

**“ETNOMATEMÁTICA, GEOMETRÍA Y CULTURA”**

**DOCUMENTACIÓN DE ALGUNAS ACTIVIDADES MATEMÁTICAS  
UNIVERSALES EN EL PROCESO DE CREACIÓN DE CESTERÍA DE UN  
GRUPO DE ARTESANOS EN EL MUNICIPIO DE GUACAMAYAS, BOYACÁ,  
COLOMBIA, UN ESTUDIO DE CASO.**

**CHRISTIAN CAMILO FUENTES LEAL**

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS**

**FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN**

**LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS**

**BOGOTÁ**

**2012**

**“Etnomatemática, Geometría y Cultura”**

**Documentación de Algunas Actividades Matemáticas Universales en el Proceso de Creación de Cestería de un Grupo de Artesanos en el Municipio de Guacamayas, Boyacá, Colombia, un Estudio de Caso.**

**Christian Camilo Fuentes Leal**

**Monografía Tipo II, Presentada Como Requisito Para Optar Al Título De Licenciado En Educación Básica Con Énfasis En Matemáticas.**

**Asesores:**

**Diana Gil Chaves**

**Aldo Iván Parra**

**Universidad Distrital Francisco José de Caldas  
Facultad de Ciencias y Educación  
Proyecto Curricular  
Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas  
Bogotá  
2012**

Nota de aceptación

---

---

---

---

---

---

Director

---

Jurado

---

Jurado

## **AGRADECIMIENTOS**

Este trabajo es fruto de muchos esfuerzos

Por un lado quiero agradecer a mis padres por su constante apoyo y su infinito amor

A mi mamá, por ser mi constante apoyo, mi motor de vida, mi fuerza diaria

A mi padre, por estar presente constantemente en todos los momentos

Al profesor Aldo Parra, por mostrar mundos mejores, dignos, equitativos y justos a través de la matemática

A la profesora Diana Gil, por su infinita colaboración y su constante ayuda como docente y como amiga

A la ONG La espiral del Servicio y a la profesora Amanda Barón, cuya intermediación hizo posible un acercamiento a la comunidad de artesanos del municipio de Guacamayas

A la comunidad del municipio de Guacamayas por su hospitalidad, su confianza y su colaboración.

Muchas Gracias.

## **DEDICATORIA**

Este trabajo es dedicado a la persona que ha demostrado que el amor puede ser infinito

La persona que siempre ha estado a mi lado

Razón de mi vida, mis alegrías y mi felicidad

Razón de levantarme día a día, con la ilusión de un mejor mañana, de un mejor futuro

Esto, todo esto es por tí

Luz Marina.

De igual forma el presente documento también es dedicado a todas las comunidades que han sido vulneradas, colonizadas y explotadas, que este sólo sea un pequeño grano de arena, que aporte a la construcción de unas matemáticas más cercanas, más humanas, más dignificantes y justas para todos.

*Las matemáticas no están en una figura y esa figura no representará ningún conocimiento matemático mientras éste no se haga explícito en su proceso de elaboración o con una explicación del autor. Alberti (2007)*

## TABLA DE CONTENIDO

### INTRODUCCIÓN

<b>CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN.</b>	<b>Pág.</b>
1.1 Planteamiento del problema .....	11
1.2 Pregunta de investigación .....	17
1.3 Objetivos .....	18
1.4 Justificación .....	19
1.5 Antecedentes.....	21
<b>CAPÍTULO 2. REFERENTES CONCEPTUALES DE LA INVESTIGACIÓN.</b>	
2.1 ¿Cómo identificar matemáticas no occidentales con ojos de occidental?.....	24
2.1.1 Qué entendemos por cultura y porque prácticas matemáticas en las culturas.....	28
2.1.2 La Etnomatemática .....	30
2.1.3 Concepto de Actividad Matemática Universal .....	32
2.1.4 Actividades Matemáticas Universales desde Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos .....	41
<b>CAPÍTULO 3. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO METODOLÓGICO</b>	
3.1 Por qué la etnografía como tipo de estudio .....	45
3.2 Técnicas de recolección de la información .....	48
3.2.1 Observación no participante .....	49
3.2.2 Entrevistas semiestructuradas .....	51
3.2.3 Recolección de artefactos .....	53
3.3 Descripción de la comunidad Guacamayas .....	53
3.3.1El municipio de Guacamayas y su contexto .....	53
3.3.2 El grupo de trabajo.....	55
3.4 La Etnomatemática del Municipio de Guacamayas .....	56
3.4.1 Conocimiento regional (conocimientos extra-escolares).....	56
3.4.2 Matemática escolar (conocimientos escolares).....	57

## **CAPÍTULO 4. SISTEMATIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN**

4.1 Primer criterio de análisis de la información: Con respecto a las actividades.....	59
4.1.1 Diseñar.....	59
4.1.1.1 Clasificación los diseños de la comunidad.....	61
4.1.1.2 La unidad de medida usada en los diseños de la comunidad.....	63
4.1.2 Medir.....	65
4.1.2.1 La elaboración de las espirales y la medición utilizada en tejido.....	66
4.1.2.2 La división de las circunferencia por medio de la medición.....	67
4.1.2.3 Algunas unidades de medida: El concepto de “vuelta”.....	68
4.1.2.4 Algunas unidades de medida: Las puntadas.....	70
4.1.2.5. Universalización de las unidades de medida.....	70
4.2 Segundo criterio del análisis de la información: Con respecto a la enseñanza de la cestería.....	72
4.3 Tercer criterio del análisis de la información: Con respecto a las potencialidades pedagógicas.....	76
4.3.1 Algunos conceptos para la enseñanza de las matemáticas.....	77
4.3.1.1 Isometrías en el plano.....	77
4.3.1.2 Simetría.....	78
4.3.1.3 Ejes de simetría.....	79
4.3.1.4 Translaciones.....	80
4.3.1.5 Rotaciones.....	81
4.3.1.6 Dotación al significado de la fracción, parte todo en contextos continuos.....	83
<b>CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES</b>	
5.1 Reflexiones.....	91
5.2 Respecto al alcance de los objetivos.....	92

5.2.1 De las actividades universales.....	92
5.2.1.1 Del medir .....	92
5.2.1.2 Del diseñar .....	94
5.2.1.3 Actividades matemáticas y correlación .....	95
5.3.2 De la enseñanza de la cestería .....	96
5.3. De las potencialidades pedagógicas .....	96
5.4 Anotaciones con respecto a la metodología implementada .....	97
5.5 Proyecciones .....	98
<b>6. BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>99</b>
<b>7. ANEXOS .....</b>	<b>104</b>
<b>ÍNDICE DE IMÁGENES.....</b>	<b>114</b>



## INTRODUCCIÓN

Este proyecto nace fruto de unos espacios de formación electivos brindados por el proyecto curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas en el año 2009, los cuales se presentaron en dos oportunidades a cargo del profesor Aldo Parra, el nombre de los espacios de formación se titulaban “Etnomatemática”, y “Etnomatemática Urbana”, en estos espacios de formación se daban a conocer algunas lecturas relacionadas con este tema, tales como la historia de la matemática, la filosofía de la matemática, investigaciones en Etnomatemática, la relación de la matemática y la Etnomatemática, la relación entre matemática y cultura, la matemática en espacios extra escolares, la relación entre la matemática, la política y la Etnomatemática, la incidencia de la Etnomatemática y las prácticas socioculturales para la enseñanza de la matemática en la escuela, entre otros.

Producto de la lectura, análisis, reflexión y socialización de estos documentos, en el año 2009 y 2010 se presentan ponencias en eventos y publicaciones en revistas académicas, tanto por parte de los estudiantes que tuvimos la oportunidad de asistir a dichos espacios de formación como del docente a cargo; de esta forma el presente escrito pretende seguir aportando a las investigaciones en este campo, por medio de la comunicación de diferentes experiencias investigativas relacionadas con este enfoque, las cuales en Colombia son muy escasas, pues la Etnomatemática aún está en proceso de posicionamiento como nuevo campo de investigación.

La idea de hacer una etnografía con un grupo de artesanos en un municipio de Boyacá, surge de un primer acercamiento de 2 días que se tuvo con ellos a finales del año 2009, por medio de la utilización de una entrevista Semiestructurada y la observación no participante, se evidenciaron algunas estrategias geométricas implementadas para la elaboración de dichas artesanías, esta información fue clasificada, sistematizada y presentada en el Décimo Primer encuentro de Matemática Educativa, en octubre de 2010 en la ciudad de Bogotá.

Al observar la buena aceptación de este tipo de investigación por la comunidad académica tomé la decisión de profundizar el trabajo y vincular a más miembros de la comunidad en este tipo de proyectos.

El presente escrito pretende hacer un aporte a los estudios en Etnomatemática, y consiste en la presentación de algunas actividades matemáticas universales presentes en el proceso de elaboración de un grupo de campesinos que elaboran artesanías en fique y paja, es decir el proyecto radica en estudiar las matemáticas que utilizan los artesanos en el proceso de elaboración de cestería de fique y paja, de igual forma se indagará sobre los proceso de aprendizaje de la elaboración de la cestería y finalmente se presentará algunos aspectos matemáticos y geométricos que están presentes en la elaboración de la cestería, para ello se trabajará desde la etnografía como metodología de investigación, todo esto para reflexionar al respecto de la relación existente entre los saberes matemáticos extra escolares y escolares, y cómo estos pueden tener incidencia en la escuela, para una mejor enseñanza de las matemáticas.

## **CAPÍTULO 1.**

### **PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN.**

En esta parte del documento se presentará el planteamiento del proyecto, inicialmente se mostrará la tensión conceptual, que hace necesario la creación de este tipo de proyectos, posteriormente se presentarán las preguntas de investigación, los objetivos generales y específicos y finalmente se presentará la justificación del trabajo.

#### **1.1 Planteamiento del problema**

En las últimas décadas se ha visto avance significativo de fenómenos económicos, políticos, sociales, como la globalización y el neoliberalismo en Latinoamérica y en Colombia, algunos de los planteamientos propuestos desde las políticas neoliberales son:

- Rechazo a la intervención del Estado en la economía, liberando recursos del gasto público para usar ese dinero en inversión privada.
- Defender el mercado como única forma para lograr la regulación económica en todos los países.
- Defender y promover constantemente, para lograr el desarrollo máximo de la economía global, la libre competencia económica.
- Se cree que el déficit público que es generado por en gastos como salud, educación y servicios públicos, por lo cual las políticas neoliberales proponen la disminución o eliminación la inversión social.

La implementación de este tipo de políticas han generado la privatización de algunas empresas estatales y la invasión de multinacionales para la explotación de nuestras riquezas naturales<sup>1</sup>, pero este fenómeno va mucho más allá de una invasión económica, detrás de este supuesto fenómeno económico también se esconde un modelo político y social el cual

---

<sup>1</sup> Quintero (2006), hace una reconstrucción histórica del proceso de privatización e invasión de multinacionales a Colombia, mostrando las terribles implicaciones para la clase obrera en términos de empleo, calidad de vida y condiciones dignas de trabajo.

está basado en la colonización, homogenización y aculturación de los pueblos, con respecto a la priorización de proyectos económicos por encima del bienestar de los ciudadanos, Quintero (2006) hace una crítica a este tipo de modelos económicos, mencionando que:

El estado no puede desentenderse de las necesidades no solo económicas sino sociales, de acuerdo al modelo de Estado Social de Derecho, de manera que los procesos de privatización deben estar sometidos a un imperativo ético: Reducción de la riqueza en términos de equidad social. pp11

La implementación de las políticas económicas anteriormente mencionadas, inciden profundamente en las dinámicas escolares, pues estas nuevas dinámicas económicas implican una serie de políticas educativas para Latinoamérica y los países en vía de desarrollo<sup>2</sup> y la búsqueda de la certificación de la calidad para la educación, por medio de pruebas estandarizadas a nivel internacional.

De acuerdo con lo anterior podríamos decir que las problemáticas en educación matemática y en general en la educación, varían dependiendo del tiempo y el contexto en el cual éstas estén, sería interesante reflexionar con respecto si las únicas problemáticas educacionales para Latinoamérica serán únicamente la erradicación del analfabetismo, el aumento de cobertura y la disminución de la deserción escolar<sup>3</sup>, diferentes con autores como Bishop (2005) existen más problemáticas que inciden significativamente en los ambientes escolares, aun más en entornos tan ricamente étnicos como el Latinoamericano.

Pues bien, autores como Moré (2004) y Díez (2010), hacen una profunda crítica a la implementación de una lógica “mercantilista” en ambientes escolares, además Keitel (2008) mencionan que a partir de la aplicación de estas políticas educativas que supuestamente ayudarían a reducir ciertos problemas, se estarían creando problemáticas aún más graves, tales como la homogenización del estudiantado, lo cual va en contravía con

---

<sup>2</sup> Beech (2009) menciona algunas políticas educativas que han sido implementados en la realidad Latinoamérica, las cuales priorizan erradicación del analfabetismo, el aumento de cobertura y la disminución de la deserción escolar.

<sup>3</sup> Gimenez & Otros (2007), Hace estudios en países Europeos, donde hay una cobertura del 100%, donde no existe analfabetismo; los autores identifican más problemáticas especialmente con respecto a la convivencia y al aprendizaje en aulas multiculturales, esto se debe por la alta tasa de inmigrantes de todas partes del mundo.

la Constitución Política de Colombia (1991), pues ésta en sus artículos siete (7) y ocho (8), promulga la protección a la diversidad étnica y cultural de la nación.

Artículo 7°.- El Estado reconoce y protege la diversidad étnica y cultural de la Nación colombiana.

Artículo 8°.-Es obligación del Estado y de las personas proteger las riquezas culturales y naturales de la Nación.

De igual forma, Pineda (1997) presenta algunas consideraciones sobre el significado de la Constitución de 1991, en torno a la práctica de una política multicultural en Colombia, el autor menciona que la elaboración de la Constitución de 1991 fue efectuada en un periodo muy crítico de la historia colombiana, tras sucesivos y fracasados intentos por reformar de manera sustancial la antigua carta. La constitución se concibió como instrumento político para restablecer la paz y la reconciliación nacional y modernizar el Estado. Además de definir a Colombia como un Estado Social de Derecho, por otro lado, la Constitución de 1991 reconoce que Colombia es una nación pluricultural. En diferentes artículos se refieren a las comunidades indígenas y a la necesidad de proteger la diversidad cultural; éste es un ejemplo de estudios que muestran el altísimo nivel de riqueza étnica y cultural de Colombia.

De este modo se pueden identificar por un lado la implementación de políticas educativas internacionales, y por otro lado las realidades escolares de los países en vía de desarrollo (tales como la diversidad cultural y muchos otros aspectos que son particulares de los contextos socioeconómicos propios de cada región en de las aulas de clase), presentando de esta forma una tensión, pues una genera homogenización y la otra está vinculada en el rascarte a la diversidad, creando así múltiples problemáticas en los ambientes educativos; un ejemplo en el cual se puede evidenciar estas problemáticas está presente en la comunidad del municipio de Guacamayas, pues presenta un alto nivel de deserción escolar, posiblemente por la poca importancia que le dan los padres a la escuela y entre otros, por causas, económicas de las familias del sector.

El evidenciar esta tensión me remontó a los elementos de formación que me ha brindado en el proyecto curricular, en algunas ocasiones se han presentado algunos espacios donde se reflexiona sobre las implicaciones económicas, políticas, sociales, culturales y educacionales, de problemáticas como la Globalización y el Neoliberalismo en países en vía de desarrollo, estas reflexiones me llevaron a preguntarme ¿qué hacer ante estas problemáticas?, ¿Cuándo finalizará este fenómeno?, ¿Qué puede hacer la educación matemática, ante fenómenos opresores y homogeneizadores propuestos por estos fenómenos “económicos”?

Pues bien, autores como el profesor Gerdes (1999, 2007), Bishop (1999, 2005), Oliveras (1996) y Knijnik (2007) también han evidenciado esta tensión, dando como una posible solución a esta problemática propuestas curriculares en educación matemática que critican a las propuestas de educación matemática tradicional caracterizadas por la visión de la matemática como un cuerpo de conocimientos “prediseñado” que son llevados a la escuela de una forma descontextualizada y meramente tecnista<sup>4</sup>; y caracterizan un nuevo tipo de currículo, uno más incluyente, más humanizador y más democrático, basado en la cultura y la realidad del estudiante, Rojas (2005) menciona que la escuela tiene la ineludible obligación de formar ciudadanos críticos, reflexivos, y competentes socialmente, para que ellos conozcan su realidad, se integren a la misma e intensifiquen su capacidad para mejorarla es decir, la realidad y sus constructos sociales deben estar constantemente en la escuela, para que ésta no se convierta en una “burbuja” donde los aprendizajes son totalmente vacíos y sinsentido; este tipo de propuestas curriculares se pueden relacionar directamente con la propuesta de la Educación Matemática Realista (EMR), presentada inicialmente en Holanda por el profesor Hans Freudenthal (1967), la cual nace como reacción al movimiento de la matemática moderna de los años 70t’s y al enfoque mecanicista de la enseñanza de la matemática, según el Grupo Patagónico de la Didáctica de la Matemática (2010) menciona que la EMR no pretende ser una teoría general del aprendizaje (como lo es, por ejemplo, el constructivismo), sino una teoría global que se concretiza en teorías locales de enseñanza de tópicos de la matemática y que se basa en las siguientes ideas centrales:

---

<sup>4</sup> El cual crea homogenización en los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

- Pensar la matemática como una actividad humana (a la que Freudenthal denomina matematización) y que, siendo así, debe existir una matemática para todos, respetando sus contexto y características socioculturales.
- Aceptar que el desarrollo de la comprensión matemática pasa por distintos niveles donde los contextos y los modelos poseen un papel relevante y que ese desarrollo se lleva a cabo por el proceso didáctico denominado reinención guiada, en un ambiente de heterogeneidad cognitiva.

En su propuesta de Educación Matemática Realista el profesor Freudenthal presenta el principio didáctico que sustenta su concepción del proceso de enseñanza, el cual está basado en la actividad matemática activa, la cual debe ser la en el proceso de enseñanza. Esta forma de entender la matemática posee una característica fundamental llamada matematización, la cual consiste en organizar y estructurar la información que aparece en un problema, identificar los aspectos matemáticos y descubrir regularidades, relaciones y estructuras; el profesor Freudenthal menciona que la experimentación de los fenómenos por los alumnos permite la aparición de soluciones y concepciones propias.

Un subconjunto de la propuesta de la Educación Matemática Realista (EMR), que también está vinculado con el enfoque sociocultural en la educación matemática, es la didáctica realista, la cual descansa sobre seis principios fundamentales, los cuales son:

- Principio de actividad: Consiste en ‘matematizar’ la realidad. Es decir que en lugar de aprender resultados, se aprenden actividades que llevan a esos resultados.
- Principio de realidad: El origen del aprendizaje matemático está en la ‘realidad’ y ésta es lo que el sentido común y el conocimiento previo de los alumnos hacen aparecer en su mente.
- Principio de niveles: Se trata de niveles de matematización no de etapas de una evolución interna. Los niveles son: situacional, referencial, general y formal. Se va desde lo más concreto a lo más abstracto. Estos niveles dependen de los modelos utilizados que son “representaciones de las situaciones donde se reflejan aspectos esenciales de los conceptos y relaciones matemáticas”.

- Principio de reinención guiada: El concepto utilizado es “reinención guiada”. Se trata de la reinención de las matemáticas por parte de los chicos con la guía de su maestra. Pareciera que, de modo paralelo al método utilizado en lengua para el aprendizaje de la lectura, en matemáticas se pretende que el niño “descubra” las operaciones, casi como un reproductor individual de la historia universal de la ciencia.
- Principio de interacción: Principio de interacción y de interconexión La EMR propicia la clase con alumnos de distinto nivel en interacción y la interconexión de temas. En cuanto a lo primero, si el docente puede conducir adecuadamente la clase no presenta objeciones.
- Principio de interconexión: La interconexión puede hacerse cuando se ha afianzado un determinado conocimiento.

Al tener en cuenta los principios anteriormente mencionados y desde el punto de vista didáctico, para la elaboración de propuestas desde la Educación Matemática Realista es necesario elaborar investigaciones en fenomenología didáctica la cuales están caracterizados como, la búsqueda de contextos y situaciones que generen la necesidad de ser organizados matemáticamente, pues las dos son fuentes para la búsqueda en la historia de la matemática y las producciones matemáticas de los estudiantes, entre ellas las prácticas culturales de la comunidades.

Al relacionar estas problemática con las características de la comunidad de Guacamayas, a los estudiantes en el municipio de Guacamayas en el aula se deberían enseñar matemáticas de acuerdo a su realidad, sus constructos sociales, y culturales (entre ellas el arte de las artesanías); los cuales han sido construidos por la misma comunidad desde tiempos inmemorables, para ello es necesaria una investigación en fenomenología didáctica, la cual estaría relacionada con algunas característica de estas nuevas propuesta curriculares en las cuales se tiene en cuenta aspectos socioculturales de las comunidades, con el fin de hacer un aprendizajes más significativos y más incluyentes, un claro ejemplo de estas propuestas esta en Bishop (1999, 2005). Ya que el autor presenta diferentes escritos relacionados con el enfoque sociocultural con respecto a la educación matemática y la enseñanza de las matemáticas en espacios multiculturales, además el autor presenta la matemática como una



tecnología simbólica, la cual está caracterizada por las actividades matemáticas universales de contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar pues por medio de la ejecución de estas actividades están presentes diversos conceptos y potencialidades matemáticas.

En conclusión, se podría mencionar las investigaciones en este tipo de propuestas curriculares son necesarias, aún más en países de gran diversidad como Colombia, reconociendo nuestra diversidad no sólo biológica sino también cultural, dando a conocer las diferentes manifestaciones del pensamiento matemático presentes en las prácticas culturales de los diferentes grupos sociales del país, para que a futuro estas matemáticas sean tenidas en cuenta en las aulas de matemática; tal y como es planteado en este documento, pues se quiere indagar por las manifestaciones del pensamiento matemático especialmente pensamiento geométricos (a partir de las actividades matemáticas universales propuesta por el profesor Alan Bishop contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar) presente en el proceso de elaboración de cestería de la comunidad de Guacamayas en el departamento de Boyacá, quienes son reconocidos tejedores a nivel local, nacional e internacional, por la elaboración de intrincados diseños geométricos en los diseños de las artesanías.

## **1.2 Pregunta de investigación**

### *Pregunta De Investigación Central*

- ¿Qué elementos socioculturales, didácticos<sup>5</sup> y geométricos se encuentran presentes en el momento de la elaboración de los diversos elementos propios de la cestería? en la comunidad de Guacamayas, en Boyacá, Colombia.

### *Preguntas Derivadas*

- Dentro del las actividades universales planteadas por el profesor Bishop, ¿Qué tipo de prácticas matemáticas efectúan los artesanos del municipio de Guacamayas en el proceso de elaboración de la cestería?

---

<sup>5</sup> Entendiendo didáctica desde las consideraciones planteadas por el profesor Freundenthal. ver. Pág. 15

- ¿Qué elementos geométricos de la matemática “propia”<sup>6</sup> de la comunidad de Guacamayas se pueden articular con la escuela?
- ¿Cómo hacer la articulación entre los conocimientos geométricos de la comunidad de Guacamayas y la escuela?
- ¿Cuáles posibles objetos matemáticos pudiesen ser enseñados en la escuela por medio de la relación de la actividad de cestería?
- ¿Cuáles elementos de la enseñanza en espacios extraescolares pueden ser incluidos como orientadores en el currículo de matemáticas?

### 1.3 Objetivos

#### *General*

1. Hacer un aporte a las investigaciones en Etnomatemática especialmente a las relacionadas con la el pensamiento espacial y sistema geométrico, a partir de la implementación de una etnografía para identificar y analizar algunos aspectos socioculturales, didácticos y geométricos presentes en la elaboración de cestería en un grupo de artesanos del municipio de Guacamayas, Boyacá.

#### *Específicos*

1. Comprende cuales actividades matemáticas, están presente en el proceso de elaboración de la cestería de la comunidad de Guacamayas, especialmente las relacionadas con elementos propios del pensamiento métrico y espacial.

---

<sup>6</sup> Se entiende para este trabajo “matemática propia” como el conjunto de estrategias heurísticas utilizadas por un grupo social. Para mayor ampliación consultar al profesor Paulus Gerdes

2. Conocer las prácticas sociales (elaboración de las artesanías) utilizadas en la comunidad de Guacamayas para la transmisión de los saberes propios de la elaboración de la cestería, en espacios extra escolares.
3. Establecer algunos elementos matemáticos para ser tenidos en cuenta, por los maestros de la educación básica para la enseñanza de la matemática en la comunidad de Guacamayas.

#### **1.4 Justificación**

Con respecto a la justificación de esta monografía estará presente en dos momentos, inicialmente se presentará un apartado llamado justificación donde se presentará el ¿Por qué el uso de la Etnomatemática para el estudio de las prácticas matemáticas de una comunidad?, el segunda instancia se responderá el ¿Por qué se eligió a esta comunidad? y se presentará el ¿Por qué es importante hacer estudios de este tipo para mejorar la enseñanza de educación matemática?, paralelamente a este apartado estará presente continuamente en toda la extensión del documento una justificación ya sea directa o indirecta del marco teórico utilizado, de la metodología implementada y de las estrategias usadas para el análisis de la información recolectada.

