15.html.

Ruiz, A.; Barrantes, H. y Gamboa, R. (2009). *Encrucijada en enseñanza de la matemática: la formación de educadores*. Cartago: Editorial Tecnológica de Costa Rica.

Ruiz, A., Chavarría, J. y Mora, F. (2009). Tendencias y retos de la Educación Matemática en Costa Rica #2. *UNICIENCIA, 1*(8). Recuperado el 18 de marzo de 2009 dehttp://www.cimm.ucr.ac.cr/aruiz/libros/Uniciencia/Articulos/Volumen1/Parte8/articulo15.html.

Russell, B. (2003). *Investigación sobre el significado y la verdad*. Buenos Aires: Editorial Losada.

Russell, B. (2010). *Historia de la Filosofía Occidental* (Tomo I y II, 16ª ed.). España: Ediciones Austral.

Sabirón, F. (2006). *Métodos de investigación etnográfica en Ciencias Sociales*. España: MIRA editores S.A.

Sánchez, A. (2011). *Orientaciones para el curso Didáctica de las Matemáticas en contextos multiculturales* (Código 2072). San José, Costa Rica: Comisión de Enlace Siwá-Pákö.

Sandín, M.P. (2000). Criterios de validez en la investigación cualitativa: de la objetividad a la solidaridad. *Revista de Investigación Educativa, 18* (1), 223-242.

Sandín, M.P. (2003). *Investigación cualitativa en educación: fundamentos y tradiciones*. Madrid: McGraw-Hill, Interamericana.

Sandoval, C. (2002). *Otros amenazantes. Los nicaragüenses y la Formación de identidades nacionales en Costa Rica*. San José: Editorial UCR.

Santillán, A y Zachman, P. (2008). Desventuras de la Evaluación en Etnomatemáticas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 1(1), 26-36.*

Santillán, A. y Zachman, P. (2009). Una experiencia de capacitación en Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 2* (1), 27-42.

Santos, S.N. (2009). *A etnomatemática da comunidade campestre: um estudo dos saberes matemáticos.* Tesis de Maestría no publicada, Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

Santos, A. (2010). *Etnomatemática: um olhar ético sobre um jogo e suas regras*. Tesis de Maestría no publicada. Facultad de Educación, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Brasil.

Scandiuzzi, P. (2010). Accepting the Other: Different Division Expression. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *3*(1), 67-78

Sebastiani Ferreira, E. (1991) Por uma Teoria da Etnomatemática. *Bolema, 6*(7), 30-35.

Sebastiani Ferreira, E. (2004). Os ´Indios Waimiri-Atroari e a Etnomatemática. En G. Knijnik, F. Wanderer y C.J. de Oliveira, C. J. (Eds.). *Etnomatemática. Currículo e formação de professores* (pp.70-88). Santa Cruz do Sul: EDUNISC.

Serrano, J. (1995). Estudio de casos. En A. Aguirre (Ed.), *Etnografía: Metodología cualitativa en la investigación sociocultural* (pp.203-208). Barcelona: Marcombo.

Serrano, J., González-Herrero, M.E. y Pons, R. (2008). *Aprendizaje cooperativo en matemáticas.* España: Editum.

Shirley, L. (2008). Ethnomathematics looks back and looks forward. En M. Cherinda y R. Silverman (Chairs), *Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education Copenhagen, Denmark, Discussion Group 18, The role of Ethnomathematics in mathematics education*. Recuperado el 27 de noviembre de 2009 de http://dg.icme11.org/document/get/327.

Shores, E. F. y Grace, C. (1998). *El Portafolio, paso a paso*. Barcelona: Graó.

Silva, E. (2006) *O discurso de professores de prática de ensino e a perspectiva da etnomatemática*. Tesis de Maestría no publicada, Universidade Católica de São Paulo, Brasil.

Skemp, R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.

Skovsmose, O. y Vithal, R. (1997). The end of innocence: A critique of 'Ethnomathematics'. *Educational Studies in Mathematics, 34*, 131–158.

Solano, E. (2004). La población indígena en Costa Rica según el Censo 2000. En L. R. Bixby (Ed.), *Costa Rica a la luz del Censo 2000* (pp. 217-258). San José, Costa Rica: Centro Centroamericano de Población.

Soto, I. (1997). Algunas proposiciones sobre la didáctica para la enseñanza de las matemáticas en jóvenes y adultos. En UNESCO-Santiago (Ed.), *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos. Jornadas de reflexión y capacitación sobre la matemática en educación* (pp. 119-130). Santiago de Chile, UNESCO-Santiago-OREALC. Recuperado el 02 de agosto de 2012 de http://unesdoc.unesco.org/images/0011/001159/115928so.pdf.

Stone, D. (1961). *Tribus Talamanqueñas de Costa Rica*. Costa Rica: Editorial Imprenta Nacional.

Taylor, S. J. y Bodgan, R. (1987). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación.* Barcelona: Paidós.

Thiebaut, C. (2007). *Conceptos Fundamentales de la Filosofía*. Madrid: Alianza Editorial.

Tójar Hurtado, J.C. (2006). *Investigación cualitativa. Comprender y actuar*. Madrid: La Muralla.

Torres de Arauz, R (s. f.). *La ceremonia de la Pubertad Femenina en dos culturas indígenas panameñas.* Recopilado el 12 de agosto de 2012 de http://bdigital.binal.ac.pa/bdp/revistas/Tareas/Tareas2-1.pdf

Torres, R., Morales, J. y Ovares, S. (2007). La pedagogía intercultural en los territorios indígenas de Costa Rica. *Educare* (Volumen extraordinario II), pp. 195-206.

Recuperado el 20 de marzo de 2011, de http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/EDUCARE/article/view/1392.

UNESCO. (1982). Declaración de México sobre las políticas culturales. En *Conferencia mundial sobre las políticas culturales*. México. D. F. Recuperado el 12 de febrero de 2011 de http://portal.unesco.org/culture/es/ev.php-URL_ID=12762&URL_DO=DO_TOPIC&URL_SECTION=201.html.

UNESCO (1989). *Reorientation and Reform of Secondary Education in Asia and the Pacific Region.* Bangkok. UNESCO Principal Regional Office for Asia and the Pacific. Recuperado el 11 de junio de 2011 de http://unesdoc.unesco.org/images/0008/000845/084521eb.pdf.

UNESCO. (1993). *Significant influences on children's learning of Mathematics* (Document Series No. 47). Recuperado el 15 de junio de 2011 de http://www.unesco.org/education/pdf/323_47.pdf.

UNESCO. (1997). Conferencia intergubernamental sobre políticas culturales para el desarrollo. Suecia. Recuperado el 12 de febrero de 2011 de http://unesdoc.unesco.org/images/0011/001139/113935so.pdf.

UNESCO. (2005). *Convención sobre la protección y promoción de la diversidad de las expresiones culturales*. París. Recuperado el 19 de mayo de 2012 de http://unesdoc.unesco.org/images/0014/001429/142919s.pdf

UNESCO. (2012). *Challenges in basic mathematics education*. París. Recuperado el 10 de agosto de 2012 de http://unesdoc.unesco.org/images/0019/001917/191776e.pdf.

UNICEF. (2006). *Niñez y Adolescencia Indígena en Costa Rica: su derecho a la Salud y a la Educación*. Costa Rica: UNICEF. Recuperado el 3 de septiembre de 2012 de http://primerainfancialac.org/publicaciones/all/thumbnails/3-Derecho-salud-y-educacion%20indgena-2006.pdf.

UNICEF. (2007). *Conocimientos y percepciones de la población sobre los pueblos indígenas en Costa Rica*. Costa Rica: UNICEF. Recuperado el 18 de marzo de 2009 de http://www.unicef.org/lac/Documento_PR_Costa_RIca(1).pdf.

Vásquez, A.C. (2008). Caracterización de la situación idiomática de los pueblos indígenas de Costa Rica y su influencia en su educación. *Educare, 12*(1), 61-66. Recuperado el 20 de marzo de 2011 de http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/1941/194114584010.pdf.

Velázquez, F. (2000). De la instrucción matemática a la educación matemática. *Números, 43-44*, 129-134.

Vitebsky, P. (1995). *The Shaman.* Londres: Duncan Baird Publishers.

Watson, H. (2006). *Propuesta de auto y mutua formación del grupo docente de nivel inicial, Escuela Tsipirí*. Tesis de Maestría no publicada, Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica.

Watson, H., Bolaños, M. y Brenes, C. (2007). La escuela desde el territorio indígena Cabécar de Chirripó. *Ponencia presentada en las Terceras Jornadas de Divulgación sobre la visión del desarrollo sostenible a través de cuatro cristales*. San José: Universidad de Costa Rica.

Watson, H. (19 de agosto de 2010). Entrevistada por M.E. Gavarrete [Audio grabación en cinta]. Sede del Atlántico de la Universidad de Costa Rica. Turrialba, Costa Rica.

White, L. (1988). El locus de la realidad matemática. En L. White (Ed.), *La ciencia de la cultura: un estudio sobre el hombre y la civilización*. Barcelona, España: Círculo Universidad.

White, L. (2007). *The evolution of culture: The Development of Civilization to the Fall of Rome*. California: Left Coast Press.

Wolcott, H. (2003). Sobre la intención etnográfica. En H. Velasco, J. García y A. Díaz (Ed.). *Lecturas de Antropología para Educadores* (pp. 127-144). Madrid: Editorial Trotta.

Woods, P. (1987). *La escuela por dentro. La etnografía en la investigación educativa*. Madrid: Paidós.

Woods, P. (1998). *Investigar el arte de la enseñanza: el uso de la etnografía en la educación*. Madrid: Paidós.

Zaslavsky, C. (1973). *Africa Counts*. Prindle-Weber-Schmidt: Boston, Mass.



Anexos Impresos

ANEXO F1. ÍNDICE DE ABREVIATURAS

BELCC	Bachillerato en I y II ciclo con énfasis en Lengua y Cultura Cabécar
CIAEM	Comité Interamericano de Educación Matemática
CIFEMAT	Centro de Investigación y Formación en Educación Matemática
CISP	Comisión Interinstitucional Siwä-Pakö
DES	Dominios de Experiencia Subjetiva
CR	Costa Rica
CMC	Conocimiento Matemático Cultural
DMCM	Didáctica de la Matemática en Contextos Multiculturales
GCC	Grupo de Conocimientos Compartidos
ICEm	International Conference on Ethnomathematics
ICME	International Commission on Mathematical Instruction
ICME	International Congress on Mathematical Education
MEP	Ministerio de Educación Pública de Costa Rica
NBC	Ngäbe, Bribri, Cabécar
PBMC	Programa universitario de bachillerato en I y II ciclo con énfasis en lengua y cultura cabécar
PEN	Programa Estado de la Nación
PI-IFEM	Programa Interinstitucional de Investigación y Formación en Educación Matemática
PISP	Programa Interinstitucional Siwä-Pakö
PME	Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education
RELME	Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa

ANEXO F2. GLOSARIO

Las palabras son fenómenos del mundo sensible, según Russell (2003) y según Ogden y Richards (1984) no significan nada por sí mismas, sino hasta que un sujeto pensante hace uso de ellas es que representan algo y adquieren significado.

A continuación presentamos una lista de significados funcionales de algunos términos que están involucrados en esta investigación. Muchos de ellos han sido tratados ampliamente dentro del texto, por lo cual se puede inferir un significado.

Sin embargo, preferimos anotar una descripción breve del significado que hemos acordado coherente para los fines de este trabajo, especialmente de los significados asociados con las lenguas indígenas que tratamos, de las cuales, cabe destacar que no pretendemos realizar una traducción científica, pues en las lenguas primitivas lo que prima es una relatividad simbólica (Malinowski, 1984) y en vez de traducir, lo que ofrecemos es un acercamiento a la idea parcialmente existente para los hablantes del español.

Hemos incorporado constructos vinculados a las áreas temáticas que se desarrollan en esa investigación y que están fundamentados en las fuentes bibliográficas consultadas, como: Moliner (2012), García (1992), Aguirre (1982), Jara y García (2003), Margery (2004), UNESCO (1982, 1989, 1993, 1997, 2005, 2012), Watson (2006), Watson et al.(2006), , Ferrero (2000), Sebastiani Ferreira (1991, 2004), Gerdes (1997), D'Ambrosio (1996, 1997, 1999, 2000, 2004), Oliveras (1996, 2000c, 2005, 2006), Pacheco (2006), Rico et al. (2008), Thiebaut (2007), Guevara (2009), Gavarrete y Vásquez (2005), (Malinowski, 1984), entre otros.

Aculturación: el intercambio de rasgos culturales resultante del contacto directo entre grupos; los patrones culturales de cualquiera o de ambos grupos pueden cambiar pero los grupos se mantienen distintos.

Actividades, bienes y servicios culturales: son los que desde el punto de vista de su calidad, utilización o finalidad específicas, encarnan o transmiten expresiones culturales, independientemente del valor comercial que puedan tener. Las actividades culturales pueden constituir una finalidad de por sí, o contribuir a la producción de bienes y servicios culturales.

Amerindios: designa a todos los pueblos originarios de América y a sus descendientes modernos no mestizados.

Análisis descriptivo: el proceso de desglosar los datos en sus partes componentes para diferenciar patrones o regularidades entre ellos.

Análisis émico: una manera de comprender una comunidad sometida a estudio centrándose en cómo las personas en esa comunidad dan significado a sus acciones.

Análisis teórico: el proceso de explicar patrones o regularidades que aparecen en el análisis descriptivo de los datos.

Antropocentrismo: conjunto de concepciones que consideran al ser humano el centro, significado o razón de un proceso de carácter natural.

Awá [Bribri]: nombre dado por los Bribris para designar a los especialistas en medicina indígena, son los grandes depositarios del conocimiento ancestral, son los grandes sabios.

Awapa [Bribri]: plural de Awá (Médicos especialistas en medicina indígena).

BikakLa [Bribri-Cabécar]: cargo tradicional en ritual funerario, organizador de fiestas ceremoniales y maestro de ceremonias en los rituales funerarios. Es el jefe del velorio (el que reparte el chocolate) que organiza y distribuye las tareas durante la celebración. Es quien recibe las ofrendas en el primer entierro y el que dirige la fiesta funeraria, quien organiza el reparto de los alimentos: cacao molido, carne de diferentes tipos, palmito de pejibaye cocinado y la chicha, que puede ser de maíz, pejibaye, banano o tubérculos.

Bulu' (BLu) [Bribri-Cabécar]: rey, jefe o dueño de muchas posesiones.

Bursike [Cabécar]: nombre designado por los Cabécares para referirse a su canto y baile tradicional.

Cargo tradicional: situación especial dentro de la sociedad indígena, como persona con un conocimiento especializado, relacionado con una estructura de poder relacionado con la jerarquía mítica.

Chichada: constituye una manifestación tradicional de varios pueblos chibchas. Consiste en una festividad en la cual un jefe de familia convoca a miembros de la comunidad a quienes reparte generosamente[1] chicha (de maíz, pejibaye, banano o tubérculos). Los motivos de celebración son diversos, sobre todo asociados a eventos importantes, como el nacimiento, la construcción o reparación de una casa o como muestra de agradecimiento y reciprocidad por la ayuda recibida durante la cosecha.

Cinésica: el estudio del lenguaje corporal

Clan: grupo de filiación unilineal basado en una filiación estipulada.

Consentimiento informado: un principio básico en la ética de investigación; se espera que las personas accedan a participar en un proyecto de investigación después de darles información pertinente sobre los métodos y resultados previstos de la investigación.

Contenido cultural: sentido simbólico, la dimensión artística y los valores culturales que emanan de las identidades culturales que las expresan.

Cultura: las creencias aprendidas o los productos materiales y las acciones sociales compartidas que caracterizan al grupo social.

Culturizar*:* Civilizar, incluir en una cultura.

Culturización*:* Acción y efecto de culturizar.

[1] A nivel cosmogónico la mezquindad es un comportamiento no deseado. Y la chicha adquiere un rango de bebida sagrada, sobre todo en los festejos rituales, por lo tanto se reparte y se comparte de manera abundante.

Curandero Sukia [Cabécar]: nombre dado por los Cabécares para designar a las personas que se desempeña en el campo de la medicina natural, pero que también transmiten enseñanzas relacionadas con el uso de herramientas para el trabajo en el campo y en la cacería como por ejemplo: el machete, el hacha, cómo hacer flechas, cerbatanas y también instruye sobre los tiempos apropiados para la siembra.

Diáspora: los descendientes de un área que se han dispersado por muchos lugares.

Diversidad cultural: multiplicidad de formas en que se expresan las culturas de los grupos y sociedades. Estas expresiones se transmiten dentro y entre los grupos y las sociedades.

Dichèkala [Bribris]: Alma de los huesos.

Dieta: ritual de purificación que consiste en el ayuno de la sal, algunos alimentos y exposición a la luz solar. Es un proceso que hace referencia a un concepto de salud colectiva puesto que no solamente se integra la persona enferma sino también su grupo familiar.

Ditsö: [Bribri-Cabécar]: nombre que Sibö dio a los primeros Talamanqueños y que significa semillas de maíz.

DiökL [Bribri]: Alma de los ojos. Imagen.

Enculturación: proceso social por el que se aprende y se transmite la cultura a través de generaciones.

Etnia: Se refiere a grupos humanos que se caracterizan por poseer rasgos morfológicos[6] comunes y una cultura que los distingue de otros grupos foráneos, aunque estén organizados en instituciones similares.

Etnicidad: identificación con, y sentirse parte de, un grupo étnico, y exclusión a ciertos otros grupos debido a esta afiliación.

Etnocentrismo: tendencia a ver la propia cultura como la mejor, y a juzgar el comportamiento y las creencias de personas de otras culturas con los patrones de la propia.

Etnociencia: Se define para representar un cuerpo de conocimientos desarrollado por todas las culturas motivados por su entorno natural y cultural, este cuerpo de conocimiento está constituido por las formas de clasificación de sistemas de observación y explicaciones basadas en las experiencias que se desarrollan de acuerdo a ciertos contextos culturales, sociales y económicos, la ciencia se ha reconocido desde hace tiempo como el instrumento intelectual de progreso y la tecnología, por lo que es muy importante tener en cuenta que las prácticas científicas aparecen en muchas actividades diarias (D'Ambrosio, 2000). Sebastiani Ferreira ha considerado la etnociencia como los modelos utilizados por un grupo étnico, que resultan del análisis y la observación de los fenómenos naturales que ocurren en su entorno específico, corresponde a un constructo dentro del campo de investigación de la etnología que persigue

[6] Morfológico: perteneciente o relativo a la morfología. Morfología: parte de la biología que trata de los seres orgánicos y de las modificaciones o transformaciones que experimenten.

determinar las ideas que se aportan a la ciencia institucionalizada (Sebastiani Ferreira, 2004). Las etnomatemáticas ha sido una de las últimas disciplinas desarrolladas, si se compara con otras etnociencias, por ejemplo, etnobotánica, etnozoología, etnoastronomía, etnolingüística, etc; estos términos se utilizan para referirse al sistema de conocimiento y la percepción típica de una cultura específica (Gerdes, 1997). El enfoque de *etnociencia* asumido por Oliveras (1996, 2000c) trata de que la interpretación de la vida científica y social de cualquier grupo se realiza con sus propios elementos culturales y sociales, con criterios ecológicos o contextualizados que conllevan una valoración de equidad ontológica, independiente de superioridades racionalistas, mapas o dominaciones. Bajo esta concepción se puede estudiar las matemáticas implícitas en la cultura del entorno para colaborar en una mayor comprensión y valoración del mismo.

Etnogeometría: según Pacheco (1999) es un concepto semántico con la conjunción de tres elementos a saber, Etno + Etnología + Geometría y la define como el estudio y conocimiento de la geometría bajo el aspecto cultural de los pueblos comparando sus afinidades de antropología cultural o social y de los lazos de civilizaciones que los caracteriza. De este modo, permite la posibilidad de geometrizar conceptos, o prácticas, dentro de una cultura y compararla con otra.

Etnología: comparación transcultural o estudio comparativo de los datos etnográficos de la sociedad y la cultura.

Etnosemántica: estudio de las clasificaciones y de los contrastes léxicos (vocabulario) en diversas lenguas.

Epistémico: que tiene que ver con la justificación del conocimiento y de la ciencia, así como a la justificación racional de las creencias.

Epistemología: (sinónimo de teoría del conocimiento o gnoseología) el estudio de las creencias y los conocimientos racionalmente justificados que pueden apelar al proceso racionalmente controlado que la hizo surgir o a su coherencia con otras ciencias que poseen carácter de certeza.

Expresiones culturales: son las expresiones resultantes de la creatividad de las personas, grupos y sociedades, que poseen un contenido cultural.

Filiación: regla que asigna la identidad social sobre la base de algún aspecto de la ascendencia de una persona.

Filiación matrilineal: regla por la cual un individuo pasa a formar parte del clan de la madre desde que se nace y es miembro de ese clan toda la vida.

Filogénesis (plural): proceso evolutivo de la especie.

Gnoseología: estudio del conocimiento, teoría del conocimiento o epistemología.

Grupo étnico: grupo que se distingue por sus similitudes culturales (compartidas entre sus miembros) y por sus diferencias (con respecto a otros grupos); los miembros del grupo étnico comparten creencias, valores,

hábitos, costumbre y normas, y una lengua, religión, historia, geografía y parentesco, entre otros.

Gueto: Es un área separada para la vivienda de un determinado origen étnico, cultural o religioso, voluntaria o involuntariamente, en mayor o menor reclusión. El término se empleó, originalmente, para indicar los barrios en los cuales eran obligados a vivir y a permanecer confinados por la noche. El uso se ha extendido hoy a cualquier área en la que la concentración de un determinado grupo social es excluyente. (http://es.wikipedia.org/wiki/Gueto)

Interaccionismo simbólico: una teoría que trata la vida social como un producto de encuentros continuos y en constante cambio ente miembros de la comunidad.

Interculturalidad : presencia e interacción equitativa de diversas culturas y la posibilidad de generar expresiones culturales compartidas, adquiridas por medio del diálogo y de una actitud de respeto mutuo.

Jawá [Cabécar]: nombre dado por los Cabécares para designar a los especialistas en medicina indígena. Son también quienes enseñan el canto de Bursike (el de la curación), la relación con la naturaleza y también las dietas.

Jo-Tamí [Cabécar]: mujer que prepara lo que se necesita para alistar el difunto, cargo tradicional en ritual funerario. Prepara también el brebaje para purificar a las personas que asisten al entierro y a quienes tienen que ver con la disposición del difunto.

Jkö [Bribri]: es el nombre de la canasta en la que Sibö guardó las Ditsö y predestinó la manera de morir de los indígenas.

Jú-tsiní [Cabécar]: casa cónica tradicional.

KéköL [Bribri]: árbol del cual se fabrican los bastones para los Awapa.

Kó [Bribri]: tiempo, día, lugar, espacio. (Jara y García, 1997), el significado en cabécar es el mismo, pero la entonación varía.

Matemáticas escolares: son las matemáticas consideradas como objeto de enseñanza y aprendizaje. (Rico et al, 2008, p. 9)

Mayor: es una persona indígena adulta o adulta mayor, que ejerce un cargo tradicional, dentro de la estructura socio-cultural. Por ejemplo, en la cultura Bribri: UséköL, Jawá, Óköm, TsököL, entre otros.

Médico tradicional indígena: es un rol especializado, adquirido mediante un proceso culturalmente adecuado de selección, preparación, certificación y adquisición de una imagen profesional. Es un sanador que consultan pacientes porque creen en sus poderes especiales y socialmente recibe una forma de consideración excepcional. Es un universal cultural indígena.

Mito: relato imaginario o ficción (normalmente de índole literaria o fabulosa) que se pretende con capacidad explicativa de algún suceso natural o social. Thiebaut (2007) afirma que el tránsito del ‘mito’ al ‘logos’ marca el nacimiento de la filosofía occidental, siendo esa transición la que conduce a explicaciones racionales y científicas del mundo.

Desde la perspectiva de Guevara (2009), el mito se puede percibir como un relato que produce una fenomenología de la cultura, la sensación de trascender la conciencia y sondear la esencia de las cosas del mundo, constituyendo una funcionalidad en el individuo creyente, es decir, quien percibe el mito como Historia. De esta forma, tales sentimientos alimentan otras utilidades culturales, como procurar, en torno a una colección de relatos únicos motivos para una identidad cultural particular, para perpetuar una visión particular del mundo y de la sociedad y preservar un patrimonio cultural que se transmite de generación en generación.

Namaitami [Bribri-Cabécar] es la mujer que se encarga de preparar las bebidas de café y cacao que se ofrecen a las personas durante la celebración del velorio, cargo tradicional en ritual funerario. Ella posee el conocimiento ancestral y la responsabilidad social para asumir esta función. En la cultura Bribri es un personaje mítico que participó en la creación del mundo.

Número Mágico Ritual: Según Gavarrete y Vásquez (2005) es un número representativo, asociado a una realidad, cuyas manifestaciones reiterativas están relacionadas a un conjunto de prácticas o creencias, correspondidas con la producción de efectos establecidos por un culto.

Ñá [Bribri]: grado de impureza. Debilitamiento del WíköL.

Objeto Cultural: es una entidad que se caracteriza por participar de la naturaleza de los objetos tangibles y de los intangibles caracterizándose por tener con un sentido para la cultura a la cual pertenecen. También contienen una base o sustrato material y una significación espiritual; son producidos por los individuos en atención a algo significativo que puede ser de carácter estético, utilitario, o interpretativo (Malinowski, 1984).

Occidentalización: la influencia aculturadora de la expansión occidental sobre las culturas nativas.

Óköm / Jo [Bribri-Cabécar] es el hombre que se encarga de preparar al muerto para enterrarlo, solamente él lo puede tocar, cargo tradicional en ritual funerario. Es quien enseña cómo se entierra a las personas, cómo se envuelve a los difuntos.

Ontología: en un sentido general, estudio del ser. En un sentido restringido o especial, estudio de los entes. Se refiere a la concepción de la estructura de la realidad que comportan diversas reflexiones filosóficas, como al conjunto de los elementos componentes de los que trata una teoría.

Ontogénesis: proceso evolutivo de un individuo dentro de una especie.

Ortogénesis: evolución progresiva unilineal debido a una fuerza interna o externa.

Paradigma: conjunto articulado o constelación de creencias sobre algún o algunos aspectos del mundo cuya modificación explicaría la evolución de las teorías científicas. Kuhn emplea la idea para mostrar la evolución, primero, y la revolución, después de planteamientos científicos. Tiene un uso funcionalmente equivalente a una teoría

de la ciencia, a la idea de cosmovisión, visión del mundo u horizonte.

Patrimonio Cultural: el patrimonio cultural está formado por los bienes culturales que la historia le ha legado a una nación y por aquellos que en el presente se crean y a los que la sociedad les otorga una especial importancia histórica, científica, simbólica o estética. Es la herencia recibida de los antepasados, y que viene a ser el testimonio de su existencia, de su visión de mundo, de sus formas de vida y de su manera de ser, y es también el legado que se deja a las generaciones futuras. El Patrimonio Cultural se divide en dos tipos, Tangible e Intangible.

Patrimonio Tangible: es la expresión de las culturas a través de grandes realizaciones materiales, este tipo de patrimonio se puede clasificar en Mueble e Inmueble.

Patrimonio Tangible Mueble: comprende los objetos arqueológicos, históricos, artísticos, etnográficos, tecnológicos, religiosos y aquellos de origen artesanal o folklórico que constituyen colecciones importantes para las ciencias, la historia del arte y la conservación de la diversidad cultural del país. Entre ellos cabe mencionar las obras de arte, libros manuscritos, documentos, artefactos históricos, grabaciones, fotografías, películas, documentos audiovisuales, artesanías y otros objetos de carácter arqueológico, histórico, científico y artístico. Se estima que en Chile existen más de dos millones de objetos o piezas museables, los que se encuentran principalmente en museos, archivos y bibliotecas del Estado.

Patrimonio Tangible Inmueble: está constituido por los lugares, sitios, edificaciones, obras de ingeniería, centros industriales, conjuntos arquitectónicos, zonas típicas y monumentos de interés o valor relevante desde el punto de vista arquitectónico, arqueológico, histórico, artístico o científico, reconocidos y registrados como tales. Estos bienes culturales inmuebles son obras o producciones humanas que no pueden ser trasladadas de un lugar a otro, ya sea porque son estructuras (por ejemplo, un edificio), o porque están en inseparable relación con el terreno (por ejemplo, un sitio arqueológico).

Patrimonio Intangible: está constituido por aquella parte invisible que reside en espíritu mismo de las culturas. El patrimonio cultural no se limita a las creaciones materiales. Existen sociedades que han concentrado su saber y sus técnicas, así como la memoria de sus antepasados, en la tradición oral. La noción de patrimonio intangible o inmaterial prácticamente coincide con la de cultura, entendida en sentido amplio como "el conjunto de rasgos distintivos, espirituales y materiales, intelectuales y afectivos que caracterizan una sociedad o un grupo social" y que, "más allá de las artes y de las letras", engloba los "modos de vida, los derechos fundamentales del ser humano, los sistemas de valores, las tradiciones y las creencias" A esta definición hay que añadir lo que explica su naturaleza dinámica, la capacidad de transformación que la anima, y los intercambios interculturales en que participa. Está constituido,

entre otros elementos, por la poesía, los ritos, los modos de vida, la medicina tradicional, la religiosidad popular y las tecnologías tradicionales que integran la cultura popular. Asimismo, las diferentes lenguas, los modismos regionales y locales, la música y los instrumentos musicales tradicionales, las danzas religiosas y los bailes festivos, entre otros.



Profesional: individuo con acreditación universitaria y experiencia laboral que catalogamos como 'especialista' y que participa en el segundo estudio base (EB2).

Pueblo: el Convenio 169 (OIT, 2002) establece que el término 'pueblo' reconoce a una colectividad con cultura, identidad, creencias y organización propias así como una relación especial con la tierra.

Pueblos indígenas: los habitantes originarios de territorios concretos; suelen ser descendientes de pueblos tribales que viven como pueblos colonizados culturalmente diferentes, muchos de los cuales aspiran a una autonomía.

Rapport: toma de confianza y establecimiento de vínculos humanos ente el investigador y el informante, estableciendo una sintonía comunicativa que permite una conversación fluida, al usar significados similares.

Raza: un grupo étnico que asume tener una base biológica.

Relativismo cultural: la posición de que los valores y patrones de las culturas difieren y merecen respeto. Llevado al extremo arguye que las culturas deben ser juzgadas sólo en sus propios términos. El relativismo es la posición epistemológica que entiende que no existe ningún enunciado cuya verdad sea absoluta y para la cual lo que creemos verdadero está en función de su contexto o perspectiva.

Religión: creencia y ritual relacionados con seres, poderes y fuerzas sobrenaturales.

Ritual: comportamiento formal, estilizado, repetitivo y estereotipado que es realizado de forma seria como un acto social, los rituales se realizan en momentos y lugares establecidos y tienen orden litúrgico.

SetebLa [Cabécar]: es el hombre encargado de matar a los animales para alimentar a las personas en el velorio, cargo tradicional en ritual funerario.

Sibö: Según García y Jara (2003), es el Dios creador, pero también héroe cultural, que vivió en la tierra haciendo todas las cosas que los seres humanos iban a hacer después de ser creados. Espíritu benigno a quien se le achaca todo lo bueno del mundo. Es omnipresente. Diseñó el mundo y creó a los seres humanos por medio de Sula'.

Signo cultural: Oliveras (2005, 2006) establece que es un elemento de la cultura (tangible o intangible) que es relevante y con potencial de los conocimientos científicos implícitos, para ser analizado desde diversos puntos de vista.

Síkua[Talamanca]: persona no indígena.

Símbolo: algo, verbal o no verbal, que arbitrariamente y por convención representa a otra cosa con la que no tiene que tener necesariamente una conexión natural.

Sincretismos: Mezclas culturales, incluidas combinaciones religiosas, que surgen de la aculturación; el intercambio de rasgos culturales cuando las culturas entran en contacto directo continuado.

Sistema de Representación: entendemos por representación cualquier modo de hacer presente un objeto, concepto o idea. Conceptos y procedimientos matemáticos se hacen presentes mediante distintos tipos de símbolos, gráficos o signos y cada uno de ellos constituye una representación (Castro y Castro, 1997, citados en Rico et al, 2008, p. 15)

Si̲wá-Pákö: no tiene una definición exacta en español pero tiende a significar: "compartamos o contemos conocimiento" (Noel Iglesias, indígena Cabécar, a través de comunicación telemática, el 30 de agosto de 2012)

Sondeo: entrevista inicial, informal-exploratoria que se realiza sobre todo como durante los primeros momentos de acceso al campo.

Sorbón: nombre designado por los Talamanqueños para referirse a su canto y baile ceremonial, en el cual las mujeres y los hombres forman un círculo que se sostiene con sus brazos mientras se mueven marcando con sus pies el ritmo, que generalmente es acompañado por un canto tradicional dirigido por el Sukia.

Stë-pàryök [Bribri-Cabécar]: última de las ocho capas debajo de donde nace el sol.

Sukia: nombre genérico utilizado por los indígenas para designar a los especialistas en medicina indígena o a los chamanes.

SuLá: es el ayudante de Sibö formador de los seres humanos, según García y Jara (2003) es el artesano y alfarero, encargado de hacer a los seres humanos.

Suwo' [Bribri]: alma (general), también significa viento o historia

Territorio: parte geográfica que es ocupada por un pueblo.

TkéköL [Bribri]: bastón del Awá o del BikakLa.

Transmisión transgeneracional de las significaciones[2]: Refiere a la cadena de transmisión de significaciones que se lega de generación en generación y que abarca ideales, mitos, modelos identificatorios y enunciados discursivos que involucran lo dicho pero también lo que se omite, de manera que tales enunciados adquieren la fuerza de mandatos cuya determinación es inconsciente. El término fue introducido por el Dr. I. Berenstein quien plantea que el medio social y familiar condiciona para el sujeto la forma de percibir, pensar y comunicarse. El discurso cultural de cada época da cuenta de una cosmovisión predominante en un momento histórico dado, que va a favorecer ciertas formas de subjetividad y no otras y que otorga un abanico de ideales limitado, una visión peculiar de lo prescripto y de lo prohibido. También las familias producen su cultura de grupo y en compleja articulación con el medio social ésta participa de manera determinante para la constitución subjetiva.

TsököL [Bribri]: cantor durante los rituales funerarios, encargado de transmitir la historia antigua, cargo tradicional en ritual funerario.

ULúk [Bribri-Cabécar]: Tronco de madera utilizado por el Sukia para realizar las curaciones o los rituales de purificación.

Universal cultural: puesto o rol social que ocurre en todas las culturas.

Ú-Suré [Bribri]: casa cónica tradicional.

UséköL (Usékar): sumo sacerdote y máxima autoridad, según García y Jara (2003) jefe del más alto rango entre los pueblos Talamanqueños hasta la segunda o tercera década del siglo XX.

Valores centrales: valores básicos o claves que integran una cultura y ayudan a distinguirla de otras.

WíköL [Bribri]: Alma exterior al cuerpo, produce los sueños. Es el escudo protector.

WímbuLú [Bribri]: Alma interna al cuerpo. Alma del hígado.

[2]Recuperado el 29 de febrero de 2012, desde: http://www.tuanalista.com/Diccionario-Psicoanalisis/7695/Transmision-transgeneracional-de-las-significaciones.htm.

