ARTICULACIÓN DE ACTIVIDADES DIDÁCTICAS CON ALGUNOS ASPECTOS HISTORICOS DE LA CULTURA Y MATEMATICA MAYA EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS DEL GRADO SEPTIMO

NANCY DAYANA DIAZ TORO
SANDRA VIVIANA ESCOBAR MADROÑERO

UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS Y ESTADISTICA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SAN JUAN DE PASTO
2006

ARTICULACIÓN DE ACTIVIDADES DIDÁCTICAS CON ALGUNOS ASPECTOS HISTORICOS DE LA CULTURA Y MATEMATICA MAYA EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS DEL GRADO SEPTIMO

NANCY DAYANA DIAZ TORO
SANDRA VIVIANA ESCOBAR MADROÑERO

Trabajo monográfico presentado como requisito parcial para optar al titulo de Licenciadas en Matemáticas

Director
Mg. SAULO MOSQUERA LÓPEZ

UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS Y ESTADISTICA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SAN JUAN DE PASTO
2006

Nota de aceptación:

Presidente

Jurado

Jurado

San Juan de Pasto, Febrero de 2006

CONTENIDO

LISTA DE TABLAS

LISTA DE FIGURAS

RESUMEN

Una de las funciones de la enseñanza de las matemáticas es orientar para que el estudiante descubra la belleza de las mismas y encuentre su utilidad en cualquier situación real. A los estudiantes se les debe plantear diversas situaciones que les permita identificar relaciones matemáticas en diferentes aspectos de la vida. Se debe tener en cuenta la importancia de desarrollar tanto la capacidad de discernir frente a problemas matemáticos como la imaginación y la “intuición geométrica”, ésta como una herramienta facilitadora, no sólo para resolver problemas de dicha disciplina, sino para resolver situaciones de la vida diaria.

Bajo estas consideraciones se propone una temática que aborde algunos de los aspectos relevantes del desarrollo histórico y cultural de la civilización Maya para apoyar la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en el grado séptimo de educación básica, con el fin de contribuir a un proceso formativo, en el que se fomente la creatividad y se favorezca el desarrollo del pensamiento espacial a través de recursos agradables, facilitando la apreciación de la utilidad, la armonía y la belleza de las formas espaciales.

Explícitamente en este trabajo se presentan actividades didácticas elaboradas a partir de elementos de la historia y la cultura maya, para contribuir al desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos de los estudiantes del grado mencionado de la enseñanza básica. El contenido curricular que se desarrolla con base en éstas actividades corresponde esencialmente isometrías y semejanzas en el plano así mismo como a los conceptos relacionados con ellas.

ABSTRACT

One of the functions of the mathematics teaching is to guide at the student to discover the beauty of the same ones and find her utility in any real situation. The students should outline diverse situations so that it allows them to identify mathematical relationships in different aspects of the life. It should be kept in mind the importance of developing the capacity to discern in front of mathematical problems ace the imagination and the geometric intuition, this, like a useful tool so much, not only to solve problems of this disciplines , but to solve problems of the daily life.

Under these considerations, It intend a thematic where absorb some of the outstanding aspects of the historical and cultural development of the Mayan civilization in order to support the teaching and the learning of the geometry in the grade seventh of basic education, with the purpose of contributing to a formative process, in which the creativity is fomented and the development of the space thought is favored through pleasant resources, facilitating the appreciation of the utility, the harmony and the beauty in the space ways.

INTRODUCCION

Tradicionalmente la enseñanza de la matemática ha estado dirigida a la ejecución de operaciones con creciente complejidad de cálculos, a la memorización de conceptos, al desarrollo de actividades que giran en torno al docente y provocan la pasividad del estudiante considerado éste únicamente como receptor de información y cuyo grado de abstracción muchas veces no se adecua a su nivel de desarrollo mental.

En este sentido los profesores desempeñan un papel decisivo para mejorar las condiciones y la calidad del aprendizaje, desafortunadamente su preocupación se centra en los contenidos desde la perspectiva de la disciplina y no en problemas de la educación matemática. Esto se puede observar particularmente en la enseñanza de la geometría, la cual se ha visto desplazada a un segundo plano debido a la poca intensidad horaria y a la fusión con la aritmética o el álgebra dentro de los currículos de la enseñanza básica. En algunos textos se encuentra al final del mismo, donde sólo tiene espacio en términos de cálculo de perímetros y medición de superficies y de volúmenes; y esto supone impartirlo rápidamente o bien posponerlo para el grado siguiente. Y son muchos los hechos que se pueden considerar que agravan ésta situación, cómo por ejemplo, no articular convenientemente la enseñanza de la geometría desde el preescolar hasta el último grado de escolaridad, la falta de material didáctico para apoyar a los docentes en la enseñanza de la misma y hasta en algunos casos, la inadecuada preparación del docente en esta área de la matemática.

Durante el transcurso de estos últimos años afortunadamente, se ha tomado conciencia del nivel formativo que posee la geometría ya que permite trabajar a partir de objetos concretos, llegando a distintos niveles de conceptualización. Los niños toman posesión de manera consciente del espacio que los rodea, desde temprana edad, a través de la orientación, el análisis de las formas, la búsqueda de relaciones entre los objetos que encuentran a su alrededor mediante la manipulación y la experimentación con las formas y los movimientos del espacio. De ahí que los lineamientos curriculares en matemáticas propongan “la geometría activa como una alternativa para restablecer el estudio de los sistemas geométricos como herramientas de exploración y representación del espacio”[1].

Este enfoque “parte de la actividad del alumno y su confrontación con el mundo. Se da prioridad a la actividad sobre la contemplación pasiva de figuras y símbolos, a las operaciones sobre las relaciones y elementos de los sistemas y a la importancia de las transformaciones en la comprensión aun de aquellos conceptos que a primera vista parecen estáticos. Se trata pues de hacer cosas, de moverse,

[1] serie de lineamientos curriculares-matemáticas.

dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna. Esta conceptualización va acompañada en un principio por gestos y palabras del lenguaje ordinario, hasta que los conceptos estén incipientemente construidos a un nivel suficientemente estable para que los alumnos mismos puedan proponer y evaluar posibles definiciones y simbolismos formales”[2].

Surge entonces la necesidad de proporcionar de manera amena y sencilla, unas lentes que faciliten la visión de todos los procesos geométricos que diariamente se producen a nuestro alrededor. Unas lentes que no se compren en ningún sitio porque están en nuestro cerebro y que como decía Galileo, “nos van a permitir, si no salir del laberinto, si al menos saber en qué punto del mismo nos encontramos”. Para ello se cuenta siempre con el aporte de la historia de las matemáticas, que constituye una fuente inagotable de referencias y ayudas que hacen más gratificante y enriquecedor el trabajo en una clase de matemáticas.

Se justifica entonces que el niño dentro de las actividades relacionadas con la adquisición del conocimiento matemático recorra el camino de las formas y de las figuras y en general el camino que la humanidad hubo de andar para llegar a la matemática que conocemos hoy. Con seguridad descubrirá mucho más sentido en lo que se le enseña y su mente en lo que aprende.

Todas las civilizaciones han utilizado simetrías, traslaciones y giros en sus manifestaciones artísticas; han jugado con movimientos en el plano casi siempre con sorprendentes resultados estéticos. Es por ello que este trabajo tiene como objetivo central explorar otras vías para tratar de encontrar los caminos hacia los conocimientos geométricos, mediante el estudio de algunos aspectos pertinentes de una de las culturas más importantes de mezo América, como son los MAYAS, esencialmente esta centrado en la creación de actividades didácticas basadas en el arte, creencias y construcciones que esta cultura desarrolló en su periodo clásico.

[2] serie de lineamientos curriculares-matemáticas.

1. FORMULACION DEL PROBLEMA

El planteamiento central que orienta esta monografía se sintetiza en el siguiente cuestionamiento:

¿Es posible crear y organizar un material basado en algunos aspectos históricos de la cultura y la matemática maya que apoye los procesos de enseñanza y aprendizaje del pensamiento espacial y sistemas geométricos del grado séptimo?

1.1 DESCRIPCION DEL PROBLEMA

Con esta propuesta se pretende hallar una forma, sin excluir que existan otras de presentar la geometría para el grado séptimo de una manera diferente al método basado en la lección magistral. La tarea es inmensa, pero el entusiasmo por la docencia ha de animar este empeño de comunicar y desarrollar al menos en algún momento, la emoción y el gusto por las matemáticas.

Uno de los propósitos es mostrar al profesor que la geometría tanto por sus contenidos cómo por su tratamiento didáctico, debe constituir un escenario para la innovación en la enseñanza. En este contexto, abordar la enseñanza y el aprendizaje de la geometría bajo una perspectiva histórica, permite dar a conocer los vínculos existentes entre las matemáticas y otras producciones culturales de la humanidad permitiendo, tener así una visión más profunda de ésta ciencia y de su actividad, de tal manera que el estudiante pueda entender, su constitución, finalidad, utilidad y relaciones con el entorno.

Por otra parte, desde esta perspectiva, se considera que la historia del desarrollo de una cultura puede jugar un papel importante en la enseñanza de las matemáticas, si se la asume como un camino para acercarse a este conocimiento.

En esta propuesta se utilizan los diseños tradicionales que los indígenas de la cultura maya realizaban en las distintas facetas de su actividad diaria tales como: diseños tanto de sus ciudades como de sus dioses, las formas de sus edificios, cerámicas, tejidos y calendarios, entre otros, para relacionarlos con temas de conocimiento escolar con el fin de organizar un material que apoye los procesos de enseñanza y aprendizaje del pensamiento espacial y sistemas geométricos del grado séptimo, que permita al estudiante apropiarse de los distintos conceptos y propiciar actitudes mucho más activas y creadoras.

Es importante señalar que el material que se propone se centra en actividades didácticas basadas en la historia de una de las culturas más importantes de mesoamérica como son los mayas, por la riqueza de sus manifestaciones culturales y artísticas como arquitectura, escultura, pintura, astronomía e importantes conocimientos matemáticos que contribuirían a despertar y motivar el interés del estudiante hacia el conocimiento de la geometría.

Con este trabajo monográfico se desea impulsar un gran compromiso: que regrese la geometría al salón de clases y que regrese en grande, mediante actividades encaminadas a vencer la monotonía, abrir las puertas a la geometría, acercarse a la historia, renovar el pensamiento del profesor cada día, en fin, a la creación de actividades didácticas apoyadas en el desarrollo histórico de una cultura.

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

Proponer y articular actividades didácticas que apoyen el desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos del grado séptimo basados en algunos aspectos históricos de la cultura y la matemática maya.

2.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Analizar los aportes relevantes de la cultura y la matemática maya relacionados con diseños, simbolismo y representaciones de tipo geométrico.

- Diseñar actividades didácticas para los estudiantes del grado séptimo apoyadas en el desarrollo histórico y cultural de la civilización maya.

- Elaborar materiales que permitan motivar a los estudiantes del grado séptimo en el aprendizaje del pensamiento espacial y las nociones geométricas mediante el conocimiento de aspectos importantes de la cultura y de la matemática de los mayas.

3. MARCO TEORICO

Las matemáticas no solo son pequeños juegos aritméticos que se aprenden en la escuela y se olvidan rápidamente en la madurez, por el contrario son un constructo social y humano que responde a las necesidades particulares de una sociedad en espacios y tiempos diferentes. De ahí que toda persona que concurra a un aula de clase, deberá asistir a ella con la pasión y la ilusión que hace falta para enseñar y aprender matemáticas, pues el éxito de su enseñanza depende en gran medida no solo de la motivación del estudiante sino de la enseñanza consecuente y el trabajo cuidadoso de la metodología empleada por el docente, pero la importancia de la formación matemática de los estudiantes en todos los niveles educativos no parece ser un tópico de discusión curricular, pues como se sabe, las matemáticas están obligadamente presentes en todos los años de la vida escolar básica de un individuo, salvo en algunas especialidades de formación superior de carácter artístico y/o humanista. Sin embargo, el problema de los resultados desalentadores en su aprendizaje por los niños, adolescentes, jóvenes y estudiantes de todas edades en el mundo, ha provocado que una comunidad cada vez más grande de investigadores trate de esclarecerlo. Las actividades que se han emprendido en esta dirección han dado lugar entre otras cosas a conformar una disciplina, la "Matemática Educativa", cuyo campo de acción se encuentra principalmente en la problemática derivada de la Educación Matemática que se imparte en las instituciones educativas, pero que también incluye la que se origina de la Educación Matemática no institucional.

En este sentido la educación matemática puede ser definida como "un campo de investigación científica, interdisciplinario, con teorías propias e interesada en estudiar el aprendizaje, el razonamiento y la enseñanza de las matemáticas en contextos escolares y extraescolares, en ambientes sociales, económicos, políticos y multiculturales[3]".

Pero pese a todo esto aun existen hoy en día profesores tradicionales que dictan sus clases y alumnos aburridos que toman apuntes, recitan definiciones, explicaciones y generalizaciones que necesitan memorizar para dar respuestas correctas, de ahí que algunos alumnos vean las matemáticas como un mal necesario y solo busquen el número suficiente que represente en su calificación la aprobación de dicha materia. Por lo anterior se puede considerar que las estrategias metodológicas empleadas por el docente no están enfocadas adecuadamente a conseguir un buen aprendizaje dado que su mayor preocupación son los contenidos y rara vez dicha preocupación se debe a problemas de educación matemática, es decir, se manifiesta poco interés en como los alumnos pueden y deben aprender los contenidos.

[3] http://iep.univalle.edu.co/~gem.uv/Hilbert/Concurso%20UPN/Propuesta%20Final%20Hilbert.doc

Por ello en el trabajo del aula deben proponerse desarrollar estrategias para afrontar y resolver problemas no solo en la clase, sino para descubrir las matemáticas que les puede ayudar a desarrollarse como ciudadanos. Guardando lo anterior, relación con lo que la profesora Alicia Villar considera al afirmar que" las Matemáticas deben salir de las aulas y expandirse por todas las actividades de la vida. Los estudiantes deben ser capaces de "ver" situaciones matemáticas en muchos aspectos de ésta", resaltando de esta manera uno de los objetivos primordiales de la enseñanza básica y media, el cuál no consiste en embutir en la mente del niño un amasijo de información que, se piensa le va a ser muy necesaria como ciudadano en la sociedad. El objetivo fundamental deberá consistir en ayudarle a desarrollar su mente y sus potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas, físicas, de modo armonioso.

Es por esto que el docente debe tener un conocimiento aceptable de la historia de las matemáticas pues esta en la enseñanza, puede representar la herramienta utilizada por él para lograr que el estudiante alcance el aprendizaje con actitudes mucho más activas y creadoras ya que proporciona a su estructura afectiva un estado de motivación e interés propicio para el aprendizaje y favorece en él una participación analítica, crítica y creativa y en el docente un buen dominio de la materia, una visión más amplia y una mejor formación en el campo científico.

Algo tan aparentemente claro y homogéneo como "conocer el contenido de la asignatura" implica conocimientos profesionales muy diversos (Bromme 1998; Coll 1987) que van más allá de lo que habitualmente se contempla en los cursos universitarios y que incluyen diferentes aspectos como los que se mencionan a continuación:

a. Conocer los problemas, dificultades y obstáculos epistemológicos que originaron la construcción de los conocimientos científicos (lo que constituye una ayuda imprescindible para comprender las dificultades de los alumnos).

b. Conocer las orientaciones metodológicas empleadas en la construcción de los conocimientos, es decir, la forma en que los científicos abordan los problemas, las características más notables de su actividad, los criterios de validación y aceptación de las teorías científicas.

c. Conocer las interacciones Ciencia/Técnica/Sociedad asociadas a dicha construcción, sin ignorar el carácter a menudo dramático del papel social de las ciencias, la necesidad de toma de decisiones.

d. Tener algún conocimiento de los desarrollos científicos recientes y sus perspectivas, para poder transmitir una visión dinámica, no cerrada, de la ciencia. Adquirir, en el mismo sentido, conocimientos de otras materias relacionadas, para poder abordar problemas frontera, las interacciones entre los distintos campos y los procesos de unificación.

e. Saber seleccionar contenidos adecuados que den una visión correcta de la ciencia y sean asequibles a los alumnos y susceptibles de interesarles.

f. Estar preparados para profundizar en los conocimientos y para adquirir otros nuevos.

3.1 ENFOQUE SOCIO-CULTURAL EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

Uno de los propósitos de la educación Matemática es estudiar como la persona aprende y razona matemáticamente en contextos sociales y culturales diferentes puesto que "toda comunidad desarrolla prácticas y reglas matemáticas con su propia lógica para entender, lidiar y manejar la naturaleza. Es decir, la relación del hombre con la naturaleza es la que impulsa el desarrollo matemático, y es el hombre mismo, quien en esa relación construye las nociones matemáticas que le van a ser de utilidad a él y a su sociedad. Estos saberes matemáticos son transmitidos de generación en generación, ya sea por medio escrito o vía oral y pasan a ser parte de la tradición cultural de un pueblo, que es el mundo donde habitan las matemáticas, un mundo externo al hombre, pero dependiente de él[4]". Esto se evidencia en los lineamientos curriculares donde "se reconoce hoy el contexto cultural como elemento importante que puede proveer al individuo de aptitudes, competencias y herramientas para resolver problemas y para representar las ideas matemáticas, lo que explica que una determinada cultura desarrolle más significativamente unas u otras ramas de la matemática, sin querer esto decir desde luego que la aptitud matemática sea privilegio de una cultura o grupo.

Como una consecuencia fundamental de esta perspectiva cultural la educación matemática debería conducir al estudiante a la apropiación de los elementos de su cultura y a la construcción de significados socialmente compartidos, desde luego sin dejar de lado los elementos de la cultura matemática universal construidos por el hombre a través de la historia durante los últimos seis mil años[5]".

Esta propuesta trata de mostrar una manera de articular desde una perspectiva socio-cultural del conocimiento, la posibilidad de mostrar los interesantes vínculos que existen entre las matemáticas y otras producciones culturales de la humanidad, porque desde esta perspectiva cualquier persona que se dedique a la enseñanza de esta ciencia deberá tener una visión amplia de las matemáticas, "no una concepción platónica de ellas, donde la actividad del hombre se reduce al descubrimiento de las nociones matemáticas preexistentes en el mundo de las ideas. Como es sabido, este tipo de posturas han entorpecido la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y las han convertido en una de las áreas de mayor

[4] http://iep.univalle.edu.co/~gem-uv/Hilbert/Concurso%20UPN/Propuesta%20Final%20Hilbert.doc
[5] Serie de lineamientos curriculares-matemáticas.

deserción escolar en todos los grados de educación, a nivel nacional e internacional[6]".

No pretende este trabajo insistir en los aspectos negativos ni trata de demostrar las cuotas de culpabilidad en el fracaso del sistema educativo en el proceso enseñanza y aprendizaje de la matemática. No pretende tampoco que sus líneas sean utilizadas como fórmulas mágicas para el mejoramiento del desempeño de los docentes ni para el de los resultados obtenidos por los alumnos. Es solo que algunas ideas no deben dejarse a un lado, aunque se hayan mencionado una y otra vez.

El éxito siempre será para el profesor que tome una decisión: dejar que la matemática se muestre grande e imponente como es a los ojos de sus alumnos, sin despreciar jamás lo que la hace hermosa y valiosa. El éxito siempre estará en el que aún puede emocionar a una clase al mostrar como es de curioso el mundo de la matemática y cuántos caminos hay para explorarla. Porque si algo embellece y hace radiante a la matemática son sus profundas raíces y relaciones con la cultura humana.

Por todo lo anterior, este trabajo lo que pretende, es retroceder en el tiempo a nuestras raíces matemáticas, a la geometría de la naturaleza, motivando así a una investigación más profunda sobre ésta geometría ya que en la actualidad estamos ignorantes de ella.

3.2 GEOMETRÍA

La geometría no solo es el campo de las matemáticas al que simplemente le interesa la comprensión analítica y el dominio de reglas básicas de cálculo sino la ciencia que da la oportunidad de ocuparse de ciertos temas de un modo matemáticamente correcto, pero a la vez muy claros y expresivos. Por ello la enseñanza de la geometría tiene como propósito contribuir efectivamente al desarrollo de los procesos de apropiación o dominio de las relaciones del sujeto con el espacio circundante por lo tanto la geometría no es sólo una parte importante sino esencial del aprendizaje de las matemáticas ya que a través del trabajo que se realiza con ella se fomentan y enseñan otras habilidades brindando nuevas oportunidades a alumnos que tienen problemas con el pensamiento abstracto y reaviva su interés por las matemáticas al presentar problemas que son susceptibles de ser visualizados para ser comprendidos.

Por esta razón los alumnos, en la escuela primaria, deben estar en contacto con la geometría, aprendiendo a medir y a dibujar, creando cuerpos y figuras. En esta etapa se ofrecen las primeras oportunidades para fomentar la riqueza imaginativa y la orientación espacial en los niños.

---

[6] http://iep.univalle.edu.co/~gem-uv/Hilbert/Concurso%20UPN/Propuesta%20Final%20Hilbert.doc

En la secundaria temprana adquieren importancia las figuras geométricas y las propiedades de las simetrías. Este campo temático es muy orientado a la práctica y ofrece condiciones ventajosas para el "aprendizaje por descubrimiento". En tanto que son presentadas y practicadas en este nivel las primeras figuras geométricas, recién en el segundo grado de secundaria se profundiza más en el tema: las figuras son interrelacionadas y utilizadas para las primeras demostraciones simples pues se abordan temas como transformaciones de figuras mediante reflexiones, rotaciones, ampliaciones y reducciones. Se trata de medir dimensiones geométricas como longitudes, ángulos, superficies y de representar principios matemáticos en el eje de coordenadas.

Así como las habilidades para el pensamiento algebraico como contar, calcular, usar ecuaciones deben ser estimuladas en el cerebro del niño, también deben ser estimuladas y desarrolladas habilidades para el pensamiento geométrico a través del contacto con realidades geométricas. A estas habilidades geométricas pertenecen:

- Concepción del espacio.
- Orientación espacial.
- Pensamiento espacial.
- Habilidad para la percepción visual.
- Constancia de la percepción.
- Percepción de la situación espacial.
- Percepción de relaciones espaciales.

Si permitimos que el curso de geometría se ocupe efectivamente de conceptos geométricos entonces se presentará la oportunidad de dar a este campo de la matemática un rostro diferente, de sentar otras bases, que estimulen a los escolares a través de otros canales.
Un curso así pondrá énfasis en:

- Habilidad motriz.
- Estética.
- Matematización de conceptos reales.
- Reconocimiento de fenómenos matemáticos en la naturaleza.
- Comprensión del arte.
- Fantasía.

A pesar de todo lo anteriormente mencionado, la geometría suele ocupar un lugar secundario dentro de la enseñanza de las matemáticas en el colegio. Qué mal momento para la educación matemática el que se usó para colocar al final de los programas de cada grado el tema de la geometría. Cuánto perdieron los alumnos a manos de los que creyeron que sumar y restar era tan importante que cuadrados y círculos podrían esperar, y cuánto dejan de ganar los alumnos a los que sus maestros nunca les abrieron las puertas a la geometría porque aún no multiplicaban o dividían, cuánto error hay en pretender ver a la matemática como una simple aritmética y olvidar el tesoro de las figuras geométricas, los cuerpos sólidos y más. E incluso cuando se trata por fin el tema de la geometría se hace con irresponsable superficialidad ya que se ha enfatizado en el aprendizaje memorístico de conceptos, teoremas y formulas y se ha eliminado tempranamente la intuición y la exploración como instrumento de acceso al conocimiento geométrico.

En el periodo desde aproximadamente 1.960 hasta 1.980, se dio una presión general en el currículo matemático contra tópicos tradicionales, debido a la introducción de otros nuevos como: probabilidad, estadística, ciencias computacionales, matemáticas discretas, etc. Al mismo tiempo el número de horas escolares dedicadas a la matemática se redujo. El “movimiento de las matemáticas modernas” ha contribuido, al menos indirectamente, para disminuir el rol de la geometría euclidiana, favoreciendo otros aspectos de la matemática y otros puntos de vista para su enseñanza por ejemplo: teoría de conjuntos, lógica, estructuras abstractas, etc. La declinación ha involucrado en particular el rol de los aspectos visuales en la geometría tanto la tridimensional como la bidimensional, y todas aquellas partes que no encajaron dentro de la teoría de los espacios lineales como, por ejemplo, el estudio de las secciones cónicas y otras curvas notables.

En años más recientes ha habido un retorno hacia contenidos más tradicionales en matemáticas, con un énfasis específico sobre actividades de planteamiento y solución de problemas. De cualquier manera los intentos por restablecer la geometría euclidiana clásica, la que al principio y en muchas partes del mundo fue la materia principal en geometría escolar, no han sido muy exitosos. El punto es que en los cursos tradicionales de geometría euclidiana el material es usualmente presentado a los estudiantes como el producto final y ya hecho de la actividad matemática. Así, esta presentación, no encaja dentro del currículo actual donde se espera que los alumnos tomen una parte activa en el desarrollo de su conocimiento matemático, pues ya hace varios años se ha impulsado desde los lineamientos curriculares de matemáticas, más que la sola enseñanza de la geometría, el desarrollo de un pensamiento espacial, entendido este como: el conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales, es decir, su desarrollo necesariamente involucra desde el trabajo con figuras y cuerpos concretos hasta la construcción de una notación matemática que permita escribir y probar satisfactoriamente los resultados obtenidos por medio de hipótesis y de experiencias dentro y fuera del aula de clase. Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento. Esta construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones, que avanza desde un espacio intuitivo o sensorio-motor (que se relaciona con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno, y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, etc.), a un espacio conceptual o abstracto relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas, tomando sistemas de referencia y prediciendo los resultados de manipulaciones mentales. Este proceso de construcción del espacio está condicionado e influenciado tanto por las características cognitivas individuales como por la influencia del entorno físico, cultural, social e histórico. Por tanto, el estudio de la geometría en la escuela debe favorecer éstas interacciones. Se trata de actuar y argumentar sobre el espacio ayudándose con modelos y figuras, con palabras del lenguaje ordinario, con gestos y movimientos corporales. De ahí que se viene adelantando en nuestro país por parte del MEN una propuesta que trata de enseñar una geometría activa en la que se le dé prioridad a la reflexión sobre la contemplación pasiva de figuras y símbolos, a las operaciones sobre las relaciones y elementos de los sistemas y a la importancia de las transformaciones en la comprensión incluso de aquellos conceptos que a primera vista, parecen estáticos. Se trata de moverse, dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna. " La propuesta de renovación curricular avanzó en este proceso enfatizando la geometría activa como una alternativa para reestablecer el estudio de los sistemas geométricos como herramientas de exploración y representación del espacio[7]", ya que este tipo de geometría parte del juego con sistemas concretos, de la experiencia inmediata del espacio y del movimiento, que lleva a la construcción de sistemas conceptuales para la codificación y el dominio del espacio, y a la expresión externa de esos sistemas conceptuales a través de múltiples sistemas simbólicos[8]".

Por ello, tal como está planteado el problema de la educación en geometría en nuestro país, el Doctor Vasco en*: Un Nuevo Enfoque para la Didáctica de las matemáticas*[9] propone los siguientes aspectos:

- La propuesta de enseñanza de la geometría del MEN parte de no enseñar la geometría a la manera como tradicionalmente los textos exponen la teoría de Euclides.

- Aceptar lo anterior supone no partir de entes abstractos como punto, recta, plano, etc. para construir las figuras y estudiar sus propiedades, en una lógica de lo simple a lo compuesto, sino más bien partir del objeto físico, que es un sólido, para llegar a la figura sólida, y por exploración activa encontrar las caras

[7] Serie de lineamientos curriculares-matemáticas.
[8] Serie de lineamientos curriculares-matemáticas.
[9] Vasco, C. Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas. Serie Pedagógica y Currículo. Vol. II. MEN. 1994.

y sus formas y sus relaciones, luego las aristas, sus formas, sus direcciones y sus relaciones, y, finalmente, sus vértices.

- No hacer un estudio discreto de la figura, sino más bien, adecuándose al pensamiento de los niños, abordar el estudio de la figura como un continuo. Una concepción analítica, discreta del plano se aplazaría para niveles superiores.

- No mantener el estudio de las figuras como totalidades separadas sino establecer relaciones entre sus componentes (interfigural), entre ellas (interfigural y en el nivel de primaria proyecciones muy elementales hacia lo transfigural), haciendo clasificaciones jerarquizadas, como fruto de poder operar en un sistema cada vez más amplio a nivel de los elementos de las figuras y las relaciones entre ellas.

- Como alternativa al estudio de figuras codificadas, estratificadas, en este documento Vasco propone estudiar una geometría activa, consistente en la exploración de la figura mediante los movimientos, empezando por el propio cuerpo, (como cuando el niño recorre la frontera de una figura) y pasando por el movimiento que se aplica a los objetos físicos, para estudiar los efectos que se producen en la figura que conforma este objeto y las relaciones entre productos de estos movimientos y de manera muy parcial, entre los mismos movimientos. Quizá sea este el aspecto de la propuesta, que en la práctica ha resultado más difícil de ser apropiado en su verdadero sentido, reduciéndose a una serie de manipulaciones orientadas a apoyar la percepción de formas.

Si bien se opta por no hacer un estudio de la geometría a la manera de Euclides, esto no conduce a asumir una enseñanza de la geometría desde el programa Erlangen (uno de sus partidarios destacados es Dieudonné). Se reconoce que la enseñanza de una geometría activa vincula a los niños con transformaciones que son estudiadas posteriormente en una formalización de las transformaciones, pero esto no significa que se imponga como meta el enseñar por medios intuitivos los conceptos abstractos y procedimientos refinados de tal formalización.

3.3 ETNOMATEMATICAS

La situación actual de la historia de las matemáticas es sin duda muy favorable, pues atrae la atención de modo creciente y los matemáticos la tienen cada vez más en cuenta. De ahí es conveniente que los profesores se apropien y apoyen en la historia de las matemáticas y etnomatemáticas como herramientas valiosas para el mejoramiento de la enseñanza y la formación integral del alumno.

En la década de los años setenta se acuñó el término etnomatemáticas para designar el estudio de las matemáticas en relación con la cultura de los grupos a los que pertenecen los educandos. D'Ambrosio es uno de los pioneros de esta corriente de estudio y define la etnomatemática como el "arte o técnica de entender, conocer y explicar el medio ambiente natural, social y político dependiendo del proceso de contar, medir, clasificar, ordenar, inferir que resultan de grupos culturales bien identificados", a su vez Gerdes plantea que se deben "descongelar" las matemáticas presentes en los productos artesanales y en otros objetos y construcciones de los pueblos.

"Al analizar algunos de los aspectos sociales y culturales de la educación matemática en países del Tercer mundo, Gerdes (Universidad Eduardo Mondlane, Mozambique) cita muchas de las ideas de Ubiratan D'Ambrosio. Enfatiza que las matemáticas que se enseñan en la escuela usualmente se levantan como una barrera para acceder a la sociedad y que a menudo se presenta un "bloque psicológico" entre los conocimientos matemáticos que se "aprenden formalmente" y aquellos que se "adquieren de manera espontánea". Gerdes también hace referencia al trabajo de Gay y Cole y de otros que han hecho explícita la necesidad de incorporar la matemática autóctona (Etnomatemáticas) al currículo y de aquí que surgiera que una "reafirmación matemática-cultural" y la consecuente recuperación de la "confianza cultural" sean posibles en países del tercer mundo[10]". En este sentido se considera que el cultivo del pensamiento geométrico puede coadyuvar al desarrollo de habilidades de pensamiento y valores humanos orientados a pensar desde la cultura maya y su realidad para afrontar las matemáticas desde el conocimiento local y el universal.

Esta reflexión puede considerarse como un punto de partida para el inicio de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, de ahí que esta propuesta trata de mostrar una manera de articular desde una perspectiva socio-cultural del conocimiento, la historia de una de las culturas más importantes de mesoamérica como son los mayas con la enseñanza de la geometría, puesto que el estudio y descubrimiento de este patrimonio cultural es interesante y emocionante, especialmente si se desea establecer con alumnos del nivel básico un vínculo entre su desarrollo cognoscitivo y el proceso de construcción del conocimiento matemático de esta cultura; ya que al estar inmersa en su desarrollo, proporciona un conocimiento matemático significativo, una participación analítica, crítica y un estado de motivación e interés propicio para el aprendizaje, contrario a la presentación invariable y eterna que se encuentra muy alejada de la creatividad y de la imaginación que caracterizan los procesos de creación humana.

Cuando se habla de geometría, generalmente se piensa en el desarrollo de la misma al estilo formal de la geometría Euclidiana, ignorando los adelantos científicos que se obtuvieron en el continente americano. En parte esta omisión se debe a que se educa viendo la historia desde un punto de vista *pan-europea*, es

[10] http://web.nmsu.edu/~pscott/isgems22.htm

decir, la ciencia y el desarrollo son primordialmente europeos ignorando las culturas que florecieron en los siglos previos a la dominación española. Los estudiantes en su mayoría, no conocen la poca información que existe a este respecto. Por otro lado, casi la mayor parte de los docentes de Matemáticas en cualquier nivel conocen algo de este tema, pero de manera superficial, faltando profundizar para descubrir hechos más interesantes de las culturas mesoamericanas.

Desafortunadamente gran cantidad de la información sobre la cultura maya que existió en material de tipo documental y monumental se ha perdido, en parte por causas naturales (escritura o escultura en materiales perecederos) o por causas artificiales, en las cuales se especializaron los soldados españoles y los sacerdotes católicos en aquellas fechas oscuras para las civilizaciones americanas.

Sin embargo, lo que hasta hoy se conoce, es que era un grupo de pueblos indígenas mesoamericanos perteneciente a la familia lingüística maya o mayense. Entre los demás pueblos significativos se hallan los tzeltales de las tierras altas de Chiapas, los choles de Chiapas, los quichés, cakchiqueles, pokonchis y pokomanes de las montañas de Guatemala y los chortís del este de Guatemala y el oeste de Honduras. Todos estos pueblos formaban parte de una civilización y cultura comunes que, en muchos aspectos, alcanzó las más elevadas cotas de desarrollo entre los indígenas de todo el área mesoamericana.

3.4 LA CIVILIZACIÓN MAYA

Los orígenes de la civilización maya son objeto de discrepancias académicas en virtud de las contradictorias interpretaciones de los hallazgos arqueológicos.

El inicio de esta cultura que se denomina preclásico o formativo (1600 a.C. al 300 d.C.) comenzó con el primer asentamiento en las montañas del oeste de Guatemala por el año del 2.500 a.C. Los primeros mayas que se establecieron en la península de Yucatán lo hicieron en el año 1.600 a.C. y los primeros que se establecieron en Tabasco lo hicieron para el año de 900 a.C. En el preclásico inferior vivían en casas que tenían por paredes, palos unidos entre sí por barro y estaban provistas de techo de paja. Estas casas siempre estaban alrededor de los cenotes. Sus actividades económicas más importantes eran la recolección de frutos, la caza y la pesca; tenían una agricultura temporal. En el preclásico medio, sus actividades económicas más importantes eran la agricultura, el comercio y la cerámica. Mejoraron la agricultura, por lo cual se volvieron autosuficientes. En el preclásico superior, los mayas tienen contacto con los olmecas, lo cual trae como consecuencia la introducción del calendario, la cuenta larga y la escritura incipiente. En este periodo destacaron las ciudades de Mani, Dzibilchaltún, Komchen, Izamal, Tikal, Copan, Chichen Itza, Kabah, Loltun, entre otras.

El apogeo de la civilización maya ocurrió en el denominado Periodo Clásico (300 al 900 d.C.). En este periodo, el proceso cultural de los mayas alcanzo su máximo desarrollo, tanto en el campo tecnológico, como en el social, económico, político, religioso y artístico. Fue la denominada EPOCA DE ORO de los mayas. La población había crecido y la agricultura se había desarrollado bastante. Se levantaron terrazas en las zonas montañosas; en territorios con ríos, lagos o lagunas se construyeron canales de riego y aumentaron de esta manera la superficie cultivable tanto para la producción de productos básicos como para el consumo y el comercio. Los centros crecieron de manera esplendorosa. Con los nuevos adelantos se diversifico mucho mas y surgieron los artesanos especializados en distintas manifestaciones culturales; igualmente se incremento el comercio que, poco a poco, había facilitado el desarrollo económico y que ahora, en el periodo clásico, permitía el intercambio no solo con pueblos del área maya, sino también con otros pueblos de mezo América, consolidándose entre el peten y el valle de México un activo comercio. En los mejores tiempos la actividad arquitectónica tuvo relevancia, pues se construyeron sitios con centenares de edificios, algunos con numerosas habitaciones; pirámides monumentales de hasta 70 metros de altura, numerosas estelas y monumentos con fechas de cuenta larga e inscripciones jeroglíficas en las que se dan referencias a hechos históricos. En este periodo, algunas de las ciudades que florecieron fueron: Coba, Uxmal, Izamal, Kabah, Loltun y Acanceh entre otras.

Periodo Posclásico (900 al 1542): Se desarrollo en la Zona Norte, ya que los mayas que vivieron ahí, sobrevivieron a la catástrofe que provoco el abandono de las ciudades de la zona Central y continuaron su desarrollo durante el periodo posclásico afectados por las influencias culturales de grupos extranjeros que irrumpieron en la región; uno de ellos, acaso el principal, fue el de los mayas chontales o putunes que procedían del sur de Campeche y del delta de los ríos Usumacinta y Grijalva. Por su ubicación en esta región del Golfo de México, los mayas chontales o putunes estaban influenciados por sus vecinos de habla mexicana por lo que constituían una cultura híbrida maya-nahua.

En el esplendor de la cultura maya se destaca:

3.4.1. La Arquitectura: Se caracteriza por un sentido exquisito de la proporción y el diseño, así como por su refinamiento estructural y la sutileza de los detalles. Los mayas utilizaron la escultura más ampliamente en la decoración arquitectónica que todas las demás civilizaciones precolombinas. La bóveda de saledizo se empleó no sólo para cubrir espacios interiores sino también para construir arcos apuntados o trilobulados. También construyeron caminos pavimentados que conectaban los centros administrativos y religiosos más importantes. Se cree que se utilizaban sobre todo para procesiones ceremoniales y como símbolo de lazos políticos.

3.4.2 El Arte: Es el más refinado y elegante de todos los desarrollados por las civilizaciones precolombinas. Es digno y majestuoso, exuberante y sensual, y presenta una ornamentación espléndida. Las estelas (bloques o pilares de piedra) con relieves figurativos e inscripciones son los ejemplos más característicos de las esculturas conmemorativas realizadas en piedra por los mayas.

Los ejemplos más elaborados se encuentran en Copán, donde la maleabilidad de la piedra permitió una exuberancia ornamental barroca. La mayor parte de los emplazamientos importantes cuentan con una evolucionada tradición en la realización de paramentos de piedra decorados con relieves. En Palenque se utilizó el estuco para crear relieves de gran complejidad que decoraban los templos y palacios, como las célebres cabezas de la cripta de la pirámide de las Inscripciones.

Los mayas dominaron todas las formas artísticas precolombinas conocidas, menos el trabajo en metal. Aunque no se conservan telas tejidas por ellos, su calidad y decoración pueden apreciarse a través de las representaciones en pinturas, figurillas y esculturas bellamente proporcionadas y de armonía estética sobre estelas, dinteles y en los frisos que decoran paredes y templos. Tales esculturas en piedra representan los sacrificios humanos, ceremonias sangrientas, y otros ritos de purificación mientras que otras muestran a ricos gobernantes con espléndidos peinados, dioses, figuras geométricas, aves y animales.

Tallaban con maestría el jade, la madera, el hueso y las conchas, pero fue en los trabajos realizados con arcilla donde más destacaron. Sus figurillas de un realismo extraordinario (especialmente las provenientes de la isla de Jaina, Yucatán) y su cerámica policromada en la que se representan escenas mitológicas o de la vida cotidiana (producida en champlevé, Guatemala) se cuentan entre las mejores piezas de cerámica pintada precolombina. Las ollas de barro que se ponían a secar al sol en lugar de cocerse en hornos, podían hallarse lo mismo en la cocina de una familia común que en el ritual del templo. Las piezas ceremoniales muchas veces se pintaban con figuras mitológicas. También se han hallado piezas de oro en muchos sitios, algunas de ellas verdaderamente valiosas, labradas en jade y de exquisita manufactura. El jade era un material muy preciado y se usaba en ofrendas a los dioses o en los adornos de la nobleza. La gente usaba collares con piezas de jade que representaban figuras de animales o cuentas para alejar las enfermedades. Ejemplos de frescos mayas particularmente excepcionales se han hallado en Bonampak, Palenque y Tikal. También produjeron códices con escritura jeroglífica. De los códices mayas que se conservan, el códice de Dresde (Sachsische Landesbibliothek, Dresde, Alemania) es el que mejor ilustra el uso descriptivo y formalmente dinámico de los signos por parte de los mayas.

3.4.3 Los Jeroglíficos Mayas: Otra muestra de su genio fue el sistema de escritura jeroglífica que desarrollaron. Los glifos adornan las estelas y templos en todo el Mundo Maya; hoy se sabe que los mayas erigían estelas para conmemorar hechos históricos. La famosa Escalera de los Jeroglíficos en Copán es otro ejemplo destacado del uso de su lengua. Se trata de un monumento que conmemora los logros de la dinastía real y es probablemente el relato escrito más grande acerca de la historia de la civilización maya.

Por desgracia, muchos códices mayas escritos en piel de venado o en papel amate, hecho de corteza de árbol, fueron destruidos a causa del fanatismo religioso de los sacerdotes españoles durante los actos de fe en el siglo XVI, otros sucumbieron a los estragos del tiempo. Hasta la fecha se han recuperado sólo tres de estos códices, entre ellos el famoso códice Dresden. A través del estudio de estos códices los arqueólogos han descubierto pasajes mitológicos de historia, religión, astrología y ciencias. Por ejemplo, el códice Dresden contiene información sobre eclipses y los movimientos de Venus. Los mayas también mantenían una rica tradición oral que en alguna medida forjaron su cultura y que se acentuó cuando sus escritos fueron destruidos. Un texto del antiguo "Popol Vuh" o Libro de Consejos, es un manuscrito escrito en la lengua maya de la región del quiché, Guatemala que fue descubierto por el fraile español Francisco Ximenez en el siglo XVII y rescatado del olvido. Traducido al español por el fraile, el "Popol Vuh" es la historia maya de la creación en la que se describe cómo los dioses formaron la tierra a partir del caos y crearon la luz y la vida. Después crearon al hombre del maíz para que fuera el guardián del universo. Hasta hoy, los mayas todavía consideran a la tierra como sagrada y el maíz aún es la base de su alimentación.

En Yucatán, México, fue hallado y todavía se conserva, el "Chilam Balam", un libro de historia, astrología, medicina y profecías en lengua maya, pero que usa escritura española en vez de glifos.

3.4.4 Los Dioses Mayas: La religión jugaba un papel muy importante en la vida diaria y todas las actividades, ya fuera de mucha o poca importancia, estaban regidas por deidades. El sacerdote, que llegó a ser una figura muy poderosa durante el Periodo Clásico, guiaba la vida espiritual de la comunidad. Se representaban ritos específicos para llamar la atención de las deidades. Por ejemplo, las mujeres en cinta visitaban el templo de Ixchel, la diosa de los alumbramientos, para ser bendecidas antes de que naciera la criatura. De hecho, las futuras madres a menudo realizaban peregrinajes a la isla de Cozumel o Isla Mujeres en México, que se encontraba bajo la protección de esta diosa. Otros dioses regían sobre los vientos, el sol, el cielo, el maíz, la guerra y la muerte. Posiblemente la deidad más importante era el dios de la lluvia, Chac, adorado con vehemencia en toda la región. En muchos sitios arqueológicos yucatecos las esculturas de Chac, representado con una nariz larga y curva, adornan las fachadas de los templos. La serpiente emplumada se convirtió en una deidad mayor en la península de Yucatán después de la llegada de los toltecas en el siglo X de nuestra era. Estos extranjeros guerreros provenientes del centro de México adoraban a este dios con el nombre de Quetzalcóatl. Los mayas le cambiaron el nombre a Kukulcán y dedicaron un templo al nuevo dios en Chichén Itzá.