Inicialmente la Etnomatemática es utilizada para este tipo de estudios, pues autores como Fuentes (2010 a) la caracterizan como un campo de investigación que da cabida a múltiples matemáticas, pues reivindica los saberes de múltiples comunidades que han sido segregadas y menospreciadas, valora los aprendizajes extra-escolares, reevalúa la historia de la matemática, el cómo se aprende matemáticas, y el cómo se enseña matemáticas, de igual forma Parra & otros (2009) caracteriza la Etnomatemática como una disciplina cuyo objetivo es la democratización del saber matemático, pues históricamente las matemáticas se han visto como un saber y una ciencia sólo para hombres, blancos y Europeos, de acuerdo a los autores esta visión de las matemáticas como un conjunto de saberes segregadores, tiene una explicación política y social, pues al hombre dominante le sirve que sus dominados (indígenas, campesinos, Afrodescendientes, obreros o pobres) no sepan usar sus conocimientos que pueden llevar a romper las relaciones de servidumbre y liberarse del actual sistema opresor, todos los aspectos anteriormente mencionados están firmemente

relacionada con los objetivos planteados para la presente etnografía, pues se pretende presentar los saberes matemáticos de un grupo de artesanos, paralelamente autores como Wittgenstein (2004) fundamenta filosóficamente el campo de la Etnomatemática, especialmente con respecto a la no existencia de una sola matemática, esa que llamamos “la” matemática, asociada a la racionalidad moderna y marcada por el eurocentrismo, la abstracción y el formalismo, características que hace ya algún tiempo se han empezado a reevaluar con base a los nuevos paradigmas postmodernos<sup>7</sup>.

Con base en lo anteriormente planteado es totalmente válida la implementación de la Etnomatemática en este proyecto de investigación, pues sería una herramienta útil para el reconocimiento de las diferencias, la democratización del saber a partir de la diversidad cultural y porque no las transformaciones sociales personalmente me parece un excelente enfoque para enseñar una mejor convivencia, donde el respeto a la diferencia y la tolerancia sean valores predominantes en la sociedad.

En segunda instancia se ha seleccionado la comunidad del municipio de Guacamayas en Boyacá, pues la elaboración de artesanías es una actividad intrínseca a la vida de esta comunidad, está es llevada de generación en generación, esta actividad que forma parte de la identidad de la comunidad; además algunos trabajos en antropología y arqueología tales como Osborn (1992) relacionan estas prácticas culturales con la comunidad indígena *Lache*, pues en sus petroglifos se pueden observar gran cantidad de espirales, las cuales también están actualmente presentes en las artesanías elaboradas por la comunidad, mostrando de esta forma los conocimientos ancestrales que utilizan los grupos de tejedores, de igual forma se puede mencionar que estos conocimientos al ser ancestrales no son unos procedimientos meramente “primitivos”, “vánales” o anecdóticos, sino que en una parte de la cultura de de la comunidad, en la presente etnografía se pretende mostrar la riqueza cultural de este país por medio de las prácticas matemática de esta comunidad ancestral de tejedores lo cual está relacionado con los objetivos planteados inicialmente.

---

<sup>7</sup> Tales como la crítica al racionalismo y la no existencia de una única verdad absoluta.

En tercera instancia es importante hacer estudios de este tipo para mejorar la enseñanza de educación matemática, pues inicialmente este tipo de trabajos enriquece la herencia cultural de la nación entera, además este tipo de estudios aportan algunos elementos de reflexión para a futuro formar una propuesta de currículo desde una perspectiva sociocultural, paralelamente brindando la posibilidad de hacer algunas reflexiones para la práctica docente en el área de matemáticas para los docentes de la comunidad.

Además aportan significativamente tanto para mi formación profesional como para la enseñanza de la matemática, pues por medio de estas experiencias, los profesores comprenderíamos que los estudiantes no llegan “vacíos” a la escuela, que ellos ya traen muchos constructos que vienen de espacios extraescolares, es decir, espacios culturales tales como la familia y su comunidad; nosotros como profesores debemos trabajar en el aula teniendo como base estos constructos, para de esta forma hacer que el aprendizaje de la matemática del estudiante sea una experiencia muy enriquecedora y dignifique su ser, su comunidad y su cultura.

### **1.5 Antecedentes**

Para la presentación de los antecedentes se hará en forma conjuntista partiendo con trabajos relacionados con Etnomatemática y geometría hasta llegar a trabajos en Etnomatemática, relacionados con geometría, cestería y campesinos.

- *Etnomatemática y Geometría con Grupos Laborales*

La profesora Española María Luisa Oliveras (1996) para su tesis doctoral hace una investigación con un enfoque socio-antropológico, para responder el problema planteado desde la didáctica de la matemática, del cómo se produce y en qué consiste el conocimiento matemático, para ello estudia el saber matemático “artesanal” y escolar de una comunidad de artesanos en Andalucía, estableciendo comparaciones entre ellos, proponiendo una articulación de saberes geométricos en espacios extraescolares y escolares, este trabajo aportó significativamente en el proceso de recolección y sistematización de la información.

- *Etnomatemática, Geometría con comunidades indígenas*

Albertí (2007) en su tesis doctoral propone la identificación de matemáticas en una actividad práctica y se centra en la ornamentación arquitectónica del pueblo Toraja, en la isla de Sulawesi en Indonesia; en Colombia, autores como los profesores, Armando Aroca (2007) y Eduardo Trejos (2002), han identificado a partir de objetos culturales como las mochilas Aruhacas y los petroglifos, la existencia del desarrollado del pensamiento geométrico, de algunas comunidades indígenas del país; en referencia a algunas monografías relacionada con el tema, Beltrán (2007) presenta una monografía con respecto a conocimientos matemáticos presentes en la elaboración de tejidos autóctonos de la comunidad indígena Nasa en el Cauca, Vargas & Ortiz (2009) propone una etnografía en torno al concepto de figura geométrica en la cultura Aruhaca, Berrío (2009) propone el estudio del concepto de medida de la comunidad *Tule y Embera-Chamí*, de igual forma Suavita & Cañon (2005) hacen una etnografía con respecto al estudio de el concepto de medida del espacio y el tiempo, desde una perspectiva intercultural, es significativo mencionar que los trabajos mencionados están claramente relacionados con temática indigenista, la etnoeducación y geometría, además su metodología generalmente es de tipo cualitativa y etnográfica<sup>8</sup>. La presente etnografía está más relacionada con propuestas como las de Paulus Gerdes (1999, 2007), Oliveras (1996), Miñana (2002, 2003) y Knijnik (2007), pues en estas propuestas los autores hacen una crítica al modelo de escuela propuesta por sectores hegemónicos, y hacen una propuesta de escuela más incluyente, diversa y respetuosa de las diferencias por medio de aspectos socioculturales presenten en las comunidades.

- *Etnomatemática, Geometría y Cestería con Comunidades Indígenas*

Maia da Costa (2009) presenta una trabajo de grado donde el tejido de la comunidad Ticuna en el amazonas es utilizado para la enseñanza de las matemáticas, para ello inicialmente identifica las nociones matemáticas presentes en el tejido y posteriormente hace un propuesta de aplicaciones a la escuela.

---

<sup>8</sup> En Blanco (2008) el profesor Ubiratan D'Ambrosio, menciona que primer método de trabajo en Etnomatemática es una observación de prácticas de grupos naturales diferenciados e intentar de ver qué hacen, donde haya una narrativa de sus prácticas, después hacer un análisis del discurso.

- *Etnomatemática, Geometría y Cestería con Campesinos*

Un destacado investigador que relaciona la Etnomatemática, la identificación y el análisis de pensamiento geométrico de comunidades es el profesor francés Paulus Gerdes (1999, 2007), el trabajo de él está vinculado con el “descongelamiento”<sup>9</sup> de conocimientos y actividades matemáticas con comunidades campesinas Africanas y comunidades indígenas en el amazonas peruano.

De igual forma es importante mencionar un primer acercamiento a las prácticas matemáticas de la comunidad de Guacamayas en Fuentes (2010 b), describo algunos elementos matemáticos<sup>10</sup> presentes en el proceso de elaboración de la cestería, creo que este primer acercamiento es muy importante, pues aporta sustancialmente a la recolección y análisis de la información de índole matemático presente en el proceso de elaboración de la cestería.

---

<sup>9</sup> Término acuñado por el mismo autor, el cual él menciona la existencia de unas matemáticas “propias”, las cuales han sido neutralizadas o congeladas por la matemática occidental.

<sup>10</sup> Tales como heurísticas, proporcionalidad, utilización de unidades de medida, ejes de simetría, configuración de los frisos presentes en los jarrones, divisiones de la circunferencia, división entre longitudes; además se hace una reflexión con respecto a la posible articulación de estos saberes al currículo.

## **CAPÍTULO 2.**

### **REFERENTES CONCEPTUALES DE LA INVESTIGACIÓN.**

En el presente capítulo se presentarán los referentes teóricos o conceptuales necesarios para el establecimiento de las categorías de análisis de la información, inicialmente para la creación de esta etnografía es necesario comprender o establecer las definiciones que se tendrán en cuenta de conceptos tan importantes como Matemática, Cultura, Etnomatemática y las Actividades Matemáticas, al tener en claro estos aspectos se podrá establecer si realmente la actividad de elaboración de artesanías en fique y paja, es una actividad matemática o qué tipo de actividades matemáticas están presentes en la elaboración de las artesanías.

#### **2.1 ¿Cómo identificar matemáticas no occidentales con ojos de occidental?**

El proceso de identificación de pensamiento matemático en prácticas sociales está condicionado de acuerdo a la noción de matemática que tenga la persona que estudia estas prácticas (de ahí la pregunta planteada en este subíndice), de esta forma es necesario caracterizar cuál es la interpretación de matemática que se tiene para la elaboración de esta etnografía, para ello es necesario presentar las diferentes posturas que se ha tenido sobre la noción de matemática en la historia e identificar bajo cuál corriente filosófica de las matemáticas es más cercana a los planteamientos presentados en esta etnografía.

- *Las escuelas filosóficas de las matemáticas y su noción de matemática a través de la historia.*

Al identificar las diferentes acepciones del concepto de “matemáticas”, es necesario recurrir a las diferentes interpretaciones que tuvieron de este término en las escuelas filosóficas a través del tiempo, a continuación se mencionarán algunas de estas corrientes de igual forma se presentará desde cual corriente filosófica de las matemáticas está planteada la presente etnografía:



- *El platonismo*

Esta corriente filosófica de las matemáticas considera a éstas como un sistema de verdades que han existido desde siempre e independientemente del hombre. La labor del matemático es descubrir esas verdades matemáticas, ya que en cierto sentido está “sometido” a ellas y las tiene que obedecer.

- *El logicismo*

Esta corriente de pensamiento considera que las matemáticas son una rama de la lógica, con vida propia, pero con el mismo origen y método, y que son parte de una disciplina universal que regiría todas las formas de argumentación. Propone definir los conceptos matemáticos mediante términos lógicos, y reducir los teoremas de las matemáticas, los teoremas de la Lógica, mediante el empleo de deducciones lógicas. Esta corriente reconoce la existencia de dos Lógicas que se excluyen mutuamente: la deductiva y la inductiva. La deductiva busca la coherencia de las ideas entre sí; parte de premisas generales para llegar a conclusiones específicas. La inductiva procura la coherencia de las ideas con el mundo real; parte de observaciones específicas para llegar a conclusiones generales, siempre provisionarias, que va refinando a través de experiencias y contrastaciones empíricas.

Una de las tareas fundamentales del Logicismo es la “logificación” de las matemáticas, es decir, la reducción de los conceptos matemáticos a los conceptos lógicos. El primer paso fue la reducción o logificación del concepto de número.

- *El formalismo*

Esta corriente reconoce que las matemáticas son una creación de la mente humana y considera que consisten solamente en axiomas, definiciones y teoremas como expresiones formales que se ensamblan a partir de símbolos, que son manipulados o combinados de acuerdo con ciertas reglas o convenios preestablecidos. Para el formalista las matemáticas comienzan con la inscripción de símbolos en el papel; la verdad de la matemática formalista radica en la mente humana pero no en las construcciones que ella realiza internamente, sino en la coherencia con las reglas del juego simbólico respectivo.

- *El intuicionismo*

El Intuicionismo como escuela de filosofía de las matemáticas se conformó sólo a comienzos del siglo XX, esta considera que las matemáticas como el fruto de la elaboración que hace la mente a partir de lo que percibe a través de los sentidos y también como el estudio de esas construcciones mentales cuyo origen o comienzo puede identificarse con la construcción de los números naturales, el principio básico del Intuicionismo es que las matemáticas se pueden construir; que han de partir de lo intuitivamente dado, de lo finito, y que sólo existe lo que en ellas haya sido construido mentalmente con ayuda de la intuición.

Según lo anterior, decir de un enunciado matemático que es verdadero equivale a afirmar que tenemos una prueba constructiva de él. De modo similar, afirmar de un enunciado matemático que es falso significa que si suponemos que el enunciado es verdadero tenemos una prueba constructiva de que caemos en una contradicción.

- *El constructivismo*

Está muy relacionado con el Intuicionismo pues también considera que las matemáticas son una creación de la mente humana, y que únicamente tienen existencia real aquellos objetos matemáticos que pueden ser construidos por procedimientos finitos a partir de objetos primitivos, se interesa por las condiciones en las cuales la mente realiza la construcción de los conceptos matemáticos, por la forma como los organiza en estructuras y por la aplicación que les da; todo ello tiene consecuencias inmediatas en el papel que juega el estudiante en la generación y desarrollo de sus conocimientos. No basta con que el maestro haya hecho las construcciones mentales; cada estudiante necesita a su vez realizarlas; en eso nada ni nadie lo puede reemplazar.

El constructivismo tuvo varias tendencias, una de ellas es el *Constructivismo Social*, posición desde la cual será presentada esta etnografía, esta posición es tomada pues autores como Ernets, P. (s.f.) plantea que:

The social constructivist thesis is that mathematics is a *social construction, a cultural product*, fallible like any other branch of knowledge. This view entails two claims. First of all, the origins of mathematics are social or cultural. This is not controversial, and is convincingly documented by many authors such as Bishop (1988) and Wilder (1981). Secondly, the justification of mathematical knowledge rests on its quasi-empirical basis. This is the controversial view put forward by a growing number of philosophers representing the new wave in the philosophy of mathematics, such as Lakatos (1976, 1978), Davis and Hersh (1980), Kitcher (1983), Tymoczko (1986) and Wittgenstein (1956). For the social constructivist account of mathematics to be minimally adequate it must offer satisfactory solutions to the two problems described above.

De igual forma autores como Kim (2001) caracterizan al constructivismo social como:

Social constructivism emphasizes the importance of *culture and context in understanding* what occurs in society and constructing knowledge based on this understanding *construidos* (Derry, 1999; McMahan, 1997). This perspective is closely associated with many contemporary theories, most notably the developmental theories of Vygotsky and Bruner, and Bandura's social cognitive theory.

De igual forma la autora menciona que constructivismo social está basado en supuestos concretos sobre la realidad, el conocimiento y el aprendizaje, las cuales se presentarán a continuación.

- La realidad: Los constructivistas sociales creen que la realidad se construye a través de la actividad humana. Los miembros de una sociedad unida pueden inventar las propiedades del mundo, para el constructivista social, la realidad no puede ser descubierto: no existe antes de su invención social.
- El conocimiento: Para los constructivistas sociales, el conocimiento es también un producto humano, y es socialmente y culturalmente *construidos*, donde los individuos crean significado a través de sus interacciones entre sí y con el entorno en el que vivimos
- El aprendizaje: Los constructivistas sociales ven el aprendizaje como un proceso social. No se hace sólo en un individuo, ni es un desarrollo pasivo de las conductas que están determinadas por fuerzas externas, el aprendizaje significativo se produce cuando los individuos se dedican a actividades sociales.

Una característica significativa de esta corriente es que los constructivistas sociales ven como crucial tanto en el contexto en que ocurre el aprendizaje y los contextos sociales que los estudiantes aportan a su ambiente de aprendizaje, aspecto que está fuertemente relacionado con la propuesta planteada en la presente etnografía, de este modo esta corriente desde la filosofía de la matemática que más se acerca a la concepción de matemática que en la presente etnografía se quiere presentar.

### **2.1.1 Qué entendemos por cultura y porque prácticas matemáticas en las culturas.**

Igual que el concepto de matemática, el concepto de cultura también ha evolucionado históricamente, de este aparte se presentará brevemente las diferentes interpretaciones que ha tenido este concepto y la interpretación que tenemos de cultura para la elaboración de la presente etnografía, para ello también se tendrán aportes hechos desde campos de estudio como la antropología y la sociología.

- *La definición de Tylor*

Las definiciones formales de este concepto se empezó a trabajar formalmente en el siglo XIX, cuando la antropología y la sociología eran campos de estudios muy jóvenes, uno de los antropólogos más importantes de ese momento fue Edwar Taylor, en Tylor (1995), define cultura como:

Aquel todo complejo que incluye el conocimiento, las creencias, el arte, la moral, el derecho, las costumbres, y cualesquiera otros hábitos y capacidades adquiridos por el hombre. La situación de la cultura en las diversas sociedades de la especie humana, en la medida en que puede ser investigada según principios generales, es un objeto apto para el estudio de las leyes del pensamiento y la acción del hombre.

- *Definición funcionalista-estructural*

Esta perspectiva ha sido desarrollada por autores como Émile Durkheim, el autor creía que todos los elementos de la cultura poseían una función que les daba sentido y hacía posible su existencia, esta función no era dada únicamente por lo social, sino por la historia del grupo y el entorno geográfico.

- *Definición estructuralista*

Los de este enfoque tiene orígenes se remontan Claude Lévi-Strauss de acuerdo al autor, la cultura es básicamente un sistema de signos producidos por la actividad simbólica de la mente humana.

- *Definición de la antropología simbólica*

La antropología simbólica es una rama de las ciencias sociales cuyo desarrollo se relaciona con la crítica el enfoque estructuralista, uno de los principales exponentes de esta corriente es Clifford Geertz. Comparte con el estructuralismo francés la tesis de la cultura como un sistema de símbolos pero, a diferencia de Lévi-Strauss, Geertz señala que no es posible para los investigadores el conocimiento de sus contenidos, según Geertz (1988)

El hombre es un animal suspendido en tramas de significación tejidas por él mismo, considero que la cultura se compone de tales tramas, y que el análisis de ésta no es, por tanto, una ciencia experimental en busca de leyes, sino una ciencia interpretativa en busca de significado.

Geertz y la antropología simbólica ponen en duda la autoridad de la etnografía, pues señalan que a lo que pueden limitarse los antropólogos es a hacer "interpretaciones plausibles" del significado de la trama simbólica, a partir de la descripción densa de la mayor cantidad de puntos de vista que sea posible conocer respecto a un mismo suceso. De igual forma la antropología simbólica no creen que todos los elementos de la trama cultural posean el mismo sentido para todos los miembros de una sociedad, esta corriente piensa que pueden ser interpretados de modos diferentes, dependiendo, ya de la posición que ocupen en la estructura social, de condicionamientos sociales, mentales o del contexto.

- *El concepto científico de cultura*

El concepto científico de cultura hizo uso desde el principio de ideas de la teoría de la información, de la noción de meme introducida por Richard Dawkins, de los métodos matemáticos desarrollados en la genética y de los avances en la comprensión del cerebro y del aprendizaje. Diversos antropólogos, Mosterín (1993) define la cultura como, la información transmitida por aprendizaje social entre animales de la misma especie.

Actualmente el termino de cultura tiene diferentes concepciones las cuales convergen en varios elementos, Tylor (citado Bishop, 1999) plantea la cultura, desde un sentido

etnográfico cultura, es: “la totalidad de conocimientos, creencias, artes, moralidades, leyes costumbres y cualesquiera otras capacidades y hábitos adquiridos por el hombre como miembro de una sociedad”, por otra parte Stenhouse (citado Bishop, 1999) menciona que el concepto de cultura consiste en un complejo sistema de comprensiones compartidas que actúa como medio por el cual las mentes individuales interaccionan para comunicarse entre sí. Una interpretación de que reúne elementos presentados por diferentes autores y con la cual estará basada la presente etnografía será el presente en la Conferencia Mundial sobre Políticas Culturales de la UNESCO, celebrada en México en 1982, estableció la siguiente definición de cultura:

El conjunto de rasgos distintivos que caracterizan a una sociedad o un grupo social. Ella engloba, además las artes y las letras, los modos de vida, los derechos fundamentales del ser humano, los sistemas de valores, las tradiciones y las creencias. Beyer (2005). pp. 289.

Finalmente hay que mencionar que el concepto de cultura está inmersa en los actos de producción intelectual y material (tales como las prácticas culturales y los conocimientos matemáticos) es decir, la cultura no es sólo un contexto histórico, sino que esta está condicionada por generación de espacios físicos y sociales, por ello se deben reconocer diferentes culturas o manifestaciones culturales.

Al existir de diferentes culturas<sup>11</sup>, cada una con una visión del mundo (cosmogonía), con un sistema de creencias, costumbres, artes, leyes y conocimientos, es necesario identificar y analizar estas diferentes formas de proceder matemáticamente (prácticas matemáticas) de los diferentes grupos culturales, para evidenciar los aportes de estos grupos a la matemática y erradicar la idea evolutiva, jerárquica y racista de cultura y promover una visión más holística, equitativa y significativa.

### **2.1.2 La Etnomatemática**

Una vez definido los conceptos de Matemática y Cultura, es necesario la caracterización de la Etnomatemática como un campo de investigación que relaciona estos dos conceptos, acerca de una definición o caracterización del concepto de Etnomatemática se puede mencionar que existen múltiples definiciones, Rosas. & Clark (2005) Las raíces históricas del programa etnomatemáticas (2005) presentan una reconstrucción histórica del programa

---

<sup>11</sup> Cada única a su forma.

de de Etnomatemática, los autores caracterizan al programa de Etnomatemática como un campo de investigación inscrito dentro del estudio de la historia de las ideas y las prácticas en diversos contextos culturales, además mencionan que este programa que afronta los tabús de que la matemática es un campo de estudio universal, las cuales más bien son construida a partir de tradiciones y raíces culturales; además autores como Nunes da Cunha (2010) define el concepto desde Etnomatemática partiendo desde la aceptación que el conocimiento está caracterizado o condicionado por las diferentes realidades (experiencias, representaciones y descripciones), las cuales varían dependiendo la cultura, de esta forma sí se caracteriza la matemática como una abstracción que se utiliza el ser humano en el proceso para solucionar problemas de su entorno, su contexto, de esta forma podríamos decir que sí existen diferentes contextos entonces los seres humanos utilizarán diferentes forma de lidiar con estos, es decir la existencia de múltiples matemáticas, todos estos planteamientos van en dirección contraria a la creencia que la matemáticas son una creación netamente occidental o europea, y a favor de la reivindicación de los saberes ancestrales de los pueblos que históricamente han sido a-culturizados con fines de colonización y explotación.

- *La etimología del término Etnomatemática*

Para presentar la definición de Etnomatemática que se tendrá en cuenta para la elaboración de esta etnografía nos remitiremos a uno de los primeros autores en referenciar el término Etnomatemática, es el profesor Brasileiro Ubiratan D'Ambrosio (2007) define la matemática como una forma de cómo él se relaciona con el medio, es decir con una forma de ver la vida, y no solamente es una ciencia que estudia los números, es más en los últimos estudios en campos de investigación como teoría de conjuntos, topología y teoría de fractales se ha llegado a concluir que la matemática no es una ciencia exacta ni acabada.

Etimológicamente la definición que presenta el autor está basada en las ideas de las prácticas matemáticas son llevadas a cabo en diferentes culturas (etnos) a través de la historia, con la utilización de diferentes técnicas e ideas (ticas) apropiadas para cada contexto cultural, con el objetivo de lidiar con el ambiente, de esta forma modelando su

realidad (matema), al hacer la conjunción de estas tres ideas surge la palabra Etnomatemática. Para complementar esta idea es importante presentar la siguiente imagen.

<b>Las prácticas matemáticas</b>	<b>son</b>	<b>En diversas formas de conocimiento</b>
Medición Comparación Clasificación Cualificación Ordenamiento Selección Memorización de rutinas Conteo Inferencias Modelación	Generadas Producidas Organizadas Difundidas Transmitidas	Lenguajes Comunicación Ideas matemáticas Mitos Símbolos Valores Creencias
Imagen 1, definición etimológica de la palabra Etnomatemática.		

La presente etnografía ubicará la Etnomatemática en la intersección entre la matemática y antropología cultural, esto implica una conceptualización en sentido amplio de la matemática y de lo étnico las cuales involucran a los grupos culturales que llevan a cabo actividades matemáticas, además este campo de investigación está comprometido con el rescate del acervo cultural de los pueblos que históricamente han sido colonizados, explotados y marginados, ya definido el concepto de Etnomatemática, producto de esta caracterización se ha determinado la importancia que toma las actividades matemáticas, para ello es necesario caracterizarlas, a continuación se presentará dicha caracterización.