Anexo F3. Organización tabular de la ubicación del desarrollo de los propósitos de investigación en la memoria de Tesis Doctoral

Propósito General	Propósito Específico	Propósito Parcial	Ubicación
O1: Caracterizar el *conocimiento matemático cultural* de algunos grupos étnicos de Costa Rica.	O1.1: *Identificar elementos de conocimiento matemático cultural vigente* de tres grupos étnicos de Costa Rica: Ngäbes, Bribris y Cabécares.	O1.1.1: Indagar las concepciones, representaciones o expresiones del patrimonio cultural de los pueblos Ngäbes, Bribris y Cabécares que tienen relación con el conocimiento matemático cultural.	Capítulo 4 (EB1)
		O1.1.2: Establecer métodos para reconocer etnomatemáticas a través del estudio de la lengua y la cosmovisión de los grupos étnicos Ngäbes, Bribris y Cabécares.	Capítulo 4 (EB1)
		O1.1.3: Caracterizar la visión de tres grupos de maestros indígenas sobre las matemáticas de sus respectivas culturas indígenas.	Capítulo 6 (EB3)
	O1.2: *Caracterizar* rasgos del *conocimiento matemático cultural* de los grupos indígenas: Ngäbes, Bribris y Cabécares.	O1.2.1: Mostrar evidencias del conocimiento matemático cultural vigente en el uso de la lengua en las comunidades indígenas Ngäbes, Bribris y Cabécares	Capítulo 4 (EB1)
		O1.2.2:Caracterizar el conocimiento matemático cultural de las culturas Ngäbe, Bribri y Cabécar, a través de la visión de maestros indígenas de estos tres grupos étnicos	Capítulo 6 (EB3)
	O1.3: *Indagar sobre la pertinencia* de diseñar un *programa formativo* de profesores que incorpore la visión cultural de las matemáticas.	O1.3.1: Indagar sobre la pertinencia de diseñar un programa de formación de profesores que incorpore elementos del conocimiento matemático cultural de grupos étnicos costarricenses.	Capítulo 5 (EB2)
		O1.3.2: Caracterizar la visión de un grupo de profesionales sobre la relación entre matemáticas y cultura en Costa Rica.	Capítulo 5 (EB2)
		O1.3.3: Conocer la opinión de un grupo de profesionales sobre la formación de profesores aplicando aspectos culturales de las matemáticas de grupos autóctonos costarricenses	Capítulo 5 (EB2)
		O1.3.4: Conocer las razones por las cuales los maestros indígenas consideran que es importante incorporar el conocimiento matemático cultural en el ámbito de la enseñanza.	Capítulo 6 (EB3)
	O1.4: *Seleccionar* elementos de las *etnomatemáticas indígenas* de Costa Rica para diseñar una propuesta de Formación de Profesores.	O1.4.1: Realizar un sondeo de realidades y expectativas para orientar el diseño y la implementación del modelo formativo para maestros indígenas	Capítulo 7 (EB4)
		O1.4.2: Revisar los resultados de los estudios base EB1, EB2 y EB3 para determinar los contenidos relacionados con el conocimiento matemático cultural que son relevantes y pertinentes en el diseño del modelo formativo para maestros de entornos indígenas	Capítulo 7

Anexo F3. Organización tabular de la ubicación del desarrollo de los propósitos de investigación en la memoria de Tesis Doctoral

Propósito General	Propósito Específico	Propósito Parcial	Ubicación
O2: Diseñar una propuesta para la formación de profesores que trabajan en entornos indígenas, en la que intervenga el conocimiento de las Etnomatemáticas.	O2.1: *Diseñar una propuesta formativa* en didáctica de las matemáticas que promueva competencias multiculturales en maestros indígenas.	O2.1.1: Diseñar las fichas para conocer las expectativas que tienen los maestros indígenas y de profesoras formadoras y evaluadoras del modelo.	Capítulo 7
		O2.1.2: Diseñar el Instrumento de Registro Observacional para regular la recogida de información durante la implementación del modelo MOCEMEI.	Capítulo 7
		O2.1.3: Diseñar el material que permita confirmar la vigencia del conocimiento matemático cultural recopilado a través de los estudios base EB1, EB2 y EB3.	Capítulo 7
		O2.1.4: Diseñar el material que permita recopilar ejemplos del conocimiento matemático cultural que identifican los maestros cabécares vinculados con prácticas y actividades matemáticas universales.	Capítulo 7
		O2.1.5: Diseñar el material que permita conocer las vías de trascendencia que eligen los maestros indígenas en formación, para promover un proceso de enculturación matemática a través del diseño de actividades escolares que impliquen las etnomatemáticas cabécares.	Capítulo 7
		O2.1.6: Diseñar el material que permita conocer los argumentos que utilizan los maestros indígenas en formación para la selección del signo cultural representativo de su cultura cabécar.	Capítulo 7
		O2.1.7: Diseñar la guía para elaborar microproyectos curriculares basados en etnomatemáticas cabécares que permita verificar las posibilidades prácticas del modelo de formación para maestros de entornos indígenas.	Capítulo 7
	O2.2: *Implementar la propuesta* elaborada *con profesores en formación inicial* que pertenezcan a un grupo étnico de Costa Rica.	O2.2.1: Conocer las posibilidades prácticas del modelo de formación en etnomatemáticas para maestros de entornos indígenas a través de la aplicación de la técnica del portafolio.	Capítulo 7 y 8
		O2.2.2: Constatar las competencias promovidas con la aplicación del modelo formativo, a través del análisis de los microproyectos curriculares basados en etnomatemáticas cabécares.	Capítulo 7 y 8
	O2.3: *Evaluar la propuesta formativa* mediante el análisis de la información recopilada durante la implementación.	O2.3.1: Analizar la información de los reportes escritos de observación suministrados por las profesoras universitarias implicadas en el estudio EF para facilitar la evaluación de la propuesta formativa.	Capítulo 8 (Primera Fase)
		O2.3.2: Analizar la información de las producciones escritas consignadas en el portafolio de cinco maestros indígenas en formación implicados en el estudio EF para facilitar la evaluación de la propuesta formativa.	Capítulo 8 (Segunda Fase)
	O2.4: *Proponer un programa estable* de formación de profesores que considere las etnomatemáticas como fundamento teórico primordial.	02.4.1: Reconocer los aspectos epistemológicos, teóricos y axiológicos a considerar en una propuesta estable de formación en etnomatemáticas para maestros de entornos indígenas.	Capítulo 9
		02.4.2: Sugerir los aspectos metodológicos (de investigación e instrucción) necesarios para desarrollar una propuesta estable de formación en etnomatemáticas para maestros de entornos indígenas en Costa Rica.	Capítulo 9

Anexo F4. Organización tabular dela secuencia cronológica de la investigación por etapas y fases

E1:Panorama Teórico y Empírico (EB1)	E2: Diagnósticos (EB2, EB3, EB4)	E3: Análisis Preliminares (EB2, EB3, EB4)	E4: Diseño e implementación del MOCEMEI (EF)	E5: Evaluación del MOCEMEI (EF)
E1-F1: indagación bibliográfica, estado de la cuestión, proceso autoformativo y metacognitivo de la investigadora.	E2-F1: (EB2) consulta a profesionales de educación y cultura respecto a las etnomatemáticas y la formación de profesores.	E3-F1: análisis de datos de la consulta realizada en E2-F1.	E4-F1: protocolos administrativos y negociaciones telemáticas sobre el diseño del modelo MOCEMEI.	E5-F1: revisión de la información recopilada durante E4-F4 (preanálisis).
E1-F2: entrevistas personales y conversaciones telemáticas con participantes.	E2-F2: (EB3) consulta a maestros indígenas Ngäbes, Bribris y Cabécares sobre matemáticas, educación y cultura en Costa Rica.	E3-F2: análisis de datos de la consulta realizada en E2-F2.	E4-F2: diseño del modelo MOCEMEI.	E5-F2: análisis cualitativo de contenido a los reportes escritos de observación (profesoras universitarias formadoras y evaluadoras) durante E4-F4.
E1-F3: inmersión en el campo en comunidades Ngäbes, Bribris y Cabécares.	E2-F3: (EB4) panel para conocer las realidades y expectativas del curso DMCM.	E3-F3: análisis de datos del panel realizado durante E2-F3.	E4-F3: negociación de entrada y consentimiento informado para la implementación del modelo MOCEMEI (EF).	E5-F3: análisis cualitativo de contenido a las producciones escritas (maestros indígenas en formación) durante E4-F4.
		E3-F4: reunión de resultados para gestar el diseño del MOCEMEI.	E4-F4: etnografía de aula con maestros cabécares en formación (EF) durante la implementación del modelo MOCEMEI	E5-F4: conclusiones de resultados de E5-F2 y de E5-F3, evaluación-validación y reflexiones valorativas de EF.

ANEXO F5. (VINCULADO AL CAPÍTULO 1)

SECUENCIA ENLAZADA DE CONJETURAS DE INVESTIGACIÓN.

Primera Conjetura

Existen carencias en la Formación de Profesores en Costa Rica.

La primera conjetura se surge de la inquietud por reflexionar sobre la formación universitaria recibida y los distintos entornos de enseñanza que deben enfrentarse en la práctica profesional. En concreto, se *supuso la existencia de carencias en la formación profesional* y también se indagó acerca de los dilemas relacionados con la falta de uniformidad en la formación de profesores en Costa Rica, para ello se realizó una investigación (Araya y Gavarrete, 2001) que consistió en analizar las actuaciones de cuatro profesores que trabajaban con dos modalidades de currículum: el presencial y a distancia y que se resume en la siguiente tabla.

Tabla F5.1. *Síntesis de la investigación realizada que aborda la primera conjetura*

Modelo Didáctico en Educación Abierta y Formal como reflejo de dos realidades (Araya y Gavarrete, 2001)			
Objeto de Estudio	Objetivo Principal	Metodología. Técnicas Aplicadas	Hallazgos principales
Modelos didácticos y creencias de los profesores que trabajan con planes de educación secundaria abierta (semi-presencial y a distancia) y formal (presencial).	Analizar los criterios docentes y creencias de los profesores de un liceo nocturno al aplicar su modelo didáctico, en el subsistema de educación abierta o en el subsistema de educación formal.	Cualitativa. Estudio de casos. Observación no participante, entrevistas a profundidad, cuestionario.	Criterios y creencias de los docentes al aplicar el modelo didáctico. Diferencias individuales, según la realidad experimentada. Cada docente construye de acuerdo con sus experiencias previas y a la realidad de su entorno: (a) metodologías para los subsistemas de educación abierta o formal, (b) un paradigma educativo, (c) una forma de pensamiento

El desarrollar esta primera investigación permitió a la doctoranda cuestionarse su ideal de educación y de docencia, conocer algunos fenómenos, como el currículo oculto que la política educativa ejerce en el entorno áulico y los efectos del modelo didáctico que ejerce el docente sobre el estudiantado.

Durante la resolución de la primera conjetura, se adquiere también consciencia acerca de la estandarización en la formación del profesorado que no toma en cuenta las complejidades y singularidades de los subsistemas educativos. Por lo tanto, se buscan otros caminos para contribuir a que la macro-estructura educativa considere las diversidades contextuales y culturales, y es este ideal el que moviliza la segunda investigación.

Segunda Conjetura

Existen entornos de aprendizaje específicos que son desconocidos para la mayoría de los profesionales en Educación Matemática de Costa Rica.

La segunda conjetura se fundamenta en la inquietud surge a partir de las reflexiones sobre la propia práctica de la docencia. Consiste en una preocupación sobre cómo enseñar las matemáticas en entornos de aprendizaje específicos que requieren preparación académica especial; y por otra parte cómo el conocimiento cultural ancestral relacionado con las matemáticas puede ser dado a conocer y respetar.

Las preocupaciones suscitadas a raíz del trabajo anterior, generaron otro trabajo de investigación que consistió en una etnografía del conocimiento matemático de la cultura Bribri (Gavarrete y Vásquez, 2005) y que es pionero en los estudios de Etnomatemáticas en Costa Rica. Para llevarlo a cabo se tuvo que recurrir a estudiar temáticas de distintas áreas como historia, geografía, toponimia, lingüística, sociología y antropología. Mostramos un resumen en la siguiente tabla.

Tabla F5.2. *Síntesis de la investigación realizada que aborda la segunda conjetura*

Etnomatemática en el Territorio Talamanca-Bribri (Gavarrete y Vásquez, 2005)

Objeto de Estudio	Objetivo Principal	Metodología y Técnicas Aplicadas	Hallazgos principales
Etnomatemática del pueblo indígena Bribri del Territorio Talamanca-Bribri, en Costa Rica.	Conocer los principales conceptos matemáticos utilizados por los habitantes indígenas del Territorio Talamanca-Bribri	Cualitativa. Etnografía: observación, entrevistas semi estructuradas y en serie a informantes y analistas locales	En la cultura Bribri existe: (a) un "número mágico ritual", para albergar información ancestral, (b) clasificadores numerales para organizar los conteos y la visión general del mundo, (c) tejidos en edificaciones y de cestas que simbolizan la historia mítica y la cosmovisión

Uno de los aspectos que más se valoran con respecto a esta investigación fue el contacto humano realizado durante su estancia de campo con las comunidades indígenas que permitió lograr las condiciones necesarias para una adecuada negociación de entrada con los informantes, aprender su lengua para favorecer la comunicación, aprender de sus tradiciones asociadas a la historia mítica y participar de ellas, profundizar en la cosmovisión de la cultura y otros aspectos relacionados con la experiencia propiamente etnográfica, en la cual cruzar ríos, perderse en la montaña y sufrir enfermedades o sentir miedo eran experiencias muy frecuentes.

La experiencia etnográfica condujo a realizar cuestionamientos respecto a las diferencias de la cultura estudiada con la cultura de origen de la investigadora, favoreciendo procesos de alteridad al comprender otras maneras de percibir y entender las relaciones del mundo tangible e intangible (lo físico y lo mítico), para a partir de ahí, desear descubrir elementos de las etnomatemáticas y poder utilizarlos desde la perspectiva de la didáctica de las matemáticas. Estas ideas conducen a formular una nueva conjetura y dan lugar a la tercera investigación.

Tercera Conjetura

Es necesario evidenciar la existencia de Conocimiento Matemático Cultural y aplicarlo en la Formación de Profesores.

La tercera conjetura está relacionada con proponer un proceso de formación profesional para la enseñanza de las matemáticas que tome en cuenta la diversidad cultural y el conocimiento matemático específico de sociedades ancestrales americanas.

Se consideró pertinente consultar a los profesionales que investigan en Costa Rica en temas relacionados con Educación Matemática y Estudios Socioculturales. Esta consulta da lugar al tercer trabajo de investigación que se resume en la siguiente tabla.

Tabla F5.3. *Síntesis de la investigación realizada que aborda la tercera conjetura*

Matemáticas, Culturas y Formación de Profesores en Costa Rica (Gavarrete,2009)

Objeto de Estudio	Objetivo Principal	Metodología y Técnicas Aplicadas	Hallazgos principales
Opinión de profesionales en cultura y educación, sobre la formación didáctica-matemática de profesores, incluyendo Etnomatemáticas en Costa Rica	Caracterizar la visión del grupo de profesionales consultados sobre: (a) la relación entre cultura y matemáticas y, (b) la formación de profesores aplicando aspectos culturales de las matemáticas.	Metodología cuantitativa y cualitativa. Cuestionario diseñado, aplicado y analizado.	Los profesionales consultados: (a)vinculan matemáticas y culturas, (b)consideran que existen carencias en la prepa-ración profesional de los profesores de matemáticas respecto de Etnomatemáticas, (c)La mayoría aceptan un programa formativo con esta orientación, dentro de la formación de profesores en Costa Rica.

Uno de los aspectos más importantes que se surgen durante la elaboración de esta tercera investigación es valorar la experiencia de los profesionales consultados como un fundamento de la investigación, y sobre todo el enriquecimiento teórico y la evolución en la manera de pensar que se sustentan.

ANEXO F6. (VINCULADO AL CAPÍTULO 1)

RESEÑA DE LA EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LAS ETNOMATEMÁTICAS COMO FUNDAMENTO Y DESAFÍOS DE LA UNESCO PARA PROMOVER LA EQUIDAD EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

LA EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LAS ETNOMATEMÁTICAS COMO FUNDAMENTO PARA ABORDAR LA DIVERSIDAD SOCIOCULTURAL EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Desde que en 1984 D'Ambrosio acuño el término 'etnomatemáticas' para definir un campo emergente de investigación y acción didáctica, han sido muchos los académicos a favor y en contra de esta iniciativa teórica y epistemológica (Vithal y Skovsmose, 1997).

Desde la revisión de Gerdes (1996) las etnomatemáticas son un campo de interés que yace en la confluencia entre las matemáticas y la antropología cultural; que a su vez está influenciada por las ideas de Paulo Freire y de Lev Semiónovich Vygotsky acerca de la teoría del desarrollo cognitivo y la importancia de las interacciones con el entorno durante los procesos didácticos.

D'Ambrosio (1990, citado en Gerdes, 1996) propone el Programa de Etnomatemáticas como una metodología para dar seguimiento y analizar el proceso de generación, transmisión, difusión e institucionalización del conocimiento en distintos sistemas culturales. Según Gerdes (1996) dicha propuesta nace de la idea de contrastar las matemáticas académicas con las etnomatemáticas, entendiendo estas últimas como las matemáticas practicadas entre grupos culturales.

Paulus Gerdes (1996) realiza una revisión de trabajos previos a la institucionalización del término 'etnomatemáticas' y como resultado de contrastar las "prácticas matemáticas de la cultura escolar académica" con las "prácticas matemáticas de grupos diferenciados", identifica y presenta *trece* 'etiquetas' que aluden a las etnomatemáticas, en el sentido de D'Ambrosio (Gerdes, 1996, p.913) y que aprovechamos la distinción realizada para ampliarla con trabajos que hemos revistado para efectuar la presente investigación.

Matemáticas Indígenas (indigenous mathematics)

Los trabajos de Gay y Cole (1967) o Lancy (1978) expuestos por Gerdes (1996, p.913) establecen la necesidad de una creativa educación matemática y revisión de las prácticas matemáticas de los indígenas como punto de inicio.

Existen otros trabajos más recientes que se han gestado desde la perspectiva etnomatemática y que se relacionan con las matemáticas indígenas. Por ejemplo, Barton

y Alangui (2004) han abordado con profundidad las ideas que justifican las etnomatemáticas que son distintas en el conocimiento indígena.

Otros trabajos como el de Owens (2001, 2006), Matang y Owens (2004) y Matang (2008) se han centrado en el estudio de las particularidades lingüísticas relacionadas en el aprendizaje del sentido numérico en comunidades indígenas.

Socio-matemáticas (socio-mathematics)

Este fue un término usado por Zaslavsky (1973, citada en Gerdes, 1996, p.914),) para referir a las matemáticas usadas cotidianamente por los pueblos africanos; así como también a las matemáticas intervenidas por las instituciones africanas durante la evolución social de éstas matemáticas.

Matemáticas Informales (informal mathematics)

De acuerdo con Posner (1978, 1982, citado en Gerdes, 1996, p.914) se refiere a las matemáticas transmitidas y aprendidas fuera del sistema formal de educación. Ubicamos en esta etiqueta los trabajos de Guida de Abreu (2000, 2002, 2008) sobre el aprendizaje de las matemáticas fuera de la escuela.

Matemáticas en la África Sociocultural (mathematics in the African socio-cultural environment)

Esta etiqueta reúne a la integración de las matemáticas estudiadas desde una perspectiva sociocultural en los juegos y el trabajo artesanal de África y sus implicaciones en la educación matemática, distinguiéndose los trabajos de Doumbia, 1989 y Touré, 1984, citados en Gerdes, 1996, p.914).

Matemáticas espontáneas (sponteneous mathematics)

Esta etiqueta la utilizó D'Ambrosio (1982, citado en Gerdes, 1996, p.914) para afirmar que cada ser humano y cada grupo cultural desarrolla espontáneamente ciertos métodos y procesos matemáticos.

Matemáticas orales (oral mathematics)

Según Gerdes (1996, p.914), esta etiqueta fue utilizada en los trabajos de Carraher, Carraher y Schliemann (1982) y Kane (1987) para defender que en todas las sociedades humanas existe el conocimiento matemático que es transmitido y heredado por tradición oral de una generación a otra.

Matemáticas oprimidas (oppressed mathematics)

Gerdes (1982, citado en Gerdes 1996, p.914) utiliza esta etiqueta para designar los elementos del conocimiento relacionado con pensamiento matemático de las clases sociales con un desarrollo socioeconómico inferior. Resalta que en el 'tercer mundo' existen elementos matemáticos en la vida cotidiana de los pueblos que nos es reconocida como matemática por cultura ideológica dominante.

Matemáticas no estandarizadas (non-estándar mathematics)

Algunos autores, como Carraher et al. (1982), Gerdes (1982, 1985) y Harris (1987), citados en Gerdes (1996, p.914) establecen que han utilizado esta 'etiqueta' para expresar la idea de que hay otras formas cualitativas y locales de comprender las matemáticas que se han desarrollado y continuarán desarrollándose en cada cultura en todas partes del mundo, más allá de las formas estándares dominantes de " matemáticas académicas" o "matemáticas escolares".

Matemáticas escondidas o congeladas (hidden of frozen mathematics)

Gerdes (1982, 1985, citado en Gerdes 1996, p.914) afirma que aunque probablemente la mayoría de los conocimientos matemáticos de los pueblos antiguamente colonizados se ha perdido, se puede tratar de identificar, reconstruir y 'descongelar' el pensamiento matemático que está 'escondido' o 'congelado' en algunas técnicas de artesanía ancestrales, como por ejemplo en la cestería.

Matemáticas populares (Folk mathematics)

Según Gerdes (1996, p.914) son las matemáticas que se evidencian en actividades laborales cotidianas y aunque a menudo no se reconocen como matemáticas, sirven como punto de partida en la enseñanza de matemáticas (Mellin-Olsen, 1986, Op. Cit.).

Matemáticas de la gente (people's mathematics)

Según Gerdes (1996, p.914) esta es una etiqueta acuñada en 1989 por un grupo de expertos de la educación que luchan por combatir la segregación racial en Sudáfrica.

Matemáticas codificadas en el saber-hacer (mathematics codified in know-how)

Esta etiqueta es utilizada por Ferreira (1991, citado en Gerdes, 1996, p.914).

Matemáticas implícitas y no profesionales (implicit and non-professional mathematics)

Según Gerdes (1996, p.914) esta es una etiqueta utilizada en los trabajos de Ascher y Ascher (1981) y Zaslavsky (1994).

Los trabajos están ligados a las matemáticas de ciertas sub-culturas y a los trabajos de gremios específicos, atribuyéndose para cada estudio una 'etiqueta' específica, que se unificaron en un 'común denominador' debido a la creación del Programa de Etnomatemáticas (D'Ambrosio, 2005a, 2008).

LA ETNOMATEMÁTICA Y EL DESAFÍO POR PROMOVER LA EQUIDAD EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

La estructura curricular está muchas veces desvinculada de los referentes culturales de los grupos sociales y en el entorno escolar se transmite una imagen normalizada de la cultura, que se identifica con valores predominantes, "que tienen a relacionarse dogmática y etnocéntricamente con las restantes elaboraciones culturales" (Juliano,

1996, citado en Echeverría, 2003, p.137). Para evitar estas contradicciones, en un informe de la UNESCO (1989) se propuso estudió la *equidad en la educación* y se observó que el currículum no es siempre suficientemente sensible a la diversidad cultural.

Hemos realizado una revisión de documentos que han sido amparados y apadrinados por la UNESCO (1982, 1989, 1993, 1997, 2005 y 2012) en diferentes oportunidades. En estos documentos identificamos algunas nociones relevantes, como forma de justificación del presente trabajo, pues muestra el aporte de las nociones epistemológicas relacionadas con la visión sociocultural de las matemáticas en los esfuerzos que se realizan de forma mundial por atender la diversidad cultural en un mundo globalizado como el actual.

El documento de la UNESCO de 1993 se titula 'Significant Influences on children's learning of mathematics', y nos interesa destacar que se afirma el deseo de impulsar la conciencia cultural indígena a través del plan de estudios de matemáticas y se trata de abordar la creencia de que una perspectiva social en el aprendizaje de matemáticas es esencial en la definición de los problemas más concretos y específicos de la investigación, para el desarrollo y la práctica de la educación matemática formal (Bishop y Pompeu, 1991; Bishop, 1993).

También se discute el hecho de que las actividades matemáticas parecen diferentes en diferentes contextos y estas diferencias tienen implicaciones en la educación matemática, pues el abordaje del contexto social en el que se desarrollan las matemáticas en la manera de enfocar los problemas matemáticos. De este modo, en la escuela, los profesores esperan que los estudiantes produzcan una solución determinada, en relación con la aplicación de un algoritmo, por ejemplo; sin embargo, si se trata de un problema de la vida cotidiana, éste puede ser resuelto correctamente a través de muchas rutas diferentes y ninguna ruta particular está prescrita desde el principio, lo cual favorece y amplía los horizontes en el campo de la didáctica de la matemática (Nunes, 1993).

En el documento de la UNESCO del año 1997 se reconoce que la matemática tiene raíces culturales y que responde a una necesidad intelectual de disponer de explicaciones, de simplemente conocer, pero, al mismo tiempo, responde a las necesidades más inmediatas, a resolver problemas apremiantes de la vida cotidiana (Bertoni, 1997) y, para armonizar las posibles visiones de etnomatemáticas –occidentales e indígenas- se propone una nueva 'pedagogía etnomatemática' que implica una nueva conceptualización del currículo(D'Ambrosio, 1997).

También, cuando la Etnomatemática habla de "otras" matemáticas, lo que está en juego no es sustituir la enseñanza de la matemática académica por la de otras matemáticas. Lo que se quiere resaltar es que no existe una única forma de producir matemática, incluso si se sabe que existe una que ha sido consagrada como "ciencia", que es la que se debe enseñar necesariamente. Y dentro de estas otras formas de matemática se incorporan las que son practicadas por los grupos que se localizan en el espacio social en una relación de desventaja en cuanto a la composición y el volumen del capital económico, social y cultural. Desde esta perspectiva, el pensamiento etnomatemático problematiza la cientificidad, la aparente neutralidad de la matemática académica y pone en la escena a las "otras" matemáticas, generalmente silenciadas en la

escuela, en la medida en que constituyen la producción cultural de grupos no hegemónicos y desde este enfoque es posible construir un proyecto pedagógico. (Knijnik, 1997).

El reconocimiento e identificación sistemática de los saberes contextualizados previos constituye, una verdadera revolución para cualquier proyecto de educación matemática, pues desde el comienzo el educador se relaciona con un interlocutor tiene muchos conocimientos previos pero que podría operarlos de manera diferente, y desde esta perspectiva, la interacción escolar se desarrolla con sujetos que trabajan con otra lógica (Mariño, 1997).

Así, las conclusiones de estudios en el campo de la etnomatemática permiten cuestionar los medios tradicionales de "selección de los contenidos matemáticos" y de "la estructuración de secuencias" de aprendizaje en las cuales se siguen habitualmente una progresión de contenidos que va desde lo más simple hasta lo más complejo. Asimismo desde la perspectiva de la didáctica de las matemáticas; se requiere incorporar las experiencias previas y los conocimientos prácticos de la cultura para acceder a conocimientos matemáticos cada vez más complejos (Soto, 1997).

El documento de la UNESCO del año 2012 reúne y explica una serie de desafíos que debe enfrentar la educación matemática básica en el mundo contemporáneo. Se afirma que la educación matemática en sí misma no es un tema de debate, sino más bien los medios para poder conducir el desarrollo de competencias que permitan hacer frente a los desafíos del entorno.

Uno de los desafíos tiene relación con los cambios en las prácticas de enseñanza, pues se requiere que los maestros sean capaces de ayudar a los alumnos a relacionar sus resultados en un contexto particular, por lo tanto, la experiencia docente requerida es mucho mayor que la requerida en las prácticas tradicionales de enseñanza.

Otro desafío radica en la formación de los profesores de matemáticas, pues esta impacta en el aprendizaje de los alumnos, no existe aún un consenso sobre las evaluaciones ni sobre las teorías convenientes, simplemente existen orientaciones sobre los conocimientos y las competencias que se esperan de esa formación y sobre las metodologías utilizadas para "medir" si se han adquirido al final del curso de formación.

La atención a la diversidad cultural es otro de los desafíos planteados por la UNESCO (2012) pues se pretende evitar la exclusión y el aislamiento, así como ayudar a los alumnos a ver cómo las matemáticas, debido a su valor universal, puede desempeñar un papel especial, junto con las otras ciencias, en su acercamiento de pueblos y culturas y en la capacitación mutua comprensión y colaboración. De esta manera se plantea que las diferentes formas de la diversidad - socio-económico, cultural, lingüística y de género diversidades, entre otros - son un reto para la educación matemática de calidad para todos.

La UNESCO (2012) destaca el aporte de D'Ambrosio y del Programa de Etnomatemáticas para aumentar la conciencia en las cuestiones de la diversidad cultural y sus implicaciones educativas de las matemáticas, pues es importante para ayudar a los alumnos a ver cómo las matemáticas, debido a su valor universal, pueden desempeñar un papel especial, junto con las otras ciencias, en el acercamiento de los pueblos y culturas y en la capacitación mutua, comprensión y colaboración.

Desde el punto de vista de la UNESCO (2012) la educación básica de calidad debe ser accesible para todos y favorecer al pleno desarrollo personal. Para esto debe estar diseñada para permitir a cada alumno para expresar sus conocimientos y competencias de la mejor manera posible. Sin embargo el problema en la educación matemática surge cuando se enseña en una lengua que no es la lengua materna de los alumnos, y la visión matemática que se enseña es etnocéntrica, lo cual interviene drásticamente en los procesos de integración social.

Para lograr esa integración social, la investigación en educación matemática constituye otro desafío (UNESCO, 2012) y procura estudiar los medios para la comprensión de los procesos de aprendizaje de los alumnos, las dificultades y los obstáculos que hay que superar en el aprendizaje de conceptos rudimentarios enseñados durante la educación básica, los modos de razonamiento y pruebas, y las representaciones y los lenguajes utilizados para obtener acceso a los objetos matemáticos, entre otros temas. También se aborda la comprensión del funcionamiento de los sistemas didácticos, la incorporación de los conocimientos matemáticos que se produce en los sistemas y la interacción entre los diferentes actores y sus efectos.

ANEXO F7. (VINCULADO AL CAPÍTULO 1)

RESEÑA DE LA PROBLEMÁTICA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA INTERCULTURAL EN COSTA RICA

DESCONTEXTUALIZACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS EDUCATIVAS EN COSTA RICA

Consideramos que es necesario que exista una formación en Didáctica de las Matemáticas que permita contextualizar la enseñanza en el entorno cultural en el que se desarrolla la práctica profesional. Por lo tanto, proponemos abordar el tema del conocimiento matemático que está vinculado al conocimiento cultural, para promover el sentido de pertenencia y aprender acerca del conocimiento vernáculo desde la visión de las etnomatemáticas.

Para ello, partimos de la premisa de que es necesario motivar procesos de reflexión sobre la matemática en las culturas ya que el conocimiento matemático "no formal" de los grupos autóctonos, además de tener poco o nulo reconocimiento, no es de dominio general en Costa Rica (Gavarrete, 2009; UNICEF, 2007).

Hemos advertido que los programas curriculares de Costa Rica evidencian algunas limitaciones para trabajar en pos de la diversidad cultural y como lo señalan Ruiz, Chavarría y Mora (2003) en la contextualización de la enseñanza en Costa Rica existe una visión local de las matemáticas en la cual se sobrestiman los aspectos formales, simbólicos, abstractos de éstas, lo cual enfatiza la separación del entorno sociocultural.

Consideramos que este hecho obstaculiza el aprendizaje de las matemáticas y además contribuye a los bajos niveles de promoción que suele tener esta disciplina en los diferentes niveles de la educación costarricense.

Desde la perspectiva docente, en Costa Rica ha sido habitual el predominio de una educación matemática separada del contexto cultural en el que se desarrolla el proceso de enseñanza aprendizaje así como también ha sido escasa la tendencia a relacionar las matemáticas con la cultura durante los periodos de formación profesional de futuros profesores de matemáticas.

EL SESGO QUE PRODUCE UNA VISIÓN MONOCULTURAL DE LAS MATEMÁTICAS EN UN PAÍS MULTICULTURAL

En la educación matemática del currículo costarricense, en particular en los territorios indígenas costarricenses es posible evidenciar una tendencia monocultural, centrada en la visión de las matemáticas occidentales.

A partir de los hallazgos del trabajo etnográfico de campo, hemos identificado una separación entre el conocimiento matemático ancestral con el que llegan los niños y el conocimiento matemático escolar. Ese "choque" entre el conocimiento cultural vernáculo y la disposición de los padres y madres de los estudiantes por brindar a sus

hijos la formación escolar incide de manera general en estas comunidades, pues la formación es unificada para todo el país, desde una visión eurocentrista, con un currículo "universal" que no respeta las singularidades culturales.

Un ejemplo de esto lo denuncia Vásquez (2008) cuando afirma que en la comunidad Cabécar de Ujarrás, "los padres y madres de familia tienen aún muy claro en sus mentes que uno de los requisitos, el cual se anunciaba públicamente en la pulpería de la comunidad, era que para ingresar en la escuela primaria era necesario hablar español" (Pulpería una pequeña tienda de alimentación o abarrotes, que en las comunidades indígenas es el lugar de encuentro social), esta limitación, entre otras es la que promueve que muchos indígenas sean aún llamados "analfabetos" en el español, a pesar de ser hablantes de su lengua ágrafa y vastos conocedores de su cultura y su cosmovisión.

Según Araya y Villena (2006) la discriminación en Costa Rica pareciera manifestarse de tres formas dominantes, "destacando en primer lugar la dimensión cultural de la discriminación asociada a la imagen fundante de la identidad nacional, la cual se edifica sobre la figura del labriego sencillo, blanco de descendencia española y habitante del Valle Central, la cual se impone sobre otras posiciones locales".

En nuestro trabajo etnográfico hemos podido observar distintos ejemplos sobre los efectos discriminantes de este imaginario de la identidad nacional costarricense, en especial, hay un "fenómeno" que están padeciendo algunos de los grupos de maestros (y otros profesionales) indígenas del país.

Ese imaginario de la identidad nacional se convierte en una fuente de poder que se materializa en un proceso de asimilación cultural mediante el cual las personas de grupos étnicos minoritarios, "se ven en la obligación psicológica y social de desarrollar estrategias de integración sociocultural que llevan a ocultar su grupo de pertenencia a asumir, al menos en las esfera pública, los rasgos propios de la identidad nacional" (Araya y Villena, 2006, p.49). Esta es la manera de ser aceptados, reconocidos e integrados, con lo cual renuncian a sus orígenes culturales.

Debido a lo anterior, en algunos de los colectivos de indígenas con los que hemos compartido en el trabajo etnográfico de campo hemos observado una tendencia al "mimetismo", que Araya y Villena (2006, p.51) denuncian como una "violencia simbólica y material que, al ser interiorizada, ya no sólo se ejerce desde afuera, sino que es autoinflingida por las mismas personas que sufren la discriminación, con el fin de facilitar un reconocimiento pleno de su condición humana, al costo de negar su propia cultura".

Las razones históricas, como los periodos conquista, la colonización y actualmente la globalización, han promovido contactos, difusiones y migraciones que provocaron una evidente transculturación.

En el ámbito de la educación, ha prevalecido históricamente una carencia de educadores indígenas para trabajar dentro de sus territorios, lo cual ha obligado a muchos estudiantes a prescindir de la práctica de su lengua originaria para poder comunicarse con su maestro (no indígena) y eso ha ocasionado consecuencias en términos de pervivencia cultural.

Coincidimos con Vásquez (2008) que afirma que ir a una escuela en la que el planteamiento educativo no se diferencie del resto de las escuelas del país, constituye un factor de agresión transculturizante.

Al analizar los orígenes de la educación indígena en Costa Rica, y específicamente, la promoción y enseñanza de la cultura e idiomas autóctonos hasta el año 1994, según Vásquez (2008),es difícil encontrar planes o programas estructurados que tuvieran el objetivo de desarrollar una educación, pedagógicamente sustentada para estas comunidades y dirigida a fomentar, promover y fortalecer los valores y enfoques culturales propios de sus respectivas cosmovisiones, con lo cual se ha privado a estos pueblos de un marco de respeto, equidad y armonía intercultural.

En términos generales consideramos que las comunidades indígenas costarricenses tienen poblaciones infantiles escolarizadas, pero con situaciones a nivel lingüístico y cultural muy conflictivas y particulares.

En el ámbito de la educación matemática, podemos afirmar que en Costa Rica ha existido una tendencia de recursos localistas, es decir, la orientación del currículo ha sido de tendencia monocultural y esto se evidencia en los programas de estudio, los libros de texto y otros elementos del currículo que se han basado en las características más cercanas a la gran área metropolitana, desatendiendo las particularidades de algunas de las culturas indígenas y otras culturas minoritarias propias de las zonas rurales del país.

Ruiz (2001) que considera delicado tener una mentalidad íntegramente localista, pues es conveniente promover un uso del entorno local para favorecer los procesos de enseñanza-aprendizaje, pero lo peligroso es caer en el más trivial localismo que mutila otras posibilidades de formación en cultura universal que son fundamentales en el momento histórico actual. Su propuesta consiste en equilibrar o dosificar la contextualización en la enseñanza de las matemáticas, es decir, usar un porcentaje de referencias locales y otro de referencias no locales en la formación matemática.

El colectivo de investigadores en el área converge en la idea de que la educación matemática costarricense se inscribe dentro de una época de transición y de grandes exigencias teóricas y prácticas. La amplitud del conocimiento y sus ritmos de progreso obligan a un replanteo serio de currículos, textos, recursos materiales y humanos, y, por supuesto, del papel de los educadores. (Ruiz, 2001; Chaves, 2003a, 2003b; Barrantes, 2003a, 2003b; Ruiz, Barrantes y Gamboa, 2009; Ruiz, Chavarría y Mora, 2003, 2009).

Lo anterior significa, entre otras cosas, que los programas de formación dados por las universidades deberían adaptarse a la nueva perspectiva histórica y desde nuestra perspectiva, debe formarse a los profesores con una visión de conciencia cultural y social para que puedan enlazar los contenidos con la realidad concreta y cercana de sus alumnos. Sin embargo, si se carece de las metodologías adecuadas esta labor puede convertirse en un difícil reto para muchos profesionales.

EL REZAGO EDUCATIVO DE LOS INDÍGENAS EN COSTA RICA

El trabajo que realizamos adquiere importancia por el hecho de pretender acercarlos a la posibilidad de una oferta educativa desde las matemáticas de su propia cultura.

Carballo (2004, p.3) afirma que "la gran mayoría de los maestros no cuentan con estudios respectivos para ejercer la docencia, muchos maestros pertenecen a grupos sociales distintos, por lo que no hay continuidad, ni permanencia"

Gólcher (2004), también hace alusión a la realidad que enfrentan algunos indígenas costarricenses cuando quieren acceder al sistema educativo. y que contribuyen en alguna medida en las preocupaciones que originaron la secuencia investigativa de la que forma parte este artículo. Manifiesta dos asuntos de notable interés, el primero de ellos apunta que el programa de estudios que se usa en las comunidades indígenas es el mismo que en el resto del país y, el segundo de ellos señala la escasez de profesores preparados. Ambos asuntos son los principales obstáculos para que los indígenas puedan acceder a la educación secundaria. Gólcher (2004, p.2A) achaca esta situación a una falta de concordancia legal, pues según el Convenio 169 de la OIT los educadores para estas áreas deben ser de las zonas aborígenes, conocer las tradiciones del lugar y dominar la lengua materna.

Solano (2002) muestra que el porcentaje de las personas indígenas que acceden a la formación universitaria es sumamente reducido. De modo que quienes trabajan en las instituciones educativas de las zonas indígenas son en su mayoría personas no indígenas, que hay que concienciar para que adquieran niveles de tolerancia ante la diversidad cultural y *programen sus intervenciones a partir de modelos interculturales*, pero esta es una tarea pendiente y sobre la cual queremos incidir con esta investigación.

Desde esta perspectiva, coincidimos con la UNICEF (2007, p.42), en que "el derecho que tienen los indígenas como ciudadanos a acceder a una formación escolar, es pertinente considerar las relaciones entre las necesidades y el desarrollo integral cognoscitivo desde su percepción del mundo". Esto nos conduce a indagar si dentro de la visión de especialistas que planifican procesos educativos se consideran los aspectos de la cosmovisión indígena en las clases de matemáticas.

El derecho a acceder a la educación está estipulado a nivel de convenios internacionales y forma parte del cuerpo normativo costarricense. De modo que a inicios de los años noventa el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, con la asistencia técnica de UNICEF, propició la Educación Intercultural Bilingüe, con la creación del Departamento de Educación Indígena en 1994. (UNICEF, 2007, p.41). Desde entonces, se ha promovido en las escuelas y colegios indígenas, un curso de lengua y cultura, con el afán de preservar las tradiciones vernáculas.

Según Guevara y Vargas (2002, p.34) "a pesar de los esfuerzos del Departamento de Educación Indígena del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, por lograr una educación bilingüe multicultural, las políticas nacionales consideran parcialmente las particularidades de las comunidades indígenas y no se dispone de los recursos suficientes para el desarrollo efectivo de un modelo curricular indígena". Además, se han omitido adaptaciones al programa de estudios de la educación general básica a nivel nacional para que sea más accesible a la realidad de estos grupos étnicos. El trabajo que realizamos adquiere importancia por el hecho de pretender acercarlos a la posibilidad de una oferta educativa desde las matemáticas de su propia cultura.

Con todo lo cual, como ya se ha mencionado se justifica que existe una preminencia por un currículo de estructura monocultural y los profesores y maestros, muchas veces no indígenas, que van a trabajar a las zonas indígenas, reciben muy poca

formación de inducción que les permita comprender la realidad de estas comunidades. Con todo este panorama de marginación o invisibilización, consideramos de gran relevancia proponer un programa de formación que considere la multiculturalidad costarricense, abordándola desde estudios acerca de las etnomatemáticas y la interculturalidad.

En investigaciones previas, hemos destacado que el tema de la creatividad docente en entornos educativos multiculturales es importante para un país como Costa Rica por su composición sociocultural y sobre todo, porque como lo hemos mencionado anteriormente, el desarrollo actual del currículo se rige por una tendencia monocultural (Gavarrete, 2009), a pesar de tener una base social multicultural. Esta realidad conduce a situaciones discriminatorias para las personas y problemáticas para la educación matemática, que estamos tratando de estudiar desde el enfoque de las Etnomatemáticas en esta tesis doctoral.