Las ceremonias rituales en honor de las deidades a veces se hacían a través de sacrificios humanos. Figuras humanas en una extraña pose reclinada sosteniendo un recipiente en su regazo pueden encontrarse en Chichén Itzá y otros sitios yucatecos. Supuestamente los personajes esculpidos en piedra conocidos como Chaac Mool recibían el corazón latiendo de la víctima sacrificada. Los cenotes, profundos pozos naturales donde fluía el agua, característicos de la península de Yucatán, eran también centros de sacrificio. Los más famosos cenotes usados para este fin se encuentran en Chichén Itzá. Junto con los hombres o mujeres sacrificados, se depositaban en el pozo ofrendas de jade, oro, cerámica y otros objetos para honrar a los dioses. Las creencias religiosas estaban íntimamente ligadas a los ritos funerarios, los cuales, en el caso de los gobernantes, eran muy elaborados.

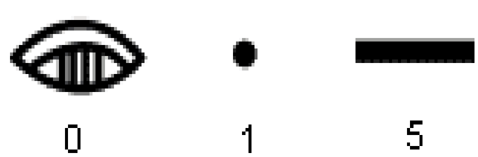
3.5 MATEMÁTICA MAYA

Los mayas tuvieron el desarrollo más sustentable en el aspecto matemático-astronómico de las culturas de América. En relación al sistema numérico ésta cultura descubrió dos ideas fundamentales en matemáticas: El valor posicional y el cero. Sólo otra gran cultura de la antigüedad como fue la cultura Hindú llegó a encontrar cerca de trescientos años después que los mayas estos conceptos. Estos dos elementos, el valor posicional y el cero, pueden parecer simples y básicos hoy en día. De hecho lo son y en ello radica precisamente la genialidad maya. Griegos y romanos, con toda la fuerza de su espíritu y de sus instituciones no lograron descubrir estos principios. Basta tratar de escribir un número suficientemente grande en notación romana para darse cuenta de la importancia del cero y el valor posicional.

En los siglos lV o lll a. C. los sacerdotes mayas concibieron un sencillo sistema de numeración basado en la posición de los valores, que implica la concepción y uso de la cantidad matemática cero, aún hoy en día este sistema permanece en pie como una de las obras más brillantes del intelecto del hombre. Este tipo de numeración maya tenía dos variantes: los *numerales geométricos* o *normales*, y los *numerales en forma humana*, que por lo general se presentaban como una cara antropomorfa aunque existen casos especiales donde se presenta todo el cuerpo.

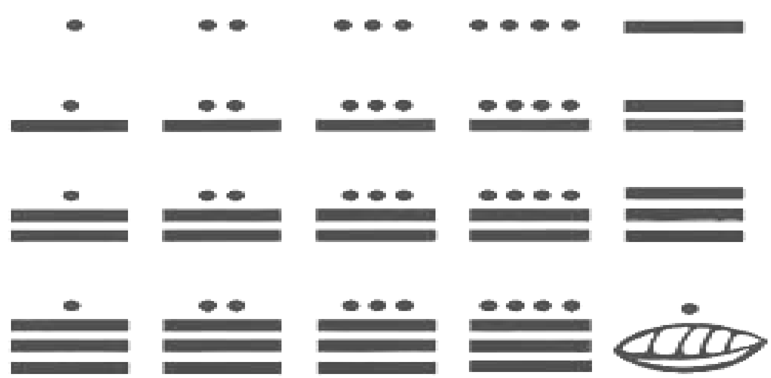
La primera notación, la geométrica, está constituida por puntos, rayas y el símbolo de la concha.

Figura 1. Principales símbolos mayas



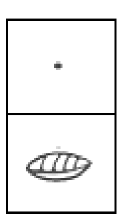
Esta es la que comúnmente se le conoce y difunde como la notación maya. Su utilización es simple: la concha representa el cero, los puntos representan unidades y las rayas cinco unidades; se pueden formar agrupaciones de puntos con un número máximo de cuatro y las rayas tienen como máximo el de tres por cada agrupación, todo esto utilizando un principio de adición. Se manejan de este modo representaciones del cero al diecinueve, pues cada posición en el sistema es de veintenas, de ahí que los primeros veinte numerales sean:

Figura 2. Los veinte números mayas.



Para escribir los números superiores de diecinueve, los antiguos mayas empleaban su sistema de numeración de posiciones donde los valores de las posiciones aumentan de veinte en veinte con la excepción de la tercera posición que, únicamente para computar el tiempo era de dieciocho en lugar de veinte veces la segunda debido a la correspondencia que tiene el sistema de numeración con el calendario solar. En general se tiene que al completarse la primera veintena, se termina con las unidades de primer orden y se avanza al siguiente; esto sucede en cada uno de los niveles y al acumularse veinte unidades en un nivel, se sube al siguiente y así sucesivamente. Un ejemplo de ello se evidencia en la escritura maya del número veinte, la concha que simboliza el cero se ubica en la posición más baja para indicar que en el número no hay unidades de primer orden, y el punto se ubica en la segunda posición, para indicar que solo hay una unidad de segundo orden.

Figura 3. Representación en notación maya del número veinte.



$\longrightarrow$ $1 \times 20^1 = 20$ (1 unidad de segundo orden)

$\longrightarrow$ $0 \times 20^0 = 0$ (0 unidades de primer orden)

Debido al posicionamiento de los signos en los distintos niveles de una cuadricula o tablero, la formación de números y su manipulación era una actividad cotidiana.

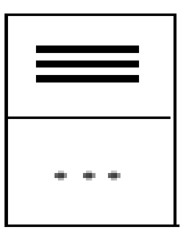
3.5.1 Operaciones Aritméticas[11]**:** Con su sistema numérico los mayas podían ejecutar las cuatro operaciones fundamentales, ayudándose para ello de la construcción de tablas de multiplicar y con la utilización de una especie de ábaco constituido por una cuadrícula o tablero matemático, el cual estaba hecho con varas, o pintado en el piso, y se utilizaban semillas o pequeños trozos de varas para representar los números. Al tipo de cuadrícula que utilizó esta cultura se le puede llamar *esquema matricial* y con éste se pueden llevar a cabo todas las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) y algunas otras, como la obtención de raíces. De esta manera las bases del álgebra matricial, comenzada a desarrollar en occidente a finales del siglo pasado, fueron utilizadas por los mayas hace ya muchos siglos.

Los mayas acomodaban los números dentro de las casillas del tablero de izquierda a derecha, sabiendo que el primer nivel (de abajo hacia arriba) representa las unidades, el que le sigue, las veintenas, el siguiente, las veintenas de veintenas; y así sucesivamente:

- Adición: Los mayas realizaban la adición de la siguiente manera:

Por ejemplo para adicionar 303 y 157, números que en notación maya se representan así:

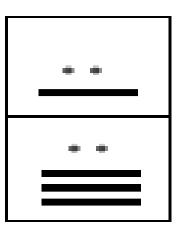
Figura 4. Representación en notación maya de los números 303 y 157.



$15 \times 20^1 =$ 300

$3 \times 20^0 =$ 3

303



$7 \times 20^1 =$ 140

$17 \times 20^0 =$ 17

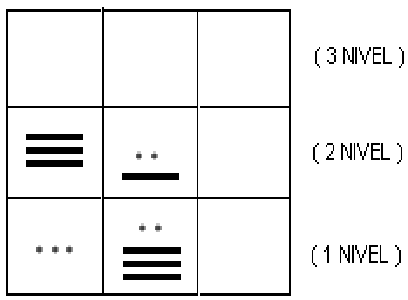
157

[11] http://oncetv_ipn.net/sacbe/mundo/los_mayas_y_los_numeros/numerales.html

Se procedía de la siguiente manera:

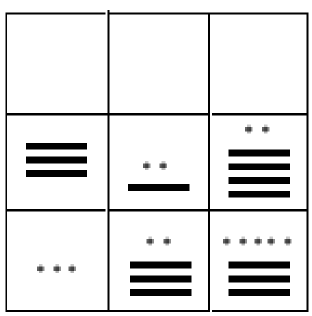
El primer número se escribía en el extremo izquierdo del esquema matricial y el segundo número en la columna siguiente como se indica en la siguiente figura:

Figura 5. Esquema maya para efectuar el primer paso de la adición.



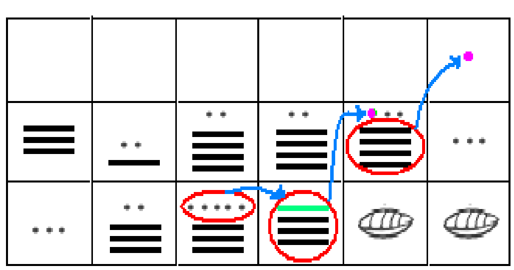
A continuación reunían en una sola casilla las barras y los puntos de un mismo nivel del tablero, de la siguiente forma:

Figura 6. Esquema maya para efectuar el segundo paso de la adición.



posteriormente se convierte los grupos de cinco puntos en barras y los conjunto de cuatro barras en unidades del nivel superior inmediato así:

Figura 7. Esquema completo de la adición maya.



$$1 \times 20^2 = 400$$

$$3 \times 20^1 = 60$$

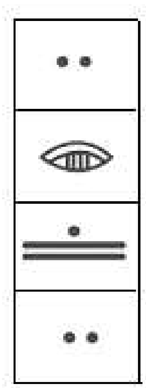
$$0 \times 20^0 = \underline{0}$$

$$460$$

Una vez que se han ordenado los puntos y las rayas en cada nivel el resultado está a la vista y multiplicando cada uno de los números por su valor posicional se obtiene como se muestra en la figura anterior el resultado pero en números arábigos.

- Sustracción: La sustracción en el sistema de numeración maya consiste en quitar los puntos y las barras del minuendo que equivalgan al sustraendo para obtener la diferencia. Por ejemplo, si se quiere restar a 16.222 el número 1.665, en primer lugar representamos éstos números en notación maya:

Figura 8. Representación en notación maya de los números 16.222 y 1.665



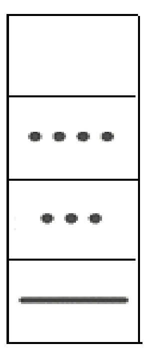
$2 \times 20^3 = 16.000$

$0 \times 20^2 = 0$

$11 \times 20^1 = 220$

$2 \times 20^0 = \underline{\quad 2}$

16.222



$4 \times 20^2 = 1.600$

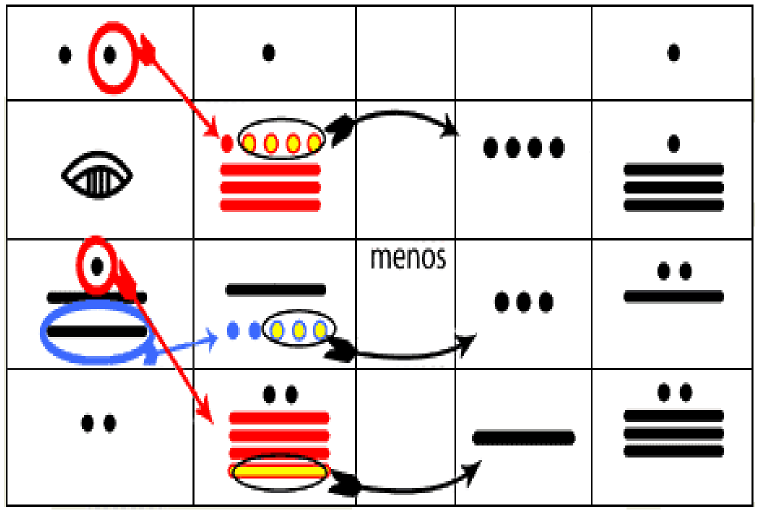
$3 \times 20^1 = 60$

$5 \times 20^0 = \underline{\quad 5}$

1.665

y puesto que en este ejemplo el minuendo no tiene la apariencia de poder restarse con el sustraendo por no contar con los puntos y barras suficientes para realizar la operación, habrá que convertir algunos puntos del segundo y niveles superiores a veintenas de cada nivel anterior pues son equivalentes, así se bajaran las veintenas a las casillas inferiores inmediatas convirtiéndolas en conjuntos de cuatro barras y se transformará en el mismo nivel, una barra en cinco unidades, como se muestra a continuación:

Figura 9. Esquema completo de la sustracción maya.



$1 \times 20^3 = 8.000$

$16 \times 20^2 = 6.400$

$7 \times 20^1 = 140$

$17 \times 20^0 = 17$

14.557

Una vez que se han efectuado las conversiones y se han quitado las unidades equivalentes entre el minuendo y el sustraendo el resultado está a la vista y multiplicando cada uno de los números por su valor posicional se obtiene como se muestra en la figura anterior el resultado en números arábigos.

Esta notación maya de barras y puntos era más sencilla que la numeración romana y superior a ella en el siguiente aspecto: para escribir los números del 1 al 19 en la notación romana es necesario emplear tres símbolos y las operaciones de adición y sustracción, pero para escribir los mismos números en notación maya se necesita emplear solamente dos símbolos y la operación de adición.

La segunda notación, la variante de cara, es una colección de 20 glifos que representan caras mostradas en perfil. Con está notación los numerales mayas alcanzaban la madurez de los numerales hindúes, ya que no se utilizaba el principio de adición sino que cada número estaba representado por un guarismo, aunque con el pequeño problema de su complejidad.

3.6 EL CALENDARIO MAYA

Para los mayas, el concepto de tiempo cíclico había sido asumido con gran naturalidad y esto fue lo que los llevó a explotar hasta el límite de lo imposible un método de sistematización observacional que les permitiese confeccionar el más perfecto sistema calendárico que hasta la fecha hubiese inventado la humanidad. El tiempo lo era todo para los mayas. Si eran capaces de medir el tiempo con exactitud también serian capaces de predecir en que momento iban a producirse las guerras, las victorias, los desastres y todas las acciones y sucesos que ya habían acontecido con anterioridad. El tiempo era cíclico por lo que con un calendario perfecto podrían predecir el futuro convirtiéndose así en los señores del tiempo. De ahí que el calendario de gran complejidad, asombrosa exactitud y perfección, fuese uno de los elementos que definían y daban carácter a la civilización maya.

Al hablar del calendario maya, la mayoría de los investigadores se refieren a todo un sistema calendarico, pues esta cultura desarrollo varios instrumentos y formas para medir el tiempo todos relacionados entre sí:

- El Tzolkin o cuenta corta, es un calendario ritual que consta de 260 días, dividido en 13 periodos de 20 días, que dio origen al Tonalpohualli de los aztecas.

- El haab o calendario trópico, es un calendario civil que se guía por el ciclo solar; consta de 365 días, divididos en 18 meses de 20 días cada uno, más cinco días adicionales que los mayas consideraban de mala suerte.

- El ciclo de 52 años, compuesto por cuatro periodos de 13 años cada uno, es un lapso que debe transcurrir para que coincida de nuevo una posición del Tzolkin con una del haab.

- La cuenta larga, o sistema para registra el tiempo en forma lineal, a partir de una fecha determinada que fue el 4 ahau 8 cumhú, es equivalente en nuestro sistema gregoriano al 13 de agosto del 3114 a.C.

Los signos tanto numéricos como calendáricos están llenos de un contenido mágico y su simbolismo trasciende sus valores matemáticos. Lo que para nosotros son simples instrumentos de medida, para los mayas fueron esencialmente invocaciones de conjuros, oraciones y signos astronómicos; en los cuales los componentes matemáticos sirven no solo para darles unos valores absolutos y relativos, sino para delimitarlos, es decir, dominarlos mágicamente. El conjunto constituye una de las más poderosas construcciones de la mente humana, en especial teniendo en cuenta la época y circunstancias de la civilización que lo creo, cuyo desarrollo económico correspondía al de una sociedad agrícola rural.

La unidad del calendario maya era el *día o kin*, y las posiciones de este sistema van aumentando en potencias de 20 en 20, a excepción de la segunda posición, el *uinal*, que tiene 18, ya que 360 (18x20) se acerca más a la duración del año real. Hay que hacer la importante observación de que según Morley (1983) esta distorsión se presenta únicamente en los cálculos calendáricos. Después de la segunda posición se sigue nuevamente multiplicando por 20 hasta formar los nueve períodos de tiempo:

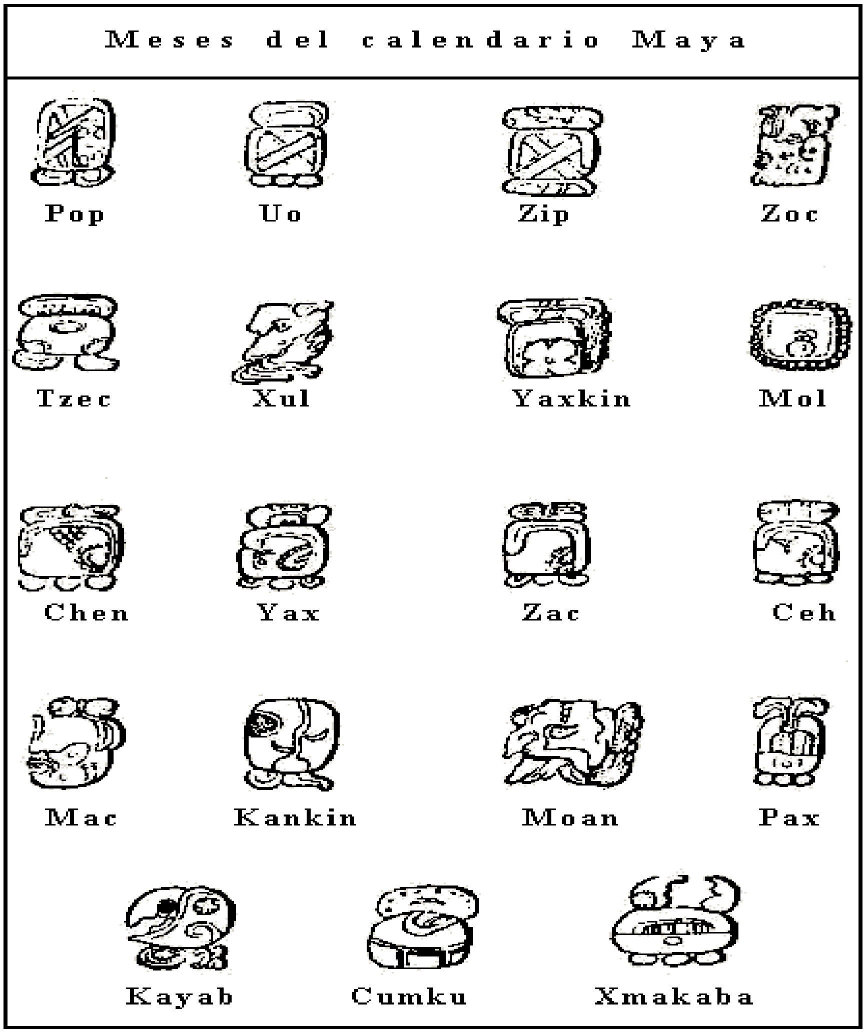
Tabla 1. Periodos del tiempo maya.

20 *kines*	=	1 *uinal*,	o	20 días
18 *uinales*	=	1 *tun*,	o	360 días
20 *tunes*	=	1 *katún*,	o	7,200 días
20 *katunes*	=	1 *baktún*,	o	144,000 días
20 *baktunes*	=	1 *pictún*,	o	2'880,000 días
20 *pictunes*	=	1 *calabtún*,	o	57'600,000 días
20 *calabtunes*	=	1 *kinchiltún*,	o	1,152'000,000 días
20 *kinchiltunes*	=	1 *alautún*,	o	23,040'000,000 días

El *uinal* pudo haber sido un mes lunar reformado, dado que contiene la palabra "luna", mientras que el *tun* significa "piedra", quizá porque cada *tun* era marcado en piedra. Por otro lado, el *baktún* fue originalmente llamado "ciclo" por los investigadores modernos, pero tal parece que su nombre original es “aquél”.

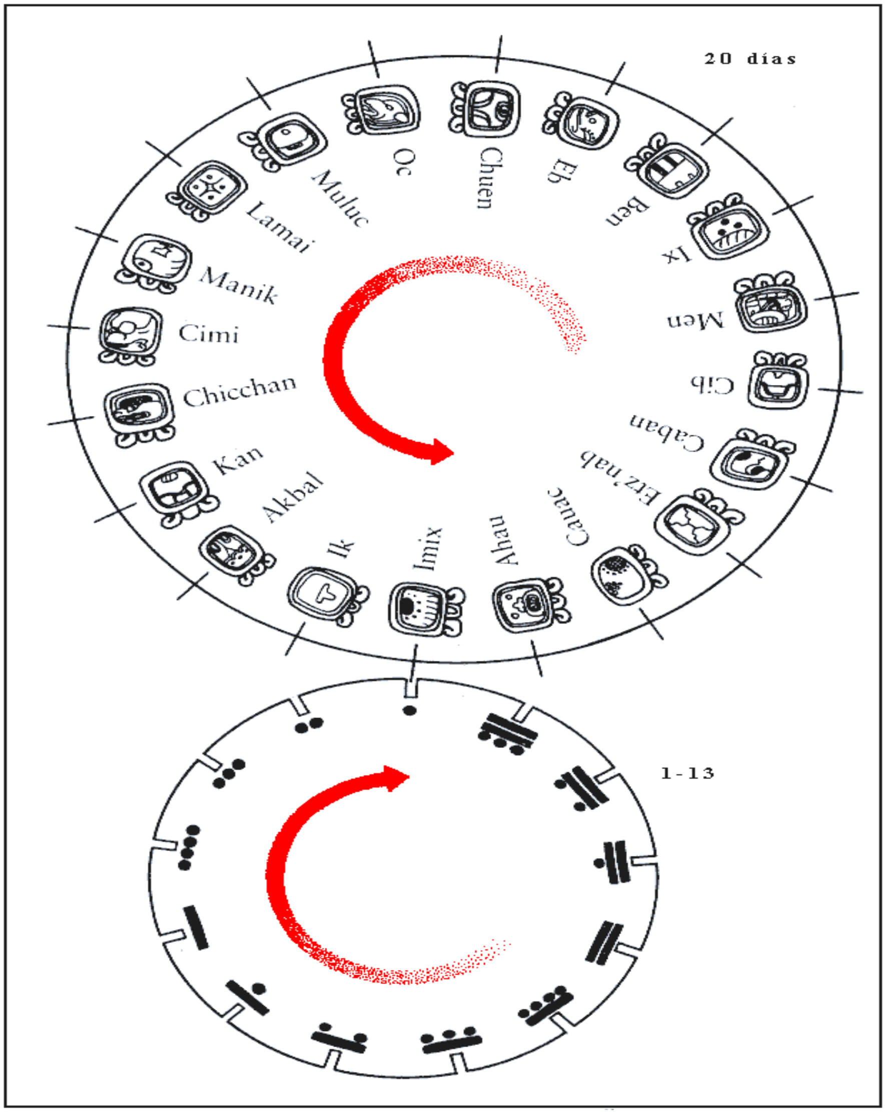
La representación que se utiliza actualmente de la *Cuenta Larga* consiste en un conjunto de cinco números, del cero al 19, separados entre sí por puntos. Los datos escritos entre cada punto quieren decir la cantidad en cada una de las posiciones del sistema vigesimal calendárico, con el período de mayor tiempo a la izquierda y los días (unidades) a la derecha. Por ejemplo, consideremos la fecha expresada como 9.6.10.0.0, que corresponde al 29 de enero del 564 de nuestra Era, quiere decir que se tienen 0 *kines*, 0 *uinales*, 10 *tunes*, 6 *katunes* y 9 *baktunes*, lo que da como total 1'342,800 días a partir de la fecha inicial. Con este sistema llegaron a hacer cálculos calendáricos que abarcan más de 90 y 400 millones de años hacia el pasado en dos estelas de Quirigüá, así como 4,000 años hacia el futuro. Los mayas introdujeron un año civil, llamado *Haab*, organizado en 19 meses, 18 de ellos contaban con 20 días y el decimonoveno mes contaba con 5 días, los días aciagos, sin nombre, que se denominaban *Uayeb*, "fin o muerte", completaban los 365 días del año. La figura inferior muestra los meses del año maya:

Figura 10. Meses del calendario maya.



Por otro lado, y paralelamente al anterior, se llevaba la cuenta del calendario ritual de 260 días, llamado *Tzolkín*, que se formaba combinando los números del 1 al 13 con veinte jeroglíficos de los días mayas, como se muestra en la figura:

Figura 11. Calendario Tzolkin



Se ha pensado que este calendario ritual fue creado en Copán ya que el paso del Sol por el cenit en esta ciudad (ubicada en la lat. 14°57'N) divide al año en dos partes de 260 y 105 días. Sin embargo, existen inscripciones zapotecas que muestran su utilización en épocas anteriores a Copán (que datan de alrededor del 600 a.C.). Existe la posibilidad de que primero se creó el calendario ritual y después se buscó la localización para la construcción de la ciudad.

Juntando ambos calendarios como dos ruedas engranadas se tiene que la misma fecha se vuelve a repetir cada 18,980 días, equivalentes a 73 *Tzolkines* o a 52 años civiles, período de tiempo que los investigadores modernos llaman "Rueda Calendárica".

Figura 12. Rueda Calendarica

Además este intervalo de 260 días quizá tenga relación con otros sucesos astronómicos, ya que el periodo de apariciones de Venus es de 263 días en promedio y el periodo sinódico de Marte es tres veces 260 días, por citar dos ejemplos.

Sin embargo, al considerar los mayas un año de 365 días su calendario iría perdiendo progresivamente su exactitud, pues el año solar no dura 365 días exactos, por lo que los fechamientos de la *Cuenta Larga* contienen una serie inicial, que contiene los cálculos del día a partir de la fecha cero, y una serie complementaria, que contiene información sobre la Luna en la fecha dada. Todas estas cifras hacen que se lleguen a utilizar 10 jeroglíficos para datar cualquier fecha, lo cual hacía que la precisión fuera tan grande que una fecha no se volvería a repetir sino hasta pasados 374,440 años. Posteriormente, a fines de la época Clásica, las inscripciones se redujeron a tres jeroglíficos y con ello la precisión se redujo a 19,000 años. Sin embargo, en la época Posclásica se hizo otra reducción creándose la "Cuenta Corta", cuya precisión era de sólo 256 años. John Teeple hace un planteamiento a este respecto en el que cree que los mayas se sintieron lo suficientemente hábiles con sus cálculos astronómicos y calendáricos como para llevar a cabo dichas abreviaciones en las inscripciones.

De lo anterior se puede deducir fácilmente que el calendario maya es muchísimo más complejo de lo que parece. La rueda calendárica no es más que la punta del iceberg que rige el tiempo de los antiguos mayas. La superstición, las profecías, las fórmulas adivinatorias, etc., se suman al intrincado juego del engranaje y al misterioso mundo maya.

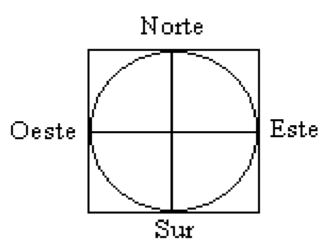
Utilizando básicamente su sistema de numeración los mayas estudiaron el cielo, al parecer principalmente en Copán y en Palenque, logrando determinar con gran exactitud algunos periodos astronómicos como son el mes sinódico lunar, el año trópico y algunos ciclos de eclipses. No utilizaron fracciones como tales pero, como los cálculos astronómicos implicaban su uso, echaron mano de ecuaciones para su representación, lo cual resulta engorroso pero eficaz y, en ocasiones, más exacto que algunos cálculos europeos de ese tiempo. De este modo, por ejemplo, en Palenque representaron una lunación utilizando la fórmula 81 lunas =2,392 días, lo que equivale a 29.53086 días, mientras que actualmente se considera que el valor es de 29.53059 días. Siguiendo este método, calcularon y expresaron el año trópico en 365.24038462 días, según Elí de Gortari (1991), o en 365.2420 días, según Guillermo Garcés (1982), con lo que se tiene un error por defecto de sólo 0.00181417 días y 0.00019879 días, respectivamente, comparado con el valor actualmente reconocido de 365.24219879 días. Cabe mencionar que dicho valor era más exacto que el cálculo europeo de ese tiempo plasmado en el calendario Juliano, el cual tenía un error por exceso de 0.00780121 días; mientras que el dato proporcionado por Guillermo Garcés resulta aún más exacto que nuestro actual calendario Gregoriano, que tiene un error por exceso de 0.00030121 días, y que fue implantado un milenio después de los cálculos mayas.

3.7 LA ASTRONOMIA MAYA[12]

Muy lentamente, los mayas han ido revelándonos algunos de sus secretos, aunque son muchos los que se han ido con ellos, curiosamente los referentes a sus conocimientos astronómicos han sobrevivido a pesar de la relativamente escasa documentación epigráfica encontrada.

Los mayas, como muchos otros pueblos a lo largo de la historia se dedicaron a la observación del cielo nocturno. Es difícil aventurarnos a determinar fechas exactas en las cuales se iniciaron como verdaderos astrónomos. Sin embargo, sí se puede decir con claridad que la observación rigurosa del movimiento de los planetas era común entre los pueblos mayas antes de la era cristiana. Según el Pop -Wuj, el libro sagrado de los mayas, mejor conocido como el Popol Vuh, en un tiempo primigenio sus grandes sabios dividieron el cielo en cuatro grandes regiones a las que llamaron los cuatro confines del Universo. Esa división del cielo se la puede expresar como un simple cuadrado al que una línea horizontal y una vertical parten en cuatro. Dentro del cuadrado se inscribe un círculo.

Figura 13: Mapa del cielo 1.



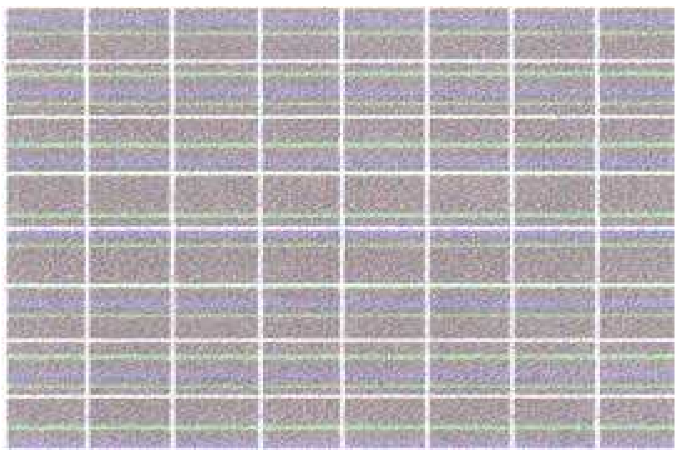
Cada sector estaba asociado a un punto cardinal. Es interesante ver como incluso en la actualidad muchas danzas ceremoniales mayas empiezan por hacer el círculo y dividirlo en cuatro sectores. Para diferenciar cada región le otorgaron un

[12] http./www.cientec.or.cr/matemática/mayas.html

color diferente. Blanco para el norte, amarillo para el sur, rojo para el este y negro para el oeste. Ese fue el modelo más sencillo de división del cielo que se plantearon en los albores de la astronomía.

Un cielo cuadriculado: Para llevar cómputos más precisos de los movimientos de los planetas, el sol y la luna cuadricularon el cielo. Las cuadrículas del cielo se realizan mediante un proceso muy sencillo y rudimentario pero muy eficaz. Simplemente cogían una hamaca la estiraban, la colocaban contra el cielo nocturno y ya tenían un cielo cuadriculado.

Figura 14. Mapa del cielo 2



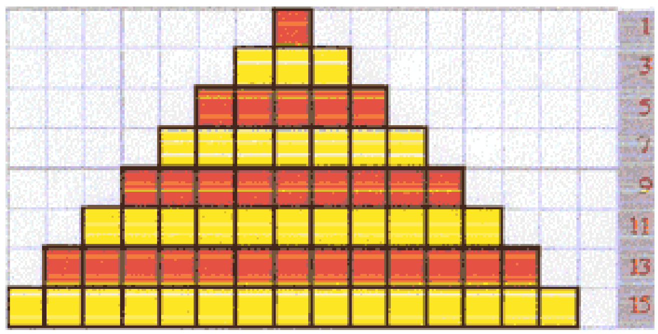
La Casa del Mecate: Para todos los pueblos empeñados en deducir conocimientos de las estrellas, el cielo nocturno no solo produjo una gran fascinación sino también innumerables problemas. ¿Cómo se movía el sol? ¿Cómo se movía la luna? ¿Cómo se movían esas cinco extrañísimas estrellas que no eran fijas? ¿Por qué no eran fijas? Todos los pueblos de astrónomos se enfrentaron a los mismos y complejos dilemas y con frecuencia pasaron mucho tiempo empeñados en resolverlos. Los Mayas (y los Aztecas luego) no serían la excepción. Enfrentados a los mismo retos, sin embargo, le dieron una solución muy original a los conflictos. Para observar el cielo con la mayor rigurosidad aplicaron las técnicas y las artes que habían aprendido en otra disciplina del conocimiento en la cual tenían gran desarrollo. Recurrieron a su conocimiento en la fabricación de telas. Los métodos y las técnicas desarrollados en los telares fueron llevados a la astronomía. Literalmente tramaron el cielo como si se tratara de una urdimbre. La casa del Mecate, Calmecatl es precisamente eso. El lugar donde se aprendían las artes de la astronomía jugando con mecates, con cuerdas, con hilos.

Se tiene entonces, un pueblo que, posiblemente varios siglos antes de cristo ya utilizaba matrices para aplicarlas a desentrañar los misterios del tiempo y del cielo.

Pero una matriz por si sola sigue siendo un espacio abierto, donde cada espacio es idéntico al otro, donde no hay diferenciación y por lo tanto los errores a la hora de registrar fenómenos celestes pueden ser corrientes.

Una curiosa observación: El uso de matrices los llevó a realizar un hallazgo que tuvo una enorme repercusión en el mundo maya. Descubrieron que al expresar los números en forma de pirámides se facilitaban enormemente los cómputos. El cielo seguía viéndose como una trama donde la base de la pirámide representaba el horizonte.

Figura 15: Mapa del cielo 3

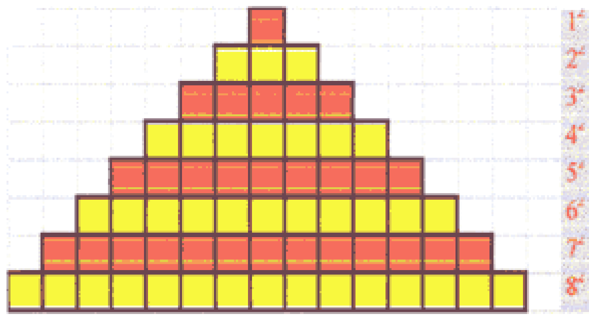


La observación era muy simple y sin embargo tenía un gran potencial de desarrollo. Simplemente habían descubierto que al expresar los números en forma de pirámides estos se ordenaban de arriba hacia abajo mediante una secuencia de números impares. Al descender de la cúspide de la pirámide escalonada contamos en las filas 1, 3, 5, 7,9...etc.

Este sistema permitía también crear un cielo con espacios diferenciados, ordenados en cierta lógica que permitía subdividir el espacio.
Esta misma idea aparece en los versos de Goethe cuando dice: "Para encontrarte en lo infinito has de diferenciar para luego juntar". También con el mismo sentido aparece en el Ching, el libro sagrado de la cultura China.

De lo impar a lo cuadrado: Si se cuentan las filas, la pirámide era una representación de los números impares, pero debió haberles llamado la atención saber que si contamos los números impares acumulados obtenemos los números al cuadrado. Como se dijo anteriormente, aún no se conoce el símbolo que utilizaron (si es que lo hicieron) para expresar los números al cuadrado. Sin embargo si se cuenta con una voluminosa información sobre números al cuadrado expresados en forma de pirámides. Es precisamente en las telas donde se guarda la información y esta tradición sobrevive hasta la actualidad.

Figura 16 Pirámide impar acumulativa donde se evidencia de arriba hacia abajo, números al cuadrado.



Números pares: No todas las pirámides expresaban los números impares. Muy pronto deben haber descubierto la forma de expresar los números pares. Ese es sin duda un conocimiento que viene de la escuela de los telares. Tanto en la forma de preparar la urdimbre como en el uso de los telares de palitos, que son los más tradicionales, se encuentran los juegos entre lo par y lo impar. Las investigaciones sobre las formas de tejer lo expresan con la mayor claridad:

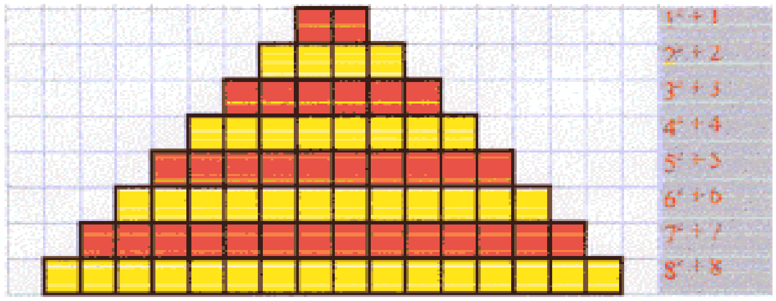
> "Cuando se procede a ejecutar un tejido sencillo, del tipo uno arriba, uno abajo, no existen sino dos posibilidades: los elementos impares se encuentran arriba y los pares abajo, proveyendo de esta manera un espacio entre las dos capas de hilos, para el paso de la bobina"

Todo lo relativo a las informaciones sobre las formas de tejer está inmerso dentro de las relaciones entre lo par y lo impar. Es legendaria, incluso en la actualidad, la extraordinaria maestría de las tejedoras guatemaltecas. Muchos museos en todo el mundo guardan las telas mayas como obras de arte.

Se tiene entonces que los números pares también aparecen como un diseño piramidal. En las filas contamos 2, 4, 6, 8,10...etc.

De esta manera se han expresado de manera gráfica los números pares y los números impares. Tanto para los tejedores como para los astrónomos se abría un campo de grandes posibilidades. En ambas disciplinas es preciso desarrollar diversos sistemas de cómputo para ubicarse en el espacio con facilidad. Para los tejedores el problema es como contar para ubicar los hilos de colores con exactitud. Para los astrónomos el problema era el como contar para seguir la ruta de los planetas.

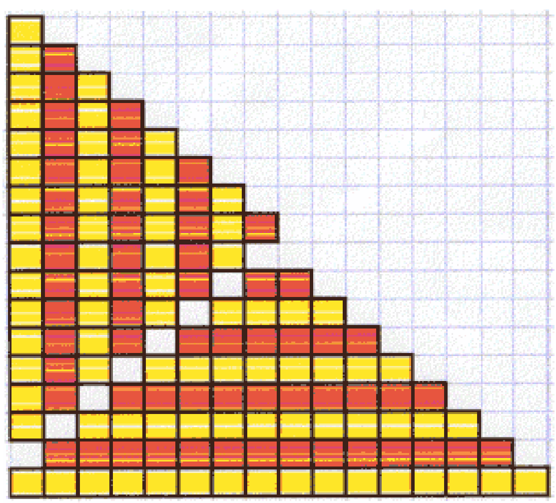
Figura 17 Mapa parcial del cielo expresado como una pirámide escalonada par.



La suma de los números pares acumulados podemos expresarlos en términos algebraicos como $x^2 + x$ donde x se interpreta como el número de la fila de la pirámide. La acumulada es muy importante para determinar con facilidad un lugar preciso en el espacio. Dentro de la pirámide un planeta podía ubicarse con facilidad en $5^2 + 5 + 3$ y ese es un lugar exacto. Luego los mayas desarrollarían ingeniosos sistemas de notación que aun no han sido explorados en su totalidad. Sobre números pares e impares aparece una copiosa información en la cerámica, los glifos y las telas. Las relaciones entre lo par y lo impar conducen a la construcción y percepción de sistemas binarios.

En el escenario de los telares esa forma de percepción es algo cotidiano, es parte del trajín diario en la confección de las telas.

Figura 18. Mitad del cielo con pirámide par e impar.



La mitad del cielo: La suma de lo par y lo impar se convirtió en la representación de la mitad del cielo. Eso significa que lo que en determinado momento se vio como un espacio cuadrado (segundo mapa del cielo) podía representarse en forma piramidal guardando los valores originales o expresando nuevos valores.

La figura 18, corresponde al plano de la mitad del cielo con pirámide par e impar, algebraicamente podemos expresarlo como $2x^2 + x$.
Desde el punto de vista simbólico, que en la cultura maya era de gran importancia, lo par y lo impar se convirtió en la expresión de los dos elementos o energías que conforman la dualidad.

La dualidad se expresa con los dos elementos de un sistema de significados polivalentes: par-impar, noche-día, bajo-alto, luna-sol, oscuro-luminoso, femenino-masculino, etc.

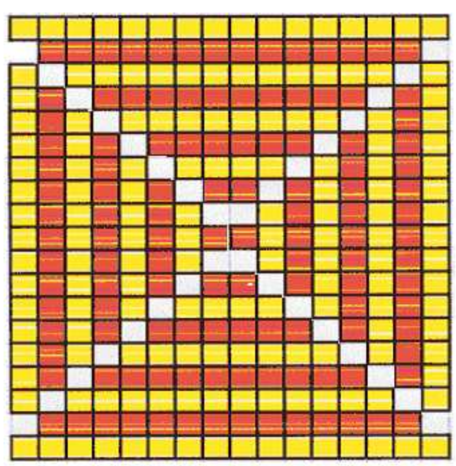
En determinado momento lo par se puede convertir en impar y viceversa, depende de la perspectiva desde la que se mire el objeto de estudio. Pero en términos de construcción del espacio, la dualidad solo es la mitad de la información que requerimos.

El cielo: La totalidad del espacio, del cosmos, se forma por la reiteración de los dos elementos de la dualidad que se expresan en la trama. Al reiterar lo par y lo impar logramos un cielo perfectamente ordenado, dividido, medible.
Lo par que se expresa abajo, se reitera arriba pero invertido. Es, si se quiere, una visión especular, es como el reflejo de los espejos. Lo impar que se expresa a uno de los lados se reitera también como la prolongación de una imagen en la visión especular.

En este cielo perfectamente ordenado, medible es posible desarrollar y fortalecer el trabajo de los astrónomos con gran precisión. Todo el cielo (excluyendo las diagonales) se puede expresar mediante una simple fórmula matemática: $4x^2+2x$.

Figura 19. La totalidad del cielo maya

Norte



Sur

Las diagonales fueron excluidas precisamente porque las consideramos una expresión del cero, y en este modelo solo sirven como guías en los cómputos. Pero eso es solo un recurso, una especie de herramienta para facilitar los cómputos, para expresar el orden entre lo par y lo impar. Perfectamente pueden contarse como parte del espacio o tratarse como un espacio particular. Como espacio particular sirve de guía para contar los números al cuadrado. En una pirámide impar basta contar los escalones y elevar el número al cuadrado para saber cuantos espacios tenemos en esa pirámide.

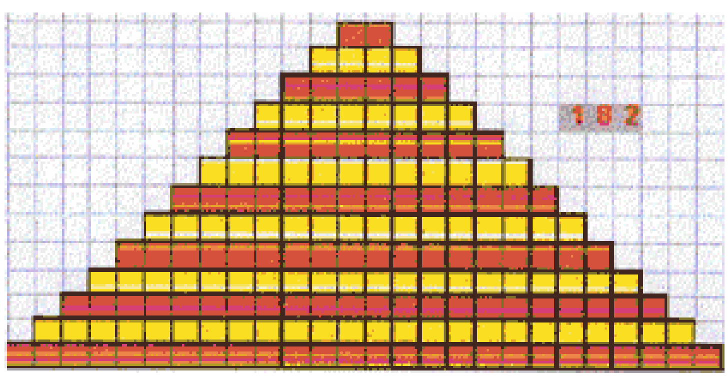
Una nueva perspectiva: Debe observarse que el modelo del cosmos es una pirámide escalonada vista desde arriba. Entonces, las pirámides escalonadas son la expresión arquitectónica de un modelo del cosmos.