### 2.1.3 Concepto de Actividad Matemática Universal

Historiadores de la matemática como Boyer (1986) relacionan la existencia de la matemática en épocas antiguas tan antiguas como el origen del lenguaje, al respecto de esto el autor menciona:

El descubrimiento de los conceptos matemáticos como el número no son descubrimientos que hayan hecho de un hombre individual o una sola tribu, estos descubrimientos pudieron haberse construidos dentro del desarrollo cultural humano tan tempranamente al menos como el uso del fuego, hace 400.000 años probablemente. Boyer (1986) pp. 25

De igual forma el autor menciona que tanto la geometría como el conteo probablemente iniciaron a partir de prácticas rituales, algunos resultados geométricos más antiguos son los encontrados en la India, fueron llamados “sulvasustras” o reglas de cuerda, se trata de



relaciones que se utilizaban para la construcción de altares y templos. Estas características también se evidenciaron en algunas construcciones Egipcias, identificando en estas dos una fuente en común, una especie de protomatemática que estaría relacionada con algunos ritos primitivos más o menos de la misma manera en que la ciencia se desarrolló o de la filosofía de la teología, con respecto al desarrollo de la geometría, el autor menciona que está pudo haberse tanto por necesidades prácticas de la construcción y de la agrimensura como por un sentido estético del diseño y orden, pues sólo se puede conjeturar acerca de qué fue lo que impulso a los hombres de la edad de piedra a contar, dibujar y hacer esquemas geométricos. Sin embargo el autor menciona que, los orígenes de la matemática son más antiguos que las civilizaciones más antiguas; lo cual está relacionado con los planteamientos del profesor Inglés, Alan Bishop (1999, 2005), pues el autor propone algunos referentes teóricos acerca de la producción del conocimiento matemático, él relaciona la matemática como el producto de una construcción sociocultural el cual está en constante transformación, plantea seis actividades universales en las cuales está presente la creación de matemáticas, es decir define la matemática como un fenómeno pancultural<sup>12</sup>; al definir la matemática como una actividad humana, podríamos decir que esta actividad puede variar dependiendo del contexto o la cultura, es decir no existe una sola una forma de diseñar, jugar, contar, medir, o localizar.

En este momento el profesor Brasileño Ubiratan D'ambrosio (2007) acuña el término Etnomatemática, este término no tiene una única definición varía dependiendo los autores, las cuales van desde, *“la relación entre matemática y cultura”*, *“un campo de investigación de la epistemología y la historia de las matemáticas con claras implicaciones pedagógicas”* hasta *“la matemática de pueblos no letrados”*, un elemento en común de las múltiples definiciones es la aceptación la existencia de las prácticas matemáticas son generadas, producidas, organizadas, difundidas formal o informalmente en una diversidad de formas, tales como lenguajes, jergas, ideas matemáticas, códigos de conductas, mitos, símbolos, creencias, entre otros

---

<sup>12</sup> Presente en todas las culturas.

Sí la presencia de pensamiento matemático es tan antiguo como el lenguaje mismo, es importante reflexionar por medio de cuales o qué tipo de prácticas socioculturales estaban medidas la construcción de las matemáticas, pues bien autores como Bishop (1999) plantean la matemática como una actividad humana, la cual está compuesta por una serie de actividades matemáticas universales<sup>13</sup>, el autor plantea que estas son actividades matemáticas pues cumplen con los siguientes requisitos:

- Estimulan diversos procesos cognitivos
- Implican una serie de representaciones propias
- Implican el uso de un lenguaje propio

A continuación se presentarán las actividades matemáticas universales presentadas por el autor, estas son de vital importancia pues estas actividades

- *Contar*

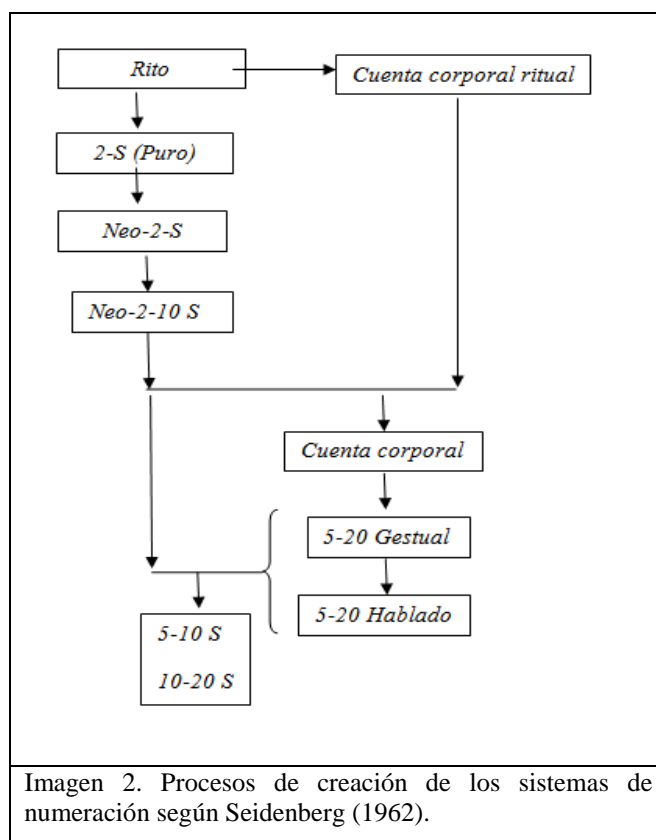
La actividad de es una de las actividades más investigadas, de acuerdo con Boyer (1986) se han encontrado evidencias del conteo hace cientos de miles de años por las primeras estructuras humanas, al respecto de esta actividad matemática, han surgido muchísimas preguntas, una muy interesante es el ¿cómo inició?, pues bien de acuerdo con Seidenberg (1962) los sistemas de conteo tienen un origen ritual, como todo conocimiento desarrollado por el hombre prehistórico, la causa para que el ser humano emprendiera sus pasos en el contar y plasmar cantidades surgió fundamentalmente de la necesidad de adaptarse al medio ambiente, proteger sus bienes y distinguir los ciclos de la naturaleza.

La razón para que actualmente se utilice un sistema decimal, se deriva principalmente de qué ser humano necesitó hacer una representación simbólica del conteo con su propio cuerpo, y para ello se valió básicamente de los 10 dedos de las manos y aunque éste no fue el único sistema utilizado por la humanidad sí fue el más difundido. A continuación se

---

<sup>13</sup> contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar.

presentará en la imagen 2 el esquema planteado por Seidenberg (1962) en el cual se plantea los procesos de creación de los sistemas de numeración:



Él menciona que inicialmente todos los sistemas de cuenta inician como un sistema puro, el cual está relacionado con un sistema duplicativo, posteriormente este sistema evolucionó a neosistemas duplicativos, los cuales con el pasar del tiempo se fueron complejizando y enriqueciendo cada vez más, al hablar de sistemas de conteo se podría mencionar que existen situaciones sociales las cuales hacen que la necesidad de crear números muy grandes y otras donde no, por ejemplo en el antiguo Imperio Egipcio se idearon gran cantidad de Guarismos en la creación de un sistema de numeración propio, el símbolo más alto era el de un millón, representado por un esclavo arrodillado, dejando un visible mensaje político; caso contrario del caso el de los Aborígenes Australianos comentado por Bishop (1999) quien menciona que ellos sólo recuerdan los tres primeros cardinales, después del tercer cardinal sólo se mencionan “muchos”.

Existen muchas formas de contar, Lancy citado Bishop (1999) clasifica los sistemas de conteo de la siguiente forma:

Tipo I: sistemas basados en contar partes del cuerpo, con el número de partes variando de 12 a 68

Tipo II: sistemas que emplean piezas como, por ejemplo varillas, la base numérica suele estar entre 2 y 5.

Tipo III: bases mixtas de 5 y 20 que emplean nombres de números compuestos como «dos manos y un pie» para denotar 15.

Tipo IV: sistemas de base 10 con varios nombres discretos para los números en vez de nombres compuestos. (Bishop, 1999. pp.45)

Las formas de conteo pueden ser presentadas también de un sin número de formas, por ejemplo, por medio de muescas, nudos en cordeles, jeroglíficos, quemaduras en madera, ábacos, algunos conceptos relacionados con esta actividad universal son:

- Número
- Sistema de numeración
- Cuantificadores
- Valor posicional
- Relaciones numéricas

- *Localizar*

Esta actividad se plantea en este momento para mostrar la importancia del entorno espacial para el desarrollo de las ideas matemáticas, todas las culturas han ideado unos métodos más o menos sofisticados para codificar y simbolizar su entorno espacial, esta actividad proporciona algunas nociones geométricas, el planteamiento de universalidad de esta actividad está fundamentado según Pinxten citado Bishop (1999)

Todas las culturas tienen sus maneras específicas de representar el mundo. Sin embargo, todas ellas se refieren al mismo sol, la misma luna o la misma tierra y todos se hacen mediante los mismos instrumentos básicos para obtener conocimiento y comprensión, es decir, manipulando la materia con las manos, mirando el mundo a través de unos ojos idénticos, moviéndose alrededor de un cuerpo uniformemente estructurado de una manera idéntica (por ejemplo, caminando hacia adelante y hacia atrás, girando en el plano horizontal). Bishop (1999), pp. 50

Bishop (1999) menciona que la actividad de localizar está relacionado con tres niveles del espacio, los cuales son:

- El espacio físico
- El espacio socio geográfico y
- El espacio cosmológico.

De acuerdo al autor el segundo nivel es el más pertinente para el análisis matemático no sólo porque en este nivel existen nociones geométricas, sino también por las nociones de direcciones, orden e infinitud, un aspecto que está presente en el estudio de esta actividad universal es el determinar cómo influyen los aspectos reales el entorno espacial en el lenguaje y la representación de localización, algunos conceptos relacionados con esta actividad universal son:

- Nociones topológicas (arriba/ abajo, derecha/izquierda, detrás/adelante)
- Líneas (curvas y rectas)
- Sistemas de localización (coordenadas polares, coordenadas 2D y 3D)
- Longitud
- Lugar geométrico

- *Medir*

La actividad de medir se ocupa de comparar, ordenar y cuantificar cualidades que tienen valor e importancia, aunque todas las culturas reconocen la importancia de ciertas cosas, no todas las culturas valoran las mismas medidas, Bishop (1999) menciona que generalmente el entorno social inmediato es el que proporciona las cualidades que han de medir además las unidades de medida. Por ejemplo, el cuerpo humano fue probablemente, el primer dispositivo para medir que se empleó en todas las culturas. Es evidente que la actividad de medir está presente en la vida económica y comercial, por lo tanto es ineludible que además de aplicar aspectos numéricos, la medición está ligada a la vida social de una comunidad, algunos conceptos matemáticos que se pueden relacionar con esta actividad son:

- Cuantificadores comparativos
- Unidades y sistemas de medida
- Estimación
- Longitud
- Área
- Volumen
- Tiempo
- Temperatura
- Peso
- Sistema de unidades métricas
- Unidades compuestas

- *Diseñar*

El diseño se puede aplicar al entorno espacial mismo como en el caso de las casas, las aldeas, los huesos, los campos, las artesanías, el producto acabado en no es matemáticamente importante, mientras que sí puede serlo en el desarrollo de ideas científicas, donde es importante las propiedades de la materia, según el autor la idea de forma de forma o figura se desarrolla con el diseño y la representación. Además menciona la relación entre la actividad de diseñar, la imaginación y las matemáticas, pues el pensamiento matemático se ocupa esencialmente de la imaginación y no de la fabricación, y que muestra imaginación está alimentada por sentimientos y creencias, al igual lo que está por figuras y objetos. Algunos conceptos matemáticos que se pueden relacionar con esta actividad son:

- Diseño como la abstracción de una figura
- Grande, Pequeño
- Semejanza, Congruencia
- Propiedades de las formas
- Mosaicos
- Simetría
- Proporción

- Razón

- *Jugar*

Los juegos, sus descripciones, sus análisis y sus roles aparecen mencionados en diferentes escritos antropológicos, es otro tipo de interacción social, los juegos infantiles, especialmente desempeñan una función enculturizadora de igual forma se reconoce el juego como una actividad adulta, todos los juegos están regidos por un conjunto de reglas, es decir un sistema lógico, tal y como es la estructura de la matemática misma, Roth citado Bishop (1999) clasifica los juegos en los siguientes grupos o categorías:

Juegos imaginativos: presentación de fabulas, leyendas, cuentos.

Juegos realistas: los derivados de objetos reales de la naturaleza, tales como jugar con animales, en el lodo.

Juegos imitativos: este tipo de juegos se ramifican en dos subgrupos, donde se imitan los objetos de la naturaleza y donde se imitan las actitudes de los adultos.

Juegos de discriminar: juegos de adivinación, o escondite

Juegos de impulsión: lucha, tirar la cuerda

Juegos de exultación: música, baile (Bishop. 1999, pp. 66)

Una aspecto significativo de esta actividad matemática universal son los aportes que hace esta actividad al desarrollo del pensamiento matemático, ente ellos esta los cuadros mágicos y el sudoku, lamentablemente aún se tiene poca literatura al respecto de los aportes que hace el juego a la educación desde una perspectiva sociocultural, algunos conceptos matemáticos que se pueden relacionar con esta actividad son:

- Acertijos, paradojas
- Modelización, realidad imaginada
- Lógica
- Razonamiento hipotético
- Estrategias
- Azar, predicción

- *Explicar*

La actividad de explicar, eleva la cognición por encima de una experiencia simplemente relacionada con el entorno, esta actividad está relacionada con el ambiente social más que con el ambiente físico, por medio de esta actividad se pretende hacer relaciones entre fenómenos, y la búsqueda de una teoría explicativa, de acuerdo a Bishop (1999)

Todas las culturas estructuran su lenguaje, todas clasifican, todas tienen relatos explicativos, todas tienen maneras de conectar ideas mediante el discurso y tan universal como el lenguaje y, sin duda, tiene una importancia básica para el desarrollo matemático. Bishop, (1999). pp. 78

En algunas culturas desempeña una poderosa función social, pues constituye en el medio como se representa el conocimiento y los saberes ancestrales de una comunidad, el explicar es tan universal como el mismo lenguaje, aunque este es sólo una forma de explicación, las matemáticas también pueden ser relacionadas como se otro medio de de explicación, algunos conceptos matemáticos que se pueden relacionar con esta actividad son:

- Explicación de relatos, conectores lógicos
- Explicaciones lingüísticas: argumentos lógicos
- Explicaciones simbólicas: ecuación, desigualdad, algoritmo, función
- Explicaciones figurativas: Gráficas. Diagramas, tablas, matrices
- Modelización matemática
- Criterios: de validez interna, generalización externa.
- Disyunción, implicación, equivalencia

Una vez presentadas las actividades matemáticas en las cuales están conceptos o actitudes matemáticas, es necesaria la utilización de estas actividades matemáticas universales como una forma de identificar algunos aspectos del pensamiento matemático de las comunidades, entre ellas el grupo de artesanos del municipio de Guacamayas, es decir estas actividades ayudarán significativamente a establecer una serie de categorías de análisis de la información recolectada en la etnografía.



#### **2.1.4 Actividades Matemáticas Universales desde Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos**

En este numeral se hará relación entre las actividades matemáticas universales propuestas por Bishop, y los planteamientos teóricos relativos al pensamiento geométrico y los sistemas geométricos, la presentación de esta información, ayudará significativamente con el cumplimiento del objetivo específico relacionado con la comprensión de cuales actividades matemáticas, están presente en el proceso de elaboración de la cestería de la comunidad de Guacamayas (especialmente las relacionadas con elementos propios del pensamiento métrico y espacial), para ello inicialmente se presentará la definición que presenta MEN (1998) quien define pensamiento geométrico como:

El conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales. MEN (1998) pp. 56.

Inmenso en el pensamiento espacial y los sistemas geométricos también están contempladas todas interacciones del sujeto con los objetos situados en el espacio, por los cuales desarrolla diversas representaciones y a través de la relación de estas hace aproximaciones conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales de diferentes objetos matemáticos

Sería un error determinar el Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos como un ente aparte o desvinculado de los demás pensamientos matemáticos planteados por MEN (1998), con referencia a los sistemas geométricos, y su relación con los demás pensamientos matemáticos MEN (1998) menciona que:

Los sistemas geométricos, se inician con modelos cualitativos del espacio, y a los sistemas métricos, que pretenden llegar a cuantificar numéricamente las dimensiones o magnitudes que surgen en la construcción de los modelos geométricos y en las reacciones de los objetos externos a nuestras acciones MEN (1998) pp. 40

Otro aspecto significativo sobre el pensamiento espacial y el sistema geométrico es el proceso de potencialización de este tipo de pensamiento, a continuación se presentarán algunas propuestas sobre el proceso de desarrollo del pensamiento.

- *Los niveles de Van Hiele*

Dickson (1991), presenta los niveles de Van Hiele, la autora presenta los niveles de aprendizaje donde se ubican los estudiantes argumentando que cada uno de los niveles propuestos es consecutivo y no se puede estar en el nivel 1 y pasar de este al nivel 4, sin antes haber estado en los niveles intermedios, estos niveles son:

Nivel 1, Visualización: Los estudiantes perciben figuras geométricas como un todo global. No reconocen las partes ni los componentes de la figura por ejemplo las propiedades que distinguen un cuadrado de un rombo o un rombo de un paralelogramo; sin embargo llegan a lograr producir una copia de cada figura particular o reconocerla.

Nivel 2, análisis: Los estudiantes logran analizar las partes y propiedades particulares de las figuras. Por ejemplo "los rectángulos tienen las diagonales iguales, o los rombos tienen las diagonales iguales;" pero no explicita relaciones distintas entre familias de figuras; por ejemplo un rombo o un rectángulo no se perciben explícitamente como un paralelogramo, y las propiedades de las figuras se llegan a establecer experimentalmente.

Nivel 3, Ordenamiento: Los estudiantes determinan las figuras y sus propiedades. "Cada cuadrado es un rectángulo", pero no son capaces de organizar una secuencia de razonamientos que justifiquen sus observaciones, llegando a comprender las primeras definiciones que describen las interrelaciones de las figuras con sus partes constituyentes.

Nivel 4, Razonamiento deductivo: Los estudiantes pueden desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad a otra. Así, por ejemplo, se puede llegar a demostrar que el postulado de las paralelas implica la suma de los ángulos de un triángulo que es igual a 180 grados; sin embargo no reconocen la necesidad de rigor en los razonamientos, en este nivel se comienzan a establecerse las conexiones lógicas a través de la experimentación práctica y del razonamiento

Nivel 5, Rigor: Los estudiantes están capacitados para analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos. Pueden apreciar la consistencia, la independencia, la completitud de los axiomas de los fundamentos de la geometría.

Con respecto a estos niveles la autora menciona que el paso de un nivel a otro no es automático y es independiente de la edad, pues en algunos estudios sobre el aprendizaje de la geometría se ha encontrado que adultos se encuentran en un nivel 1, esto se debe a que no han tenido oportunidad de enfrentarse con experiencias que les ayuden a pasar al nivel 2.

- *Niveles de comprensión*

Otro elemento significativo al respecto del pensamiento geométrico es el relacionado con niveles de comprensión, Wiske (1999) los plantea los siguientes niveles de comprensión con respecto al aprendizaje de la geometría:

*Nivel Ingenua:* el estudiante se basa de los conocimientos intuitivos y hace la descripción y construcción de un conocimiento no problemático, pero ve la relación entre lo aprendido y su aplicación en el entorno. Por otra parte tampoco se evidencia la reflexión por parte del estudiante de cómo expresar el conocimiento.

*Nivel de Novatos:* el estudiante reconoce algunos conceptos o ideas disciplinarias e intenta hacer una relación entre ellos, es decir describe la naturaleza y el objetivo de la construcción del conocimiento.

*Nivel Aprendiz:* el estudiante demuestra un uso flexible del concepto y a su vez se puede llegar a observar que la construcción hecha del conocimiento es compleja.

*Nivel Maestría:* es estudiante es predominante, integrador, creativo y crítico, puede llegar a ser flexible entre la dimensiones, además de vincular los criterios que construye y validad el conocimiento de la disciplina trabajado.

Es importante mencionar que estos niveles de aprendizaje y de comprensión son una excelente forma de establecer elementos de análisis de la información recolectada en la

etnografía, con base a la información anteriormente comentada se procederá a mencionar el proceso metodológico llevado a cabo.

## **CAPÍTULO 3.**

### **DESCRIPCIÓN DEL PROCESO METODOLÓGICO**

Una vez presentada un marco conceptual de referencia, que ayude significativamente para establecer categorías de análisis de la información recolectada, a continuación será presentado la descripción del proceso metodológico llevado a cabo en la implementación de la presente monografía, para ello inicialmente se caracterizará la etnografía como la metodología implementada para la recolección de la información, posteriormente se caracterizará la comunidad del municipio de Guacamayas y finalmente se presenta las herramientas de recolección de información utilizada en la etnografía.

#### **3.1 Por qué la etnografía como tipo de estudio**

Como primera instancia es relevante aclarar qué tipo de metodología, se implementó en la ejecución de esta monografía, de acuerdo con los planteamientos de autores como D'Ambrosio (2007), Bishop (1999, 2005), Gerdes (1999, 2007) y Oliveras (1996), en fases iniciales<sup>14</sup> de investigaciones en Etnomatemática, es imperativo hacer una investigación de tipo etnográfico, para únicamente recolectar la información, para pasarla por un proceso de análisis, para que finalmente con base en este análisis se empiecen a crear tanto comprensión de las matemáticas utilizadas por estas comunidades como su respectiva relación en la mejora de la enseñanza de las matemática, en una primera instancia es necesario definir la etnografía de acuerdo a, Goetz & Lecompte (1988), los autores la presentan como:

La reconstrucción de la vida de un grupo social, en un periodo de tiempo, que representa fielmente las visiones y significados de los participantes. Goetz & Lecompte (1988) pp.73

De acuerdo con Goetz & Lecompte (1988) la etnografía, se traduce etimológicamente como el estudio de las etnias, significa el análisis del modo de vida de un grupo de individuos, mediante la observación y descripción los que la gente hace, cómo se comportan y cómo estos pueden variar en diferentes momentos y circunstancias, es decir que describe múltiples formas de vida de los seres humanos.

---

<sup>14</sup> Actualmente sólo se encuentra un primer acercamiento prácticas matemáticas en la comunidad de Guacamayas presentes en el proceso de elaboración de la cestería.

Los autores mencionan que la etnografía surgió como un concepto clave para la antropología para el mejor entendimiento en la organización y construcción de significados de distintos grupos y sociedades; además ellos mencionan que los diseños etnográficos requieren estrategias de investigación que produzcan reconstrucción cultural, donde las estrategias implementadas sean empíricas y naturalistas; de igual forma mencionan algunas características para que las etnografías tengan estrategias de investigación congruentes<sup>15</sup>; con respecto a este tipo de metodologías y la Etnomatemática, una crítica que se le hace es el cómo a veces se usa la etnografía como un medio de “manoseo” de la comunidades, sólo para beneficio del investigador, en esta propuesta tenemos en cuenta esta crítica, pues el ideal a largo plazo es tener incidencia en las escuelas del sector y porque no, hacer un proyecto en Educación Matemática, relacionando aspectos socioculturales de la comunidad de Guacamayas; de igual forma quiero resaltar es una caracterización de la etnografía no como una metodología meramente descriptiva, sino una perspectiva compleja y profunda, Romberg & Carpenter (1986) mencionan que:

La etnografía significa aprender de la gente más que estudiar a la gente, y el investigador debe ser capaz, a la par de separarse, ser consciente de la existencia de otros sistemas y reflexionar y aplicar perspectivas teóricas de los sistemas socioculturales. pp 32

Las características de la etnografía como forma de investigación y la relación que tiene con respecto al trabajo mostrado en el presente documento según Goetz & Lecompte (1988) son:

- El carácter fenomenológico de la etnografía: la interpretación de los fenómenos sociales viendo “desde dentro” la perspectiva del contexto social de los participantes permitiendo al investigador tener un conocimiento interno de la vida social, este es un elemento muy significativo en el proceso de toma de la información, pues el proceso de elaboración de la cestería se puede catalogar como un fenómeno social.

---

<sup>15</sup> Tales como fenomenológicas, empíricas y naturalistas, holistas y multimodales.

- La suposición de la permanencia relativamente persistente, dentro del grupo a estudiar con el fin de conseguir su aceptación y confianza. Pues una vez conseguido esto, se debe comprender la cultura que les rodea. Esta característica trata de dar un paso más allá en investigación de tal manera que el etnógrafo viva en primera persona la realidad social del grupo, así será capaz de observar cómo acontecen las cosas en su estado natural y comprender los diferentes comportamientos que se producen en un determinado contexto; la permanencia en la comunidad fue un factor relevante en la presente etnografía pues ésta fue necesaria para conseguir la confianza de la comunidad y recolectar información verídica.
- Es holística y naturalista: Recoge una visión global del ámbito social estudiado desde distintos puntos de vista, desde un punto de vista interno, el de los miembros del grupo y desde un punto de vista externo, la interpretación del investigador, en este aspecto fue fundamental el acompañamiento de los directores del presente documento, pues este acompañamiento ayudó significativamente en la obtención de distintos puntos de vista de la información recolectada.
- Tiene un carácter inductivo: La etnografía es un método de investigación basado en la experiencia y la exploración. Parte de un proceso de observación no participante como principal estrategia de obtención de la información permitiendo establecer modelos, hipótesis y posibles teorías explicativas de la realidad objeto de estudio; esta característica está presente en todo el cuerpo del documento, pues se usaron instrumentos como la observación no participante.