EL ANÁLISIS DE LA PROBLEMÁTICA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN COSTA RICA

El análisis realizado de las estructuras curriculares y la evolución histórica de los programas de formación de profesores de matemáticas, permiten señalar la necesidad de replantear elementos fundamentales de los planes de estudio, como una de las acciones prioritarias para atender los problemas que exhibe la enseñanza y el aprendizaje de esta materia en el ámbito nacional.

Nuestra preocupación particular radica en la desatención dada al conocimiento matemático propio de las culturas. Las culturas autóctonas están desatendidas, invisibilizadas y se conciben como congeladas, de modo que no se descubren en ellas elementos de etnomatemáticas vivas, en las que el pensamiento de los estudiantes se puede sustentar, ya sea vinculándolo como contenido y elemento de reflexión durante la formación profesional, o bien considerándolo como fuente de desarrollo curricular, o como recurso para la enseñanza, en los currículum primario, secundario o terciario en Costa Rica.

Consideramos que es importante conocer las percepciones de los especialistas en didáctica de la matemática de Costa Rica sobre la relación entre Matemáticas y Cultura, así como también sus opiniones sobre la inclusión de estas relaciones en la formación de profesores, pues manifestamos como imprescindible que exista una preparación de los profesores en los aspectos culturales de las Matemáticas desde la perspectiva Etnomatemática.

Los informes del Estado de la Educación muestran un panorama general y actualizado respecto a la educación costarricense y tratan de determinar los indicadores que muestran cuánto se acerca o se aleja Costa Rica de la aspiración de ofrecer oportunidades de equidad para la población con relación al acceso a una educación de calidad que promueva el desarrollo de las capacidades de las personas para realizarse individualmente y contribuir al bienestar de la sociedad. Existen tres informes publicados (2005, 2008 y 2011).

En el Primer Informe del Estado de la Educación (PEN, 2005), se reportaron datos concernientes al desempeño del sistema educativo preuniversitario, señalando que “en

Costa Rica el acceso a la educación no es homogéneo" (PEN; 2005, p.34) y se afirma la existencia de importantes brechas en la cobertura en educación entre las zonas urbanas y las zonas rurales (incluidas las indígenas), ya que no existen las mismas condiciones para el desarrollo de los programas curriculares que se planifican a nivel macro educativo. También se señala la necesidad de dotar a los jóvenes de herramientas que les permitan insertarse adecuadamente en el mercado laboral y de ofrecer nuevas alternativas educativas.

En el Segundo Informe del Estado de la Educación (PEN, 2011) se da continuidad a los proyectos iniciados en la etapa anterior (primer informe) y se explora la realidad nacional en el ámbito de la formación de docentes. Sin embargo esta parte del informe es muy limitada por la ausencia declarada de "estudios que vinculen la formación docente con el desempeño de los estudiantes" (Ibíd., p.18), es por esto que los resultados del informe solamente delimitan una guía para conocer las fortalezas y debilidades de la formación de las y los docentes costarricenses (Op.Cit.).

En este documento se incluye un capítulo destacado acerca de los programas de formación de docentes de matemáticas y se destacan, entre otras necesidades fundamentales, la de potenciar las formas de razonamiento y pensamiento matemático abstracto con base en andamios pedagógicos apropiados y la de desarrollar la capacidad didáctica de los docentes para poder relacionar el potencial de pensamiento matemático de la cultura con los contenidos curriculares. Esto permite vincular la matemática formal con los modos "informales" de concebir y practicar las matemáticas en la vida cotidiana.

Además, en estos resultados se ratifica el compromiso que tienen las universidades públicas con la educación costarricense y se reitera la necesidad que tiene el país de enfrentar los desafíos pendientes con entusiasmo y tenacidad, ya que el país invierte en educación un aproximadamente un 31% del gasto social (PEN, 2005) y se espera que los resultados finales de este gran esfuerzo impacten en la calidad de la formación de los y las docentes, pues se pretende acercar los contenidos a la realidad que enfrenta el docente en ejercicio a partir de investigaciones recientes sobre el tema. (PEN, 2008, p.34).

El Tercer Informe del Estado de la Educación (PEN, 2011) da continuidad a las ideas planteadas en el informe anterior y está sustentado por investigaciones que permiten realizar tres conclusiones fundamentales.

- La primera de ellas es que es poco viable realizar una reforma integral de la educación costarricense, debido a la complejidad y diversidad de los problemas, así como a la variedad de actores políticos e institucionales.

- La segunda conclusión se refiere a la importancia de distinguir entre cobertura y calidad, pues los hallazgos de las investigaciones que están contenidas en el informe coinciden en la urgencia de incorporar la pertinencia de la educación en el debate nacional, con el fin de responder adecuadamente a las nuevas realidades y exigencias que el país enfrenta en materia social, económica, política y ambiental.

- La tercera conclusión se refiere a la urgencia de establecer prioridades para lograr mejoras sustantivas y acoplarse a los continuos cambios de esta sociedad del conocimiento que exigen mayor flexibilidad de parte del sistema educativo.

El año 2010 re realizaron diversas acciones a favor de la educación de Costa Rica, de las cuales destacamos tres: por primera vez se participó en las pruebas PISA, la Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad del Ministerio de Educación Púbica aplicó una prueba de Matemáticas a 1733 docentes activos y la amplia oferta de iniciativas de extensión y acción social vincularon la educación superior con sectores vulnerables de la población, que habían estado excluidos de dichas iniciativas por su condición socioeconómica, el origen étnico o la localización geográfica (PEN, 2011, p.42).

También el este tercer informe se incluyen una serie de hallazgos provenientes de investigaciones que recogen el criterio de los principales actores del sistema educativo costarricense (directores, docentes y estudiantes) respecto a una serie de temas vinculados con la calidad de la educación en el país. Una de ellas está relacionada con la forma en que se enseñan las Matemáticas en las aulas y el criterio de los docentes al respecto.

La investigación incluida en el informe determinó que existe una brecha entre lo que indican los planes de estudio y lo que se imparte en el salón de clases, además los profesores desconocen los conceptos y consultan poco los programas del MEP. En dicho estudio se realizaron observaciones del trabajo de aula que constató que los docentes fomentan un aprendizaje mecánico, contrario al desarrollo de habilidades intelectuales propuestas. Finalmente, destacamos como hallazgo relevante la insuficiencia en los cursos de formación de profesores y los mecanismos de vinculación entre los profesores y el MEP con que se pretende llenar los vacíos (PEN, 2011).

En el marco de las justificaciones que se presentan sobre la enseñanza efectiva de las matemáticas se describen algunas debilidades importantes en los programas de formación docente para la enseñanza de las matemáticas, que vamos a exponer a continuación, a partir del Segundo Informe del Estado de la Educación (PEN, 2008):

I. El tratamiento de la educación matemática como disciplina distinta de las matemáticas y la pedagogía en general, haciendo hincapié en que para enseñar matemáticas de manera efectiva, no es suficiente dominar los contenidos o poseer conocimientos pedagógicos básicos, se debe poseer conocimiento pedagógico del contenido, es decir, se debe saber cómo enseñar las matemáticas.

II. El uso de la historia de las matemáticas en la formación de los educadores matemáticos constituye un recurso pedagógico relevante. Se propone que la historia se trabaje como un eje transversal, que forme parte de los cursos de matemáticas y que se imparta como un curso especializado. Al implementarla en la formación docente, se pretende la

generación de competencias para la utilización de la historia de las matemáticas en el aula.

Al respecto, podemos añadir que es importante definir cuál es la historia de las matemáticas que se va a llevar a las aulas, puesto que por muchos años ha imperado una visión eurocentrista de la historia de las matemáticas, en la cual se ha privilegiado a las matemáticas occidentales, con lo cual se ha invisibilizado la historia de las matemáticas de las culturas autóctonas de los contextos americanos, por citar un ejemplo, pero también ha sido desatendida la historia contemporánea de las matemáticas en los contextos inmediatos, limitando la posibilidad de hacer ilustraciones con elementos culturales tangibles con gran riqueza de contenido matemático.

III. Existe una relación integral entre la formación inicial, la formación continua y la investigación; sin embargo, se deben promover actividades relacionadas con la investigación que impacten en la formación profesional, para que se comprenda que la formación inicial del educador matemático debe prepararlo para la formación continua, en este sentido las acciones de capacitación adicionales a la construcción del conocimiento que requiere el educador son cruciales.

Otros hallazgos presentados son: la importancia dada a la resolución de problemas, la comprensión de que los conceptos son un asunto más importante que el aprendizaje de procedimientos, el uso adecuado y conveniente de las tecnologías digitales como una herramienta en el aula, entre otros.

También en el informe se hace alusión a la importancia dada al conocimiento integrado y coherente de la disciplina, privilegiando la profundidad de los conocimientos sobre la cantidad de lo que se enseña (PEN, 2008), asumiendo que para avanzar en esta dirección y contribuir en mejorar la calidad de la formación es importante generar una visión de la enseñanza-aprendizaje que considere la formación en competencias profesionales.

Como aporte a nuestras indagaciones preliminares para conocer la problemática existente en torno a la visión cultural de las matemáticas, también desarrollamos una indagación complementaria con el Dr. Ángel Ruiz, quien lideró el documento del informe y uno de los investigadores principales, el Dr. Edwin Chaves.

Desarrollamos una entrevista informal y exploratoria en la cual recopilamos cuestiones que coinciden con las mencionadas en el documento del informe, pero desde una visión multicultural, relacionada con las etnomatemáticas.

Tratamos de poner en evidencia la situación que impera en la educación matemática de Costa Rica (Chaves y Ruiz, comunicación personal, 29 de julio de 2009), ya que los investigadores consultados consideran que existe una marcada problemática que ha generado una crisis y ésta responde a varios factores, como los que comentaremos a continuación.

- La realidad de los programas de formación de profesores de matemáticas en Costa Rica es que poseen dos componentes que están estructuradas de manera desvinculada. Por una parte la formación matemática, y por otra parte la formación en didáctica y metodología. Los cursos de matemáticas se dan por separado de los cursos de didáctica y no se revisa la relación que deberían guardar entre sí. En vista de que no hay una articulación entre la disciplina y los procesos de transposición didáctica, es decir, entre el saber enseñado y el saber a enseñar, el profesor repite lo mismo que recibió en la universidad y hay una cadena de contenidos que no guardan relación desde el punto de vista de la metodología de enseñanza. Consideramos esta bipolaridad como una gran dificultad para la formación didáctica matemática de los profesores.

- Por otra parte, es una debilidad del sistema educativo en general el hecho de que, siendo Costa Rica un país multicultural, la educación Primaria y Secundaria y la preparación de los profesores es de tendencia monocultural; es decir, la formación está sesgada hacia una sola cultura –mayoritaria- y esto afecta también a las matemáticas.

- La fundamentación de los planes de estudios para formación de profesores de matemáticas carece de análisis y revisión periódica. Los planes y programas de estudio no tienen un hilo conductor, de carácter profesional.

- Los profesores de matemática que imparten sus clases en todos los niveles, incluyendo la formación superior, creen que están haciendo bien su trabajo pero el producto presenta multitud de carencias. El problema es que no todos los docentes de matemáticas, ni los que dirigen y planifican los programas curriculares, son conscientes de este hecho. Por lo tanto, es fundamental promover acciones sobre los formadores de docentes para mejorar la formación y que se incorporen los elementos que promuevan el cambio en el perfil profesional del docente.

- No se ha implementado un programa de formación para profesores de matemáticas que se aborde a través de conocimientos pedagógicos específicos o competencias didácticas, matemáticas y culturales en nuestro caso. Existe una necesidad de implementar cursos específicos de didáctica de matemáticas, y además cursos de matemáticas, orientados al educador matemático, y adaptados a los distintos niveles educativos en los que desarrollará su labor profesional. Se requiere una labor investigativa que promueva un cambio, institucional y cultural de la comunidad implicada, en el sentido de crear conciencia de la necesidad de cambios en la formación.

- En los últimos quince años han proliferado carreras de Enseñanza de la Matemática en diferentes universidades privadas del país. Las cuatro universidades públicas han luchado por consensuar los programas de formación de docentes, sin embargo hay seis universidades privadas que ofrecen la carrera

de Enseñanza de la Matemática y han generado una proliferación de perfiles distintos de profesor de matemática. En total hay diez programas diferentes para formar profesores de matemáticas que no están en sincronía. Parece que el gobierno no tiene una clara visión de lo que debe ser el profesor de matemática, no tiene claro el perfil que requiere.

- Hay una desarticulación entre los planteamientos del MEP (Ministerio de Educación Pública) y el trabajo que realizan las universidades en la formación de profesores de matemática. El MEP estructura los programas de estudio para pre-escolar, primaria y secundaria, sin considerar el recurso humano del cual dispone; y, por otra parte, las universidades que están formando el recurso humano, organizan los programas de formación sin considerar lo que dispone el MEP en los programas de estudio.

- Existe además una carencia de profesionales en matemática pura, que formen con bases sólidas en matemáticas a los futuros profesores. Ya que hay déficit de matemáticos puros.

- El componente multicultural no se considera de forma explícita, ni en los programas de formación de profesores de matemáticas de las distintas universidades, ni en los programas curriculares que establece el MEP para la educación obligatoria.

- Existen muy pocos trabajos de investigación respecto a la inserción de contextos socioculturales y su relación con la praxis en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En los que se han realizado ha prevalecido la importancia del componente histórico de las matemáticas, dejando de lado la visión etnográfica de la realidad multicultural costarricense de hoy.

Los elementos que hemos descrito reflejan una crisis compleja en la educación matemática, en la que inciden muchos factores y que según algunos expertos va a prevalecer en Costa Rica, mientras no se implementen los cambios adecuados para resolverla. Estos cambios tienen que ser fundamentados en la investigación específica, realizada dentro del contexto del país, por investigadores conocedores directamente de su realidad educativa y social.

Consideramos que tanto la experiencia docente e investigadora como el conocimiento cultural propio de quien nace y vive en el país, son un fundamento que nos capacita para iniciar nuevas investigaciones, que potencien el necesario cambio educativo. En este sentido, uno de los hallazgos más relevantes en cuanto al aprendizaje es que "tanto el conocimiento como las creencias que traen los estudiantes deben incorporarse en la formación docente, como insumo vital para la elaboración de estrategias pedagógicas; la 'transferencia' o la 'devolución' en el aprendizaje es un objetivo básico; se deben subrayar los aprendizajes activos y cooperativos" (PEN, 2008, p.163).

Creemos que los programas de formación de las universidades deberían, entre otras cosas, adaptarse a la nueva perspectiva histórica; es decir, formar a los profesores con una visión de conciencia cultural y social, para que puedan enlazar los contenidos con la realidad concreta y cercana de sus alumnos, en especial en las clases de matemáticas; esta labor puede convertirse en un difícil reto para muchos profesionales formadores de profesores si carecen de modelos formativos que integren las teorías y metodologías adecuadas.

Por lo tanto, para promover una propuesta formativa que considere la multiculturalidad como base de la educación, apostamos por un programa investigativo y educacional basado en las etnomatemáticas como uno de los elementos esenciales en la formación de profesores en Costa Rica.

ANEXO F8. (VINCULADO AL CAPÍTULO 1)

RESEÑA DE LA PROBLEMÁTICA DE LA EDUCACIÓN RURAL INDÍGENA DE CR

LA PROBLEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN RURAL-INDÍGENA EN COSTA RICA

Los entornos indígenas han sido identificados como 'entornos rurales' y entendemos por escuela rural la escuela unitaria y/o cíclica que tiene como soporte el medio y la cultura rural, con una estructura pedagógico-didáctica basada en la heterogeneidad y multinivelaridad de grupos de distintas edades, capacidades, competencias curriculares y niveles de escolarización, y con una estructura organizativa y administrativa singular, adaptada a las características y necesidades inherentes al contexto donde se encuentra ubicada y cuyas funciones y necesidades varían según las zonas, los recursos, la población, la demografía, las decisiones político-administrativas e, incluso la formación docente (Boix, 2004). La pedagogía intercultural en los territorios indígenas de Costa Rica ha comenzado a ser abordada por diferentes colectivos de investigadores de universidades públicas del país.

La investigación de Ovares, Méndez, Torres y Cerdas (2007) presenta un panorama de los desafíos que enfrenta la educación rural en el Siglo XXI. En dicho estudio se afirma que el principal reto es aminorar el rezago educativo y promover la cobertura universal de la educación básica a través de propuestas curriculares innovadoras en las que se tomen en consideración las dimensiones globales de la sociedad: vida económica, cultural, productiva y política, entre otras.

Para alcanzar dicho desafío pone un interés primordial en la formación continua de profesores, pues los habitantes de las zonas rurales tienden a valorar, mantener y respetar las relaciones familiares y su contexto natural, prevaleciendo ante todo los valores ancestrales de la cultura rural: solidaridad, austeridad y sencillez. (Ovares et al, 2007, p.119). Es por esto que los profesores, como parte de su formación permanente, deben hacer lectura de estos cambios que enfrenta el entorno de su desarrollo profesional.

En el enfoque pedagógico que establece la División de Educación Rural de la Universidad Nacional de Costa Rica, "se concibe al docente como un gestor comunitario, un dinamizador de procesos sociales en las comunidades rurales" (Ovares et al., 2007, p.124). A partir de esta visión, se pretende que el profesor trascienda del quehacer del aula y visualice la comunidad y sus necesidades como su campo de acción, para que ejerza procesos de liderazgo y diseñe proyectos que respondan a las necesidades de la comunidad, fortaleciendo los procesos de educación no formal. Pero para esto, debe ser "capaz de investigar y de hacer una lectura constante de la realidad de su aula y de su entorno, con el fin de que la entrega de la docencia sea pertinente y de calidad" (Ibídem, p.125).

En lo concerniente a la pedagogía intercultural en los territorios indígenas de Costa Rica, el trabajo de Torres, Morales y Ovares (2007) se plantea la problemática y los desafíos en la formación de profesores que trabajan en entornos indígenas. Insisten en la necesidad de promover modelos formativos centrados en la interculturalidad, la investigación y la reflexión profesional, que tratamos de orientar desde la perspectiva de las etnomatemáticas.

En este trabajo se afirma que en el modelo de enseñanza-aprendizaje de las escuelas indígenas se da un choque metodológico, pues los estudiantes quieren aprender de forma holística y utilizando el entorno escolar de acuerdo con su cultura y su cosmovisión; sin embargo, la estructura curricular que impone el maestro es distinta, pues aborda las asignaturas por separado y las lecciones ocurren siempre en el salón de clase. Por lo tanto se insiste en favorecer la práctica pedagógica mediante un proceso formativo que esté centrado en encuentros y talleres, además de la observación de las lecciones del maestro, favoreciendo estrategias de acompañamiento y procesos permanentes de auto y coevaluación (Torres et al, 2007).

Sin embargo, los formadores de maestros indígenas afirman que un aspecto en contra para un adecuado desarrollo pedagógico radica en las carencias de bilingüismo entre los estudiantes indígenas, el profesor (indígena o no) y los formadores del profesor. Así, el estudio de Rojas (2002) es pionero en mostrar los obstáculos que enfrenta la estructura curricular de las zonas indígenas por las carencias en el conocimiento de la lengua y la discriminación por la aplicación del conocimiento indígena.

En esta investigación damos mucha importancia a la prevalencia de la lengua, pues somos conscientes de en los grupos étnicos ágrafos la lengua es uno de los elementos fundamentales para la promoción y pervivencia del conocimiento indígena.

En relación a la enseñanza de las lenguas indígenas en Costa Rica, Rojas (2002, p.183-184) presenta una serie de obstáculos:

- La carencia de una planificación educativa y cultural permiten la intromisión de personal no capacitado para intervenir en la planificación pedagógica.

- La carencia de políticas culturales obstaculiza la coordinación y la delimitación de funciones de múltiples instancias que intervienen en las escuelas indígenas.

- Los recursos que se destinan a la producción de materiales didácticos es muy escasa.

- Los docentes de lenguas indígenas sufren discriminación por los maestros de as asignaturas regulares, pues su conocimiento indígena no está acreditado en ninguna institución de educación superior, sino que se transmite por tradición oral de manera ancestral.

- Las formas de aprender y de enseñar, así como las formas de interacción de las culturas indígenas han sido poco estudiadas.

- La carencia de una política educativa referida a la diversidad cultural exime de control sobre la condición monolingüe de un gran número de docentes que trabajan en escuelas indígenas.

Los obstáculos descritos por Rojas (2002) son respaldados por Fernández (2003), quien además afirma que dentro del proceso formativo de educadores para entornos indígenas "es fundamental incorporar en los cursos los elementos antropológicos y sociológicos indispensables para la comprensión de la condición intercultural y plurilingüe de Costa Rica" (p.237) y de no ser así se recae en la problemática de la "aculturación de los pueblos por medio de la escolarización, con la consecuente pérdida de identidad y desarraigo de la cultura y del contexto histórico propios" (Ibídem.).

Existe entonces, en las comunidades indígenas costarricenses una dominancia de la cultura occidental y muy poca (o nula) definición de los elementos que constituyen la identidad local, cultural y nacional, pues la estructura curricular de la educación formal no ha contribuido a fortalecer la identidad ni el arraigo cultural indígena (UNICEF, 2006).

LAS PROBLEMÁTICA EDUCATIVA EN LOS TERRITORIOS TALAMANQUEÑOS

Abordamos el marco regional y específico de las comunidades Talamanqueñas por ser las comunidades indígenas que ocupan el mayor porcentaje del área total de las tierras indígenas del país (aproximadamente el 80%), por ser demográficamente superiores, porque se ha publicado respecto al histórico atraso que han sufrido y también porque recientemente se han comenzado a sumar esfuerzos a nivel institucional para abordar la exclusión que han sufrido estos territorios en áreas como la salud y la educación y se ha publicado al respecto.

Alpízar y Artiaga (2009) denuncian que en los territorios Talamanqueños son pocas las personas que acceden a la educación diversificada y aún es menor la cifra de quienes pueden acceder a la educación superior. Por ejemplo Watson, Bolaños y Brenes (2007) afirman que en el año 2006 la sede del Atlántico (de la Universidad de Costa Rica) cumplió treinta y cinco años de haber sido fundada y en ese lapso de tiempo "no hay registros de ingreso a la institución de una persona de la comunidad cabécar" (p.171).

Por otra parte, Guillermo Rodríguez (s.f.) en un proyecto de colaboración con el Departamento de Educación Indígena presenta una lista de problemas generales detectados en la educación indígena de las comunidades Talamanqueñas:

- La falta de adaptación de la educación actual al contexto socioeconómico y cultural de las comunidades indígenas.

- Falta de claridad sobre el perfil de salida del educando.

- Subvaloración de parte de los padres de familia sobre la importancia que tiene la educación (formal).

- La falta de mística y compromiso en el ámbito docente.
- La ausencia de políticas claras en materia de educación indígena.
- La carencia de programas contextualizados y programas basados en el sistema de enseñanza oral indígena.
- La carencia de material didáctico y técnicas de aprendizajes innovadores.
- La carencia de actualización académica para los docentes en la práctica.
- La carencia de criterios para la selección de docentes en territorios indígenas por la intromisión política.
- La falta de voluntad para aplicar los convenios internacionales y leyes específicas para el campo de la educación.
- Limitaciones para acceder a la educación superior y técnica profesional.
- Deficientes y limitados medios para incorporar a la actividad docente medios tecnológicos de información innovadores y bibliotecas de consulta.
- Falta de criterios de evaluación y seguimiento para reforzar y validar los procesos de aprendizajes para la educación en los territorios indígenas.

En el marco de la investigación de Rodríguez (s.f.) se realizaron unas jornadas de reflexión con maestros indígenas en ejercicio y ellos mismos identificaron las siguientes deficiencias en su práctica profesional:

- Dentro de las limitaciones que son responsabilidad de los maestros: baja mística y compromiso, poca formación pedagógica, falta de liderazgo en la comunidad, baja actitud y aptitud hacia el cambio, poca identificación y/o conocimiento cultural y limitaciones del idioma.
- Dentro de las limitaciones que son responsabilidad de la estructura curricular: el plan de educación es centralizado y descontextualizado, la evaluación es descontextualizada en las pruebas nacionales, deficiencia en material didáctico, no hay programas contextualizados Bribri, Cabécar y cultura, no hay seguimiento del aprendizaje de los elementos contextualizados.

Los investigadores insisten en que para aplacar la problemática lo que se requiere es la creación de cursos de formación académica que incluyan información atinente a la lengua y a la cultura local, que sepa incorporar las concepciones mestizas y "cuyos contenidos deban ser impartidos por maestros y maestras capacitados(as) para trabajar la cultura indígena, visibilizándola" (Alpízar y Artiaga, 2009, p.9). Por ejemplo en el trabajo de Rodríguez (s. f.) se realizan las siguientes demandas:

- Educación indígena dotada de la voluntad política e institucional necesaria en todos sus niveles para que los pueblos indígenas cuenten con servicios educativos adecuados a las características culturales.

- Diseñar, discutir y poner en práctica programas de enseñanza-aprendizaje con contenidos con enfoque de interculturalidad.

- Diseñar, validar e implementar en las escuelas indígenas un sistema de aprendizaje basado en los conocimientos culturales, con su programa, perfil de salida, principios y formas de evaluación acordes a dicho sistema de aprendizaje.

- Docentes de enseñanza regular y docentes de cultura que estén dotados con la formación académica universitaria que es necesaria para desarrollar procesos de enseñanza contextualizada y que promuevan la valorización y transmisión cultural desde las escuelas indígenas.

Todos estos aspectos son demandas comunes en las cuales recaen la mayoría de las investigaciones sobre la educación indígena que se realizaron antes del año 2010.

Según Borge y Esquivel (2011) en los pueblos talamanqueños se concentra el 72% de los centros educativos indígenas del país y los Cabécares tienen casi la mitad de los centros educativos en los territorios indígenas, pues en los últimos años ha proliferado un interés por construir escuelas en estas comunidades, el incremento se nota pues "la primera escuela en el territorio cabécar se crea en la década de los años ochenta" (Watson et al., 2007, p.171), para el año 2000 había 12 escuelas indígenas en Alto Chirripó, en la actualidad hay 74 instituciones (Borge y Esquivel, 2011).

Esta proliferación ha exigido que exista una mayor cantidad de personal profesional cualificado y acreditado para atender estos centros, pero según el Artículo 9 del Decreto Ejecutivo Nº.22072: "Los educadores de las Reservas Indígenas deberán pertenecer a la etnia local y ser, preferiblemente nativos de la respectiva Reserva Indígena" y existe una carencia de profesores con titulación universitaria para trabajar en estas zonas (MEP, 1993).

En vista de que las universidades públicas conocen esta situación, surgen iniciativas interuniversitarias para promover la creación de programas de formación de maestros con fundamento y abordaje crítico de la didáctica específica para cada grupo indígena. De esta manera, se han organizado grupos de investigación y programas en las distintas universidades públicas que puedan realizar propuestas formativas para los maestros indígenas.

El caso de la formación pedagógica de los maestros talamanqueños ha estado mediada por la Universidad de Costa Rica (Alpízar y Artiaga, 2009; Watson et al., 2007), así como por la División de Educación Rural de la Universidad Nacional de Costa Rica (Ovares et al., 2007; Torres et al., 2007).

En el año 2004 se conforma la Comisión Interinstitucional S̲iwá-Pákö (Mora, 2009), en la cual participan líderes indígenas y profesionales de la Universidad Estatal a Distancia (UNED), de la Universidad de Costa Rica (UCR) y de la Universidad Nacional (UNA), así como representantes de los Ministerios de Salud y Ministerio de

Educación (MEP).Una de las pretensiones más importantes de esta comisión es establecer un programa para la educación superior que promueva una unidad entre las culturas y además se dé un impulso a la educación indígena.

Dentro del marco promovido por dicha comisión para obtener un diagnóstico del panorama sociocultural y pedagógico, se han realizado "jornadas de auto y mutua capacitación con los maestros y las maestras de lengua y cultura del distrito de Chirripó" (Watson et al., 2007) dentro de las cuales se han desarrollado charlas talleres y cine fórum que han permitido obtener diagnósticos desde la perspectiva sociocultural y pedagógica.

Podemos destacar, como uno de los principales aportes de estas actividades el "caracterizar elementos de la cosmovisión de los cabécares de Chirripó, sobre el ambiente, la educación, la salud, la familia, el trabajo, la organización comunitaria y su lengua, susceptibles de ser incorporados en el trabajo de aula" (Watson et al., 2007, p.173).

ANEXO F9. (VINCULADO AL CAPÍTULO 2) CARACTERIZACIÓN CONTEXTUAL DE CULTURA Y CONSTRUCTOS ASOCIADOS

LA CULTURA ES APRENDIDA

Los seres humanos nos diferenciamos de los demás animales por nuestra capacidad de establecer procesos mentales que ejercen mecanismos de control del entorno personal y ambiental. Kottak (2006) afirma que nuestro aprendizaje cultural depende de la capacidad exclusivamente desarrollada por los humanos de utilizar símbolos o signos, y, mediante este aprendizaje cultural es que las personas crean, recuerdan y manejan las ideas, aplicando de manera controlada sistemas específicos de significados simbólicos

Dicho aprendizaje sucede observando, escuchando, conversando e interactuando con otros miembros del grupo, y como afirma Kottak (2006), a pesar de que los otros individuos difieran en tendencias y capacidades emocionales e intelectuales, en la fisionomía o en la genética, todos los seres humanos pueden aprender cualquier tradición cultural.

Para Jiménez (1979), la cultura es comportamiento aprendido, es decir, que no se ha heredado genéticamente sino que ha sido transmitido en el seno de la sociedad y se convierte en requisito indispensable para que se produzca 'el fenómeno de la cultura', de su evolución y de su transmisión generacional. Cada sociedad tiene su cosmovisión, su sistema de valores jerarquizado, por lo tanto, los miembros de una sociedad actúan colectiva y habitualmente de forma sistemática. La cultura es aprendida a través de la enculturación, que es un aspecto que desarrollaremos a profundidad más adelante.

LA CULTURA ES COMPARTIDA

La cultura es un modo socialmente compartido de descifrar las apariencias de las cosas y las personas (Hernández, 2010), atendiendo a ciertos rasgos de ellas, que se generan y se comparten, a partir de signos mediante los cuales se llega a reconocer, conocer y valorar las cosas y a las personas.

La interacción es fundamental para el sostén y pervivencia de la cultura. Los conocimientos y significados compartidos son la base de dicha interacción. Borba (1990) plantea que la cultura debería ser comprendida como lo que los hombres añaden al mundo, como resultado del trabajo del hombre, de las luchas creativas y recreativas del hombre y como los significados compartidos por un grupo cultural.

Además de un sistema estructurado propio para interpretar los símbolos y signos de la cultura, también se comparten las creencias, los valores, los recuerdos, la tradición mítica, entre otras. Según Kottak (2006), la enculturación unifica a las personas al proporcionarles experiencias comunes. En esta característica de la cultura es donde podemos ubicar a la herencia cultural, puesto que "los padres de hoy son los hijos de ayer" (Kottak, 2006, p.60). Creemos que la realidad cambia constantemente y esto incide en la cultura, pero hay ciertas creencias fundamentales, valores, elementos de la

tradición mítica y elementos de la simbología utilizada para percibir, concebir, comprender e interpretar la realidad (cosmovisión) que se mantienen.

LA CULTURA ES SIMBÓLICA

El pensamiento simbólico es exclusivo para los humanos y es crucial en el aprendizaje cultural. El antropólogo Leslie White (2007) definió la cultura como dependiente de la simbolización y estableció que la cultura consiste en herramientas, implementos, utensilios, vestimenta, ornamentos, costumbres, instituciones, creencias, rituales, juegos, obras de arte, lenguaje, entre otros que fueron adquiridos y desarrollados para crear y dotar de significado una cosa o hecho y así poder captar, apreciar y utilizar tales significados.

Los símbolos pueden ser algo verbal o no verbal dentro de un lenguaje o cultura particular. Geertz (1994) define la cultura como ideas basadas en el aprendizaje cultural y en símbolos, además afirma que "los signos son importantes y los significados compartidos de estos signos alcanzan un nivel de importancia superior en la dinámica de interacción social" (p.89), así la cultura puede ser definida como un sistema de símbolos significantes con los que la gente construye el sentido de los hechos de sus vidas, o como un contexto en el cual hay sucesos sociales, conductas, procesos e instituciones, artefactos y comunicación.

Jiménez (1979) afirma que la dotación genética del hombre le permite adquirir o aprender la cultura de su grupo, puesto que la cultura es esencialmente simbólica, es decir que el uso del lenguaje, de la comunicación, y este cruce continuo de mensajes tiene un fuerte valor simbólico o convencional. Por lo tanto, la capacidad de crear símbolos y de comunicarse con ellos es, en última instancia, la más humana de las características de nuestra especie.

LA CULTURA LO ABARCA TODO

La cultura es pan-humana, es decir que abarca a todos los humanos, puesto que todos los pueblos del mundo en su intricada vida social manifiestan aspectos económicos, sociales, políticos y culturales que se comparten a través del principio de interacción que es fundamental para que los conocimientos compartidos permitan relacionar a los individuos entre sí (Bishop,1988).

Para algunos antropólogos como Kottak (2006) las fuerzas culturales más interesantes y significativas son las que afectan a la gente en su vida cotidiana, particularmente aquellas que influyen durante el proceso de enculturación y abarcan características que muchas veces son trivializadas a as cuales se les ha menospreciado.

Otros antropólogos, como Jiménez (1979), afirman que la pluralidad cultural se da en estrato vertical cuando hablamos de la cultura en sociedad simples o de sociedad complejas; o en sentido horizontal cuando dentro de un mismo nivel cultural apreciamos una diversidad de formas que pueden manifestarse en las distintas lenguas de un continente o país, en las distintas formas de vestir, en los distintos gustos al comer o en las diversas formas de entender y practicar los mitos, incluso dentro de un mismo credo religioso. Sin embargo, en este trabajo consideramos el 'todo cultural' y las relaciones que tiene con formas de pensamiento y conocimiento matemático.

LA CULTURA ESTÁ INTEGRADA

En el ser humano la naturaleza y la cultura son inseparables, puesto que la cultura es la forma en cómo se expresa la naturaleza humana (Panikkar, 2006), con lo cual hombres y mujeres somos seres naturalmente culturales e integrados, con un sentido de pertenencia desarrollado hacia una cultura determinada que es lo que permite que exista una guía o conducción en la experiencia de la vida de cada persona.

Coincidimos con Kottak (2006) en que las culturas están integradas por actividades económicas, patrones sociales dominantes, valores y tradiciones relacionas con la historia mítica y las configuraciones y visiones de mundo que permanecen, con las que se preparan los individuos para desarrollar comportamientos y rasgos de su personalidad que tienen como base una plataforma compartida de conocimientos que provienen de la herencia cultural.

La cultura tiene un carácter funcional que se integra en la cotidianeidad, es decir que la escasa especialización biológica del hombre le hizo depender de la cultura en su lucha por la supervivencia; de este modo, siguiendo a Jiménez (1979), el incipiente desarrollo tecnológico, que es parte del desarrollo cultural, satisface necesidades y cumple objetivos.

OTRAS CARACTERIZACIONES DE LA CULTURA

Otras de las caracterizaciones que hemos revisado, insisten en tres funciones de la cultura: la epistemológica, la axiológica y la identitaria. La función epistemológica se refiere a la razón por la cual los individuos entienden las cosas con arreglo a la cultura de la cual participan. La función axiológica se refiere a la razón por la cual los individuos valoran a otros individuos y a las cosas según sus pautas culturales. La función identitaria se refiere a la razón por la cual los individuos entienden y mantienen lo que ellos son, es decir, su identidad, con los recursos que su cultura les ofrece.

Para Oliveras (2000c) la cultura se compone de aspectos semióticos, socio-políticos, cognitivos y tecnológicos, que están interrelacionados. Los aspectos semióticos abarcan la simbolización, expresión y comunicación, los aspectos socio-políticos se relacionan con la organización del trabajo y las relaciones de poder, los aspectos cognitivos son los modos de conocer y están ligados al entorno, mientras que los aspectos tecnológicos tienen que ver con la producción humana de elementos materiales con fines de dominio de la naturaleza, para facilitar el trabajo o posibilitar el ocio.

Desde la perspectiva de Jiménez (1979), la cultura también ejerce de manera dinámica, el establecimiento de un sistema de valores que norman el orden social. Es decir, es el instrumento creado por el hombre para su mejor adaptación al medio natural y al orden social, que requiere normas o principios que hagan posible la convivencia de los individuos y el funcionamiento de las instituciones. De esta forma, el comportamiento del individuo y de la colectividad está previsto y regulado por un sistema de valores implícito, que establece las opciones o alternativas más deseables en los momentos críticos, con el cual se rige la orientación de la colectividad, de tal manera que se establece una clara identificación entre la sociedad y su escala de valores. Este sistema de valores puede tener una connotación económica, política y religiosa, el

sistema de creencias sobre lo sobrenatural es lo que se llama religión o la visión común del mundo, que es el constructo que desarrollaremos en el siguiente apartado.

Dentro de una postura relativista, admite Panikkar (2006) que cada cultura tiene su propio sistema de valores que son relativos y cada cosmovisión es relativa a su contexto. La 'relatividad cultural' pone en evidencia la importancia que tiene cada cultura y la imposibilidad de absolutizar la realidad, entendida como un entramado indisoluble de las dimensiones cósmica, divina y humana.

INTERCULTURALIDAD Y ALTERIDAD CULTURAL

Panikkar (2006) afirma que pretender tener una cosmovisión universal nos conduce al monoculturalismo y a su vez al colonialismo. Por lo tanto establece que la 'interculturalidad' es el punto medio entre la absolutización de la cultura y la incomunicación absoluta con respecto a otras.

> *La interculturalidad describe la situación dinámica del hombre que, consciente de la existencia de otras personas, valores y culturas, sabe que no puede aislarse en sí mismo. El diálogo intercultural es un imperativo de nuestro mundo. La interculturalidad surge de la consciencia de la limitación de toda cultura, de la relativización de todo lo humano; se manifiesta como una característica intrínsecamente humana, y por lo tanto, también cultural.* (Panikkar, 2006, p.130)

Las culturas, como la realidad misma, no son estáticas, sino que están continuamente en un proceso de transformación. Sin embargo, la 'cosmovisión cultural' es un conjunto de valores sobre la percepción del mundo que es impermeable a los cambios y se afianza dentro de la realidad de cada fenómeno cultural.

La '*alteridad cultural'* la relacionamos directamente con el diálogo intercultural que puede conducir al reconocimiento de algunos valores de las culturas ajenas para promover una convivencia humana libre y digna en cada una de los grupos culturales. Cuando un individuo –o investigador, como es este caso—entra en contacto con otra cultura, se genera un sentimiento de oposición, como mecanismo para reforzar la propia identidad cultural que hace necesario afianzar los rasgos principales de la identidad cultural y los canales, vehículos y mediaciones del lenguaje que muestran la cosmovisión de quien se inserta en el grupo ajeno. En ese sentido, la 'alteridad' la definimos como una manera tolerante de mirar hacia la identidad de otra cultura sin que amenace la propia identidad de quien mira.