Debe observarse como al reiterar lo par y lo impar se ha regresado al primer modelo dividido en cuatro regiones, solo que ahora se ha ganado en profundidad porque aparece en sistemas escalonados donde cada espacio de la matriz puede tener un valor determinado, específico.

Esta forma de expresión aparece con gran frecuencia en las historias míticas cuando dicen que un astro "bajó de la pirámide" o "subió a la pirámide". También se expresa con los personajes que constantemente viajan a los mundos de abajo o los mundos de arriba. Al personificar los planetas y los conocimientos lograban un manejo cotidiano de las informaciones.

La creación de los calendarios: Los calendarios en mezo América no surgen sólo como una expresión de manejo y ordenamiento del tiempo sino también como un manejo del espacio.

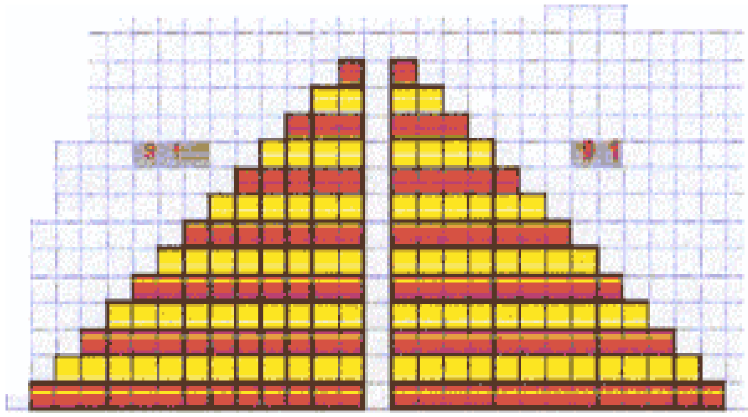
Figura 20. Representación gráfica de los trece cielos



Según la historia mítica maya existían trece cielos. Esto hace creer que los mayas habían visto el cielo como una pirámide escalonada. Al construir la pirámide de trece cielos en forma escalonada se encuentran 182 espacios.

Cada espacio representa un día. Al dividir la pirámide en dos se logra establecer una relación más estrecha con los sistemas calendáricos. En diversas culturas los grupos de 91 días fueron muy utilizados. Representa una estación del año.

Figura 21: Los trece niveles del cielo dividido en dos secciones de 91 días

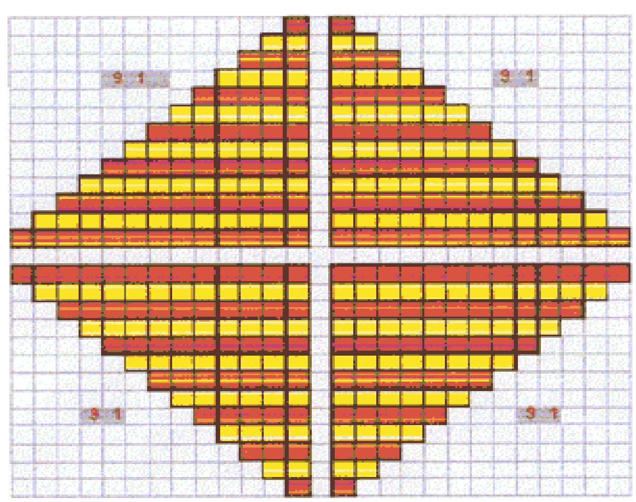


Dentro de la tradición mítica el cielo no aparece solo sino que debajo del cielo está el espacio del inframundo. Esa hipótesis la reafirma la investigación de León Portilla sobre los mayas.

Las cuatro estaciones: Al agregar el espacio del inframundo al modelo anterior se logra formar el primer calendario y lo que anteriormente se había llamado los trece cielos, tiene su reflejo en una visión especular y se expresa abajo, invertido.

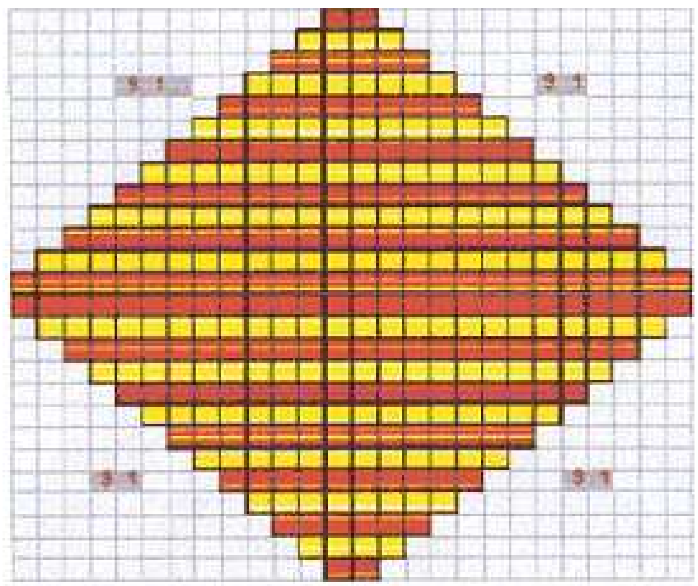
De esta manera se cuenta con cuatro sectores de 91 espacios. A esos sectores se les llama triángulos piramidales. Si a los 91 espacios de cada triángulo se les asocia los días se tiene 91 x 4 = 364 días. Este modelo es un calendario que cuenta con 13 lunas de 28 días cada una. Es decir, es un calendario lunar:

Figura 22. Calendario lunar.



La historia de los soles: Con el deseo de profundizar en las historias míticas para extraer de ellas sus conocimientos calendáricos, se repite el modelo anterior pero eliminando los espacios centrales que están en blanco.

Figura 23. Rombo piramidal.



De esta manera se forma lo que se llama el rombo piramidal que se compone de trece niveles hacia arriba y lo que vendría a ser su reflejo, su visión especular, con trece niveles hacia abajo. En la cuadricula total contamos 676 espacios y el sector de la cuadrícula que está en blanco cuenta con 312 espacios. En el centro se tiene el rombo piramidal con 364 espacios. Esa es precisamente la información que se encuentra en la historia de los soles de los mayas y los aztecas. Es una de sus historias más importantes. Ellos pensaban que el sol moría cada cierto tiempo y que luego se iniciaba un nuevo sol, una nueva época. Contaron cuatro soles diferentes:

- El primer sol duró 676 años (es la cuadrícula total)
- El segundo sol duró 364 años (es el rombo piramidal)
- El tercer sol duró 312 años (es el espacio en blanco de la cuadrícula)
- El cuarto sol duró 676 años (cuadrícula total)

Se observa entonces como en la historia mítica se dan elementos importantes para tratar de reconstruir el camino que ellos siguieron en la construcción de sus calendarios. Se tiene literalmente la historia de los soles convertidos en un gráfico.

3.8 GEOMETRÍA MAYA

La Geometría lo mismo que con las otras ciencias desarrolladas por los mayas, fue integrada y desarrollada para el beneficio de la colectividad y se encuentra presente en las distintas facetas de su actividad diaria, tal como: diseños de ciudades, las formas de sus edificios, cerámica y tejidos.

3.8.1 Edificios: La gran mayoría de los templos mayas, son tetraedros truncados, prismas de base rectangular, en algunos casos cilindros circulares, como se encuentra en el centro arqueológico del Ceibal. Estas obras de arquitectura, fueron planificadas antes de iniciar su ejecución, esto es corolario natural que se ha deducido de la relación que muchos de ellos guardan con los cuerpos celestes (Morley, pag. 294), también se puede llegar a estas conclusiones, observando cómo evolucionan los elementos que utilizan en diseños arquitectónicos, por ejemplo el falso arco Maya (Morley, 1983, Pág. 267). De igual manera existen evidencias de que planificaban sus pinturas, un ejemplo se observa en la simetría, de algunos murales de Coba (Vinnete, Pág. 389).

3.8.2 Cerámica: En todas las civilizaciones, la cerámica ha dejado gran información del desarrollo cultural. La mayor parte de los trabajos arqueológicos, muestran restos de cerámica, o bien obras completas o reconstituibles de cerámica. Estas, generalmente, aportan gran información a los estudios de geometría, además de su forma, una colección de curvas y otras figuras geométricas, están presentes adornando a las vasijas en su exterior y en algunos casos, también en su interior. En la cerámica Maya "Se reconocen cinco formas básicas: cántaro, cuenco, vaso, plato y vasija con boca restringida" (Rubio, Pág. 6), cada categoría se diferencia de la otra, precisamente por su forma geométrica.

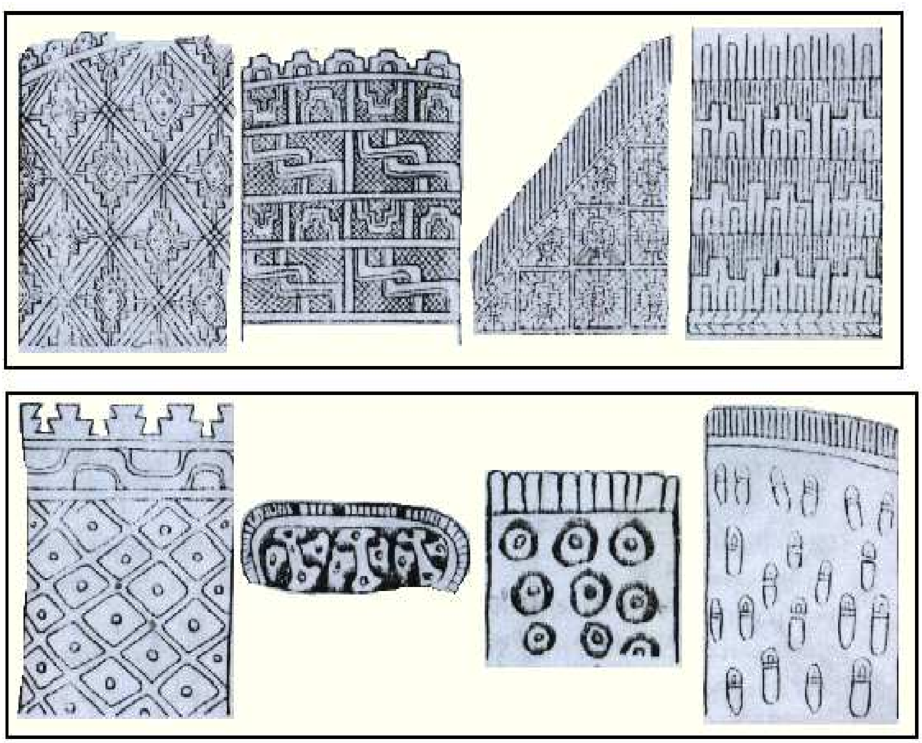
Los mayas eran magníficos artífices. Su imaginación, sentido del diseño y de la forma eran tan buenos como los de los griegos y muy superiores a los romanos en este aspecto, así como los alfareros de cualquiera de las culturas del antiguo cercano oriente. Y el caso es que todas esas formas y modelado de la cerámica maya, demasiado variada para poder detallarse, se hacia sin contar con la rueda o torno de alfarero. Toda la elaboración siguiendo el sistema en espiral. Esta técnica es tan antigua como el hombre mismo. Se hacían largos rollos de arcilla, algo así como interminables espaguetis, los cuales se acumulaban en anillos sucesivos, uno sobre otro tras de lo cual se trabajaban y comprimía en una sola masa moldeada con las manos. Luego, forma o vasija se alisaba con un trozo de cacharro. Si la vasija era grande, y vaya si alcanzaba grandes proporciones en algunos casos, el alfarero caminaba alrededor de la misma, sustituyendo el torno. Esta técnica no era exclusiva de los mayas; todas las tribus y culturas que cubrían la basta área de las América la empleaban y muchos otros pueblos hacían uso de ella en el África y en el mundo asiático periférico.

Los alfareros mayas llegaron a una mayor individualidad en su trabajo, debido a la carencia de medios mecánicos para hacerlo. Su producción era colectiva. Tenían moldes para imprimir diseños a presión en las vasijas terminadas. En las excavaciones se han encontrado dichos moldes con decorado en franjas verticales, horizontales y discontinuas para marcar líneas hendidas alrededor y líneas de arcilla cocida para imprimir los diseños. No existe técnica (excepto la de la rueda) practicada por los mejores alfareros “mecánicos”, de la era clásica, que no fuese conocida y empleada por los mayas.

Los mayas utilizaban para su decoración curvas, figuras humanas, zoomorfas, flores, inscripciones y fechas. Dentro de las curvas, existía una predilección por las curvas entrelazadas, también aparecen con frecuencia las curvas en espiral. El concepto de curvas y rectas parece haber existido con naturalidad, por ejemplo en el Popol Vuh Versículo 651, registra "en la línea recta colocaron...." y en los ejemplos del idioma kekchi y chorti, se encuentran expresiones para: línea, alinear, fila, en fila, lado, orilla de y muchos términos más.

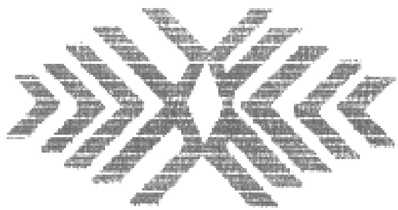
3.8.3 Tejidos[13]: El Popol Vuh, versículo 237, describe las tareas para los niños “tocar la flauta, cantar, escribir, pintar, esculpir...”. Hoy en día se ha agregado a estas tareas, la de tejer, bordar. Es en los tejidos a donde se ha transportado muchos de los diseños que se presentaban antes solo en la cerámica

Figura 24. Tejidos mayas.

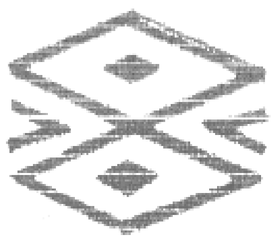


[13] http://www.csus.edu/indiv/o/oreyd/ciaem/wg2Aldana.htm

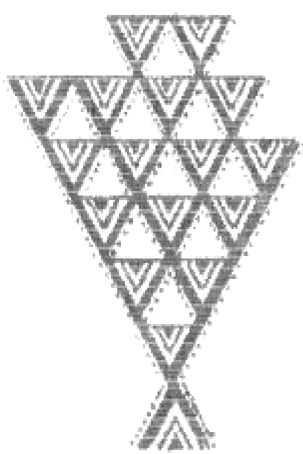
En los tejidos Mayas Quiches, se encuentra una amplia gama de mosaicos, tanto en los tejidos de uso personal, como en los de uso domestico. Observese un mosaico:



Se encuentra una repetición del elemento “<” y también de “>” dispuestos en una fila horizontal.



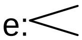
Se encuentra una repetición de líneas quebradas, pero analizando las líneas ellas son la frontera de los rombos.



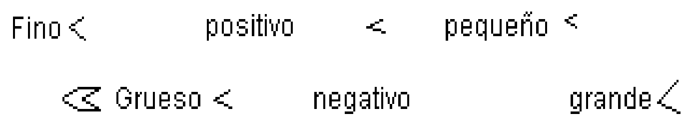
Se puede notar una repetición de triángulos dispuestos en filas o cadenas, ya sea horizontal o en diagonal.

Estos mosaicos dan una idea general de geometría en los tejidos indígenas, que aun hoy se presentan y forman parte de su vestuario diario.

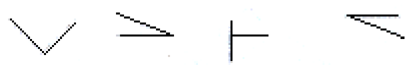
Del trabajo de Paulus Gerdes, publicado en el libro *Desenhos Da Africa,* se obtiene la idea de hacer una matematización de los dibujos que aparecen en los tejidos. Se busca un elemento generador al cual se aplican diferentes operadores: traslación, homotecia, rotación. Con la composición de este elemento se desarrollan formas y estas se utilizan para ensamblar cadenas y estas luego para formar mosaicos. Se tiene entonces un elemento no definido simbolizado <, de él se derivan formas, cadenas y mosaicos. Para así formar la geometría.

ELEMENTO: El elemento no definido que dará fundamento a esta geometría, fue buscado dentro del denominador común de las diferentes formas que aparecen en los tejidos Guatemaltecos, y resultó ser semejante al símbolo de menor que:  . A este elemento se le aplican diferentes operadores como:

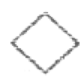
1. Homotecias: Esta actúa en tamaño y grosor o en carácter positivo o negativo:



2. Rotaciones: Esta actúa sobre una rama o sobre las dos ramas, haciendo cambiar el ángulo, por ejemplo:



FORMAS: Se define una forma, como el conjunto de uno o más elementos, con una cierta orientación. Los elementos utilizados en las formas, pueden ser simples o pueden ser el resultado de aplicar un operador, por ejemplo, dos elementos (segmentos) unidos por su vértice: 

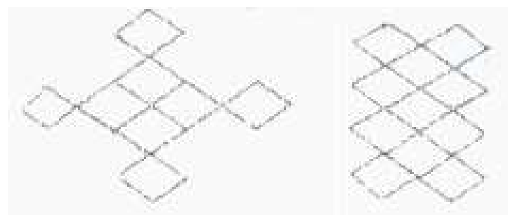
Rombo: dos elementos unidos por sus extremos: 

Dos elementos unidos por su vértice, pero en negativo, también llamado cuadrivértice: 

CADENAS: Se define una cadena, como la unión de una o más formas, por ejemplo:

MOSAICOS: Se define un mosaico como la unión de una o más cadenas, veamos un ejemplo completo: Partimos del elemento inicial <, definimos la forma <>, construimos la cadena:

Con esta cadena podemos formar los mosaicos siguientes:



3.8.4 El Canamayté-cuadrivértice[14] (víbora Crótalus Durissus Tzabcán Yucateco): es el modelo geométrico anterior a toda cultura arqueológica o histórica y que ofreció sus bases matemáticas a todas las culturas precolombinas. Al moverse la víbora produce una geometría dinámica, puesto que sus cuadrados se transforman en rombos para volver inmediatamente a ser lo que eran, revelando así la Geometría, la Aritmética, la Cosmología y la Arquitectura. Siendo la Geometría el alma del pensamiento terrestre y celeste de los mayas de igual modo que las matemáticas fueron el alma de la cultura griega.

Figura 25: El Ajau Can-Crótalus Durissus con el patrón geométrico en la piel.

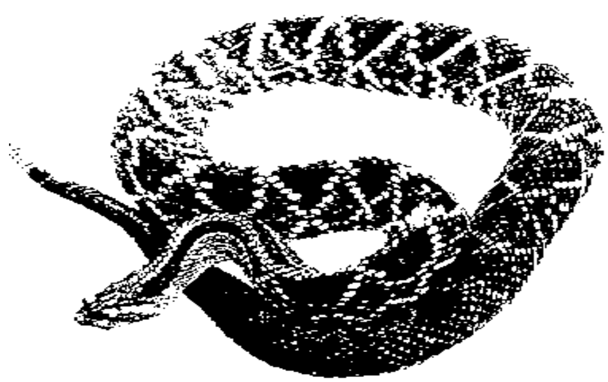
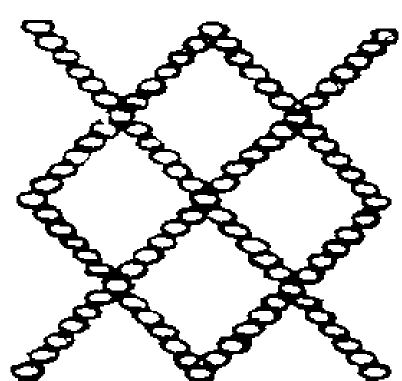


Figura 26: Canamayté-Cuadrivértice en la piel del Crótalus Durissus Tzabcán Yucateco.



[14] http://web.nmsu.edu/~pscott/isger

En las figuras 27 a 29 se indica como el Canamayté Cuadrivértice puede ser utilizado en construcciones geométricas:

Figura 27: El pentágono y la estrella trazados con solo la ayuda matemática del Canamayté al centro

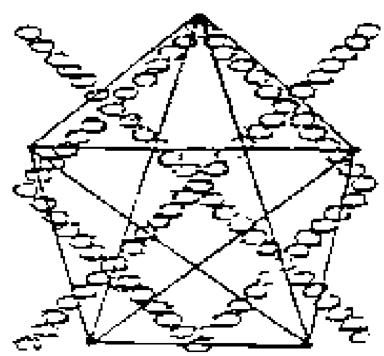


Figura 28: El Canamayté Cuadrivértice insertado en otro cuadrado; la cruz de octantes de la Luna y sus fases

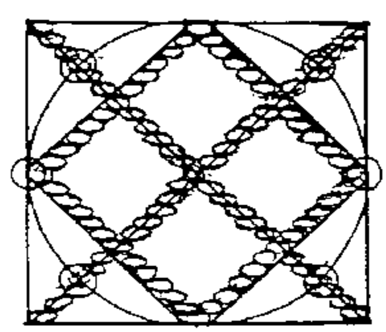
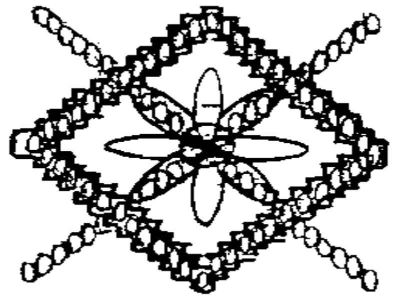


Figura 29: Canamayté de Uxmal, trazado solo con la ayuda del Canamayté. Al centro está la flor de fases lunares y el botón del movimiento helicoidal Solsticial.



En las figuras 30 a la 37 se demuestra como con el Canamayté Cuadrivértice se pueden señalar proporciones que se encuentran en la naturaleza y en la construcción:

Figura 30: Proporción de una flor

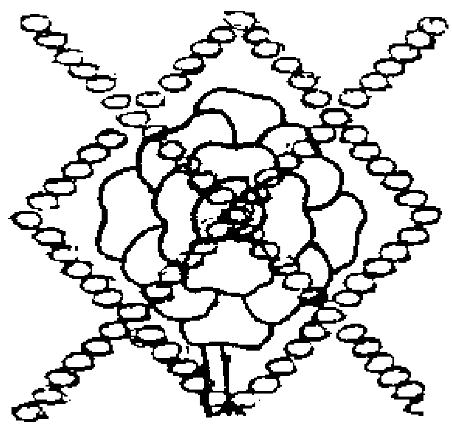


Figura 31: Proporción del perfil maya

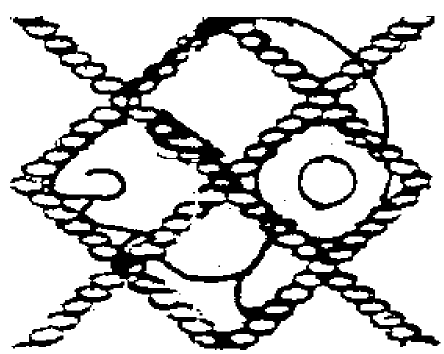


Figura 32: Proporción del rostro

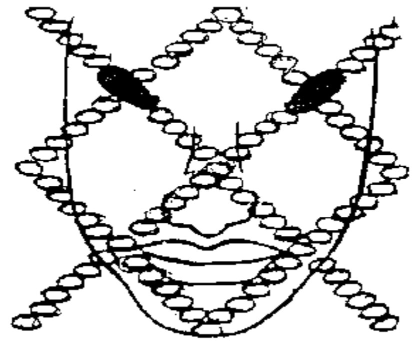


Figura 33: Proporción del cuerpo humano exactamente como en el conocido dibujo de Leonardo Da Vinci, ilustrando la teoría pitagórica del número de oro, Proporción Ad Quadratum.

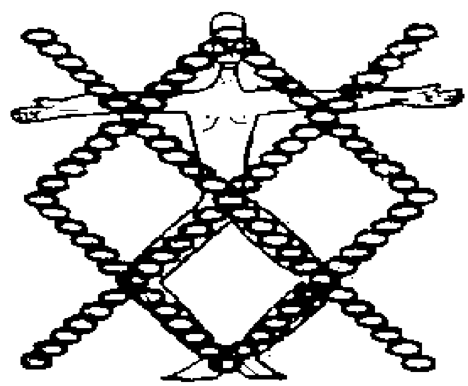


Figura 34: Proporción de la choza de paja

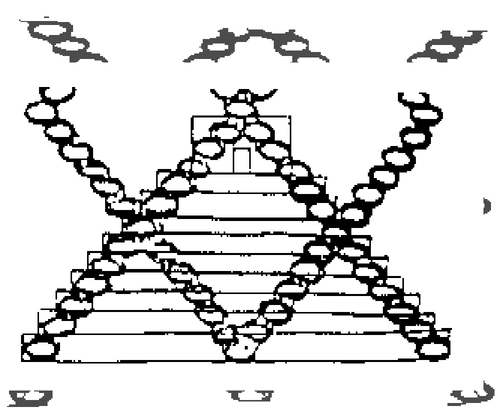


Figura 35: El Canamayté y los primeros templos mayas

Figura 36: Plantilla de una pirámide

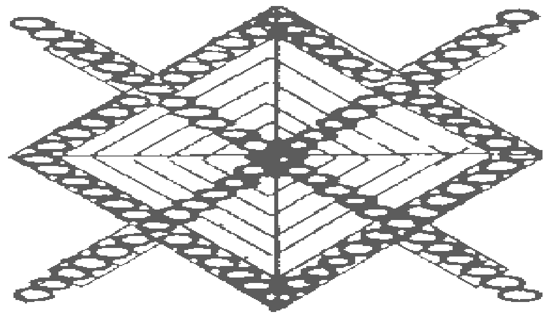
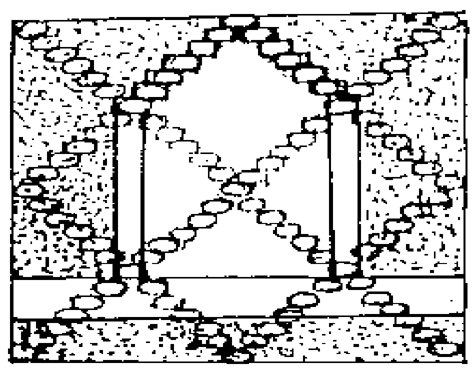


Figura 37: Modelo del Arco Maya llamado falso, pero auténtico para ellos, la posición de las piedras salientes en el arco es exactamente la misma que en las escamas, incluyendo el canal bajo la clave que cierra el arco.



Como se ha observado, el desarrollo matemático y geométrico de los mayas proporcionan una fuente inagotable de conocimiento cultural que permite explorar a partir de este otras vías para tratar de encontrar los caminos hacia el desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos mediante la elaboración de actividades didácticas que ofrezcan la posibilidad de trabajar a partir de éstas ideas, la geometría del grado séptimo, contribuyendo además a la recuperación de dicho conocimiento matemático.

3.9 EL MATERIAL EN EL AULA

Para la implementación en el aula de material didáctico a partir de los algunos aspectos históricos y matemáticos utilizados por los mayas se debe tener en cuenta que en los actuales modelos de diseños curriculares se presta cada vez más atención a la explicitación y precisión de las habilidades que tiene que adquirir el alumno. Más que insistir en el listado exhaustivo de contenidos clásicos o teóricos de Geometría, expuestos a su caducidad o transformación en un futuro próximo, interesa definir unos nuevos contenidos procesales donde las habilidades en relación con las destrezas, técnicas, métodos de trabajo y estrategias cognitivas, etc. constituyan el marco de referencia para confeccionar los currículum geométricos de los diferentes ciclos de la enseñanza obligatoria. Las habilidades geométricas vienen intrínsecamente condicionadas por las habilidades espaciales, entendiéndolas como las habilidades de generar, retener y manipular imágenes espaciales abstractas.

“Si se acepta el principio de Pere Puig Adam de que "para nuestros alumnos de clases elementales lo concreto empieza por ser el mundo observable, lo que impresiona directamente sus sentidos, y al mismo tiempo el que los invita a actuar" entonces se habrá de aceptar que el material puede jugar un papel esencial en el mundo de la enseñanza matemática.

Bajo la palabra "material" se agrupan todos aquellos objetos, aparatos o medios de comunicación que pueden ayudar a descubrir, entender o consolidar conceptos fundamentales en las diversas fases del aprendizaje. Pero, en general, no existe una correspondencia biunívoca entre un material y un concepto. Un mismo concepto se trabaja en lo posible, con diversidad de materiales, y recíprocamente, la mayoría de los materiales son utilizables para hacer ejercicios diversos. [ ] Partiendo, entonces, de la necesidad de crear y manipular gran variedad de material, se debe remarcar la conveniencia de elevar el material a la categoría de experimentación regular y viva. Un mismo material puede servir para atender a diferentes ejercicios y como tal, a diferentes objetivos. De esta manera, las actividades propuestas en un mismo material pueden servir para descubrir nuevos conceptos al mismo tiempo que para mostrar aplicaciones de conceptos previos.

Se necesita también materiales para dibujar, para hacer medidas directas o indirectas, así como también materiales que son modelos (en este caso, materiales que le serán dados a los alumnos y otros que construirán ellos mismos). Así como se pueden describir aspectos positivos que los materiales pueden aportar a la enseñanza de la matemática, no obstante hay que ser conciente de aspectos negativos que pueden generarse con el uso o diseño de materiales de interés dudoso. Algunos de los errores que es necesario evitar son, por ejemplo:

1. Sofisticación del material: un material que en sí mismo contenga excesivas complejidades puede desvirtuar el objetivo para el cual fue inventado.

2. Intocabilidad del material: la no "posesión" del material por parte de los alumnos puede reducir enormemente, el interés de un material; mirar desde lejos cómo funciona un compás, por ejemplo, nunca puede sustituir a su uso individualizado.

3. Poca cantidad de material: hay muchos materiales que han de ser uso personal y no de grupo o de una clase; el trabajo en grupo no da en estos casos el resultado deseado.

4. La no adecuación de los conceptos presentados por el material: tanto por la edad como por el nivel educativo existen conceptos no adecuados y por tanto presentarlos vía un material que en apariencia puede parecer "divulgador" no tiene ningún sentido.

5. El creer que el material ya asegura un concepto: no se puede creer que un concepto presentado a través de un material concreto sea ya un concepto conseguido; solamente una revisión constante de los conceptos permite aspirar a un conocimiento mínimamente válido de los mismos”[15].

[15] Capitulo 1: EL MATERIAL EN LA ENSEÑANZA –APRENDIZAJE DE LA GEOMETRIA, tomado del libro Materiales para construir la geometría de Claudia Alsina, citado por TORRES, Ligia y DURAN, Elvira. Didáctica de la geometría II. Cali, 2005.

4. METODOLOGÍA

En este trabajo se elaboraron actividades didácticas encaminadas a desarrollar el pensamiento espacial y sistemas geométricos del grado séptimo. Dichas actividades contaron con diversos elementos tales cómo:

- contenidos básicos correspondientes a los sistemas geométricos como:
  - Figuras planas: Transformación en el plano mediante traslaciones, rotaciones, reflexiones, ampliaciones y reducciones.
  - Congruencia de las figuras.
  - Semejanza de las figuras.
  - Ángulos y triángulos
  - Teorema de Pitágoras.
- recursos diferentes que incluyen: lecturas, rompecabezas, corte y plegado de papel, juego de cartas, geoplano maya, calendario Tzolkin modificado, Canamayté Cuadrivértice, etc.
- y actividades para los alumnos como: trabajos individuales y en grupo, talleres de refuerzo entre otros.

Los recursos anteriores están apoyados en el desarrollo histórico y matemático de la Cultura Maya; complementariamente estos elementos están relacionados entre sí, por ejemplo, las teorías y elementos de la didáctica general se aplicaron a los contenidos geométricos y a todos los ingredientes restantes.

Teniendo en cuenta que los aspectos geométricos están más ligados al trabajo intuitivo, a la experimentación de los referentes cotidianos; las actividades propuestas permiten desarrollar talleres encaminados a lograr un aprendizaje significativo. El empleo de materiales manipulativos en el aprendizaje de la geometría es más conveniente y provechoso especialmente si se tiene en cuenta enfoques ampliamente reconocidos como geometría activa, la cual “parte del juego con sistemas concretos, de la experiencia inmediata del espacio y el movimiento, que lleva a la construcción de sistemas conceptuales para la codificación y el dominio del espacio y a la expresión externa de sus sistemas conceptuales, a través de múltiples sistemas simbólicos” de tal manera que se procure un aprendizaje que se inicie y se nutra con la experiencia física y el contacto directo con objetos ya conocidos, además se tiene como meta la activación de la mente y el desarrollo de las potencialidades, para que esa misma experiencia física sea a la vez experiencia lógico matemática; es por ello que estas actividades didácticas tienen las siguientes características:

a. Son un material autosuficiente, es decir, contienen todos los elementos disciplinarios y didácticos necesarios para enseñar en forma novedosa la geometría.

b. Estas actividades tienen diferentes componentes: lecturas relacionadas con los distintos aspectos del desarrollo histórico y cultural de la civilización maya con su respectivo análisis ya que incluyen los contenidos históricos esenciales redactados en forma atractiva y variada, y recursos heterogéneos para ilustrarlos (fotos, mapas, documentos, etc.).

c. Son un material para trabajar juntos maestro y alumnos en el aula; para lograr así, dejar la tradición de hacer materiales separados para ambos.

d. Se elaboró un paquete didáctico innovador por sus contenidos y por la forma de tratarlos. He aquí dos ejemplos: en lugar de realizar un relato cronológico de la historia abarcando varios temas se elegieron ciertas actividades de la cultura maya significativas y novedosas del fenómeno del desarrollo de la geometría que trata la actividad pensando en los intereses del estudiante, el tipo de historia que hay que enseñar y la teoría constructivista. Y complementariamente se narrarán y representarán gráficamente como procesos con sus avances y dificultades.

4.1 ESQUEMA PARA LA ELABORACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DIDÁCTICAS

Para la consecución de los propósitos establecidos, en las actividades específicas relacionadas con la articulación del desarrollo histórico y cultural de los mayas en el ámbito escolar, se precisó tanto el contenido o aspecto temático a tratar como las acciones mediante las cuales se efectuó dicho tratamiento, en particular la forma como se usaron los elementos históricos seleccionados. Cada actividad entonces incluye un aspecto temático específico, un propósito, la descripción (la actividad propiamente), sugerencias didácticas para su desarrollo, así como para su evaluación.

El formato para cada actividad, que se presenta a continuación contempla todos los aspectos mencionados:

- Nombre de la Actividad -	
Temática Específica:	
Propósito:	
Descripción:	
Sugerencias Didácticas:	
Sugerencias de Evaluación:	

Es importante mencionar que cada contenido se desarrolló en una unidad. Esta cuenta con actividades que incluyen: una aproximación, una formalización, un refuerzo y una evaluación de la temática específica, además de trabajar en cada una de ellas con logros e indicadores de logro para que el docente observe las debilidades, aciertos y fortalezas de los estudiantes. Las debilidades para superarlas y corregirlas, las fortalezas para optimizarlas.

5. PRESENTACIÓN DE LAS ACTIVIDADES

“En la actualidad, gran parte de la geometría escolar se ha ocupado del movimiento de figuras geométricas desde una posición a otra, y de movimientos que cambian el tamaño o la forma. El estudio de las transformaciones de las figuras ha ido progresivamente primando sobre la presentación formal de la geometría, basado en teoremas y demostraciones y en el método deductivo.

La primacía de las figuras muertas y de las relaciones de paralelismo y perpendicularidad de líneas, y las de igualdad o congruencia o semejanza de figuras ocultaron por mucho tiempo el origen activo, dinámico de los conceptos geométricos, y dejaron en la penumbra las transformaciones. Los sistemas geométricos se redujeron a sus componentes, como los puntos, líneas y planos, segmentos de recta y curvas, y figuras compuestas por ellos, con solo la estructura dada por las relaciones mencionadas.

La geometría activa intenta devolver la dinámica a los sistemas geométricos, con sus operadores y transformaciones, que resultan de internalizar en forma de esquemas activos en la imaginación, los movimientos, acciones y transformaciones que se ejecutan físicamente. Esto quiere decir que una transformación no puede definirse, ni mucho menos simbolizarse formalmente, antes de que los alumnos hayan hecho algunas transformaciones externas, moviéndose ellos mismos y moviendo hojas, varillas y otros objetos, deformándolos rotándolos o deslizándolos unos sobre otros de manera física,
de tal manera que ya puedan imaginarse esos movimientos sin necesidad de mover o transformar algo material, a lo mas acompañando esta imaginación con movimientos del cuerpo o de las manos.

Cuando se estudian estos sistemas de transformaciones, debe comenzarse por los desplazamientos que pueden hacerse con el propio cuerpo, o deslizando objetos y figuras sobre el plano del piso, del papel o del tablero. Con esto se llega primero a las rotaciones y a las traslaciones. Se trata de ver que movimientos conservan la dirección, cuales la orientación en el plano o en el espacio, cuales cambian los ordenes cíclicos de los vértices, sin definir verbalmente ninguna de estas transformaciones”[16]

En este sentido, las actividades que se proponen para desarrollar esta temática, se han dividido en las siguientes unidades:

[16] Serie de lineamientos curriculares-matemáticas.

UNIDAD 1: TRASLACIONES

Con el fin de facilitar un aprendizaje más creativo y afectivo de las traslaciones se han escogido dos aspectos fundamentales de la cultura maya como son: los dioses y la astronomía.

El interés por los dioses de la cultura maya particularmente en Quetzalcóatl (kukulcán) radica en su simbolismo como elemento sintetizador de las ideas de esta civilización, además de presentar en su estructura gran variedad de figuras geométricas que se considera permiten enriquecer el estudio de las traslaciones. Es importante mencionar que la imagen de Quetzalcóatl con la que se trabajará es la que se ubica en la ciudad de Xochicalco. Sin embargo cabe anotar que para obtener un mayor provecho didáctico en las actividades se han realizado algunas modificaciones en su presentación.

Para la actividad de aproximación al concepto de traslación se utiliza un rompecabezas de Quetzalcóatl que fomente la creatividad, el desarrollo de las capacidades de análisis y síntesis, la visión espacial, las estructuras y los movimientos geométricos; además, este juego resulta ser divertido y entretenido para la gran mayoría de las personas. Para el desarrollo de las demás actividades se emplea a Quetzalcóatl como recurso de apoyo.

Por otro lado se pretende utilizar el conocimiento astronómico que desarrolló la cultura maya a través de la observación del cielo(cielo maya), lo cual les permitió aplicar las técnicas y las artes en otras disciplinas del conocimiento con el geoplano (tablero con una malla de clavos) ya que al combinar el cielo maya con este instrumento, se obtiene un recurso didáctico beneficioso para estimular y despertar la creatividad, buscando integrar la pedagogía con el desarrollo de estrategias y habilidades cognitivas que además de permitirle al estudiante formular sus propios interrogantes, crear sus propias conjeturas acerca de las traslaciones, favorece la optimización de los procesos de aprendizaje significativo.

UNIDAD 2: ROTACIONES

La enseñanza de la matemática y en particular de la geometría, debe propiciar espacios donde los estudiantes puedan relacionar su conocimiento con el mundo que los rodea, es decir, se deben proponer situaciones que permitan observar, detallar y establecer la unión existente entre los diversos conceptos y el desarrollo de la vida. Pero para llevar a cabo este proceso hace falta la vinculación de la geometría con otras disciplinas, de ahí el interés de establecer una relación directa de esta ciencia con la civilización maya, pues no hay nada más interesante que descubrir y comprender un concepto a partir del conocimiento de su historia y la manipulación de algunos artefactos que sirvieron de apoyo y contribuyeron al desarrollo de una de las culturas más importantes del continente americano como lo fueron los mayas.

Dentro de la gran variedad de aspectos que caracterizaron y permitieron el desarrollo de la cultura maya se encuentra uno que no solo ayuda a comprender el concepto de rotación sino que permite apreciar uno de los mayores instrumentos que a pesar de su poca tecnología permitió a los mayas medir con gran precisión el tiempo, es decir, se esta hablando del calendario maya, el cual surgió de la necesidad de un conocimiento que estableciera con exactitud todas las etapas de trabajo desde la preparación de la milpa hasta la recolección del maíz y que al mismo tiempo permitiera determinar la posición de los días del año trópico, es decir, el arranque de los calendarios agrícolas. Estas son las razones que posibilitaron la creación del calendario Mágico (Tzolkin) y el calendario Astronómico (Haab) que componen el gran calendario maya.

Para el desarrollo del tema de rotaciones se ha escogido el calendario mágico Tzolkin por la facilidad en su manejo y por la gran cantidad de figuras que constituyen sus días aclarando que en ningún momento se niega la posibilidad de trabajar con el calendario astronómico Haab y obtener resultados igual de provechosos.

El calendario Tzolkin es un calendario formado por 260 días repartidos en 13 periodos de 20 días cada uno y fue concebido originalmente como un calendario agrícola. Las actividades que se elaboraron siguen éste orden: en la actividad de aproximación se hace una pequeña reseña de la historia del calendario maya y se trabaja con el calendario mágico con el fin de acercar al estudiante al concepto de rotación a través del movimiento de las dos ruedas que lo constituyen.

Para el resto de actividades y en particular en el refuerzo de ángulos, se trabaja con el calendario mágico Tzolkin pero modificado, es decir la rueda exterior que comprende los 13 periodos fue cambiada por un transportador convencional con el fin de obtener un mayor provecho didáctico.

Finalmente se decidió trabajar la actividad de refuerzo con los tejidos mayas por la gran variedad de colores y figuras geométricas que los componen, ya que esto servirá de ayuda para llamar la atención de los estudiantes, aplicar los conocimientos estudiados y aprender sobre uno de los temas que caracterizan a esta cultura.

UNIDAD 3: SIMETRIAS

La actividad cotidiana de cualquier joven lo pone en contacto desde edades muy tempranas con las simetrías, pues su vida diaria se encuentra rodeada de espejos, edificios, monumentos, figuras geométricas, etc. aprovechando este conocimiento previo se quiere afianzar y avanzar en la enseñanza de las simetrías a través de la cerámica, los templos y el Canamayté Cuadrivértice, tres aspectos de la civilización maya que la caracterizan y muestran lo grandioso de su cultura.

Adicionalmente, para el desarrollo de este tema, se utilizará el plegado y corte de papel ya que esta técnica permite obtener figuras exactas, grabando en la mente de los jóvenes diversas imágenes simétricas al mismo tiempo que prepara su mente para la apreciación de la ciencia y el arte. Por otra parte se busca que el estudiante haga una aplicación inteligente de los procesos de plegado y corte de papel utilizando algunas imágenes relacionados con la cultura maya para que encuentre e interiorice las principales características que se relacionen con el concepto de simetría central y axial.

En la actividad relacionada con el desarrollo de este concepto se trabaja con la cerámica ya que en toda cultura y particularmente en la maya, la cerámica aparte de ser simétrica constituye el lienzo sobre el cual se manifiesta y retrata las creencias, costumbres y tradiciones de un pueblo, siendo esta una de las principales fuentes que permiten desentrañar varios de los misterios que rodean la cultura maya.

Para las actividades de simetría en el plano cartesiano y composición se utiliza como recurso de apoyo algunos templos mayas, pues estos además de presentar simetrías en su estructura representan los ideales, mitos e historia de la civilización maya, destacándose por su conservación a lo largo del tiempo y porque han guardado sigilosamente secretos que aún faltan desentrañar.

Finalmente se ha escogido el Canamayté cuadrivértice que es el modelo geométrico anterior a toda cultura arqueológica o histórica que ofreció sus bases matemáticas a todas las culturas precolombinas para trabajar la actividad de refuerzo pues la disposición de este cuadro permite repasar tanto la simetría axial como la simetría central de una manera lúdica logrando que el estudiante adquiera un poder de pensamiento matemático que le exige razonar y establecer antes de aplicar las reglas necesarias para encontrar el simétrico de cualquier figura simétrica.

UNIDAD 4: HOMOTECIAS Y SEMEJANZAS

El juego como experiencia cultural es un camino ideal para fortalecer los saberes materiales y espirituales de nuestra cotidianidad en los que la libertad y la distensión que dicho proceso produce es ideal para el fortalecimiento de la conciencia de sí, de la conciencia social y de la conciencia global, de ahí que el niño que juega desarrolla sus percepciones, su inteligencia, sus tendencias, la experimentación, sus instintos sociales, etc., por eso el juego es una palanca para el aprendizaje. Por tal motivo para iniciar el estudio de la homotecia se utiliza un juego de cartas, como recurso didáctico, llamado “Concéntrate en el Tamaño”.