En complemento a lo anteriormente mencionado, autores como Goetz & Lecompte (1988) referencian algunos aspectos al reflexionar sobre el rol del etnógrafo, tales como la subjetividad de los estudios etnográficos, las relaciones sociales presentes en el transcurso de la investigación y el compromiso social con las comunidades, aspectos que claramente se tuvieron en cuenta en el proceso de ejecución del proyecto.



### 3.2 Técnicas de recolección de la información

Una vez comentado en enfoque metodológico que se tuvo en cuenta para la ejecución de este, se presentará la descripción del proceso de recolección de información y las diferentes técnicas necesarias para la recolección de la información.

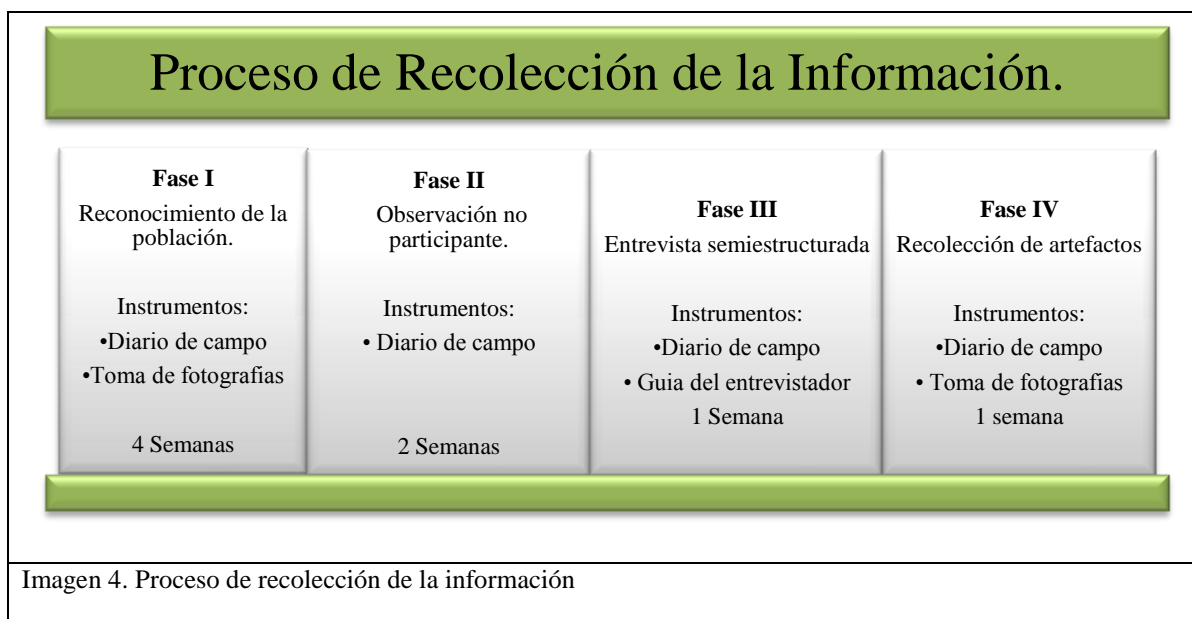
- *Descripción de los procesos de recolección de la información*

El grupo de artesanos con el que se llevó a cabo la etnografía fueron 7 artesanos, esta se llevó a cabo en 8 semanas, por medio de la mediación las directivas de la ONG *La Espiral Del Servicio*, inicialmente fui presentado a las tres cooperativas campesinas las cuales funcionan en el municipio de Guacamayas, las 4 primeras semanas se hizo un trabajo de reconocimiento de la población, con el fin de afianzar relaciones de confianza mutuas, además este proceso ayudó significativamente a caracterizar socioculturalmente a la comunidad.

Posteriormente por medio del trabajo con las diferentes cooperativas campesinas, en las siguientes dos semanas, se inició el acercamiento con los artesanos observando el proceso de elaboración de las artesanías, todos los procedimientos fueron escritos en el diario de campo, por medio de la observación se evidenciaron algunas heurísticas implementadas por los artesanos para la elaboración de algunos diseños geométricos presentes en las artesanías, además se pudo observar algunos procedimientos relacionados con temáticas como proporcionalidad, la cual estaba presente en el proceso de preparación de la materia prima, para la elaboración de las artesanías.



Paralelamente del proceso de observación de esta práctica cultural, (elaboración de artesanías), se hizo el diseño de una entrevista semiestructurada, la cual fue aplicada a 7 artesanos de la comunidad. Finalmente como complemento a las entrevistas semiestructuradas se implementó la recolección de artefactos, se hace con el fin de evidenciar algunas propiedades geométricas que cumplen ciertos diseños presentes en la cestería<sup>16</sup>, paralelamente se evalúa su representatividad de los objetos, todas estas evidencias se comparan con los datos recogidos en las observaciones y las entrevistas, a fin de triangular la información recolectada, el cual es un elemento necesario para la ejecución de una etnografía según Goetz y Lecompte (1988).



### 3.2.1 Observación no participante

Con respecto a la observación no participante se utilizaron los siguientes instrumentos de recolección de información:

<sup>16</sup> para la caracterización de estos elementos se iniciará con la presentación de los atributos sensoriales concretos, tales como el color, tamaño, forma, uso; posteriormente el examen y el análisis de los artefactos, lo cuales permiten dar luz de los materiales simbólicos que revelan significados en un contexto cultural o grupal

- *Diario de campo*

El diario de campo fue una herramienta en la cual no sólo se registró el trabajo llevado con la comunidad, sino además sirvió para presentar de las dificultades y sentimientos personales presentados en el proceso de recolección de la información, pues evidente que en el proceso de recolección de información hay una constante interacción entre lo personal y lo emocional.

Diariamente la información se registraba las experiencias tenidas en el proceso de recolección, entre ellos los elementos de reflexión relacionados con la observación no participante y los comentarios hechos por los artesanos en la ejecución de las entrevistas.

- *Fotos*

El proceso de recolección de información gráfica fue un proceso complejo, pues para que fuera posible se tenían que crear lasos de confianza entre la comunidad y la persona encargada de efectuar la recolección de la información, este proceso estuvo enfocado en varios momentos, los cuales son:

- Identificación de posibles procesos para la elaboración previa de los diseños de las artesanías.
- Proceso de recolección y preparación de las materias primas.
- Proceso de elaboración de las artesanías.
- Identificación de propiedades matemáticas presentes en los diseños de la comunidad.
- Procesos de comercialización de las artesanías.

Esta información ayudó significativamente a evidenciar las propiedades matemáticas y geométricas presentes en la elaboración de las artesanías



### 3.2.2 Entrevistas semiestructuradas

Al hablar de las técnicas e instrumentos de recolección de información es importante hacer un análisis donde se relacionen los objetivos, las preguntas a tratar y el cómo estos instrumentos ayudarán para responder las preguntas y cumplir los objetivos, de esta forma me remito a la tesis doctoral de la profesora Oliveras (1996), quien caracteriza dos tipos de técnicas para la recolección de los datos, las técnicas directas y las indirectas, algunas estrategias que se tendrán en cuenta para el proyecto son, desde las técnicas directas están:

Las entrevistas semiestructuradas y la observación no participante de las prácticas culturales de la comunidad: esta se hace con el fin de recoger datos sobre la comprensión que muestre la utilización de conceptos y objetos matemáticos en el proceso de elaboración de la cestería, Patton (1980) clasifica las preguntas para entrevistas en 6 núcleos, los cuales son presentados a continuación:

- Preguntas sobre experiencia y comportamiento, que descubren lo que los respondientes hacen o han hecho.
- Preguntas sobre opiniones y valores, las cuales descubren las creencias de los respondientes acerca de sus comportamientos y experiencias.

- Preguntas sobre sentimientos, las cuales van en busca de cómo los respondientes reaccionan emocionalmente a sus experiencias y opiniones.
- Preguntas sobre conocimientos, las cuales descubren lo que los respondientes saben acerca de sus mundos.
- Preguntas sobre lo sensorial, que suscita descripciones de los respondientes de qué y cómo ven, oyen, toca, gustan y huelen, en el mundo que lo rodea.
- Preguntas demográficas y antecedentes, con las que se obtienen auto descripciones de los respondientes.

El autor sugiere la unión de estos núcleos en el planteamiento de las entrevistas a la población, aspecto que será tenido en cuenta para el diseño y la implementación de este instrumento; en la Fase III de la etnografía, se caracterizó por la implementación de la una entrevista, la cual fue aplicada a siete (7) artesanos, para los diseños de las entrevistas se tuvieron en cuenta los siguientes aspectos:

- Narrativa en lenguaje natural del proceso de elaboración de las artesanías.
- Proceso de elaboración de los diseños.
- Actividades matemáticas universales presentes en la elaboración de las artesanías, especialmente el proceso de medición y diseño.
- Relación de esta práctica cultural con la matemática.
- Posibles aportes que esta práctica cultural podría hacer a la educación matemática



Imagen 6. Entrevistas hechas a las artesanas

### **3.2.3 Recolección de artefactos**

En la última fase de la etnografía se caracterizó por la implementación de la recolección de instrumentos, esta técnica se hace con el fin de evidenciar algunas propiedades geométricas que cumplen ciertos diseños presentes en la cestería, con respecto a este tipo de técnica indirecta Goetz y Lecompte (1988) comentan que este proceso inicia con la caracterización de los atributos sensoriales concretos: color, tamaño, forma, uso; posteriormente el examen y el análisis de los artefactos, lo cuales permiten dar luz de los materiales simbólicos que revelan significados en un contexto cultural o grupal, paralelamente se evalúa su representatividad de los objetos, esta evidencia se compara con los datos recogidos en las observaciones y las entrevistas, a fin de triangular la información. Este proceso final exige que los investigadores reexaminen los materiales del contexto que fueron extraídos.

Una vez comentadas cada una de las fases de recolección de información y los instrumentos utilizados en cada una de estas fases, se procederá a tabular (ver anexos) y presentar la información con el fin de triangularla y poder empezar la conceptualización y el análisis de la información encontrada.

## **3.3 Descripción de la comunidad Guacamayas**

Una vez mencionado el tipo de enfoque en la investigación, las técnicas y los instrumentos usados para la recolección de la información, se procederá a caracterizar tanto la región donde se hizo se elaboró la etnografía, como el grupo de trabajó en la búsqueda de la información.

### **3.3.1 El municipio de Guacamayas y su contexto**

El municipio de Guacamayas es una pequeña población aproximadamente 440 Kms. al nororiente de Bogotá, ubicada al norte del departamento de Boyacá, Colombia, sobre la cordillera oriental en la cuenca del río nevado a 2.296 m.s.n.m, el casco urbano del municipio está ubicado en las coordenadas 6° 27' 33.64'' N. 72° 30' 04.40'' O. actualmente hace parte de provincia de Gutiérrez tiene una extensión total de 59,83Kms<sup>2</sup> , los cuales son divididos entre un 0.71 Kms<sup>2</sup> de área urbana y 59.12 Kms<sup>2</sup> de área rural compuesta por las veredas de Chiveche, La laguna, Uragón, Alisal, Chiscote, Chichimita,

Ritanga, La palma y Guiragón; de acuerdo a fuentes históricas como Pérez (1999) esta zona del país fue habitada por la comunidad indígena *Lache* la cual era perteneciente a la familia lingüística Chibcha, el nombre del municipio el esta legua se traduce como *cercado del sol*, su fundación como población española es en el año de 1708 por Hernán Pérez de Quezada<sup>17</sup>, quien iba en búsqueda del mítico santuario indígena llamado *la casa del sol*<sup>18</sup>.



Imagen 7. Casco urbano del municipio de Guacamayas, Boyacá, Colombia.

De acuerdo Alcaldía de Guacamayas (2008) actualmente en el municipio cuenta con casi 2000 habitantes, la mayor parte en la parte rural, la comunidad dedica su tiempo a las labores agropecuarias y la creación de artesanías; esta comunidad como todos los campesinos Colombianos, son personas amables, sencillas, tranquilas, humildes, bondadosas y sobre todo muy trabajadoras, que lamentablemente han padecido en carne propia los resultados del conflicto armado interno<sup>19</sup> que ha sufrido Colombia por más de cincuenta (50) años; aún así en medio de tanta violencia y pobreza, la comunidad

---

<sup>17</sup> Hermano de Gonzalo Jiménez de Quesada, fundador de la ciudad de Bogotá, capital de Colombia.

<sup>18</sup> La búsqueda de este templo inicia desde la colonia, ya en el siglo XX el profesor Eliecer Silva Celis, dedicó gran parte de su vida a la búsqueda de este templo a partir de múltiples excavaciones arqueológicas en todo el altiplano cundiboyasense, entre ellas en algunas zonas de norte de Boyacá, Rodríguez (2007) hace un homenaje a la vida y obra de este estudioso de las culturas precolombinas colombianas, en el texto se hace mención a la ubicación y búsqueda de la mítica casa del sol.

<sup>19</sup> Probablemente esto se debe a su posición estratégica, pues este sector es un conector entre los llanos, Santander y Venezuela.

Guacamayas y del norte del departamento de Boyacá, se caracteriza por ser una comunidad valiente y digna, dispuesta a trabajar honradamente para obtener un mejor futuro.



Imagen 8. División política del municipio de Guacamayas, Boyacá, Colombia.

### 3.3.2 El grupo de trabajo

Como se ah mencionado en anteriores ocasiones el grupo de trabajo con el que se llevó a cabo la etnografía fueron siete (7) artesanos, un (1) hombre y seis (6) mujeres, quienes pertenecen a diferentes cooperativas y asociaciones campesinas del municipio, en el proceso se elaboración de la etnografía se caracterizó el grupo de trabajo en diferentes aspectos, los cuales se presentarán en el siguiente esquema:

<i>Características</i>				
<b>Edad</b>	De 18 a 28 años	De 29 a 38 años	De 39 a 48 años	Más de 48 años
	1 persona	1 personas	2 personas	3 personas
<b>Nivel educativo</b>	Primaria incompleta	Primaria completa	Bachillerato incompleto	Bachillerato completo o técnico
	2 personas	3 personas	1 persona	1 persona
<b>Experiencia en la elaboración de artesanías</b>	De 0 a 3 años	De 3 a 5 años	De 5 a 10 años	Más de 10 años
	1 persona	1 persona	2 personas	3 personas

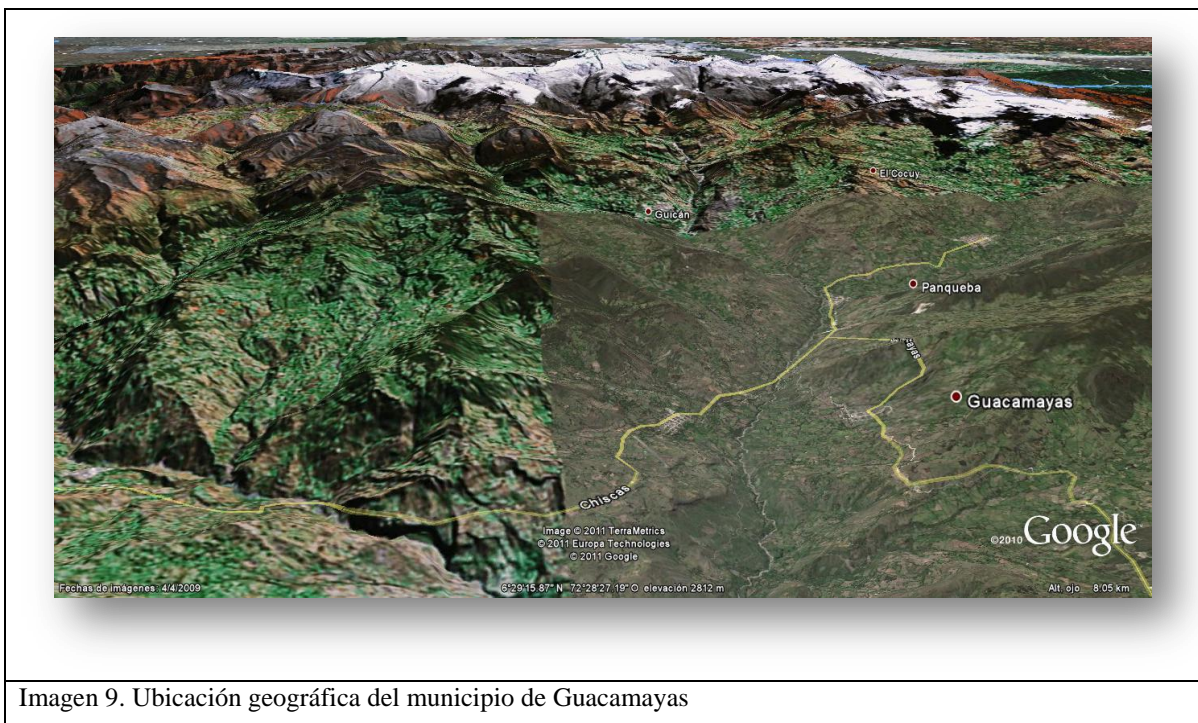
### 3.4 La Etnomatemática del Municipio de Guacamayas

Una vez caracterizado el territorio donde se elaboró la etnografía y el grupo de trabajo, en este numeral se presentará brevemente en que espacios se evidencian inicialmente los conocimientos relacionados con el pensamiento espacial y sistemas geométricos de la comunidad de Guacamayas, para ello se tendrá en cuenta tanto los espacios escolares como extra escolares.

#### 3.4.1. Conocimiento regional (conocimientos extra-escolares)

En la comunidad de artesanos hay varias actividades donde se puede evidenciar el pensamiento geométrico de la comunidad de Guacamayas, entre ellas la elaboración de artesanías en fique y paja, actividad por la cual se indagará en la presente etnografía.

Este proceso de creatividad, cálculos, deducciones, modelación de la realidad inicia desde el momento de la creación de los diseños de las artesanías, pasando por la preparación de las materias primas, y finalizando en el proceso de construcción diseño de la artesanía, estos procesos y procedimientos serán presentados con mayor detenimiento en el próximo capítulo del presente documento.





### 3.4.2. Matemática escolar (conocimientos escolares)

Otro espacio donde se evidencian los conocimientos geométricos de la comunidad es en la escuela, en el presente numeral se caracterizará el contexto escolar de la comunidad, el casco urbano del municipio de Guacamayas cuenta con dos instituciones educativas, una de primaria y otra de bachillerato técnico, de igual forma en cada una de las veredas del municipio cuenta con una escuela primaria; de acuerdo con las entrevistas hechas varios miembros de la comunidad de Guacamayas, la enseñanza del área de matemática está basada en los libros de texto escolar, de igual formas algunos aspectos socioculturales (entre ellas la elaboración de las artesanías) no son tenidos en cuenta en la escuela para iniciar procesos de aprendizaje.



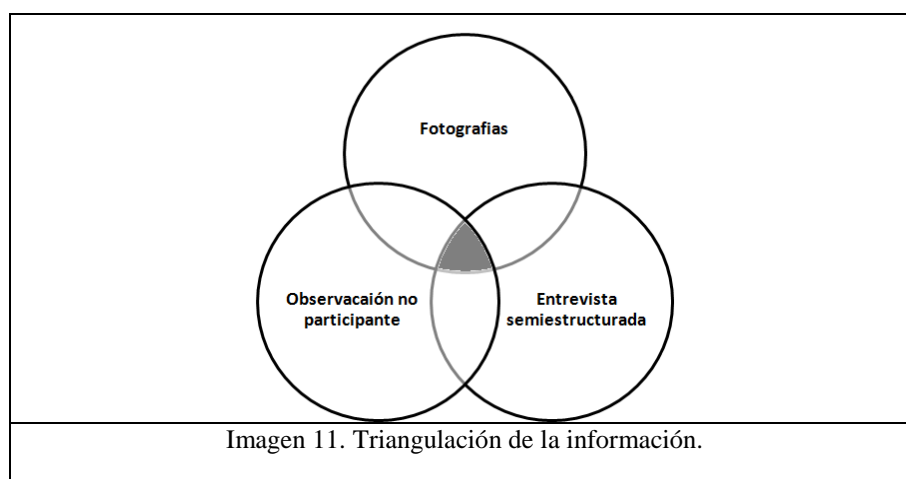
Imagen 10. Escuela primaria del casco urbano del municipio de Guacamayas

## CAPÍTULO 4.

### SISTEMATIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

Una vez mencionadas las herramientas utilizadas para la recolección de la información y el proceso llevado a cabo en la etnografía, se procederá a presentar el análisis de la información, para ello se tendrán como puntos de referencia los tres objetivos específicos presentados al inicio de la monografía.

En el proceso de sistematización de la información, un criterio que se tuvo en cuenta fue la triangulación de la información, para que de esta forma al hacer una comparación de toda la información recolectada, dicha información fue recolectada por medio de las fotografías, como en la observación no participante y la entrevista semiestructurada, en la siguiente imagen se representa cada conjunto circular como la información encontrada por cada uno de los instrumentos usados, al comparar toda la información recolectada, se encontrarán informaciones en común (la cual está representada en la intersección gris de los tres conjuntos), esta información en común es la información que se presentará en el análisis de la tesis, para de esta forma, tener la seguridad de presentar datos totalmente verídicos y no simplemente información relacionada con un solo instrumento de recolección de la información



Con base en el uso de los instrumentos de recolección de información y la metodología anteriormente mencionada (triangulación de la información) se sistematizó la siguiente información:

#### ***4.1 Primer criterio de análisis de la información: Con respecto a las actividades***

El primer criterio de análisis establecido según los objetivos específicos está relacionado con la comprensión de las actividades matemáticas, que están presentes en el proceso de elaboración de la cestería de la comunidad de Guacamayas, especialmente las relacionadas con elementos propios del pensamiento métrico y espacial; teniendo como criterios establecidos las actividades matemáticas universales planteadas por Bishop (1999); se identificaron que las actividades relacionadas con la elaboración de la cestería y el pensamiento métrico y espacial, son las actividades de diseñar y medir.

##### **4.1.1 Diseñar**

- *La creación de los diseños.*

De acuerdo con autores como Bishop (1999), el diseño está presente en muchas situaciones y pueden tener carácter místico<sup>20</sup>, utilitario o lúdico, un enfoque importante que tuvieron las indagaciones y entrevistas con el grupo de trabajo y la comunidad en general fue el ¿Cómo se creaban y se volvían realidad estos diseños?, en las entrevistas tenidas con el grupo de trabajo se escuchaban frases como:

Esto se hace con la cabeza y mucha paciencia, no tenemos moldes o diseños en papel, a mí no me queda tiempo para hacer eso, además yo dibujo muy feo... [risas]

Yo tengo animales, y tejo solamente cuando me queda tiempo, no hago dibujos antes de empezar a tejer, yo tengo en mi cabeza la figura que quiero hacer

En Fuentes (2010 b) inicialmente se comentó que la gran mayoría de artesanos del municipio de Guacamayas no hace representaciones gráficas de sus diseños, tampoco cuentan con un álbum donde tengan compilados sus diseños, ni se utilizan bocetos preliminares en la elaboración de una artesanía, siguiendo esta línea de ideas se podría decir que el grupo de trabajo maneja representaciones abstractas y no físicas, de los diseño a construir, esta característica se podría relacionar con la expresión plantilla mental, mencionada por Bishop (1999), el concepto de plantilla mental está representada por la idea

---

<sup>20</sup> De acuerdo a fuentes históricas inicialmente para ello eran utilizados estos aditamentos, posteriormente pasaron a ser ornamentos de uso utilitario.

del objeto diseñado, es decir un constructo abstracto, en este sentido las ideas como identidades estructurales son más importantes que los aspectos materiales del mismo, Bishop (1999) menciona lo interesante que es observar como un objeto sirve para representar el diseño por el cual se pueden construir otros objetos.

En la experiencia tenida en los dos meses de convivencia con la comunidad esta concepción fue cambiando, se encontraron algunos artesanos que necesitaban hacer representaciones graficas anteriores al proceso de elaboración de la artesanía, usualmente para la elaboración de los diseños típicos de la comunidad (los cuales generalmente son espirales) no se necesita la elaboración de un esquema previo; evento contrario que sucede cuando se necesita elaborar un diseño complicado o cuando los diseños son mandados a hacer por encargo, en una entrevista una artesana comentó:

A veces cuando viene la gente de Bogotá me encarga floreros o individuales, con diseños especiales, en ese caso si es necesario hacer un diseño antes de empezar a hacer la artesanía, para eso yo utilizo un cuaderno y colores, para mirar que debo tener en cuenta para que el diseño quede bien hecho.

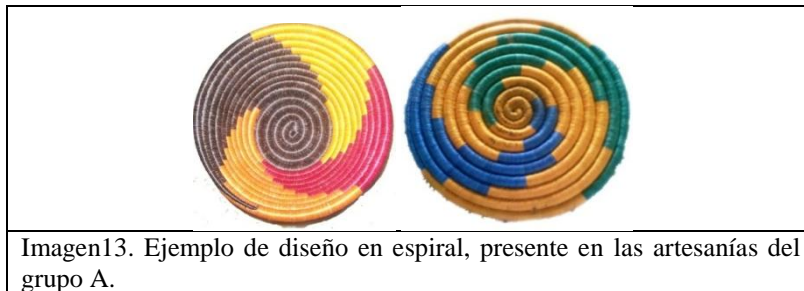


Imagen 12. Algunos diseños (vista lateral de jarrones en fique y paja) elaborados por los artesanos del municipio de Guacamayas.