Teresa Vergani (citada por D'Ambrosio, 2008) establece que la etnomatemática sabe que un mundo unitario y plural se está generando y que romper con el aislamiento entre culturas comienza por atender el problema de la "traducibilidad" recíproca. La primera característica híbrida de la etnomatemática a tener en consideración es su empeño en el diálogo entre identidades (mundial) y alteridad (local), terreno en el que las matemáticas y la antropología se intersectan. Esta tesis estudia los conocimientos y comportamientos de grupos culturales distintos a nuestra cultura de origen. Por lo tanto, la alteridad cultural se relaciona con la ética de la investigación, en el sentido de propiciar valores de respeto y comprensión por lo distinto.

ENCULTURACIÓN

Desde una postura filosófica, entendemos la 'enculturación' como el proceso por el cual un individuo se integra en la cultura del grupo en que ha nacido. En este sentido la cultura no es algo innato, sino que se aprende; mediante el aprendizaje, el ser humano adquiere los usos y costumbres, las creencias y las técnicas básicas de su cultura de origen, hasta el punto de que su conducta habitual es una respuesta casi automática e inconsciente de los estímulos culturales que se le presentan en cada circunstancia de su vida.

Varios autores (García, F. J.; Pulido, R., 1994, Bock, P.K., 1977, Díaz de Rada, A. y Velasco, H.M. ,1966) reconocen que es preciso afirmar que el individuo no es un receptor de la enculturación meramente pasivo; esto puede acaecer en la infancia; pero a medida que el individuo llega a la adultez comienza a confrontar la cultura aprendida con sus nuevas experiencias, de modo que se encultura a sí mismo, con lo cual se integra conscientemente en su sociedad de origen y es capaz de simbolizar este proceso. Dicha simbolización es fundamental en el proceso de enculturación y posee un gran interés en esta investigación.

El primer acto de cultura, con que comienza la historia de la humanidad, implica también el primer acto de enculturación, puesto que la dimensión social del individuo hace posible la transmisión, la recepción y la reinterpretación de la cultura. Además, la enculturación de los individuos o de los grupos sociales puede dar lugar a la aculturación.

ACULTURACIÓN

La 'aculturación' puede verse desde un sentido estricto como la acción por la que un grupo social intenta imponer su propia cultura a otro grupo social, económica y políticamente más débil y es la consecuencia directa del dinamismo propio de toda cultura, la cual tiende por sí misma a expandirse. Generalmente se trata de la confrontación de una cultura superior, con la cultura del pueblo en la que se quiere introducir. En dicho proceso, el individuo se ajusta a nivel superficial, a las formas culturales con las que se encuentra y a la vez, actúa consciente o inconscientemente sobre ellas.

TRANSCULTURACIÓN

Para algunos autores la 'transculturación' es una aculturación forzada, a base de violencia física o simbólica. El ejemplo más usual en dichos autores es la transculturación que padecieron los indígenas amerindios con ocasión de la conquista y la expansión del sistema cristiano imperante en España y Portugal. Hay otro proceso asociado al abordaje filosófico que hemos descrito en los tres apartados anteriores, que no abordaremos en este esbozo pues no se vincula con este trabajo. Responde al proceso de 'inculturación', que es abordado desde la filosofía religiosa y describe una estructura de relaciones entre un texto (por ejemplo el evangelio), los carismas religiosos, la espiritualidad y la cultura.

ANEXO F10. (VINCULADO AL CAPÍTULO 4)

RESULTADOS DE LA CARTOGRAFÍA SOCIOCULTURAL POR GRUPO ÉTNICO

F10.1.CARTOGRAFÍA SOCIOCULTURAL DE LOS PUEBLOS NGÄBES

La población Ngäbe es una de las más numerosas del sur de América Central, concentra la mayoría de habitantes en Panamá. Los Ngäbes llegaron a Costa Rica durante el lustro que corresponde a los años 1950- 1955 desde la provincia panameña de Chiriquí.

Según Murillo (2009), el nombre Ngäbe es la denominación propia de la lengua de la cultura, mientras que Guaymí es la denominación propia de la cultura en su lengua.

El antropólogo José Luis Amador (en comunicación electrónica, 2012) afirma que la reubicación de los Ngäbe desde Panamá, fue una negociación del expresidente General Torrijos y de la Empresa Rio Tinto Zinc con el gobierno de Costa Rica y no fue una acción espontánea de familias dispersas.

Sin embargo, también existe otra razón que atribuye la migración de indígenas de la Comarca Ngöbe-Buglé de Panamá hasta el Cantón de Coto Brus en Costa Rica para participar como recolectores durante la cosecha del café, lo que dio lugar a los asentamientos Ngäbes.

Guevara y Vargas (2002) reconocen que los indígenas panameños que emigraron a Costa Rica tuvieron que organizarse por años para ser reconocidos como ciudadanos costarricenses, es decir que gestaron una lucha por la cedulación, buscando el reconocimiento por parte del Estado como nacionales y fue en 1990 que se les otorgó el documento nacional de identidad, y esto promovió una renovación de las reivindicaciones y las tradiciones culturales propias.

F10.1.1. UBICACIÓN GEOGRÁFICA DE COMUNIDADES NGÄBES

Las comunidades Ngäbes, también son conocidas como comunidades Guaymíes, se encuentran en la vertiente pacífica de Costa Rica, en la zona sureste del país. En la siguiente figura mostramos la ubicación geográfica de las comunidades de la cultura Ngäbe de Costa Rica.



Figura F10.1. Distribución geográfica de comunidades indígenas Ngäbes.

F10.1.2. CONSERVACIÓN DE RASGOS CULTURALES EN COMUNIDADES NGÄBES

Con respecto a sus rasgos culturales, según Carballo (2004), esta población aún conserva muchos de ellos debido que han resistido fuertemente las presiones de la cultura dominante.

Los Ngäbes se han dado a conocer en Costa Rica con el nombre de Guaymíes y constituyen un grupo de origen panameño, por lo tanto sus rasgos provienen de la herencia cultural y el matiz de la transculturación que ha impuesto el proceso migratorio y el asentamiento en otro país.

En el trabajo de campo confirmamos que se mantiene la lengua Ngäbére, así como algunas expresiones de cultura material, la organización social y la tradición mítica. Sin embargo, a diferencia de los otros grupos étnicos costarricenses, existe muy poca información bibliográfica respecto a los Ngäbes.

Sin embargo, en un informe presentado por Carmen Rojas (2006) desde el Departamento de Educación Indígena del MEP, se afirma que se mantienen rasgos culturales como la vestimenta (principalmente entre las mujeres), la pintura de la cara en ocasiones especiales, el labrado de los dientes, la lengua autóctona, la artesanía, la medicina tradicional, algunas ceremonias, así como la danza y la música. Además, a pesar de la existencia de Asociaciones de Desarrollo como organización civil, se reconoce la existencia de caciques en las comunidades de Abrojos Montezuma, Coto Brus y Compte Burica.

F10.1.3. TENENCIA DE LA TIERRA EN COMUNIDADES NGÄBES

Guevara y Vargas (2002) mencionan que existe un número muy elevado de familias Ngäbes que no tienen parcela, debido a que la mayoría de los pueblos de la cultura Ngäbe han sido asediados por colonos no indígenas. Lo anterior ha generado graves problemas de tenencia de tierra, de destrucción de su hábitat y la economía tradicional se ha visto desplazada por la fundación de empresas agroindustriales o ganaderas.

Además, Carballo (2004) denuncia que la mayoría de los pueblos Ngäbes viven en un estado de pobreza y abandono, tanto que en algunas comunidades no existen los servicios básicos de alumbrado y tratamiento de agua potable.

F10.1.4. ORGANIZACIÓN GEOGRÁFICO-TOPONÍMICA EN COMUNIDADES NGÄBES

En el censo poblacional del año 2000 (Solano, 2004) se reportan cuatro comunidades de la etnia Ngäbe, todas asentadas geográficamente en la provincia de Puntarenas. En la siguiente tabla presentamos la distribución geográfico-toponímica.

Tabla F10.1. *Correspondencia geográfica-toponímica de comunidades en el Pueblo Ngäbe, según Solano (2004, p.226)*

Territorio Ngäbe	Provincia	Cantón	Distrito
Abrojo-Montezuma	Puntarenas	Buenos Aires	Buenos Aires
Coto Brus		Osa	Sierpe
Comte Burica		Golfito	Pavón
Osa		Corredores	Corredor Laurel

F10.1.5. DENSIDAD DE POBLACIÓN (INDÍGENA Y NO INDÍGENA) EN COMUNIDADES NGÄBES

La población Ngäbe supera los dos mil habitantes, mostrando la mayor concentración de población en la comunidad indígena de Comte Burica, que está habitada por mayor población no indígena. Los miembros de las comunidades Ngäbes presentan una concentración de población extranjera (en su mayoría italianos) correspondiente al 7,8% y según Solano (2004) sobresalen con un porcentaje superior al de los otros territorios a nivel nacional.

Tabla F10.2. *Población total por distribución y población indígena y no indígena en el Territorio Indígena Ngäbe, según Solano (2004, p.244)*

	Población		Indígena (I.)	No indígena (N.I.)	%	
	Total	Porcentaje			Indígena (I.)	No indígena (N.I.)
Pueblo Ngäbe	2729	8.2	2563	166	93.9	6.1
Abrojo Montezuma	406	1.2	387	19	95.3	4.7
Osa	118	0.4	114	4	96.6	3.4
Comte Burica	1111	3.4	971	140	87.4	12.6
Coto Brus	1094	3.3	1091	3	99.7	0.3

Destacamos que, a excepción de un caso, la mayoría de las comunidades están habitadas por un porcentaje superior al 95% población indígena y en la comunidad de Coto Brus el 99,7% de la población es indígena.

F10.1.6. PERVIVENCIA DE LA LENGUA EN COMUNIDADES NGÄBES

Según los datos reportados por Solano (2004), basados en el censo del 2000, los pueblos Ngäbes se destacan con un 84,5% de uso de la lengua y a su vez son los pueblos que tienen los porcentajes más elevados de analfabetismo.

El porcentaje de la población indígena cuya lengua natal es la lengua Ngäbére es de 85,2%, mientras que el porcentaje de la población indígena cuya lengua natal es el español es de 5,3% y el valor que representa a personas de origen no indígena que hablan la lengua Ngäbére es del 1,4%.

F10.1.7. CARACTERÍSTICAS EDUCATIVAS Y EDUCACIÓN TRADICIONAL EN COMUNIDADES NGÄBES

Con respecto al acceso a educación formal, Solano (2004) reporta que los pueblos Ngäbes tienen un nivel promedio de escolaridad de 3,1 años.

En cuanto a la educación tradicional, pudimos observar que está divida por actividades relacionadas con el género. De modo que hay unos aprendizajes que están dirigidos exclusivamente a las mujeres y otros a los hombres.

Por ejemplo, según Torres de Arauz (s.f.) en la época de pubertad las mujeres mayores preparan a las niñas en la elaboración de las chácaras y esta actividad es propia de los quehaceres y aprendizajes del género femenino, por lo que muy pocos hombres participan, sin embargo, algunos de ellos colaboran en la búsqueda en el bosque del material natural que se necesita para hacer chácaras. Otro ejemplo se da por ejemplo en la fabricación de sombreros, que a pesar de ser también una actividad relacionada con el tejido, es exclusiva para los varones.

F10.1.8. EXPRESIONES DE CULTURA MATERIAL Y FORMAS DE SUBSISTENCIA EN COMUNIDADES NGÄBES

Las comunidades Ngäbes practican una agricultura de subsistencia, que complementan con la venta de artesanía y por temporadas se emplean en fincas dedicadas a la plantación de banano o café. Las expresiones de la cultura material primordialmente se manifiestan en la producción artesanal.

La artesanía tiene un doble papel, por una parte se fabrican artefactos (Huxley, 1955) para el uso diario, pero también las Asociaciones de Desarrollo Local tienen pequeñas empresas de confección de artesanía como medio de obtención de recursos económicos. Pudimos observar que se fabrican: chácaras, tintes naturales, chaquiras, telas de corteza, vestidos tradicionales, entre otros.

Pasamos a describir algunos de ellos, a partir de fuentes consultadas y de nuestro diario de campo.

Las chácaras

Las *chácaras* son bolsos de diversos tamaños, que van desde pequeñas bolsitas que pueden ser usadas para guardar dinero o tabaco, hasta grandes bolsas donde se transportan productos agrícolas, animales de corral y hasta niños.

La chácara como actividad propia, también se ha convertido en una fuente de ingreso económico para algunas mujeres ya que son vendidas a turistas como artesanías producidas de forma personal por las Ngäbes. La materia prima que se utiliza son pitas, fibras y cabuyas; asimismo, se diseña un patrón con rasgos geométricos que se repite en la superficie del tejido. Se incorporan diseños de animales peligros y atractivos por su belleza animal y que se encuentran en la naturaleza o representan leyendas de su grupo cultural, tales como la serpiente pitón o serpiente boa, pues la serpiente es un animal mítico en la tradición ancestral de esta etnia.



Figura F10.2. Elaboración de Chácaras por artesanas de la comunidad de Alto Comte (Fotografías de Ugo D'Ambrosio y Hugh Gavan).

Según la profesora Andrea Ramírez (en conversación electrónica, 21 de febrero de 2011), un aspecto importante de rescatar es que la elaboración de la chácara no se

enseña de forma permanente en las escuelas indígenas Ngäbe, porque la mayoría de los docentes facultados para impartir la asignatura de Lengua y Cultura son hombres y esta actividad está restringida para los varones.

Elaboración de tintes naturales

Elaboración de *tintes naturales*, a partir de semillas, raíces, frutos, pétalos de flores, moluscos, entre otros. Se utilizan diversas técnicas de cocción o extracción del tinte y sirve para la decoración de los artefactos.

Los tintes naturales se usan para teñir fibras con las cuales se elaboran otros objetos como chácaras, por ejemplo, y se basan en un significado de acuerdo pasados acontecimientos para esta cultura. Por ejemplo, el rojo significa derramamiento de sangre en la guerra, el amarillo significa el amanecer; el negro significa duelo; el verde es el color de las plantas y de las montañas. El proceso para obtener la tinta es iniciar con la búsqueda de varios tipos de bejuco, raíces u hojas para los colores verde, negro y rojo. En el caso del amarillo se utiliza el jengibre. El nombre de las pinturas naturales son las siguientes: Rojo: nimin, Verde: Kögrä bä kare, Negro: Kögrä drune y Amarillo: Sübrü.

Las chaquiras

Las *chaquiras* son collares hechos con cuentas, conchas y huesos, de vistosos colores y diseños geométricos que se utilizan como accesorios.



Figura F10.3. Chaquira fabricada por la Asociación de Artesanas Ngäbes.

La tela de corteza de mastate

La *tela de corteza* es un trozo de corteza de árbol de mastate (Poulsenia armata) en la cual se realizan diseños decorativos con tintes naturales. Esta técnica, posiblemente antes más sofisticada, persiste aún hoy en los vestidos infantiles y en prendas interiores femeninas y para cubrir colchones, ropas y artesanía como la actividad. Es un procedimiento muy laborioso y una faena femenina, que va desde la consecución de la corteza del árbol, su procesamiento, mojándola y golpeándola, hasta su etapa final de textura suave y esponjosa, para posteriormente decorarlo con los tintes naturales.



Figura F10.4. Mastate decorado con tintes naturales, adaptada de Chízmar et al. (2009).

Los vestidos tradicionales

Los *vestidos tradicionales* prevalecen especialmente para las mujeres. El vestido es un amplio camisón, de una sola pieza de color y a los cuales se les adorna con aplicaciones geométricas en colores contrastantes, dichas aplicaciones son cenefas hechas a base de dibujos geométricos que circundan las mangas, el pecho y la parte baja de las caderas.



Figura F10.5. Vestido tradicional de las mujeres Ngäbes.

Los vestidos que usan las mujeres de la cultura Ngäbe son utilizados como ropaje para el día a día pero también para asistir a eventos rituales. Cada mujer elige el diseño, las telas y la combinación de colores según el gusto personal, en el que priva lo subjetivo de cada quien, por ello, son vestidos que no repiten el diseño geométrico del patrón.

Constituyen un elemento simbólico que representa las montañas mediante figuras triangulares, el llano a través de las rayas, líneas quebradas u onduladas asemejan el cuero de culebras y llenos de colorido como los pájaros bobos o los pájaros carpinteros, que son animales míticos en la tradición ancestral Ngäbe. De ese modo, se dice que los vestidos representan rasgos míticos y albergan significados e historias.

El canasto

El *canasto* se construye en las comunidades Ngäbes como una herramienta para las labores agrícolas. La forma con la que se diseña la base del canasto depende de la forma de los objetos que va a contener. Por ejemplo, para recolectar café se utilizan canastos de base circular (y no de base rectangular) de 16 puntas, pues el café es un fruto esférico, además, porque el canasto se sujeta en la cintura y es más cómodo para cargarlo. También supimos que se construye otro tipo de canasto que se llama *Jabe*, que se usa para recolectar maíz y se carga en la espalda.

F10.1.9. CONCENTRACIÓN DE HABITANTES POR VIVIENDA Y ACCESO A SERVICIOS BÁSICOS EN COMUNIDADES NGÄBES

Solano (2004) reporta que el indicador de hacinamiento en los pueblos Ngäbes es del 48% y el número promedio de habitantes por vivienda es de 5 personas o menos, sin embargo, este indicador alcanza su valor más alto en las viviendas de Coto Brus y Abrojos Montezuma donde se reporta un promedio de 7 personas. El hacinamiento que reporta Solano en las comunidades Ngäbes, probablemente se debe a que en la tradición Ngäbe, los varones pueden tener más de una esposa, como pudimos rescatar de nuestras indagaciones en las comunidades durante el trabajo de campo. Con respecto a los accesos a servicios básicos, como el abastecimiento de agua y electricidad, Solano (2004) reporta que en las comunidades Ngäbes aproximadamente el 72% de la población se abastece de agua de ríos o quebradas y la cobertura del servicio de electricidad alcanza únicamente al 5.7% de la población indígena de esta cultura.

F10.1.10. SISTEMA DE FILIACIÓN Y ORGANIZACIÓN SOCIAL EN COMUNIDADES NGÄBES

Con respecto al sistema de filiación y organización social tradicional, Guevara y Vargas (2002) reportan que en el sistema Ngäbe las relaciones matrimoniales se establecen de preferencia entre primos cruzados de segundo grado bilaterales, es decir, que pueden ser por parte de la madre o del padre. De este modo, la filiación, relaciones y términos de parentesco se establecen a partir de los abuelos.

Además, en el trabajo de campo reconocimos que en al menos una comunidad había una unión poligínica. La poliginia es la forma ideal de matrimonio estando relacionada con el status social y económico, así un hombre con varias esposas es considerado próspero y de gran aceptación social. También es común en esta cultura que la mujer desarrolla una gran capacidad laboral durante su vida activa, lo cual

permite que el varón descanse mientras se enriquece el núcleo familiar. Las relaciones entre las mujeres que componen, como esposas, la familia poligínica son buenas y encontramos una vivienda en la cual vivían varias esposas del mismo marido y sus hijos. Los lazos parentales, consanguíneos y políticos, mantienen fuerte unión en estas comunidades. Debido a esto encontramos (en Abrojos Montezuma) pequeños caseríos que estaban formados por parientes.

F10.1.11. RELIGIOSIDAD, MITOS, CARGOS Y CELEBRACIONES TRADICIONALES EN COMUNIDADES NGÄBES

En cuanto la religiosidad de los pueblos Ngäbes, Guevara y Vargas (2002) y Carballo (2004) coinciden en que se trata de una estructura complicada, en la cual la base la aporta la religión Mamachí, que sincretiza rasgos del cristianismo y de sus creencias tradicionales, la figura del chamán se llama Dänkien en lengua Ngäbe y es el encargado de dirigir los rituales. Pasamos a describir una breve reseña de la cosmovisión Ngäbe, a partir de las entrevistas etnográficas realizadas y de la bibliografía consultada.

Una reseña de la Cosmovisión Ngäbe

'Ngöbö' es el nombre de la deidad que cuida a los Ngäbes y a todo lo que existe; es atemporal y se le relaciona con otro dios superior que se llama 'Noncomala' (Margery, 1997). A continuación presentamos un extracto de la historia de la creación Ngäbe, recopilada por Carmen Rojas Chaves (2006):

> *Al inicio de los tiempos el mundo que había era de piedra, y a partir de la piedra, en cuatro días, Ngöbö creó todos los elementos de la naturaleza, todo lo necesario para que la vida humana fuera posible. Por último creó al ser humano. […] El mudo, entonces tiene la forma de una gran casa, cuyo techo es sostenido por 'Uli Kran'. En la construcción de la casa participaron cuatro personajes: el dueño del mapache, el dueño de la libélula, el dueño de las gallinas y el dueño de los pájaros carpinteros. Este último fue fundamental: él terminó de construir la casa porque los demás no quisieron hacerlo.*
>
> *Una vez creada la gran casa que constituye el mundo, Ngöbö creó al hombre, a partir de cuatro diferentes clases de maíz. […] Estas semillas de maíz las había dejado Ngöbö en la tierra, bajo el cuidado de 'Tbi Tolero', el dueño de los cornezuelos.*
>
> *Inicialmente, todos los elementos del entorno tenían características humanas: hablaban y sentían. Luego esas facultades quedaron sólo para los humanos. […] Una vez que el proceso de creación de la tierra se había completado y la población aumentó, comenzaron a darse muchos conflictos entre las personas, muchas peleas, Ngöbö hizo varias advertencias a los humanos pero no obedecieron […] sucedieron una serie de cataclismos. […] Estos fenómenos destruyeron la mayor parte del mundo creado y casaron la muerte a toda a población que había.*

> *Pero 'Ngiba Kogi' había guardado una semilla de maíz con dos granos. Se la quitaron y la sembraron y nuevamente hicieron la gran casa, el mundo. La semilla germinó y creció con lo que reapareció la humanidad. […] Esta vez Ngöbö encargó a 'Murie Dänguien', el dueño del viento, a que vigilara a sus semillas, los humanos. Para entonces éstos coexistían con seres muy grandes, con poderes especiales, a los que 'Murie Dänguien' se llevó para 'Kä Nägue', la Ciudad de los Espíritus. El clima se normalizó y esto permitió el desarrollo de una nueva humanidad, la actual.*

En la cosmovisión Ngäbe se atribuye mucha importancia a los ciclos, la vida sigue un comportamiento cíclico, porque cada nueva etapa consiste en una transformación de la etapa anterior.

Dentro de la tradición oral, se menciona 'la llegada de los cuatro tiempos' que es el cierre de esta etapa y el inicio de un nuevo ciclo, los Ngäbes esperan una serie de acontecimientos que acabarán con el mundo actual y con los seres humanos, lo que supone un retorno desde la Ciudad de los Espíritus de sus héroes culturales, caciques, Sukias y otros personajes destacados.

La tradición religiosa, celebraciones y rituales

Carballo (2004) afirma que la tradición religiosa Ngäbe se ha visto debilitada en los últimos años y otros grupos religiosos han acaparado la cultura, afectando sobre todo el sistema de filiación familiar. Incluso Margery (1997, p.26) insiste en que "no hay entre los Guaymíes ninguna manifestación de religión tradicional".

En la actualidad, según el antropólogo José Luis Amador (en comunicación electrónica, 2012, dentro de la tradición oral Ngäbe, se distingue la figura mítica del chamán, cuyo nombre es Jirondai y que tiene dos rostros: uno para mirar el pasado y otro para mirar al futuro, tuvo una visión donde los ríos, los lagos y los mares se cubrían de rojo y pidió a su gente que le cortara la cabeza para que su fuerza quedara en cada uno de ellos, pero los indígenas no fueron capaces de matarlo, sin embargo los colonizadores sí lo hicieron.

Según los resultados de nuestros sondeos con informadores, en el conocimiento indígena prevalece el culto de respeto a Ngöbö y a otros personajes de la tradición mítica. El conocimiento del mito rige el comportamiento individual y la dinámica de la colectividad en las reuniones sociales y ceremoniales.

Por ejemplo, la explicación sobre las formas geométricas del vestido de las mujeres Ngäbes, proviene de la historia de la Serpiente de Mar, cuyo nombre es 'Magata'. Esta serpiente se comía a las personas, pero después de una gran lucha que se basó en la inteligencia, los humanos la pudieron derrotar. Pese a ese éxito, existe un gran respeto por los animales, en particular por las serpientes.



Figura F10.6. Comparación entre las Serpientes y la decoración del vestido Ngäbe.

Nuestros informantes especiales aseguran que el conocimiento cultural respecto a las normas de Ngöbö rige el comportamiento y la conducta de hombres y mujeres de la cultura Ngäbe, en especial respecto a las relaciones interpersonales y el cuidado del medio ambiente. Algunas de esas normas son invocar y pedir permiso a los 'dueños' de los recursos antes de utilizarlos, es decir, antes de sembrar, cazar o pescar.

> *También pidió ser honestos, valores que los Guaymíes traducen en conductas como respetar los bienes ajenos, decir la verdad y guardar los secretos. Algunas otras normas de vida que instauró Ngöbö son la obediencia, el respeto a los ancianos, la higiene y el cuidado personal y la custodia del conocimiento.* (Rojas, 2006)

Asociadas a las normas dejadas por Ngöbö, existen diversas actividades tradicionales y rituales, que describimos a partir de nuestras notas de campo, con apoyo de algunos autores:

- La *chichada* (ver glosario) es la fiesta tradicional más importante y constituye una forma social de encuentros periódicos, donde se intercambian opiniones, se transmiten conocimientos tradicionales, mientras que se realiza el consumo de grandes cantidades de chicha. Se celebra de manera ritual como celebración del nacimiento, para evitar que las enfermedades ataquen al recién nacido y desearle una larga vida.
- El *clarecimiento* o *claría* es una actividad ritual que realiza para los niños y niñas durante la pubertad y es una ceremonia que se realiza en la montaña y dura cuatro días y cuatro noches, consiste en un castigo que un Mayor elegido por la comunidad somete a los jóvenes de su mismo sexo con el fin de instruirlos y prevenir en ellos conductas no permitidas. La ceremonia culmina con una gran chichada.
- En los *funerales* el cuerpo del difunto es expuesto por varios días, durante los cuales solamente se toma chocolate. No existen cargos

tradicionales para los ritos funerarios, pero los enterradores son siempre varones y se someten a una dieta especial durante un mes.

- La *curación de las semillas* es una ceremonia que se realiza antes de iniciar la siembra de los principales productos alimenticios. Es un ritual dirigido por el Sukia, en el cual se piden los permisos respectivos para la siembra, se bendicen las semillas y se purifican los agricultores que se van a encargar de la actividad.

F10.1.12. SISTEMAS TRADICIONALES DE SALUD EN COMUNIDADES NGÄBES

Guevara y Vargas (2002) y Carballo (2004) reconocen que mucha de la población Ngäbe manifiesta mayor confianza en los sistemas tradicionales de salud, en los cuales existen especialistas en el manejo de hierbas medicinales, llamados *curanderos* y especialistas en aspectos vinculados con la espiritualidad llamados *Sukias*. Los autores coinciden en que esta cultura tiene una creencia más fuerte en la naturaleza como medio espiritual de vida. Los *Sukia* pueden tener los conocimientos de farmacopea botánica que los facultan para curar a los enfermos, pero puede darse también el caso de que se dediquen solamente a ser depositarios de las tradiciones históricas de la tribu y de su condición de videntes e intermediarios con el mundo espiritual. El *curandero* es un conocedor de la farmacopea botánica y otras prácticas curativas que excluyen el contacto directo con los espíritus. Se les considera muy eficientes en la curación de picaduras de culebra, y en las afecciones gastrointestinales, que tratan con plantas diversas.

F10.2. GENERALIDADES DE LOS PUEBLOS TALAMANQUEÑOS: BRIBRIS Y CABÉCARES

A pesar de tener dos lenguas distintas, los pueblos Bribris y Cabécares, comparten territorialidad, tienen el mismo sistema de clanes, los elementos de cultura material la misma historia mítica y por lo tanto coinciden en su cosmovisión, es por eso que Margery (1997) los considera una sola etnia que denomina "talamanqueña". Bozzoli (2006, p.88) explica que los Bribris y Cabécares comparten muchas expresiones y formas de vida, "sus diferencias están en los idiomas respectivos, aunque ambos idiomas son sumamente cercanos"; por estas diferencias lingüísticas, los nombres de sus personajes mitológicos varían levemente, pero el significado, la dinámica social y ritual es similar.

La tradición oral de los pueblos talamanqueños incorpora como ingrediente primordial de formación cultural la tradición mítica, que se materializa a través de narraciones que, "según sus propias perspectivas y conocimientos, corresponden a su 'verdadera historia', es decir, a relatos que narran sucesos del pasado, en este caso un pasado remoto que se remonta al origen de los tiempos" (Guevara, 2009, p.12). La deidad principal se llama Sibö y es considerado héroe cultural de Bribris y Cabécares

(Margery, 1997). Según Stone(1961), Bozzoli (1979), Aguilar (1985), García y Jara (2003), *Sibö* es el Dios creador, pero también héroe cultural, que vivió en la tierra haciendo todas las cosas que los seres humanos iban a hacer después de ser creados, es un espíritu benigno a quien se le achaca todo lo bueno del mundo, es omnipresente. Diseñó el mundo y creó a los seres humanos, con la ayuda de SuLá, su ayudante.

Es decir, que *Sibö* no es el único personaje de la teología talamanqueña pues la religión de Talamanca es animista (Stone, 1961), es decir su mundo está gobernado por espíritus malos y malévolos, Esta autora afirma que *Sibö* pensó en el ser humano e hizo a los indígenas con ayuda de *SuLá*, quien los cuida hasta que llega el momento de su muerte; de este modo, al morir los indígenas, tanto la gente buena como mala van donde *Sibö*, si se les ha cantado a los huesos se quedan con él, pero si no se ha hecho la fiesta funeraria de los huesos, entonces una serpiente se los come.

García y Jaén (1996) documentan que los talamanqueños tienen cuatro almas: el alma exterior al cuerpo (a la que llaman el escudo protector), el alma de los ojos, el alma del hígado y el alma de los huesos. Así, las almas de los indígenas y de los que no son cristianos van para el mundo subterráneo y en este dominio subterráneo hay cuatro mundos: uno es para las enfermedades, uno para el dueño o los protectores de los animales, uno para los indígenas y el otro para los espíritus malignos. Realizamos una reseña de la mitología talamanqueña, y transcribimos desde nuestro diario de campo los resultados organizados, contrastados y triangulados de entrevistas etnográficas con algunos Awapa del territorio Talamanca-Bribri.

> *En el principio todo estaba en tinieblas y estaba habitado únicamente por los 'SórbuLus', que eran seres que vivan en cuatro mundos en la parte de abajo (inframundo). En uno de estos cuatro mundos, había enormes piedras por todas partes, el suelo todo era de pura piedra. Sibökomo es el dios creador, es el primer ser que surge y que salió del interior de un árbol. Él era un gran Sukia y tenía unas piedritas pequeñas con las que hablaba y con ellas curaba a la gente, sus piedritas vieron que se podía hacer el mundo de los indígenas.*
>
> *El lugar en donde estaba Sibökomo era infinito como el cielo y oscuro. Abajo había una muchacha, cuyo nombre es Síotami, que era la sobrina de Sibökomo, éste quiso tener relaciones con ella y de ahí salió lo bueno y lo malo. Una de las piedras mágicas se introdujo en el vientre de Síotami y la embarazó; entonces de ahí nació Sibö, que es el gran espíritu, omnipotente y omnipresente, a quien se le atribuye el principio del bien y la creación del mundo. Sibö vive en la parte de arriba (supramundo) y mientras construía la Gran Casa le enseñó al hombre el Sorbón del Zopilote. "Sibö es el Ser Supremo y el Gran Espíritu, es un espíritu bueno al cual se le rinde un gran respeto, pero no adoración ni culto" (Aguilar, 1985, p.17).*
>
> *La creación de la tierra proviene de otro ser mítico cuyo nombre es Iriria (Niña Tierra), que es una Danta. De su sangre derramada sobre la roca se forma la tierra para la semilla. Antes de que Iriria subiera a la superficie, un murciélago le estaba chupando la sangre, y de las deyecciones del murciélago aparecieron diversas plantas. La fiesta con la que se celebra el nacimiento de*

Iriria es una fiesta funeraria. La madre de la niña tierra fue traída para preparar la bebida de chocolate para la fiesta. (Bozzoli, 1986, p. 18)

Presentamos a continuación un esquema que diseñó el investigador y escultor Alberto Sibaja, sobre la jerarquía en la estructura de poder de los talamanqueños.

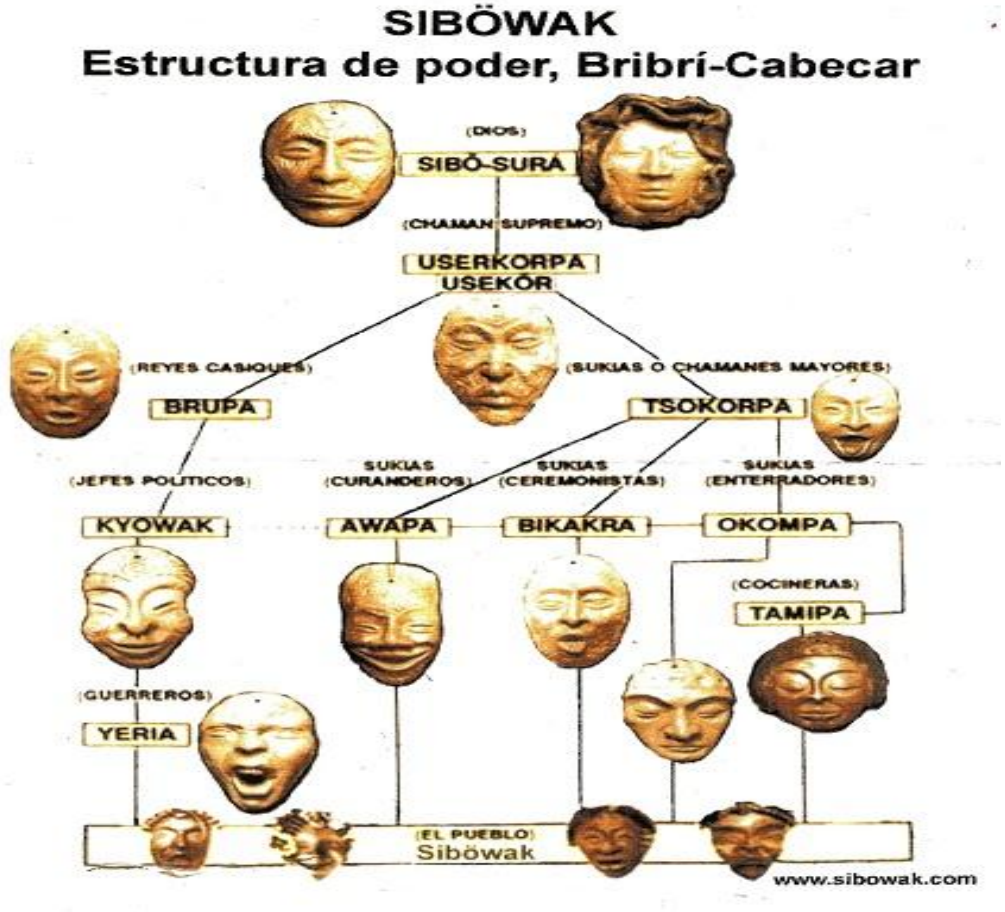


Figura F10.7. Estructura de poder en la tradición mítica talamanqueña.

El universo Talamanqueño

El universo Talamanqueño consta de cuatro grandes divisiones cosmológicas:

- *El primer plano es el lugar de Sibö, el lugar del Mar, el lugar del Trueno y el lugar del Sol, que está arriba, en el supramundo.*
- *El segundo plano es el lugar de la tierra, el lugar de los seres humanos, los animales y las plantas, es el mundo del centro.*
- *El tercer plano es el lugar donde vive SuLá, los dueños de las montañas, los dueños de las plantas y de los animales, es en el inferior, en el inframundo.*
- *El cuarto plano se llama 'SuLé' que es el punto de contacto de los otros tres planos, que es el lugar debajo de donde nace el sol, "donde se juntan todas las aguas de la tierra en un solo río" (Bozzoli, 1979,*

p.136), es el lugar de donde provienen todas las cosas buenas y malas que pasan en la tierra.

El principio del bien y del mal está representado por seres sobrenaturales o fuentes de poder sagrado, que llevan a constituir un precepto colectivo, cuya violación puede castigarse rígidamente. Tanto los espíritus buenos, como los espíritus malos, habitan las partes menos frecuentadas del bosque; a veces son invisibles, y otros aparecen bajo la forma de animales como dantas o serpientes.

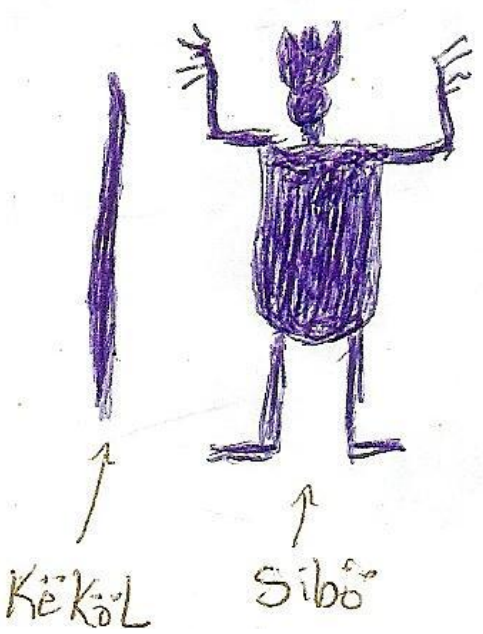


Figura F10.8. Imagen de *Sibö* hecha por le BikakLa Justo Abelino Torres, durante una entrevista etnográfica en Shiroles-Talamanca, Julio de 2010.

El origen de los Talamanqueños

Presentamos el resultado contrastado, a partir de la reseña de Bozzoli (1979, p.167), Palmer, Sánchez y Mayorga (1992, p.43), García y Jaén (1996, p.33) y con nuestro diario de campo.

"Sibö trajo las semillas. Los indígenas vinimos como semillas y Sibö nos trajo de allá debajo de donde nace el sol El trajo cuatro grupos de semillas: maíz negro, blanco, amarillo y morado. Las llevó a un lugar donde está el agua buena para las semillas; allí están cuatro ríos que vinieron por los cuatro grupos de semillas. Existieron cuatro ríos, que están allá al otro lado de aquel lugar debajo de donde pasa el sol. De ahí Sibö trajo las semillas, hasta el lugar que se llama 'SuLayöm', antes del amanecer. El hizo cuatro grupos de semillas.

Sibö celebró el comienzo de la Semilla y mientras celebraba, la fiesta se prolongó hasta la madrugada. Él había dejado allí una olla con chocolate que se cayó a la orilla del río Lari y desde ahí nacieron las semillas. En el instante en que terminó la fiesta, el sol salió. El lugar donde amaneció fue SuLayöm y

cuando el sol salió, ya estaban las semillas en el suelo y ahí también están las piedras. Allí se encuentra el agua donde fuimos lavados.