Este juego cuenta con 16 cartas donde cada par de ellas representan una imagen de diferente tamaño relacionada con algunos aspectos de la cultura maya. Con este juego se pretende que el estudiante identifique de manera intuitiva algunas de las principales características que se conservan al aplicar una homotecia a cualquier figura geométrica. Además se utiliza el corte, plegado y proyección de papel para complementar la actividad de aproximación al concepto de homotecia.

Para el desarrollo de los conceptos de homotecia y semejanza se han utilizado algunas imágenes de la cultura maya como recurso de apoyo relacionadas con:

- Templos, no solo por ser grandes centros ceremoniales sino por poseer características de ingeniería y ornamentación propias.
- El vestuario, por ser ricamente tejidos y acompañados de una gran variedad de colores y figuras geométricas.
- La casa, que es una construcción que a pesar de ser sencilla y conservar una forma redonda en ambos extremos permite ser utilizada en ejercicios con homotecias.
- Las armas, se destacan por poseer en su estructura gran variedad de figuras geométricas que permitirán al estudiante no solo ejercitarse en la aplicación del concepto de homotecia sino también conocer de los aspectos que les permitió a los mayas defenderse de los ataques de otros pueblos.
- Cerámica, ya que aparte de dejar gran información del desarrollo cultural de los mayas, aportan a los estudios de geometría con una colección de curvas y otras figuras geométricas que están presentes adornando las vasijas en su exterior.

Y finalmente se trabaja con los días del calendario Tzolkin, puesto que el estudiante ya se encuentra familiarizado con ellos.

Por otra parte, para la actividad de refuerzo se retoma el cielo maya para aplicar los conocimientos de homotecia y semejanza a diferentes figuras geométricas.

UNIDAD 5: CONGRUENCIA

En el desarrollo de esta actividad se pretende generar otras formas de trabajo en el aula como son, el recorte, superposición, identificación y reconstrucción de figuras congruentes presentes en las armas, canoas, viviendas, vestuario y algunas tradiciones de la cultura maya de tal manera que se promueva un ambiente ameno para el trabajo, que las experiencias que se ofrezcan permitan al individuo y al grupo encontrar sentido a lo que se hace. Además se plantean algunos ejemplos que le permitan al estudiante aplicar todo lo que implica el concepto y propiedades de congruencia.

Por otra parte para la actividad de refuerzo se presentan al estudiante distintas figuras geométricas presentes en su mayoría en la cultura maya como son los días, cerámica y armas de tal manera que el alumno profundice y ponga en práctica la temática que se ha estudiado hasta el momento.

UNIDAD 6: TEOREMA DE PITAGORAS

"El teorema de Pitágoras es uno de los más importantes y fue demostrado alrededor del año 540 A.C. constituyéndose en uno de los teoremas favoritos de los geómetras. Algunas de las demostraciones geométricas son accesibles a los profesores, del mismo modo que el ilimitado número de pruebas basadas en métodos algebraicos.[17]"

Debido a que en grado séptimo se hace una introducción a este teorema, la demostración que se utiliza, tiene un corte más didáctico que formal ya que lo que se emplea es la comparación de áreas. Es importante mencionar que antes de abordar este teorema, se presenta en la primera actividad un repaso de ángulos y triángulos con sus clasificaciones y propiedades.

En la siguiente actividad se retoma el triángulo rectángulo como base para la introducción al teorema de Pitágoras, realizando algunos ejemplos que involucran templos y estelas pertenecientes a la cultura maya, así como ejercicios que permitan al estudiante poner en práctica todo lo relacionado con el teorema de Pitágoras.

Finalmente en la actividad de refuerzo se proponen algunas situaciones problemas adecuadas a sus conocimientos que se apoyan en varios aspectos de la cultura maya y que permitirán poner a prueba la curiosidad, la creatividad, la imaginación y el pensamiento independiente de los alumnos.

[17] Fernando Soto, Geometría con Cabri,-Universidad de Nariño, pág. 91.

5.1 UNIDAD

1

TRASLACIONES

NOTA: Todas las culturas han utilizado traslaciones, rotaciones y simetrías en sus manifestaciones artísticas, han jugado casi siempre con sorprendentes resultados estéticos, con las transformaciones en el plano.

Las transformaciones geométricas son manifestaciones que conservan la forma y el tamaño de las figuras. Cada punto P se transforma en otro punto P' de acuerdo con algunas normas determinadas, así, en cualquier movimiento podemos considerar que todo el plano se desplaza acompañado de todos los elementos y figuras que contiene. En los tres primeros capítulos estudiaremos los movimientos denominados traslaciones, rotaciones y simetrías, cada uno de ellos, apoyado en los grandiosos aportes que nos heredó una de las civilizaciones más importantes de América como lo fue la cultura maya. Empecemos por las traslaciones.

5.1.1 Aproximación al concepto de traslación: "CONOCIENDO A QUETZALCOATL, LA SERPIENTE EMPLUMADA"

- PROPOSITO

Motivar a los estudiantes con la fabulosa historia del principal dios de la cultura maya, llamada por ellos QUETZALCOATL, La Serpiente Emplumada, con el fin de realizar un primer acercamiento a la definición de traslación, de tal manera que puedan utilizar esta información en la construcción del concepto.

- DESCRIPCION

Para el desarrollo de esta temática específica se han planteado los siguientes pasos:

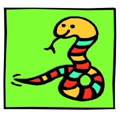
PASO 1

En este paso se pretende acercar a los estudiantes a una parte importante de la cultura Maya, como es su mitología a través de la lectura en grupos máximo de tres personas, de un cuento que narra de manera amena y agradable la historia de Quetzalcóatl, uno de los principales dioses de la cultura Maya.

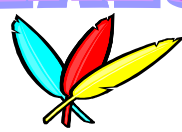
SUGERENCIA DIDACTICA: Para esta parte de la actividad se plantea un cuento con varias ilustraciones, con un lenguaje sencillo y dibujos de personajes reales de los Mayas clásicos que hacen agradable su lectura.

LOGRO
Conocer intuitivamente el concepto de traslación.

INDICADORES DE LOGRO:
• Demuestra interés por el trabajo en equipo relacionándose de manera adecuada con sus compañeros.
• Reflexiona y comunica sus ideas sobre el principal dios de las culturas mesoamericanas.
• Construye el concepto de traslación a través de la manipulación de algunos recursos didácticos.



QUETZALCOATL



LA SERPIENTE EMPLUMADA

Se dice en los antiguos códices mayas, que Quetzalcóatl fue hijo de una mujer virgen llamada Chimalma y del Rey-Dios Mixtocóatl, monarca de Tollán.

Chimalma había quedado en embarazo sin haber contraído matrimonio con el rey-dios Mixtocóatl; avergonzada por esta situación una vez dio a luz a su niño decidió colocarlo en una cesta y arrojarlo a un río de la región.

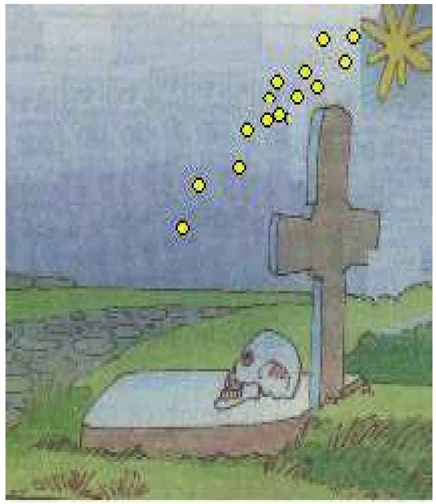
Navegando a su suerte por el rió, fue encontrado por unos ancianos quienes lo criaron y educaron,

habiendo llegado a ser un hombre sabio y culto que al regresar a Tollán, se hizo cargo del gobierno.

Se dice que Quetzalcóatl fue un hombre rubio, blanco, alto, barbado y de grandes conocimientos científicos, que enseñó a los pobladores de lo que hoy es México, a labrar los metales, orfebrería, lapidaria, astrología etc. aunque jamás se llegó a saber su nacionalidad y su procedencia.

Cuéntase que habiendo bebido el suave neutle (bebida) se emborrachó y cometió actos bochornosos después de lo cual decidió marcharse para siempre tomando el rumbo del Golfo de México o Mar de las Turquesas.

En un suicidio ceremonial al cual le acompañaron cuatro de sus discípulos, se hundió para siempre, renaciendo como la estrella de la Mañana y posteriormente adoptando el nombre de Quetzalcóatl, que quiere decir serpiente emplumada o serpiente de plumaje hermoso.



La serpiente emplumada se convirtió en una deidad mayor en la península de Yucatán después de la llegada de los toltecas en el siglo X de nuestra era. Estos extranjeros guerreros provenientes del centro de México adoraban a este dios con el nombre de Quetzalcóatl lo mismo que los aztecas.

Los mayas adoptaron a Quetzalcóatl como deidad colocándole el nombre de KUKULCAN, que quiere decir lo mismo, serpiente emplumada o Votán (que debe haber sido su nombre real) y recibieron de él las más sabias enseñanzas tanto religiosas como políticas y artísticas.

Los mayas colocaron su símbolo en todos los palacios, monumentos y templos de la zona maya en donde aun puede verse, en recuerdo y veneración de este sabio, que según la tradición mayense, subió al panteón y se convirtió en la estrella Venus.

Actualmente la representación de Quetzalcóatl la admiramos rodeando el basamento de la gran pirámide de Xochicalco en la zona tolteca donde fue tallada notablemente a lo largo de los lados de un “talud”, también se la encuentra majestuosamente desenvuelta en Uxmal y Yaxchilán y en Chichén Itzá en la gran pirámide de Kukulcán que en los equinoccios de primavera y otoño, sobre la gradería principal se observa la figura de una serpiente al incidir los rayos solares en los costados de la propia pirámide.

Figura 38. Pirámide de Chichén Itzá

PASO 2

En este paso se pretende proponer a cada grupo de estudiantes algunas preguntas con el objetivo de reforzar y aclarar ciertos aspectos del cuento que no pudieron haber quedado claros.

SUGERENCIA DIDACTICA

Algunas de las preguntas que se realicen a los estudiantes pueden ser:

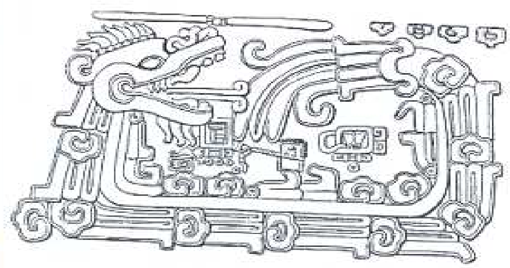
- ¿De quien fue hijo Quetzalcóatl?
- ¿Por qué su madre decidió abandonarlo a su suerte arrojándolo a un río?
- ¿Por qué Quetzalcóatl resolvió suicidarse?
- ¿Qué significa Quetzalcóatl?

PASO 3

En este paso se pretende presentar a los estudiantes una de las representaciones que los Mayas realizaron de Quetzalcóatl, particularmente la que se encuentra en Xochicalco, a través de una lamina grande que se colocara en el tablero, donde todos los estudiantes puedan verla. En seguida y antes de discutir todos los aspectos que están relacionados con esta imagen, se le entregará a cada niño un rompecabezas de la Serpiente Emplumada, para que lo arme.

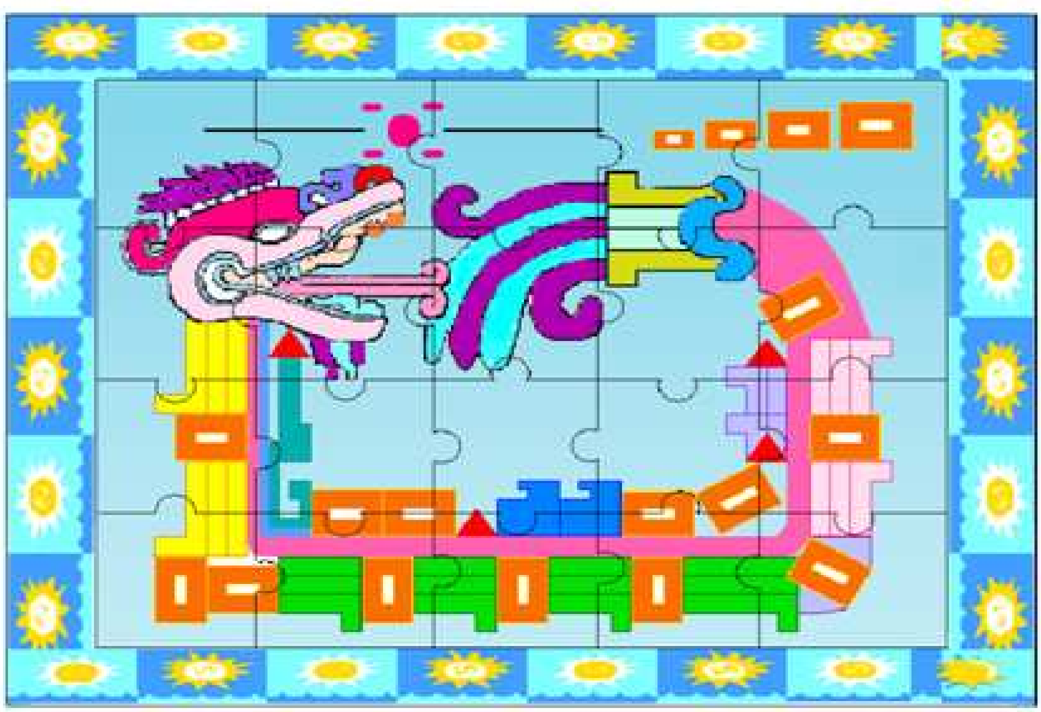
SUGERENCIA DIDACTICA: La imagen que se presentara a los estudiantes de la Serpiente Emplumada es la que se encuentra rodeando la gran pirámide de Xochicalco y es la que se muestra a continuación:

Figura 39. Serpiente emplumada presente en la pirámide de Xochicalco.



El rompecabezas de la serpiente emplumada que se les entregará a los estudiantes fue modificado, puesto que se realizaron algunos cambios en su presentación con el objetivo de obtener mas provecho didáctico de tal manera que la imagen permitiera realizar traslaciones con figuras geométricas básicas.

La siguiente es la imagen del rompecabezas de Quetzalcóatl.



PASO 4

En este paso el profesor planteara algunas preguntas en relación con la imagen que resulta de armar el rompecabezas con el fin de acercar a los estudiantes al concepto de traslación.

SUGERENCIA DIDACTICA

Las preguntas que se sugieren para esta parte de la actividad son:

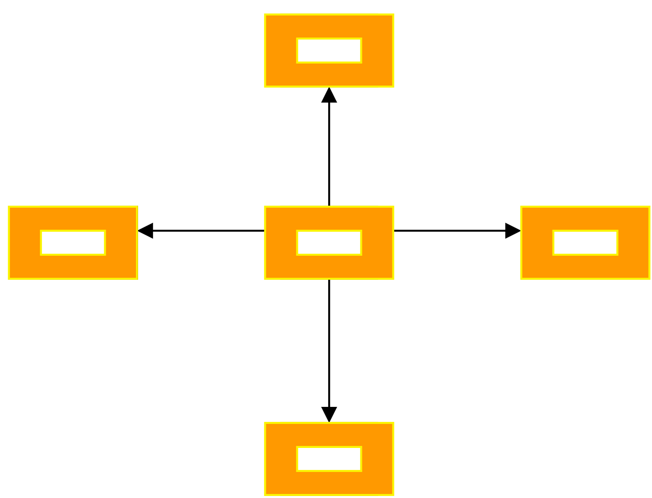
- ¿Qué figuras geométricas encuentras al armar a Quetzalcóatl?

Aquí se espera que los alumnos puedan identificar los rectángulos, los polígonos en forma de L, y los triángulos que se encuentran en la imagen.

- De las anteriores figuras que mencionaste, señala cuantas de ellas se repiten y cuantas veces.

Esta pregunta se hace con el objetivo de restringir el campo de acción, para llevar a los estudiantes a escoger las figuras que van a servir en la construcción del concepto de traslación.

- Escoge un rectángulo tomate cualquiera y realizando solo movimientos hacia arriba, abajo, hacia la derecha o la izquierda y sin realizar giros trata de formar el conjunto de rectángulos del mismo color que componen a Quetzalcóatl.



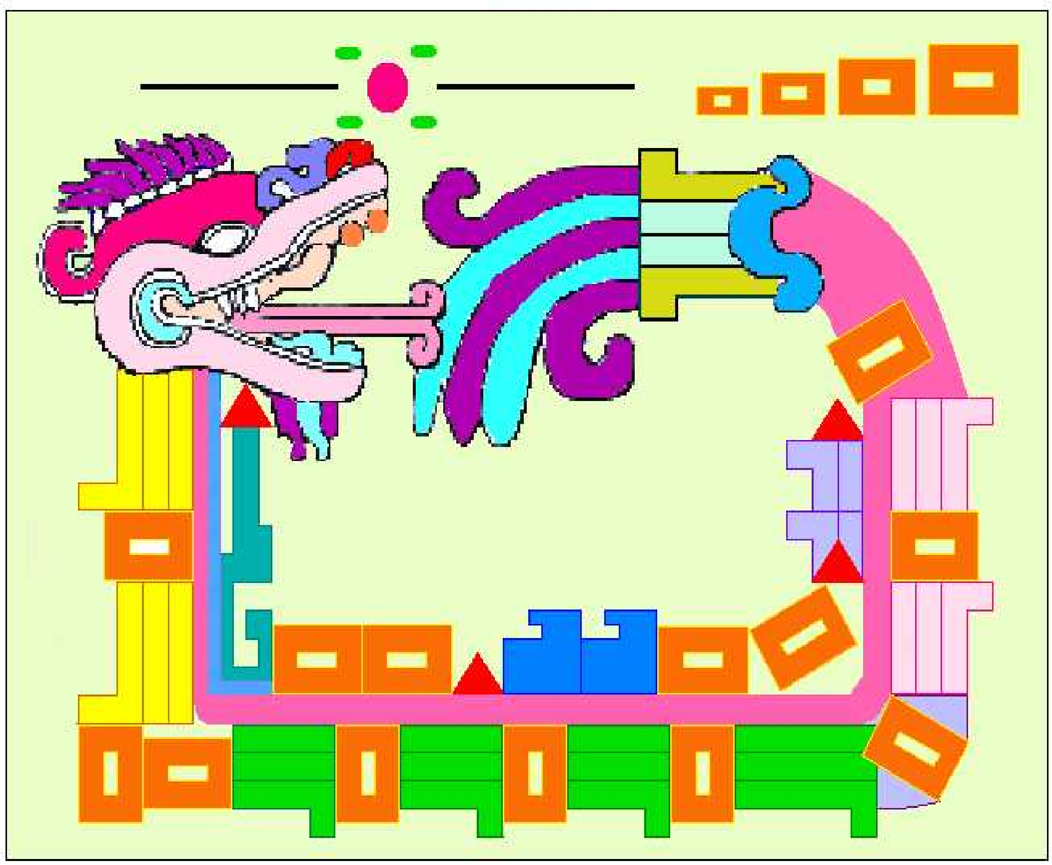
En esta parte se desea que los estudiantes trasladen los rectángulos de manera intuitiva y sin estar sometidos a la utilización sistemática de un concepto.

- ¿Existe algún rectángulo tomate que al realizar los cuatro movimientos anteriores y sin efectuar giros genere todo el conjunto de rectángulos tomates de Quetzalcóatl?

Esta pregunta es importante realizarla pues con ella se espera que el estudiante empiece a tener una idea intuitiva de lo que es traslación, que observe las ventajas y también que determine las limitaciones de este movimiento en la construcción de figuras particularmente la de Quetzalcóatl.

El hecho de que no se encuentre un solo rectángulo que sea capaz de generar a todos los demás rectángulos que conforman a Quetzalcóatl se debe a que los movimientos realizados no incluyen giros.

Observa el rectángulo verde que se encuentra ubicado en la parte inferior izquierda de Quetzalcóatl



Ahora, mira como se mueve hacia la derecha para formar los otros dos rectángulos.

¿Existen otras figuras geométricas en Quetzalcóatl que al moverse y sin realizar giros originen la misma figura en otra ubicación? ¿Cuales son?

Es importante aquí, tomar como ejemplos los rectángulos tomates, los triángulos, los polígonos en forma de L, y demás figuras que se trasladen en la imagen destacando que estos movimientos no alteran la figura en su forma y tamaño.

Finalmente es importante concluir la actividad otorgando un nombre a este tipo de movimientos y destacando como los mayas utilizaron este concepto en la construcción de sus monumentos.

A este tipo de movimiento se le conoce con el nombre de traslación; con esto podemos comprobar que los mayas manejaron implícitamente el concepto de traslación en la construcción de sus monumentos.

5.1.2 Concepto de traslación: "RECONSTRUYENDO A QUETZALCOATL, LA SERPIENTE EMPLUMADA"

- PROPOSITO

Con esta actividad se pretende formalizar el concepto de traslación en un contexto ameno y divertido, pues el estudiante tendrá la misión de reconstruir la imagen de Quetzalcóatl al mismo tiempo que aprende los pasos necesarios para trasladar cualquier figura geométrica.

- DESCRIPCION

Para el desarrollo de esta temática específica se han planteado los siguientes pasos:

PASO 1

Para entender lo que es una traslación se presentará al estudiante situaciones de la vida real que involucren algunos aspectos de la cultura maya, particularmente la imagen de Quetzalcóatl.

SUGERENCIA DIDACTICA

A los alumnos se les propondrá una ilustración de dos situaciones cotidianas con el objetivo de hacer un análisis de éstos con respecto a la traslación.

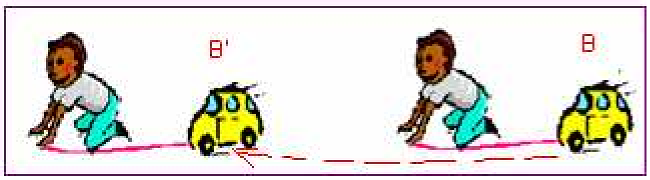
LOGRO
Comprender el concepto de traslación e identificar sus principales características.

INDICADORES DE LOGRO:
• Utiliza el concepto de traslación y sus propiedades y las relaciones con diversas situaciones.

Observemos las siguientes figuras:

a)

b)



En la figura a) el niño desplaza el afiche de Quetzalcóatl sobre el tablero desde la izquierda hasta la derecha sin producir giros. Decimos que el niño TRASLADO el afiche desde el punto A hasta el punto A'.

En la figura b) el niño desplaza un carrito desde un punto B hasta otro punto B' halándolo con una cuerda o empujándolo sin que hayan giros. Decimos, pues, que el niño TRASLADO el carrito desde el punto B hasta el punto B'.

Ejercicio: De acuerdo con la ilustración anterior, responde las siguientes preguntas:

- Cuando el niño desplazó su carro, ¿el carro cambió de tamaño?. Justifica tu respuesta.
- Cuando en el salón de clases el estudiante, movió el afiche de Quetzalcóatl, ¿el afiche cambió de tamaño? Justifica tu respuesta.
- En las dos situaciones anteriores, o en cualquier situación real donde desplazas un objeto de un lugar a otro sin realizar giros, ¿el objeto cambia de forma? Justifica tu respuesta.
- Para el desplazamiento del afiche de Quetzalcóatl, ¿cuál de las siguientes flechas representa este movimiento?. Justifica tu respuesta.

a. ↗

b. ↑

c. →

d. ←

- En el caso del carro, ¿qué flecha indica su desplazamiento?. Justifica tu respuesta.

a. ↓

b. ↙

c. ↘

d. ←

PASO 2

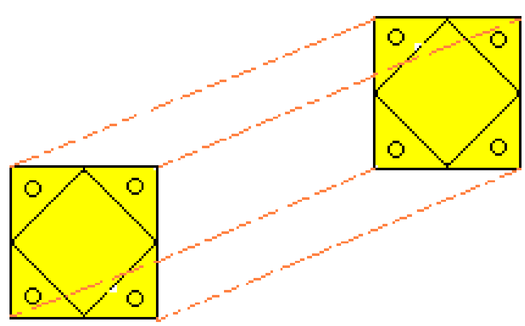
En este paso se mostrará cómo trasladar una figura dada desde una posición inicial hasta una posición final, identificando las propiedades que se conservan en cada movimiento, utilizando cómo recurso didáctico a Quetzalcóatl.

SUGERENCIA DIDACTICA

A continuación, se formalizará el concepto de traslación con sus respectivas propiedades.

TRASLACIÓN: Trasladar una figura en un plano consiste en deslizarla de tal forma que la trayectoria de todos los puntos de la figura sean líneas rectas y dichas rectas sean paralelas entre si.

En la siguiente figura se muestra como se desplaza el glifo de LAMAT, que significa estrella y el cual representa uno de los días del calendario mágico maya llamado Tzolkin.



Para trasladar un segmento de recta o un polígono se debe conocer la dirección en que se va trasladar y la magnitud de la traslación. Estas dos condiciones se simplifican al expresarlas por medio de una flecha que indica:

❖ La dirección de acuerdo con su inclinación:

Dirección Longitudinal ↕ : ↑ Hacia arriba

↓ Hacia abajo

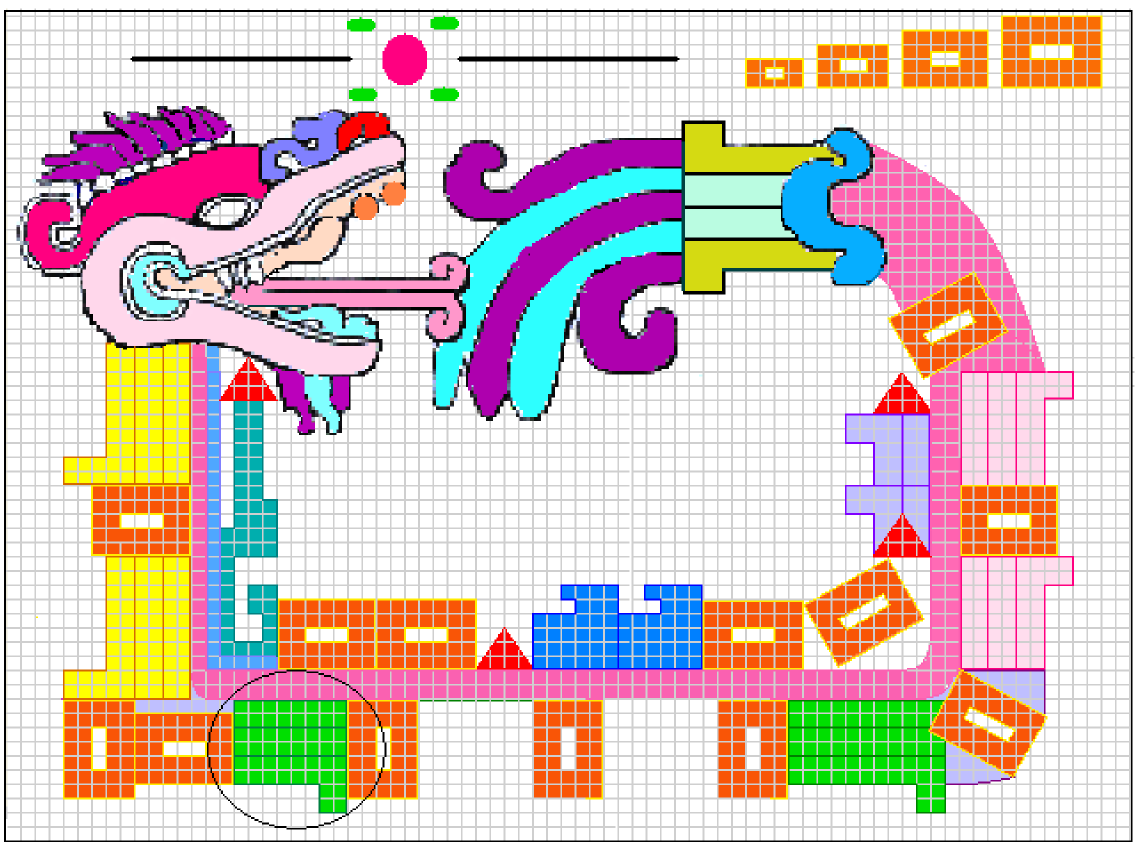
Dirección Transversal ↔ : → Hacia la derecha

← Hacia la izquierda

❖ La magnitud de acuerdo con su medida.

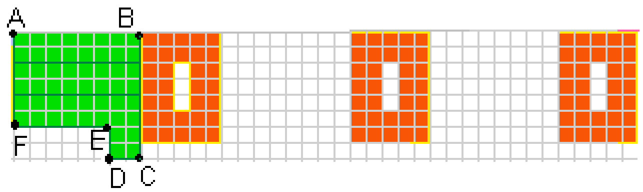
Los siguientes ejemplos nos muestran cómo trasladar algunas figuras geométricas que componen a Quetzalcóatl desde una posición inicial hasta una posición final.

PRIMER EJEMPLO: Completemos la imagen de Quetzalcóatl:



Observa detenidamente la parte inferior de la imagen, ¿puedes notar que hacen falta 2 polígonos verdes en la figura?, que tal si utilizando la traslación completamos a Quetzalcóatl. Para ello necesitaremos realizar los siguientes pasos:

1. Coloquemos letras del alfabeto a los vértices del polígono de esta manera:

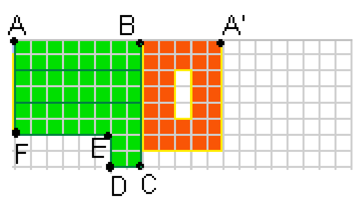


2. Como el espacio vació que necesitamos completar se encuentra a la derecha del polígono, tanto el sentido como la dirección de la traslación serán hacia la derecha (→), horizontalmente.

3. La magnitud que necesitamos es de 13 unidades, ya que ésta es la medida que se requiere para que cuando se traslade el polígono ABCDEF se complete el primer espacio vacío.

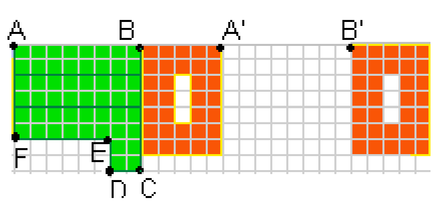
Nota: Es importante tener en cuenta que para trasladar un polígono cualquiera debemos trasladar primero todos sus vértices y luego unirlos mediante segmentos de recta conservando el mismo orden de la figura inicial.

4. Toma el punto A y trasládalo 13 unidades hacia la derecha (→); al punto que se obtiene denótalo con la letra A' como se indica a continuación:



En esta traslación podemos notar que en la posición inicial se encuentra el punto A y en la posición final el punto A'.

5. Ahora toma el punto B y con ayuda de la regla trasládalo 13 unidades hacia la derecha (→); al punto que se obtiene denótalo con la letra B' como se indica a continuación:



Nota que para lograrlo se dibujó rectas igual de largas, paralelas y que apuntan en el mismo sentido que con el vértice anterior.

6. Realiza el mismo proceso con cada uno de los vértices que hacen parte del polígono que vamos a trasladar.

7. Una vez acabado de trasladar todos los puntos del polígono (Fig. a) es necesario unirlos con segmentos de rectas conservando el mismo orden de la figura inicial (Fig. b) de esta manera:

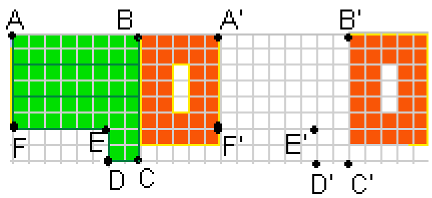


Fig. a

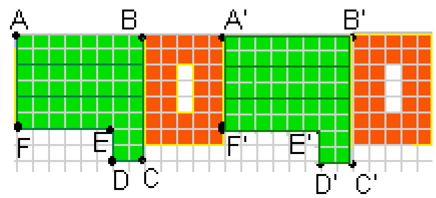


Fig. b

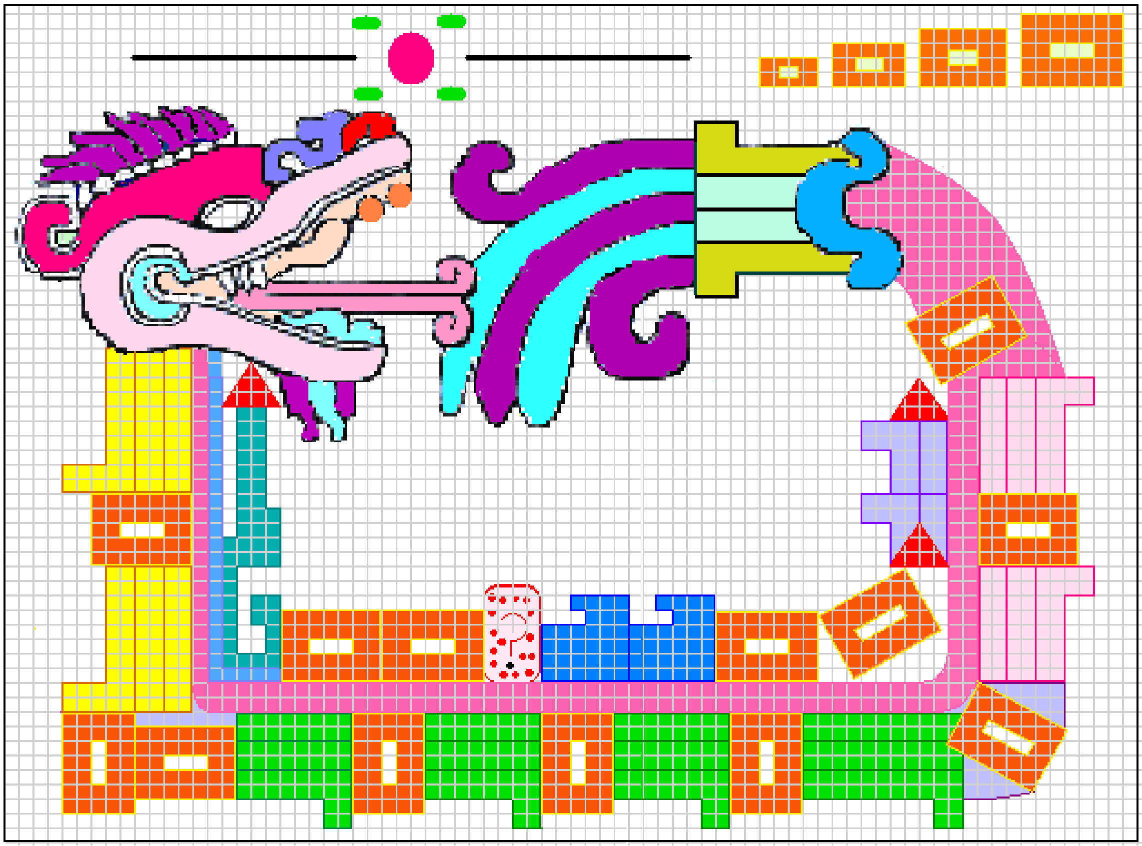
De las anteriores figuras (a y b) podemos concluir que el polígono ABCDEF se traslado 13 unidades hacia la derecha (→) convirtiéndose en el polígono A'B'C'D'E'F', además se puede notar que el polígono final conserva el tamaño y la forma del polígono inicial.

ACTIVIDAD

Tomando nuevamente el polígono ABCDEF, y utilizando la traslación encuentra el otro polígono verde que le hace falta a Quetzalcóatl, para ello en este caso la dirección de traslación es hacia la derecha y la magnitud de traslación es de 26 unidades.

SEGUNDO EJEMPLO

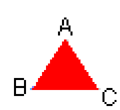
De nuevo observa detenidamente la imagen de Quetzalcóatl que se muestra a continuación:

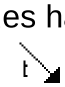


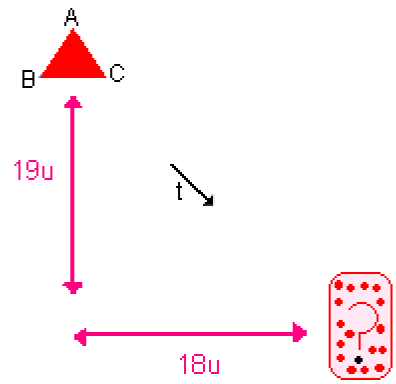
Notas que debajo de la cabeza de Quetzalcóatl, ¿hay un triángulo de color rojo?, pues bien, a alguien se le olvidó colocar ese mismo triángulo en la parte inferior de la imagen, precisamente donde esta el INTERROGANTE. ¡Qué tal si completamos esta imagen de Quetzalcóatl!

Para ello necesitaremos realizar los siguientes pasos:

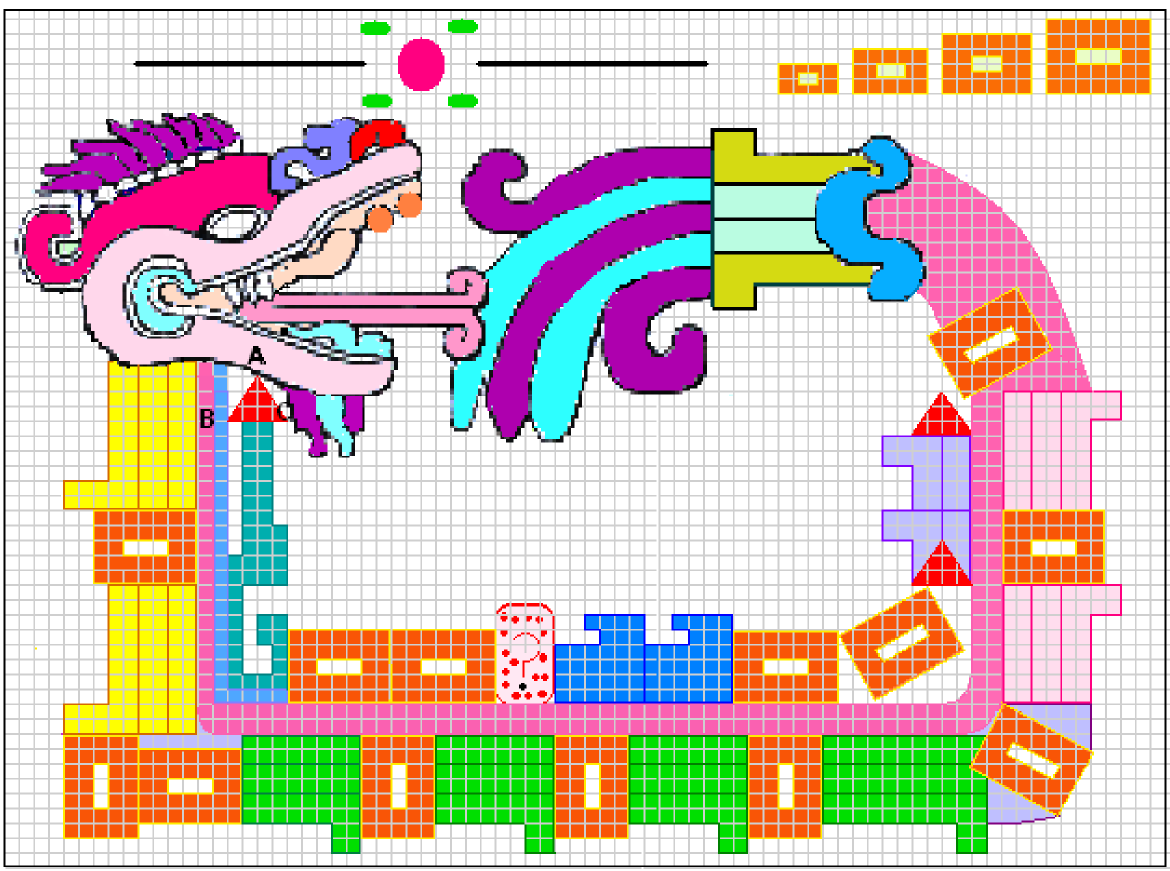
1. Coloquemos letras del alfabeto a los vértices del triangulo de esta manera:



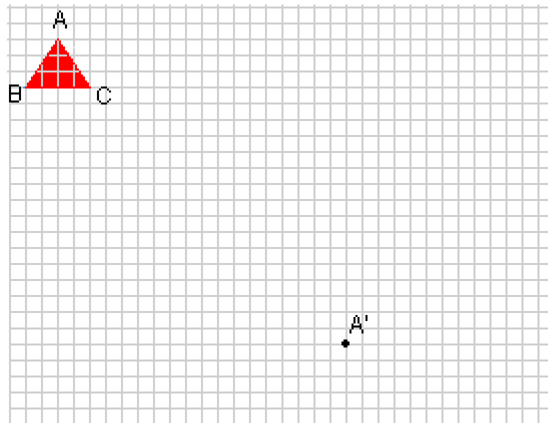
2. Observemos que el espacio rojo donde tiene que ir el otro triángulo en comparación con el triángulo ABC, está ubicado 19 unidades hacia abajo y 18 unidades hacia la derecha, es decir, esto se simboliza así: 



3. Por lo tanto la magnitud que necesitamos es de 19 unidades hacia abajo y 18 unidades hacia la derecha ya que ésta es la medida que se requiere para que cuando se traslade el triángulo ABC, se pueda completar el espacio rojo que forma parte de Quetzalcóatl.