#### 4.1.1.1 Clasificación los diseños de la comunidad

Para presentar los diseños que hacen los artesanos es necesario hacer una división o clasificación de las artesanías, en Fuentes (2010 b) propuse una clasificación de las artesanías en dos grupos las grupo A (compuesta por los individuales y los portavazos) y las grupo B (compuestas por canastos, fruteros, papeleras, centros de mesa, floreros, y cestas), esta división se debe a que en el grupo B existen diseños tipo friso, los cuales serán analizados de forma diferente a los del grupo A; algunos diseños típicos de la comunidad<sup>21</sup>, con respecto a los diseños del grupo A, que las artesanas llaman tradicionales están:

- Monocromáticas: este tipo de diseños se caracterizan por tener un solo color generalmente, es un tono vivo, como el verde claro, naranja, amarillo, rojo o morado claro.
- Las espirales: El diseño más frecuente en las artesanías del grupo A son de este tipo, el proceso de elaboración de estas artesanías son en forma de espiral<sup>22</sup>, es a través de translaciones deslizantes de una longitud dada a una proporción constante, a continuación se presentará algunos ejemplos de este tipo de diseño.

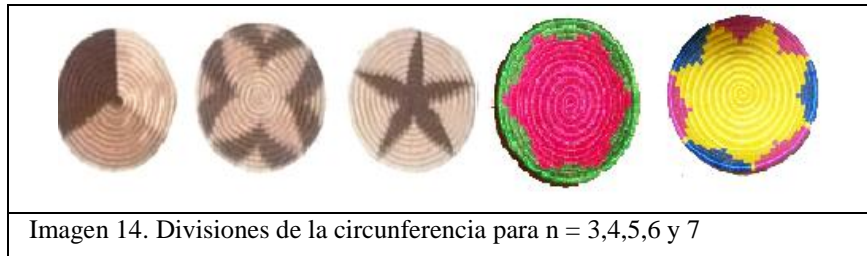


- Las divisiones de circunferencias: este tipo de diseño muy peculiar, pues en estos diseños se puede apreciar esta característica, estas divisiones no están basada en un sistema sexagesimal de 360 grados, en Fuentes (2010 b), comento la estrategia que

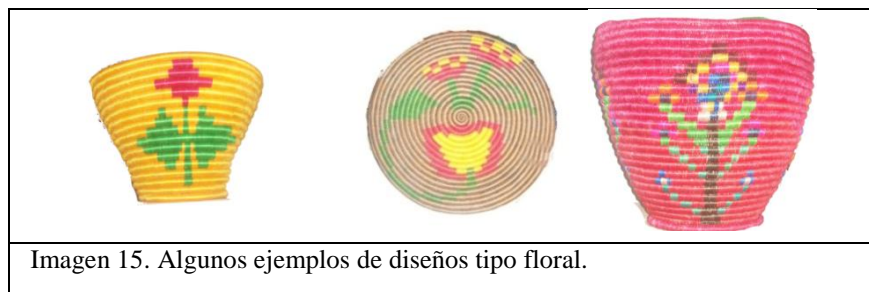
<sup>21</sup> La característica de “típico”, fue denotada en dos sentidos, inicialmente eran los diseños que más se repetían en un conjunto de más de 25 artesanías observadas, además las artesanas comentaban en las entrevistas que esos tipos de diseño son los más antiguos.

<sup>22</sup> Las artesanías que produce la comunidad está constituida principalmente por cestería elaborada por un esqueleto cilíndrico alargado de paja y un exterior de fique que generalmente es pintado con tintas naturales. Una forma usual en la cual están inscritos los diseños de la comunidad es el círculo, el proceso inicia desde el centro de la figura enroscando el esqueleto cilíndrico de paja, similar a la forma de un caracol.

siguen los artesanos para hacer las divisiones de una determinada longitud, que a su vez son utilizados para las divisiones de las circunferencias en la elaboración de individuales en paja y fique, a continuación se mostraran diferentes ejemplos de este tipo de diseño.



- Los diseños basados en la realidad (florales): un diseño basado en la realidad de la comunidad que está presente constantemente en las artesanías de la comunidad son los diseños de tipo floral, los cuales son copiados de la flora del sector, con respecto a esta característica Bishop (1999) menciona que la actividad de diseñar es la más poderosa para transmitir valores relacionados con la interacción matemáticas/entorno; en el caso de los artesanos de Guacamayas se puede observar como a partir de características del entorno basan sus diseños en motivos florales, a continuación se mostrará ejemplos de este tipo de diseños.



Con respecto a los diseños tradicionales del grupo B, se caracterizar los siguientes tipos de diseños:

- Friso conformado por translaciones: la translación es el movimiento rígido en el plano más usual en los diseños de la comunidad, a continuación se presentarán algunos frisos donde se pueden observar las translaciones de una determinada figura, a continuación se mostrará ejemplos de este tipo de diseños.



- Friso zing zang: este tipo de diseño tipo friso muy peculiar, este diseño se caracteriza por la utilización de franjas ascendentes y descendentes, los artesanos lo llaman diseño en “M”, a continuación se presentarán algunos objetos que tienen este diseño.



#### 4.1.1.3 La unidad de medida usada en los diseños de la comunidad

De acuerdo a la triangulación de la información recolectada, se evidenció que en la elaboración de estos diseños los artesanos tienen en cuenta diferentes unidades de medida, a continuación serán presentadas:

**Cuadrado de las hojas:** En el proceso llevado a cabo con los artesanos se evidenció el uso de representaciones gráficas de los diseños en un cuaderno cuadriculado, la artesana comentó que cada cuadrado de la hoja era implementado como una unidad de medida, la cual es tomada en cuenta para la elaboración de las artesanías.

**Cantidad de vueltas del diseño:** En el proceso de convivencia tenido con los artesanos, se observó que este aspecto es tenido en cuenta para la elaboración de dichos diseños (en el numeral sobre la actividad universal de “medir” se definirá y profundizará sobre el concepto de vuelta, usado por los artesanos), a continuación se mostrará una papelera la cual tiene 14 vueltas, para de esta forma representar gráficamente la idea de “vuelta” que manejan los artesanos.



Imagen 18. Fotografía de una papelera la cual está compuesta por 14 vueltas, denotando el concepto de vuelta como cada nivel usado para la elaboración de dicho objeto.

**Cantidad de puntadas:** Otro elemento significativo en los diseños de la comunidad de Guacamayas, es la cantidad de puntadas, estas son tenidas en cuenta para la elaboración de los diseños, a continuación se presentará un diseño donde la unidad de medida está dada por 6 (seis) puntadas (de color amarillo), esta franja es trasladada en las diferentes vueltas del diseño.



Imagen19. representa el uso de la misma cantidad de puntadas para la construcción de un diseño



De igual forma en este tipo de diseño en especial se observó una especie de sucesión geométrica, pues sí se toma como una unidad el segmento amarillo, se observó la estructura de la siguiente sucesión

<i>Vuelta número</i>	<i>Unidades</i>
<i>1</i>	<i>1</i>
<i>2</i>	<i>3</i>
<i>3</i>	<i>5</i>
<i>4</i>	<i>7</i>
<i>...</i>	<i>...</i>
<i>n</i>	<i>2n-1</i>

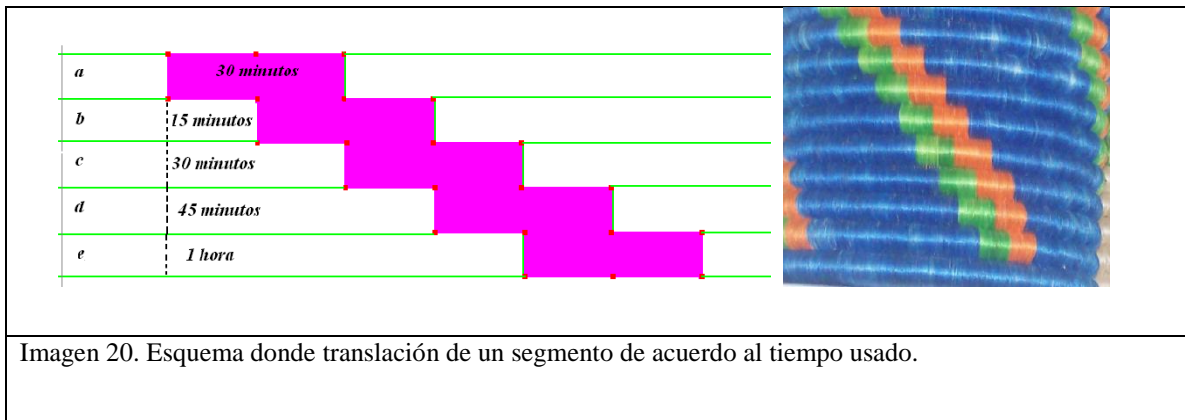
#### **4.1.2 Medir**

En la actividad de diseñar se hizo una corta mención a la medición, la cual está relacionada con el proceso de elaboración tanto de los diseños de las artesanías, como de las artesanías mismas, en Fuentes (2010b) al respecto de la medición se mencionó, que algunas artesanas utilizaban el metro como instrumento de medida, sin embargo una artesana comentó un procedimiento muy especial, la artesana mencionó:

En mi casa no tengo metro o algo que me sirva para medir, pero yo se que sí me demoro media hora haciendo una línea, entonces yo se que la otra línea la tengo que hacer quince minutos corrida y así sucesivamente

Con base en esta declaración en Fuentes (2010b) se mencionó, que esta artesana utiliza el tiempo como unidad de medida, en este caso, se estaría utilizando una translación deslizante de  $x/2$ , (donde  $x$  es el tiempo) ya que menciona la mitad de tiempo entre segmento y segmento, asimismo es muy interesante observar la recursividad de la artesana donde relaciona dos contextos (tiempo-espacio), para suplir una necesidad, este sistema se basa en exactitud de una longitud en cierto tiempo, un comentario que haría a este tipo de medición utilizada por algunas artesanas, no obstante este tipo de medición puede variar dependiendo del individuo, pues en caso de otra artesana las longitudes tejida en un determinado tiempo pueden que no sean las mismas, en este mismo documento se presentó la siguiente representación gráfica del sistema de medición utilizada por esta artesana, a continuación se mostrará una imagen donde se observa la medición hecha por una artesana del grupo de trabajo donde se relacionan las longitudes tejidas con el tiempo en el cual son

tejidas, de esta forma la artesana sabría en qué momento tejer una longitud de determinado color para hacer la configuración geométrica deseada.



#### 4.1.2.1 La elaboración de las espirales y la medición utilizada en tejido

La espiral es una forma significativamente importante en los diseños de la comunidad de Guacamayas, pues algunos trabajos en antropología y arqueología tales como Osborn (1992) relacionan estas prácticas culturales con la comunidad indígena *Lache*, pues en sus petroglifos se pueden observar gran cantidad de espirales, las cuales también están actualmente presentes en las artesanías elaboradas por la comunidad, de ahí nace la curiosidad de hacer indagaciones para determinar la construcción de estas figuras y las manifestaciones de pensamiento matemático presentes en esta construcción, en esta ocasión se hará un especial énfasis en la medida utilizada por los miembros del grupo de trabajo.



En la construcción de las espirales se observa la translación deslizante de un segmento de una longitud  $x$  (donde  $x$  es una longitud) predomina una distancia de  $\frac{x}{2}$ , esta proporción varía dependiendo de la espiral que se quisiese hacer<sup>23</sup>, cuan mayor sea la longitud total de la espiral, la distancia de la translación deslizante será mayor, para ilustrar esta relación a continuación se mostrará un ejemplo entre dos tipos de espirales, a continuación se mostrará una imagen donde observa como un segmento de longitud  $x$  se hace cinco translaciones deslizantes, para construir dos espirales, la espiral de la derecha cuya translación se hace a una distancia de  $x/2$  su longitud total es de  $3x$ , sin embargo la espiral de la izquierda construida con igual cantidad de segmentos tiene una longitud total  $2x$ , esto se debe a que las translaciones se hacen a una distancia de  $x/4$ .

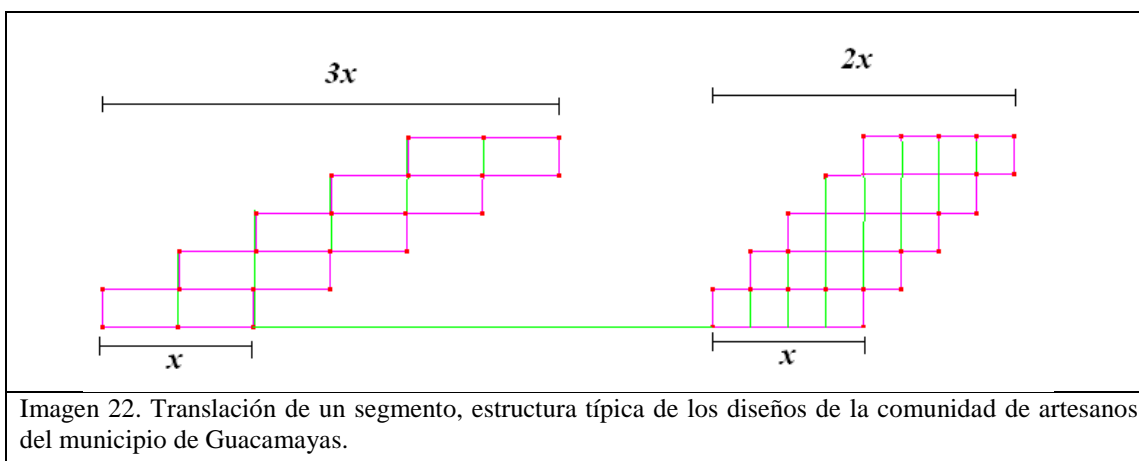
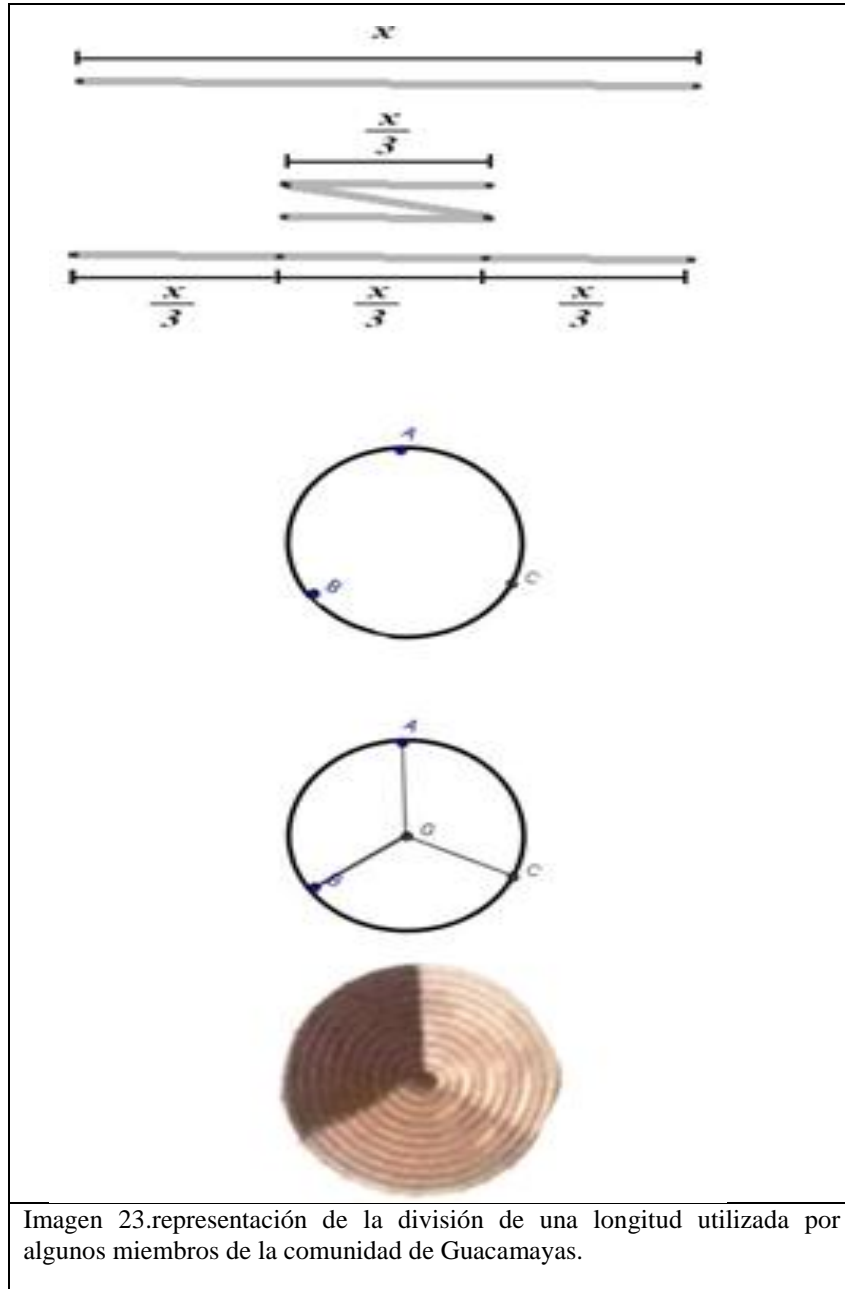


Imagen 22. Translación de un segmento, estructura típica de los diseños de la comunidad de artesanos del municipio de Guacamayas.

#### 4.1.2.4 La división de las circunferencia por medio de la medición

Los artesanos del municipio de Guacamayas efectúan la división de una circunferencia en partes iguales (construcción de polígonos regulares, presentes en los diseños de las artesanías), sin el uso del sistema de numeración sexagesimal, tampoco utilizan la regla y el compás, el proceso de división de las circunferencia está basado en la división de una longitud que conformará la circunferencia de acuerdo a la cantidad de puntos requeridos, a continuación se presentará una representación grafica el proceso efectuado por los artesanos:

<sup>23</sup> Usualmente las artesanías trabajan con la proporción  $\frac{1}{2}$ , pues las espirales quedan de una mayor longitud y economizan materiales.



#### 4.1.2.5 Algunas unidades de medida: El concepto de “vuelta”

En el proceso tenido con los artesanos se evidenció una unidad de medida para longitudes, la cual es llamada por los artesanos del municipio como “vuelta”, el proceso de elaboración de la cestería parte del centro de la artesanía haciendo movimientos circulares de una tira cilíndrica de paja, como un caracol, cada vez que la tira alargada de paja pase por un punto determinado será llamado una vuelta.



Imagen 24. Proceso de elaboración de la cestería a partir de movimientos circulares por medio de las llamadas vueltas

La cantidad de vueltas que tiene determinada artesanía determina, el tiempo de trabajo necesario para su elaboración, del precio y la estética de la misma, generalmente entre mayor cantidad de vueltas que tenga una artesanía, al ancho del esqueleto de paja es más angosto, lo cual hace que su elaboración sea más ardua, esto hace la artesanía mucho más estética, a continuación se presentará una representación gráfica de dos artesanías tipo A, las cuales tienen del mismo diámetro, pero cuya cantidad de vueltas varía, la de la derecha sólo tiene 3 vueltas y la de la izquierda tiene 10 vueltas, dado un diámetro entre mayor cantidad de vueltas posea una artesanía tendrá mayor tiempo de trabajo.

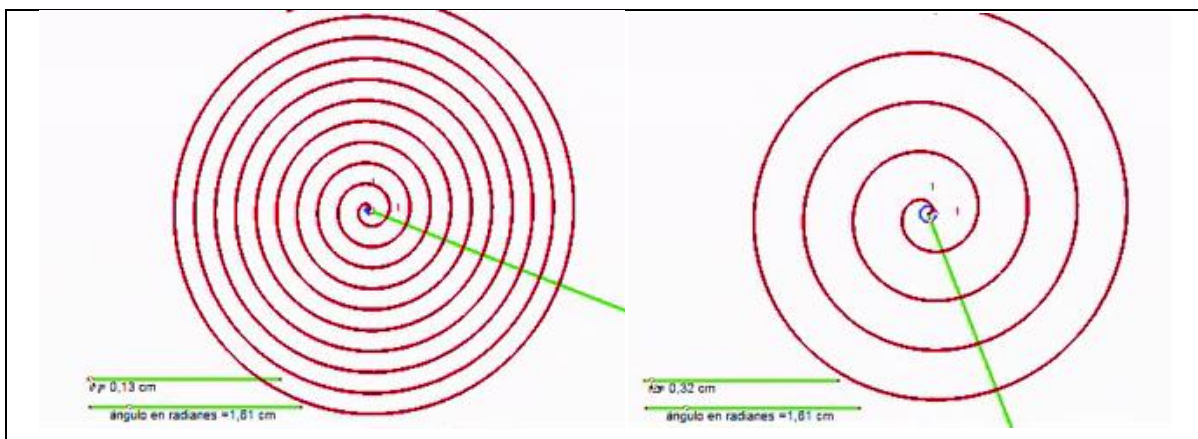


Imagen 25. Artesanías tipo A de igual diámetro

#### 4.1.2.4 Algunas unidades de medida: Las puntadas

Además de el número de vueltas como unidad de medida de los artesanos, también se evidenció como otra unidad de medida la cantidad de puntadas necesarias para la elaboración, en un diseño para que una translación deslizante de sea eficaz, se evidenció que los artesanos, inicialmente cuentan la cantidad de puntadas necesarias para la elaboración de la longitud inicial, posteriormente ya sea el caso de la proporción ( $x/2$ ,  $x/3$ ,  $x/4$ ), los artesanos hacen la división de acuerdo sea la proporción, para de esta forma determinar la cantidad de puntadas que se tienen que deslizar en cada vuelta que haga el artesano, para hacer posible la visualización del deslizamiento de la longitud inicialmente elaborada; a continuación se mostrará una imagen donde está presente la idea de translación deslizante de una longitud inicial a una proporción de  $x/3$ , de acuerdo a la cantidad de puntadas utilizadas.



Imagen 26. Translación deslizante de un segmento.

#### 4.1.2.5. Universalización de las unidades de medida

En la experiencia tenida en la etnografía, llevada a cabo en los dos meses, se evidenció un proceso de universalización de los tamaños de las artesanías (los cuales están relacionados con el mejoramiento de la calidad de las mismas), para lo cual los artesanos tenían que elaborar sus artesanías teniendo en cuenta una tabla de medidas dada por la cooperativa, la cual se presentará a continuación.

PRODUCTO	Nº VUELTAS
PANERA	7
FRUTERO PEQUEÑO	12
FRUTERO MEDIANO	13
FRUTERO GRANDE	15
INDIVIDUAL 20 cm	9
INDIVIDUAL 25 cm	11
INDIVIDUAL 30 cm	12
INDIVIDUAL 35 cm	13
PAPELERA PEQUEÑA	15
PAPELERA GRANDE	19
PORTACAZUELA	9
BANDEJA	7
JARRON 50 cm	37
PORTALAPIZ	12
PORTALAPIZ CON PATA	20
PORTAVASOS	8
ROPERO	30
CANASTO PARA HUEVOS	15
JOYERO 8x8 cm	7
INDIVIDUAL OVALADO	11
BOLSO 7x13x11 cm	10
SERVILLETERO REDONDO 4x4cm	8
CENTRO DE MESA 12x38 cm	13
CENTRO DE MESA 45 cm	19

Imagen 27. tabla de unificación de medidas utilizadas por las cooperativas del municipio de Guacamayas

Al analizar las características presentes en esta tabla se evidencia dos sistemas de medidas, por un lado la utilización del sistema métrico decimal, especialmente los centímetros y paralelamente la unidad de medida propia llamada “vuelta”, la cual es utilizada por los artesanos del sector; mostrando así un proceso de universalización de unidades de medida para longitudes, pero más allá de un proceso de universalización se evidencia un proceso de hibridación tanto por las unidades de medida occidentales, como las creadas por la comunidad como respuestas a sus necesidades, en este proceso de hibridación los artesanos se enfrentaron a diferentes problemas relacionados con la proporcionalidad y la medida de la elaboración de las artesanías<sup>24</sup>, tales como:

<sup>24</sup> Las cuales son elaboradas con un esqueleto cilíndrico alargado de paja y un exterior de fique que generalmente es pintado con tintas naturales.

- Dado el diámetro de una artesanía tipo A en centímetros con su respectivo número de vueltas, determinar el grosor del cilindro de paja para que cumpla con la información inicialmente dada.
- Dado el diámetro de una artesanía tipo B tanto en número de vueltas como en centímetros, determinar cuántas translaciones se pueden efectuar de determinado diseño.

En este proceso se puede evidenciar como en el en la elaboración de las artesanías se utilizan diferentes unidades de medida, tanto las del sistema métrico decimal, como unidades propias, tales como la cantidad de puntadas y el número de vueltas, evidenciando así una parte de los constructos matemáticos construidos por la comunidad de artesanos del municipio de Guacamayas.

#### ***4.2 Segundo criterio del análisis de la información: Con respecto a la enseñanza de la cestería***

Con respecto al proceso enseñanza-aprendizaje de la elaboración de la artesanía, con base en la triangulación de la información se pudo evidenciar que este proceso es llevado a cabo en espacios extraescolares, además estos conocimientos generalmente son transmitidos de la madre a los hijos, de esta forma se identificó la vital importancia la estructura familiar en el proceso de creación de las artesanías, pues es en espacios relacionados con la vida familiar es donde se presenta la elaboración de cestería, algunos ejemplos de estos espacios son los momentos de la cocción de los alimentos para la familia, las mujeres de la comunidad en los mismos momentos de elaboración de la cestería.