Margery (1997, p.22) afirma que "SuLá, el artesano, comparte con Sibö el centro de las creencias religiosas de los talamanqueños"; según Bribris y Cabécares SuLá hace para cada persona una figurita de barro, Sibö conversa con él y entonces SuLá baña a la figurita de acuerdo a su clan. El lugar donde vive SuLá está en el este, debajo del sol, donde todas las aguas se juntan en un solo río y es precisamente este espacio (SuLé) el verdadero mundo de los Talamanqueños. "Así lo han planeado Sibö y SuLá. Aquí están los reflejos, allá detrás del sol están las cosas de verdad" (Ibídem).

La descripción geométrica del espacio mítico nos parece relevante y será un tema abordado más adelante , pero nos interesa destacar de la reseña, que las semillas provienen del cuarto plano, que es el lugar detrás de donde nace el sol, pero van al inframundo o tercer plano que es lugar donde SuLá las cuida; y Sibö, que es el que habita el primer plano o supramundo les derrama el chocolate para darles la vida, finalmente ellas se convierten en los indígenas que habitan el tercer plano con la tierra, las plantas y los animales.

F10.3. CARTOGRAFÍA SOCIOCULTURAL DE LOS PUEBLOS BRIBRIS

"Usted le pregunta a un mayor: ¿Qué es ser Bribri? Te va a decir: La persona que habla su idioma, conoce su cultura, y sabe su clan y su origen."
(Alí García Segura, perteneciente al clan Bribri-Sèbliwak, investigador y difusor de la lengua y la cultura Bribri)

El nombre propio de la cultura es Bribri, que según Stone (1961, p.16) se deriva de la palabra "dri-dri" que en la lengua Bribri significa "duro-duro" y que a nivel cultural, como ha sido confirmado en nuestro trabajo de campo, los miembros de la cultura lo conceptualizan como "valiente" para relacionar el nombre de su etnia. La población Bribri ha sido estereotipada como la población indígena de Costa Rica y según Carballo (2004) el fenómeno de desplazamiento hacia territorios alejados que ha sufrido esta población ha contribuido a la conservación de sus costumbres.

F10.2.1. UBICACIÓN GEOGRÁFICA DE COMUNIDADES BRIBRIS

Las comunidades Bribris habitan en dos sectores: un grupo poblacional se ubica en la región de Talamanca, en el sureste de la vertiente del Atlántico y el otro grupo poblacional, se ubica en la localidad de Buenos Aires, correspondiente a la vertiente del Pacífico.

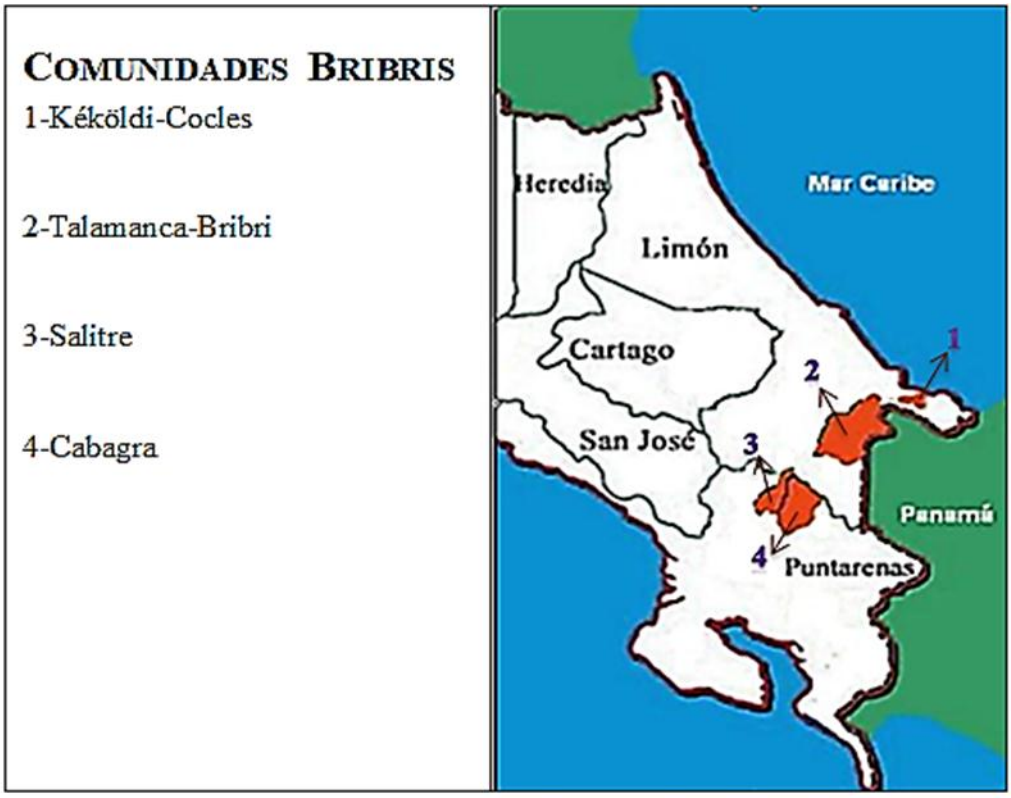


Figura F10.9. Distribución geográfica de comunidades indígenas Bribris.

F10.2.2. CONSERVACIÓN DE RASGOS CULTURALES EN COMUNIDADES BRIBRIS

Una evidencia de preservación de rasgos culturales se pone de manifiesto en un estudio sobre la toponimia indígena de Costa Rica, publicado por Quesada (2006) en el cual se afirma que toda la región poblada por los indígenas Bribris mantiene nombres originarios de su lengua. En nuestro trabajo de campo, hemos podido rescatar, que las comunidades Bribris tienen toda una organización jerárquica para sus cargos tradicionales, que se hacen notar especialmente en los rituales relacionados con el nacimiento y la muerte de los miembros de esta cultura y en los cuales hay un "número mágico ritual" que se reitera, como se describe ampliamente en el estudio de Gavarrete y Vásquez (2005).

En el territorio Talamanca-Bribri hemos podido presenciar actividades que amenazan la cultura material y simbólica por parte de una masa de grupos de activismo ideológico político y religioso que se han infiltrado en estos pueblos. La visión occidental asistencialista ha fortalecido un fenómeno de aculturación social en el territorio. Hemos indagado sobre la cantidad de personas con cargo tradicional (ver glosario) en Alta Talamanca y Baja Talamanca y según los resultados de los sondeos realizados son muy pocas las personas interesadas en prepararse para la práctica ritual. Ante esto, consideramos que hay que llevar a cabo acciones para que estos pueblos tomen conciencia de la necesidad que tienen de revitalizarse en la tradición oral, los conocimientos ancestrales y sus tradiciones culturales.

F10.2.3. TENENCIA DE LA TIERRA EN COMUNIDADES BRIBRIS

Según Guevara y Vargas (2002) debido a las migraciones internas y al asedio de colonos no indígenas, las comunidades Bribris sufren el fraccionamiento de las parcelas y muchos de ellos han sido desplazados de sus propias tierras, con lo cual más de la tercera parte del total de esta población indígena no tiene parcela, o tiene una muy pequeña.

En las indagaciones del trabajo de campo constatamos que los indígenas tienen una lucha en el marco jurisdiccional para que se apruebe la Ley de Autonomía de los Pueblos Indígenas, con la cual se regularán los abusos relacionados a la tenencia de la tierra.

F10.2.4. ORGANIZACIÓN GEOGRÁFICO-TOPONÍMICA EN COMUNIDADES BRIBRIS

A pesar de lo anterior, existen cuatro comunidades de la cultura Bribri, dos de ellas asentadas geográficamente al lado del Atlántico, en la provincia de Limón y las otras dos, se ubican en la provincia de Puntarenas, al lado del Pacífico. Éstas últimas, según lo reporta Carballo (2004) surgieron producto de los intercambios comerciales con poblaciones indígenas de las comunidades Cabécares y Borucas. En la siguiente tabla se muestra la ubicación por provincias de las comunidades Bribris.

Tabla F10.3. *Correspondencia geográfica-toponímica de comunidades en el Pueblo Bribri, según Solano (2004, p.26)*

Territorio Bribri	Provincia	Cantón	Distrito
Salitre	Puntarenas	Buenos Aires	Buenos Aires
Cabagra			Potrero Grande
Talamanca Bribri	Limón	Limón	Valle la Estrella
Kéköldi-Cocles		Talamanca	Sixaola Cahuita

F10.2.5. DENSIDAD DE POBLACIÓN (INDÍGENA Y NO INDÍGENA) EN COMUNIDADES BRIBRIS

Los miembros de la Cultura Bribri, según Solano (2004) reportan una concentración de población no indígena correspondiente al 12,8%, sobresaliendo la comunidad Kéköldi-Cocles, en la cual el porcentaje de población no indígena es de 52,3%, probablemente debido a su cercanía a Puerto Viejo de Limón, que es una comunidad multicultural de gran afluencia turística.

Nuestro estudio se concentra en la población Talamanca-Bribri, en la cual habita la mayoría de la población y donde se encuentra la mayor concentración de habitantes indígenas (94,2%), como puede verse en la tabla que se muestra a continuación.

Tabla F10.4. *Población total por distribución y población indígena y no indígena en el Territorio Indígena Bribri, según Solano (2009, p.244)*

	Población		Indígena (I.)	No indígena (N.I.)	%	
	Total	Porcentaje			Indígena (I.)	No indígena (N.I.)
Pueblo Bribri	11062	33.4	9645	1417		
Salitre	1403	4.2	1285	118	91.6	8.4
Cabagra	2353	7.1	1683	670	71.5	28.5
Talamanca- Bribri	6866	20.7	6467	399	94.2	5.8
Kéköldi-Cocles	440	1.3	210	230	47.7	52.3

F10.2.6. PERVIVENCIA DE LA LENGUA EN COMUNIDADES BRIBRIS

Con respecto al uso de la lengua, las comunidades Bribris presentan un promedio general del 62.0% y un nivel de escolaridad promedio del 4.2%. Asimismo, las comunidades del territorio Talamanca-Bribri, que son caso de nuestro interés y es donde hemos desarrollado mayormente nuestro trabajo de campo, presentan un porcentaje de uso de la lengua del 69.2%. El porcentaje de la población indígena cuya lengua natal es el Bribri es de 55,2%, mientras que el porcentaje de la población indígena cuya lengua natal es el español es de 37,9% y además existe un valor de 1,7% de la población que corresponde a personas de origen no indígena que hablan la lengua Bribri.

Los Bribris tienen variantes dialectales para quienes viven en la vertiente atlántica y para quienes viven en la vertiente pacífica. Constenla (1998) suele llamarlos dialectos del este, del oeste y del pacífico, mientras que Jara y García (2007) llaman a los dialectos de Coroma, de Amubre y de Salitre. La lengua Bribri es una lengua tonal, con 12 fonemas vocálicos que son algunos nasales y otros orales. Según Guevara y Vargas(2002), más del 70% de la población utiliza la lengua indígena y, como reporta Solano(2004), únicamente en la comunidad de Kéköldi-Cocles el porcentaje de niños menores a cinco años cuya lengua natal es la lengua indígena es inferior (22,6%) al promedio general en estas zonas (60%).

Durante el trabajo de campo, hemos aprendido y practicado la variación dialectal de Amubre, en distintas oportunidades, mientras visitábamos algunas comunidades del Territorio Talamanca-Bribri, (Uatsi, Shiroles, SuLetka, Ákberie, Bratsi, Namöwöki, Suiri, Katsi, Córbita, KachabLë y Mojoncito).

F10.2.7. CARACTERÍSTICAS EDUCATIVAS Y EDUCACIÓN TRADICIONAL EN COMUNIDADES BRIBRIS

El nivel de escolaridad promedio en las comunidades Bribris corresponde a 4.2%, según Solano (2004). Asimismo, las comunidades del Territorio Talamanca-Bribri, que son caso de nuestro interés y es donde hemos desarrollado mayormente nuestro trabajo de

campo, presentan un porcentaje de uso de la lengua del 69.2%, y el promedio escolaridad corresponde a 4.4%.

En la educación tradicional de las comunidades Bribris se recalca la reciprocidad como valor social y como comportamiento primordial, la explicación se encuentra en su cosmovisión, pues la mezquindad es la actitud que se combate, ya que es lo que puede obstaculizar el camino del alma para llegar hasta SuLá. Por lo tanto, los alimentos, el trabajo, los bienes e incluso las mismas personas se manipulan como símbolos de intercambio o correspondencia.

También en la educación tradicional se encuentra todo el proceso formativo al que se someten algunos indígenas para ocupar los cargos tradicionales. Por ejemplo, para ser Óköm, García y Jara (2008, p.63) describen que si unos padres ceden a su hijo para que ocupe este cargo tradicional, debe desde niño someterse a un cambio de actitud (Rojas, 2007), "significa que no puede jugar con otro niño, por ejemplo, de acostarse en el suelo, ni de hacer huecos, porque se dice que su imagen en el otro mundo está llevándolo por el camino de ser Óköm"; luego el aprendiz se somete a una serie de pruebas de aislamiento y a rituales de purificación que lo prepararán para poder tocar cadáveres.

F10.2.8. EXPRESIONES DE CULTURA MATERIAL Y FORMAS DE SUBSISTENCIA EN COMUNIDADES BRIBRIS

Guevara y Vargas (2002) afirman que los poblados de Talamanca-Bribri y Kéköldi-Cocles son los que tienen mayor cobertura del bosque, sobre todo en las riveras de los ríos, por lo cual, hay muchos recursos económicos que se derivan del uso del bosque, como la construcción de las viviendas tradicionales, las industrias artesanales y la economía tradicional.

La construcción de las viviendas tradicionales, las industrias y la economía tradicional, como pudimos constatar en nuestro trabajo de campo, son actividades ligadas a la cosmovisión de la cultura y a la tradición mítica. La artesanía es una práctica cotidiana en la mayoría de las comunidades que participaron en este trabajo y tiene un valor de vigencia y predominio, sobre todo en el aspecto económico y en algunos casos, como actividad para la pervivencia de la cultura.

La opción del turismo rural, con visita a las comunidades indígenas ha promovido una proliferación de la confección de artesanía como fuente de ingresos y una reorganización de los grupos de mujeres para instituir empresas de fabricación de chocolate de manera artesanal para la venta. Pudimos observar que la casa cónica tradicional y las cestas se construyen de manera artesanal y asociadas a significados míticos. Otros elementos de cultura material son: chácaras y tulos.

La casa cónica tradicional, Ú-SuLé

La *construcción de la casa tradicional* (Ú-SuLé) se realiza a base de amarres y constituye un conjunto de símbolos que guarda información ancestral para este grupo étnico. En este mismo capítulo dedicamos un apartado a profundizar sobre los

elementos de la construcción, materiales, proceso y significado de la vivienda tradicional cónica y cósmica.



Figura F10.10. Ú-SuLé, Casa cónica tradicional de la cultura Bribri.

Los Tulos

Son jícaras decoradas, ya sea como guacales, para servir comida o bebida, para adornar o como instrumento musical. En los diseños de la artesanía recaen muchos simbolismos relacionados con la tradición mítica. Los dibujos de animales en las jícaras y en las esculturas de madera tienen significado cosmogónico, que sirven para albergar y resumir la información ancestral. El tigre, el águila, la serpiente, el jaguar, la danta (tapir), el zopilote, la tortuga, entre otros, son identidades místicas dentro de la tradición y la herencia cultural de los pueblos Bribris.



Figura F10.11. Tulos para la venta, hechos por familia artesana de Uatsi, Talamanca, 2010.

La canasta tradicional (Jkö, Jaba)

Es una cesta cuyo tejido lateral describe hexágonos y cuya base inferior suele ser triangular o hexagonal, pero la forma del tejido deforma el polígono, hasta que se consigue que la base superior circular. Todas las viviendas visitadas dentro del territorio cuentan con al menos una canasta y se le dan diversos usos, dependiendo del apego a la tradición ancestral. Prioritariamente se utilizan en las labores agrícolas, como instrumentos para cargar los productos y en las viviendas más tradicionales tienen diversos usos para guardar huevos, paquetes, ajos, telas, entre otros. La canasta es un objeto con información etnogeométrica que tiene un amplio significado a nivel cosmogónico (Gavarrete y Vásquez, 2005).

En las observaciones de campo en el Territorio Talamanca – Bribri, ha sido posible identificar varios diseños de canastas tradicionales. La diferenciación se realiza a partir de la base inferior de la canasta, puesto que es el elemento poligonal de la misma que cambia de un diseño a otro. El estudio matemático de la composición del tejido de las canastas Bribris fue abordado durante el trabajo de campo. Sin embargo, la profundización de estos hallazgos y la formalización de un modelo de tejido quedan como una vía abierta para trabajos posteriores.



Figura F10.12. Artesana de tejiendo canastas tradicionales de la cultura Bribri.

Podemos afirmar que la construcción artesanal es una muestra de que este conocimiento esta 'vivo' y que es un tema cuidadosamente tratado por los habitantes de los territorios indígenas. Muchos de los simbolismos están relacionados con figuras geométricas, lo que da lugar a trabajos prospectivos para analizar en profundidad su composición y significado desde la perspectiva etnomatemática.

F10.2.9. CONCENTRACIÓN DE HABITANTES POR VIVIENDA Y ACCESO A SERVICIOS BÁSICOS EN COMUNIDADES BRIBRIS

El indicador de hacinamiento es que "una vivienda se considera hacinada si hay más de tres personas por dormitorio" (Solano, 2004, p.254). La cifra de hacinamiento en las comunidades Bribris es del 39,4%, el indicador de hacinamiento es del 39,4% y el número promedio de habitantes por vivienda es de 5 personas en la mayoría de estas comunidades (Solano, 2004). A través de nuestro trabajo de campo, pudimos observar que la estructura de organización social tradicional tiene relación con el hacinamiento, ya que los miembros de las comunidades Bribris tienen un sistema de filiación basado en un sistema clánico matrilineal y la mayoría de los miembros del clan se concentran en una vivienda o en una parcela

Por otra parte, Solano (2004), señala que la cobertura de servicios básicos, como el abastecimiento de agua y electricidad corresponden a un 35.6% de cobertura de electricidad, mientras que aproximadamente el 62.5% de la población se abastece de agua de ríos o quebradas y más del 30% de las viviendas de las comunidades Bribris carecen de servicio sanitario. En nuestra experiencia en el campo, hemos podido evidenciar estas carencias en el abastecimiento e agua y electricidad. El agua muchas veces se recoge de la lluvia, pues la del río no es potable y en algunas casas ni siquiera hay acceso a letrinas.

F10.2.10. SISTEMA DE FILIACIÓN Y ORGANIZACIÓN SOCIAL EN COMUNIDADES BRIBRIS

En las comunidades Bribris aproximadamente el 80% de los habitantes de las comunidades conocen el clan al cual pertenecen. Las diferencias que destaca el sistema de filiación familiar de la cultura Bribri es comentado por Guevara y Vargas (2002) puesto que las imposiciones legales vigentes a nivel nacional, establecen un sistema de una herencia nominal paterna (llevando el primer apellido del padre, por ejemplo), chocando directamente con las concepciones de filiación matrilineal que tienen estos pueblos indígenas, a partir de su cosmovisión y su tradición mítica. El sistema clánico matrilineal de la tradición Bribri tiene implicaciones no solo en el plano político, sino también en el caso de la herencia de la tierra o la residencia familiar, puesto que hemos comprobado, en nuestro trabajo de campo, que los primos en primer grado de la línea materna se consideran hermanos de clan y por lo tanto pueden compartir la misma residencia. Lo cual puede justificar el porcentaje de hacinamiento de habitantes reportado por solano (2004).

F10.2.11. RELIGIOSIDAD, MITOS, CARGOS Y CELEBRACIONES TRADICIONALES EN COMUNIDADES BRIBRIS

En el trabajo de campo hemos podido constatar la literatura revisada, confirmando que este grupo cultural tiene una compleja forma integrada de comprender el mundo. Ya

hemos reseñado anteriormente la mitología Bribri, por lo tanto vamos a referirnos a aspectos de su sistema filosófico.

Lo importante de la visión de mundo Bribri es que no se hace una distinción entre lo que se considera narración, cuento, historia, filosofía, geografía, botánica o medicina, entre otras. Para abordar el tema de la mitología Bribri, "partimos de un concepto fundamental que es el *su̲wo̲'*, que es el conjunto de historias que transmiten los hechos del mundo mitológico […] el concepto tiene una compleja esfera semántica, ya que puede significar historia, alma y viento" (Jara y García, 2003, p.xi).

El conocimiento sobre el su̲wo̲' aglutina la visión de mundo que le da al pueblo Bribri las pautas de vida, es decir, el conocimiento del mito, rige el comportamiento y la acción. Este es un sistema filosófico, pero incluye también los conocimientos de botánica y medicina, así como también incorpora los eventos que se dieron en el mundo de Sibö, antes de la creación de los Bribris, que es concebido como el 'mundo de la oscuridad' pues todavía no se había creado el mundo en el que vivimos.

Podemos aportar que existe una noción de la cosmovisión Bribri reflejada en su lengua, a través de la palabra '*kó̲*', que significa al mismo tiempo '*espacio-lugar*' y '*tiempo*'. En la visión tradicional de los Bribris, el mundo de la oscuridad sigue vigente y los eventos que suceden allá en ese espacio intangible, simultáneamente están sucediendo en el mundo tangible. Según la investigadora Carla Victoria Jara (2010), cuando el Awá Francisco García se sentaba en la hamaca y carraspeaba para narrar una historia, ella sentía que el Awá estaba transportado a ese mundo de Sibö, donde estaban ocurriendo los eventos que él estaba narrando entre palabras y cantos, hasta que don Francisco se levantaba de la hamaca y decía en lengua Bribri: '¡es suficiente!', tomaba su KékölL y su chácara para irse por la montaña.

Los principales rituales son los relacionados al nacimiento y la muerte. Respecto al nacimiento, puede ser el de una persona o el de una casa tradicional, para ellos hay diferentes actividades de purificación y preparación. Están asociados a la cosmovisión Bribri, que no es un conocimiento muerto, por el contrario es un conocimiento de gran vitalidad, cuando se construye una vivienda, se está reviviendo en realidad, el momento de la creación del cosmos. Simbólicamente, podemos pensar que cuando se realiza una chichada, se está reviviendo el momento de la gran fiesta, donde se creó la tierra y amaneció por primera vez.

De este modo, en cada actividad, cuando se trabaja en conjunto, cuando se muele maíz, cuando se toma el chocolate o se construye un canasto existe una referencia a la cosmovisión en todos los momentos importantes de la vida cotidiana de los Bribri, existe una referencia a la cosmogonía. Constantemente se está reviviendo un pasaje acaecido en los orígenes del tiempo, cuando la tierra y el sol aún no habían sido creados y los seres humanos solo eran semillas de maíz (García y Jara, 1996).

Las principales celebraciones rituales en la cultura Bribri son los siguientes:

- Los *rituales del nacimiento*, reúnen una serie de actividades tradicionales en torno al embarazo, la preñez, el alumbramiento y la purificación de la madre y el recién nacido durante los primeros días después del parto. Según la costumbre, el parto ocurre en una pequeña casita fuera de la vivienda principal y la mujer es atendida por su

mamá o su abuela. Se considera que la madre y el niño tienen 'Ñá' por lo tanto para entrar en este mundo deben ser purificados en un proceso que dura cuatro días.

- Los *rituales de la muerte*, que consideran los mitos en torno a la muerte de una persona. Los ritos funerarios implican dos tipos de entierros. En el primer entierro el cadáver es envuelto en cobijas de mastate y es dejado en la montaña para su descomposición. En el entierro secundario, los huesos se recogen, se envuelven en mastate y se llevan al osario del clan (Margery, 1997). En la ceremonia del segundo entierro participan varias personas con cargos tradicionales: el Awá, Óköm, BikakLa, entre otros.
- Los *rituales relativos a la construcción o reparación de la vivienda tradicional* toman en cuenta las costumbres y tradiciones respecto a la búsqueda y recolección de los materiales del bosque, así como los procesos de purificación de dicho material y de quienes van a participar, así como también el ritual de la primera ocupación de la vivienda, donde se suele recrear la gran fiesta que dio Sibö para la creación del mundo.

Los cargos tradicionales que desempeñan algunos indígenas están relacionados con la jerarquía de poder durante la celebración de algunos rituales.

Describimos a continuación, los principales rangos o cargos tradicionales que identificamos durante nuestro trabajo de campo, recurriendo a los recursos lingüísticos (diacríticos) y los significados que establecen Jara y García (2003,2008):

- Awá: médico especialista en medicina indígena.
- BikakLa: sirviente, maestro de ceremonias, es el encargado de repartir el chocolate y la chicha en la fiesta de los huesos (segundo entierro).
- Bikili': intérprete e intermediario entre un Síkua y un Sukia.
- Bulu' (BLu): rey, jefe o dueño de muchas posesiones.
- Dìtekalapa: encargados de secar el río.
- Óköm: enterrador, tiene cuatro ayudantes y solamente ellos pueden tocar el cadáver y los objetos del difunto.
- Siàtami: encargada de cuidar las piedras sagradas.
- TsököL: cantor fúnebre.
- UséköL: sumo sacerdote.

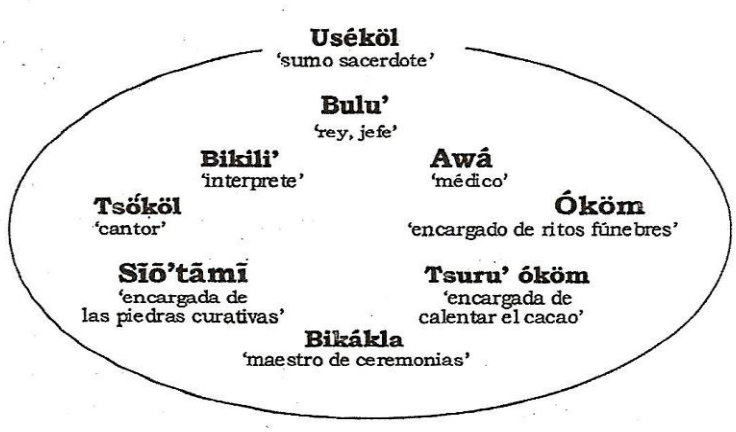


Figura F10.13. Cargos tradicionales del pueblo Bribri, según García y Jara (2008, p.3).

Hay otras celebraciones más de corte tradicional como *La Seca del Río.* Otra de las actividades tradicionales es la *Jala de Piedra*, que consiste en identificar en la montaña unas grandes piedras para moler (sobre todo el maíz, que es frutos sagrado), se hace un ritual para pedir permiso al dueño de la montaña para extraerlas y trasladarlas hasta la casa donde las piedras tendrán su uso.

Ambas son actividades colectivas, que también se usa como metáfora para expresar su sistema organizativo basado en el apoyo mutuo entre mujeres y hombres, organizaciones y grupos que, en el caso de la 'jala de piedra', sostienen una estructura de palos y cuerdas entretejidas sobre la que reposa la gran piedra; es una fiesta de armonía entre ellos y la naturaleza.



Figura F10.14. Jala de Piedra en Amubre, abril de 2011 (Centro Universitario de Talamanca, Universidad Estatal a Distancia).

Gavarrete y Vásquez (2005) presentan resultados de un análisis de contenido realizado a los rituales, desde los cuales se desprende la existencia de un *número mágico ritual*, es decir un número que prevalece y se reitera; que a su vez sirve para albergar información y que es normativo en las tradiciones culturales.

F10.2.12. SISTEMAS TRADICIONALES DE SALUD EN COMUNIDADES BRIBRIS

Según Carballo (2004), tanto la tradición espiritual como el sistema tradicional de salud están guiados por los *Awá*, que son hombres que estudian a través de tradición oral durante una década aproximadamente los conocimientos de la medicina natural y los diferentes rituales que la tradición mítica y la cosmovisión de la cultura mantienen ancestralmente.

Tanto Carballo (2004) como Guevara y Vargas (2002) coinciden en que las nuevas generaciones no han aprendido la tradición oral de los mayores, lo cual representa una amenaza para la medicina y la espiritualidad tradicional, lo que a la vez implica pérdida de autonomía cultural. Según Carballo (2004), la cultura material y simbólica también están amenazadas por la destrucción de la naturaleza y la usurpación de los territorios por personas no nativas y la falta de control en las políticas desacertadas, que han transformado sensiblemente la cultura Bribri, generando una mayor dependencia de la cultura externa.

F10.4. CARTOGRAFÍA SOCIOCULTURAL DE LOS PUEBLOS CABÉCARES

En las comunidades Cabécares ha predominado una situación de aislamiento que ha contribuido en que sea el grupo étnico con mayor vigencia cultural y mayor conservación del conocimiento vernáculo, de los tres grupos étnicos que participan en esta tesis. Según Solano (2004, p.245) los habitantes cabécares que habitan estos territorios representan más del 97%, es decir, que el porcentaje de población no indígena es muy reducido, lo cual incide también en la conservación del patrimonio cultural.

F10.3.1. UBICACIÓN GEOGRÁFICA DE COMUNIDADES CABÉCARES

Se encuentran asentadas en la selva húmeda lluviosa y en la Cordillera de Talamanca, hacia el Atlántico de Costa Rica. Según Margery (2004) los Cabécares viven relativamente dispersos en cuatro áreas, una en la vertiente del Pacífico y las otras tres en la vertiente del Atlántico.

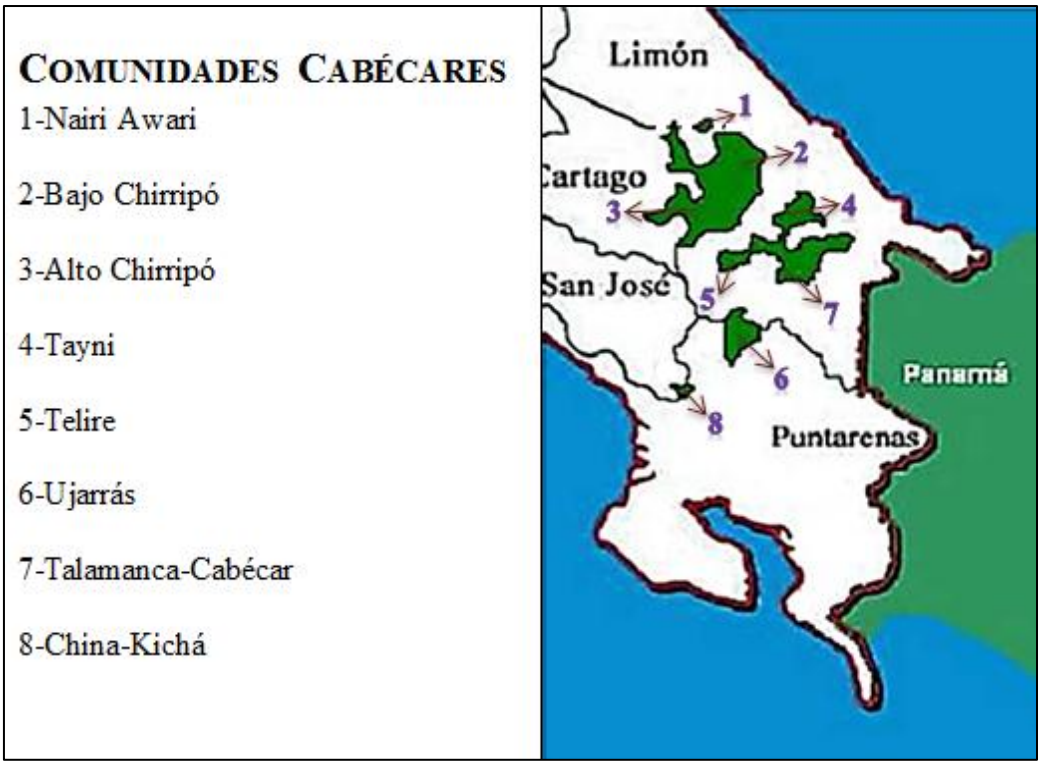


Figura F10.15. Distribución geográfica de comunidades indígenas Cabécares.

Camacho y Watson (2010) comentan que en las comunidades cabécares de Chirripó prevalece el patrón de asentamiento de alta dispersión, es decir que las casas se encuentran a mucha distancia unas de otras.

Como resultado de nuestros sondeos confirmamos que esta dispersión no está asociada a la ubicación de los centros escolares ni a la ubicación de puestos de salud, sino que está regida por la ubicación de los brazos de los ríos y los caminos cercanos a ellas, las viviendas están en lo alto de las colinas y cerca de las nacientes de agua (Borge, 2003).

F10.3.2. CONSERVACIÓN DE RASGOS CULTURALES EN COMUNIDADES CABÉCARES

A nivel nacional, es el grupo cultural con mayor composición de habitantes indígenas, esta es una de las razones por las cuales consideramos que las comunidades Cabécares conforman uno de los pueblos con mayor pervivencia de sus tradiciones y rasgos culturales. Sin embargo, históricamente los habitantes de los pueblos Cabécares han tenido que defender sus tierras, su independencia y su autonomía cultural por las amenazas de la globalización y los intereses económicos foráneos que han puesto en riesgo las riquezas naturales de su entorno.

Según Camacho y Watson (2010), la pervivencia de rasgos culturales se evidencia en la confección de las casas tradicionales, la elaboración de artesanías, las prácticas agrícolas y las prácticas tradicionales para relacionarse con la naturaleza.

F10.3.3. TENENCIA DE LA TIERRA EN COMUNIDADES CABÉCARES

Según Guevara y Vargas (2002), han sido pueblos amenazados durante el periodo colonial, durante la época republicana y a principios del siglo XX durante la ocupación de la Chiriquí Land Company, una empresa para la explotación bananera los "obligó" a realizar un éxodo masivo hacia los altos de la cordillera de Talamanca.

Según Yadira Cerdas (comunicación oral, 20 de agosto de 2010), las comunidades cabécares tienen problemas de tenencia de la tierra, pues hay inestabilidad en cuanto a la posesión territorial y los miembros de las comunidades manifiestan falta de apoyo desde la organización local (regida por el Convenio 169), lo cual incide en que tengan un índice de vida y desarrollo inferior al del resto de los habitantes del país.

F10.3.4. ORGANIZACIÓN GEOGRÁFICO-TOPONÍMICA EN COMUNIDADES CABÉCARES

De las ocho comunidades indígenas que conforman el territorio Cabécar, cinco son de la provincia de Limón y tres son de la provincia de Cartago. Esta correspondencia geográfica se describe con más detalle en la siguiente tabla, según los datos del censo del año 2000.

Tabla F10.5. *Correspondencia geográfica-toponímica de comunidades en el Pueblo Cabécar, según Solano (2004, p.26)*

Territorio Cabécar	Provincia	Cantón	Distrito
Alto Chirripó	Limón	Limón	Valle de la Estrella
Tayni		Siquirres	Pacuarito
Talamanca Cabécar		Talamanca	Bratsi
Telire		Matina	Matina
Bajo Chirripó			Batán
Nairi Awari	Cartago	Turrialba	La Suiza
			Tayutic
			Tres Equis

F10.3.5. DENSIDAD DE POBLACIÓN (INDÍGENA Y NO INDÍGENA) EN COMUNIDADES CABÉCARES

Los miembros de la Cultura Cabécar, según el censo del año 2000, forman una de las etnias más numerosas del país, superando los una cantidad de diez mil ciudadanos, siendo el territorio de Alto Chirripó el que concentra mayor densidad poblacional.

Tabla F10.6. *Tabla 4.6. Población total por distribución y población indígena y no indígena en el Territorio Indígena Cabécar, según Solano (2004, p.244)*

	Población				%	
	Total	Porcentaje	Indígena (i.)	No indígena (n.i.)	Indígena (i.)	No indígena (n.i.)
Pueblo Cabécar	10175	30.7	9861	314	96.9	3.1
Alto Chirripó	4701	14.2	4619	82	98.3	1.7
Ujarrás	1030	3.1	855	175	83.0	17.0
Tayni	1817	5.5	1807	10	99.4	0.6
Talamanca-Cabécar	1369	4.1	1335	34	97.5	2.5
Telire	536	1.6	536	0	100.0	0.0
Bajo-Chirripó	372	1.1	363	9	97.6	2.4
Nairi-Awari	350	1.1	346	4	98.9	1.1

Es importante hacer notar que a excepción de un caso, la mayoría de las comunidades Cabécares posee un porcentaje de habitantes indígenas superior al 96%.

F10.3.6. PERVIVENCIA DE LA LENGUA EN COMUNIDADES CABÉCARES

Con respecto a la pervivencia y uso de la lengua, el Cabécar es una de las cinco lenguas indígenas que mantienen si vigencia en Costa Rica y es la lengua indígena costarricense con mayor número de hablantes (González, s.f.), destacándose con un porcentaje de 84,4% en el uso de la lengua. El porcentaje de la población indígena cuya lengua natal es el cabécar es de 86,5%, mientras que el porcentaje de la población indígena cuya lengua natal es el español es de 6,8% y existe un 2,1% de la población que corresponde a personas de origen no indígena que hablan cabécar.

Algunos datos de interés, señalado por Solano (2004) es que los pueblos cabécares son los que tienen menor proporción de habitantes no indígenas y en los que se reportan los mayores índices de alfabetismo. Sin embargo, desde nuestro punto de vista, estos datos plantean una controversia en dos vías: la primera abre una discusión sobre el saber que se transmite a través de la tradición oral indígena, dado que la lengua Cabécar es una lengua ágrafa, como algunas otras lenguas chibchenses; y la segunda nos da la oportunidad de valorar el esfuerzo que se está haciendo por formar profesionales de la educación en la lengua originaria de estos pueblos.

Camacho y Watson (2010) manifiestan que la población cabécar aprende como primera lengua el cabécar y una vez que ingresan a la educación formal entonces comienzan a aprender español. Este es un aspecto de interés, pues los desafíos de aprendizaje de los niños cabécares en los primeros años escolares son superiores a los niños no indígenas.

F10.3.7. CARACTERÍSTICAS EDUCATIVAS Y EDUCACIÓN TRADICIONAL EN COMUNIDADES CABÉCARES

Los datos del censo del año 2000 (Solano, 2004) reportan los territorios cabécares son los más desfavorecidos en materia de características educativas ya que el nivel promedio de escolaridad corresponde solamente a 1,7 años.

Además, la asistencia a educación general básica tiene un nivel de 37% o menos. Estos datos han sido confirmandos en el campo. Yadira Cerdas (comunicación oral, 20 de agosto de 2010) ratifica que la atención educativa de las comunidades cabécares comenzó a partir del año 1987, pues antes no había escuelas en la mayoría de las comunidades.



Figura F10.16. Interior de una sala de clase en la comunidad cabécar.

En la actualidad, según Cerdas (2010), las escuelas están desarticuladas de la situación intercultural, las posibilidades de acceso a la educación y la permanencia son limitadas, por lo cual existe una baja cobertura en educación secundaria.