4. Toma el punto A y trasládalo 19 unidades hacia abajo y 18 unidades hacia la derecha, al punto que se obtiene denótalo con la letra A’ como se indica a continuación:



5. Realiza el mismo proceso con cada uno de los vértices que hacen parte del triángulo ABC que vamos a trasladar.

6. Una vez acabado de trasladar todos los puntos del triángulo ABC (Fig. a), es necesario unirlos con segmentos de recta (Fig. b) conservando el mismo orden de la figura inicial de la siguiente manera:

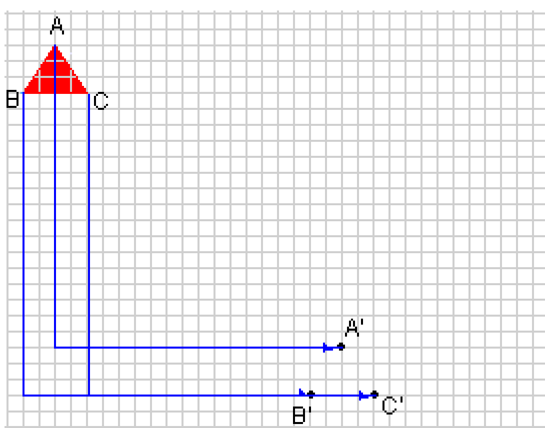


Fig. a

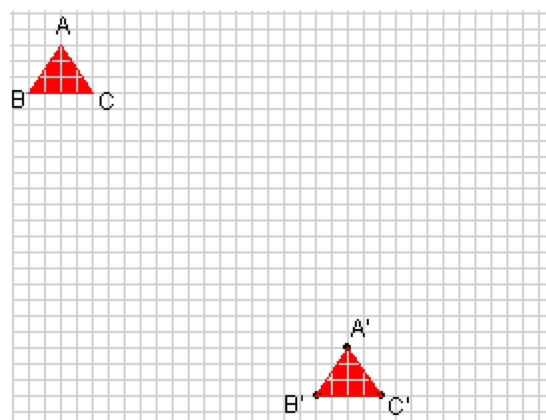


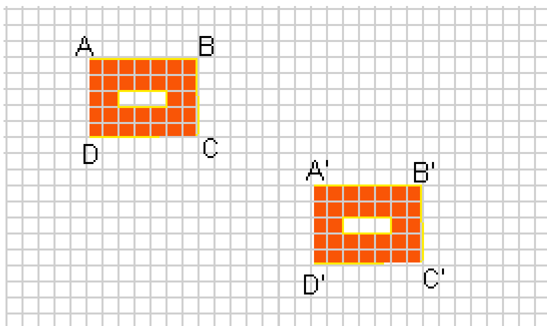
Fig. b

De las anteriores figuras (a y b) podemos concluir que el triangulo ABC se trasladó 19 unidades hacia abajo (↓) y 18 unidades a la derecha(→), convirtiéndose en el triángulo A’B’C’, además se puede notar que el triángulo A’B’C’ conservó el tamaño y la forma del triángulo ABC después de desplazarse en esta dirección:↘

ES HORA DE TRABAJAR

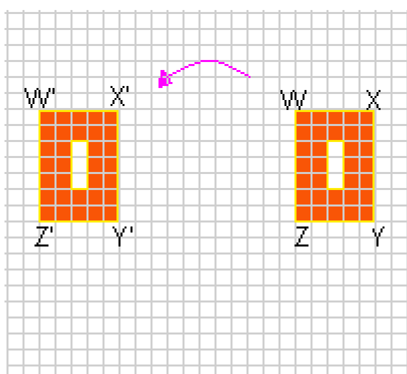
1. Con algunas figuras geométricas que se encuentran en Quetzalcóatl, se han realizado algunas traslaciones, indica la distancia, el sentido y la dirección producida en cada una de ellas.

a)



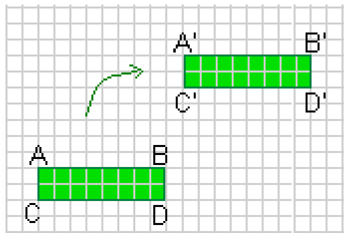
- DISTANCIA O MAGNITUD:
- DIRECCIÓN:
- Flecha:

b)



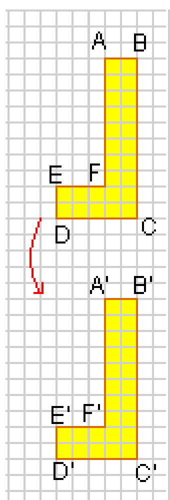
- DISTANCIA O MAGNITUD:
- DIRECCIÓN:
- Flecha:

c)



- DISTANCIA O MAGNITUD:
- DIRECCIÓN:
- Flecha

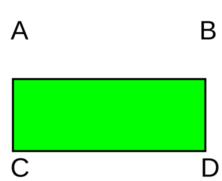
d)



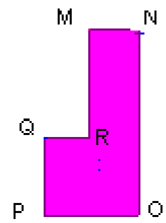
- DISTANCIA O MAGNITUD:
- DIRECCIÓN:
- Flecha:

2. Realiza las siguientes traslaciones teniendo en cuenta las indicaciones de cada numeral:

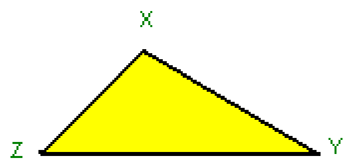
a) Dado el rectángulo ABCD, trasladarlo 3 cm hacia la derecha y 4 cm hacia arriba:



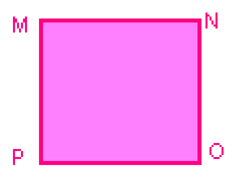
b) Dado el polígono MNOPQR, trasladarlo 4 cm hacia la izquierda y 6 cm hacia abajo.



c) Dado el triángulo XYZ, trasladarlo 7 cm hacia la izquierda y 3 cm hacia arriba:



d) Dado el cuadrado MNOP, trasladarlo 2 cm hacia la derecha y 5 cm hacia abajo:



5.1.3 Traslaciones en el plano cartesiano: "TRASLACIONES EN EL PLANO CON QUETZALCOATL"

- PROPOSITO

Con esta actividad se pretende dar a conocer la traslación de puntos, segmentos y polígonos en el plano cartesiano, utilizando para ello algunos figuras geométricas presentes en Quetzalcóatl.

- DESCRIPCION

En este proceso, se pretende utilizar la imagen de Quetzalcóatl para aplicar el concepto de traslación en el plano cartesiano, trasladando figuras geométricas básicas que aparecen en la Serpiente Emplumada.

SUGERENCIA DIDACTICA: En las siguientes actividades se muestra cómo TRASLADAR un punto dado, en el plano cartesiano.

LOGRO
Efectuar traslaciones de figuras geométricas en el plano cartesiano.

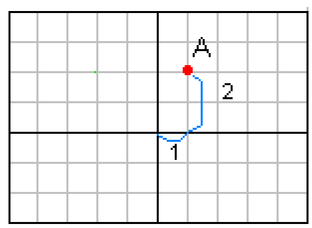
INDICADORES DE LOGRO:
• Construye movimientos de traslación en el plano e identifica las propiedades que se conservan en cada movimiento.

PASO 1

En este paso se quiere utilizar los dientes de Quetzalcóatl para efectuar la traslación de puntos en el plano.

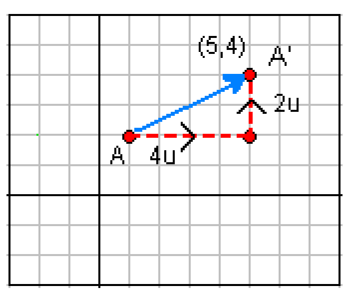
PRIMER EJEMPLO

Uno de los dientes de Quetzalcóatl se puede representar como un punto A en el plano cartesiano tal y como se indica a continuación:



Es fácil determinar que las coordenadas de este punto son 1 en el eje ***x*** y 2 en el eje ***y***, que simbólicamente sería (1,2).

Que tal si ahora decidimos trasladar el diente de Quetzalcóatl (el punto) 4 unidades en la dirección del eje ***x*** y 2 unidades en la dirección del eje ***y***. Al realizar este proceso se tendría:



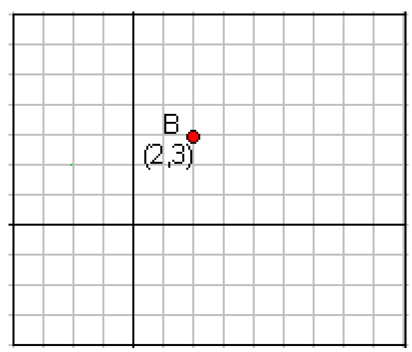
El nuevo punto que llamaremos A’ tiene como coordenadas 5 en el eje ***x*** y 4 en el eje ***y***, lo que se simboliza como (5,4), de ahí que podemos decir que el punto A cuyas coordenadas son (1,2) se traslado 4 unidades en el eje ***x*** y 2 unidades en el eje ***y*** convirtiéndose en el punto A de coordenadas (5,4).

La flecha azul que llamaremos VECTOR, muestra la trayectoria más corta entre A y A’.

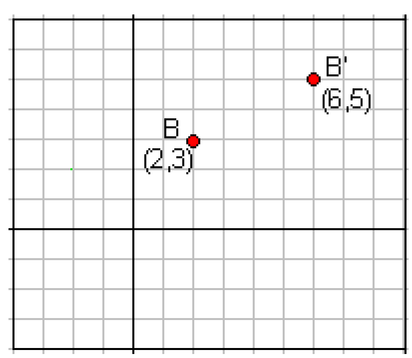
De ahí que la traslación suele representarse mediante un VECTOR, el cuál indica la dirección y la magnitud del desplazamiento.

SEGUNDO EJEMPLO

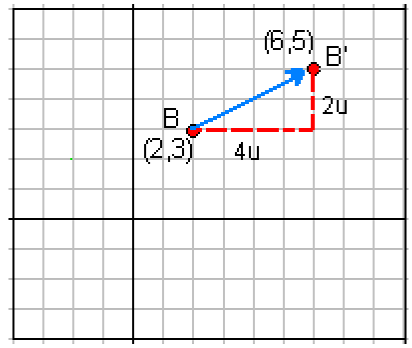
El otro diente de Quetzalcóatl que llamaremos B tiene como coordenadas, 2 en el eje ***x*** y 3 en el eje ***y***, lo que se simboliza como (2,3), tal y como se indica a continuación:



Necesitamos desplazarlo al punto B’ de tal manera que sus nuevas coordenadas sean (6,5), es decir, 6 en el eje ***x*** y 5 en el eje ***y***, tal y como se muestra a continuación:



Para ello, vamos a desplazarnos 4 unidades hacia la derecha en el eje ***x*** y 2 unidades hacia arriba en el eje ***y***, así:

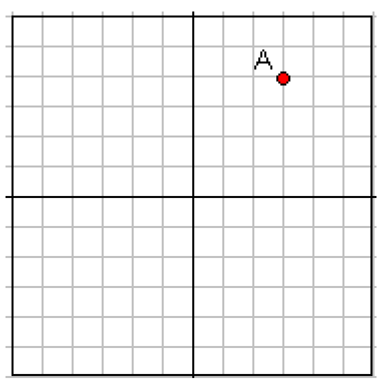


Se dirá que B' se obtuvo aplicándole a B una traslación de vector T(4,2). De esta manera podemos apreciar como teniendo la posición inicial y la posición final de un punto en el plano al cual se le ha aplicado una traslación, es posible hallar cuántas unidades tanto a la derecha (o la izquierda) como hacia arriba (o abajo) se ha desplazado dicho punto.

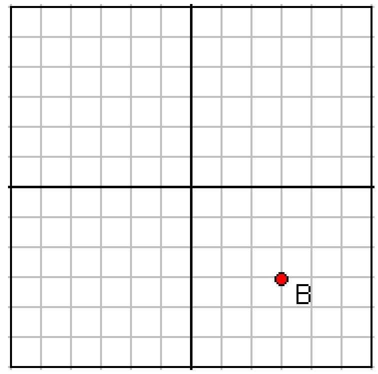
ES HORA DE TRABAJAR

1 En cada una de las siguientes figuras traslada el diente de Quetzalcóatl de acuerdo a las instrucciones dadas y determina las coordenadas que se obtuvieron después de trasladar los puntos:

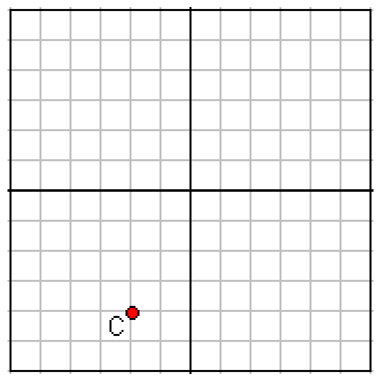
a. 5 unidades hacia la derecha y 3 unidades hacia abajo, es decir la traslación del vector (-5,-3).



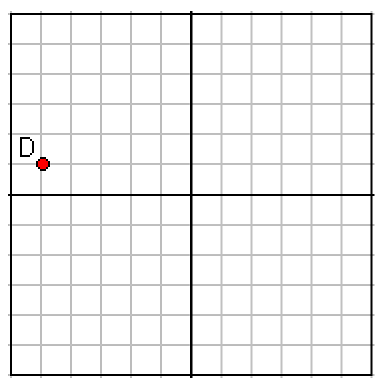
b. 4 unidades hacia la izquierda y 6 unidades hacia arriba, es decir el vector (-4,6).



c. 3 hacia la izquierda y 2 hacia arriba, es decir el vector (-3,2).

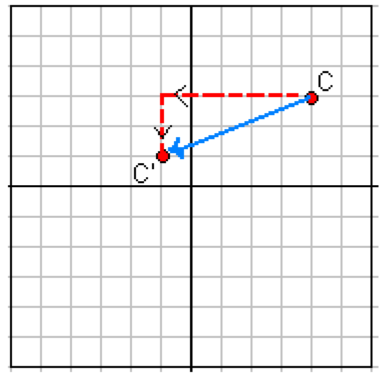


d. 2 unidades hacia la izquierda y unidades hacia abajo, es decir el vector (-2,-2).

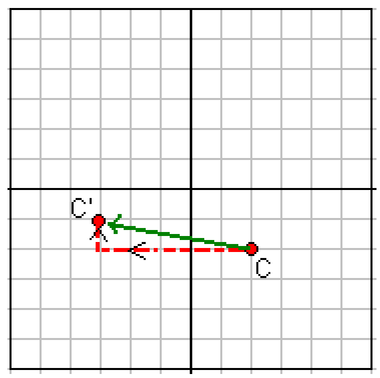


2. En las siguientes figuras señala la traslación de vector que permita llevar C en C’ y di cuántas unidades se ha avanzado en la dirección de cada eje para llevar C en C’:

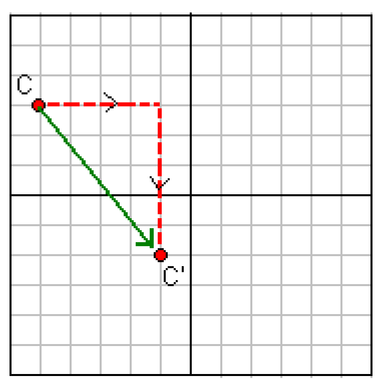
a.



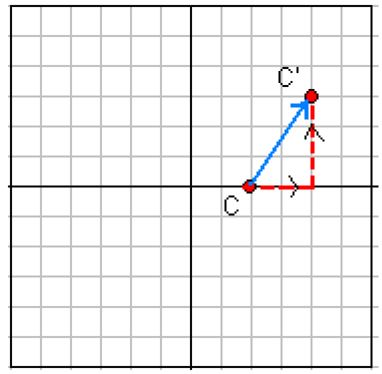
b.



c.



d.



PASO 2

En este paso se espera que el estudiante efectúe la traslación en el plano cartesiano de segmentos presentes en Quetzalcóatl.

SUGERENCIA DIDÁCTICA

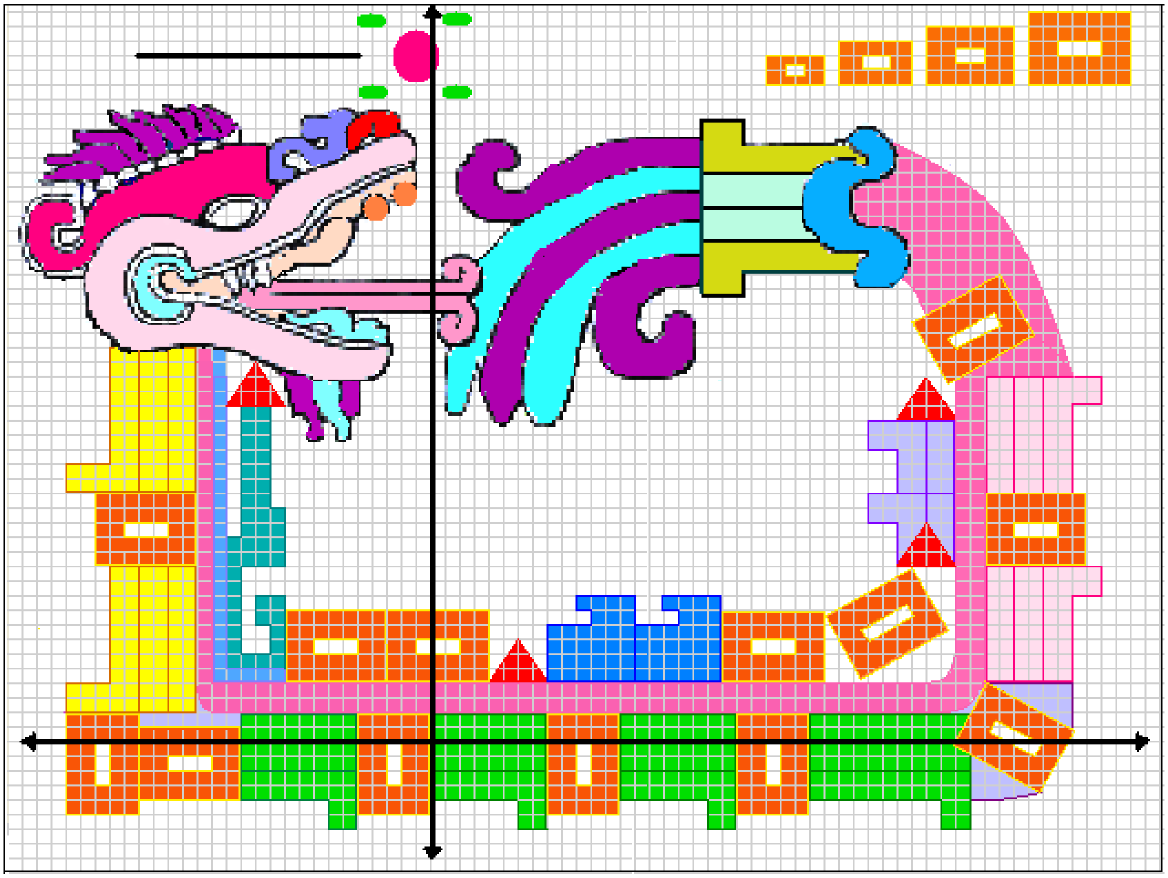
Para esta parte del proceso se empleará de nuevo la imagen de Quetzalcóatl, particularmente los segmentos que allí se encuentren para llevar a cabo su respectiva traslación en el plano cartesiano.

TRASLACIÓN DE SEGMENTOS

Para trasladar un segmento en el plano cartesiano debemos, primero, ubicar los puntos que se encuentran en los extremos de este, posteriormente realizar la respectiva traslación de cada uno de ellos y finalmente unirlos obteniendo de esta manera la traslación del segmento.

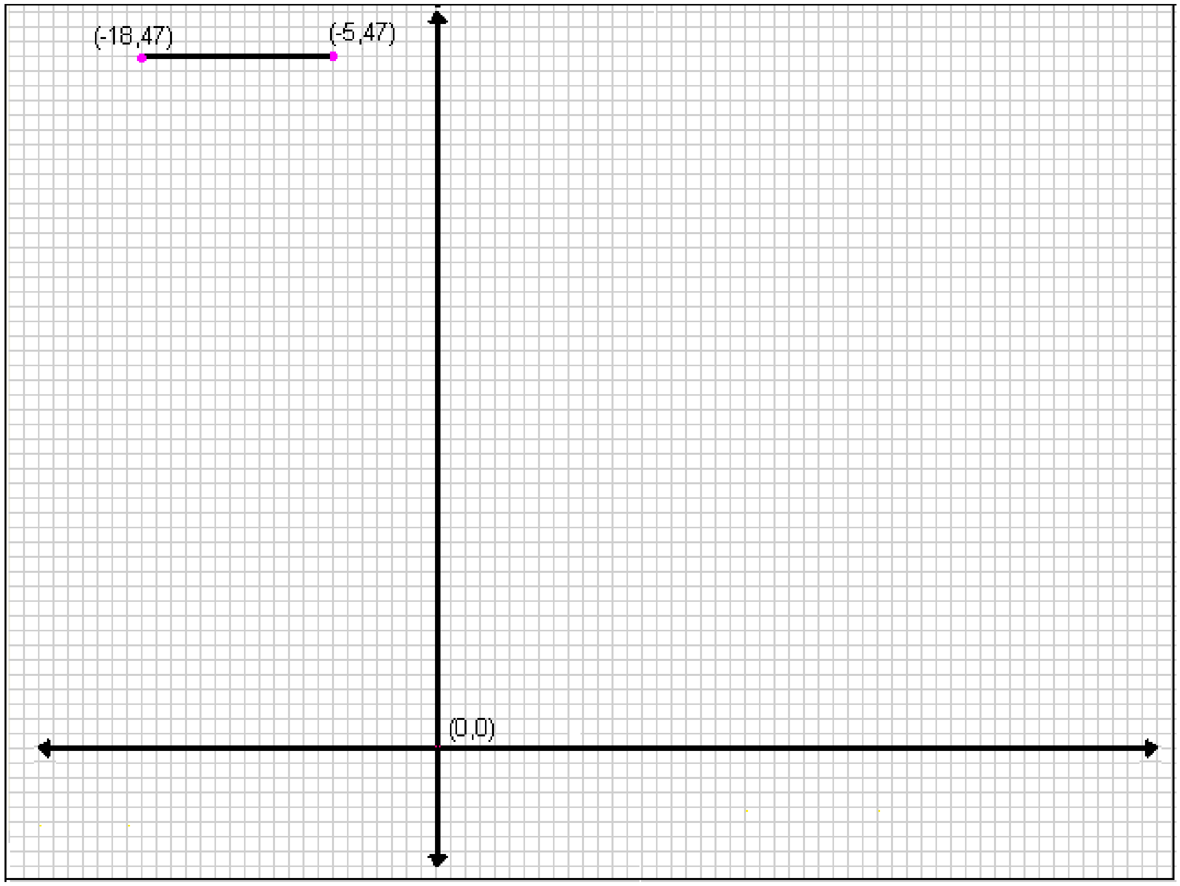
EJEMPLO PRIMERO

Observa detenidamente una de las cintas de color negro que se encuentra sobre la cabeza de Quetzalcóatl.



Como podrás darte cuenta, sólo aparece la cinta del lado izquierdo. Para encontrar la otra cinta que se ubica 23 unidades hacia la derecha con respecto a los dos extremos del segmento, emplearemos el concepto de traslación ; para ello necesitaremos realizar los siguientes pasos:

1. Ubicamos las coordenadas de los puntos que se encuentran en los extremos del segmento, tal y como se indica a continuación:

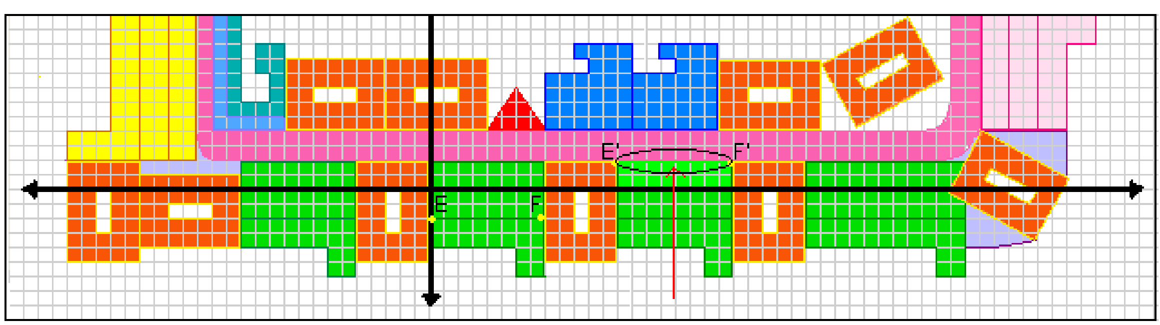


2. Trasladamos el punto del extremo izquierdo, 23 unidades a la derecha y 0 unidades hacia arriba, y el punto del extremo derecho, 23 unidades a la derecha y 0 unidades hacia arriba, es decir, se aplicó una traslación de vector de (23,0):

Es fácil notar que las coordenadas del punto trasladado de la izquierda son (3,47) y las del punto de la derecha son (26,47). Muy bien, así, con ayuda de la traslación, hemos encontrado la parte de la cinta que le hacia falta a la imagen de Quetzalcóatl.

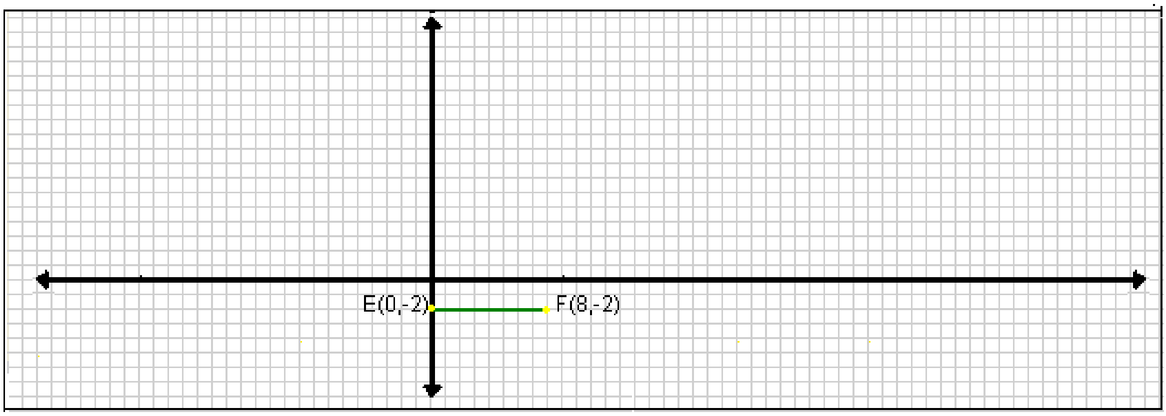
SEGUNDO EJEMPLO

Observa detenidamente la parte inferior de Quetzalcóatl en el plano:

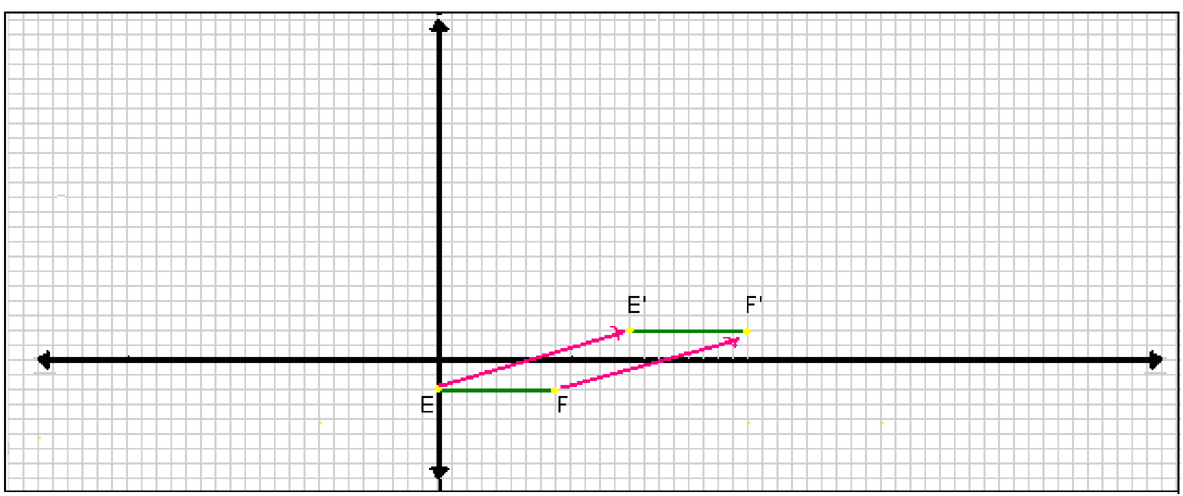


Puedes notar que en la parte inferior de la figura donde se ha dibujado un circulo negro hace falta el segmento E'F'. Pues bien, que tal si trasladamos el segmento EF, 5 unidades a la derecha y 2 unidades hacia arriba para encontrar el segmento E'F'. Para ello necesitaremos los siguientes pasos:

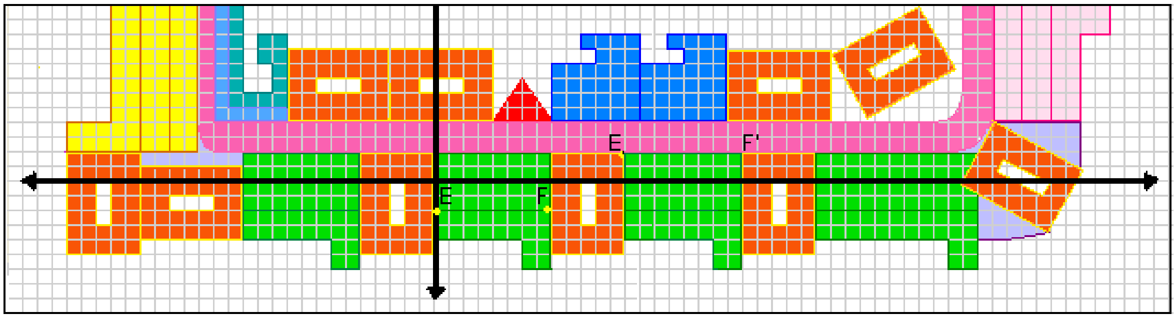
1: Ubicamos las coordenadas de los puntos que se encuentran en los extremos del segmento EF tal y como se indica a continuación:



2.: Trasladamos los puntos E(0,-2) y F(8,-2), 13 unidades a la derecha y 4 unidades hacia arriba, es decir, el vector de traslación tiene como componentes (13,4). Denotaremos entonces a los puntos trasladados como E' y F' respectivamente, para luego unirlos mediante un segmento, así:



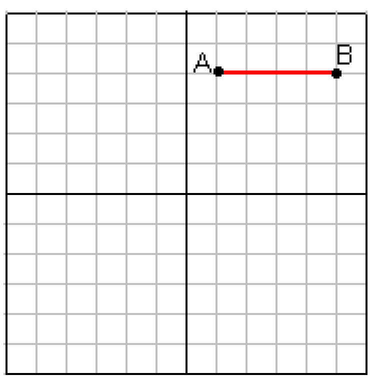
Paso 3: Ahora te presentamos la imagen completa de la parte inferior de Quetzalcóatl, después de haber realizado la traslación:



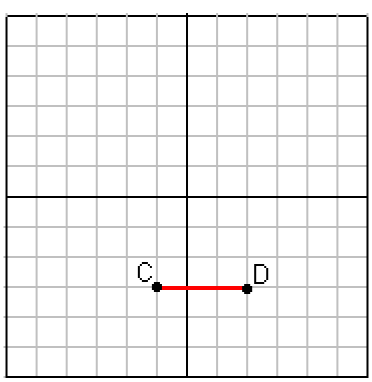
¡ES HORA DE TRABAJAR!

1. Traslada cada uno de los segmentos de acuerdo a las siguientes traslaciones de vector:

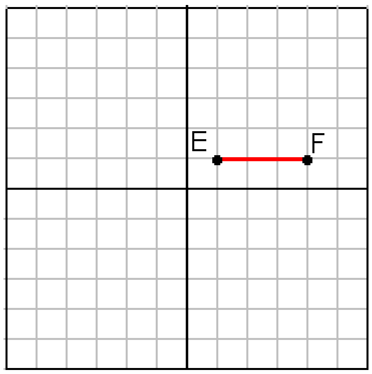
a) T_1 (-6,-5)



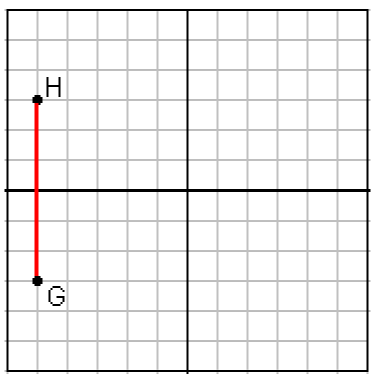
b) T_2 (-4,2)



c) T_3 (-6,-4)



d) T_4 (8,2)



PASO 3

En este proceso se persigue que el estudiante efectúe la traslación de polígonos en el plano cartesiano.

SUGERENCIA DIDÁCTICA

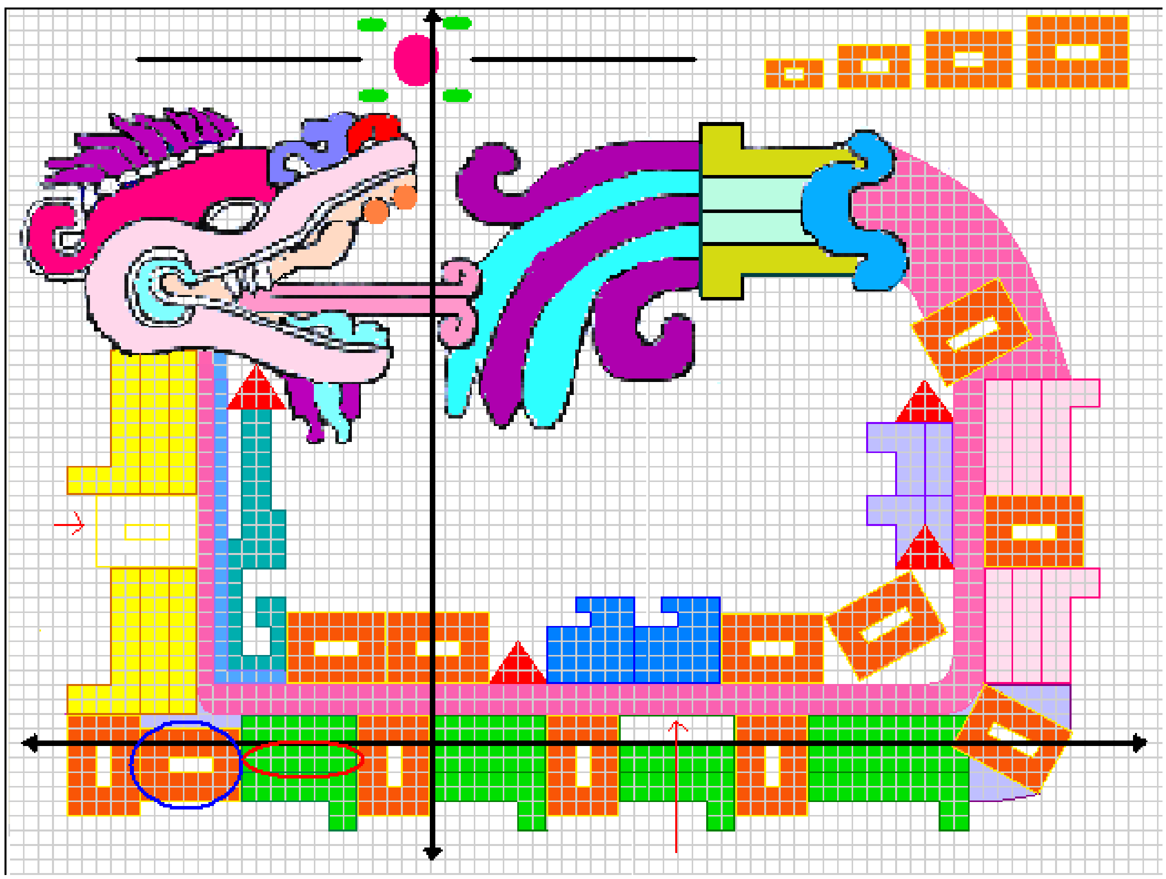
Para esta actividad se recurrirá básicamente a los polígonos que se encuentran presentes en la imagen de Quetzalcóatl para realizar su traslación en el plano cartesiano.

TRASLACIÓN DE POLIGONOS

Para trasladar Polígonos en el plano cartesiano debemos, ubicar primero, los puntos que se encuentran en cada uno de los vértices de este, para posteriormente realizar la respectiva traslación de cada uno de ellos y finalmente unir los segmentos que conforman el polígono trasladado de acuerdo a las coordenadas del vector que se utilice.

Recuerda que la traslación definida por un vector v, hace corresponder a cada punto A del plano otro punto A' tal que el vector definido por A y A' tiene la misma magnitud que el vector dado.

EJEMPLO PRIMERO: Observa detenidamente la imagen de Quetzalcóatl:



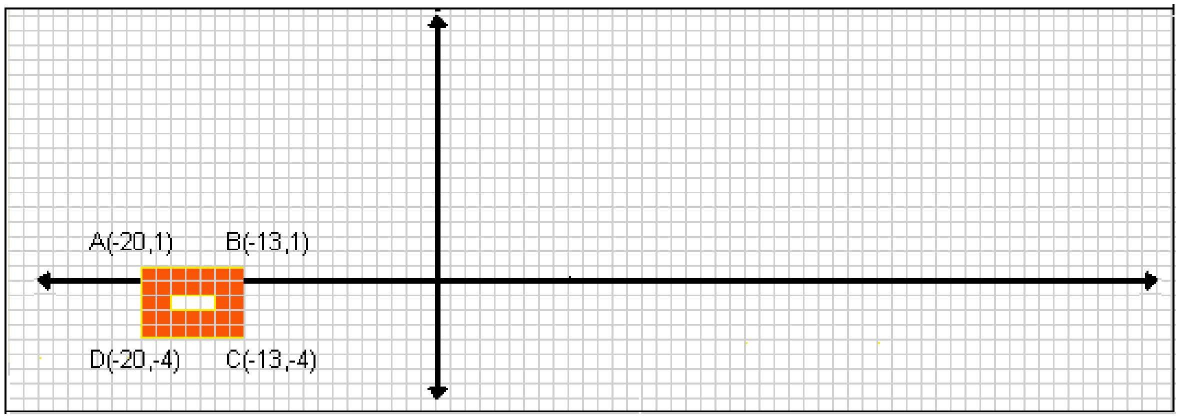
¿Puedes notar que en la figura hacen falta un rectángulo tomate y rectángulo verde? Que tal si utilizando la traslación completamos las figuras que hacen falta.

Para ello, lo primero que debemos hacer es escoger cuál de las dos figuras que hacen falta completamos primero. Nosotros empezaremos reconstruyendo el rectángulo tomate, escogiendo al rectángulo encerrado en un círculo azul como base para efectuar la traslación.

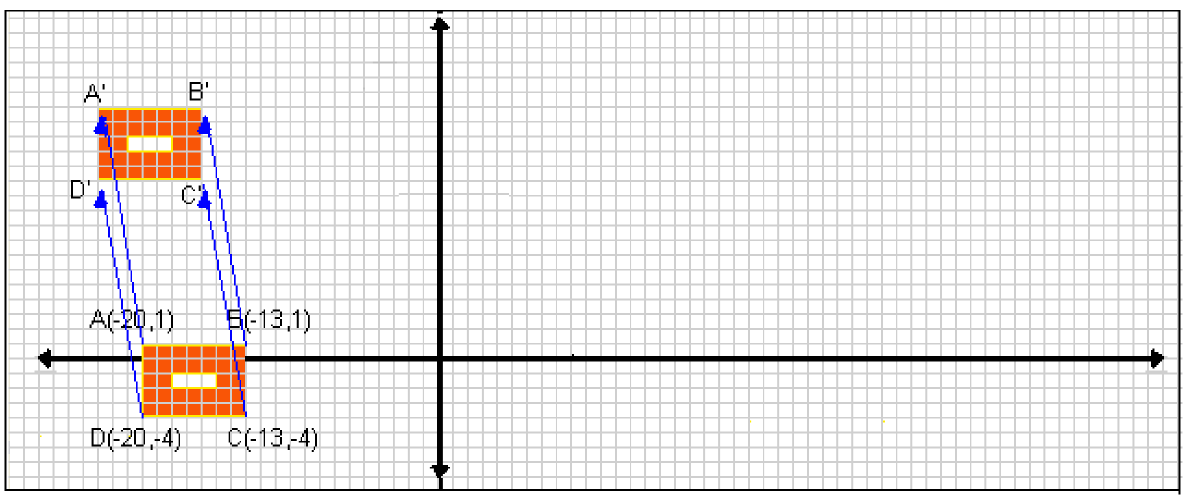
A continuación se indican los pasos que se deben seguir para efectuar esta traslación:

1. Trasladamos el rectángulo encerrado en un círculo azul con un vector de traslación de coordenadas (-3,16). Para ello ubicamos primero, los puntos

que se encuentran en cada uno de los vértices de este, de la siguiente manera:

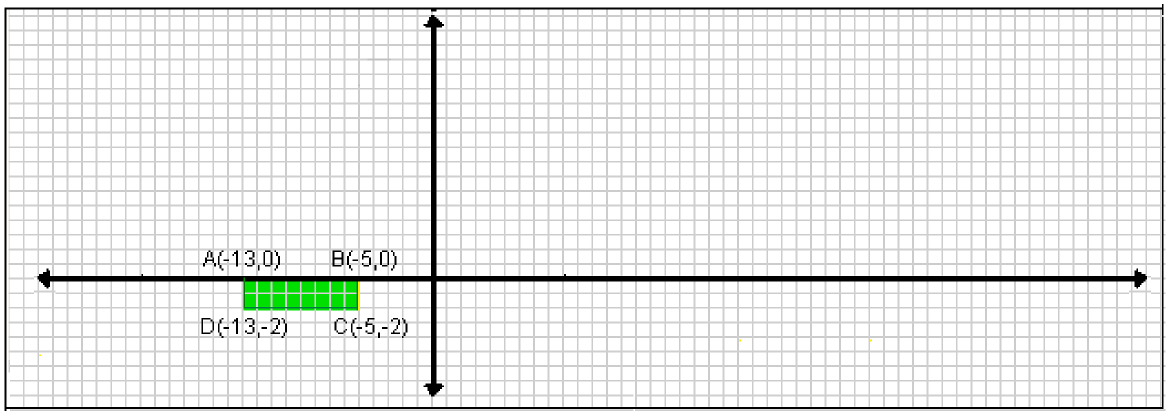


2. Después realizamos la respectiva traslación de cada uno de los vértices para finalmente unir los segmentos que conforman el polígono trasladado de acuerdo al vector que se utilizó, en este caso (-3,16).

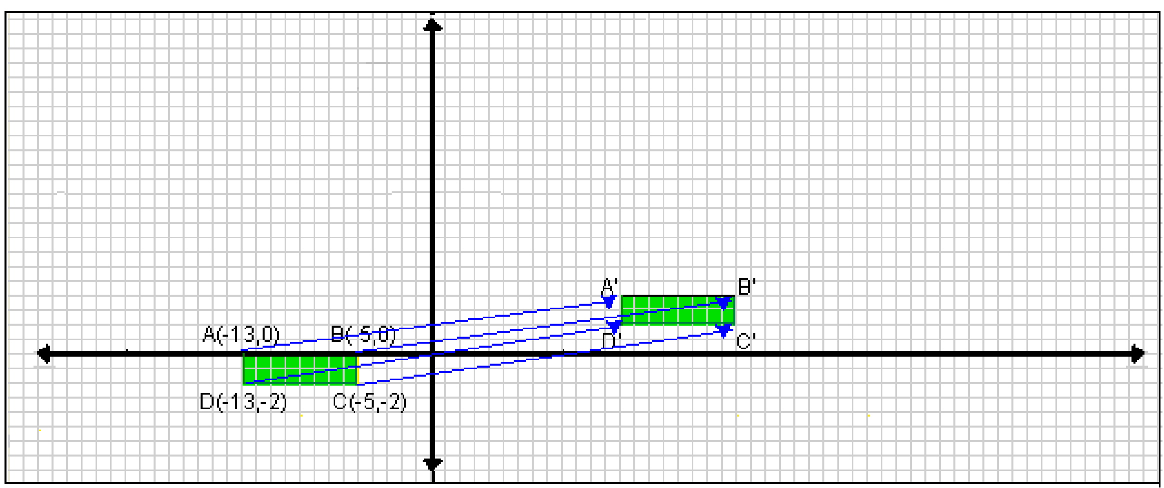


Ahora, nos queda por completar el rectángulo verde que le hace falta a la parte inferior que le hace falta a la imagen de Quetzalcóatl; para ello vamos a trasladar el rectángulo verde encerrado en un círculo rojo efectuando los siguientes pasos:

1. Traslademos el rectángulo encerrado en un círculo rojo con un vector de traslación de coordenadas (26,4). Para ello ubicamos primero, los puntos que se encuentran en cada uno de los vértices de este, de la siguiente manera:



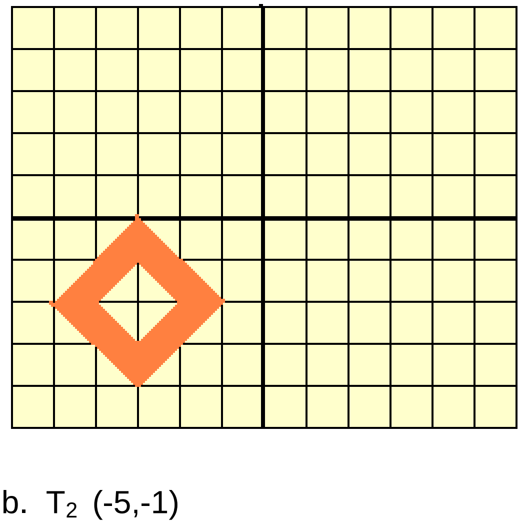
2. A continuación realizamos la respectiva traslación de cada uno de los vértices para finalmente unir los segmentos que conforman el polígono trasladado de acuerdo al vector que se utilizó en este caso (26,4):



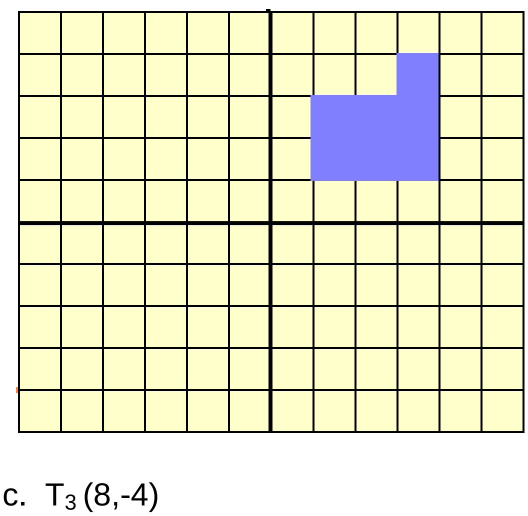
¡ES HORA DE TRABAJAR!