En el proceso de enseñanza de la cestería de madre a hija, los comentarios dados de la madre a sus hijos inician desde el proceso de selección del material (fique, paja y materiales de teñido de la paja), para la selección de dicho material, es necesario la selección de un material con un color y textura determinado, pues de acuerdo a los comentarios de los mismos artesanos, de la textura, el color y la calidad de los materiales depende de cómo quedará la artesanía, en caso que los materiales tengan una textura débil o de colores oscuros, los artesanos tendrán problemas tanto en la elaboración de la artesanía como en la



comercialización de estas, a continuación se mostrará la primera fase en el proceso de elaboración de las artesanías.



Imagen 28 Preparación del fique, uno de los tantos pasos necesarios para la elaboración de las artesanías.

Después de haber pasado por el proceso de selección del material para la elaboración de la cestería, otro aspecto que es de vital importancia en el proceso es el teñido del fique, el cual le dará los colores vivos, característicos de las artesanías del municipio de Guacamayas, en ese proceso las madres mencionan a sus hijos las relaciones existentes entre la cantidad de agua y los tintes utilizados (algunos tintes son naturales y otros sintéticos), en este momento está presente algunos elementos relacionados con la proporcionalidad directa.



Imagen 29. Proceso de teñido del fique, en el cual se resuelven problemas relacionados con la proporcionalidad directa

Posteriormente del proceso del teñido y el secado de la materia prima, se inicia formalmente el proceso de construcción de las artesanías, ya sean jarrones, individuales, fruteros, entre otros; la técnica utilizada para la elaboración de las artesanías está basada en el uso de puntadas en forma de espiral, actualmente las cooperativas campesinas están proponiendo una universalización de las medidas de las artesanías, estableciendo una determinada cantidad de vueltas que debe tener la artesanía, pues si dos artesanías tienen la misma cantidad de vueltas implicaría que los artesanos tuvieron igual trabajo, en cambio si una artesanía tiene mayor cantidad de vueltas que otra implicaría mayor trabajo al artesano, por el mismo pago.



Imagen 30. Inicio del proceso de elaboración de las artesanías, por medio de la técnica de la espiral

Con respecto a este elemento las madres artesanas mencionan a sus hijos la importancia de la selección del grosor de la paja que de esta forma cumpla con el número de vueltas requerido por la cooperativa, pues si el grosor de la paja es muy pequeño implicaría más trabajo para el artesano, pero si es más grueso la artesanía implicaría menos trabajo y sería injusto para con los demás artesanos que se le pagará lo mismo, por una artesanía que tiene menos trabajo.

Una vez seleccionado un grosor que cumpla con lo solicitado por la cooperativa, en ese instante inicia el intrincado proceso de elaboración del diseño en la artesanía, este proceso es sumamente delicado, pues en caso que el diseño no quede como estaba esperado, se perderá todo el tiempo y el dinero invertido en la preparación de la materia prima, en este momento es donde se hacen presentes las actividades matemáticas universales de diseñar y contar, en

el caso de la elaboración de diseños en espirales, los artesanos mencionan a sus hijos la importancia de las longitudes de los segmentos y que tan “corridos”<sup>25</sup> deben estar para la creación de la espiral.

Con respecto a otro tipo de diseños, tales como los florales en el proceso de elaboración los artesanos le comentan a sus hijos la importancia del establecimiento de la simetría de los estos diseños, pues según ellos la simetría hará que estos diseños sean más estéticos y sean más susceptibles de ser vendidos.

Los procesos de enseñanza y aprendizaje de la cestería no sólo se dan en espacios familiares, también están existen momentos donde algunas mujeres de la comunidad se reúnen para hacer la cestería y hablar al respecto de la actualidad de la comunidad, eventos, problemáticas que las aquejan, entre otras cosas; de esta forma se evidencia la elaboración de la cestería como una actividad que integra tanto a las mujeres de la comunidad como a los diferentes núcleos familiares, en este momento se hace realmente necesario el apoyo de la escuela para que estas dinámicas no se extingan o sean absorbidas por fenómenos como la globalización.



Imagen 31. Socialización entre algunas mujeres de la comunidad de Guacamayas, en el proceso de elaboración de la cestería

<sup>25</sup> El término corrido, está vinculado con la translación deslizante de un determinado segmento a una proporción, de acuerdo a la recogida de artefactos se encontró que se utilizan proporciones de  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{1}{8}$ , entre menor sea la proporción de translación de la longitud se dará más la ilusión de espiral que quiere el artesano.

### ***4.3 Tercer criterio del análisis de la información: Con respecto a las potencialidades pedagógicas.***

Una preocupación de la comunidad a futuro es la preservación de este legado cultural a las generaciones futuras, para ello la escuela tendría un papel significativo al transmitir, fortificar y diversificar de estos saberes, autores como Bishop (2005) y Schoeder (2001) esto se puede llevar a cabo por medio de una propuesta de una didáctica intercultural y realista donde el niño, las matemáticas y la cultura sean fuentes importantes de la organización curricular, la escuela sería un escenario favorable para tender puentes de comunicación entre las matemáticas propias, es decir las generadas por la comunidad y las ajenas, las establecidas como universales u occidentales, hacer un dialogo respetuoso entre las matemáticas producidas en contextos extraescolares y escolares, para erradicar la jerarquización de las matemáticas, Schoeder (2001) hace una propuesta hacia una didáctica intercultural de las matemáticas, donde el autor plantea como algunas actividades didácticas para el aprendizaje intercultural de las matemáticas, algunas de estas son los cursos, las lecciones, los juegos y los proyectos.

Teniendo en cuenta que el contexto socio-cultural en el que vive el niño es relevante para su desarrollo lógico-motor, sería significativo hacer una propuesta educativa enfocada desde la Etnomatemática, la cual preservaría la identidad cultural de comunidad, haría aprendizajes significativos en los estudiantes, reivindicaría y *descongelaría* saberes y prácticas matemáticas de la comunidad de Guacamayas.

En el proceso de elaboración de las artesanías de la comunidad de Guacamayas se evidenciaron, múltiples situaciones de gran potencial pedagógico para la enseñanza de diferentes conceptos matemáticos, este tipo de situaciones serían de provecho tanto para los docentes del sector como para hacer aprendizajes más significativos en los estudiantes.

Algunas de estas situaciones son:

- Elaboración y análisis de los diseños para las artesanías

En la implementación de situaciones relacionadas con nuevos diseños para las artesanías se pueden enseñar diferentes temáticas relacionadas con los diferentes pensamientos propuestos por el MEN (2006) en la educación básica, tales como, la descripción e interpretación de variaciones representadas en gráficos, la predicción de patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica, el uso de unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones, el uso de procedimiento para hallar el perímetro y el área de diferentes superficies, la predicción y comparación de los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte, la formulación y resolución de problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales y el uso de modelos geométricos, entre otros.

- Procesos teñido y compras de las materias prima:

En la implementación de este tipo de situaciones también se pueden potenciar algunas competencias propuestas por MEN (2006), algunas de estas están enfocadas al fortalecimiento del pensamiento numérico, con competencias como la formulación y resolución de problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.

#### *4.3.1 Algunos conceptos para la enseñanza de las matemáticas.*

Además de la identificación de este tipo de situaciones que pueden ser beneficiosas para el aprendizaje de las matemáticas, se evidenciaron algunos conceptos matemáticos presentes tanto en los diseños como en el proceso de elaboración de las artesanías, los cuales serán presentados a continuación:

##### *5.2.1.1 Isometrías en el plano*

Una isometría, es una aplicación matemática entre dos espacios métricos que conserva las distancias entre los puntos, matemáticamente se podía denotar de la siguiente forma:

$$\beta: U_1 \rightarrow U_2$$

$$\forall (x, y) \in U_1 \times U_2: d_1(x, y) = d_2(\beta(x), \beta(y))$$

Denotando  $U_1$  y  $U_2$  como los dos espacios métricos;  $d_1$  y  $d_2$  como las respectivas funciones de distancia entre los dos espacios y  $\beta$  como la isometría.

Algunas de las isometrías presentes en los diseños de la comunidad de artesanos del municipio de Guacamayas, son las simetrías, las translaciones, las rotaciones y las reflexiones.

#### 4.3.1.2 Simetría

El concepto de simetría ha estado presente en el mundo físico, principalmente, en las formas existentes en la naturaleza y en el arte. La simetría es una idea que parece acompañar al hombre en el transcurso de su evolución, desde la misma prehistoria, pues tan sólo basta mirar en las diferentes culturas, sus construcciones y su arte para percibir la presencia o ausencia de esa idea geométrica. Bishop (1999) menciona que la idea de belleza está relacionada a la idea de simetría aunque de forma indirecta y, en las artesanías de Guacamayas esa idea está presente principalmente en su cestería, especialmente en los motivos de sus decoraciones y sus diseños. Esas transformaciones son movimientos geométricos que preservan la congruencia. Son también llamados de isometrías porque no deforman la figura original. Existen cuatro tipos de transformaciones en el plano consideradas isometrías: la traslación, la reflexión, la rotación y reflexión-deslizante; y todas ellas, de modo general, pueden ser encontradas en las artesanías de la comunidad de Guacamayas.

La simetría, es una característica de algunas formas geométricas (materiales o abstractas) relacionada con su invariancia al aplicar diferentes transformaciones geométricas; de igual forma se puede caracterizar la simetría como una operación matemática, la cual es aplicada al mismo objeto, este no cambia después de aplicar la operación, en términos matemáticos serían planteados de la siguiente forma:

$$\text{Sea } \vartheta (x, y) \rightarrow (-x, y)$$



Imagen 32. Ejemplo de simetría presente en los diseños de la comunidad de Guacamayas

#### 4.3.1.3 Ejes de simetría

Una figura geométrica puede tener uno o más ejes de simetrías, esta es definida como una línea de referencia imaginaria la cual sirve para definir una simetría, en geometría Euclídea los ejes de simetría son utilizados para la caracterización de la simetría axial, a continuación se presentarán algunos ejes de simetría presentes en algunos de los diseños de las artesanías del municipio de Guacamayas.

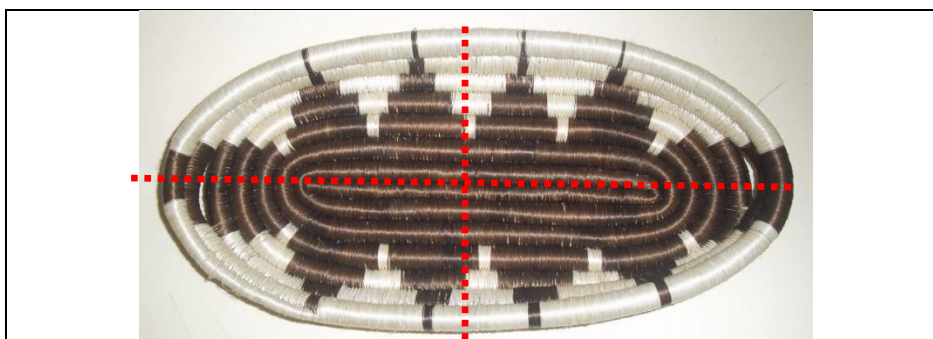


Imagen 33. Ejes de simetría de un diseño de la comunidad de Guacamayas

#### 4.3.1.4 Translaciones

Una translación, está definida como una isometría del espacio Euclídeo caracterizada por un vector  $\vec{\alpha}$ , tal que cada punto  $Q$  de un objeto o figura geométrica le corresponde otro punto  $Q'$ , tal que se cumplan las siguientes condiciones:

$$T_{\vec{\alpha}} \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$\overrightarrow{Q Q'} = \vec{\alpha}$$

$$Q \rightarrow Q' = T(Q) = Q + \vec{\alpha}$$

De igual forma, una translación se puede caracterizar como los movimientos sin cambios de orientación (manteniendo la forma y el tamaño de la figura o el objeto trasladado), dado a las características de esta isometría para cualesquiera puntos A y B se cumple la siguiente propiedad para las distancias:

$$d(A, B) = d(T(A), T(B)) = d(A', B')$$

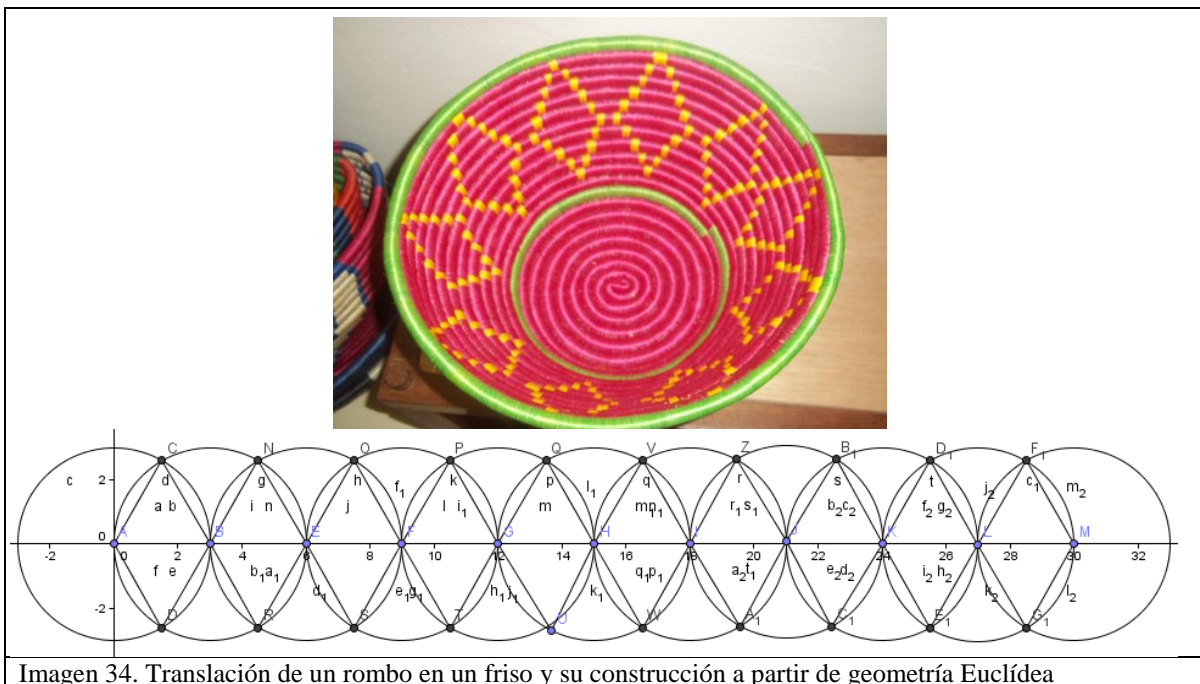
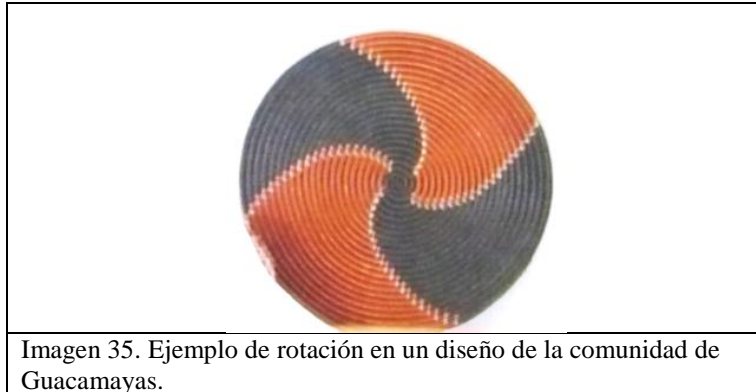


Imagen 34. Translación de un rombo en un friso y su construcción a partir de geometría Euclídea



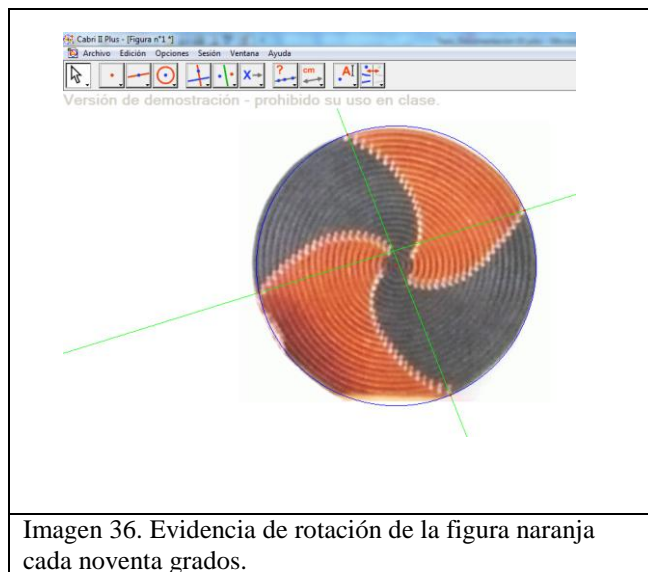
#### 4.3.1.5 Rotaciones

La rotación también puede ser caracterizada como una operación, en la cual un punto o forma geométrica alrededor de un eje de giro hace una transformación, en los diseños de las artesanías de la comunidad de Guacamayas.



Para poder afirmar que en este diseño está presente la rotación de una figura se hará el siguiente análisis:

Inicialmente se identificó el ángulo de rotación en cual es de 90 grados, para lo cual se hizo una construcción en Cabri, transponiendo en diseño de la artesanía y los cuatro puntos extremos del diseño, la imagen será presentada a continuación:



Una vez identificada la rotación de esta figura geométrica ahora es necesario comprobar, que la figura rotada es igual en cada una de las diferentes rotaciones, para de esta forma

llegar afirmar que este diseño si cumple con esta propiedad (rotación); para ello también se implemento Cabri, inicialmente se encontró el área de cara uno de las formas geométricas presentes en la circunferencia, por esto se subyaron pada una de estas formas con la herramienta polígono encontrando el área de cada una de las 4 formas geométricas presentes en el diseño, las áreas de dichas formas variaron en menos de  $0,5 \text{ cms}^2$ , característica admirable y asombrosa, producto de cientos de años de perfeccionamiento de las técnicas de elaboración de las artesanías por la comunidad.

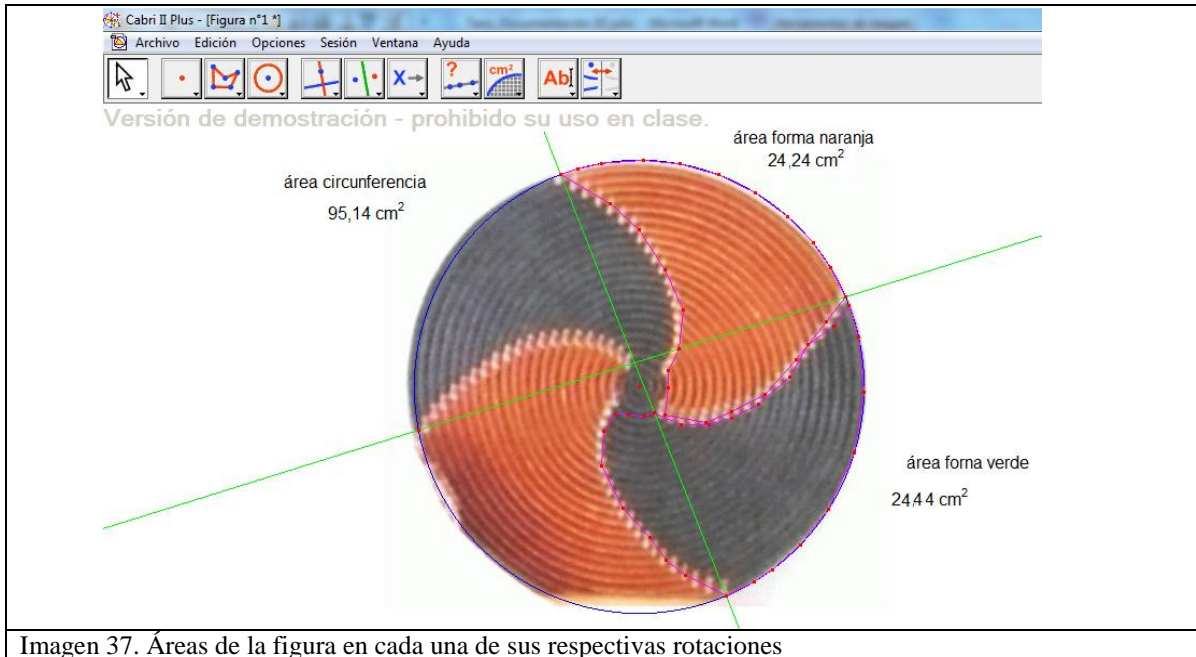


Imagen 37. Áreas de la figura en cada una de sus respectivas rotaciones

Ahora que se ha comprobado la igualdad de las figuras con respecto a sus áreas, es necesario determinar que este fenómeno también esté presente en las formas de las figuras geométricas, para ello se seleccionó el polígono construido en el anterior momento y se ordeno al programa Cabri una rotación de 90 grados, mostrando así una igualdad entre estas formas, para de esta forma comprobar efectivamente que en este diseño se encuentra presente una rotación de 90 grados de una forma geométrica.

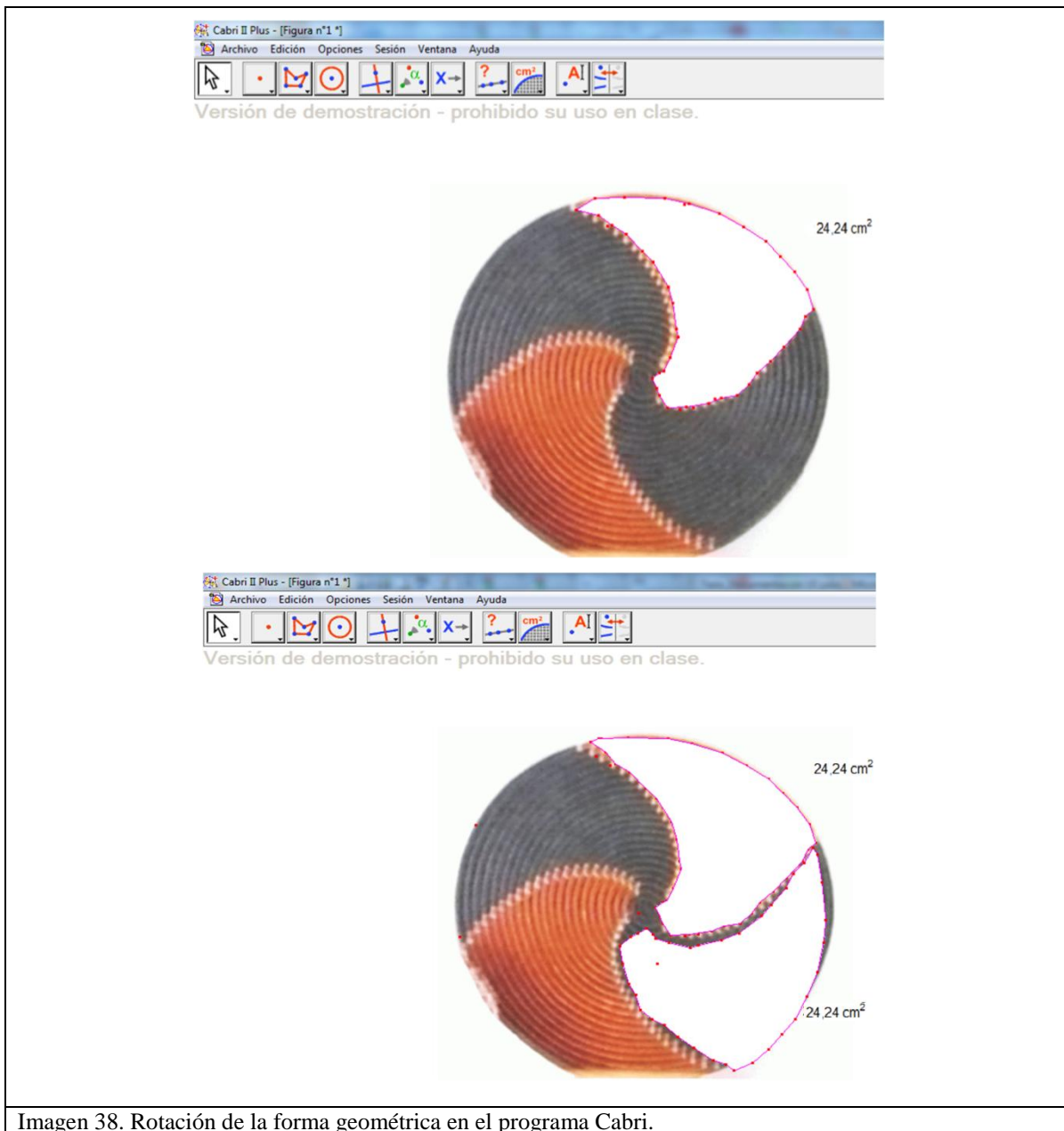


Imagen 38. Rotación de la forma geométrica en el programa Cabri.

#### 4.3.1.6 Dotación al significado de la fracción, parte todo en contextos continuos

Las fracciones son esenciales como factores de comparación, es decir, números utilizados para establecer cómo se comparan dos cantidades, autores como Quiñones (2011) un número racional es el que se puede expresar como cociente de dos números enteros. El término “racional” hace referencia a una “ración” o parte de un todo; el conjunto de los

números racionales se designan con “Q” por “quotient” que significa “cociente” en varios idiomas europeos.