Además la proliferación de escuelas implica una retrospección en la educación tradicional indígena, pues los niños invierten mucho tiempo trasladándose hasta la escuela e interactúan más tiempo con los maestros que difunden los principios occidentales que son ajenos a la realidad cultural y comparten mucho menos tiempo con los Mayores, que encarnan y transmiten los valores locales y étnicos que promueven su autonomía e identidad indígena.

Sin embargo, Camacho y Watson (2010, p147) afirman que esta educación tradicional que recae principalmente en las madres y padres de familia como encargados de las enseñanzas en el hogar. Las madres cabécares enseñan a sus hijas la información relativa al embarazo, a la menstruación, a los quehaceres del hogar, a alimentar los animales, a cuidar a las hermanas y hermanos, a sembrar y tejer mochilas y bolsos para acarrear material agrícola. Por otra parte, los padres llevan a los hijos a la montaña, cuando tienen entre diez y doce años de edad, para enseñarles a pescar, cazar, buscar y

picar leña y a sembrar, pero también a construir artefactos como flechas, coladores, mochilas, lanzas, cerbatanas, tambores.

En los sondeos realizados durante el trabajo de campo confirmamos que el principal método de enseñanza que utilizan los padres es el de demostración y la dinámica de aprendizaje de sus hijos es a partir de la reproducción e imitación de tareas. Durante la práctica de tareas cotidianas las madres, los padres y Mayores (ver glosario) aprovechan para instruir a los niños en la tradición cosmogónica, así mismo, se transmiten conocimientos sobre la naturaleza, las normas de convivencia con ésta y también con las personas; todo esto se hace recurriendo a la narración oral de las historias míticas, aprovechando las preguntas de las niñas y los niños sobre el porqué de las cosas.

F10.3.8. EXPRESIONES DE CULTURA MATERIAL Y FORMAS DE SUBSISTENCIA EN COMUNIDADES CABÉCARES

Según lo indica Watson (2006) la economía de las comunidades cabécares en Alto Chirripó se basa prioritariamente en cuatro actividades: la agricultura de consumo, la cacería y la pesca como formas de recolección de alimentos, la crianza de cerdos y gallinas y el comercio de los excedentes de productos agrícolas y pecuarios. En nuestros sondeos pudimos constatar que el trueque es una actividad común y en vigor, de modo que no siempre en las transacciones comerciales los pagos son con dinero metálico. Para el resto de las comunidades cabécares, Carballo (2004) indica que las formas de subsistencia han consistido en la caza, pesca y la recolección de productos silvestres; sin embargo la presión de la frontera agrícola ha obligado a los habitantes de estos territorios a cambiar sus modelos de subsistencia y comenzar a producir bienes de consumo nacional.

Guevara y Vargas (2002) explican que los abusos cometidos por las personas no indígenas que penetraron en los territorios ocasionaron la disminución de los recursos de fauna y flora de uso alimenticio que los cabécares tenían como su economía tradicional, basada en la recolección de tubérculos y otros productos del bosque. Algunas familias cabécares han migrado a poblaciones periféricas para emplearse en fábricas, fincas o empresas extranjeras.

La necesidad económica ha sido una de las principales causas del éxodo que amenaza la pervivencia de los rasgos culturales de estos pueblos, pues dependen de la cultura externa para la sobrevivencia. Esta situación ha generado recientemente un cambio social que acapara diversos espacios de socialización entre indígenas y no indígenas. Sin embargo, según nuestras notas de campo, el mal estado de los caminos, la falta de crédito para los agricultores y la falta de apoyo del gobierno ante los servicios básicos, inciden en que en esta zona desarrolle una economía estable que implica que las familias cabécares tengan muy bajos ingresos económicos.

A diferencia de los otros grupos étnicos, la confección artesanal de artefactos como arcos, flechas, bolsos, cestas, entre otros, se realiza prioritariamente para satisfacer la necesidad de herramientas y utensilios en las actividades para la subsistencia. En el

capítulo 8 se mostrará la alusión a la artesanía cabécar, desde la visión de los maestros que participan en la implementación del MOCEMEI.

F10.3.9. CONCENTRACIÓN DE HABITANTES POR VIVIENDA Y ACCESO A SERVICIOS BÁSICOS EN COMUNIDADES CABÉCARES

Solano (2004) reporta que el indicador de hacinamiento en los pueblos Cabécares es del 62,3% y el número promedio de habitantes por vivienda es de 6 personas o menos, en la mayoría de las comunidades. Los pueblos cabécares son los que reportan condiciones más desfavorables de vivienda, con respecto al resto de las comunidades indígenas, Solano (2004) reporta únicamente un 16% de viviendas catalogadas en buen estado. El acceso a la electricidad es sumamente restringido, puesto que solamente el 5,1% de la población tiene cobertura eléctrica (Solano, 2004), hay muy pocas viviendas que cuentan con electricidad y en algunas escuelas hay paneles solares.

Solano (2004) describe que más del 30% de las viviendas cabécares no tienen el servicio de alcantarillado sanitario, muchos tienen agua, pero no es potable, por lo tanto, Camacho y Watson (2010) comentan que la mayoría de las comunidades cabécares de Chirripó resuelven esta necesidad acarreando el agua hasta las casas con mangueras o recipientes desde los brazos de los ríos. Para acceder a las comunidades cabécares, hay que "recorrer aproximadamente150 kilómetros desde San José y caminar tres horas hasta la comunidad de Quetzal, que es el punto de partida de 62 pueblos metidos en la montaña" (Carvajal, 2008- periódico Al Día). Según nuestro trabajo de campo, la ubicación de los centros de salud y las escuelas dependen de la comodidad del médico o del maestro y no a la organización espacial de las comunidades.



Figura F10.17. El camino que conduce hacia las comunidades cabécares.

Camacho y Watson (2010, p.145) describen otras formas de movilización en las comunidades: "la principal forma de traslado de las personas es caminando, a caballo y

para cruzar los ríos se utilizan canoas, troncos o andariveles y en algunas comunidades hay puentes".

F10.3.10. SISTEMA DE FILIACIÓN Y ORGANIZACIÓN SOCIAL EN COMUNIDADES CABÉCARES

Camacho y Watson (2010, p.144) afirman que en los territorios Cabécares persiste la vigencia del sistema de clanes cuya descendencia es matriarcal, "unos ejemplos de estos son: el Clan Kabéwak (Grupo Quetzal), Clan Tsirúruwak (Grupo Cacao), Clan Kjölpanewak (Grupo Guarumo), Kjoskichëiwak (Grupo Roble), Tuaripawak (Grupo Planta Surtua), Bolo batàwak (Grupo árbol de poro), Kabëkirowak (Grupo Serpiente), entre otros". Sin embargo, Guevara y Vargas (2002) afirman que el sistema de filiación matrilineal y su nomenclatura correspondiente a partir de la estructura clánica ha sido poco respetada en la estructura organizativa de la nación costarricense. Por lo tanto, lo que se ha impuesto es la filiación paterna, que es la que impera en la estructura no indígena y los apellidos de origen español o mestizo.

Un resultado del trabajo de campo es que antiguamente los nombres propios de los cabécares eran en lengua indígena y los sistemas de identificación tenían una relación completa con la estructura clánica y la comunidad de origen de cada persona. A pesar de que en la actualidad, los cabécares tienen nombres y apellidos en español, cada individuo conoce su clan y su origen. También pudimos constatar lo que plantean Camacho y Watson (2010) respecto a la importancia y respeto concedidos a las personas mayores por ser quienes conocen las tradiciones y forma de vida ancestral.

F10.3.11. RELIGIOSIDAD, MITOS, CARGOS Y CELEBRACIONES TRADICIONALES EN COMUNIDADES CABÉCARES

En la tradición simbólica de la cultura cabécar el Jawá un varón mayor que cumple una función místico-religiosa importante dentro de la dinámica social. Es el especialista en medicina tradicional, pero también el que puede conectarse con los otros niveles cósmicos del mundo cabécar. Existen diversas actividades tradicionales, que describimos a partir de nuestras notas de campo, con apoyo de algunos autores:

- Las *Juntas de Manos* que se practican durante la realización de las labores agrícolas o la construcción de viviendas tradicionales, consisten en atender una convocatoria que realiza una de las familias para intercambiar mano de obra por productos alimenticios, animales o chicha.
- Las *Chichadas* se practican con un matiz social, sin perder la base ritual que la constituye. La chicha es una bebida fermentada de maíz, plátano o tubérculos que tienen distintos nombres en cabécar y es considerada una bebida sagrada que debe compartirse en un entorno festivo. En las Chichadas participan varias familias y es un evento que propicia el acercamiento entre personas jóvenes para que busquen

pareja (Camacho y Watson, 2010). También es la fiesta tradicional por excelencia y es la ocasión de intercambio y reciprocidad social (González y González, 2000). Esta puede durar varios días.

- El *velorio* es una celebración muy importante entre la comunidad cabécar, implica una ceremonia en la que diferentes personas asumen un rol específico el cual tiene un nombre propio (Camacho y Watson, 2010). El conocimiento específico sobre el rol de cada cargo tradicional se transmite de generación en generación y los nombres de los principales cargos tradicionales involucrados en los rituales funerarios son BikakLa, Jo, SetebLa, Namaitami, Jo Tamí, Cantor y el Jawá o el Sukia. Cuando una persona muere, la población cabécar considera que la persona está impura por lo que no se puede tocar y requiere de una purificación para posibilitar el tránsito del difunto hacia el lugar sagrado en el inframundo, cuyo nombre es SuLé (Bozzoli, 1979). Cada una de las personas con cargo tradicional ayuda al difunto en su viaje.
- La *inauguración de la casa tradicional*, Jú-tsiní se llama *Ju Dieye* (Camacho y Watson, 2010). Es una actividad ceremonial de celebración que es dirigida por el Jawá para pedir por la protección de la misma y, debido a que toda está confeccionada con fibras naturales, el Jawá dibuja en los postes a Sibö y a los dueños de las montañas para pedir que las hojas y la madera no se pudran. En esta celebración participa toda la comunidad en una chichada, se hace comida especial, los Mayores o el Sukia narra historias míticas y se canta y baila el Bursike.
- El *ritual de la cosecha* es una reunión de la comunidad que dirige el señor Sukia para la purificación de la semilla que se va a sembrar y para pedirle a los dueños de la montaña donde se va a sembrar el obtener una buena cosecha. La semilla ha sido elegida de la cosecha anterior. Se comparten comidas y bebidas tradicionales y se baila el Sorbón.
- La *subida a San José Cabécar* la realizan una vez al año algunas personas elegidas de las comunidades de Chirripó, que van al lugar donde se asienta el clan UsekölLpa, que es el clan semilla de la cultura cabécar.; dicho viaje se realiza para transportar ofrendas como pago por haber recibido una buena cosecha y para recoger nuevas semillas, bendecidas por la tierra de ese clan, para la próxima siembra (Camacho y Watson, 2010).

F10.3.12. SISTEMAS TRADICIONALES DE SALUD EN COMUNIDADES CABÉCARES

Camacho y Watson (2010) reconocen que en las comunidades cabécares existen otras personas externas al ámbito familiar, que son reconocidas como poseedoras de conocimientos ancestrales y responsables de transmitir saberes culturales relacionados con la medicina tradicional; así mismo son los encargados de dirigir los eventos rituales, de nacimiento, purificación, curación y las tareas en el velorio, que constituye una celebración muy importante en esta etnia.

De las entrevistas etnográficas con informantes cabécares, obtuvimos información sobre las diferencias entre los Curanderos Sukias y los Jawá. En ambos cargos tradicionales se trata de varones que se forman como médicos tradicionales pasando muchos años en la montaña y son considerados personas que poseen conocimiento para proteger a las comunidades de todo tipo de enfermedades físicas y espirituales no solamente de las personas sino también de plantes y animales. El conocimiento se transmite por tradición oral a través de otro hombre de su familia, que le enseña los cantos (Bursike) y también las relaciones entre las personas, la naturaleza y lo divino, relacionado con los planos cósmicos de la tradición mítica.

María Luisa Oliveras, María Elena Gavarrete

MODELO DE APLICACIÓN DE ETNOMATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES PARA CONTEXTOS INDÍGENAS EN COSTA RICA

A model for education of teachers for multicultural contexts of Costa Rica with applying the Ethnomathematics

RESUMEN

Presentamos la secuencia de creación de un "Modelo para la formación de profesores indígenas", desde una perspectiva intercultural y de Etnomatemáticas. Se fundamenta en nuestras dos investigaciones previas: una "consulta a expertos" en matemáticas, culturas y formación de profesores de Costa Rica, sobre la pertinencia de enseñar etnomatemáticas a los profesores en ese país, y una investigación etnográfica, con maestros de primaria pertenecientes a la cultura Cabécar. Mostramos un ejemplo del material didáctico elaborado para la implementación del modelo.

PALABRAS CLAVE:

- *Etnomatemáticas*
- *Formación de Profesores Contextualizada*
- *Interculturalidad*

ABSTRACT

We present the sequence of creating a "Model for education of indigenous teachers" from an intercultural perspective and Ethnomathematics. It is based on our two previous research activities: a "consulting experts" in mathematics, cultures and teacher training in Costa Rica, on the relevance of ethnomathematics teaching teachers there, and ethnographic research with primary school teachers belonging to Cabécar culture. We show an example of materials developed to implement the model.

KEY WORDS:

- *Ethnomathematics*
- *Contextualized Education of Teachers*
- *Interculturality*

RESUMO

Apresentamos a seqüência de criação de "um Modelo para a formação de professores indígenas" De uma perspectiva intercultural e Etnomatemática. É baseada em duas atividades de pesquisa: uma "consultoria" especialistas em matemática, culturas e formação de professores na Costa Rica, sobre a relevância da etnomatemática ensinando professores lá, e também a pesquisa etnográfica com professores do ensino primário pertencentes a cultura Cabecar. Mostramos um exemplo de materiais didáticos desenvolvidos para a implementação do Modelo.

PALAVRAS CHAVE:

- *Etnomatemáticas*
- *Formação de Professores contextualizada*
- *Interculturalidade*

Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (2012) *15* (3): –.
Recepción: Marzo 1, 2012 / Aceptación: Junio 11, 2012.

Anexo F11

RÉSUMÉ

Nous présentons la séquence de créer «un modèle pour la formation des enseignants autochtones» dans une perspective interculturelle et ethnomathématique. Repose sur deux activités de recherche: une «consultation d'experts», des spécialistes en mathématiques, les cultures et la formation des enseignants au Costa Rica, sur la pertinence de l'ethnomathématique pour former les enseignants dans ce pays, et notre recherche ethnographique avec les enseignants des écoles primaires appartenant à la cultura Cabécar. Nous montrons un exemple de matériaux pédagogiques développés pour mettre en œuvre le modèle.

MOTS CLÉS:

- *Ethnomathématiques*
- *Formation des Enseignants Contextualisé*
- *Interculturalité*

1. El problema de investigación y su relevancia

Este trabajo forma parte de un proyecto de investigación cuyo objeto de estudio es el análisis etnomatemático de los saberes de ciertas culturas minoritarias y su aplicación en la formación didáctica-matemática de profesores. Se contextualiza en Costa Rica, y mostramos en este artículo dos de las fases de dicho proyecto que estamos desarrollando, en el cual, nuestra preocupación fundamental es visibilizar el conocimiento matemático propio de algunas culturas y concienciar sobre su existencia y contenido a los profesores.

Uno de los problemas que investigamos es el reconocimiento de las necesidades que tiene la formación relacionada con matemáticas de los profesores que desarrollarán su docencia en zonas geográficas de población mayoritariamente indígena.

Consecuentemente, decidimos iniciar un proceso de elaboración de una acción formativa de profesores que fuese aceptada y sostenible en el contexto. Para ello nos propusimos conocer la percepción de algunos profesionales costarricenses sobre la pertinencia de incluir etnomatemáticas en la formación de profesores. En el estudio inicial, (Gavarrete, 2009), se evidenciaron necesidades peculiares de formación matemática y didáctica en el colectivo que denominamos "profesores indígenas", o mejor, profesores que enseñan en regiones de población indígena aunque no pertenezcan al grupo cultural. Actualmente, la mayoría de estos profesores son indígenas, ya que la tendencia institucional es que el profesorado pertenezca a la zona cultural en la que enseña, o a zonas de características culturales similares. Mostraremos parte de este estudio inicial.

Anexo F11

Ante tales necesidades hemos diseñado un modelo contextualizado intercultural para la formación inicial en Educación Matemática de profesores indígenas, que denominamos: "*Modelo de curso de formación de maestros para entornos indígenas*", y tiene como fundamentos: las *Etnomatemáticas*[1] como enfoque epistémico de las matemáticas, el modelo MED de formación de profesores de Oliveras, (Oliveras, 1996, 2000a, 2006) y los propios hallazgos etnomatemáticos encontrados en algunas culturas autóctonas costarricenses, estudiadas por Gavarrete y nuestro grupo (Gavarrete, 2009; Gavarrete & Vásquez, 2005; Gavarrete & Oliveras, 2010). Damos cuenta aquí de varios aspectos de dicho modelo de curso.

El modelo formativo es una producción emergente de nuestra investigación, lo calificamos como "contextualizado intercultural" porque pretende desarrollar las capacidades docentes partiendo del contexto cultural al que pertenece la población y desarrollando la interculturalidad como principio educativo fundamental, que potencia la propia idiosincrasia cultural en interconexión con las otras culturas (Oliveras, 2006). En este tipo de modelos formativos es imprescindible, por una parte, comprender el contexto cultural, geográfico e histórico en el que se trabaja, teniendo los elementos culturales matemáticos (etnomatemáticos) como referente para la propia formación y para la enseñanza escolar de las matemáticas, y por otra parte, es necesario que los profesores se formen, durante la etapa inicial en dicho entorno. Ambas variables están incluidas en nuestro modelo.

La relevancia de nuestro trabajo está conectada con la importancia social y educativa de las actuaciones institucionales en la formación de maestros indígenas costarricenses en la actualidad, y a la gran adecuación de las características de nuestro modelo a la situación de necesidad institucional. Trataremos de justificar esta relevancia en los siguientes apartados.

2. Contexto y marco teórico

Incluimos en nuestro marco teórico las afirmaciones que expresan nuestras hipótesis de partida y los razonamientos, teorías asumidas y trabajos antecedentes que hemos realizado y que avalan tales hipótesis como fundamentos de primer orden.

[1] En este párrafo, denominamos etnomatemáticas, con minúscula a todas las formas matemáticas de contextos específicos y Etnomatemáticas con mayúscula al hacer referencia a ella como un campo de estudio o un programa teórico.

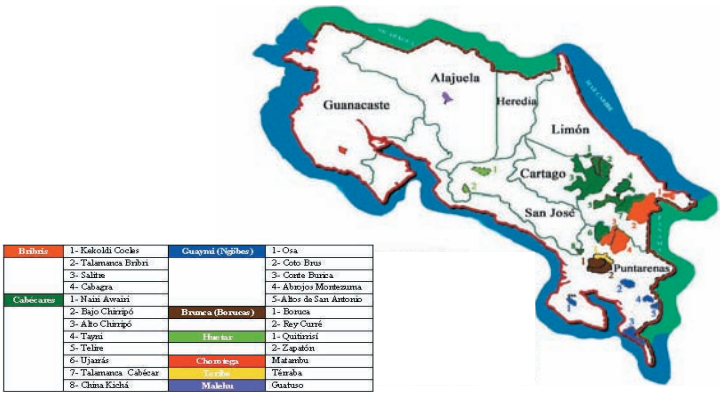
Anexo F11

Trataremos de fundamentar la coherencia entre las hipótesis conceptuales y el trabajo realizado en las dos fases de la investigación que nos ocupan.

2.1. *El contexto multicultural*

Consideramos que Costa Rica es un país multicultural con gran riqueza de interacciones entre culturas, en el pasado y en el presente. Por su ubicación geográfica y otros aspectos históricos, ha tenido un mestizaje distinto del de otros países y tuvo un desarrollo autóctono de la cultura, (Ferrero, 2000) por pertenecer al Área Intermedia (Constenla, 1991).

Actualmente, en Costa Rica existen ocho grupos socioculturales indígenas distintos: Borucas, Bribris, Cabécares, Chorotegas, Huetares, Malekus, Ngäbes y Térrabas, seis de cuyas lenguas perviven, habitan en veinticuatro territorios del país (figura 1) y trabajan en la producción agrícola. (Solano, 2004).



Bribris	1- Kekoldi Coclés	Guaymí (Ngäbes)	1- Osa
	2- Talamanca Bribri		2- Coto Brus
	3- Salitre		3- Conte Burica
	4- Cabagra		4- Abrojos Montezuma
Cabécares	1- Nairi Awairi		5-Altos de San Antonio
	2- Bajo Chirripó	Brunca (Borucas)	1- Boruca
	3- Alto Chirripó		2- Rey Curré
	4- Tayni	Huetar	1- Quitirrisí
	5- Telire		2- Zapatón
	6- Ujarrás	Chorotega	Matambu
	7- Talamanca Cabécar	Térraba	Térraba
	8- China Kichá	Maleku	Guatuso

Figura 1. Mapa de los Territorios Indígenas actuales en Costa Rica.

Cada territorio indígena, presenta rasgos culturales ancestrales característicos, aunque se han ido transformando, por la colonización de la cultura dominante y la globalización.

Sin embargo, Según Borge (2006, p. 4), "los grupos étnicos de Costa Rica presentan características culturales distintas entre sí, a nivel social, político, económico y ecológico, entre otros. Hay sociedades con un alto desarrollo organizativo, como las Bribri y Cabécar y otras sociedades desestructuradas, como la Chorotega". La principal diferencia entre las culturas indígenas, según Borge (2006), es la organización social, ya que Bribris y Cabécares conservan una fuerte estructura matrilineal y los demás grupos son patrilineales, por influencia occidental.

Anexo F11

Nuestro trabajo se ha desarrollado en grupos de las culturas Bribri, Cabécar y Ngäbe. Hemos observado rasgos de estas culturas y la existencia de conexiones a nivel del profesorado (que ejerce en una comunidad teniendo como origen otra, incluyendo la región central de cultura hispana), y del alumnado, en escaso número. En este sentido, se produce interculturalidad entre culturas indígenas y entre la cultura colonial y la local, en el sistema escolar. En el sistema social, ocurre principalmente mediante el comercio y la gestión política.

2.2. *Interculturalidad y educación crítica*

Creemos que la educación matemática, a la vez que desarrolla las capacidades matemáticas, puede favorecer la conciencia y la autoestima cultural, si se produce desde una perspectiva crítica etnomatemática. Según López (2001), la educación, mediante su organización curricular, incide directamente en la preservación de los rasgos culturales de un grupo:

> *"[...] pese a la ya tradicional y usual referencia sobre la supuesta unidad idiomática latinoamericana y la herencia histórica ibérica o lusohispánica que nos une, es menester destacar el carácter multiétnico, pluricultural y multilingüe que caracteriza a nuestra región. Por largo tiempo se intentó, primero, ignorar dicha diversidad y posteriormente, erradicarla por medio del sistema educativo, haciendo de éste una herramienta para la homogeneización lingüística y cultural, sobre todo cuando la diversidad estaba referida a lo ancestral indígena".* (López, 2001, p. 4).

Desde nuestro punto de vista, es importante poner de manifiesto este hecho, hacerlo visible a los ojos de los educadores durante su formación, pues deseamos promover la interculturalidad mediante la educación matemática crítica, que cuestione los presupuestos educativos y socioculturales, es decir que trate de cambiar la realidad social y científica, buscando un mestizaje creativo (Oliveras, 2002, 2006).

La interculturalidad "supone un conjunto de valores y creencias democráticas que buscan inculcar el pluralismo cultural dentro de las sociedades culturalmente diversas, en un mundo interdependiente" (UNICEF, 2007, p. 42). El profesorado, a partir de la formación inicial planteada desde una perspectiva de respeto por la *alteridad cultural*, es decir, de conocer y respetar a la cultura de los otros cualquiera que sea, adquiere herramientas para analizar y valorar las informaciones socialmente, ya que se pone en lugar del otro y trata de ver el mundo como se ve desde los valores y presupuesto simbólicos de la otra cultura, adquiriendo una actitud crítica que fortalece sus principios democráticos, y los de sus alumnos.

Anexo F11

Otro fenómeno digno de mención, al proponer la *interculturalidad* como fundamento de nuestro estudio, es el rezago educativo de los indígenas en Costa Rica. El último censo de población, del año 2000, muestra una amplia diferencia entre la formación académica de los ciudadanos indígenas y los no indígenas. Solano (2004), compara la población mayor de 15 años con al menos un año de educación secundaria aprobado, perteneciente a comunidades indígenas, con población no indígena del mismo rango de edad y estudios. Obtiene: 46% para las personas no indígenas y 9% para los indígenas. Dicho estudio reporta que la escolaridad promedio cursada en la población mayor de 15 años es de 3,4 años en territorios indígenas, mientras que en la población no indígena es 7,6 años. Esto pone de manifiesto la gran diferencia entre ambos colectivos, siendo el indígena el desfavorecido en tiempo de educación.

Una de las causas sugeridas es la formación inicial del profesorado de educación obligatoria, que es uniforme y permite ejercer en todo el territorio, olvidando las peculiaridades de los grupos indígenas. Carballo (2004, p. 3) afirma: "la gran mayoría de los maestros no cuentan con estudios del contexto para ejercer la docencia, muchos maestros pertenecen a grupos sociales distintos, por lo que no hay continuidad, ni permanencia". Gólcher (2004) manifiesta que los indígenas, cuando quieren acceder al sistema educativo, encuentran dos dificultades: los programas curriculares que se imparten en las comunidades indígenas son los mismos que en el resto del país y no tienen en cuenta los diferentes conocimientos previos ni los sistemas de razonamiento peculiares; y la escasez de profesores preparados para atender a estas comunidades. Estos son obstáculos importantes para que los indígenas puedan superar la educación primaria, llegar a la secundaria, y posteriormente a la universidad.

Aunque "los educadores para estas áreas deben ser de las zonas aborígenes, conocer las tradiciones del lugar y dominar la lengua materna" (Gólcher, 2004), esto no se respeta, pues Solano (2004, p. 238) muestra que el porcentaje de las personas indígenas que acceden a la formación universitaria es sumamente reducido. Por lo tanto, el profesorado de las zonas indígenas son, en su mayoría, personas no indígenas que hay que concienciar para que adquieran niveles de tolerancia ante la diversidad cultural y *programen sus intervenciones a partir de modelos interculturales.*

Esto implica no descalificar el saber cultural de la comunidad ante los estudiantes, y considerarlo en la enseñanza. Sin embargo, esto requiere una formación, didáctica-matemática, del profesor, que no se ha realizado todavía.

"A inicios de los años noventa el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, con la asistencia técnica de UNICEF, propició la Educación Intercultural Bilingüe, creando el Departamento de Educación Indígena en 1994"

Anexo F11

(UNICEF, 2007, p.41). Desde entonces, se ha promovido en las escuelas y colegios indígenas, un curso de lengua y cultura, con el afán de preservar las tradiciones vernáculas, pero no se han realizado adaptaciones del programa de estudios de la educación general básica a nivel nacional, para que sea más accesible a la realidad de estos grupos étnicos. La educación indígena costarricense sufre las limitaciones en las políticas nacionales, así como las carencias en recursos económicos y humanos, necesarios para el desarrollo efectivo de un modelo curricular indígena (Guevara y Vargas, 2000).

A partir de este panorama de marginación o invisibilización, adquiere relevancia nuestro propósito de un programa de formación para los profesores que van a trabajar a las zonas indígenas, abordando la multiculturalidad costarricense desde las etnomatemáticas y la interculturalidad.

2.3. *Etnomatemáticas y Formación de Profesores*

Dado que las culturas autóctonas están desatendidas e invisibilizadas, "congeladas" en el sentido de Gerdes (Gerdes, 1985), no se descubren en ellas elementos de etnomatemáticas (D´Ambrosio, 1990) o *matemáticas vivas*, en el sentido de Oliveras (Oliveras, 2000a, 2000c, 2001a), en las que el pensamiento de los estudiantes se pueda sustentar, como fuente de desarrollo curricular, y previamente como elemento de reflexión durante la formación profesional de sus profesores.

En nuestra investigación, tratamos de hacer algunos descubrimientos de etnomatemáticas y de establecer la relación entre las etnomatemáticas y la educación, desde el enfoque de nuestro Grupo de Investigación en Etnomatemáticas ISGEM, (International Study Group on Ethnomathematics; D'Ambrosio, 1990, 2008; Gerdes, 1985, 1988; Oliveras, 1996, 2001b 2006, 2010a; Rosa & Orey, 2007). Partimos de investigaciones que las autoras han realizado previamente: Oliveras desde 1995 en diversos aspectos de Etnomatemáticas, aplicaciones curriculares y formación de profesores (Oliveras, 1995, 1996, 2000a, 2000b, 2002, 2005, 2006, 2010b, Gavarrete & Oliveras, 2009, Gavarrete, de Bengoechea & Oliveras, 2009), y Gavarrete en las etnomatemáticas en Costa Rica desde el año 2002 (Gavarrete & Vásquez, 2005, Gavarrete, 2009). Conjuntamente entre los años 2008 a 2010 se realizaron estudios relativos a comunidades indígenas costarricenses y a formación de sus profesores, desde la perspectiva citada.

En estos trabajos establecemos nuestra visión de las etnomatemáticas, desde un relativismo epistemológico compartido con autores relevantes, y nuestra concepción de la formación de profesores desde el posicionamiento del "profesorado reflexivo", interconectándolas en el contexto de la realidad indígena.

Anexo F11

Respecto a Etnomatemáticas, (D´Ambrosio, 1985, 1997, 2007, 2008) o Multimatemáticas (Oliveras, 1996,1998, 2000a, 2000b, 2005, 2006), constituyen un *Programa de Investigación* dentro del cual se plantean diversas cuestiones: *epistemológicas*, relativas a las matemáticas como ciencia o tipo de conocimiento diferenciado; *cognitivas*, relativas al sujeto del conocimiento en un contexto; *políticas,* atendiendo el rol de poder o de discriminación que ejercen las matemáticas; *éticas y estéticas*, en la cual se consideran las influencias de las matemáticas en las concepciones de verdad, equidad, relativización o absolutismo ideológicos; *socio-antropológicas*, considerando el proceso de construcción y deconstrucción de las matemáticas y sus relaciones con otras áreas de la cognición como el lenguaje; *educativas* en particular planteando el origen y proceso de la "enculturación" matemática, dentro y fuera del sistema escolar, propiciando metodologías que potencien la participación crítica de los estudiantes, y la implicación de todos los agentes educativos de la sociedad, la propuesta es analizar la situación docente mediante "investigación en la acción" y técnicas etnográficas.

Para D'Ambrosio (2005b, 2008) la matemática y la educacion son estrategias contextualizadas e interdependientes.

Para Oliveras (1996, 2000a, 2006, 2010a, 2010b) *Etnomatemáticas* es un *Programa de investigación* y un *Movimiento de Acción Educativa y Social,* que aglutina a profesores y estudiosos de la educación matemática, sociólogos, epistemólogos, matemáticos, lingüistas, historiadores y antropólogos, que se preocupan por el hecho matemático de todos los tiempos. Denomina a las *etnomatemáticas* como *"multimatemáticas o matemáticas vivas*" incluyendo en ellas a todas las matemáticas existentes, también a las "occidentales y/o las formalizadas". En cuanto a Educación y Formación de profesores, Oliveras piensa que: la enculturación matemática es una parte de la enculturación natural, es un proceso continuo desde el saber del grupo cultural del aprendiz hasta el saber normado o escolar; y está mediada por el profesor y los recursos. Para el aula, propone el trabajo en microproyectos integrados etnomatemáticos cooperativos, aglutinando los saberes alrededor de un "signo cultural", con potencialidades matemáticas previamente exploradas por el profesor, obteniendo un efecto autoformativo al asumir éste el rol de investigador (Oliveras, 1995, 2002, 2005).

Existen trabajos a nivel internacional relacionados con nuestros objetos de estudio: las etnomatemáticas y la formación de profesores en entornos indígenas, en los que hemos encontrado analogías.

En el trabajo de Junior (2002), se discute una propuesta de trabajo pedagógico para profesores, que persigue presenciar y analizar las reacciones de los profesores durante la elaboración de un trabajo de Etnomatemática. Esta propuesta generó una modificación en la actitud pedagógica, lo cual contribuyó a un crecimiento personal del profesor.

Anexo F11

En la investigación de Parra (2003), se describe una experiencia de campo que pretendió estudiar y comprender los aportes educativos de la etnomatemática en una práctica concreta dentro de una escuela indígena, este propósito se alcanzó a través de un proceso de acompañamiento docente, con lo cual Parra asumió el rol de investigador-formador.

La tesis de Ferreira (2005) muestra una experiencia de trabajo empírico con diversos colectivos de maestros indígenas, se hace alusión a los múltiples desafíos pluriculturales y multi-lingüísticos que significó el trabajo y se describen las actividades propuestas para la tarea formativa, en la que se promovió la autonomía indígena. Se describen algunos conocimientos culturales que fueron aprovechados para el proceso formativo desde la perspectiva de las etnomatemáticas.

La investigación de Domingues (2006) analiza un curso de formación de profesores indígenas. La Antropología social y la Etnomatemática ayudan a entender los límites y posibilidades de la educación escolar indígena cuando se toman como objetivos y valores la interculturalidad y la Etnomatemática. La investigación presenta las apreciaciones de profesores indígenas en formación y de sus formadores. Motivó a los profesores indígenas, en el estado de Sao Paulo, a rescatar el conocimiento ancestral indígena y mantener en la escuela las ideas de cosmovisión amerindia, reconociendo que los indígenas tienen una educación propia que puede ser fundamental en la construcción de nuevos conocimientos.

El trabajo de Belo (2010) se concentra en un estudio histórico y en el panorama resultante de la formación de profesores de matemática de Timor Oriental desde la perspectiva de la Etnomatemática. El sustento teórico está basado prioritariamente en D'Ambrosio y Freire. En el plano metodológico, el estudio incluye la reflexión crítica, teórica y empírica, lo que requiere la implicación subjetiva del investigador en la recolección de datos primarios y secundarios.

La investigación de Breda (2011) discute cómo la Etnomatemática al ser utilizada en los cursos de Formación de Profesores de matemática genera la producción de subjetividades, para ello, se analizaron discursos de formadores que trabajan la línea de la Etnomatemática en la formación de profesores.

Otras investigaciones en la Formación de Profesores han sido desarrolladas por Domite (2004, 2009). Plantea la formación de profesores desde una perspectiva de las etnomatemáticas y tiene como preocupación la comprensión de que ésta "no está ni fuera ni dentro de las propuestas para los profesores en formación inicial". Ella plantea que la formación en Etnomatemática no debe ser tomada como un simple conocimiento cultural del profesor en formación inicial, sino como una actualización científica-pedagógica de la matemática, de modo que al impugnarla o incorporarla se produzcan situaciones-problema.

Anexo F11

En algunas de las investigaciones mencionadas, el investigador asume un rol de participante en la propuesta de formación de profesores indígenas basada en etnomatemáticas, como es el caso de Gavarrete, en el trabajo que está en curso.

La alternativa didáctica que propone D'Ambrosio (2005a) con el Programa de Etnomatemática es orientar el currículo matemático hacia la creatividad, la curiosidad, la crítica y el cuestionamiento permanente, en la formación plena de ciudadanos autónomos, no al servicio de una clase dominante. Destaca su interés en la formación de profesores, para que puedan ofrecer a sus alumnos experiencias enriquecedoras que promuevan su creatividad y la adquisición de la matemática integrada en los saberes y hechos.

En particular establece D'Ambrosio (2007, p. 101) que la *etnomatemática del indígena* "es eficiente y adecuada para las cosas de aquel contexto cultural, en aquella sociedad. No tenemos que sustituirla. La etnomatemática del blanco sirve para otras cosas, igualmente muy importantes, propuestas por la sociedad moderna y no debemos ignorarla." Por lo tanto, comprender ambas etnomatemáticas (occidentales -dominantes- e indígenas) puede ofrecer mayores posibilidades para comprender el mundo desde varias perspectivas, puesto que el acceso a más instrumentos o técnicas intelectuales, da mucha más capacidad y entendimientos para el manejo de situaciones nuevas y para la resolución de problemas. Propone (D'Ambrosio 2005a, 2005b, 2008) algunas estrategias de acción didáctica en las cuales los profesores utilicen maneras diversas de generar procesos cognitivos y realizar síntesis sobre diversas formas de resolver problemas, pero coincidimos con él en que la *educación indígena* experimenta conflictos conceptuales que se derivan de la introducción de las 'matemáticas del blanco', los materiales escolares y la formación de los profesores, que se centran en unas matemáticas contextualizadas en un entorno distinto a la realidad indígena.

También existen investigaciones que cuestionan el "campo de la Etnomatemática"; respecto a las investigaciones en diferentes comunidades socio-culturales, y en la formación del profesorado.

Sobre estos fundamentos desarrollamos los dos trabajos de investigación que describimos sucintamente.

3. Etnomatemáticas en la formación de profesores indígenas. Aceptación de los expertos

Los trabajos que presentamos forman parte de la investigación doctoral que estamos llevando a cabo. Ambos responden a nuestra *Meta II de investigación*:

Indagar sobre la pertinencia de incluir conocimiento matemático genuino de culturas costarricenses, en la formación matemática de profesores y diseñar una propuesta formativa que permita lograr competencias interculturales, incluyendo elementos de etnomatemáticas locales.

Se realizaron en tres fases: *Estudio exploratorio; Trabajo de campo etnográfico y Trabajo didáctico con observación participante*. Para llevarlas a cabo, se insertan en un proceso etnográfico las técnicas de toma de datos: cuestionarios y entrevistas semi-estructuradas. Las técnicas de análisis de los datos: cualitativas y cuantitativas.

La primera fase, constituida por el Estudio exploratorio tiene como objetivo: conocer la opinión de un grupo de expertos sobre la aplicación, en la formación de profesores de matemáticas, de etnomatemáticas emergentes de culturas características de grupos autóctonos costarricenses.

En la fase segunda, una visita de inmersión en el campo (agosto 2010) hace que se conozca el *Programa Siwä-Pakö,* Programa Interuniversitario de formación de maestros cabécares, en el que se insertará nuestra propuesta formativa.

La tercera fase será de Trabajo de campo didáctico, en el que la investigadora actúa como "observadora participante", impartiendo un curso de Didáctica de Matemáticas (agosto 2011), constituirá un escenario de aplicación del modelo elaborado.

En el Estudio exploratorio, se consultó a profesores, diseñadores del currículum, estudiosos de las lenguas y culturas locales. Se recogió la información mediante un cuestionario elaborado al respecto con ítems de respuestas cerradas múltiples y de respuesta abierta. Se aplicó en mayo del año 2009, a una muestra de tipo intencional, obtenida por el criterio de viabilidad. De los treinta profesionales, el 60% está relacionado con Educación Matemática y el 40% con las Culturas de Costa Rica.