1. Dados los siguientes polígonos traslada cada uno de ellos de acuerdo a las siguientes traslaciones de vector:

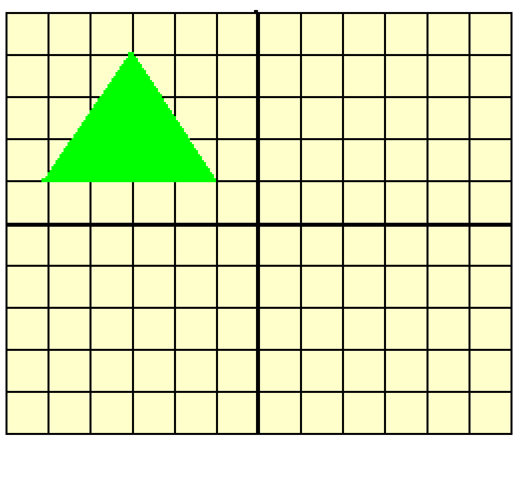
a. T_1 (2,3)



b. T_2 (-5,-1)



c. T_3 (8,-4)



5.1.4 Composición de Traslaciones en el plano cartesiano: “COMPONIENDO TRASLACIONES EN EL PLANO CON QUETZALCOATL”

- PROPOSITO

En esta parte del proceso se tratara de sugerir algunas actividades para el desarrollo del concepto de composición de traslaciones utilizando para ello algunas figuras geométricas presentes en Quetzalcóatl.

- DESCRIPCION

Para el desarrollo de esta temática específica se han desarrollado los siguientes pasos:

PASO 1

En este paso se quiere utilizar las figuras geométricas presentes en Quetzalcóoatl para efectuar la composición de traslaciones en el plano.

SUGERENCIA DIDACTICA

En las siguientes actividades se muestra cómo se realiza la COMPOSICIÓN DE TRASLACIONES de polígonos en el plano cartesiano, comenzado por la formalización del concepto.

LOGRO
Comprender el significado de composición de traslaciones.

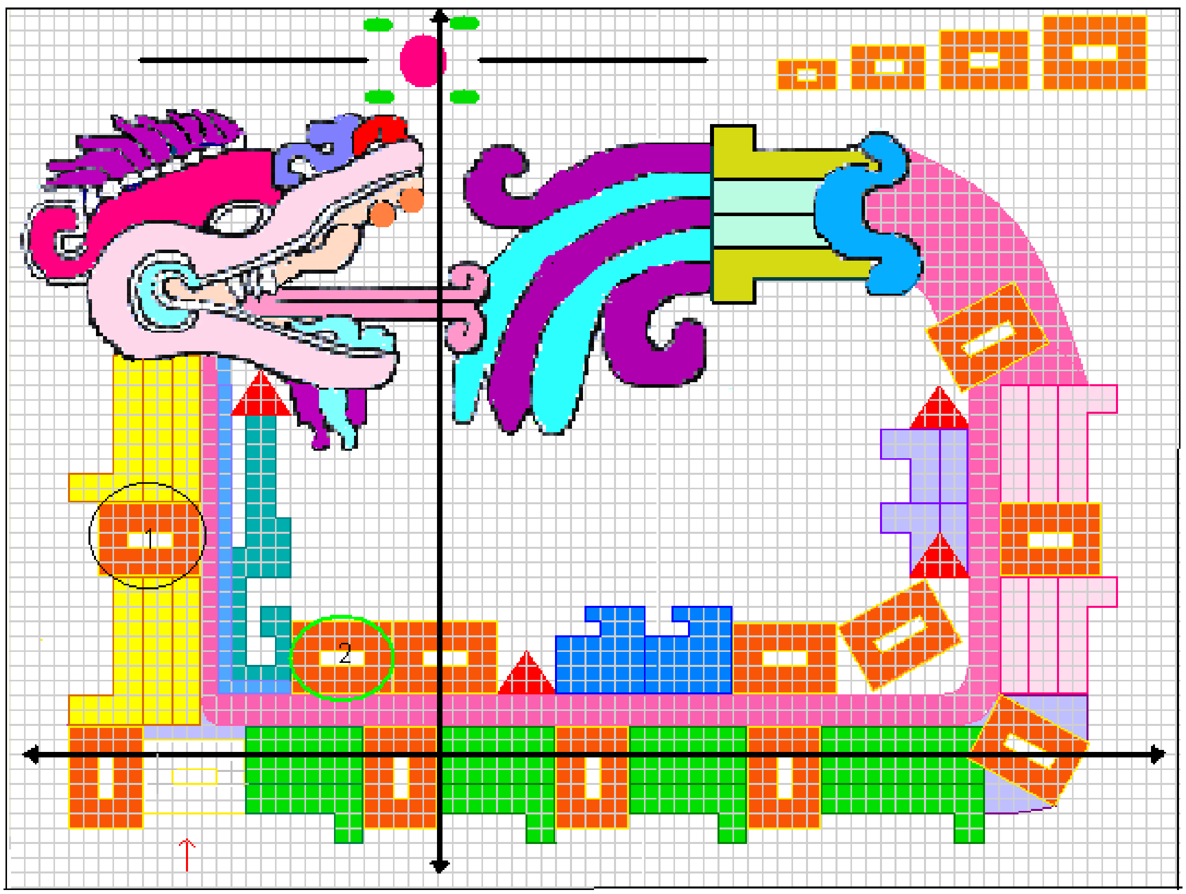
INDICADORES DE LOGRO:
• Hace uso adecuado de la composición de traslaciones en la reconstrucción de diversas figuras geométricas presentes en Quetzalcóatl.

COMPOSICIÓN DE TRASLACIONES

La composición de traslaciones consiste en aplicar dos o mas traslaciones a una figura geométrica dada; aplicando en primer lugar una primera traslación a la figura inicial con un vector dado, luego se aplica una segunda traslación con otro vector y así sucesivamente hasta obtener la figura final que se deseaba trasladar.

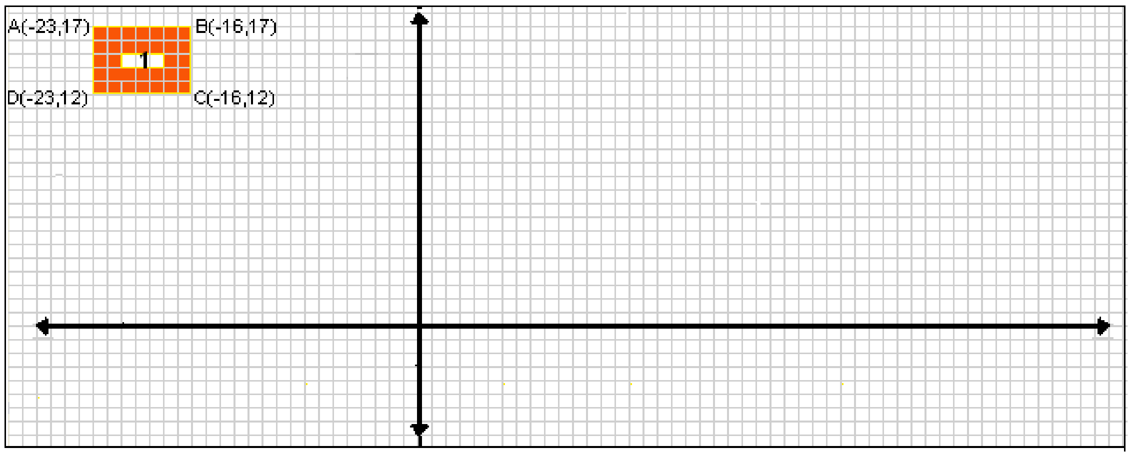
EJEMPLO PRIMERO

Observa detenidamente la imagen de Quetzalcóatl:

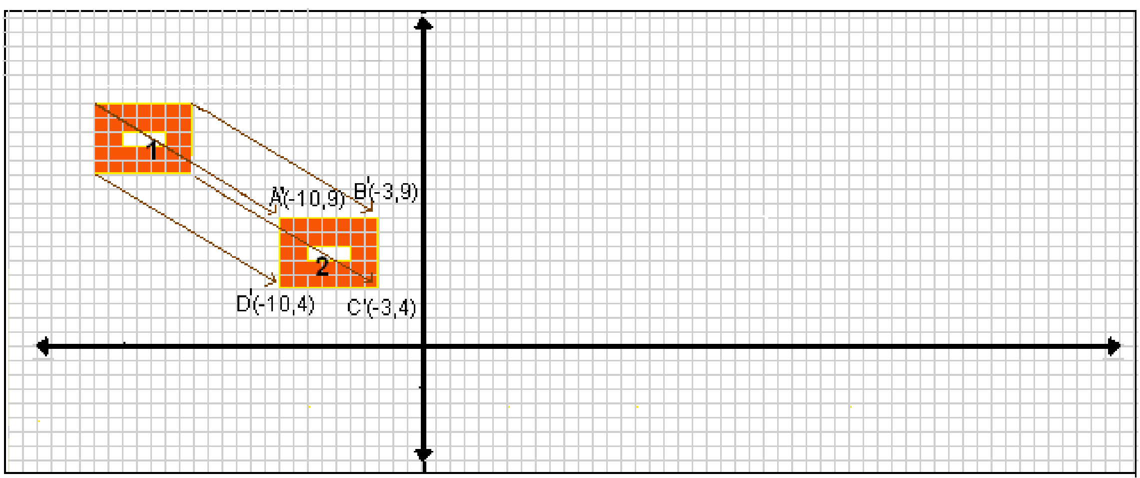


Puedes notar que la flecha roja sobre la imagen nos hace notar que falta un rectángulo tomate. Que tal si utilizando la composición de traslaciones, lo completamos. Para ello hemos escogido el rectángulo tomate encerrado en un círculo negro que llamaremos 1 y el rectángulo tomate encerrado en un circulo verde que llamaremos 2, para encontrar el rectángulo que hace falta. En este sentido debemos seguir los siguientes pasos:

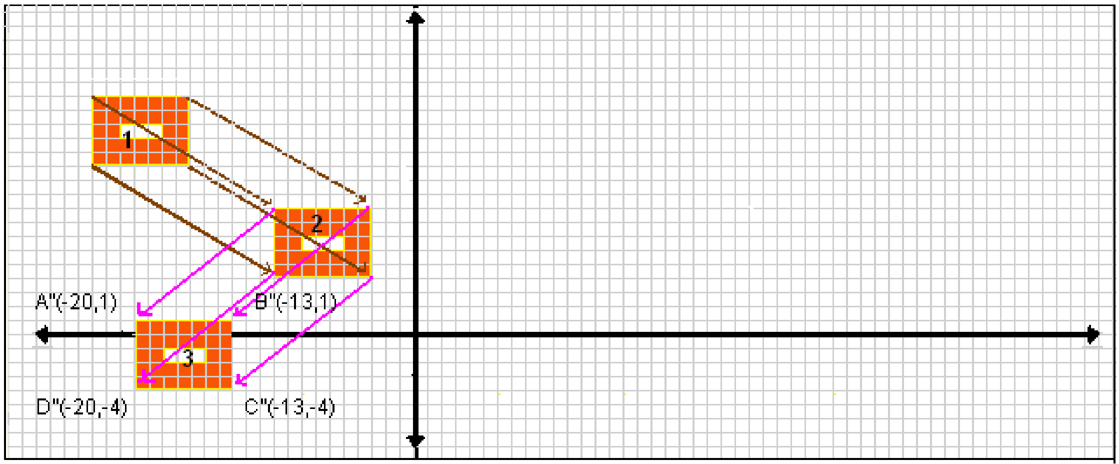
1. Traslademos el rectángulo 1 con un vector de traslación de coordenadas $T_1(13,8)$. Para ello ubicamos primero, los puntos que se encuentran en cada uno de los vértices del polígono, de la siguiente manera:



2. Después realizamos la respectiva traslación de cada uno de los vértices del rectángulo azul de acuerdo al vector $T_1(13,8)$ para finalmente unir los segmentos que conforman el rectángulo trasladado el cual llamamos 2:



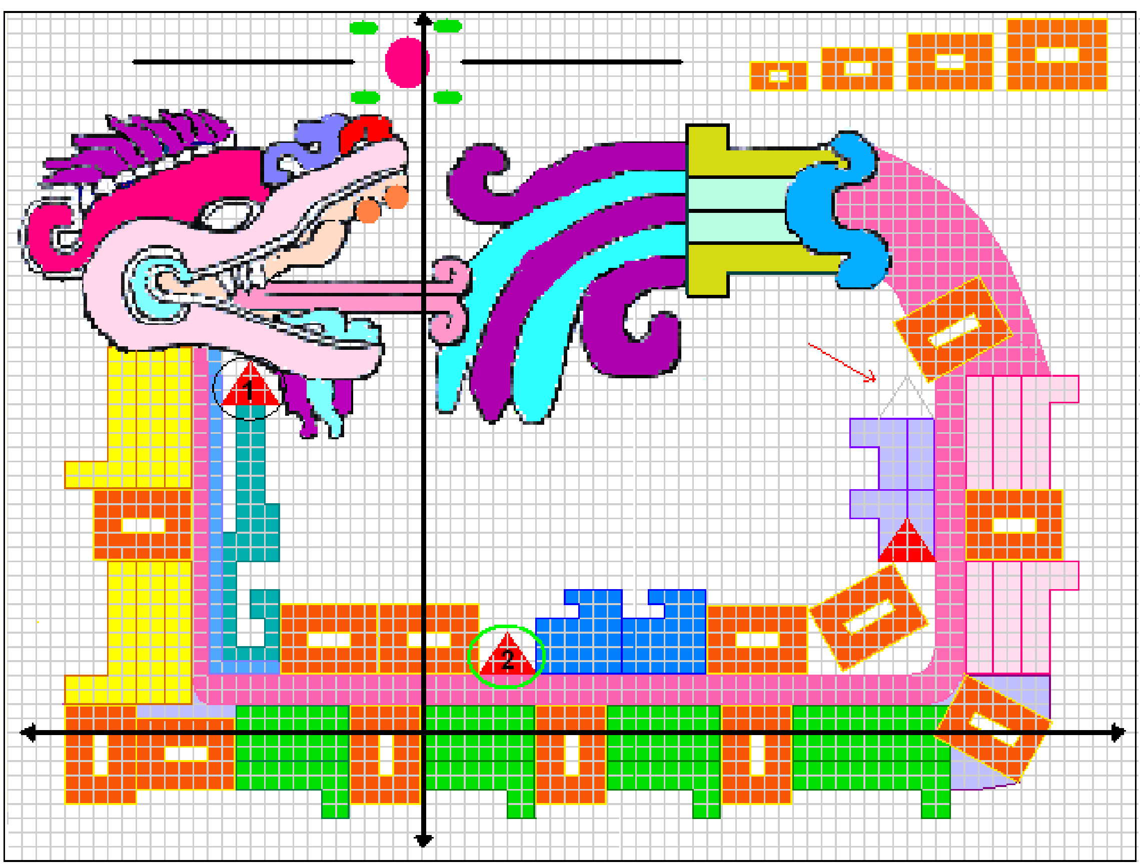
3. Por último realizamos la respectiva traslación de cada uno de los vértices del rectángulo 2 de acuerdo al vector $T_2(-10,-8)$ para finalmente unir los segmentos que conformarían el rectángulo que llamaremos 3.



Comparando el rectángulo 1 con el rectángulo 3 se observa que, el rectángulo 1 se sometió en primer lugar a una traslación $T_1(13,8)$ obteniendo así el rectángulo 2; a continuación se le aplicó al rectángulo resultante (2) una nueva traslación $T_2(-10,-8)$ obteniendo de esta manera el rectángulo 3.

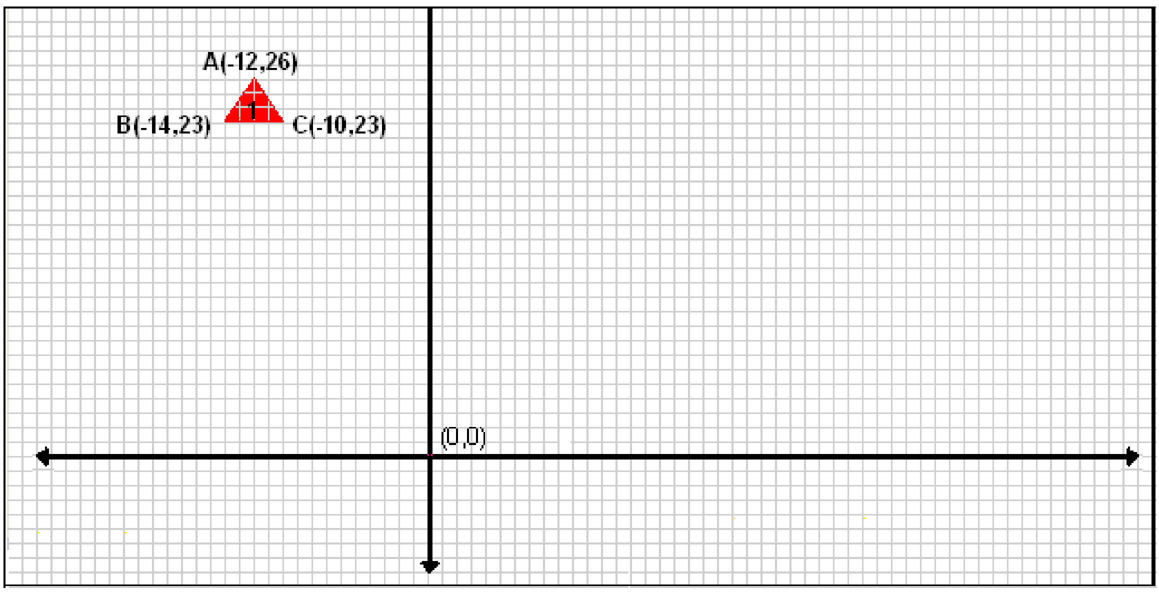
SEGUNDO EJEMPLO

Observa detenidamente la imagen de Quetzalcóatl:

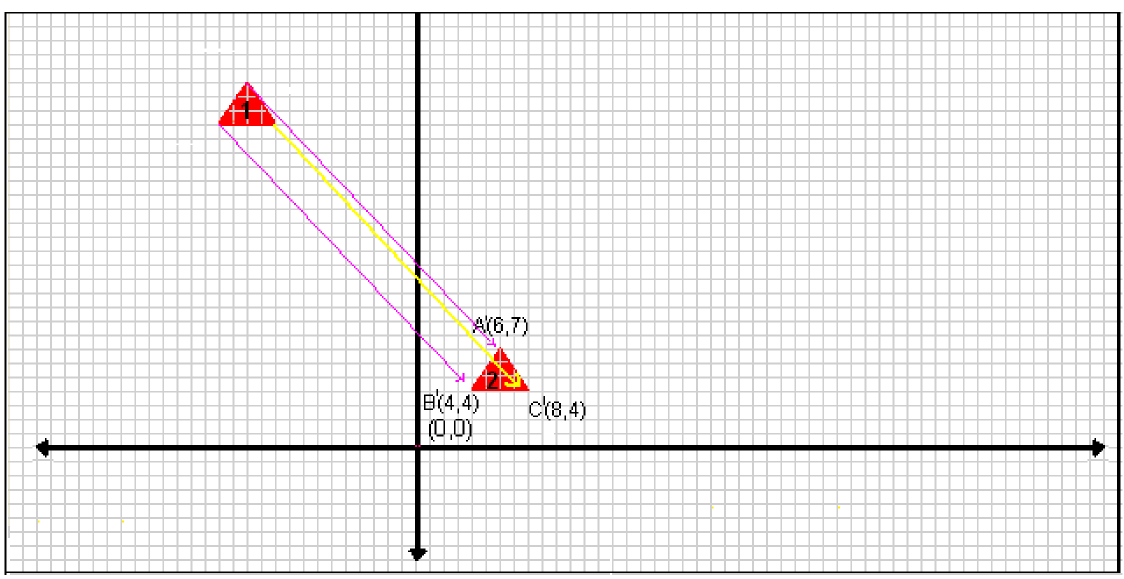


¿Puedes notar que la flecha roja sobre la imagen nos hace notar que falta un triángulo rojo? Que tal si utilizando la composición de traslaciones, lo completamos. Para ello hemos escogido el triángulo encerrado en un círculo negro que llamaremos 1 y el triángulo encerrado en un circulo verde que llamaremos 2, para encontrar el triángulo rojo que hace falta. En este sentido debemos seguir los siguientes pasos:

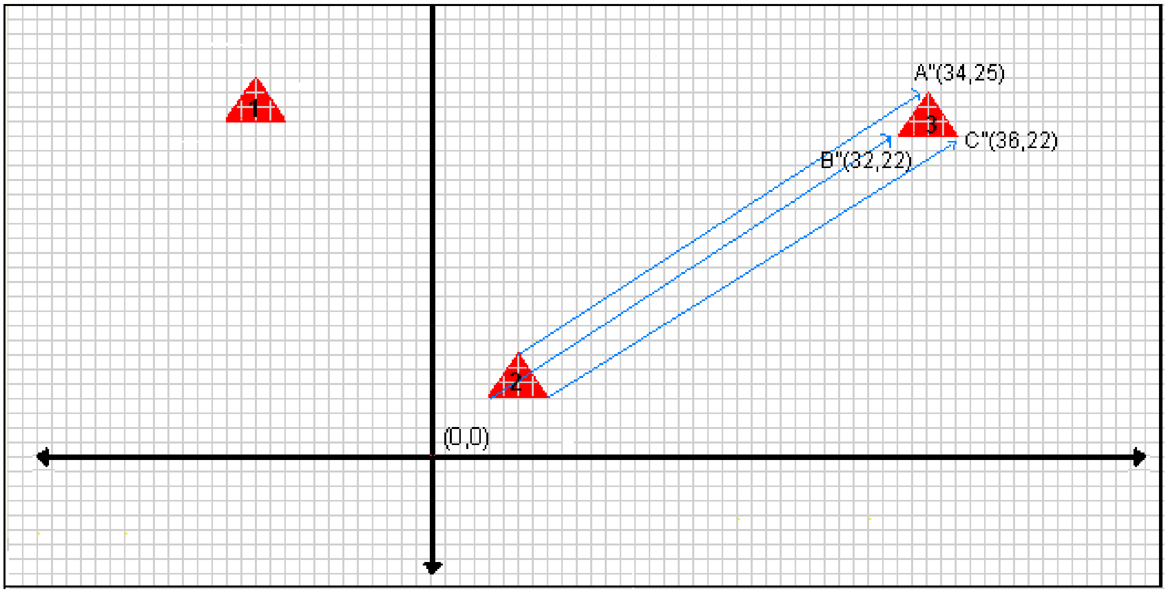
1. Traslademos el triángulo 1 con un vector de traslación de coordenadas $T_1(19,18)$. Para ello ubicamos primero, los puntos que se encuentran en cada uno de los vértices del polígono, de la siguiente manera:



2. Después realizamos la respectiva traslación de cada uno de los vértices del triángulo de acuerdo al vector $T_1(19,18)$ para finalmente unir los segmentos que conforman el rectángulo trasladado el cual llamamos 2:



Por último realizamos la respectiva traslación de cada uno de los vértices del triángulo 2 de acuerdo al vector $T_2(28,18)$ para finalmente unir los segmentos que conformarían el triángulo que llamaremos 3.

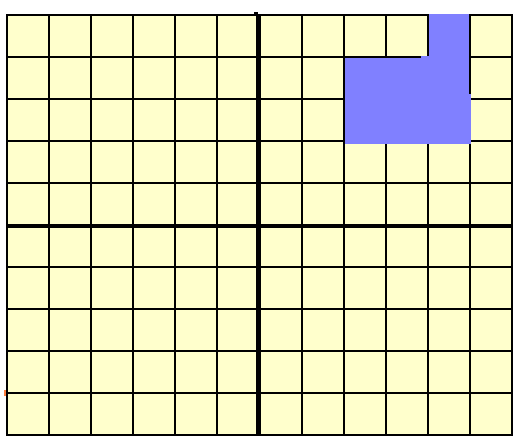


Comparando el triángulo 1 con el triángulo 3 se observa que, el triángulo 1 se sometió en primer lugar a una traslación $T_1(19,18)$ obteniendo así el triángulo 2; a continuación se le aplicó al triángulo resultante (2) una nueva traslación $T_2(28,18)$ obteniendo de esta manera el triángulo 3.

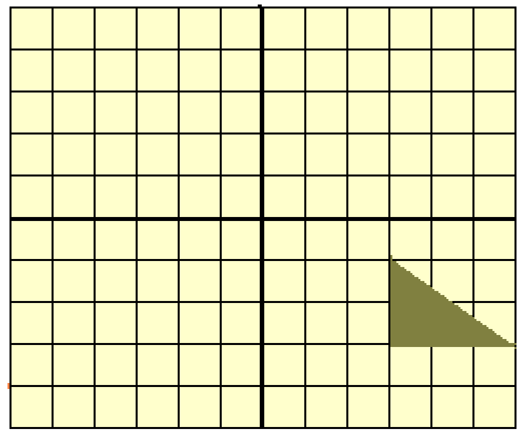
¡ES HORA DE TRABAJAR!

Dados los siguientes polígonos efectúa la composición de traslaciones de cada uno de ellos en el orden que se indique:

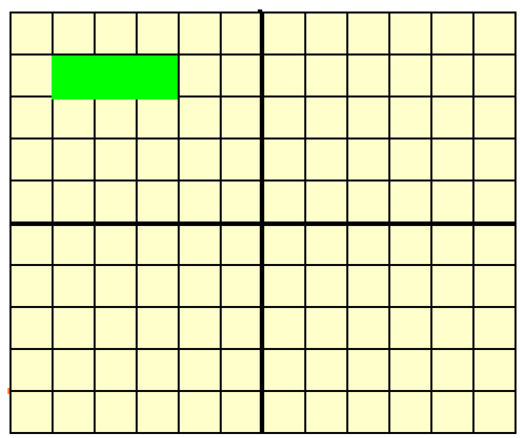
a. Primero aplicar $T_1(-7,-6)$ luego T_2 $(3,1)$



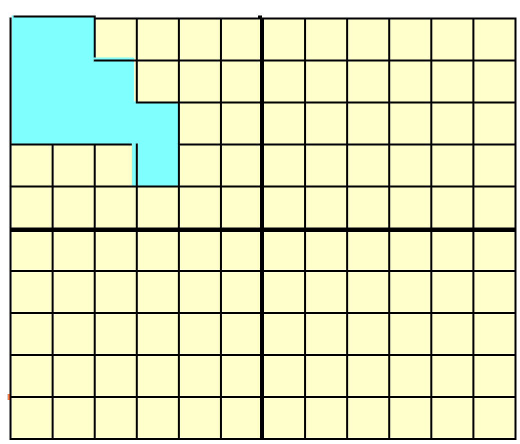
b. Primero aplicar $T_1(-6,4)$ luego T_2 $(2,-1)$



c. Primero aplicar $T_1(0,-7)$ luego T_2 $(8,5)$



d. Primero aplicar $T_1(6,-1)$ luego T_2 $(-8,-2)$



5.1.5 Actividad de refuerzo: “REALIZANDO TRASLACIONES EN EL CIELO MAYA”.

- PROPOSITO

Motivar a los estudiantes con una interesante información del cielo maya; sobre una matriz que ellos aplicaron para desentrañar los misterios del tiempo y del cielo, con el fin de hacer un repaso de toda la temática vista hasta el momento en lo referente a traslaciones y sus componentes.

- DESCRIPCION

En este proceso se brindará un espacio en el que se dará a conocer la información correspondiente del cielo maya para que el estudiante se relacione con la astronomía de esta cultura y a través de ella empiece a desarrollar actividades de refuerzo sobre traslaciones y sus componentes, todo ello utilizando un material que le permita al estudiante manipular las figuras geométricas presentes en el geoplano maya. Para el desarrollo de la temática de refuerzo se han planteado los siguientes pasos:

PASO 1

En este paso se realizará la lectura del cielo maya en grupos de 2 personas con el objetivo de que los estudiantes se relacionen con algunos aspectos de la astronomía maya.

SUGERENCIA DIDACTICA: En esta parte de la actividad, la información del cielo maya se dará a conocer a través de una lectura con un lenguaje sencillo y ameno que le permita al estudiante tener una idea clara sobre la astronomía maya, además de contar con ilustraciones que hacen agradable su lectura.

LOGRO
Usar los conocimientos conceptuales asociados a la traslación y todos sus componentes para resolver diversos ejercicios.

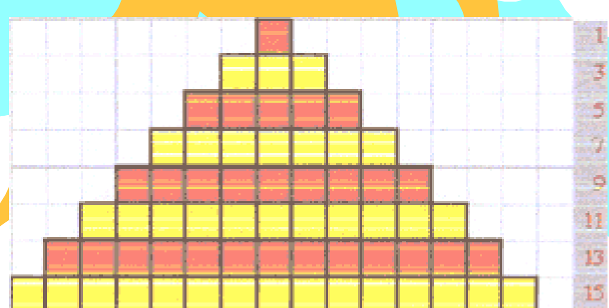
INDICADORES DE LOGRO:
• Reflexiona sobre la importancia que tuvo la astronomía para la cultura maya.
• Utiliza el geoplano maya para realizar actividades que permitan consolidar el concepto de traslación.
• Participa activamente en las actividades programadas.

EL CIELO MAYA

Para todos los pueblos empeñados en conocer las estrellas, el cielo nocturno no solo produjo una gran fascinación sino también innumerables problemas. ¿Cómo se movía el sol? ¿Cómo se movía la luna? ¿Cómo se movían esa cinco extrañísimas estrellas que no eran fijas? ¿Por qué no eran fijas?

Todos los pueblos de astrónomos se enfrentaron a los mismos y complejos dilemas y con frecuencia pasaron mucho tiempo empeñados en resolverlos. Los Mayas (y los aztecas luego) no serian la excepción. Enfrentados a estos retos, le dieron una solución muy original a los conflictos. Para observar el cielo con la mayor rigurosidad aplicaron las técnicas y las artes que habían aprendido en otra disciplina del conocimiento en la cual tenían gran desarrollo. Recurrieron a su conocimiento en la fabricación de telas. Los métodos y las técnicas desarrollados en los telares fueron llevados a la astronomía. Literalmente tejieron el cielo como si se tratara de una urdimbre. Tenemos entonces, un pueblo que, posiblemente varios siglos antes de cristo ya utilizaba matrices para aplicarlas a desentrañar los misterios del tiempo y del cielo. Pero una matriz por si sola sigue siendo un espacio abierto, donde cada espacio es idéntico al otro, donde no hay diferenciación y por lo tanto los errores a la hora de registrar fenómenos celestes pueden ser corrientes.

Una curiosa observación
El uso de matrices los llevó a realizar un hallazgo que tuvo una enorme repercusión en el mundo maya. Descubrieron que al expresar los números en forma de pirámides se facilitaban enormemente los cómputos. El cielo seguía viéndose como una trama donde la base de la pirámide representaba el horizonte.

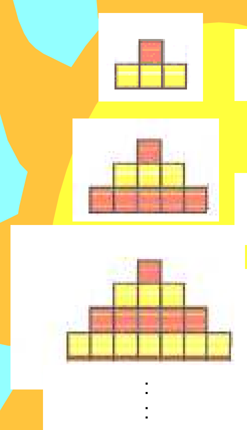


La observación era muy simple y sin embargo tenía un gran potencial de desarrollo. Simplemente habían descubierto que al expresar los números en forma de pirámides estos se ordenaban de arriba hacia abajo mediante una secuencia de números impares. Al descender de la cúspide de la pirámide escalonada contamos en las filas 1, 3, 5, 7, 9...etc.

De lo impar a lo cuadrado

Si contamos en las filas, la pirámide era una representación de los números impares, pero debió haberles llamado la atención saber que si contamos los números impares acumulados obtenemos los números al cuadrado. Como lo decíamos anteriormente, aún no conocemos el símbolo que utilizaron (si es que lo hicieron) para expresar los números al cuadrado. Sin embargo si contamos con una voluminosa información sobre números al cuadrado expresados en forma de pirámides. Es precisamente en las telas donde se guarda la información y esta tradición sobrevive hasta la actualidad.

Si contamos, en la anterior figura, los espacios de la pirámide en forma acumulativa, de arriba hacia abajo obtenemos números al cuadrado.



$= 2^2 = 4$

$= 3^2 = 9$

$= 4^2 = 16$

⋮

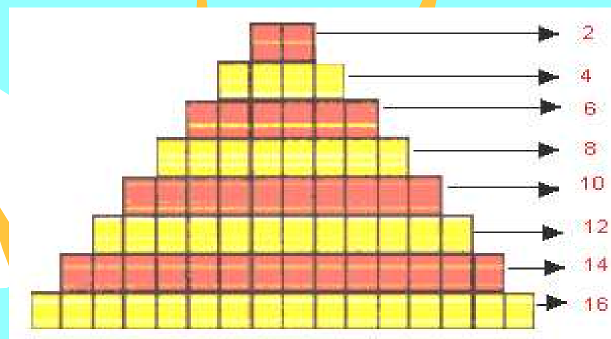
Números pares

No todas las pirámides expresaban los números impares. Muy pronto deben haber descubierto la forma de expresar los números pares. Ese es sin duda un conocimiento que viene de la escuela de los telares. Tanto en la forma de preparar la urdimbre como en el uso de los telares de palitos, que son los más tradicionales, nos encontramos los juegos entre lo par y lo impar. Las investigaciones sobre las formas de tejer lo expresan con la mayor claridad:

> *"Cuando se procede a ejecutar un tejido sencillo, del tipo uno arriba, uno abajo, no existen sino dos posibilidades: los elementos impares se encuentran arriba y los pares abajo, proporcionando de esta manera un espacio entre las dos capas de hilos, para el paso de la bobina"*

Todo lo relativo a las informaciones sobre las formas de tejer está inmerso dentro de las relaciones entre lo par y lo impar. Es legendaria incluso en la actualidad la extraordinaria maestría de las tejedoras guatemaltecas. Muchos museos en todo el mundo guardan las telas mayas como obras de arte.

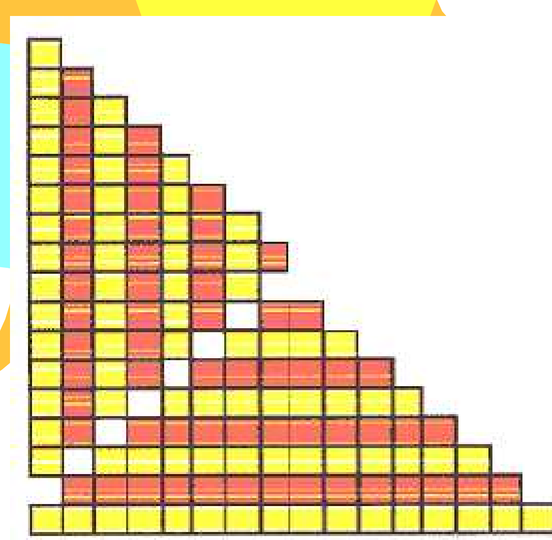
Se tiene entonces que los números pares también aparecen como un diseño piramidal.



De esta manera tenemos ya expresados de manera gráfica los números pares y los números impares. Tanto para los tejedores como para los astrónomos se abría un campo de grandes posibilidades. En ambas disciplinas es preciso desarrollar diversos sistemas de cómputo para ubicarse en el espacio con facilidad. Para los tejedores el problema es como contar para ubicar los hilos de colores con exactitud. Para los astrónomos el problema era el como contar para seguir la ruta de los planetas.

La mitad del cielo

La suma de lo par y lo impar se convirtió en la representación de la mitad del cielo como se observa en la figura:



Eso significa que lo que en determinado momento se vio como un espacio cuadrado (segundo mapa del cielo) podía representarse en forma piramidal guardando los valores originales o expresando nuevos valores.

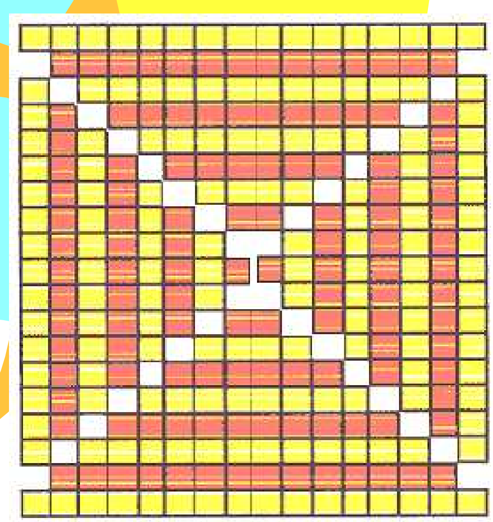
Desde el punto de vista simbólico, que en la cultura maya era de gran importancia, lo par y lo impar se convirtió en la expresión de los dos elementos o energías que conforman la dualidad.

La dualidad se expresa con los dos elementos de un sistema de significados polivalentes: par-impar, noche-día, bajo-alto, luna-sol, oscuro-luminoso, femenino-masculino, etc.

En determinado momento lo par se puede convertir en impar y viceversa, depende de la perspectiva desde la que se mire el objeto de estudio. Pero en términos de construcción del espacio, la dualidad solo es la mitad de la información que requerimos.

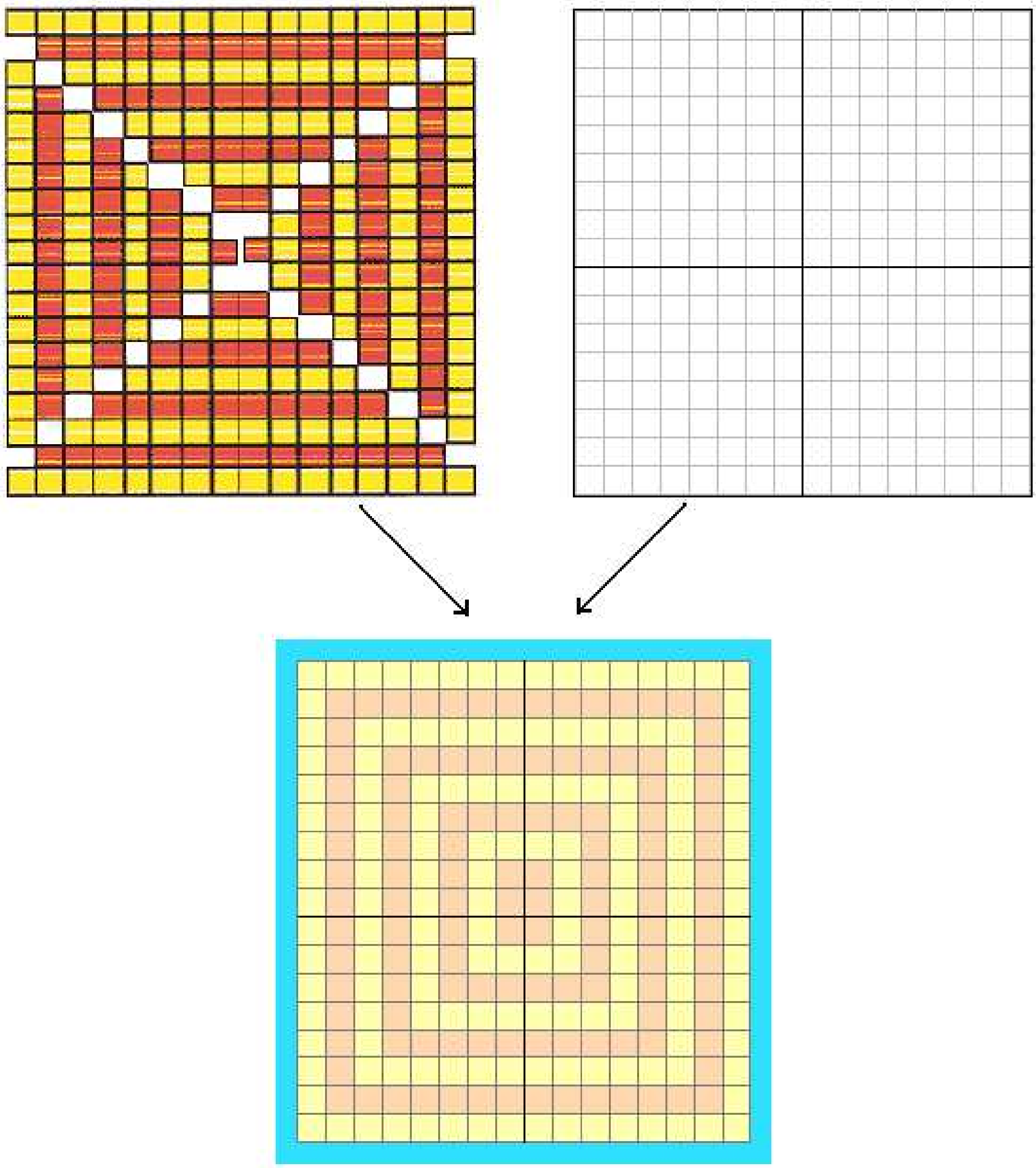
El cielo
La totalidad del espacio, del cosmos, se forma por la reiteración de los dos elementos de la dualidad que se expresan en la trama. Al reiterar lo par y lo impar logramos un cielo perfectamente ordenado, dividido, medible. Lo par que se expresa abajo, se reitera arriba pero invertido. Es, si se quiere, una visión especular, es como el reflejo de los espejos. Lo impar que se expresa a uno de los lados se reitera también como la prolongación de una imagen en la visión especular. En este cielo perfectamente ordenado, medible es posible desarrollar y fortalecer el trabajo de los astrónomos con gran precisión.

Norte



Sur

Paso 2:
En este paso se presenta la actividad de refuerzo para la cual se propondrá la utilización de un geoplano maya, es decir el resultado de combinar un geoplano convencional con el cielo maya.



SUGERENCIA DIDÁCTICA: Para el desarrollo de esta actividad los alumnos formarán equipos de dos integrantes con la coordinación continua del profesor. El material de cada grupo de estudiantes tendrá las siguientes características:

1. Se utilizará preferiblemente un cuadrado de 32x 32 cm de lado (en madera o en cartón) con una malla de puntillas. Este cuadrado tendrá las características de un geoplano con las coordenadas de un plano cartesiano. Es decir tendrá cuadrantes tanto positivos como negativos.

2. El material contará con fichas que representan algunas figuras geométricas presentes en Quetzalcóatl, que permitirán realizar desplazamientos en el geoplano maya además se emplearán resortes que facilitarán la identificación de la traslación.

REFORCEMOS NUESTROS CONOCIMIENTOS A TRAVES DEL GEOPLANO MAYA

1. Anota lo que entiendes por traslación y da un ejemplo de la vida real.

2. Utilizando chaquiras:  que representaran puntos en el plano, realiza las traslaciones de cada uno de ellos de acuerdo a las siguientes indicaciones:

a. Ubica 2 chaquiras con una posición inicial de (-8,10) y desplaza una de ellas a la posición final según el vector de traslación (13,-12) e indica las coordenadas del punto resultante.

b. Ubica 2 chaquiras en el geoplano maya en la coordenada (-2,-7) y desplaza una de ellas según el vector de traslación (6,14) e indica las coordenadas del punto resultante.

c. Ubica 2 chaquiras en el geoplano maya en la coordenada (3,5) y desplaza una de ellas según el vector de traslación (-9,3) e indica las coordenadas del punto resultante.

d. Ubica 2 chaquiras en el geoplano maya en la coordenada (4,-6) y desplaza una de ellas según el vector de traslación (-10,-2) e indica las coordenadas del punto resultante.

3. Utilizando para cada situación 2 chaquiras y un caucho, realiza las traslaciones de segmentos que se indican a continuación:

a. Ubica cada una de las chaquiras en las siguientes coordenadas (3,4) y (3,7), luego con un caucho únelas para formar el segmento que se va desplazar según el vector de traslación (-7,-9). Finalmente cuando hayas llevado a cabo este movimiento utiliza chaquiras y un caucho para representar el segmento resultante.

b. Ubica cada una de las chaquiras en las siguientes coordenadas (7,-3) y (2,-8), luego con un caucho únelas para formar el segmento que se va desplazar según el vector de traslación (-10,7). Finalmente cuando hayas llevado a cabo este movimiento utiliza chaquiras y un caucho para representar el segmento resultante.

c. Ubica cada una de las chaquiras en las siguientes coordenadas (-6,-2) y (-3,-5), luego con un caucho únelas para formar el segmento que se va desplazar según el vector de traslación (-1,9). Finalmente cuando hayas llevado a cabo este movimiento utiliza chaquiras y un caucho para representar el segmento resultante.