En términos generales el conjunto de los números racionales Q, se pueden caracterizar, como:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \text{ tal que } a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

Estos números se pueden sumar, restar, multiplicar y dividir (salvo por cero) y el resultado de todas esas operaciones entre dos números racionales es siempre otro número racional. Así como en el conjunto Z de los números enteros cada número tiene un siguiente (el siguiente al 7 es el 8, el siguiente al -5 es el -4), no pasa lo mismo con los racionales, pues entre cada dos números racionales existen infinitos números.

Los números racionales sirven para expresar medidas, ya que al comparar una cantidad con su unidad el resultado es, frecuentemente, fraccionario, el cual estará relacionado con el pensamiento espacial por medio de la resolución de problemas a partir de modelos geométricos, denotando así su importancia para los estudiantes entre ellos los niños de la comunidad de Guacamayas.

Además autores como Castro, E. y Rico, E. (1995) mencionan que generalmente, los conceptos matemáticos vienen expresado mediante varios sistemas de representación específicos, cada uno de los modos distintos de representar un mismo concepto matemático proporciona una caracterización diferente de dicho concepto. Como por ejemplo:

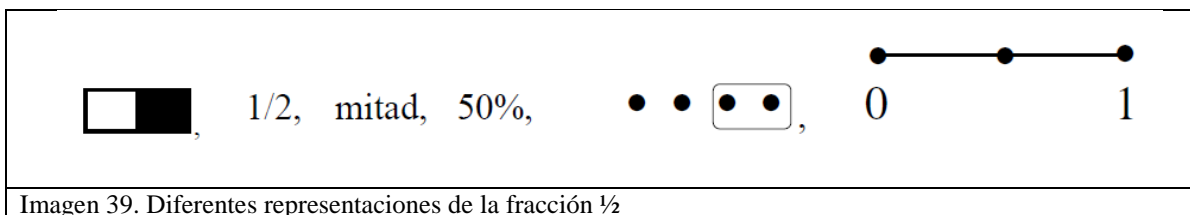


Imagen 39. Diferentes representaciones de la fracción 1/2

Para cada una de dichas representaciones se propone los autores anteriormente mencionados, también dicen que el material escrito que se usa para la enseñanza y aprendizaje de las fracciones se deben utilizar gran variedad de representaciones que

ayudan en la comprensión del concepto, que en cada caso enfatizan el significado de la fracción que esté considerando.

De igual forma Llinares (1997) encuentra en el origen de las demás interpretaciones de número racional. Siendo una de las más intuitivas en el niño, por tanto el problema que se plantea, es que su uso la convierte en generadora del lenguaje y símbolos, que van a construir la base y origen del trabajo con las demás interpretaciones. Esta relación es una de las bases para la consolidación para la comprensión de las demás representaciones que tienen las fracciones, ya que los niños tienden a asociar a las fracciones con la relación que hay entre las partes y el todo.

Ahora bien, teniendo en cuenta lo sugerido por Llinares (1997) quien señala que inicialmente el objetivo primordial tiene que estar encaminado hacia el desarrollo del concepto de fracción, vinculándolo a la representación que el estudiante hace de la noción parte-todo, lo cual debe estar acompañado de la continua negociación del significado de los símbolos para crear habilidades en los estudiantes en cuanto a la fracción como relación parte-todo que se apoyan en once atributos:

- Una región es vista como divisible.
- El todo se puede dividir en el número de partes pedido.
- Las subdivisiones cubren el todo.
- El número de partes no coincide con el número de cortes.
- Los trozos son iguales.
- Las partes se pueden considerar como una totalidad.
- El todo se conserva.
- Control simbólico de las fracciones.
- Las relaciones parte todo en contextos continuos y discretos.
- Fracciones mayores que la unidad.
- Subdivisiones equivalentes.

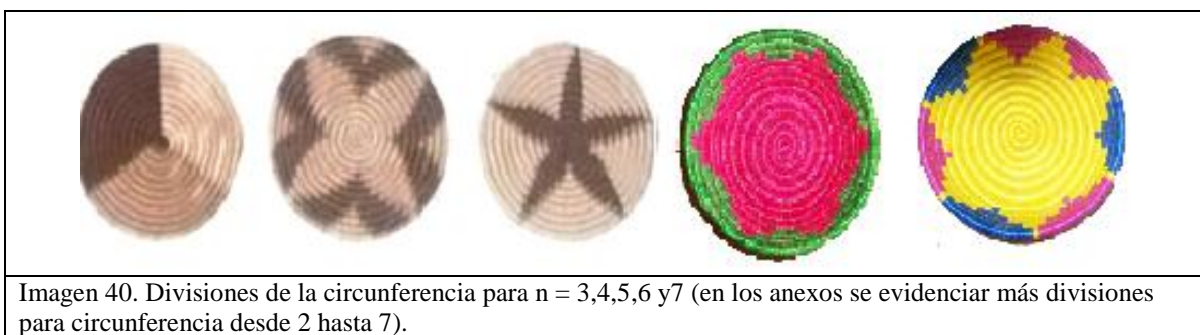
Hasta acá ya se ha realizado una contextualización de la fracción, sin embargo es preciso mencionar que es lo que se sustenta desde el marco legal para este concepto. Específicamente desde el MEN (2006) en el desarrollo del pensamiento numérico y sistemas numéricos es de suma importancia el trabajo con las fracciones, pero éstas son restringidas solo a procesos de razonamiento, por lo cual es necesario involucrar otros procesos que están estrechamente relacionadas con la actividad matemáticas, como los de modelación, comunicación, entre otros.

Además de lo anterior, el MEN (1998) dice que es importante para el pensamiento numérico la “comparación con puntos de referencia”; ésta se refiere al uso de puntos fijos comunes en nuestro sistema de numeración que son útiles para hacer juicios. Específicamente en el caso de la fracción, cuando esta por ejemplo se considera la fracción  $\frac{5}{8}$ , se puede imaginar gráficamente (como parte de un círculo o sobre una recta numérica) o en una fracción equivalente o en forma decimal. Los estudiantes en este momento ya han tenido una primera aproximación a los fraccionarios, pues en los procesos de medición, aparecen en las puntas o partes que sobran, después de medir unas cuantas unidades.

Por otro lado desde el MEN (2006) se afirma que, los fraccionarios aparecen como necesidad en el paso del concepto de número natural al concepto de número racional, por medio de la realización de una re conceptualización de la unidad y el proceso mismo de medida, como una extensión del concepto de número. Hasta el momento los estudiantes han logrado cierto reconocimiento de los números naturales, el paso de este último al número racional implica la comprensión de las medidas en situaciones en donde la medida no está contenida (lo que ya se realizó de manera implícita en la actividad de patrones de medida) en un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir o en las que es necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes. Las primeras situaciones llevan al número racional como medidor o como operador ampliador o reductor, considerado como partidores o fraccionarios. Como ya se logró un primer acercamiento a la fracción, en esta sesión se enfatizará en los tipos de interpretación y representación que pueden lograr los estudiantes, lo que sugieren una comprensión más amplia de las fracciones y sus contextos.

En síntesis, se recomienda desde el MEN (2006) emplear situaciones problemáticas donde se trabaje con fracciones, donde se llega a su resolución mediante el razonamiento, la modelación, la comunicación, entre otros. Adicional a esto resalta que cuando se simboliza una fracción sobre una figura se están aplicando procedimientos de tipo gráfico, que suponen el empleo de determinados convenios para dar una imagen visual de las fracciones, lo que en sí misma es una mirada diferente de la fracción.

Este tipo de problemáticas pueden ser enriquecidas por situaciones del contextos y de la cultura propia del estudiante para que de esta forma el estudiante tenga un aprendizaje más significativo, en Fuentes (2010 b), presento cómo los artesanos del municipio efectúan la división de una circunferencia en partes iguales sin el uso de el sistema sexagesimal, con respecto a esto, algunos autores como Albis (1986), mencionan que desde épocas precolombinas las diferentes culturas que habitaban el territorio que hoy en día se denomina Colombia, ya hacían divisiones de la circunferencia, pruebas de ello están presentes en múltiples diseños de la orfebrería ritual, a continuación se muestra algunas divisiones de la circunferencia presentes en algunos diseños de la comunidad de Guacamayas:



paralelamente al observar esta división de la circunferencia también se hace referencia a la construcción de los polígonos regulares en este caso inscritos en la circunferencia, los cuales son generados al unir los puntos externos de la circunferencia, pero ¿Cómo hace la comunidad para encontrar los puntos de división de la circunferencia?, pues bien fruto de las entrevistas tenidas con el grupo de trabajo se encontró una característica especial, este tipo de artesanías son hechas con una larga fibra de paja, de esta forma las artesanías

dividen una longitud determinada haciendo giros de la fibra a dividir, hacen marcas con tiza o carbón en los puntos de quiebre, posteriormente sueltan la fibra, volviéndola a su forma natural y obteniendo la división deseada.

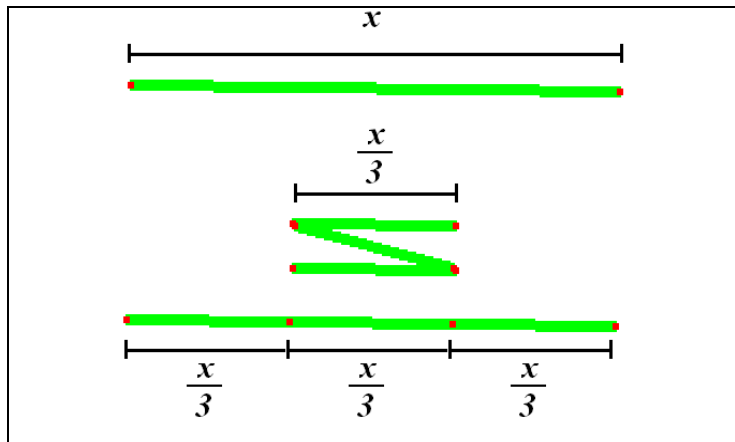


Imagen 41. Representación la división de una longitud utilizada por algunos miembros de la comunidad de Guacamayas.

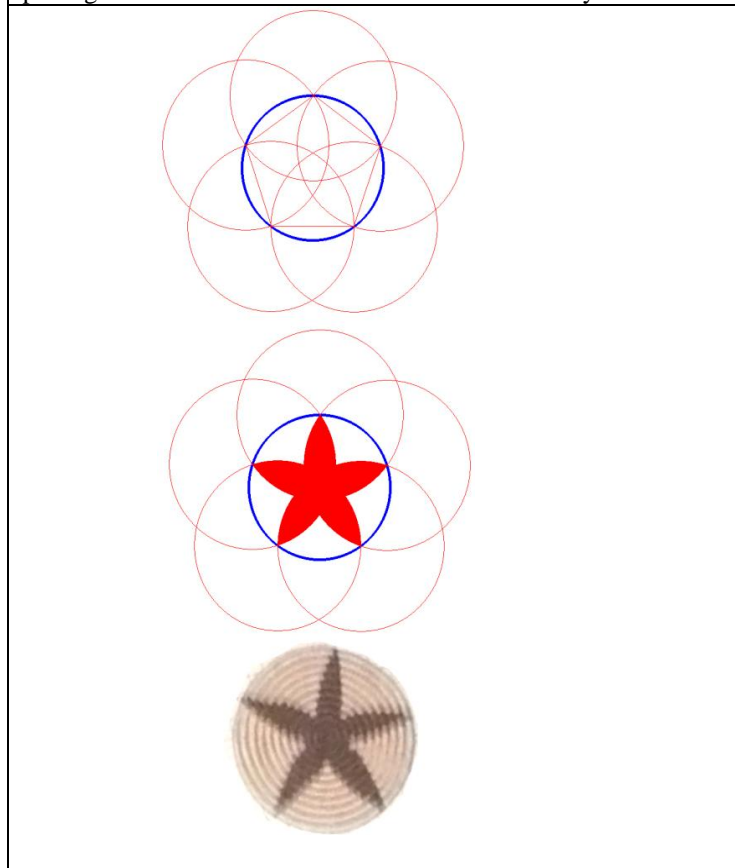


Imagen 42. Algunas similitudes entre construcciones geométricas Euclideas y un diseño presente en la cestería de la comunidad de Guacamayas.



Podría decir que este tipo de división de longitudes dista mucho del pensamiento racionalista griego impulsado por geómetras como Euclides, tal vez a ojos de la lógica griega los procedimientos utilizados por algunos miembros del grupo de trabajo, no serían validos. Más allá de decidir sí estos procedimientos son validos o no, pensaría que para la comunidad son validos pues les ha dado resultados efectivos.


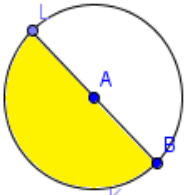

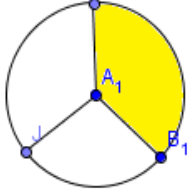

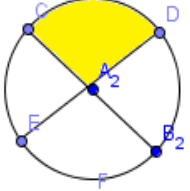

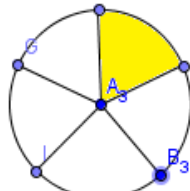

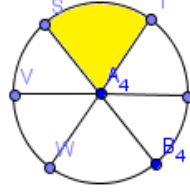

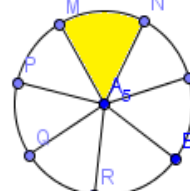
De igual forma estas divisiones de circunferencia se pueden asociar con una representación gráfica de fracciones parte-todo en contextos continuos, los cuales deberían ser aprovechados por los docentes del sector para hacer aprendizajes más significativos de las fracciones a partir de representaciones gráficas cercanas a su contexto sociocultural del estudiante, para de esta forma por un lado reivindicar los conocimientos ancestrales de los artesanos del municipio, y paralelamente presentar a los estudiantes y a la comunidad, las matemáticas como un constructo social, cercano y amigable, y no como un saber que unos pocos manejan.

A continuación se mostrarán algunas representaciones graficas de fracciones menores a la unidad en contexto continuo, las cuales están presentes en los diseños de las artesanías tipo A; este tipo de relación se hace a partir de la selección de una unidad la cual en este caso (la artesanía tipo A) es una circunferencia. Una vez tomada la unidad de medida se hace el proceso de división de la circunferencia en partes iguales, la cual es explicada en la página 87, de acuerdo sea el diseño se divide la unidad en una cantidad  $x$  cualesquiera determinada por el artesano, al unir cada uno de los puntos externos de de la unidad o circunferencia con en centro de la misma se efectuará la división de una unidad o circunferencia en partes iguales, elemento que Llinares (1997) menciona como subdivisiones equivalentes de la unidad, aspecto que es de suma importancia para la construcción del concepto de fracción.

En el caso de la fracción  $\frac{1}{2}$  se puede observar que la unidad está dividida en cuatro partes iguales (de color amarillo, rojo y azul), en el caso que se tome la parte de la unidad que está delineada con color amarillo, es como sí se tomará la mitad del área de la unidad, lo cual representaría la fracción  $\frac{1}{2}$ .

Con respecto a las demás artesanías representadas en la imagen 43 se pueden hacer relación con las fracciones, haciendo una unión entre los puntos externos de la división de la

circunferencia con el centro de la misma, una vez hecha esta relación se podrá observar las representaciones graficas de cada una de las fracciones presentadas.

		$1/2$
		$1/3$
		$1/4$
		$1/5$
		$1/6$
		$1/7$
<p>Artesanía tipo A</p>	<p>Representación gráfica en contexto continuo de fracciones menor a la unidad desde <math>1/2</math> hasta <math>1/7</math></p>	
<p>Imagen 43. Relación entre los diseños de las artesanías tipo A y las representaciones graficas de las fracciones menor a la unidad en contexto continuo</p>		

## **CAPÍTULO 5.**

### **CONCLUSIONES Y REFLEXIONES**

En este último apartado del texto se quiere hacer una recapitulación de los aspectos más relevantes de los procesos de investigación, dificultades y aportes metodológicos, problemáticas, alcances de los objetivos de la investigación y las reflexiones sobre la presente línea de investigación.

#### **5.1 Reflexiones**

- De la importancia del contexto

El presente proyecto ejemplificó cómo el contexto sociocultural del estudiante es una riquísima fuente de situaciones y actividades donde están presentes las matemáticas; estos elementos deben ser tenidos en cuenta por los docentes (en este caso el docente de matemáticas) para poder presentar situaciones cercanas al contexto del estudiantes, para que de esta forma el estudiante se vea involucrado e identificado con las situaciones propuestas y se promuevan aprendizajes significativos.

- Las implicaciones del contexto en el área de matemáticas

Socialmente se ha presentado las matemáticas como una construcción netamente abstracta, mental o idealizada, por medio del presente trabajo se puede concluir que la vida diaria y el contexto en el cual nos encontramos (en este caso el contexto sociocultural de la comunidad de Guacamayas) puede poseer un sinnúmero de representaciones donde están presentes las matemáticas, en este caso se evidenció cómo en un espacio que forma parte del contexto sociocultural de la comunidad de Guacamayas (la cestería en fique) se evidenciaron diferentes conocimientos relacionados con el pensamiento geométrico tales como proporcionalidad, movimientos rígidos en el plano, simetrías, división de circunferencias, entre otros, modificando la idea que la matemática es un constructo meramente abstracto, sino que los fenómenos sociales son una buena fuente de surgimiento diferentes ideas matemáticas.

- La reivindicación de los conocimientos geométricos de la comunidad de Guacamayas

A las comunidades oprimidas tales como campesinos, indígenas y obreros, socialmente se ha visto como comunidades de poco o nulo conocimiento, pues se le ha validado que los únicos poseedores de conocimientos son las personas con cierta formación en el mundo académico y profesional, detrás de esta validación está presente un modelo de sociedad, plagado de infamias, inequidades e injusticias; la Etnomatemática y en consecuencia el presente trabajo aportó significativamente en el proceso de reivindicación de los conocimientos de todos los pueblos que han sido colonizados, oprimidos o menospreciados, en este caso se evidenció algunos conocimientos geométricos presentes en la elaboración de las artesanías de fique y paja de la comunidad de Guacamayas, para que por medio de esta reivindicación de estos saberes se puedan romper las relaciones de poder propias del sistema capitalista y neoliberal.

## **5.2 Respeto al alcance de los objetivos**

En esta parte del capítulo, se pretende exponer de modo breve y concreto las reflexiones al respecto de cada uno de los objetivos específicos propuestos inicialmente.

### *5.2.1 De las actividades universales*

El primer objetivo específico estaba relacionado con la identificación de las actividades matemáticas universales relacionadas con el pensamiento geométrico, que estuviesen presentes en la elaboración de la cestería de la comunidad; de esta forma se hizo un análisis a las actividades de medir y diseñar, a continuación se presentarán las reflexiones de cada una de las actividades matemáticas evidenciadas en el proceso de elaboración de las artesanías.

#### *5.2.1.1 Del medir*

Con respecto a la actividad matemática universal de medir, se pudo concluir que:

- En el proceso de elaboración de las artesanías la actividad matemática universal de medir está constantemente presente, desde la creación de los diseños, pasando por la selección de las materias primas y la misma elaboración de las artesanías.
- Se pudo identificar que la comunidad de Guacamayas usa por lo menos cuatro (4) unidades de medida diferentes en el proceso de elaboración, los cuales son, la cantidad de vueltas que posee cierta artesanía, la cantidad de puntadas usadas para la elaboración de un diseño, el uso del tiempo como medidor de longitudes y el sistema métrico decimal para longitudes.
- Con respecto a la unidad de medida en vueltas, se puede mencionar que en el proceso de elaboración de la cestería esta unidad de medida parte del centro de la artesanía haciendo movimientos circulares de una tira cilíndrica de paja, asimilando la forma de un caracol, cada vez que la tira alargada de paja pase por un punto determinado será llamado una vuelta; esta unidad de medida varía dependiendo del grosor de tira cilíndrica de paja de igual forma la variación de esta unidad de medida determina la cantidad de horas en las cuales se debe trabajar para la elaboración de la artesanía.
- Con respecto a la unidad de medida en puntadas, se puede comentar que esta unidad de medida es de vital importancia, pues ésta garantiza en cierta medida la exactitud de las translaciones o rotaciones de diferentes longitudes en los diseños, para que de esta forma no se distorsione el diseño inicialmente planteado por el artesano.
- Con respecto a la unidad de medida en unidades de tiempo, se puede mencionar que ésta unidad de medida es usada de forma indirecta por los artesanos, pues este sistema se basa en exactitud de una longitud en cierto tiempo, además este tipo de medición puede variar dependiendo del individuo, pues en caso de una tercera persona las longitudes tejidas en un determinado tiempo pueden que no sean las mismas a la de otro artesano, es decir varía de individuo a individuo.

- Con respecto a la unidad de medida en el sistema métrico decimal, se puede mencionar que esta unidad de medida es solicitada por las directivas de las cooperativas, es decir es solicitada por terceros, pero de igual forma los artesanos usan satisfactoriamente en el proceso de elaboración de los diseños de las artesanías.
- En el proceso de elaboración de las artesanías los miembros de la comunidad de Guacamayas usan en algunas ocasiones hasta tres (3) unidades de medida, pues actualmente por exigencias de calidad de las cooperativas campesinas, el producto (las artesanías) tienen que cumplir con ciertas especificaciones de tamaño (las cuales son dadas en el sistema métrico decimal para longitudes).

#### *5.2.1.2 Del diseñar*

Con respecto a la actividad matemática universal de diseñar se pudo concluir que:

- La comunidad de Guacamayas cuenta con una gran variedad de diseños, algunos de estos son autóctonos (entre ellos, las espirales y las divisiones de circunferencia) de la comunidad y otros son construidos a partir de diferentes características dadas por el comprador de dicha artesanía, para ello usan diferentes unidades de medida y sistemas de representaciones ya sean mentales (plantilla mental) o gráfica.
- Algunos artesanos del municipio de Guacamayas no hacen representaciones gráficas de sus diseños, tampoco cuentan con un álbum donde tengan compilados sus diseños, ni se utilizan bocetos preliminares en la elaboración de una artesanía, es decir que algunos artesanos manejan representaciones abstractas y no físicas, de los diseños a construir, esta característica se podría relacionar con la expresión plantilla mental, mencionada por Bishop (1999), quien menciona que es un constructo abstracto, que como identidades estructurales son más importantes que los aspectos materiales del mismo.

- De igual forma algunos artesanos usan representaciones graficas de los diseños de las artesanías como se puede observar en la página 59, en el proceso de creación de los diferentes diseños los artesanos usan diferentes unidades de medida entre ellos los del sistema métrico decimal y cada uno de los cuadros de un cuaderno cuadrado.
- La construcción de algunos diseños, tales como las espirales están presentes algunos elementos relacionados con la proporcionalidad, pues a partir de una translación deslizante de una longitud a una determinada proporción se elaboran las espirales para determinado diseño
- Los diseños de la comunidad de Guacamayas son fuente de bastantes conceptos geométricos, algunos de estos son la simetría, los ejes de simetría, los movimientos rígidos en el plano, translaciones, rotaciones tal y como se muestra en las páginas 76 a la 81.

### 5.2.1.3 *Actividades matemáticas y correlación*

En Bishop (1999) se plantean una serie de actividades matemáticas universales, en el proceso de elaboración de esta etnografía se pudo reflexionar acerca del planteamiento de estas actividades matemáticas universales, fruto de este proceso de reflexión se comentará que:

- Se evidenció que las actividades matemáticas universales presentadas por Bishop (1999) presentan una fuerte relación entre sí, en este caso se evidenció la relaciones existentes entre las actividades de medir y diseñar, donde para la elaboración de los diseños los artesanos necesitaban el uso de procesos de medición, lo cual los lleva a una idea de magnitud, a la cual se le da como referencia un número llevándolos así a la actividad matemática universal de contar; de esta forma es necesaria caracterizar las actividades matemáticas universales como un conjunto de actividades las cuales se complementan y relacionan entre sí y no como un listado de actividades individuales.

- De igual forma se reflexionó al respecto de la actividad matemática universal del explicar, esta se identificó como una actividad conductora de las demás actividades, pues esta tiene que estar presente para la ejecución de las diferentes actividades propuestas en Bishop (1999).

### *5.3.2 De la enseñanza de la cestería*

Con respecto al segundo objetivo específico, el cual estaba relacionado con los procesos de enseñanza de la artesanía en la comunidad de Guacamayas, se puede concluir que:

- La enseñanza de la elaboración de las artesanías, está dada totalmente en espacios extra-escolares.
- Los saberes son transmitidos generalmente de la madre a los hijos, sin embargo el aspecto más significativo la familia en sí es la principal institución de transmisión de los conocimientos relacionados con la cestería en la comunidad de Guacamayas.
- En la comunidad de Guacamayas no existe un lugar o una hora determinada para la enseñanza de este arte, la mayoría de artesanos usan los tiempos libres para la elaboración de los artefactos, en el proceso de aplicación de la etnografía se evidenció que un número significativo de artesanas elaboraban sus productos en el momento de cocción de los alimentos para la familia.
- En los procesos de enseñanza sólo se tiene en cuenta o se le da importancia a la elaboración de dicho producto, sin embargo no se tiene en cuenta que en el proceso de enseñanza de la elaboración de la artesanía están diferentes elementos relacionados con la geometría; de esta forma es necesario que tanto los docentes del sector como los artesanos sean conscientes de estos elementos presentes.