Para el análisis de datos, consideramos interesante la información sobre la especialización del encuestado: cargo profesional y área/s en que desarrolla su labor. La cualificación es representada mediante un total de doce características, procedentes del cargo profesional y áreas en las que desarrollan su labor. Una mayoría de consultados desempeña tareas de docencia o de investigación. El 43,3% de Investigador, seguida de Profesor de Secundaria MEP el 36,7% y de Profesor Universitario de Matemáticas, 23,3%. Las opiniones de estos especialistas, sobre aspectos de etnomatemáticas y formación de profesores, son de gran interés para nuestra investigación, ya que representan a los colectivos implicados.

De las respuestas emitidas realizamos un estudio, utilizamos metodología integrada cuantitativa y cualitativa, técnicas de análisis de contenido y análisis interpretativo. Mostraremos a continuación algunos análisis de las respuestas.

Anexo F11

Uno de los campos de interés de esta indagación es: la *pertinencia, forma y momento* en que se debería aplicar una propuesta de formación de profesores incluyendo etnomatemáticas. El ítem concerniente a la pertinencia de dicha propuesta formativa incluye dos preguntas, A y B:

A- ¿Considera conveniente (o no) la implementación de un programa de formación de profesores que considere a las etnomatemáticas como uno de sus ejes esenciales? Respecto de la pregunta A, los consultados manifiestan la pertinencia de la propuesta, y solamente el 3,3% manifiesta que no es pertinente, ya que se podrían generar falsas creencias sobre las matemáticas.

B- ¿Cuál sería la etapa formativa en la que podría darse la información sobre aspectos culturales de las matemáticas, en la formación de profesores? Respecto de la pregunta B, las categorías que emergen del análisis cualitativo de las respuestas son:

> a: en la formación universitaria de pregrado, en el nivel inicial; b: en la formación universitaria de pregrado, en forma transversal durante toda la formación universitaria; c: en la formación universitaria de posgrado, al finalizar la formación de grado, como curso obligatorio; d: en la formación universitaria de posgrado, como curso complementario optativo; e: en cursos universitarios de posgrado, de carácter profesional-docente; f: en cursos universitarios de posgrado, de carácter investigativo; g: en la formación permanente, (de carácter no reglado) en cursos y eventos esporádicos; h: en la formación permanente, en cursos sistemáticos (de diversas instituciones); i: en la formación permanente, en talleres y seminarios profesionales; j: en ningún momento. Generaría falsas creencias sobre las matemáticas. Cualitativamente se dividen las opiniones favorables entre el grado y el posgrado, con dos opciones en el grado y siete en el posgrado.

Respecto al momento de implementación de la propuesta, un 90,0% de los especialistas opinaron que durante la formación universitaria de pregrado en forma transversal.

Entre los que dicen ser mejor en el posgrado, (10%): mediante un programa complementario optativo o uno de carácter obligatorio, un 66,7% lo prefieren obligatorio. Del carácter *docente o investigativo* de la propuesta formativa, el 60% la prefiere investigativa.

En la formación permanente, un 70% prefiere en talleres y seminarios profesionales y el 20% con cursos sistemáticos. Solamente el 10% manifiesta que la formación permanente se desarrolle en cursos y eventos esporádicos.

Anexo F11

En resumen, prefieren mayoritariamente (90%), que se realice en la formación universitaria de pregrado y con un programa obligatorio.

Los que prefieren que se desarrolle en la formación permanente, indican que sea investigativo en forma de talleres y seminarios.

Estas conclusiones del Estudio exploratorio no contradicen las primeras hipótesis, responden a los principios que hemos tomado como fundamentos y permiten tener información clara para organizar una propuesta formativa incluyendo etnomatemáticas.

4. Fase 2: Trabajo de campo. Diseño y metodología

El trabajo etnográfico de campo realizado en Costa Rica en agosto de 2010, con los objetivos de: analizar la viabilidad de nuestra propuesta y recabar datos para contextualizarla, proporcionó una *inmersión en el campo* en la que se conocieron informantes clave, se utilizaron técnicas de grabación audio-video y cuadernos de campo de los cuatro participantes que permitieron hacer triangulación de los datos. Se desarrolló con varias finalidades: 1- Conocer el programa de estudios que incluirá nuestra propuesta; 2- Conocer la población de estudiantes a quien va dirigida y algunas comunidades donde ejercerán como docentes; 3- Conocer a los profesores de tres universidades públicas que están organizando el programa de formación de maestros indígenas; 4.- Conocer a los profesionales (antropólogos, pedagogos, inspectores nacionales) que están investigando distintos aspectos del grupo de estudiantes y de las comunidades indígenas en que ejercerán.

La División de Educación Rural de la UNA, (que ha recopilado datos y bibliografía sobre la población cabécar para definir un plan curricular y de reclutamiento de futuros estudiantes universitarios), nos puso en conocimiento del programa de estudios para profesores indígenas, denominado: *Programa Interuniversitario Siwä-Pakö* (PISP), en elaboración y experimentación.

En PISP se insertará nuestra propuesta formativa en Educación Matemática mediante Etnomatemáticas. Esta situación de colaboración con el programa PISP ha sido posible gracias a nuestra estancia de investigación, en la que se ha producido un conocimiento mutuo del equipo de personas dirigentes del PISP, (Yadira Cerdas UNA y Hannia Watson UCR) y del equipo de Etnomatemáticas: Doctora Oliveras y Másteres Gavarrete, Bengoechea y Bolaños, de la UGR (Universidad de Granada, España).

Anexo F11

4.1. *El Programa Siwä-Pakö. Conociendo y caracterizando el campo de estudio.*

Gestiona el programa PISP una comisión formada en 2004 por líderes indígenas, miembros de la Universidad Estatal a Distancia (UNED), de la Universidad de Costa Rica (UCR) y de la Universidad Nacional (UNA), y representantes de los Ministerios de Salud y Educación Pública. Este equipo generó la primera carrera universitaria diseñada de manera conjunta por tres universidades públicas, cuyo principal objetivo es "la integración de la sociedad indígena costarricense dentro de un proceso educativo universitario" (Mora, 2009).

El objetivo primordial del programa PISP es promover la unidad entre las culturas impulsando la educación indígena desde la educación superior. Según Kcuno (2009), este proyecto pretende articular el quehacer académico y los recursos de las universidades públicas para "contribuir al logro de las aspiraciones del pueblo Cabécar de tener acceso a una educación permanente, pertinente y de calidad, así como la posibilidad de formación de profesionales que desempeñen en armonía con su patrimonio cultural y natural".

En la estancia de campo, mediante sesiones interactivas con *informantes clave,* hemos logrado informaciones sobre el programa, que se encuentran en documentos internos no publicados, sobre: objetivos generales, el marco epistemológico, los objetivos específicos; el perfil del estudiante (poseer el Bachillerato en Enseñanza Media. Hablar y escribir el Cabécar. Ser residente del Territorio indígena Chirripó-Cabécar). La población estudiantil actual la forman 16 estudiantes de tres comunidades indígenas: Valle de la Estrella, Ujarrás y Chirripó. Ellos, compatibilizan su formación con la enseñanza en comunidades indígenas diseminadas en territorios de cultura cabécar.

(Transcribimos de nuestro *"cuaderno de campo"*). En una clase-seminario, en la que participamos activamente, supimos que cada uno tiene a su cargo una escuela en cada comunidad. De un cuestionario que aplicamos a estos maestros en formación, supimos las comunidades implicadas en el PISP. Es importante para nuestra investigación conocer si el maestro pertenece a la misma comunidad cultural que los niños o adolescentes que asisten a su escuela, sólo uno era Bribri y ejerce profesionalmente en territorio cabécar, los demás son cabécar de origen y de trabajo.

Presentamos algunos rasgos de la cultura cabécar, contextualizando el modelo. Las comunidades indígenas cabécares, son las de mayor conservación del conocimiento ancestral. Se encuentran asentadas en la selva húmeda lluviosa y en la Cordillera de Talamanca, hacia el Atlántico de Costa Rica. (Figura 2)

Anexo F11

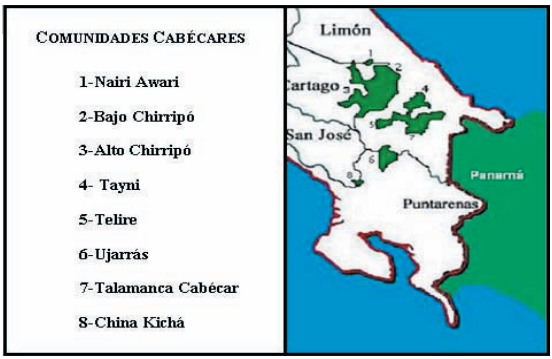


Figura 2. Territorios Cabécares Actuales.

Se observa que cinco son de la provincia de Limón y tres de Cartago.

Respecto a densidad de población, es la etnia autóctona más numerosa del país con más de diez mil ciudadanos, la mayoría de las comunidades Cabécares posee un porcentaje de habitantes indígenas superior al 96%, la población se concentra en el territorio indígena de Alto Chirripó (Solano, 2004).

Las comunidades cabécares, están organizadas, sociológicamente, por una *estructura clánica matriarcal.* Cada miembro de la cultura conoce el clan al cual pertenece y esos clanes responden a la tradición mítica, asociada a su vez a la cosmovisión cultural.

Con respecto a la *pervivencia y uso de la lengua*, el cabécar es una de las cinco lenguas indígenas vivas que se hablan en Costa Rica. Según Solano (2004) es la de mayor número de hablantes, aproximadamente 8.500, hablan su lengua, que *es ágrafa.*

Presentan a cambio los porcentajes más elevados de *analfabetismo,* oficialmente. Compartimos una reflexión sobre el analfabetismo de los pueblos cabécares, en la cual Solano (2004, p. 250) expone sus dudas con respecto a *¿cuán frecuente es poder leer y escribir en lengua indígena?, y en algunos casos, ¿habrá captado el Censo como analfabetos a quienes no saben leer y escribir en español?* Lo que abre una discusión sobre el saber que se transmite a través de la tradición oral indígena, dado que la cabécar es una lengua ágrafa, como algunas otras lenguas chibchenses; y valorar el esfuerzo que se está haciendo por formar profesionales de la educación en la lengua originaria de estos pueblos, en los cuales el nivel de escolaridad solamente alcanza el 1,7% de la población, (Solano, 2004).

Los cabécares tienen las *condiciones de vivienda más desfavorables*, respecto al resto de comunidades indígenas. Únicamente un 16% de viviendas

Anexo F11

catalogadas en buen estado. El acceso a la electricidad es sumamente restringido, solamente el 5,1% de la población tiene cobertura eléctrica. Más del 30% de las viviendas no tienen servicio de alcantarillado sanitario, muchos tienen agua, pero no es potable, (Solano, 2004).



Figura 3. Recorrimos esta parte del camino que conduce a las comunidades Cabécares.

En la fase de trabajo de campo visitamos algunas comunidades indígenas de tres grupos culturales: Ngäbes, Bribris y Cabécares. Pudimos comparar las formas de asentamientos y los servicios básicos, y consideramos que los pueblos cabécares son los que presentan mayores necesidades por la carencia de caminos para llegar a las comunidades. Probablemente, *el aislamiento* ha ayudado a estos pueblos a la conservación del idioma y las costumbres propias. Para acceder a las comunidades cabécares, hay que "recorrer aproximadamente 150 kilómetros desde San José y caminar tres horas hasta la comunidad de Quetzal, que es el punto de partida de 62 pueblos metidos en la montaña" (Carvajal, 2008).



Figura 4. Nuestra visita al interior de una sala de clase en la comunidad cabécar.

En nuestra inmersión en el campo, pudimos constatar que, el centro educativo es el núcleo de la comunidad, el centro de reunión, de modo que el *área educacional* visitada, denominada Quetzal es para los cabécares como una ciudad, hay centros educativos de primaria y secundaria, con internet vía satélite y una tienda de alimentación.

Anexo F11



Figura 5. Área educacional de la comunidad de Quetzal y centro de la actividad social.

La atención educativa de las comunidades cabécares se remonta al año 1987, antes no había escuelas en la mayoría de las comunidades. Los miembros del PISP tienen conocimiento de la problemática que presentan las comunidades de los profesores en formación, las carencias que condicionan su dedicación al estudio. A modo de síntesis, mencionamos las siguientes dificultades (Watson, 2010): las comunidades cabécares, al igual que otras comunidades indígenas, tienen problemas de tenencia de la tierra, hay inestabilidad en la posesión territorial; los miembros de las comunidades cabécares manifiestan falta de apoyo a su organización local y deterioro de su medio ambiente del que dependen; poseen índices de vida, salud y desarrollo menores al resto de la población costarricense; las posibilidades de acceso a la educación y la permanencia en ella son limitadas y hay baja cobertura en educación secundaria; las escuelas están desarticuladas, tienen escasos medios, es difícil su conexión y mutuo apoyo.

Hemos podido confirmar las condiciones de extrema dificultad en las que los niños aprenden y los profesores tratan de enseñar, lo que ha orientado altamente nuestra contribución al PISP.

5. La formación de profesores de matemáticas. Generando un modelo para las comunidades indígenas

Durante la experiencia etnográfica con las comunidades cabécares, visitamos el Centro Educativo Quetzal, la Escuela de Grano de Oro y participamos en actividades con los expertos contratados por el PISP para planificar el programa de estudios de los futuros maestros. Ello nos permitió recopilar datos sobre las expectativas del diseño de nuestra propuesta formativa incluyendo etnomatemáticas. Partimos de la posibilidad de realizarla y pretendemos confirmarla mediante las aportaciones de la estancia de campo.

Anexo F11

De este modo, es una propuesta emergente, generada a partir de nuestras ideas y experiencias, y de los deseos manifestados por los interesados y los expertos, pertinente para ser introducida en el curso de matemáticas del programa PISP.

Relataremos nuestra intervención en el Programa Siwä-Pakö, como observadores participantes.

5.1. *El curso de matemáticas para los maestros cabécares en formación: expectativas y necesidades.*

Como parte del trabajo etnográfico, además de visitar algunas comunidades cabécares, también conocimos el recinto universitario en el cual reciben sus clases los maestros en formación, y les impartimos una conferencia-panel titulada "Etnomatemática: un enfoque para la educación", siendo ésta la primera vez que los maestros cabécares y algunos de sus formadores escuchaban y preguntaban acerca de las Etnomatemáticas.

Además, realizamos un seminario con la Comisión de Enlace y el Equipo Investigador de la Carrera de *Bachillerato en I y II ciclo con énfasis en Lengua y Cultura Cabécar*. El debate trató sobre las expectativas y planificación del curso de matemáticas del PISP, en el que se inserta nuestra propuesta. Esta experiencia fue audio-grabada para poder analizar su contenido y conocer los aspectos a tomar en cuenta para el diseño de nuestra intervención.

A la transcripción de esta audio-grabación, se le realizó un *análisis cualitativo de contenido*, mediante el programa de análisis de datos MAXQDA, generando categorías de análisis que nos condujeron a conclusiones. Los resultados de la matriz de códigos, generada por el programa, se observan en la figura 6.

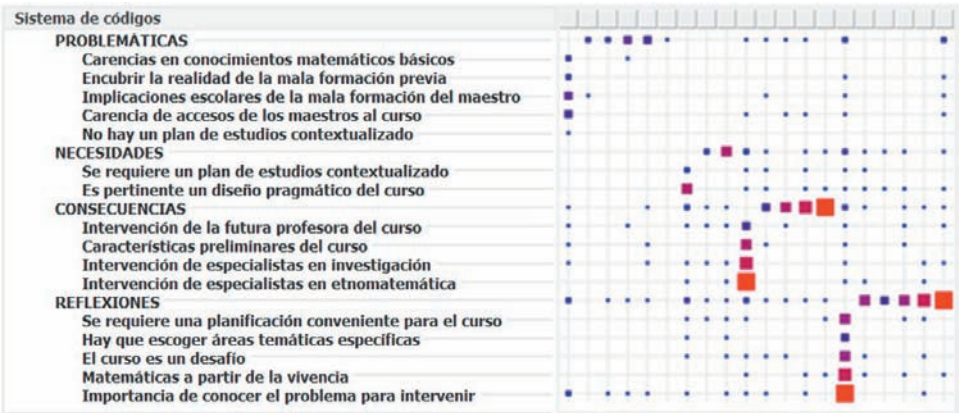


Figura 6. Matriz de códigos generada por el análisis de contenido con MAXQDA.

Anexo F11

La matriz de códigos generada es simétrica, en ella las frecuencias se destacan por el color y tamaño de cada una de las entradas que conforman la matriz.

Hay cuatro meta-categorías: *Problemáticas, Necesidades, Consecuencias y Reflexiones,* que giran en torno a la planificación, el diseño y las expectativas de ejecución del curso de matemáticas del PISP. En cada una de las *metacategorías* se generaron *categorías*, a partir del análisis de contenido realizado y cuya fiabilidad se garantiza con el mismo programa MAXQDA. Este permite al investigador asignar un 'peso' a cada una de las categorías emergentes, y tener la posibilidad de objetivar su imprescindible subjetividad en este tipo de investigaciones. Otra característica del programa con el que fueron tratados los datos cualitativos es que permite trasladar el análisis de contenido a una hoja electrónica de datos, con lo cual se pueden analizar de manera cuantitativa, y hemos elaborado tablas de porcentajes de frecuencias de cada categoría.

Respecto a la metacategoría de las *Problemáticas* escolares, en la figura 7 vemos que, la más mencionada está relacionada con las *Consecuencias de las deficiencias en la formación del maestro.*

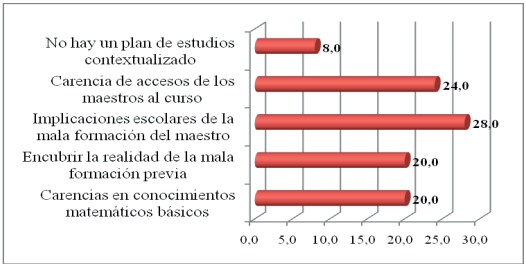


Figura 7. Problemáticas manifestadas en seminario de planificación del curso para maestros indígenas.

En cuanto a las *Necesidades* manifestadas, la más frecuente es que el curso requiere un diseño pragmático, (figura 8).

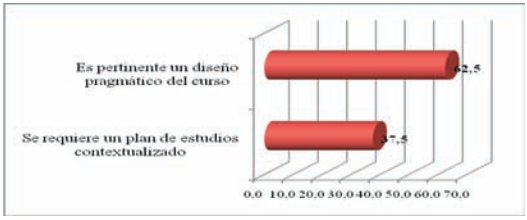


Figura 8. Necesidades manifestadas en seminario de planificación del curso para maestros indígenas.

Anexo F11

Como *Consecuencias* de incluir etnomatemáticas, para la organización del curso se deduce principalmente la necesidad de intervención de especialistas: en etnomatemáticas, y en investigación educativa, que realizan estudios previos del curso de matemáticas, (figura 9).

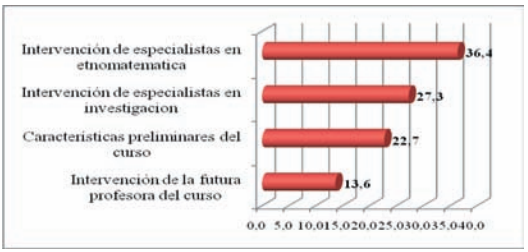


Figura 9. Consecuencias manifestadas en seminario de planificación del curso para maestros indígenas.

Las *Reflexiones* manifestadas, (figura 10) dan como más frecuente "la importancia de conocer la problemática educativa local para intervenir", considerando la problemática como "un eje con muchas aristas".

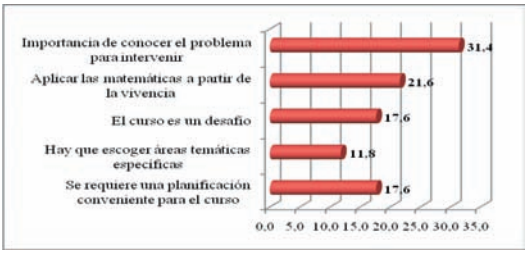


Figura 10. Reflexiones manifestadas en seminario de planificación del curso para maestros indígenas.

Destacamos del análisis que los puntos más tratados en el Seminario fueron la necesidad de diseñar un curso realizable; la importancia de conocer el problema local para orientar como intervenir y la participación de especialistas en Etnomatemáticas, en el curso.

Los participantes en el seminario expusieron sus necesidades y preocupaciones acerca de las problemáticas que han observado o experimentado respecto de la cultura cabécar y sus expectativas de la planificación del curso de matemáticas. Valoran el aumentar sus conocimientos de Etnomatemáticas, y manifiestan el desafío que les representa.

Anexo F11

5.2. *Modelo de curso de etnomatemáticas para maestros en entornos indígenas.*

La elaboración de un Modelo de "Curso de Etnomatemáticas para formar Maestros de Entornos Indígenas" (CEMEI) es la fase tercera de la investigación, realizada tras el estudio exploratorio y el trabajo etnográfico descritos, en los que se apoya.

El CEMEI elaborado se fundamenta en el modelo MEDIPSA, de marco conceptual para el estudio de las condiciones de existencia contextualizada de las prácticas matemáticas y de su transmisión social, y participa del modelo MED de formación de profesores, ambos de Oliveras (1996). En estos modelos se propone generar "dominios de experiencias matemáticas y didácticas que al ser compartidas por los sujetos que actúan en ellas construyen así sus significados matemáticos y didácticos". (Oliveras, 1996, p. 247)

Significados que se pueden hacer operativos mediante el concepto de *Microproyecto Curricular* (Oliveras 1995, 1996, 2005, 2010) que ha sido puesto en práctica en varias experiencias de formación de profesores, inicial y permanente.

El modelo CEMEI incluye el diseño de material didáctico para actividades y talleres, y el uso de la técnica del portafolio. El *portafolio* es un instrumento que proporciona información sobre cómo el alumnado está aprendiendo, y sobre el desarrollo de las actuaciones conjuntas de los estudiantes y del profesorado, mediadas por del contexto institucional y material.

Diversos autores han conceptualizado el portafolio como técnica didáctica (Lyons, 1999; Klenowski, 2004; Shores & Grace, 1998), o como un *instrumento evaluador* que permite recopilar el esfuerzo y trabajo del alumnado para alcanzar los objetivos propuestos en su preparación, siendo el propio sujeto quien observa, poco a poco, su propia evolución en el saber que va construyendo.

En ambos sentidos proponemos el portafolio para lograr: favorecer la conciencia y autogestión del propio conocimiento por parte del estudiantado, y conocer las posibilidades prácticas del modelo, en las condiciones de contexto facilitando el proceso de auto y extra evaluación. También como un elemento de metodología didáctica innovadora que, al ser practicada en el curso, sea aprendida por los estudiantes a través de su vivenciación.

5.3. *Los recursos contextualizados elaborados*

Presentaremos como anexos (Anexos: 1, 2, 3, 4), parte del material del CEMEI diseñado para los alumnos, para desarrollar una de las tres sesiones del Curso de Etnomatemáticas, incluido en el PISP. Adoptamos un formato sintético que llamamos "Ficha" por ser práctico en las circunstancias de los alumnos, que

Anexo F11

tienen dificultades para presentar textos escritos largos (dificultades de cultura, idioma, tiempo, carencia de tecnología en casa y en la mayoría de las escuelas, circunstancias contextuales como ríos que atravesar para ir a la universidad). Se ha elaborado material, para profesores y alumnos, de los temas: *Etnomatemáticas, Enculturación y Microproyectos de educación intercultural basados en Etnomatemáticas.*

En total se han diseñado doce fichas para las sesiones de "construcción del aprendizaje", cuatro para cada sesión del curso, que serán de cuatro horas de duración, y tres fichas de recogida de información.

Para cada sesión del curso hay una ficha para realizar *reflexiones*, a partir de lo construido al desarrollar las dos fichas anteriores, y otra ficha que se propone realizar una *evaluación de la sesión*, que va a permitirles revisar y realizar una realimentación de lo aprendido, exponiendo en el plenario de revisión final a todo el grupo. Las cuatro fichas de cada sesión serán consignadas en el portafolio de cada participante del curso.

En cuanto a la *metodología*, las sesiones del Etno-curso, tendrán el siguiente protocolo metodológico: a- Presentación de las fichas con aclaraciones, agrupación de los alumnos/as, en parejas. b- Realización de las fichas de aprendizaje, con interacción entre los componentes de cada pareja. c- Recopilación de las tareas que serán autoevaluadas en cada sesión. d- Plasmación en la carpeta material del portafolio de los elementos de control (asistencia, cumplimiento de tareas, participación en clase, etc.), de evaluación del aprovechamiento y de su intervención en la sesión del curso.

Sesión final de puesta en común-intercambio de ideas y cuestiones surgidas. Incluirá autoevaluación de la experiencia por estudiantes y profesoras, y acción de tutoría mediante entrevista con cada alumno, para comentar la mutua evaluación.

La intervención se realizará en el mes de agosto del 2011, fecha programada dentro del calendario lectivo del PISP, que no tratamos de modificar por causa de nuestra investigación, para tener coherencia con su diseño naturalista-etnográfico, por lo que presentamos aquí sólo la fundamentación y parte del material didáctico del curso, sin datos de su aplicación.

Consideramos que el proceso de elaboración del CEMEI, aquí sintetizado, fruto de varias actuaciones de investigación, merece la pena ser expuesto, para justificar su rigurosa formulación, y continuar con el análisis de su validez y eficacia.

Anexo F11

6. Conclusiones

Hemos reflexionado sobre la necesidad de investigar elaborando cursos de formación de profesores indígenas que tengan un sólido fundamento teórico y experimental, como el que hemos presentado aquí. Que sean realizables y aceptados por las comunidades social y educativa implicadas y que resuelvan las necesidades formativas de los profesores.

Las características de la elaboración del CEMEI podrían sintetizarse en: la investigación previa de su pertinencia o necesidad, consulta a expertos conocedores de la realidad social, cultural y educativa; investigación previa del programa formativo en el que se hará su ubicación curricular, investigación previa de las necesidades a que debe aportar formación, investigación previa del contexto sociocultural del grupo indígena, interacción continuada con el grupo que tiene a su cargo la formación universitaria de los futuros profesores de las comunidades indígenas, mediante el consenso de objetivos y recursos.

Estas características se pueden generalizar a otros cursos de formación centrados en otras culturas, es por lo que afirmamos aportar un "*Modelo de curso de formación de maestros para entornos indígenas*", fundamentado en Etnomatemáticas, lo que requiere un laborioso proceso de investigación que hemos desarrollado a lo largo de dos años de trabajo, y parte del cual sintetizamos en este artículo.

Esta iniciativa de elaboración de programas formativos por grupos de investigadores y profesores de varias universidades y de varios países, en interacción directa con los miembros de la comunidad a la que van dirigidos, es un gran aporte a la investigación en la formación de profesores y a las Etnomatemáticas.

7. Anexos

Presentamos las fichas elaboradas para la segunda sesión. Anexo 1: ficha informativa, anexo 2: ficha de lectura, anexo 3: ficha de reflexión y anexo 4: ficha de evaluación.

Anexo F11

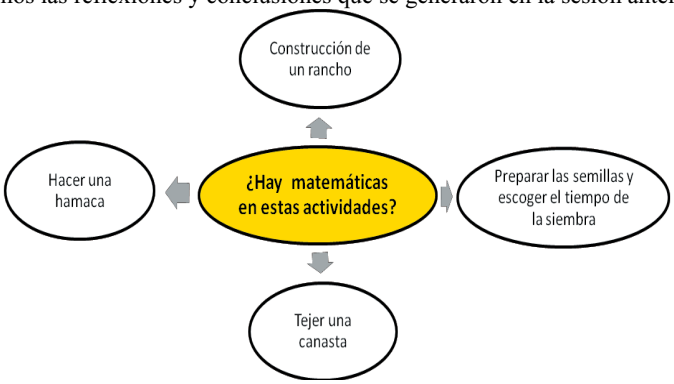
COMISIÓN INTERINSTITUCIONAL DE EDUCACIÓN INDÍGENA "SIWÄ-PAKÖ"
CURSO DE FORMACIÓN EN MATEMÁTICAS PARA MAESTROS CABÉCARES
Profesora Titular del Curso: Licda. Karen Velásquez Vásquez
Profesora Encargada de Cátedra: Mag. Alejandra Sánchez Ávila
Profesora Invitada: Máster María Elena Gavarrete Villaverde

NOMBRE_____ **SESIÓN** ____

F2A **Fecha:**_____

FICHA INFORMATIVA
ENCULTURACIÓN MATEMÁTICA Y ETNOMATEMÁTICAS

1.- Recordemos las reflexiones y conclusiones que se generaron en la sesión anterior.



1.a- ¿Crees que hay pensamiento matemático asociado a algunas actividades de la cultura Cabécar?

SI_____ NO_____

2.- Las matemáticas se pueden entender como una forma de 'lenguaje*' en el cual para TODOS LOS GRUPOS CULTURALES es posible identificar SEIS TIPOS DE ACTIVIDADES que son universales. Esas actividades son:

CONTAR-LOCALIZAR-MEDIR-DISEÑAR-JUGAR-EXPLICAR

CONTAR	Relacionado con números, pautas, bases, sistemas numéricos, cuantificadores y magnitudes discretas.
LOCALIZAR	Relacionado con dimensiones, coordenadas, ejes, caminos, redes, simetría, topología, distancias, direcciones y lugares geométricos
MEDIR	Relacionado con el orden, el tamaño, las unidades, los sistemas de medida, precisión y la magnitud continua.
DISEÑAR	Relacionado con la forma, la regularidad, las pautas, las construcciones, los dibujos y la representación geométrica.
JUGAR	Relacionado con las reglas de los juegos, los procedimientos, los planes, los modelos de juego, la satisfacción, la competición, la cooperación y el azar.
EXPLICAR	Relacionado con la clasificación, los argumentos, las formas de probar que algo ocurre, la lógica, el relato y la conexión de las ideas.

F2A-Prof. Mª Elena Gavarrete Villaverde

2.a- Completa la siguiente tabla con información relacionada con la Cultura Cabécar.

	CONTAR	LOCALIZAR	MEDIR	DISEÑAR	EXPLICAR	JUGAR
Ejemplos de la CULTURA CABÉCAR en los que se aplican estas actividades						
¿Cómo se hace?, ¿Quienes participan?, ¿Cuándo se hace? ¿Qué material se usa?						

3- Observa con atención el cuadro que explica dos visiones de la educación: la visión estándar (instrucción) y la fundamentada en las etnomatemáticas (enculturación)

Anexo F11

INSTRUCCIÓN (estándar)	*ENCULTURACIÓN (etnomatemáticas)*
Dar instrucciones, normas, definiciones, *transmitir* formas y fórmulas de pensar.	Enraizar en una cultura: realizar mediante el ejemplo el trabajo en cooperación, las interacciones sociales, el discurso (conjunto de significados comunes) compartido.
Agente educativo: el profesor o maestro.	Agente enculturador: puede darse a dos niveles 1- Enculturación informal: son *todos los adultos que comparten los valores y las ideas simbólicas* de la cultura matemática 2- Enculturación formal: los profesores y los profesionales expertos en su gremio como artesanos o médicos.
Forma: desde fuera.	Forma: desde dentro
El maestro sí sabe, el alumno no.	Todos saben distintas cosas y en distintos niveles. Se valora el saber inicial *(lo van a comprobar en el propio curso porque valoramos lo que ya ustedes saben en su cultura Cabécar)*
Recursos no contextualizados. Libros y material escrito.	Recursos contextualizados y análisis de los recursos no contextualizados desde el propio contexto. Libros y tradición icónica* y oral.
Se valora únicamente "El saber sabio"	Orgullo del propio saber profesional o cotidiano.
Expresión del saber: con los símbolos y lenguaje estándar (repetir definiciones)	Expresión del saber: con el propio lenguaje y sistema simbólico.
Se valora la concordancia de la respuesta del alumno con el saber escrito preestablecido.	Se valora el "sentido matemático contextualizado" y su generalización. Por aportación de ejemplos y aplicaciones.
Memorístico	Con significado consensuado en el grupo cultural y sus agentes.

"INSTRUIR MATEMÁTICAMENTE es seguir las directrices del profesor, mientras que ENCULTURAR MATEMÁTICAMENTE es acordar o consensuar entre todos los miembros de una comunidad lo que es matemáticas. Entre esos "todos" tiene que haber agentes enculturadores considerados como sabios en el grupo cultural, como por ejemplo los profesores. Es tener en cuenta la cultura del alumno, interactuando con la cultura estándar." (Oliveras, 2011: comunicación oral)

3.a- ¿En cuál de las dos categorías siguientes ubicarías tu labor docente actual?

Como *enculturador*_____ Como *educador tradicional* _____

(Desde la Enculturación) (Desde la Instrucción)



COMISIÓN INTERINSTITUCIONAL DE EDUCACIÓN INDÍGENA "SIWÄ-PAKÖ"
CURSO DE FORMACIÓN EN MATEMÁTICAS PARA MAESTROS CABÉCARES
Profesora Titular del Curso: Licda. Karen Velásquez Vásquez
Profesora Encargada de Cátedra: Mag. Alejandra Sánchez Ávila
Profesora Invitada: Máster María Elena Gavarrete Villaverde

NOMBRE_____ **SESIÓN** ____

F2B **Fecha:**_____

FICHA DE LECTURA

Lea y analice el siguiente texto

ENCULTURACIÓN MATEMÁTICA:
EDUCACIÓN MATEMÁTICA DESDE UNA PERSPECTIVA CULTURAL ASPECTOS SOCIALES Y CULTURALES DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Educar matemáticamente a las personas es mucho más que enseñarles simplemente algo de matemáticas. Es mucho más difícil de hacer y los problemas y las cuestiones pertinentes constituyen un reto mucho mayor. Requiere una conciencia fundamental de los *valores* que subyacen a las matemáticas y un reconocimiento de la complejidad de enseñar estos valores a los niños. No basta simplemente con enseñarles matemáticas: también debemos educarles *acerca* de las matemáticas, *mediante* las matemáticas y *con* las matemáticas.

Enseñar a los niños a *hacer* matemáticas destaca el conocimiento como 'una manera de hacer'. En cambio, mi opinión es que una **educación matemática (instrucción)** se ocupa, esencialmente, de 'una manera de conocer'. Esto es lo que me impulsa a observar el conocimiento matemático desde una perspectiva cultural." (Bishop: 1999, 20)

Desde esta perspectiva cultural: "enseñar" es "enculturar".

Se puede formalizar la Enculturación como un proceso "creativo e interactivo en el que interaccionan quienes viven en una cultura con quienes nacen dentro de ella, y que da como resultado ideas, normas y valores que son similares de una generación a la siguiente, aunque es inevitable que difieran en algún aspecto debido a la función 'recreadora' de la siguiente generación" (Bishop: 1999, 119)

Desde esta perspectiva cultural de las matemáticas y de la enseñanza como enculturación, el autor plantea a continuación, cómo debe ser el currículo a enseñar.

Es actualmente una necesidad urgente encontrar los caminos del currículo de matemáticas "multicultural". La dificultad se centra en el hecho de que las matemáticas en el currículo escolar no han sido hasta ahora consideradas como un hecho cultural, y por ello, para ir hacia un "multiculturalismo" debemos tratar primero de "culturalizarlas".

Éste es problema en el que yo he estado trabajando durante los últimos años y me gustaría contarles brevemente lo que he encontrado.

Básica y brevemente, las matemáticas pueden entenderse como una cierta *tecnología simbólica*, algo parecido a un lenguaje. (No *como* un lenguaje, sino *parecido* a un lenguaje – similar, pero diferente).

Resulta de seis tipos de actividades relacionadas con el entorno, en las que todos los grupos culturales participan y que por lo tanto son universales. Estas actividades son: contar, localizar, medir, diseñar, jugar, explicar.

Cada una de ellas desarrolla ideas importantes para nuestras matemáticas.

Anexo F11

CONTAR desarrolla: números, nombres para los números, pautas, bases, sistemas numéricos, cuantificadores, magnitud discreta.

LOCALIZAR desarrolla: dimensiones, coordenadas, ejes, caminos, redes, simetría, topología, distancia y dirección, lugares geométricos.

MEDIR desarrolla: orden, tamaño, unidades, sistemas de medida, precisión, magnitud continua.

DISEÑAR desarrolla: forma, regularidad, pautas, construcciones, dibujo, representación, geometría.

JUGAR desarrolla: reglas, procedimientos, planes, modelo, juego, satisfacción, competición, cooperación.

EXPLICAR desarrolla: clasificación, convenciones, argumentos, lógica, prueba, relato, conectivas.

Así pues, desde el punto de vista educativo, podemos empezar a pensar en la educación matemática, como un posicionamiento de los alumnos en una parte de su cultura. En este contexto, el otro problema educativo importante es el mal emparejamiento entre la cultura del alumno y la de la sociedad en general. Afortunadamente, analizando la estructura cultural de las ideas matemáticas, tal como acabamos de hacer, podemos empezar a utilizar este entramado de seis actividades como una estructura cultural útil para el currículo. Esto significa que es muy posible remodelar el currículo escolar de matemáticas en términos de las seis actividades y hacer posible a los profesores de matemáticas de cualquier lugar, relacionar una cultura particular de determinados niños con otra cultura. Esto es lo que hicimos en Reino Unido y las posibilidades fueron enormes.

No tenemos más tiempo para entrar en detalles. Lo único que podemos hacer es tratar de sintetizar y terminar diciendo que nunca debemos olvidar que la educación matemática, como cualquier otra educación, trata de *personas*.

El conocimiento social y cultural que se está desarrollando por las investigaciones en todo el mundo refleja un creciente reconocimiento de este hecho. Desde mi punto de vista, es un desarrollo muy alentador y algo que me alegra defender.

Para mí es el único camino por el que podemos crear para nuestros jóvenes estudiantes una auténtica educación matemática. Confío en que nos ayudará a que las matemáticas sean menos odiadas, se entienda mejor en qué consisten, cómo sirven para comprender nuestro mundo, y por qué son tan importantes para los escolares.

Fuentes consultadas:

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.

Bishop, A. J. (1988). Aspectos sociales y culturales de la educación matemática. *Enseñanza de las ciencias ,6 (2)*, 121-125

1. Subrayar las ideas que te parecen importantes en el texto.

2. Hacer un resumen, con tus palabras, que recoja las ideas principales del texto.

RESUMEN:

3. Extraer una definición de "currículum cultural" y otra de "actividades etnomatemáticas", tomando los párrafos del texto que expresan dichas definiciones:

Currículum cultural	Actividades Etnomatemáticas (citar los nombres en español y cabécar)

4. Extraer 5 palabras claves del texto, es decir, cinco palabras que representen ideas importantes.
Por ejemplo: matemáticas, educación...

1	2	3	4	5

5. ¿Qué crees que tienes que hacer para ser un enculturador matemático para tus alumnos?

6. ¿Cómo crees que puedes ser un agente enculturador de la comunidad en la que vives?

Anexo F11



COMISIÓN INTERINSTITUCIONAL DE EDUCACIÓN INDÍGENA "SIWÄ-PAKÖ"
CURSO DE FORMACIÓN EN MATEMÁTICAS PARA MAESTROS CABÉCARES
Profesora Titular del Curso: Licda. Karen Velásquez Vásquez
Profesora Encargada de Cátedra: Mag. Alejandra Sánchez Ávila
Profesora Invitada: Máster María Elena Gavarrete Villaverde

NOMBRE_____
SESIÓN ____
F2C
Fecha:_____
FICHA DE REFLEXIÓN

1.- Anota a continuación tanto los conceptos que comprendiste y los que no comprendiste de la sesión.