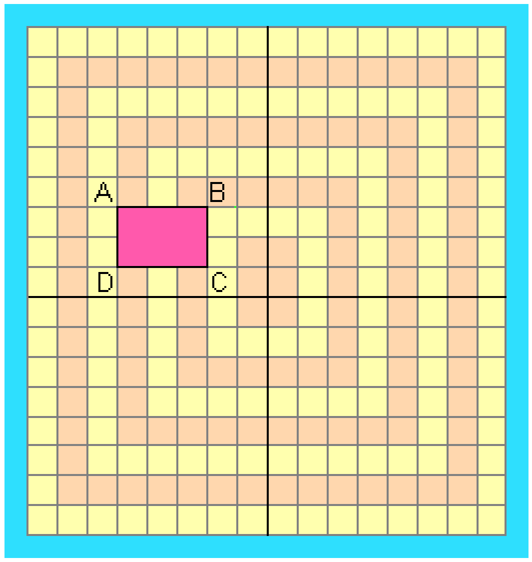
d. Ubica cada una de las chaquiras en las siguientes coordenadas (-2,2) y (3,7), luego con un caucho únelas para formar el segmento que se va desplazar según el vector de traslación (-2,-8). Finalmente cuando hayas llevado a cabo este movimiento utiliza chaquiras y un caucho para representar el segmento resultante.

4. Observa la imagen de Quetzalcóatl. La mayor parte de figuras geométricas que la conforman han sido convertidas en fichas para que puedas trasladarlas en el geoplano maya.

NOTA: Es importante tener en cuenta que para esta actividad debes tomar dos fichas de la misma figura geométrica y colocarlas en la posición inicial para que cuando se haga la respectiva traslación con ayuda de los resortes se mueva la segunda ficha a la posición final.

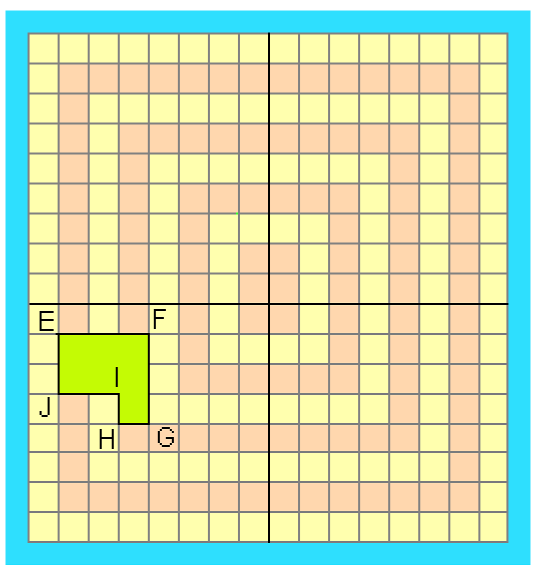
Teniendo en cuenta la nota anterior efectúa las siguientes traslaciones:

a. Ubica el rectángulo ABCD en el geoplano maya tal y como se indica a continuación:



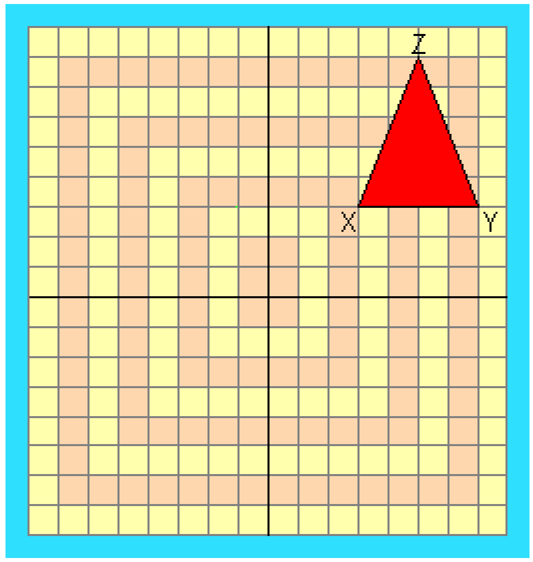
Ahora utilizando 4 cauchos traslada el rectángulo ABCD con una traslación de vector (5,4) e indica las coordenadas de cada uno de los puntos que conforman al rectángulo resultante.

b. Ubica el polígono EFGHIJ en el geoplano maya tal y como se indica a continuación:



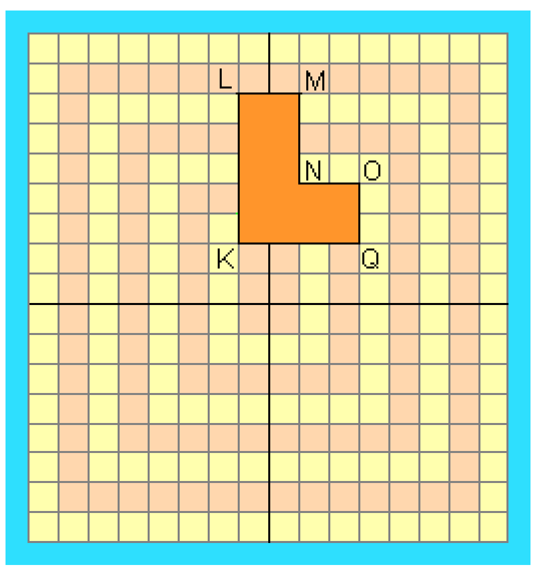
Ahora utilizando 6 cauchos desplaza el polígono con una traslación de vector (8,5) e indica las coordenadas de cada uno de los puntos que conforman el polígono trasladado.

c. Ubica el triangulo XYZ en el geoplano maya tal y como se indica a continuación:



Ahora utilizando 3 cauchos desplaza el triángulo con una traslación de vector (-6,7) e indica las coordenadas de cada uno de los puntos que conforman el triángulo trasladado.

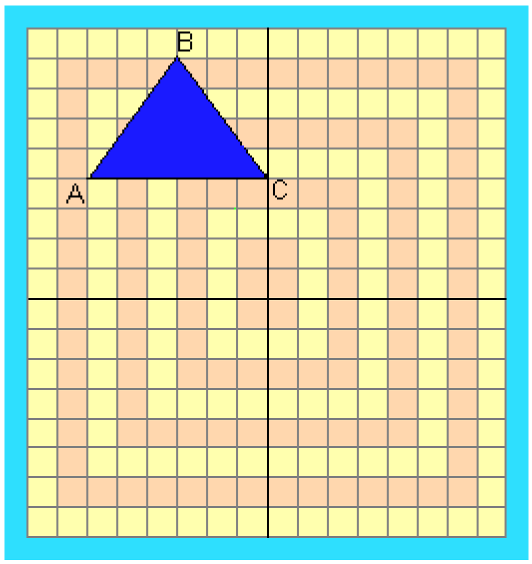
d. Ubica el polígono KLMNOP en el geoplano maya tal y como se indica a continuación:



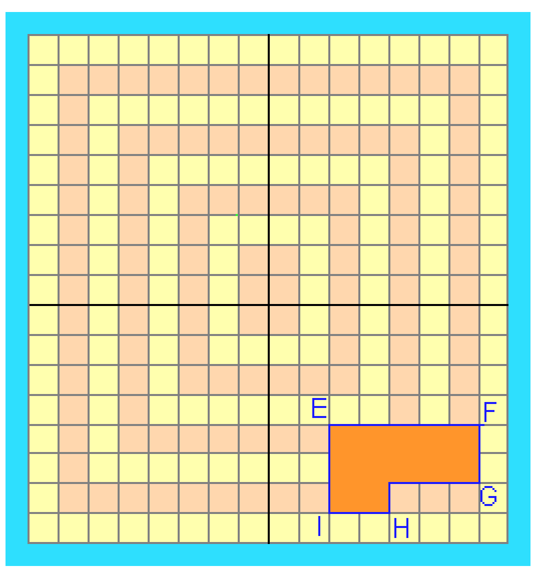
Ahora utilizando 6 cauchos desplaza el polígono con una traslación de vector (-4,-7) e indica las coordenadas de cada uno de los puntos que conforman el triángulo trasladado.

5. Dados los siguientes polígonos efectúa la composición de traslaciones de cada uno de ellos en el orden que se indique, teniendo en cuenta que para realizar estas traslaciones en el geoplano maya, se deben colocar en la posición inicial tres fichas de la figura geométrica. Al aplicar la primera traslación se deben mover a la posición final dos fichas, y luego al aplicar nuevamente la otra traslación, se debe desplazar una de ellas a la última coordenada que indique la traslación de vector :

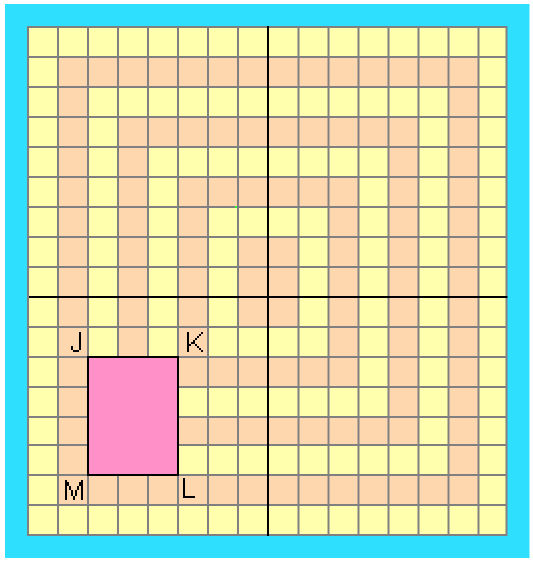
a. Primero aplicar $T_1(8,-7)$ luego $T_2(-5,-4)$



b. Primero aplicar $T_1(-8, 5)$ luego $T_2(5,6)$



c. Primero aplicar $T_1(8,8)$ luego T_2 (10,12)



6. Crea tanto en el geoplano maya como en tu cuaderno de trabajo 3 figuras y traslada en forma vertical, horizontal y oblicua con las traslaciones de vector que usted decida.

5.1.6 Evaluación 1

- PROPOSITO

El propósito de esta actividad de evaluación es realizar una valoración global sobre el grado de madurez conseguido en el dominio de las traslaciones.

- DESCRIPCION

En esta actividad se pretende presentar una sugerencia de evaluación que consideramos puede valorar en forma integral el proceso que se llevó a cabo en la enseñanza de las traslaciones.

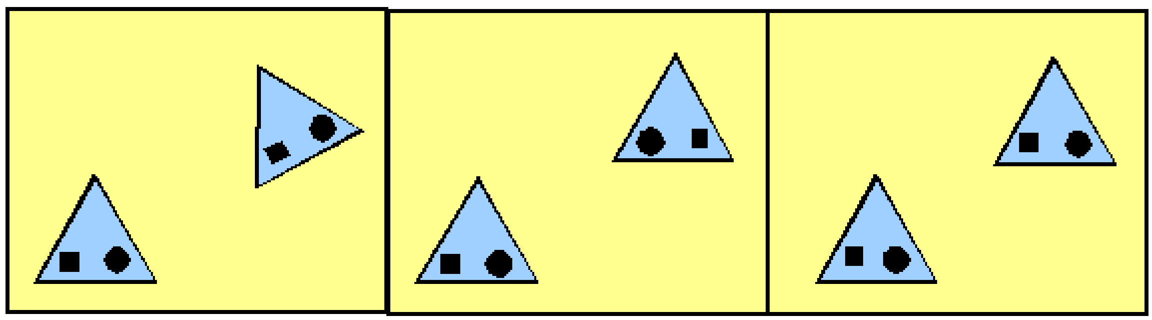
LOGRO
Valorar en el estudiante el desempeño que presenta al resolver diversas situaciones que involucran traslaciones.

INDICADORES DE LOGRO
• En los numerales 1 y 2 se desea evaluar la asimilación visual de la posición relativa de figuras trasladadas.
• En el numeral 3 se pretende identificar la concepción que tiene el estudiante sobre el concepto de traslación.
• En los numerales 4 y 5 el estudiante de debe ser capaz de aplicar el concepto de traslación con sus propiedades en el desplazamiento de algunas figuras geométricas.
• En los numerales 6, 7 y 8 se evaluará la manera como el estudiante aplica el concepto de traslación de puntos, segmentos y polígonos en el plano cartesiano.
• Finalmente en los numerales 9 y 10 se propondrán algunas situaciones que le permitan al estudiante efectuar la composición de traslaciones en el plano cartesiano e identificar los vectores que conforman este proceso.

EVALUACIÓN DE GEOMETRÍA:
TRASLACIONES

NOMBRE:_______________________GRADO:______FECHA:____________

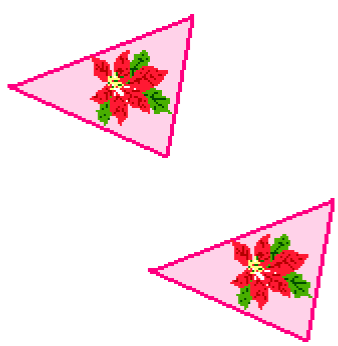
1. De las siguientes situaciones, señala la que obedece a una traslación:



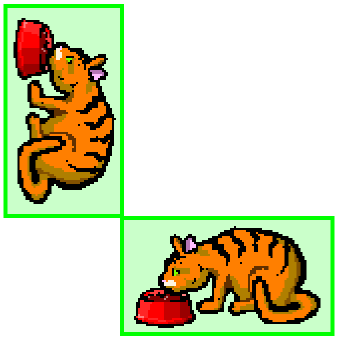
1 2 3

2. Observa las siguientes figuras y determina en cada una de ellas si se aplico o no una traslación. Justifica tu respuesta.

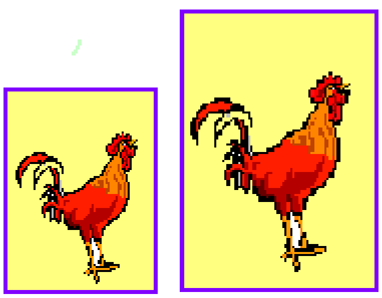
a.



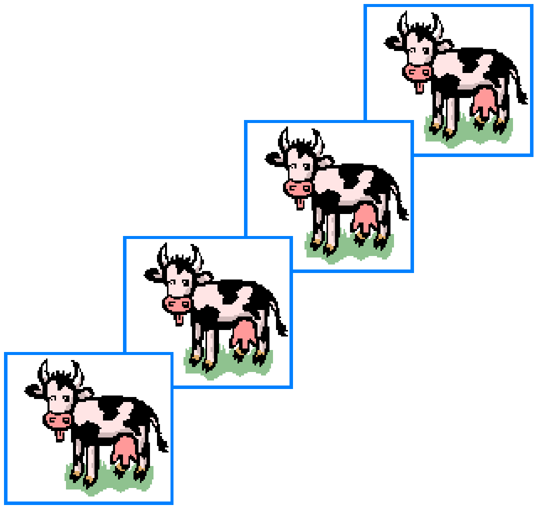
b.



c.

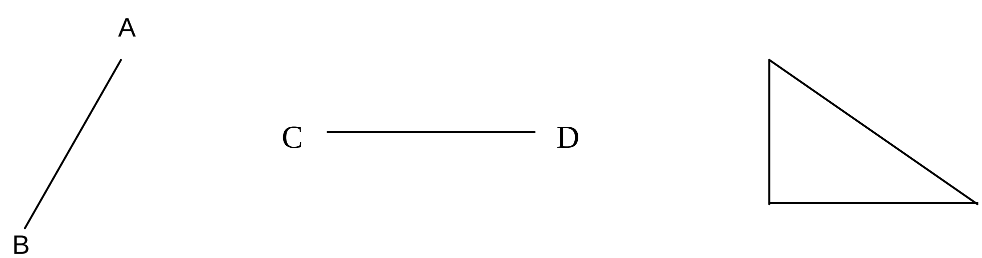


d.



3. Anota lo que entiendes por traslación y menciona cuales son sus principales características.

4. En papel cuadriculado, dibuja y luego traslada las siguientes figuras con la medida y dirección indicada:

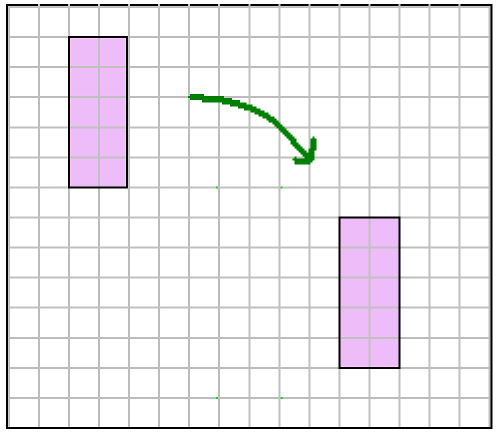


2 cm hacia la derecha y 6cm hacia arriba

5 cm hacia abajo y 3cm hacia la izquierda

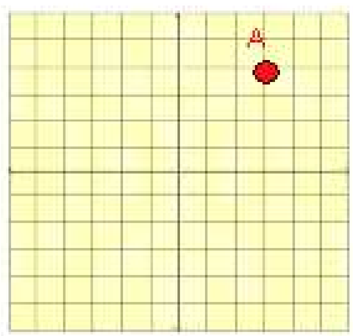
4 cm hacia arriba y 8cm hacia la izquierda

5. Dada la siguiente traslación:

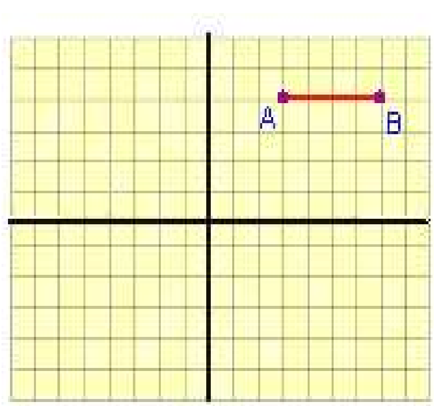


Señala la dirección, y la magnitud en que se desplazó el primer rectángulo.

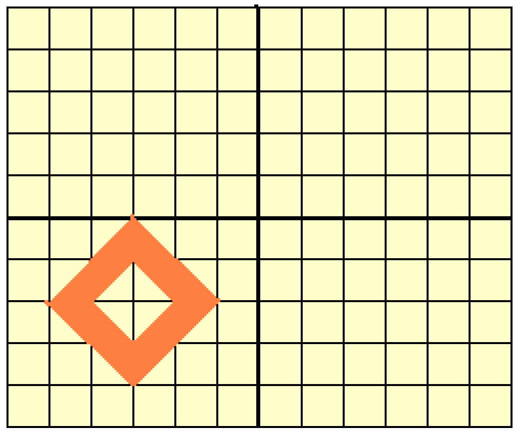
6. En la siguiente figura desplaza el punto de acuerdo a la traslación del vector $T_1(-6,-3)$ y determina la coordenada que se obtuvo después de mover el punto:



7. Desplaza el segmento de acuerdo a la siguiente traslación de vector T_2 (-8,-5)

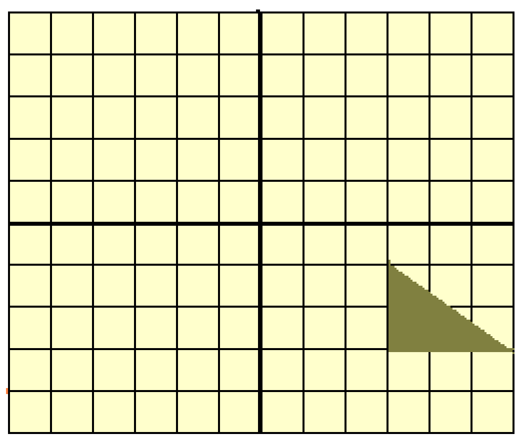


8. Dado el siguiente polígono desplázalo de acuerdo a la siguiente traslación de vector T_3 (6,4):

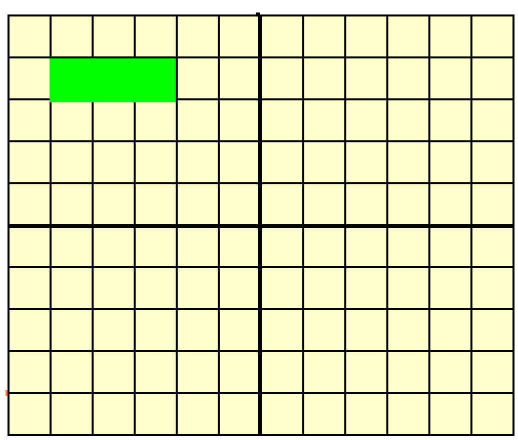


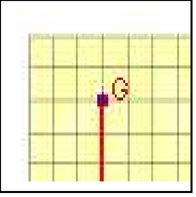
9. Dados los siguientes polígonos efectúa la composición de traslaciones de cada uno de ellos en el orden que se indique:

a. Primero aplicar T_1(-4,6) luego T_2 (2,-3)

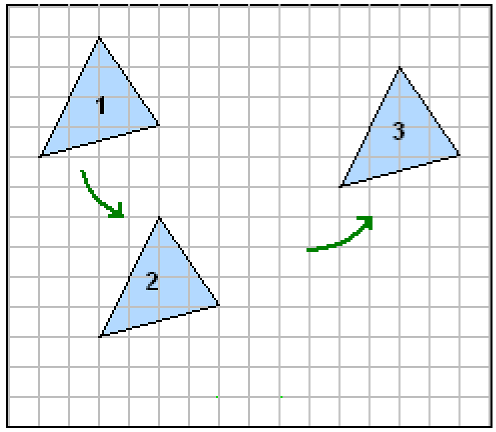


b. Primero aplicar T_1(4,,-3) luego T_2 (-7,-3)





10. Encuentra los vectores que generaron la siguiente composición de traslaciones:



5.2 UNIDAD

2 ROTACIONES

5.2.1 Aproximación al concepto de rotación: "CONOCIENDO EL CALENDARO MAYA"

- PROPÓSITO

En base a una información que se brindará a los estudiantes sobre el calendario que utilizaron los mayas, se pretende asociar la noción primaria de giro que ellos poseen con la noción de rotación empleada implícitamente por esta cultura.

- DESCRIPCION

En este proceso se pretende llevar a cabo una primera aproximación al concepto de rotación con ayuda del calendario maya, de tal manera que el estudiante pueda utilizar esta información en la construcción del concepto.

Para el desarrollo de esta temática se han planteado los siguientes pasos:

PASO 1

En este paso el docente a través de una lectura dará a conocer a todo el grupo la información correspondiente al calendario maya.

SUGERENCIA DIDACTICA: La lectura en la cuál se narrarán algunos aspectos relevantes del calendario maya, contará con un lenguaje sencillo y placentero que le permita al estudiante formarse una idea clara de este instrumento de tiempo donde la noción de rotación se encuentra implícita.

LOGRO
Conocer intuitivamente el concepto de rotación.
INDICADORES DE LOGRO:
• Reconoce la importancia del calendario Tzolkin en la cultura maya.
• Se apoya en el calendario Tzolkin para efectuar diversos giros.
• Aplica el concepto intuitivo de rotación en algunos ejercicios de aplicación.

CALENDARIO MAYA

Para los mayas, el concepto de tiempo cíclico había sido asumido con gran naturalidad y esto fue lo que los llevó a explotar hasta el límite de lo imposible un método de sistematización observacional que les permitiese confeccionar el más perfecto sistema calendarico que hasta la fecha hubiese inventado la humanidad. El tiempo lo era todo para los mayas. Si eran capaces de medir el tiempo con exactitud también serian capaces de predecir en que momento iban a producirse las guerras, las victorias, los desastres y todas las acciones y sucesos que ya habían acontecido con anterioridad. El tiempo era cíclico por lo que con un calendario perfecto podrían predecir el futuro convirtiéndose así en los señores del tiempo. De ahí que el calendario de gran complejidad, asombrosa exactitud y perfección, fuese uno de los elementos que definían y daban carácter a la civilización maya.

Al hablar del calendario maya, la mayoría de los investigadores se refieren a todo un sistema calendárico, pues esta cultura desarrollo varios instrumentos y formas para medir el tiempo todos relacionados entre sí.

- *El Tzolkin* o cuenta corta, es un calendario ritual que consta de 260 días, dividido en 13 periodos de 20 días.
- *El haab* o calendario trópico, es un calendario civil que se guía por el ciclo solar; consta de 365 días, divididos en 18 meses de 20 días cada uno, más cinco días adicionales que los mayas consideraban de mala suerte.
- *El ciclo de 52 años,* compuesto por cuatro periodos de 13 años cada uno, es un lapso que debe transcurrir para que coincida de nuevo una posición del Tzolkin con una del haab.
- *La cuenta larga,* o sistema para registrar el tiempo en forma lineal, a partir de una fecha determinada que fue el 4 ahau 8 cumhú, es equivalente en nuestro sistema gregoriano al 13 de agosto del 3114 a.C.

Los signos tanto numéricos como calendáricos están llenos de un contenido mágico y su simbolismo trasciende sus valores matemáticos. Lo que para nosotros son simples instrumentos de medida, para los mayas fueron esencialmente invocaciones de conjuros, oraciones y signos astronómicos; en los cuales los componentes matemáticos sirven no solo para darles unos valores absolutos y relativos, sino para delimitarlos, es decir, dominarlos mágicamente. El conjunto constituye una de las más poderosas construcciones de la mente humana, en especial teniendo en cuenta la época y circunstancias de la civilización que lo creo, cuyo desarrollo económico correspondía al de una sociedad agrícola rural.

La unidad del calendario maya era el *día o kin*, y las posiciones de este sistema van aumentando en potencias de 20 en 20, a excepción de la segunda posición, el *uinal*, que tiene 18, ya que 360 (18x20) se acerca más a la duración del año real. Hay que hacer la importante observación de que según Morley (1983) esta distorsión se presenta únicamente en los cálculos calendáricos. Después de la segunda posición se sigue nuevamente multiplicando por 20 hasta formar los nueve períodos de tiempo:

Tabla 2. Posiciones del sistema calendárico

20 kines	=	1 uinal,	o	20 días
18 uinales	=	1 tun,	o	360 días
20 tunes	=	1 katún,	o	7,200 días
20 katunes	=	1 baktún,	o	144,000 días
20 baktunes	=	1 pictún,	o	2'880,000 días
20 pictunes	=	1 calabtún,	o	57'600,000 días
20 calabtunes	=	1 kinchiltún,	o	1,152'000,000 días
20 kinchiltunes	=	1 alautún,	o	23,040'000,000 días

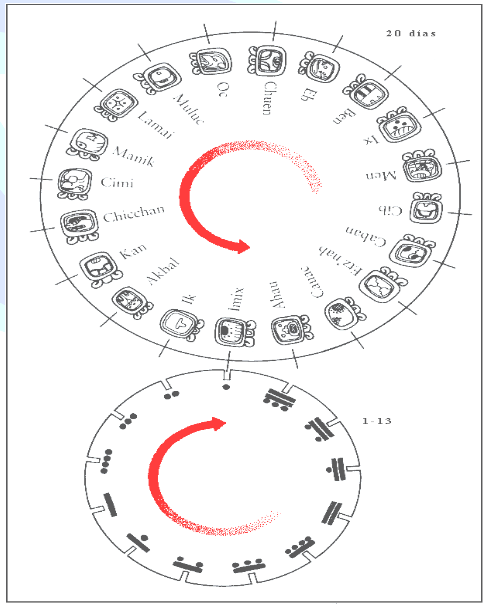
El *uinal* pudo haber sido un mes lunar reformado, dado que contiene la palabra "luna", mientras que el *tun* significa "piedra", quizá porque cada *tun* era marcado en piedra. Por otro lado, el *baktún* fue originalmente llamado "ciclo" por los investigadores modernos, pero tal parece que su nombre original es aquél.

Los mayas introdujeron un año civil, llamado *Haab*, organizado en 19 meses, 18 de ellos contaban con 20 días y el decimonoveno mes contaba con 5 días, los días aciagos, sin nombre, que se denominaban *Uayeb*, "fin o muerte", completaban los 365 días del año. La figura inferior muestra los meses del año maya:

Figura 40. Meses del calendario maya

Por otro lado, y paralelamente al anterior, se llevaba la cuenta del calendario ritual de 260 días, llamado *Tzolkín*, que se formaba combinando los números del 1 al 13 con veinte jeroglíficos de los días mayas:

Figura 41: Calendario Tzolkin



Juntando ambos calendarios como dos ruedas engranadas se tiene que la misma fecha se vuelve a repetir cada 18,980 días, equivalentes a 73 *Tzolkines* o a 52 años civiles, período de tiempo que los investigadores modernos llaman "Rueda Calendárica".

Figura 42:Rueda Calendárica

De lo anterior podemos deducir fácilmente que el calendario maya es muchísimo más complejo de lo que parece. La rueda calendarica no es más que la punta del iceberg que rige el tiempo de los antiguos mayas. La superstición, las profecías, las fórmulas adivinatorias, etc., se suman al intrincado juego del engranaje y al misterioso mundo maya.

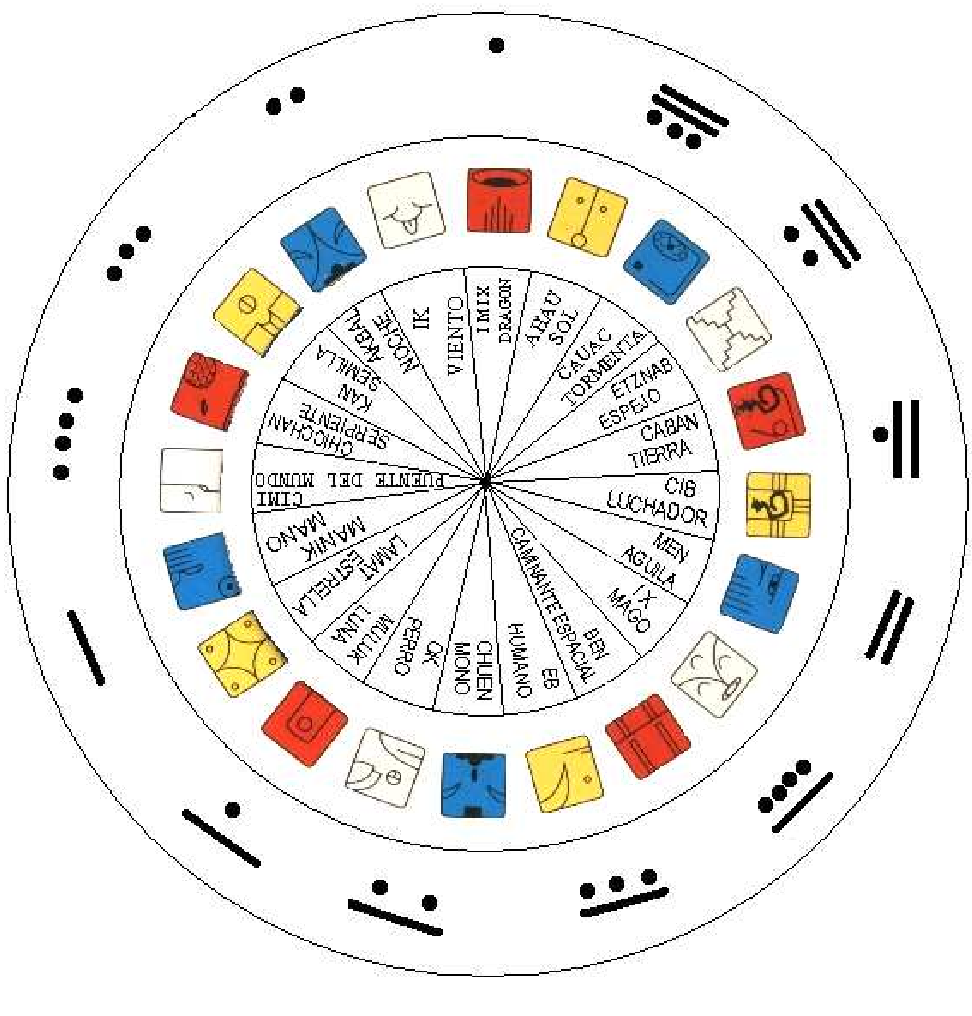
PASO 2

En este paso se pretende realizar un primer acercamiento a la noción de rotación utilizando para ello el calendario Tzolkin.

SUGERENCIA DIDACTICA: En esta parte de la actividad se utilizará una modificación del calendario Tzolkin con el objetivo de obtener más provecho didáctico en las actividades que se desarrollen de tal manera que le permitan al estudiante tener un mejor acercamiento al concepto de rotación.

EL CALENDARIO TZOLKIN Y LAS ROTACIONES

Este calendario esta constituido por dos ruedas, la primera de ellas, la de menor diámetro, contiene los 20 días del calendario Tzolkin con sus respectivos nombres en lengua Quiché y su traducción al español; la segunda rueda es decir la de mayor diámetro, contiene los números del 1 a 13 en notación maya. Esta última rueda es la que permanece fija mientras la primera se mueve de acuerdo a unas instrucciones que dará el profesor encargado. La imagen del calendario con el que se va a trabajar se indica a continuación:



NOTA: Es importante tener en cuenta que en este paso, los estudiantes ya deben manejar el sistema de numeración maya, es decir reconocer tanto el símbolo como el valor que representa cada uno de estos signos.
Teniendo presente la anterior nota y recordando que lo que se pretende realizar en la primera aproximación al concepto de rotación se han diseñado los siguientes pasos:

1. Cada estudiante deberá tener el calendario Tzolkin y una información sobre el significado que para los mayas tenía los días del calendario mágico:

DIAS DEL CALENDARIO MAYA TZOLKIN

Los veinte días están asociados con direcciones especificas, las cuales van en sentido contrario a las manecillas del reloj, del oriente al norte, al oeste, y al sur. Esto es así porque este orden complementa el orden de los números 1, 2,3,......., 13, que pueden decirse van en dirección de las manecillas del reloj. El significado de las direcciones es el siguiente:

ORIENTE: Lugar de luz y generación. Color rojo.
NORTE: Lugar de sabiduría y purificación. Color blanco.
OESTE: Lugar de muerte y transformación. Color azul.
SUR: Lugar de vida y expansión. Color amarillo.

Tabla 3. Significado de los días del calendario Tzolkin

MES	SIGNIFICADO	DIRECCION	COLOR
Kan	semilla	Sur	Amarillo
Chicchan	Serpiente	Oriente	Rojo
Cimi	Puente del mundo	Norte	Blanco
Manik	mano	Oeste	Azul
Lamat	Estrella	Sur	Amarillo
Muluc	Luna	Oriente	Rojo
Oc	Perro	Norte	Blanco
Chuen	Mono	Oeste	Azul
Eb	Humano	Sur	Amarillo
Ben	Caminante espacial	Oriente	Rojo
Ix	Mago	Norte	Blanco
Men	Águila	Oeste	Azul
Cib	Luchador	Sur	Amarillo

Caban	tierra	Oriente	Rojo
Etznab	Espejo	Norte	Blanco
Cauac	Tormenta	Oeste	Azul
Ahau	Sol	Sur	Amarillo
Imix	Dragon	Oriente	Rojo
Ik	Viento	Norte	Blanco
Akbal	Noche	Oeste	Azul

2. Cada estudiante deberá escoger un día del calendario que más le haya llamado la atención y colocarlo junto a la posición 1 en notación maya, es decir que gire la primera rueda hasta que el día escogido coincida con el símbolo del punto y a partir de esta posición realizar los dos movimientos que se presentan a continuación:

a. Gira hacia la izquierda el día escogido hasta la posición número 4.
b. Ahora gira hacia la derecha el día escogido hasta la posición número 4.

Dibuja en tu cuaderno de trabajo los anteriores giros e indica con una flecha el camino recorrido y el punto respecto al cual se pudo llevar a cabo el desplazamiento del día que seleccionaste

De acuerdo a la situación planteada anteriormente responde las siguientes preguntas:

- ¿Cuál de los dos caminos trazados te parece más corto? Justifica tu respuesta.
- Cuando desplazaste el día ¿hubo un cambio en su tamaño o en su forma? Justifica tu respuesta.

EJERCICIO

1. Dados los cuatro días del calendario maya, realiza los siguientes desplazamientos, primero en el calendario Tzolkin y luego en tu cuaderno de trabajo indicando en cada caso con una flecha el camino recorrido y el punto respecto al cual se pudo llevar a cabo el desplazamiento de cada día:

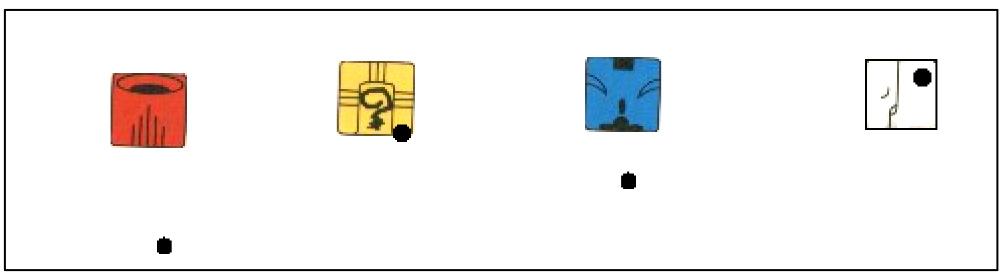
- Gira hacia la izquierda el día Lamat desde la posición 7 hasta la posición 13.
- Gira hacia la derecha el día Lamat desde la posición 7 hasta la posición 13.
- Gira hacia la derecha el día Kan desde la posición 3 hasta la posición 5.
- Gira hacia la izquierda el día Kan desde la posición 3 hasta la posición 5.
- Gira hacia la izquierda el día Kaban desde la posición 12 hasta la posición 6.
- Gira hacia la derecha el día Kaban desde la posición 12 hasta la posición 6.

- Gira hacia la derecha el día Manik desde la posición 2 hasta la posición 9.
- Gira hacia la izquierda el día Manik desde la posición 2 hasta la posición 9.

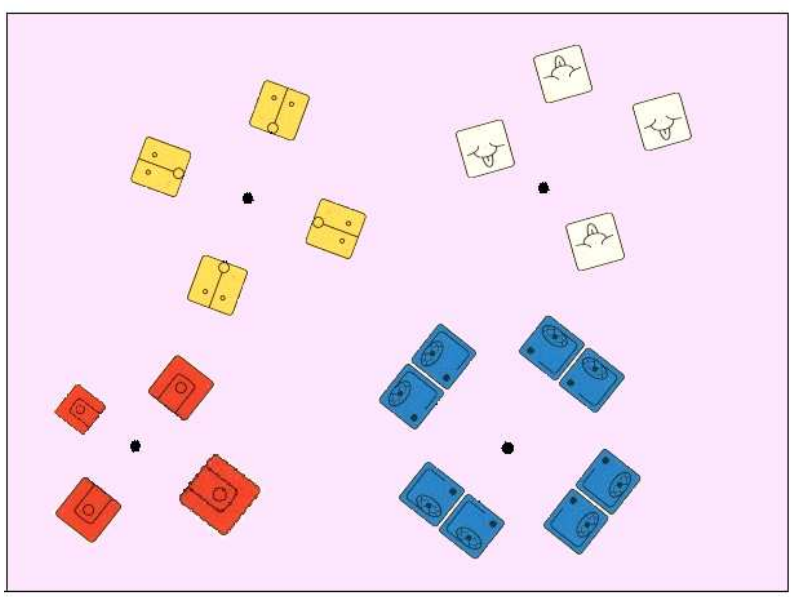
2. De acuerdo a las situaciones anteriormente planteadas responde en cada caso las siguientes preguntas:

- ¿Cuál de los dos caminos trazados te parece más corto? Justifica tu respuesta.
- Cuando desplazaste el día ¿hubo un cambio en su tamaño o en su forma? Justifica tu respuesta.

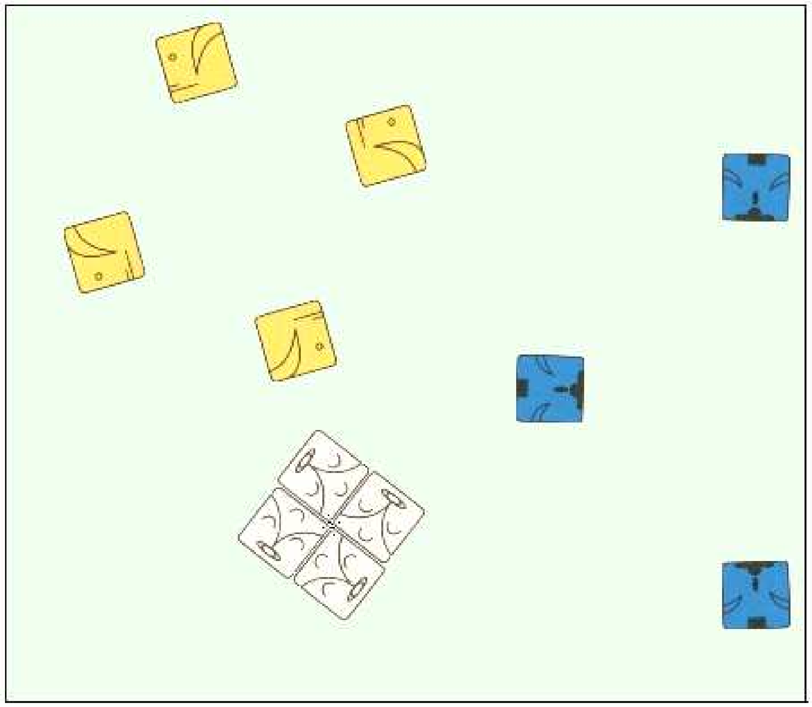
3. Gira al símbolo de Imix, tomando como centro para realizar el giro, el punto marcado junto a él. Dale vueltas, parando en diversas posiciones a lo largo del recorrido y pegando piezas iguales en el lugar y la inclinación correspondiente. Repite la actividad tanto con Kib como con Chuen y Kimi:



4. En cada representación de los días mayas, identifica cuales de las figuras corresponden a un giro con centro en el punto marcado:



5. Señala aproximadamente donde se encuentra el centro de giro de cada grupo de figuras. Para esto no utilices ningún material auxiliar. Una vez marcada la solución, compruébalo con algún material.



CONCLUSION

De una manera general podemos decir que cuando una figura se mueve alrededor de una PUNTO FIJO realiza un giro o ROTACION.

Es importante destacar como los mayas utilizaron implícitamente este concepto en el manejo de sus calendarios.

5.2.2 Concepto de rotación: “APRENDIENDO A ROTAR CON AYUDA DEL CALENDARIO MAYA”.

- PROPOSITO

Con esta actividad se pretende formalizar el concepto de Rotación utilizando para ello el calendario Tzolkin que en esta oportunidad ha sido nuevamente modificado ya que se le ha adicionado un transportador que permitirá llevar a cabo la identificación de cada uno de sus elementos de tal manera que el estudiante efectúe giros de cualquier figura geométrica.

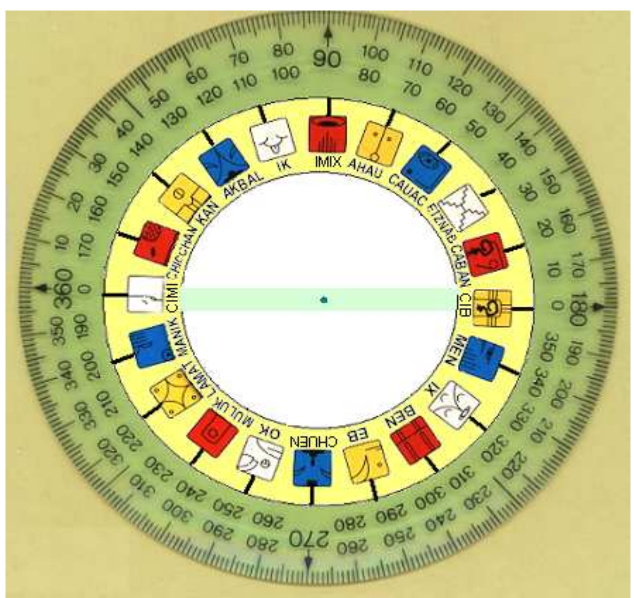
- DESCRIPCION

En esta primera parte de la actividad se pretende afianzar la visión de ángulo que se genera al girar un segmento y la medida de este ángulo, todo ello utilizando como recurso de apoyo el calendario Tzolkin modificado.