### *5.3. De las potencialidades pedagógicas*

El tercer objetivo de la presente etnografía era identificar las diferentes potencialidades pedagógicas presentes en las artesanías de la comunidad de Guacamayas, con respecto a estos elementos se pudo concluir que:



- Algunos diseños de la comunidad de Guacamayas presentan potencial para la enseñanza de algunos conceptos, tales como las isometrías en el plano, la simetría, los ejes de simetría, los movimientos rígidos en el plano, la translación y la rotación tal y como se muestra en las páginas 76 a la 81.
- De igual forma los diseños de la comunidad de Guacamayas, especialmente los relacionadas con la división de circunferencia se pueden vincular con representaciones de fracciones parte todo en el contexto continuo tal y como se muestra en las páginas 82 a la 89.
- Otro aspecto significativo de los diseños de la comunidad de Guacamayas, es que estos también pueden ser explorados en el campo de la educación matemática para esta comunidad como representaciones gráficas de progresiones geométricas, las cuales pueden llevar a la idea de función, tal como es mencionado en el numeral “las puntadas como unidad de medida”, tal y como se muestra en la página 63 y 64.

#### **5.4 Anotaciones con respecto a la metodología implementada**

Con respecto a la experiencia tenida con los artesanos del municipio de Guacamayas, a la metodología implementada, a los instrumentos aplicados, se podría mencionar que:

- A menudo la etnografía como metodología de investigación es criticada, un ejemplo de esto está en Albertí (2007), el autor menciona que el trabajo del profesor Gerdes, o la profesora Ascher son simplemente casos donde los investigadores relacionan lo observado, una realidad práctica, con su propio conocimiento matemático; esta observación se tuvo en el proceso de recolección de la información, se tuvo en cuenta todas las explicaciones que daban los artesanos en el proceso de elaboración de las artesanías para que de esta forma.

- La implementación de la etnografía como metodología en las primeras fases de investigaciones a largo plazo es sumamente importante, pues por medio de este enfoque se puede caracterizar tanto la población de trabajo, como el contexto en el cual la comunidad vive, para de esta forma a futuro se pueda implementar un enfoque investigativo donde la misma comunidad sea participe de las dinámicas investigativas y así se pueda transformar las realidades inicialmente vistas.
- Otro elemento significativo que estuvo presente en la elaboración de esta etnografía es la utilización de diferentes instrumentos de recolección de información, con base a la experiencia tenida en la presente etnografía se podría mencionar que entre mayor número de instrumentos que se tengan para analizar se podrá efectuar un análisis más profundo de la realidad observada, de igual forma se podrá presentar con más pruebas y argumentos las diferentes hipótesis planteadas en el documento.

### **5.5 Proyecciones**

Una vez pasada esta primera fase de la investigación es para que la comunidad de Guacamayas se vea beneficiada es imperativo que este documento tenga incidencia sobre las dinámicas escolares, pues se ha avanzado con la identificación algunas potencialidades matemáticas presentes en el arte de la elaboración de la cestería, el cual es un elemento propio de su contexto sociocultural, ahora es momento de integrar estos conocimientos al aula, para poder integral y enriquecer a la escuela y al aula dentro de un contexto para de esta forma producir aprendizajes más significativos, para ello es necesario seguir investigando las diferentes manifestaciones culturales de la comunidad de Guacamayas y cómo estas pueden ayudar para la enseñanza en la escuela.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- Alcaldía de Guacamayas (2008) Aspectos Poblacionales del Municipio de Guacamayas, Boyacá; Extraído el 23 de octubre del 2010 en [http://guacamayas-boyaca.gov.co/apc-aa-files/33313931333931373838316539396461/aspectos\\_poalcionales.pdf](http://guacamayas-boyaca.gov.co/apc-aa-files/33313931333931373838316539396461/aspectos_poalcionales.pdf)
- Albertí, M. (2007). Interpretación matemática situada de una práctica artesanal. Tesis Doctoral Universidad Autónoma de Barcelona. Extraído el 3 de Octubre del 2010 de [http://www.tdx.cat/TDX/TDX\\_UAB/TESIS/AVAILABLE/TDX-1005107-161327//map1de1.pdf](http://www.tdx.cat/TDX/TDX_UAB/TESIS/AVAILABLE/TDX-1005107-161327//map1de1.pdf)
- Albis, V. (1986). Arte prehispánico y matemáticas. Revista de la Universidad Nacional de Colombia, Segunda época, Segunda época, 2 (7), pp. 29-34.
- Aroca, A. (2007). Una propuesta de enseñanza de geometría desde una perspectiva cultural. Caso de estudio: Comunidad Indígena Ika – Sierra Nevada de Santa Marta. Extraído el 3 de Octubre del 2010 de [http://etnomatematica.org/articulos/Tesis\\_maestria\\_Aroca.pdf](http://etnomatematica.org/articulos/Tesis_maestria_Aroca.pdf)
- Beltrán, V. (2007). Tejiendo matemática y cosmovisión. Tesis Pregrado Universidad Distrital Francisco José de de Caldas.
- Beech, J. (2009) . A Internacionalização Das Políticas Educativas Na América Latina. Revista Currículo sem Fronteiras 9 (2). pp. 32-50. Extraído el 1 de septiembre del 2010 de <http://www.curriculosemfronteiras.org/vol9iss2articles/beeceh.pdf>
- Berrío, L. (2009). “La medida” en un contexto de escuela indígena: el caso del pueblo tule y el caso del pueblo embera-chamí. Tesis Pregrado Universidad de Antioquía. Extraído el 1 de septiembre del 2010 de [http://etnomatematica.org/trabgrado/medida\\_Berrio.pdf](http://etnomatematica.org/trabgrado/medida_Berrio.pdf)
- Beyer, W. (2005) Matemática, desarrollo humano, cultura y naturaleza. En Mora. D. Didáctica crítica de las matemáticas y etnomatemáticas: perspectivas para la transformación de la educación matemática en América Latina. (pp. 277-315), La Paz. Campo Iris.
- Bishop, A. (1999). Enculturación matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural. Barcelona: Paidós.
- Bishop. A. (2005). Aproximación sociocultural a la educación matemática. Santiago de Cali: Universidad del Valle.
- Blanco, H. (2008). Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio. Revista Latinoamericana de Etnomatematica, 1(1). 21-25. Extraído el 1 de septiembre del 2010 de <http://www.etnomatematica.org/v1-n1-febrero2008/blanco.pdf>
- Boyer, C. (1986) Historia de la matemática. Madrid: Alianza.

- Castro, E & Rico, E (1995) Estructuras Aritméticas Elementales y su Modelación. Bogotá: Colombia. Editorial Iberoamérica.
- D' Ambrosio, U. (2007) Etnomatemática Elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autentica. 3ra reimpression.
- Dickson, L; Brown, M. & Gibson O. (1991) *El aprendizaje de la matemáticas*. Madrid, España: Labor S.A.
- Díez, E. (2010) La globalización neoliberal y sus repercusiones en educación. Revista electrónica interuniversitaria de formación del profesorado, 32 (2). (pp. 23-40) Extraído el 1 de septiembre del 2010 de [http://www.aufop.com/aufop/uploaded\\_files/revistas/127902877410.pdf](http://www.aufop.com/aufop/uploaded_files/revistas/127902877410.pdf)
- Ernets, P. (s.f.) Social constructivism as a philosophy of mathematics: radical constructivism rehabilitated? ; University of Exeter. Extraído 10 de Marzo de 2011 de <http://people.exeter.ac.uk/PErnest/socon.htm>
- Freudenthal, H. (1967) Las matemática en la vida diaria, Madrid: Guadarrama.
- Fuentes, C. (2010 a) Prácticas cotidianas y conocimientos matemáticos, estudio de caso con modistas en Bogotá, Colombia. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 3(1). (pp. 31- 44) Extraído el 1 de septiembre del 2010 de <http://www.etnomatematica.org/v3-n1-febrero2010/fuentes.pdf>
- Fuentes, C. (2010 b ) Algunos Procedimientos y Estrategias Geométricas Utilizadas por un Grupo de Artesanos del Municipio de Guacamayas en Boyacá, Colombia, publicado en Memorias del 11° Encuentro de la Asociación Colombiana de Matemática Educativa, Bogotá.
- Gerdes, P. (1999) Geometry form Africa, Ma tehmatical and educational exploration. Moçambique: Universidade Lúrio Nampula Documento Virtual.
- Gerdes, P. (2007) Otthava, Fazer Cestos e Geometria na Cultura Makhuwa do Nordeste de Moçambique. Moçambique: Universidade Lúrio Nampula. Extraído el 1 de septiembre del 2010 de <http://stores.lulu.com/pgerdes>
- Giménez, J. Díez- Palomar, J. & Civil, M (2007) Educación Matemática y Exclusión. Barcelona: Graó.
- Grupo Patagónico de la Didáctica de la Matemática (2010) Educación Matemática Realista. Extraído el 25 de noviembre del 2010 de <http://www.gpdmatematica.org.ar/matrealista.htm>

- Geertz, Clifford (1990): La interpretación de las culturas. Gedisa. Buenos Aires
- Goetz, J. & Lecompte, M. (1988). Etnografía y diseño cualitativo de investigación educativa. Madrid: Morata.
- Kim, B. (2001). Social constructivism. In M. Orey (Ed.), Emerging perspectives on learning, teaching, and technology. Available Website: <http://www.coe.uga.edu/epltt/SocialConstructivism.htm>
- Knijnik, G. (2007) Diversidad cultural, matemáticas y exclusión: oralidad y escritura en la educación matemática campesina del sur de Brasil. En Giménez, Díez- Palomar & Civil (Coordinadores), Educación Matemática y Exclusión. (pp. 63-81). Barcelona: Graó.
- Keitel, C. (2008). Teacher-based assessment and self-assessment modes – outdated models? The influence of international testing on mathematics education research and practice of assessment and some counterexamples. En Luís Menezes & Otros (Compiladores) Avaliação em Matemática: Problemas e desafios (pp. 37-51). Documento digital.
- Llinares, S. & Otros (1997) Fracciones. Síntesis. Madrid: España
- Maia da Costa, L (2009) Los tejidos y las tramas matemáticas. El tejido ticuna como soporte para la enseñanza de las matemáticas. Universidad Nacional de Colombia. Extraída el 12 de Abril de 2011 de <http://www.etnomatematica.org/TesisMaestria/tejido.pdf>
- MEN (1998) Lineamientos curriculares para matemáticas. Bogotá: Magisterio.
- MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, Magisterio, Bogotá, Colombia.
- Miñana, C. (2002) La escuela modernizadora, la escuela folclorizadora. Sobre usos y desusos de fiestas en la escuela. Extraído el 1 de septiembre del 2010 de <http://www.humanas.unal.edu.co/red/publicaciones/articulos-y-ponencias/>
- Miñana, C. & Otros. (2003) El pasado indígena en los discursos y prácticas locales de 13 municipios de Cundinamarca y Boyacá. Extraído el 1 de septiembre del 2010 de <http://www.humanas.unal.edu.co/red/publicaciones/articulos-y-ponencias/>
- Moré, E. (2004) Crítica a la globalización y su arquitectura financiera. Revista de Economía y Desarrollo, 3 (1) (pp. 135-143)
- Mosterín, Jesús (1993): Filosofía de la cultura. Alianza Editorial, Madrid
- Nunes da Cunha, A. (2010) Etnomatematica e transdisciplinaridade: resposta ao esfacelamento do conhecimento. En Alves de silva. A.; Scanduzzi, P.; Alves de

- Jesus, A. (organizadores) *Educação Etnomatemática, concepções e trajetórias*. (pp. 21-35). Rio claro: PUC Goiás.
- Osborn, A. (1992) *La arqueología de la Sierra Nevada del Cocuy*. Bogotá: Fundación de Investigaciones Arqueológicas Nacionales.
- Oliveras, M. (1996) *Etnomatemáticas, formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.
- Parra, A. & Otros (2009) *Matemáticas del mundo Nasa*. Bogotá: El Fuego Azul
- Patton, M. (1980). *Qualitative evaluation methods*. Newbury Park, CA: Sage.
- Pineda, R. (1997) *La Constitución de 1991 y la perspectiva del multiculturalismo en Colombia*. *Revista Virtual Alteridades*, 7 (14) (pp. 107-129) Extraído el 14 de Octubre del 2010 de <http://www.uam-antropologia.info/alteridades/alt14-7-pineda.pdf>
- Quintero, E. (2006) *La privatización de las empresas estatales en Colombia*. *Revista Virtual Via Inveniendi Et Iudicandi*, Extraído el 14 de Octubre del 2010 de <http://viei.usta.edu.co/articulos/edi3/privatizaciondelasempresasencolombia.pdf>
- Quiñones, Y. (2011) *Número Racionales*, extraído el 07 de abril de 2011 en [http://www.utchvirtual.net/recursos\\_didacticos/documentos/matematicas/numeros-racionales.pdf](http://www.utchvirtual.net/recursos_didacticos/documentos/matematicas/numeros-racionales.pdf)
- Rojas, A. (2005) *Hacia una educación matemática realista: el hombre que no calculaba*. En Mora, D. (Coordinador). *Didáctica crítica, Educación Crítica de las Matemáticas y Etnomatemática; Perspectivas para la transformación de la educación matemática en América Latina* pp. 371-411. La paz: Campo Iris.
- Rosas, M. & Clark, O (2005) *Las raíces históricas del programa etnomatemáticas*. *Revista Latinoamericana de Investigación de Matemática Educativa*, 8 (3) pp. 363- 377 Extraído el 14 de Octubre del 2010 de <http://www.redalyc.org/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=33508307>
- Romberg, T. & Carpenter p. (1986). *Research on teaching and learning Mathematics: two disciplines of scientific inquiry*: En M.C. Wittrock (Edit.) *Handbook of Research on Teaching*. pp. 830-873. Nueva York. Mac Millan Publishing Company.
- Seidenberg, A. (1962) *The Origin Ritual of the Geometry*, *Archive of History of Exact Sciences*, 1 (1). pp 488-527.
- Schoeder, J. (2001) *Hacia una didáctica intercultural de las matemáticas*. En A. Lizarzaburu, G. Zapata (Comp.), *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina*. (pp. 192-214). Madrid: Morata.

- Suavita, M, Cañon, M (2005) Hacia una propuesta de enseñanza del concepto de medida en un contexto intercultural: medición del espacio y el tiempo. Tesis Pregrado Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Extraído el 1 de septiembre del 2010 de [http://www.etnomatematica.org/trabgrado/medicion\\_inga.pdf](http://www.etnomatematica.org/trabgrado/medicion_inga.pdf)
- Trejos, E. (2002) Matemática en la roca: La piedra y la mente precolombina en el Alto Magdalena, Colombia. Extraído el 1 de septiembre del 2010 de <http://etnomatematica.org/articulos/trejos1.pdf>
- Tylor, Edward B. (1995) [1871]: "La ciencia de la cultura". En: Kahn, J. S. (comp.): El concepto de cultura. Anagrama. Barcelona.
- Vargas, B. & Ortiz, P. (2009) Etnografía en torno al concepto de figura geométrica en la cultura Aruhaca. Tesis Pregrado Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Wiske, M. (1999) La enseñanza para la comprensión vinculación entre la investigación y la práctica, Buenos aires, Argentina: Paidós.
- Wittgenstein, L. (2004) Investigações filosóficas. Petrópolis: Vozes.
- \_\_\_\_\_ (1991) Constitución Política de Colombia. Extraído el 1 de septiembre del 2010 de <http://web.presidencia.gov.co/constitucion/index.pdf>

## 7. ANEXOS



Imagen 44. Diseños de espirales presentes en las artesanías del municipio de Guacamayas







Imagen 45. División de la circunferencia para  $n=3$





Imagen 46. División de la circunferencia para  $n=4$



Imagen 47. División de la circunferencia para  $n=5$



Imagen 48. División de la circunferencia para  $n=6$

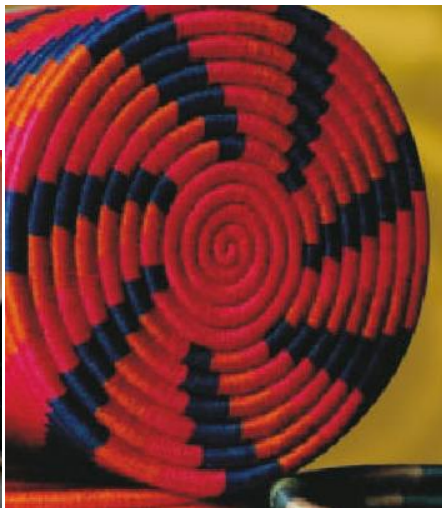


Imagen 49. División de la circunferencia para  $n=7$



Imagen 50. Ejemplos de simetría axial, presentes en las artesanías tipo B de la comunidad de Guacamayas



Imagen 51. Algunos frisos encontrados en las artesanías tipo B de la comunidad de Guacamayas



Imagen 52. Ejemplos de simetría axial, presentes en las artesanías tipo A de la comunidad de Guacamayas

### MATRIZ DE TRIÁNGULACIÓN

<b>TOPICOS DE INVESTIGACIÓN</b>	<b><i>Observación no participante</i></b>	<b><i>Fotografías</i></b>	<b><i>Entrevistas</i></b>	<b><i>Recolección de artefactos</i></b>
<b><i>Actividad Matemática: Diseñar</i></b>	Elaboración de diseños a partir de diferentes unidades de medida entre ellas las del sistema métrico decimal. Creación de diseños basados en la realidad (florales), espirales, monocromáticas y “estrellas” (división de circunferencia), la elaboración de frisos a través de movimientos rígidos en el plano.	Diseños florales, en espirales, monocromáticos y con división de circunferencias.  Artesanías con frisos de diferentes tipos, los cuales estaban caracterizados por diferentes movimientos rígidos en el plano.	Los artesanos mencionaron en el proceso de elaboración de los diseños de las artesanías esta mediada por medio de diferentes unidades de medida, (tiempo, número de puntadas, vueltas, unidades del sistema métrico decimal, unidades propias de las representaciones gráficas) y elaboración de representaciones gráficas para planear la elaboración de los diseños de las artesanías.	Dos tipos de artesanías grupo A (compuesta por los individuales y los portavasos) y las grupo B (compuestas por canastos, fruteros, papeleras, centros de mesa, floreros, y cestas), esta división se debe a que en el grupo B existen diseños tipo friso, los cuales son analizados de forma diferente a los del grupo A.
<b><i>Actividad Matemática: Medir</i></b>	Uso de diferentes instrumentos para la medida de los diseños de las artesanías (tiempo, número de puntadas, vueltas, unidades del sistema métrico decimal, unidades propias de las representaciones graficas)	Conservación de las proporciones de los diseño con base en el uso de las diferentes unidades de medida	La existencia de diferentes unidades de medida (tiempo, número de puntadas, vueltas, unidades del sistema métrico decimal, unidades propias de las representaciones graficas)	Uso de diferentes unidades de medida (tiempo, número de puntadas, cantidad de vueltas, unidades del sistema métrico decimal)
<b><i>Enseñanza de la cestería</i></b>	Los procesos de enseñanza de la cestería inicialmente están dados en contextos extra-escolares, generalmente la familia; este proceso es dado de la madre a los hijos.	Los procesos de enseñanza de la cestería están mediados por la selección de la cantidad de materia prima.	Los procesos de enseñanza y aprendizaje de la cestería no sólo se dan en espacios familiares, también existen momentos donde algunas mujeres de la comunidad se reúnen para hacer la cestería y hablar al respecto de la actualidad de la	<b><i>Sin datos relacionados</i></b>



			comunidad, eventos, problemáticas que las aquejan.	
<b><i>Potencialidades pedagógicas en el área de matemáticas</i></b>	Los diseños de división de circunferencia se pueden vincular con representaciones de fracciones parte todo en el contexto continuo, lo cual se puede implementar en el aula de matemáticas.	La descripción e interpretación de variaciones representadas en gráficos, la predicción de patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica, el uso de unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones, el uso de procedimiento para hallar el perímetro y el área de diferentes superficies.	Isometrías en el plano Simetría Ejes de simetría Transformaciones rígidas en el plano (traslaciones, rotaciones, reflexiones)	Transformaciones rígidas en el plano (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte, la formulación y resolución de problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales y el uso de modelos geométricos

## ÍNDICE DE IMAGENES

**Imagen 1.** Definición etimológica de la palabra Etnomatemática.

**Imagen 2.** Procesos de creación de los sistemas de numeración según Seidenberg (1962).

**Imagen 3.** Domingo, día de mercado en el municipio de Guacamayas

**Imagen 4.** Proceso de recolección de la información

**Imagen 5.** Proceso de elaboración de la cestería

**Imagen 6.** Entrevistas hechas a las artesanas

**Imagen 7.** Casco urbano del municipio de Guacamayas, Boyacá, Colombia.

**Imagen 8.** División política del municipio de Guacamayas, Boyacá, Colombia

**Imagen 9.** Ubicación geográfica del municipio de Guacamayas

**Imagen 10.** Escuela primaria del casco urbano del municipio de Guacamayas

**Imagen 11.** Triangulación de la información

**Imagen 12.** Algunos diseños (vista lateral de jarrones en fique y paja) elaborados por los artesanos del municipio de Guacamayas.

**Imagen 13.** Ejemplo de diseño en espiral, presente en las artesanías del grupo A.

**Imagen 14.** Divisiones de la circunferencia para  $n = 3,4,5,6$  y  $7$

**Imagen 15.** Algunos ejemplos de diseños tipo floral

**Imagen 16.** Algunos ejemplos de objetos donde se observan frisos caracterizados por un grupo de translaciones

**Imagen 17.** Algunos ejemplos de objetos donde está presente el diseño con franjas ascendentes y descendentes.

**Imagen 18.** Fotografía de una papelera la cual está compuesta por 14 vueltas, denotando el concepto de vuelta como cada nivel usado para la elaboración de dicho objeto.

**Imagen 19.** representa el uso de la misma cantidad de puntadas para la construcción de un diseño

**Imagen 20.** Esquema donde translación de un segmento de acuerdo al tiempo usado

**Imagen 21.** Espiral presente en un frutero, en el cual se observa la translación deslizante de un segmento.

**Imagen 22.** Translación de un segmento, estructura típica de los diseños de la comunidad de

artesanos del municipio de Guacamayas.

**Imagen 23.** Representación de la división de una longitud utilizada por algunos miembros de la comunidad de Guacamayas.

**Imagen 24.** Proceso de elaboración de la cestería a partir de movimientos circulares por medio de las llamadas vueltas

**Imagen 25.** Artesanías tipo A de igual diámetro

**Imagen 26.** Translación deslizante de un segmento

**Imagen 27.** Tabla de unificación de medidas utilizadas por las cooperativas del municipio de Guacamayas.

**Imagen 28.** Preparación del fique, uno de los tantos pasos necesarios para la elaboración de las artesanías.

**Imagen 29.** Proceso de teñido del fique, en el cual se resuelven problemas relacionados con la proporcionalidad directa

**Imagen 30.** Inicio del proceso de elaboración de las artesanías, por medio de la técnica de la espiral

**Imagen 31.** Socialización entre algunas mujeres de la comunidad de Guacamayas, en el proceso de elaboración de la cestería

**Imagen 32.** Ejemplo de simetría presente en los diseños de la comunidad de Guacamayas

**Imagen 33.** Ejes de simetría de un diseño de la comunidad de Guacamayas

**Imagen 34.** Translación de un rombo en un friso y su construcción a partir de geometría Euclídea.

**Imagen 35.** Ejemplo de rotación en un diseño de la comunidad de Guacamayas.

**Imagen 36.** Evidencia de rotación de la figura naranja cada noventa grados

**Imagen 37.** Áreas de la figura en cada una de sus respectivas rotaciones

**Imagen 38.** Rotación de la forma geométrica en el programa Cabri

**Imagen 39.** Diferentes representaciones de la fracción  $\frac{1}{2}$

**Imagen 40.** Divisiones de la circunferencia para  $n = 3,4,5,6$  y  $7$  (en los anexos se evidenciarán más divisiones para circunferencia desde 2 hasta 7).

**Imagen 41.** Representación la división de una longitud utilizada por algunos miembros de la comunidad de Guacamayas.

**Imagen 42.** Algunas similitudes entre construcciones geométricas Euclídeas y un diseño

presente en la cestería de la comunidad de Guacamayas.

**Imagen 43.** Relación entre los diseños de las artesanías tipo A y las representaciones gráficas de las fracciones menor a la unidad en contexto continuo

**Imagen 44.** Diseños de espirales presentes en las artesanías del municipio de Guacamayas

**Imagen 45.** División de la circunferencia para  $n=3$

**Imagen 46.** División de la circunferencia para  $n=4$

**Imagen 47.** División de la circunferencia para  $n=5$

**Imagen 48.** División de la circunferencia para  $n=6$

**Imagen 49.** División de la circunferencia para  $n=7$

**Imagen 50.** Ejemplos de simetría axial, presentes en las artesanías tipo B de la comunidad de Guacamayas

**Imagen 51.** Algunos frisos encontrados en las artesanías tipo B de la comunidad de Guacamayas

**Imagen 52.** Ejemplos de simetría axial, presentes en las artesanías tipo A de la comunidad de Guacamayas