CONCEPTOS QUE COMPRENDO	CONCEPTOS QUE AÚN NO COMPRENDO

2- ¿Cuál de los temas mencionados en la tabla anterior, crees que comprendiste mejor? Escribe una opinión personal sobre este tema.

3- ¿Crees que puedes aplicar a la enseñanza de tus alumnos lo que aprendiste?, ¿Qué aspectos les enseñarías? y ¿Cómo lo harías?, es decir: ¿Qué acciones crees que debes practicar para actuar como un enculturador matemático en tu aula?

COMISIÓN INTERINSTITUCIONAL DE EDUCACIÓN INDÍGENA "SIWÄ-PAKÖ"
CURSO DE FORMACIÓN EN MATEMÁTICAS PARA MAESTROS CABÉCARES
Profesora Titular del Curso: Licda. Karen Velásquez Vásquez
Profesora Encargada de Cátedra: Mag. Alejandra Sánchez Ávila
Profesora Invitada: Máster María Elena Gavarrete Villaverde

NOMBRE_____ **SESIÓN** ____

F2D **Fecha:**_____

FICHA DE EVALUACIÓN DE LA SESIÓN

1- Explica brevemente todo lo que hiciste en la sesión.

2- Responde a las siguientes cuestiones:

2.a- ¿Tenías conocimientos previos del tema tratado hoy en clase?
SI____ NO____

2.b-¿Has entendido con claridad los conceptos trabajados?
SI____ NO____

2.c-¿Podrías relacionar lo que aprendiste hoy con contenido de otra asignatura que impartes en la escuela? SI____ ¿Con cuál?_____ NO____

3- Menciona un ejemplo de la vida cotidiana con el que puedas relacionar lo que aprendiste en la clase de hoy.

4- Indica lo que más valoras y lo que menos valoras de la sesión de hoy

LO QUE MÁS VALORO	LO QUE MENOS VALORO

5-¿Como aplicarías lo que has aprendido hoy en las clases que impartes en la escuela?

Anexo F11

Referencias Bibliográficas

Belo, J.C. (2010). *A formação de professores de matemática no Timor-Leste à luz da Etnomatemática.* Tesis de maestría no publicada, Universidad Federal de Goiás, Brasil.

Borge, C. (2006, Febrero). *Plan de Acción del PSA Indígena* (Informe No. IPP166). San José: FONAFIFO.

Breda, A. (2011). *A utilização da Etnomatemática nos cursos de formação continuada de professores: um ensaio analítico sobre a produção de subjetividades.* Tesis de maestría no publicada, Pontificia Universidad Católica de Rio Grande do Sul, Brasil.

Carballo, J. (2004). *Contexto social de las comunidades indígenas costarricenses.* Recuperado el 28 de noviembre de 2010, de http://www.una.ac.cr/bibliotecologia/grupos_etnicos/documentospdf/bibliotecaestsocicul.pdf

Carvajal, E. (2008, 14 de Setiembre). El Chirripó donde viven los Cabécares. *Periódico Al Día.* Recuperado el 24 de Marzo de 2011 de http://www.aldia.cr/ad_ee/2008/septiembre/14/nacionales1694610.html

Constenla, A. (1991). *Las lenguas del Área Intermedia: introducción a su estudio areal.* San José, Costa Rica: Editorial de la Universidad de Costa Rica.

D'Ambrosio, U. (1985). Etnomathematics and its place in the history an pedagogy of mathematics. *For the learning of Mathematics 5*(1), 44-48.

D'Ambrosio, U. (1990). *Etnomatemática.* São Paulo, Brasil: Ática.

D'Ambrosio, U. (1997). Ethnomathematics and its address in the history and pedagogy of mathematics. En A. Powell y M. Frankenstein, M. (Eds.), *Ethnomathematics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education* (13-24). Albany, EE.UU: State University of New York

D'Ambrosio, U. (2005a). O Programa Etnomatemática como uma proposta de reconhecimento de outras formas culturais. *Yupana 2*(5), 63-71.

D'Ambrosio, U. (2005b). Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. *Educação e Pesquisa 31* (1), 99-120.

D'Ambrosio, U. (2007). La matemática como ciencia de la sociedad. En J.Giménez, J.Diez-Palomar y M. Civil (Eds.), *Educación Matemática y Exclusión* (pp.83-102). Barcelona, España: Graó.

D'Ambrosio, U. (2008). Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad. México D.F. México: Limusa.

Domingues, K.C.M. (2006). *Interpretações do papel, valor e significado da formação do professor indígena do Estado de São Paulo.* Tesis de maestría no publicada, Universidad de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Domite, M.C.S. (2004). Da compreensão sobre a formação de professores e professoras numa perspectiva etnomatemática. En G. Knijnik, F. Wanderer y C. Oliveira (Eds.), *Etnomatemática, Currículo e formação de professores* (pp. 419-431). Santa Cruz do Sul, Brasil: EDUNISC

Domite, M.C. (2009). Perspectivas e desafios da formação do profesor indígena: O formador externo à cultura no centro das atenções. En M.C.Fantinato (Ed.), *Etnomatemática: novos desafíos teóricos y pedagógicos* (pp.181-192). Rio de Janeiro, Brasil: Editora da Universidade Federal Fluminense.

Ferrero, L. (2000). *Costa Rica precolombina: arqueología, etnología, tecnología, arte.* San José, Costa Rica: Editorial Costa Rica.

Gavarrete, M.E. (2009). *Matemáticas, Culturas y Formación de Profesores en Costa Rica.* Tesis de maestría no publicada, Universidad de Granada, Granada, España.

Anexo F11

Gavarrete, M.E. y Oliveras, M.L. (2010). Etnomatemáticas y Formación de Profesores: una propuesta para Costa Rica, a la luz del Segundo Informe del Estado de la Educación. En Y. Morales (Ed.), *Segundo Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática* (pp.111-119). Heredia, Costa Rica: Universidad Nacional.

Gavarrete, M.E., de Bengoechea, N. y Oliveras, M.L. (2010). Estructura de la numeración en la cultura Bribri. En Y. Morales (Ed.), *Segundo Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática* (pp.127-134). Heredia, Costa Rica: Universidad Nacional.

Gavarrete, M.E. y Vásquez, A.P. (2005). *Etnomatemáticas en el Territorio Talamanca Bribri*. Tesis de Licenciatura no Publicada, Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica.

Gerdes, P. (1985). Conditions and strategies for emancipatory mathematics education in undeveloped countries. *For the Learning of Mathematics 5* (1), 15-20.

Gerdes, P. (1988). On culture, geometrical thinking and mathematics education. *Educational Studies in Mathematics 19* (2), 137-162. DOI: 10.1007/BF00751229.

Gólcher, R. (2004, 15 de Agosto). Educación indígena finaliza en primaria. *Periódico La Nación*, pp. 4-A.

Guevara, M. y Vargas, J. (2000). Perfil de los pueblos indígenas en Costa Rica. Recuperado el 10 de marzo del 2011 de http://www.territorioscentroamericanos.org/redesar/Sociedades%20Rurales/Pueblos%20ind%C3%ADgenas%20de%20Costa%20Rica.pdf.

Junior, G.C. (2002). *Matemática Caiçara-Etnomatemática contribuindo na formação docente*. Tesis de maestría no publicada, Universidad Estatal de Campiñas, Campiñas, Brasil.

Kcuno, R. (2009, 2 de Setiembre). Universidades públicas promueven carrera en Ciencias de la Educación con Énfasis en Lengua y Cultura Cabécar. *Acontecer: Diario Digital de la Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica*. Recuperado de http://web.uned.ac.cr/acontecer/index.php/a-diario/educacion/278-universidades-publicas-promueven-carrera-en-ciencias-de-la-educacion-con-enfasis-en-lengua-y-cultura.html

Klenowski, V. (2004). *Desarrollo del portafolio para el aprendizaje y la evaluación*. Madrid, España: Narcea.

López, L. (2001). La cuestión de la interculturalidad y la educación latinoamericana. En UNESCO-OREALC (Eds.), *Análisis de prospectivas de la educación en América Latina y el Caribe*. UNESCO: Santiago de Chile.

Lyons, N. (1999). *El uso del Portafolios. Propuestas para un profesionalismo docente*. Buenos Aires, Argentina: Amorrortu Ediciones.

Mora, R. (2009, 28 de Febrero). Indígenas estudiarán cultura Cabécar en carrera universitaria. *El Azucarero: Periódico Digital de Turrialba*. Recuperado el 02 de febrero de 2011 de http://www.elazucarero.com/index.php?news=846

Oliveras, M.L. (1995). Artesanía Andaluza y Matemáticas. Un trabajo transversal con futuros profesores. *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas 6* (2), pp. 73-84.

Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada, España: Comares.

Oliveras, M.L. (1998). Ethnomathematics and Ethnodidactics. En M.L. Oliveras y J. Fuentes (Eds.), *Proceedings of 1th International Conference on Ethnomathematics* (Vol.1, pp. 91-99). Granada, España: Universidad de Granada. [CD-ROM].

Oliveras, M.L. (2000a). Etnomatemáticas. En J. Fuentes y M. L. Oliveras (Eds.), *Matemáticas en la Sociedad* (pp. 39-50). Granada, España: Repro-digital.

Oliveras, M.L. (2000b). Cultura, Lenguaje y Matemáticas. Vivencias y creencias matemáticas. En J. Fuentes y M. L. Oliveras (Eds.), *Matemáticas en la Sociedad* (pp. 29-37). Granada, España: Repro-digital.

Anexo F11

Oliveras, M.L. (2000c). Vivencies y creencies matemátiques. Etnomatemátiques. *Perspectiva Escolar,* Volumen 278. (pp. 23-29)., Barcelona, España: Publicació de Rosa Sensat.

Oliveras, M.L. (2001a). Etnomatemáticas. En *Jornadas sobre Investigación en el aula de Matemáticas. Atención a la diversidad* (pp. 51-61). Granada, España: Universidad de Granada. Departamento de Didáctica de la Matemática y Sociedad Andaluza de Profesores de Matemáticas "Thales".

Oliveras, M.L. (2001b). Una forma de llegar a ser Doctor en Didáctica de la Matemática. En L. Rico y P. Gómez (Eds.),. *Iniciación a la Investigación en Didáctica de la Matemática, Homenaje al profesor Mauricio Castro* (pp. 56-66). Granada, España: Universidad de Granada.

Oliveras, M.L. y otros (2002). Theacher training for Intercultural Education based on Ethnomathematics. En: Scanducci, P. P. y Sebastián, E. (Eds.), *Proceedings of II International Conference on Ethnomathematics* (Mesa V) Ouro Preto, Brasil: Universidad de Ouropreto. [CD-ROM].

Oliveras, M.L. (2005). Microproyectos para la educación intercultural en Europa. *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas 38*, 70-81.

Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas de la multiculturalidad al mestizaje. En J. Goñi (Ed.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp.117-149). Barcelona, España: Grao.

Oliveras, M.L. (Ed.) (2010a). *Lecturas de Etnomatemáticas II.* Granada, España: Universidad de Granada. [CD-ROM].

Oliveras, M.L. (2010b). Etnomatemáticas, matematicas activas. *II Congreso Internacional Computacion y Matematica CICMA*. En Y. Morales (Ed.) (Conferencia inaugural). Heredia, Costa Rica: Universidad Nacional.

Parra, A. (2003). *Acercamiento a la Etnomatemática*. Tesis de Licenciatura no publicada, Universidad Nacional, Bogotá, Colombia. Recuperado el 10 de noviembre de 2010 de: http://etnomatematica.org/trabgrado/acercamientoalaetnomatematica.pdf

Rosa, M. & Orey, D. (2007). Ethnomathematics: Cultural assertions and challenges towards pedagogical action. *The journal of Mathematics and Culture 1* (1), 57-78.

Shores, E. F. y Grace, C. (1998). *El Portafolio, paso a paso. Infantil y primaria*. Barcelona, España: Graó

Solano, E. (2004). La población indígena en Costa Rica según el Censo 2000. En L. Rosero-Bixby (Ed.), *Costa Rica a la luz del Censo 2000* (pp.341-373). San José: Imprenta Nacional.

UNICEF (2007). *Conocimientos y percepciones de la población sobre los pueblos indígenas en Costa Rica*. En R.Osorio, y R. Astorga (Eds.). Heredia, Costa Rica: Editorama. Recuperado el 18 de marzo de 2009 de http://www.unicef.org/lac/Documento_PR_Costa_RIca(1).pdf

Watson, H. (19 de agosto de 2010). Entrevistada por M.E. Gavarrete [Audio grabación en cinta]. Sede del Atlántico de la Universidad de Costa Rica. Turrialba, Costa Rica.

Autores:

María Luisa Oliveras. Universidad de Granada. oliveras@ugr.es

María Elena Gavarrete. Universidad de Granada. marielgavarrete@gmail.com

ANEXO F12. (VINCULADO AL CAPÍTULO 8)

DIMENSIONES DEL PROGRAMA DE ETNOMATEMÁTICAS VINCULADAS CON LOS FOCOS DE ANÁLISIS EN EL ESTUDIO DE CASOS (EF)DIMENSIONES POLÍTICA E HISTÓRICA MANIFESTADAS A TRAVÉS DE LA IDIOSINCRASIA CULTURAL CABÉCAR

La idiosincrasia cultural tiene que ver con el significado simbólico del conocimiento indígena que, como advierte Grenier (1999), es fuente de status y se guarda con celo, pues otorga 'poder' a quienes lo tienen.

Entonces, desde la *dimensión histórica* (D'Ambrosio, 2008), se pone en evidencia el rol de poder y segregación que históricamente ha tenido la matemática y cómo la visión eurocentrista ha prevalecido, excluido y maginado otras formas de pensamiento. En particular en Costa Rica, como se puso de manifiesto en el Capítulo 1, existe un sesgo que ha producido una visión monocultural de la realidad, que ha incidido en el rezago educativo de las comunidades indígenas.

Por lo tanto, promover la idiosincrasia cultural implica vincular la *dimensión política* (D'Ambrosio, 2008), en la cual se propone a la educación como una estrategia de transición entre la subordinación y la autonomía.

En este caso, el proceso emancipador se propone a través de una propuesta intercultural, en la cual, a partir del respeto y la alteridad se pueda restaurar la dignidad lastimada de los indígenas cabécares, a partir del respeto y el refuerzo de sus raíces autenticas.

Para esto, se requiere integrar las ideas planteadas por Grenier (1999) sobre el conocimiento indígena: recordando que no está distribuido de manera uniforme; que es parte intrínseca de la cultura y comprende tanto el conocimiento explícito como el implícito y que hace énfasis en métodos holistas para comprender, interpretar y representar la realidad, otorgándole la legitimidad que, por prejuicios etnocentristas le ha sido negada.

Las categorías de carácter deductivo que han sido prefijadas para el foco de análisis relacionado con la idiosincrasia cultural cabécar tratan de responder a la pregunta: ¿Cómo manifiestan los maestros en formación el sentido de pertenencia y empoderamiento cultural a través de sus producciones escritas?; para tratar de dar respuesta a esta pregunta y considerando todas las bases teóricas y empíricas desarrolladas hasta este punto de la investigación, se decide observar en las producciones escritas consignadas en los portafolios de los maestros en formación los documentos que reporten manifestaciones del conocimiento de las historias míticas, de la cosmovisión cabécar, comentarios respecto a la vigencia del uso de la lengua materna y las implicaciones sociopolíticas de su condición de indígenas.

A continuación enunciamos los códigos y significados de las categorías deductivas para el foco idiosincrasia cultural cabécar (DA-EF_FA1):

- DA-EF_FA1_CCC: Conocimiento cultural cabécar.
- DA-EF_FA1_CUL: Identificación de la cultura con el uso de la lengua materna.
- DA-EF_FA1_DPC: Defensa del patrimonio cultural (tangible e intangible).

Todas estas categorías están en el mismo nivel de importancia, sin embargo, concentraremos la atención prioritariamente en los resultados relacionados al conocimiento cultural cabécar.

DIMENSIONES COGNITIVA Y EDUCATIVA MANIFESTADAS A TRAVÉS DE LAS VALORACIONES PEDAGÓGICAS DEL PROCESO FORMATIVO

A nivel global, los cambios en las prácticas de enseñanza a partir de la experiencia docente constituye uno de los desafíos que debe enfrentar la educación matemática básica en el mundo contemporáneo (UNESCO, 2012). A nivel nacional, en el Tercer Informe del estado de la Educación (PEN, 2011) se insiste en la pertinencia de incorporar la educación al debate nacional para responder de manera adecuada a las exigencias que enfrenta el país, como consecuencia de los desafíos globales.

Es por esto que desde el nivel local, en el modelo MOCEMEI se pretende motivar las reflexiones docentes sobre los procesos metacognitivos asociados a la formación como investigadores (Oliveras, 1996) y la promoción pedagógica de competencias que permitan el diseño de actividades curriculares contextualizadas desde la visión de las etnomatemáticas cabécares, que inciden en su formación como enculturadores de las matemáticas indígenas.

Desde la *dimensión cognitiva* y la *dimensión educativa*, consideramos que las interacciones durante la implementación del MOCEMEI promueven 'grupos de conocimientos compartidos' para la formación como etnoeducadores que promuevan en sus alumnos indígenas una visión crítica del presente, facilitando los instrumentos intelectuales, explícitos, analíticos y materiales para la sobrevivencia en una sociedad multicultural y la trascendencia en la era de la tecnología (D'Ambrosio, 2008).

Las categorías de carácter deductivo que han sido prefijadas para el foco de análisis relacionado con las valoraciones pedagógicas del proceso formativo, persiguen evidenciar las reflexiones manifestadas en los discursos de los maestros indígenas consignados en el portafolio. Se procura evaluar la habilidad de expresión escrita de los maestros en formación y rescatar las aportaciones durante su proceso de enculturación formal. En español, considerando que los maestros indígenas en formación son bilingües, se pretende valorar la amplitud de vocabulario que emplea, por ejemplo.

Los códigos y significados de las categorías deductivas para el foco de análisis relacionado con las valoraciones pedagógicas del proceso formativo (DA-EF_FA2) se enuncian a continuación:

- DA-EF_FA2_HEE: Habilidades de expresión escrita en español.
- DA-EF_FA2_DEE: Debilidades de expresión escrita en español.

- DA-EF_FA2_OHE: Otras habilidades de expresión (iconos, simbolismos).
- DA-EF_FA2_AMC: Aportaciones acerca de la metodología del curso CEMEI.
- DA-EF_FA2_APFI: Aportaciones sobre su proceso de formación como investigador del propio proceso de enculturación.
- DA-EF_FA2_DACE: Diseño de actividades contextualizadas para la enseñanza de las matemáticas en la cultura cabécar.

La categoría a la cual prestamos mayor atención corresponde al diseño de actividades contextualizadas para la enseñanza de las matemáticas en la cultura cabécar, pues, a pesar de que todas las demás categorías están vinculadas con las valoraciones pedagógicas del proceso formativo, esta categoría pone en evidencia resultados explícitos del progreso inducido por la implementación del MOCEMEI.

DIMENSIONES EDUCATIVA Y POLÍTICA MANIFESTADAS A TRAVÉS DE LOS PRINCIPIOS ASOCIADOS A LA ENCULTURACIÓN

La enculturación puede verse como un proceso formal o como un proceso informal. En esta fase del análisis, consideramos la percepción sobre la figura del maestro, como instructor o como agente difusor de la cultura y, se considera la participación de informantes especiales como agentes de etnoenculturación en la vida cotidiana.

Desde la *dimensión educativa* (D'Ambrosio, 2008) se considera la elaboración de microproyectos curriculares basados en etnomatemáticas cabécares como una práctica pedagógica que promueve procesos de enculturación y que a la vez promueve la difusión del conocimiento matemático cultural y la reivindicación del conocimiento cultural cabécar, por lo cual se relaciona también con la *dimensión política* (D'Ambrosio, 2008), ya que los maestros indígenas integran a su formación competencias pedagógicas interculturales y de investigación, promoviendo así el empoderamiento profesional y cultural de los docentes.

Las categorías de carácter deductivo que han sido prefijadas para el foco de análisis relacionado con la enculturación tratan de responder a la pregunta: ¿Cómo caracterizan los maestros en formación el proceso enculturador y la figura del enculturador?; para tratar de dar respuesta a esta pregunta, consideramos los dos entornos donde técnicamente se desenvuelven los sujetos de la implementación: el entorno escolar y el entorno cultural. En ambos casos podemos atender las voces que se involucren en los discursos de los docentes: las de ellos mismos o las de los informantes especiales.

A continuación enunciamos los códigos y significados de las categorías deductivas para el foco de principios asociados a la enculturación (DA-EF_FA3):

- DA-EF_FA3_EDC: El maestro como agente difusor de cultura.
- DA-EF_FA3_ETE: El informante especializado como etnoenculturador.
- DA-EF_FA3_EMP: El maestro como enculturador a través de microproyectos.

De las categorías anteriores, concedemos importancia particular a la categoría vinculada con la figura del maestro como enculturador a través de microproyectos.

DIMENSIONES CONCEPTUAL Y COGNITIVA MANIFESTADAS A TRAVÉS DE LA CONCEPCIÓN EPISTEMOLÓGICA DE LAS MATEMÁTICAS

Al indagar la concepción epistemológica de cada maestro indígena en formación respecto a las Matemáticas, partimos del supuesto de recibir dos respuestas disjuntas: desde la perspectiva absolutista de las matemáticas etnocéntricas, o desde la perspectiva relativista de las etnomatemáticas. Por lo tanto consideramos que este foco integra tanto la dimensión conceptual como cognitiva del Programa de Etnomatemáticas (D'Ambrosio, 2008).

El principio de la *dimensión conceptual* afirma que la matemática se concibe como una forma de manifestar el conocimiento para resolver problemas existenciales relacionados con la sobrevivencia y la trascendencia; dichos procesos generan comportamientos y conocimientos a nivel individual que se fundamentan en 'dominios conceptuales' (Oliveras, 1996), que permiten al sujeto dar el sentido e integrar sus modelos mentales para aprender a utilizarlos en el entorno; a su vez estos modelos se reinventan en la colectividad, hasta constituirse en 'dominios de experiencia subjetiva' (Oliveras, 1995); que al ser compartidos a partir de interacciones en la cultura de grupo, constituyen 'grupos de conocimientos compartidos' (D'Ambrosio, 2008).

La interacción entonces es fundamental, también desde la *dimensión cognitiva*, pues aunque el conocimiento se genera individualmente (a partir de dominios conceptuales y de experiencia subjetiva), la alteridad que promueve la interacción enriquece esos dominios, a partir de la información percibida por el otro, y se consolidan los grupos de conocimientos compartidos.

Las categorías de carácter deductivo que han sido prefijadas para el foco de análisis relacionado con la concepción epistemológica de las matemáticas, tratan de responder a la pregunta: ¿Dónde sitúan a las matemáticas los maestros en formación?, y tenemos dos presupuestos de respuesta, desde la postura absolutista y etnocéntrica, como resultado de la globalización, o desde la postura relativista y etnomatemática, como resultado del empoderamiento de la autonomía cultural.

Los códigos y significados asociados a las categorías deductivas para el foco de la concepción epistemológica de las matemáticas (DA-EF_FA4) son:

- DA-EF_FA4_MEE: Matemáticas en el entorno escolar (etnomatemáticas occidentales en los libros de texto escolares).
- DA-EF_FA4_MVC: Matemáticas en la vida cotidiana (etnomatemáticas cabécares identificadas en signos culturales).

En coherencia con la postura relativista que hemos manifestado a lo largo de la investigación, damos prioridad en atención a los resultados de la categoría vinculada con las matemáticas en la vida cotidiana.

DIMENSIONES EPISTEMOLÓGICA E HISTÓRICA MANIFESTADAS A TRAVÉS DE LA CARACTERIZACIÓN DE LAS ETNOMATEMÁTICAS CABÉCARES

Coincidimos con D'Ambrosio (2005a) cuando establece que en el caso de las comunidades indígenas, es necesario identificar y clasificar los conocimientos matemáticos, para generar materiales contextualizados para los entornos escolares de dichas comunidades. Este proceso requiere indagaciones de naturaleza antropológica y etnológica, como se expuso en el Capítulo 4, donde mostramos diversos hallazgos etnográficos que relacionamos como aportes a la *dimensión histórica* del Programa de Etnomatemáticas (D'Ambrosio, 2008).

Los hallazgos expuestos en el Capítulo 4 plantean otras formas de interpretación del mundo y de sus componentes, con estructuras de significado y sistemas de representación asociados al conocimiento del mito y a la cosmovisión.

Sin embargo, en este foco de análisis se considera también importante rescatar las ideas que manifiestan los maestros en formación relacionadas con las etnomatemáticas de la cultura cabécar, que tiene una vinculación directa con la *dimensión epistemológica* del Programa de Etnomatemáticas, pues permite comprender la visión holista de la realidad cabécar a partir de la integración del conocimiento matemático cultural, que es transdisciplinar, versátil, dinámico, holístico, contribuye a definir el comportamiento humano y es una herramienta para la sobrevivencia y la trascendencia del grupo étnico.

Las categorías de carácter deductivo que han sido prefijadas para el foco de análisis relacionado con la caracterización de las etnomatemáticas cabécares tratan de dar respuesta a dos preguntas: ¿existen las etnomatemáticas cabécares para los maestros en formación?, y ¿cómo caracterizan los maestros indígenas en formación a las etnomatemáticas cabécares? Como herramienta teórica, en el caso de afirmar la existencia, recurrimos a unir las prácticas matemáticas (D'Ambrosio, 2007, 2008) y las actividades matemáticas universales (Bishop, 1988a, 1999), cuyas características más relevantes para esta investigación hemos expuesto en el Capítulo 2 y de esta manera, identificamos en las producciones escritas la presencia de etnomatemáticas cabécares en los discursos manifestados por los docentes.

Los códigos y significados de las categorías deductivas para el foco caracterización de las etnomatemáticas cabécares idiosincrasia cultural cabécar (DA-EF_FA5) los enunciamos a continuación:

- DA-EF_FA5_ECSE: Existen las etnomatemáticas cabécares.
- DA-EF_FA5_ECNC: No caracteriza las etnomatemáticas cabécares.
- DA-EF_FA5_ECSC: Caracteriza las etnomatemáticas cabécares. Esta categoría, a su vez tiene once *subcategorías deductivas*, que son las herramientas de caracterización y cuyos códigos mencionamos a continuación:
    - DA-EF_FA5_ECSC _01: Comparar.
    - DA-EF_FA5_ECSC_02: Clasificar.
    - DA-EF_FA5_ECSC_03: Cuantificar y contar.
    - DA-EF_FA5_ECSC_04: Medir.
    - DA-EF_FA5_ECSC_05: Organizar y localizar.

- DA-EF_FA5_ECSC_06: Diseñar.
- DA-EF_FA5_ECSC_07: Jugar.
- DA-EF_FA5_ECSC_08: Deducir.
- DA-EF_FA5_ECSC_09: Concluir.
- DA-EF_FA5_ECSC_10: Explicar.
- DA-EF_FA5_ECSC_11: Otras actividades matemáticas cabécares.

En el análisis prestaremos atención a los recuentos de las subcategorías descritas anteriormente para cada uno de los casos, puesto que nos interesa reconocer cuáles son las actividades o prácticas matemáticas que tienen mayor frecuencia de aparición en cada uno de los componentes de la muestra, como otro modo de constatar los hallazgos de los estudios previos a la implementación. También trataremos de reconocer la presencia de estas subcategorías, presentando ejemplos de fragmentos de las producciones de los maestros indígenas, para constatar las actividades o signos culturales en los cuales se identifica presencia de estos elementos de caracterización.

ANEXO F13. (VINCULADO AL CAPÍTULO 9)

EPÍLOGO DE PROPÓSITOS Y PREGUNTAS GENERADORAS DE LA INVESTIGACIÓN

Como se expuso en el Capítulo 1, el problema de esta investigación se sintetiza en una pregunta que subyace por la necesidad de resolver la atención de la diversidad cultural en matemáticas durante la formación de profesores que trabajan en entornos indígenas en Costa Rica. A continuación declaramos nuestra pregunta de investigación.

> *¿Cómo utilizar las etnomatemáticas como fundamento teórico en la formación de profesores para combatir la exclusión de la diversidad cultural indígena en la educación matemática de Costa Rica?*

A partir de dicha inquietud se decanta el interés de la investigación en un doble objeto de estudio: las etnomatemáticas en algunas culturas indígenas costarricenses y la formación en etnomatemáticas de profesores dentro de un modelo intercultural.

En consecuencia, nos planteamos dos propósitos generales:

> *O1: Caracterizar el conocimiento matemático cultural de algunos grupos étnicos de Costa Rica.*
>
> *O2: Proponer un modelo para la formación de profesores que trabajan en entornos indígenas, en la que intervenga el conocimiento de las Etnomatemáticas.*

Ambos propósitos se abordaron a través de un diseño metodológico compuesto, que está integrado por cinco estudios, cuatro de ellos son estudios base que permiten consolidar los fundamentos empíricos para realizar el quinto estudio, que corresponde al estudio fundante de la investigación y que consolida el abordaje de dichos propósitos. Todos los estudios que componen la investigación siguen la trayectoria de una espiral etnográfica, que fue adaptada por la investigadora a partir de las ideas de Sandín (2003) para enfrentar el diseño emergente que conlleva el trabajo etnográfico.

El primer propósito general, se aborda a través de cuatro propósitos específicos que han sido solventados en los capítulos 4, 5, 6 y 7.

En el Capítulo 4 presentamos un estudio etnológico de las matemáticas indígenas en los pueblos Ngäbe, Bribri y Cabécar de Costa Rica (EB1), con lo cual exponemos los fundamentos de carácter socio-antropológico y lingüístico que tienen vinculación con esta investigación.

En el Capítulo 5 se expone el segundo estudio base (EB2) que corresponde a una consulta a profesionales de educación y cultura respecto a las etnomatemáticas. Mientras que el Capítulo 6 exhibe el tercer estudio base (EB3) que concierne a una consulta a maestros indígenas Ngäbes, Bribris y Cabécares sobre matemáticas, educación y cultura.

Luego en el Capítulo 7 se describen las condiciones particulares sobre problemáticas y expectativas para la formación específica de un grupo de maestros indígenas de la etnia cabécar (EB4).

Para el segundo propósito general, se diseñaron también cuatro propósitos específicos que han sido abordados en los capítulos 7, 8 y en el presente Capítulo 9.

En el Capítulo 7 se explica el diseño del Modelo del Curso de Etnomatemáticas para formar Maestros de Entornos Indígenas (MOCEMEI), en la cual se consolidan los resultados de los cuatro estudios base, para realizar una propuesta didáctica intercultural que incluya las etnomatemáticas en la formación de profesores indígenas. Para la elaboración de dicha propuesta, resaltamos como fundamentos teóricos relevantes de referencia las ideas de Bishop (1988a, 1988b, 1995, 1998, 1999, 2000), D'Ambrosio (1985, 1993, 2005a, 2005b, 2007, 2008) y Oliveras (1996, 2000b, 2000c, 2005, 2006), además de otros autores que nos orientan teóricamente sobre los diferentes aspectos a considerar para el abordaje de una experiencia de investigación multicultural y transdisciplinar con participantes indígenas (Grenier, 1999; Domite, 2004a, 2004b, 2009, 2010, Gerdes, 1985, 1988, Rosa y Orey, 2005, 2007; entre otros).

En el Capítulo 8 exhibimos los resultados del estudio fundante (EF) que corresponde a la etnografía de aula con maestros cabécares, en la cual se implementa el modelo formativo propuesto (MOCEMEI) y se presentan los resultados del análisis descriptivo-interpretativo de dicha implementación para conseguir evaluar el modelo propuesto.

Las conclusiones y reflexiones que expondremos en el presente Capítulo 9, nos darán la oportunidad de proponer nuevas vías de acción formativa que incorpore los resultados de esta investigación en la formación de profesores indígenas de Costa Rica.

Esta investigación sigue el paradigma del relativismo científico, desarrollando un posicionamiento peculiar desde las ideas de Kuhn (1962) y corresponde a un estudio de naturaleza empírica bajo el enfoque etnográfico, que se orienta teóricamente desde la teoría sociocultural.

El diseño es del tipo no experimental (Hernández Sampieri, 2006) y está dentro del panorama cualitativo y la tendencia hermenéutica e interpretativa, que puede llamarse también emergente (Sandín, 2003), alternativo (Rockwell, 2008), naturalista (Cohen, Manion y Morrison, 2011) o interpretativo (Goetz y LeCompte, 1988; Wolcott, 2003).

El diseño estructural está conformado por cinco estudios y aspira a contribuir en la cristalización metodológica y a superar la división ficticia entre la investigación y la representación, es decir, entre el acto de reunión de datos y el informe escrito.

Cabe destacar que cada uno de los estudios que se consignan en esta memoria, describen situaciones en su contexto natural, relacionadas con la visión sociocultural de las matemáticas y su pertinencia en el proceso de enseñanza y aprendizaje, en particular desde la formación de profesores indígenas, con lo cual declaramos que no existen condiciones artificiales en el proceso de investigación.

En el Capítulo 1 declaramos una conjetura investigativa, entendiéndola como un juicio valorativo realizado a partir de los indicios con que cuenta la doctoranda, y como

resultado de un proceso histórico de resolución de conjeturas previas que conforman una secuencia enlazada, y que a su vez están vinculadas con un interés personal por mejorar la calidad de la Educación Matemática a través de la formación de profesores y dignificar el valor sociocultural de las matemáticas aportado por las comunidades indígenas de Costa Rica. La conjetura de investigación se enuncia seguidamente.

> *Es necesaria una propuesta de formación de profesores para entornos indígenas que incluya las etnomatemáticas.*

Con esta investigación confirmamos nuestra conjetura inicial y resolvemos las preguntas generadoras que se suscitaron a partir del objeto de estudio y que fueron declaradas en el Capítulo 1.

La experiencia de formación que este proceso de tesis doctoral ha significado en la investigadora genera reflexiones sobre diversos aspectos que confluyen como respuesta a las preguntas iniciales del proceso investigativo. A continuación exponemos algunas de las reflexiones que forman parte de las respuestas a dichas preguntas generadoras.

> *PG1: ¿Cómo describir los conocimientos específicos requeridos para abordar el componente cultural de las matemáticas en los entornos indígenas?*

La información recopilada a través de los distintos estudios base que integran esta investigación permite integrar los hallazgos provenientes de las encuestas aplicadas y que fueron constatados y profundizados durante los periodos de trabajo de campo, a través de entrevistas etnográficas con informantes especializados.

Este perfil de informante especializado es bastante amplio, pues depende del estadio investigativo, de modo que la información podía provenir de entrevistas informales con maestros indígenas y miembros de las comunidades indígenas que son líderes políticos (representantes de la Asociaciones de Desarrollo Integral Ngäbe, Bribri o Cabécar), sondeos con artesanos y agricultores de estas comunidades, o bien entrevistas etnográficas y a profundidad con líderes espirituales y personas que tienen un cargo tradicional ritual en la comunidad, como cantores funerarios, señores Mayores o señores Sukias.

A partir de este proceso de recolección de información se utilizaron las herramientas teóricas que constituyen los fundamentos de esta tesis para la reflexión investigativa que orientó el proceso de interpretación.

> *PG2: ¿Qué requieren aprender los profesores en su formación para desarrollar la enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva intercultural?*

La formación de profesores a partir de un modelo intercultural exige desarrollar una serie de acciones que permitan evidenciar la funcionalidad coyuntural de las matemáticas que están implícitas en la vida cotidiana.

Para alcanzar esta aspiración es fundamental promover la competencia de investigación sobre el proceso de enculturación docente, que a su vez contribuye en la adquisición de herramientas para fortalecer la creatividad profesional e influir en la promoción de actividades contextualizadas desde el conocimiento del entorno indígena,

cuyo carácter holista de interpretación de la realidad, integra el conjunto de conocimientos compartidos de carácter axiomático, donde el mito es un ente ineludible y donde los comportamientos que suscita este conocimiento y las acciones promovidas en este ciclo, demarcan la funcionalidad e importancia del conocimiento matemático cultural.

> *PG3: ¿Cómo incluir el componente cultural de las matemáticas en un programa formativo profesional?*

Con esta investigación confirmamos que el modelo MOCEMEI ofrece una trayectoria de un modelo de trabajo, es decir que constituye un esquema creado para explicar o estudiar el conocimiento matemático cultural en la formación de maestros que trabajan en entornos indígenas costarricenses y plantea una forma de camino, pero no pretendemos que sea un modelo paradigmático, pues eso sería demasiado pretensioso y somos conscientes de que la visión de la comunidad científica en el marco planetario es más amplia.

Sin embargo, consideramos que la riqueza del modelo MOCEMEI es que está fundamentado en unas bases empíricas muy extensas, a través de la integración de cuatro estudios base, y además, tiene un fundamento teórico que también es consistente, con el cual se diseñan las herramientas de investigación que permiten acceder a determinar la caracterización del conocimiento matemático cultural indígena, que es expresada a través de diferentes grupos de personas.

A pesar de trabajar en el proceso indagatorio con tres grupos étnicos costarricenses, este modelo se implementa con un grupo de maestros de la etnia cabécar, razón por la cual se describe, en el Capítulo 1, la estructura organizativa coyuntural del Programa Interinstitucional Siwá-Pákö, así como también se desarrolla el cuarto estudio base (EB4), consignado en el Capítulo 7, que describe las condiciones de situación que afrontan los maestros cabécares sujetos participantes de la investigación.

> *PG4: ¿Cómo lograr un diseño contextualizado intercultural para la enseñanza de las matemáticas?*

Para responder a esta pregunta, hemos reflexionado sobre el modelo etnocentrista que ha imperado en la historia universal, es decir, al modelo de pensamiento e interpretación de la realidad que nos plantean las etnomatemáticas occidentales.

En esta tesis hemos tratado de coleccionar hallazgos y sustentarlos teórica y empíricamente, para mostrar que existen otras formas de conocimiento que se pueden catalogar con la etiqueta o nombre de 'matemáticas', porque guardan una serie de características dentro de su estructura axiomática y lógica que permiten dicha identificación.

A partir de estos hallazgos y de un proceso formativo que integra la teoría, la investigación y la reflexión en los profesores (en formación, inicial o permanente) se procura promover tres tipos de competencias: de investigación, de planificación y de interculturalidad. De esta forma, un diseño contextualizado intercultural para la enseñanza de las matemáticas debe ser un diseño integrado, a partir de una visión

didáctica multicultural y transdisciplinar, promovida a partir de la implementación en la acción docente de dichas competencias.

La competencia de investigación sobre el propio proceso de enculturación del docente genera a su vez herramientas teóricas, empíricas y procesos de reflexión que promueven la competencia de planificación, evidenciada en la creatividad docente como base para el desarrollo de actividades contextualizadas, para las cuales puede recurrir a la competencia intercultural.