- PASO 1

En este paso el profesor dará a conocer a los estudiantes el calendario Tzolkin modificado identificando tanto la amplitud o ángulo de giro como el sentido determinado por éste.

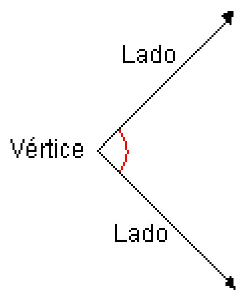
- SUGERENCIA DIDACTICA: Para el desarrollo de esta actividad se dará a conocer a los estudiantes el calendario Tzolkin Modificado, para luego plantear alguna situación que permitan identificar algunos de los elementos de la rotación como son la amplitud y el sentido del giro. El calendario que se presentará es el siguiente:



LOGRO
Comprender el concepto de Rotación y reconocer sus principales características.
INDICADORES DE LOGRO:
• Mide y dibuja ángulos con ayuda del calendario Tzolkin modificado.
• Identifica el concepto de Rotación y lo aplica en diversas situaciones relacionadas con algunos aspectos de la cultura maya.
• Realiza giros en el plano cartesiano e identifica las propiedades que se conservan en cada movimiento.
• Participa activamente en el desarrollo de las actividades propuestas.

- RECORDEMOS LA MEDICION DE ANGULOS

Un ángulo es la unión de dos semirrectas que parten de un mismo punto. Las semirrectas son los dos lados del ángulo y el punto común se llama vértice.



Para medir la amplitud de un ángulo utilizamos un círculo graduado o TRANSPORTADOR. Este círculo está dividido en 360 partes iguales. Cada parte es un grado.

Podemos observar que la rueda verde en el calendario Tzolkin modificado corresponde a un transportador y es el que nos va a permitir realizar mediciones de ángulos.

Para medir ángulos con un transportador hacemos coincidir el vértice con el centro del transportador y el primer lado del ángulo con la semirrecta que une el centro con el grado 0. El segundo lado del ángulo indicará la medida. Este es el proceso que llevaremos a cabo pero utilizando el calendario Tzolkin modificado.

Observa: Midamos un ángulo de 90^0 en sentido contrario a las manecillas del reloj.
Seleccionemos el día IMIX y ubiquémoslo en la posición O que indica el transportador, de tal manera que el día coincida con la línea amarilla que

permanece fija sobre esta posición, como se indica en la figura a. A continuación gira en sentido contrario a las manecillas del reloj el día escogido hasta que este coincida con el número 90 (teniendo en cuenta en este caso los números indicados en el interior del transportador) y realiza el mismo proceso con la cinta movible azul hasta que esta coincida tanto con IMIX como con el número 90 (figura b),:

Figura a

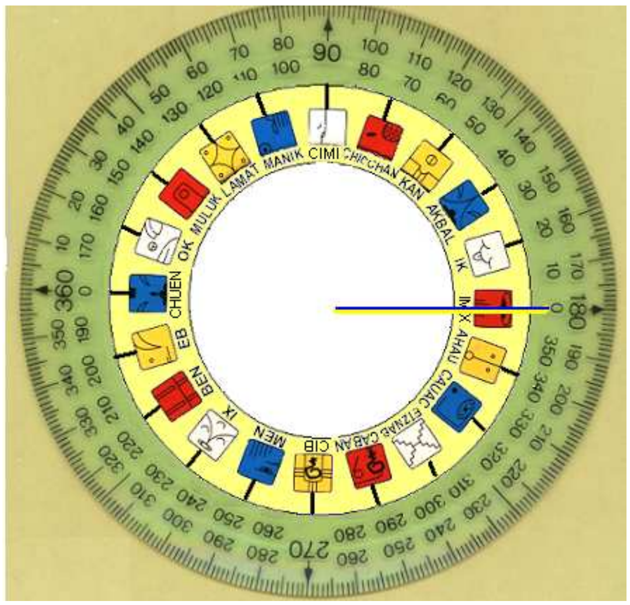
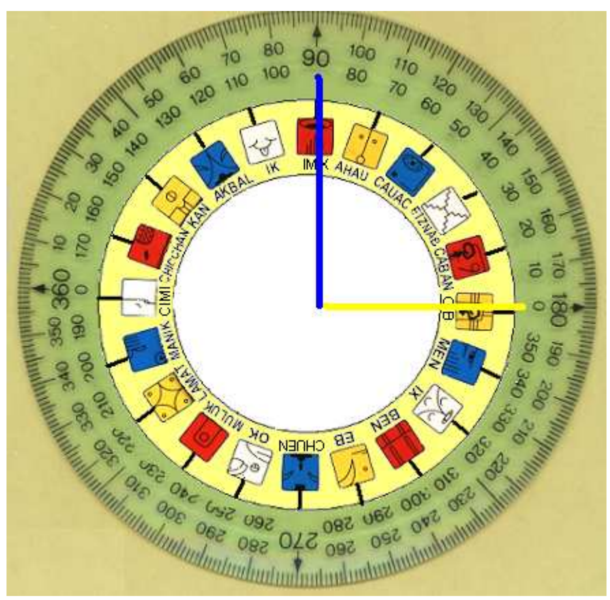
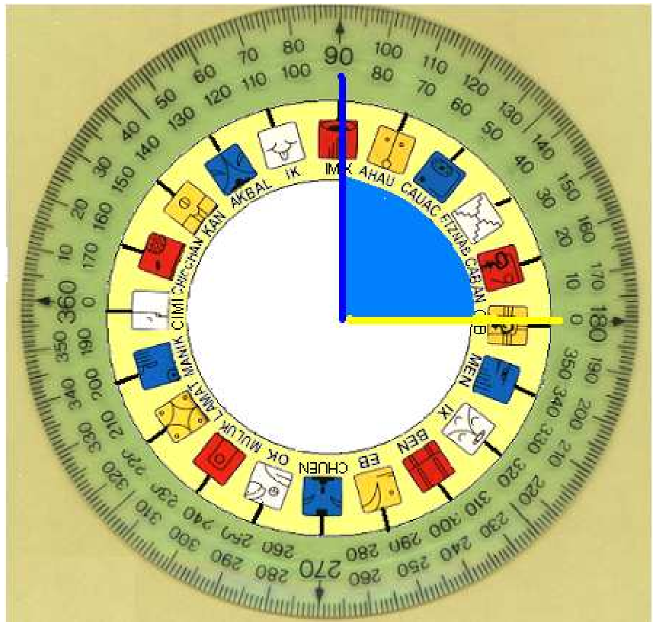


Figura b.

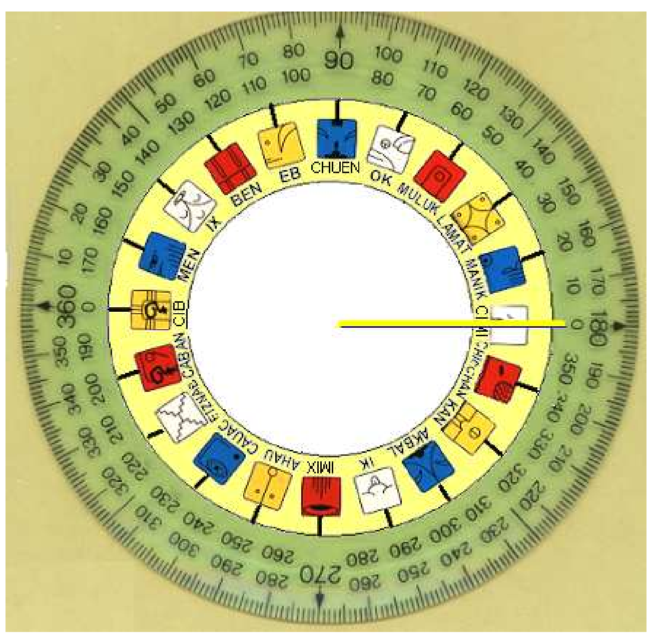


La porción comprendida entre la cinta amarilla y la cinta azul es lo que se denomina amplitud del ángulo generado por IMIX que en este caso es de 90^0, como se muestra a continuación:

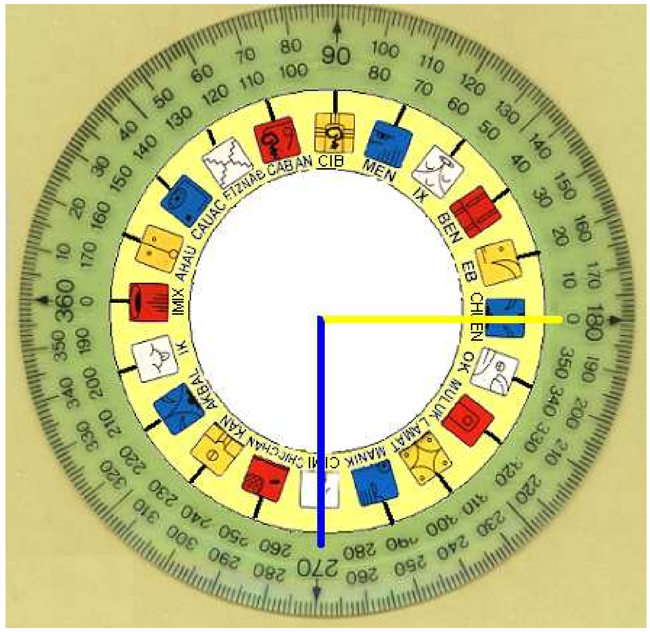


Ejemplo2: Girar el día Cimi con un ángulo de 270^0 hacia la izquierda:

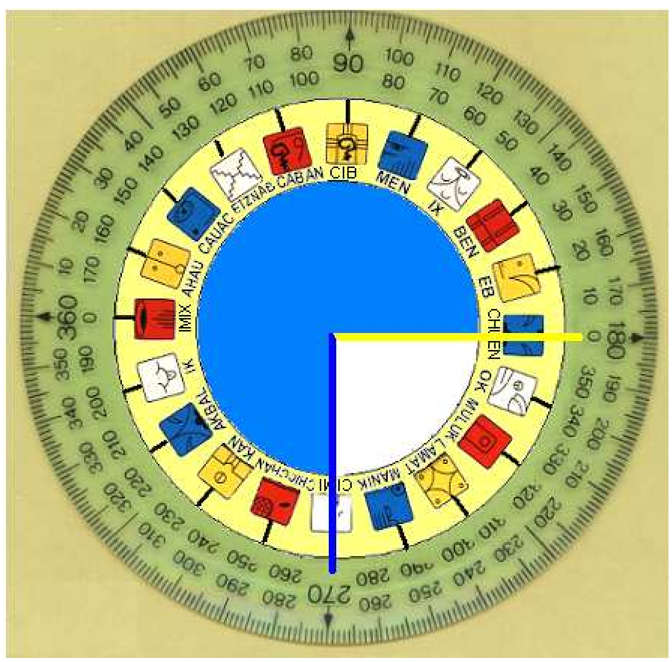
a. Ubicamos el día Cimi en la posición 0^0, coincidiendo con la línea amarilla que permanece fija, como se muestra a continuación:



b. Giramos a Cimi en sentido contrario a las manecillas del reloj 270^0 posteriormente realizamos el mismo proceso con la cinta azul:

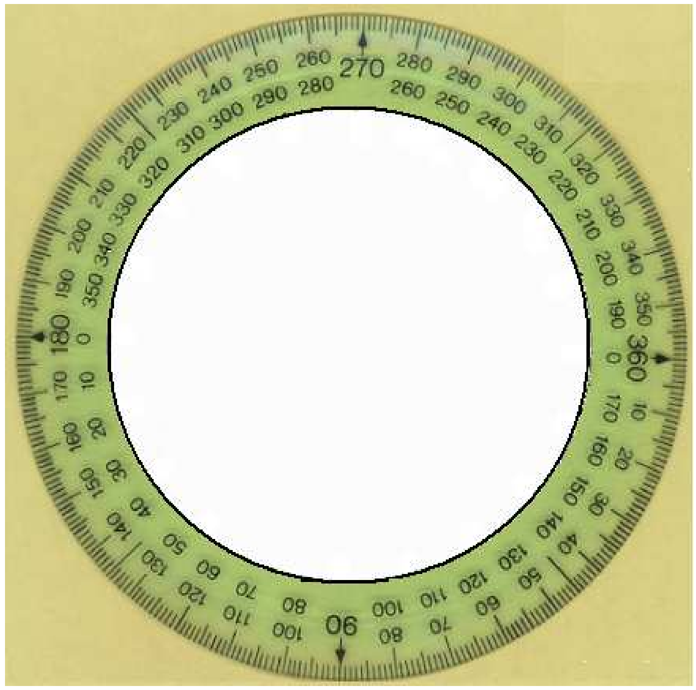


La porción comprendida entre la cinta amarilla y la cinta azul es lo que se denomina amplitud del ángulo generado por CIMI que en este caso es de 270^0:



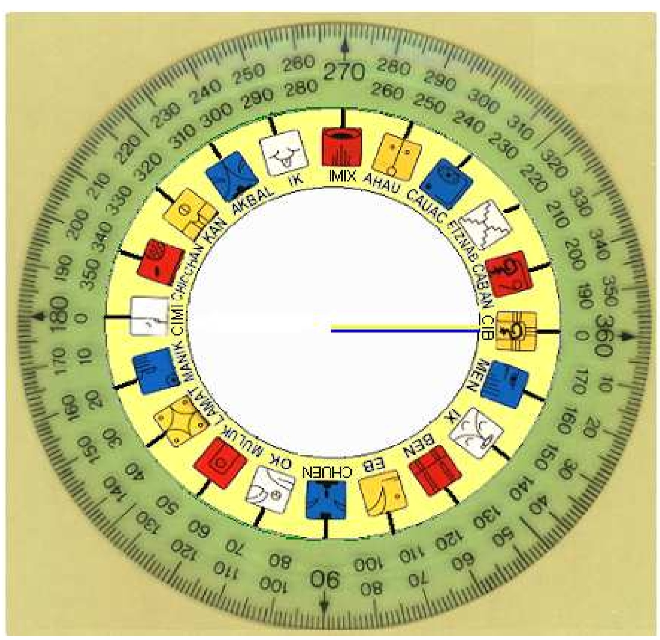
NOTA: De acuerdo a los dos ejemplos anteriores:
Se dirá que un Angulo es positivo si gira en sentido contrario a las manecillas del reloj y se denotará anteponiendo al ángulo el signo +. Ejemplo: $+90^0$, $+270^0$.

Ejemplo3: Midamos con el día CIB un ángulo de 180^0 pero en este caso en el mismo sentido que giran las manecillas del reloj. Para ello tomemos el transportador tal y como se indica a continuación:

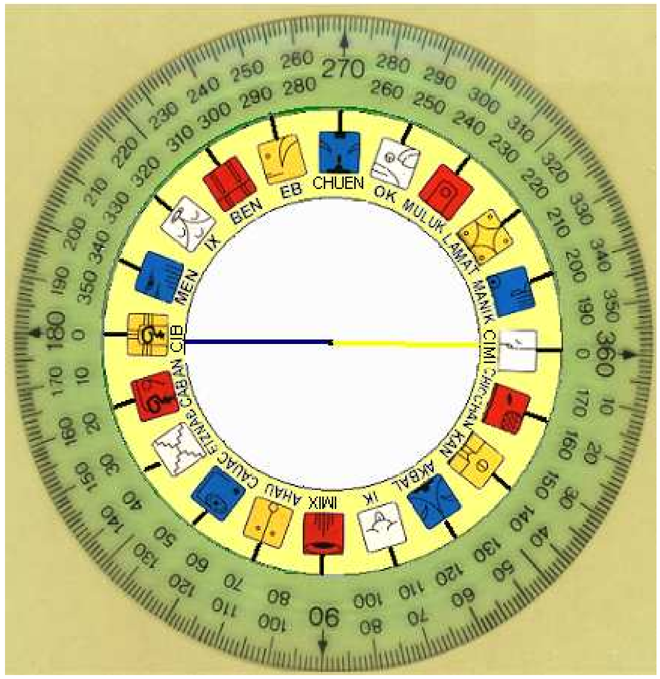


Ahora realicemos los siguientes pasos:

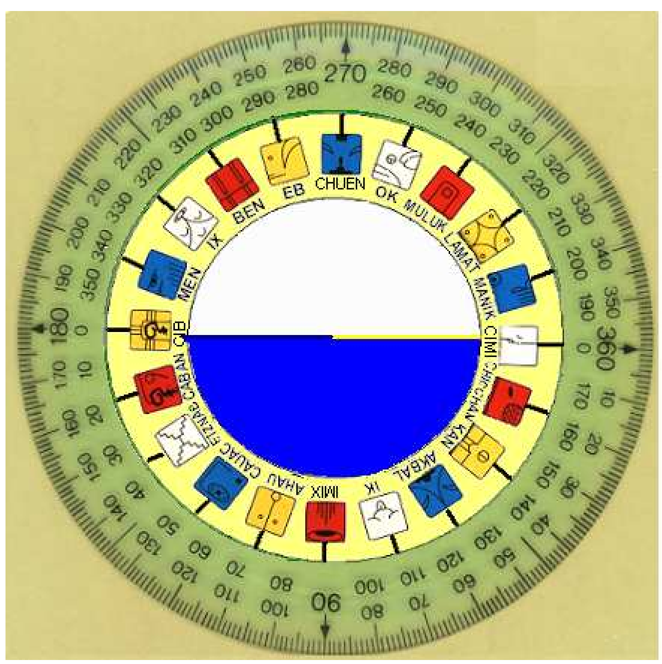
a. Seleccionemos a CIB y ubiquémoslo en la posición 0^0 coincidiendo con la línea amarilla que permanece fija:



b. Giramos en el mismo sentido de las manecillas del reloj el día escogido hasta que coincida con 180^0 (teniendo en cuenta en este caso los números del transportador que están en el exterior) y se realiza el mismo proceso con la cinta azul, como se indica a continuación:

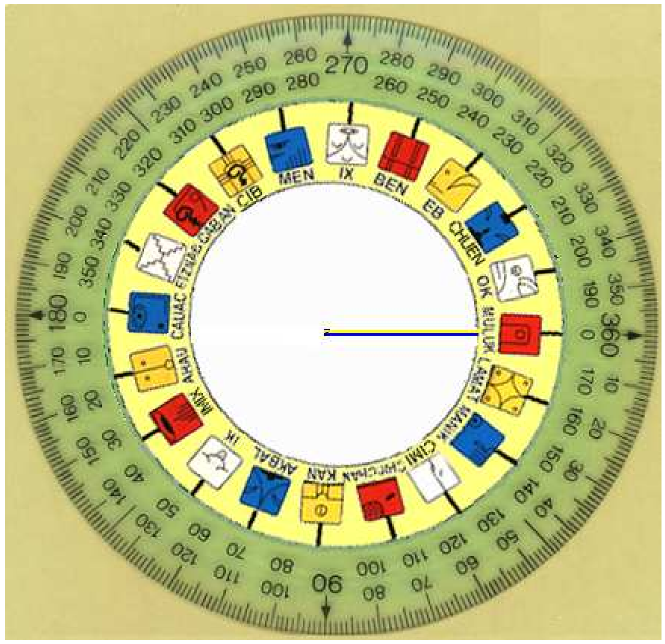


La porción comprendida entre la cinta amarilla y la cinta azul es lo que se denomina amplitud del ángulo generado por CIB que en este caso es de 180^0

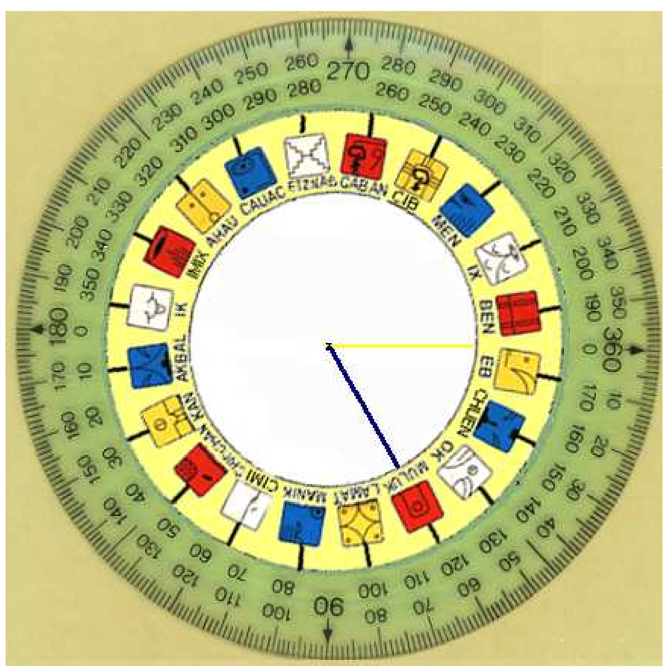


Ejemplo4: Girar el día MULUK con un ángulo de 60^0 en el mismo sentido de las manecillas del reloj:

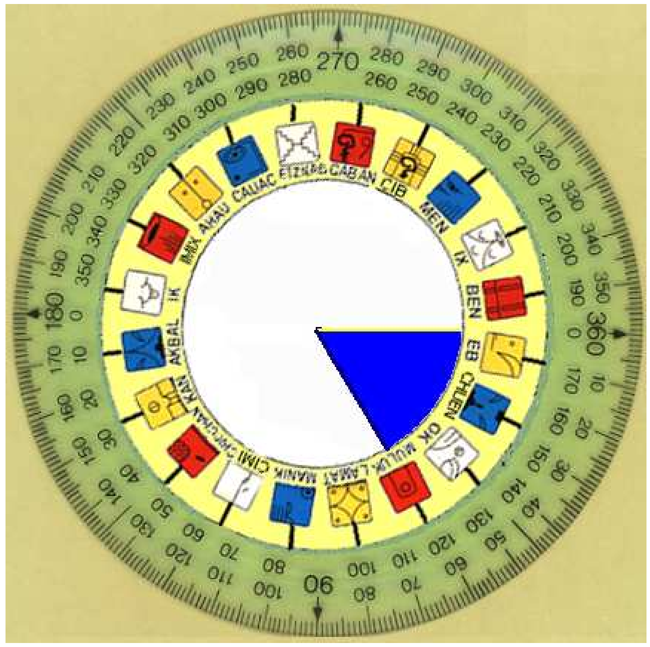
a. Ubicamos el día MULUK en la posición 0^0, coincidiendo con la línea amarilla que permanece fija :



b. Giramos a MULUK 60º en el mismo sentido que giran las manecillas del reloj, realizando el mismo proceso con la cinta azul:



La porción comprendida entre la cinta amarilla y la cinta azul es lo que se denomina amplitud del ángulo generado por MULUK que en este caso es de 60^0:



NOTA: Teniendo en cuenta los dos ejemplos anteriores se puede decir que:
Un ángulo es negativo si gira en el mismo sentido que las manecillas del reloj y se denota anteponiendo al ángulo el signo negativo (-). Ejemplo: -180^0, -60^0.

ES HORA DE TRABAJAR

1. Utilizando el calendario Tzolkin modificado, gira cada uno de los días que se proponen a continuación, los grados que se indiquen en cada caso:

DIA	ANGULO
IX	$+125^0$
KAN	-20^0
CAUAC	-240^0
BEN	$+80^0$
LAMAT	-330^0
IK	$+300^0$
CABAN	-160^0

En este y en los siguientes pasos se pretende formalizar el concepto de rotación apoyándose de nuevo en el calendario Maya Tzolkin modificado como instrumento de medida.

PASO 2

Para entender lo que es una rotación se presenta al estudiante una situación que involucra el giro de un día del calendario Tzolkin.

SUGERENCIA DIDÁCTICA

A los alumnos se les propondrá 2 ilustraciones que muestran el giro que realiza uno de los días del calendario Tzolkin modificado, con el objetivo de hacer un análisis de éste movimiento y deducir así algunas de las características que presenta la rotación.

FIJATE MUY BIEN EN LAS SIGUIENTES FIGURAS:

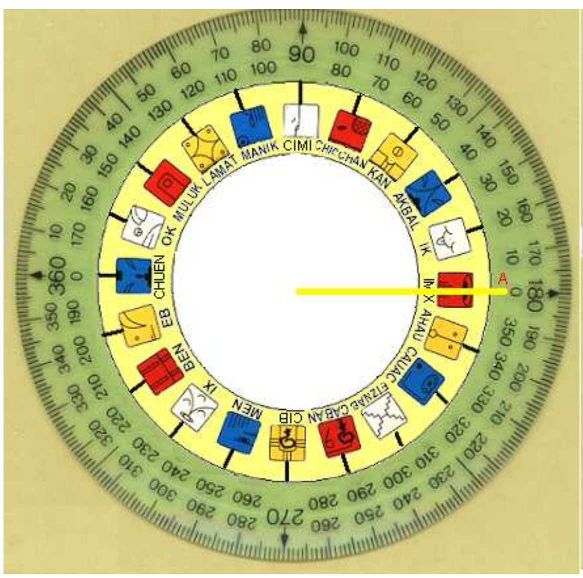


FIG. A

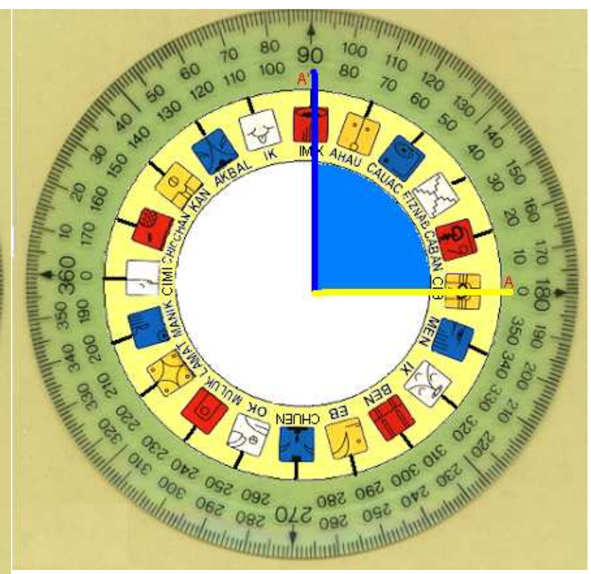


FIG. B

En las imágenes a y b se observa como gira el día IMIX desde el punto A hasta el punto A'. Se dice entonces que el día IMIX realizó una rotación desde el punto A hasta el punto A'.

De acuerdo con la ilustración anterior responde las siguientes preguntas:

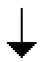
- Cuando se hace el giro de IMIX en el calendario Tzolkin ¿la figura que representa este día cambió de tamaño o de forma? Justifica tu respuesta.

- En el movimiento realizado por el día IMIX desde el punto A hasta el punto A'´, ¿podrías determinar cual es el centro de giro?
- Utilizando el calendario Tzolkin modificado, determina el ángulo que forma el día IMIX al girar desde la posición A hasta la posición A'.
- ¿El ángulo que se formó al girar IMIX en el calendario fue positivo o negativo? Justifica tu respuesta.
- ¿Cuál de las siguientes flechas crees que representa mejor el giro que realizó IMIX en el calendario?

a. 

b. 

c. 

d. 

PASO 3

En este paso se mostrará cómo rotar una figura dada desde una posición inicial hasta una posición final, identificando las propiedades que se conservan en cada movimiento, utilizando como instrumento de medida el calendario Tzolkin modificado.

SUGERENCIA DIDÁCTICA: Para esta primera parte, se abordará el concepto de rotación con sus respectivas propiedades; luego se darán algunos ejemplos prácticos de cómo rotar, puntos, segmentos y polígonos, todo ello apoyado en varios aspectos de la cultura maya.

ROTACIÓN: La idea intuitiva del concepto de movimiento de rotación la tenemos cuando al observar el calendario Tzolkin modificado, notamos que los días giran alrededor de un punto fijo. También cuando al abrir o cerrar una puerta vemos que ella gira "alrededor" de una bisagra. Este mismo movimiento ocurre también al observar un reloj, ya que las manecillas de este giran (unas más rápido que otras) alrededor de un punto fijo.

Notamos entonces que un giro o rotación es un movimiento que realiza un segmento de recta, una figura plana o un cuerpo sólido alrededor de un punto fijo.

Los elementos de una rotación son tres:

- El punto fijo, llamado centro de rotación.
- La magnitud o medida de la rotación, expresada, generalmente, en grados.
- El sentido de la rotación, está determinado por el giro de las manecillas del reloj. Si el giro es en sentido contrario al giro de las manecillas del

reloj, se dice que el sentido es *positivo*. Si el giro es igual al de las manecillas del reloj entonces el sentido es *negativo.*

En esta actividad se realizarán tres tipos de rotación alrededor de un punto fijo:

1. Rotación de un punto
2. Rotación de un segmento de recta
3. Rotación de una figura plana

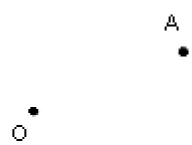
1. ROTACIÓN DE UN PUNTO

Materiales:

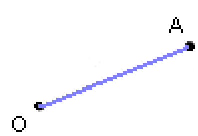
- Calendario Tzolkin modificado
- Compás
- Regla

PRIMER EJEMPLO

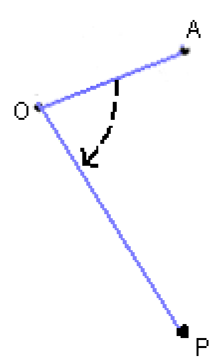
Rotar el punto A, 80^0 en sentido negativo con centro de rotación O.



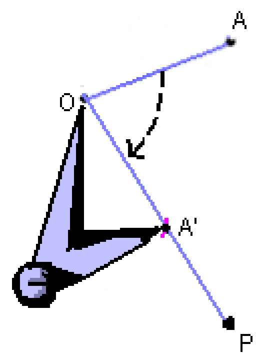
1. Debemos unir con un segmento el punto A con el centro de rotación O.



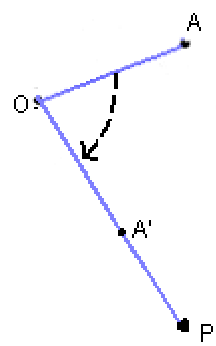
2. Con el transportador del calendario Tzolkin modificado y sobre el segmento OA tomamos en sentido negativo un ángulo de -80^0 de manera que el centro del transportador coincida con el punto O. A continuación señalo el punto P donde el transportador indique -80^0:



3. Con el compás y haciendo centro en O, se traza un arco de circunferencia de radio igual al segmento OA, hasta cortar con A’.

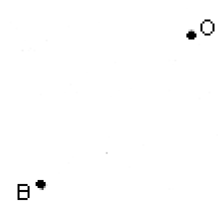


4. De la figura anterior podemos concluir que A’ es la rotación de A.

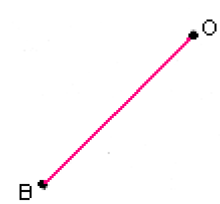


SEGUNDO EJEMPLO

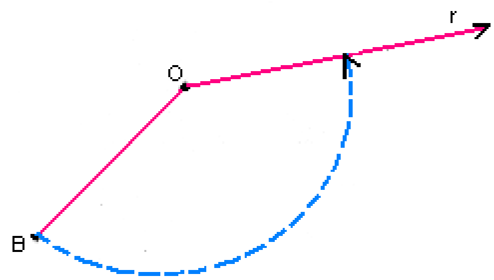
Rotar el punto B, 145^0 en sentido positivo con centro de rotación O.



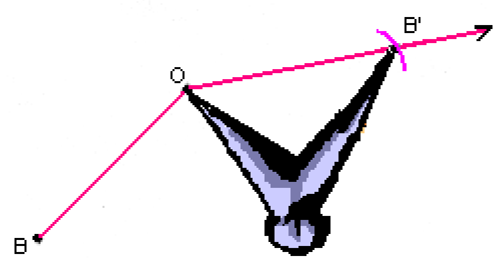
1. Unimos con un segmento el punto B con el centro de rotación O.



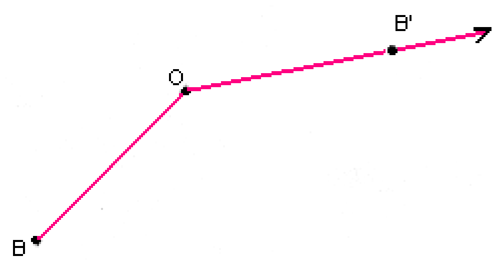
2. Con el transportador del calendario Tzolkin modificado y sobre el segmento OB, tomamos en sentido positivo un ángulo de 145^0 de manera que el centro del transportador coincida con el punto O. A continuación señalo el punto r donde el transportador indique $+145^0$.



3. Con el compás y haciendo centro en O se traza un arco de circunferencia de radio igual al segmento OB hasta cortar en B’.



4. De la figura anterior podemos concluir que B’ es la rotación de B.

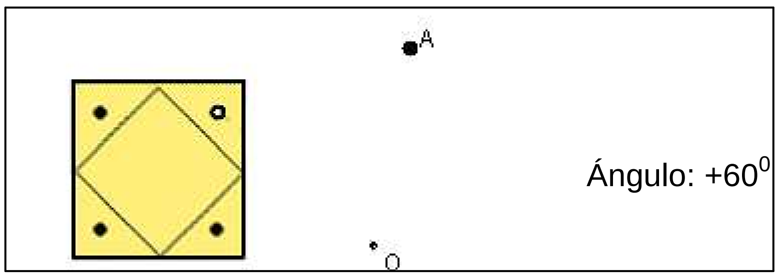


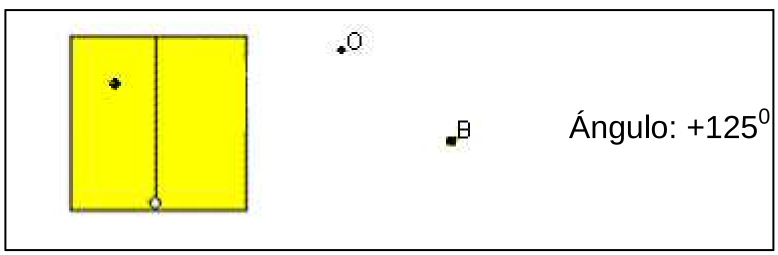
RETO: ¿TE ATREVES CON ELLOS?

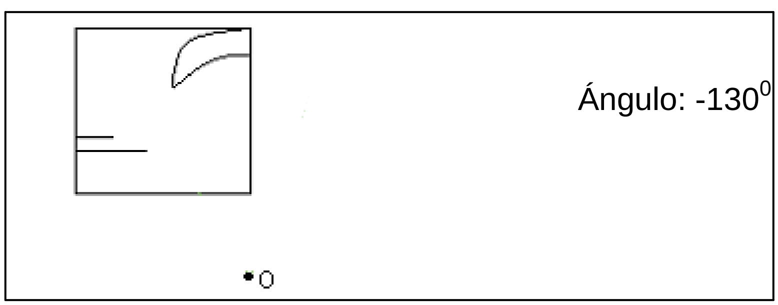
Un matemático interesado en las rotaciones y en el calendario maya Tzolkin, decidió plantearse el reto de construir los días: LAMAT, AHAU y EB, utilizando solo rotaciones. Su reconstrucción está muy avanzada pues ha logrado colocar en su lugar la mayor cantidad de piezas geométricas que componen a estos días, lastimosamente aún tiene asuntos pendientes que resolver y ha solicitado nuestra ayuda para terminar el trabajo.

Tu misión consistirá en rotar cada uno de los puntos que les hacen falta a las figuras de acuerdo al centro de rotación O y utilizando para ello el ángulo indicado en cada caso.

CONSTRUCCION







ES HORA DE TRABAJAR

1. Realizar las rotaciones que se indiquen en cada numeral:

a. Rotar el punto M, un ángulo de -100^0 con centro de rotación O.

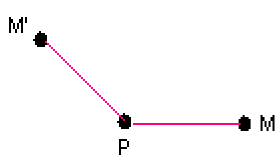
b. Rotar el punto A un ángulo de $+25^0$ con centro de rotación O.

c. Rotar el punto C un ángulo de -325^0 con centro de rotación O.

d. Rotar el punto K un ángulo de $+240^0$ con centro de rotación O.

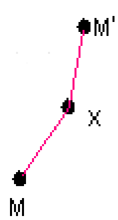
2. En las siguientes rotaciones identifica el sentido, la magnitud y el centro de rotación para que el punto m coincida con M':

a.



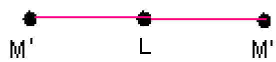
- Ángulo:
- Sentido:
- Centro de Rotación:

b.



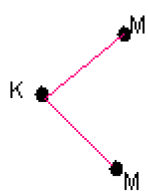
- Ángulo:
- Sentido:
- Centro de Rotación:

c.



- Ángulo:
- Sentido:
- Centro de Rotación:

d.



- Ángulo:
- Sentido:
- Centro de Rotación:

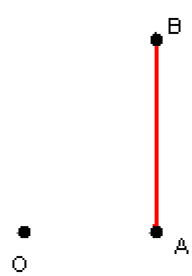
2. ROTACIÓN DE UN SEGMENTO DE RECTA

Materiales:

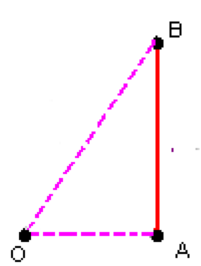
- Calendario Tzolkin modificado
- Compás
- Regla

PRIMER EJEMPLO

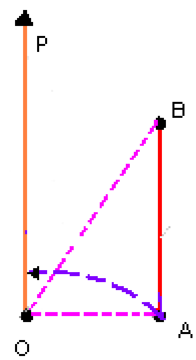
Hago girar el segmento AB un ángulo de $+90^0$ alrededor del punto O.



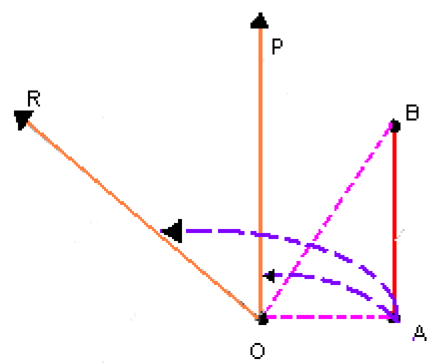
1. Dibujamos los segmentos OA y OB.



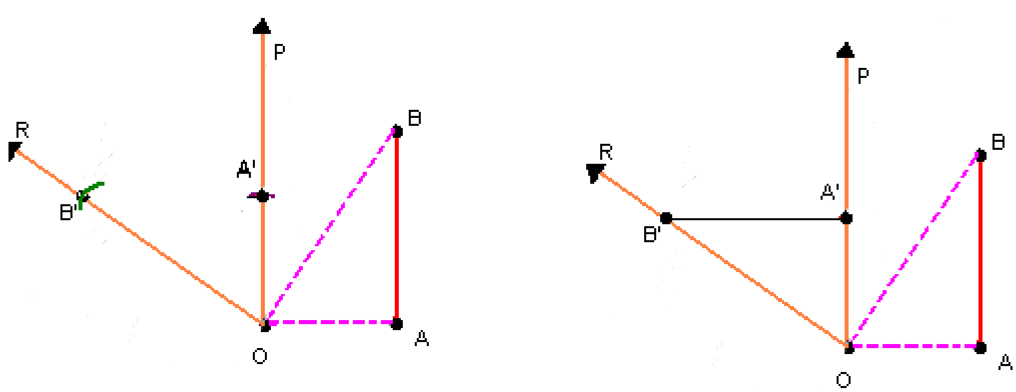
2. Colocamos el transportador del calendario Tzolkin modificado sobre el segmento OA de manera que su centro coincida con el punto O y medimos un ángulo de $+90^0$ señalando el punto P donde el transportador indique esta medida.



3. Colocamos el transportador del calendario Tzolkin modificado sobre el segmento OB de manera que su centro coincida con el punto O y medimos un ángulo de $+90^0$ señalando el punto R donde el transportador indique esta medida.



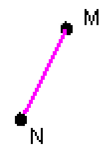
4. Con el compás y haciendo centro en O, se traza un arco de circunferencia de radio igual al segmento OA, hasta cortar en A'. Lo mismo hacemos con el segmento OB y unimos el segmento A'B'.



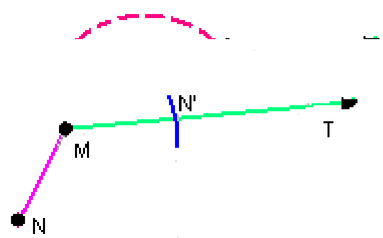
5. A’B’ es la rotación de AB.

SEGUNDO EJEMPLO

Hago girar el segmento MN un ángulo de -240^0 alrededor del punto M.

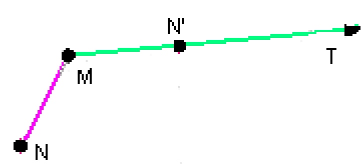


1. Colocamos el transportador del calendario Tzolkin modificado sobre el segmento MN de manera que su centro coincida con el punto M y medimos un ángulo de -240^0 señalando el punto T donde el transportador indique esta medida.



2. Con el compás y haciendo centro en M, se traza un arco de circunferencia de radio igual al segmento MN, hasta cortar a T en el punto que llamaremos N’

3. MN’ es la rotación de MN.

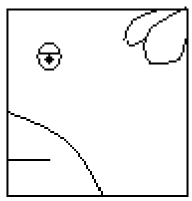


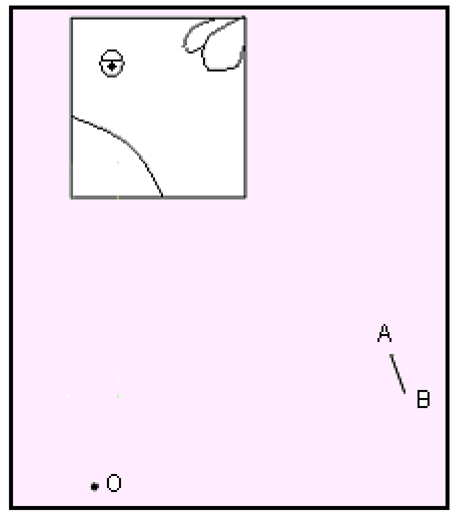
UN RETO MAS...

Un arqueólogo muy famoso de México, ha observado que los días del calendario Maya Tzolkin contienen segmentos de recta y se le ha ocurrido hacer un juego donde tú tienes que completar en los días OK, MULUK y BEN los segmentos que les hacen falta.

Es importante que tengas en cuenta que se te dará el centro de rotación y el ángulo de giro para colocar cada segmento en su lugar.

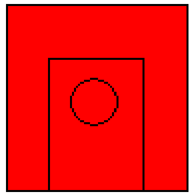
OK: IMAGEN COMPLETA IMAGEN INCOMPLETA

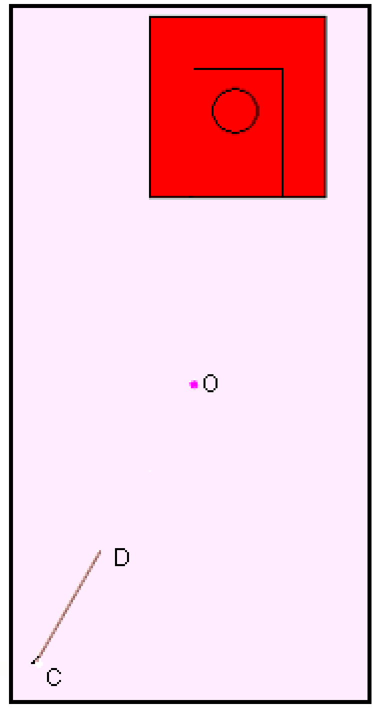




CENTRO DE ROTACION: O
ANGULO: +70
SEGMENTO: AB

MULUK:



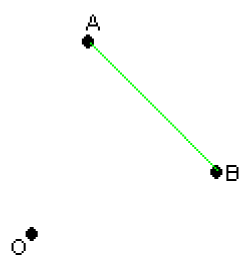


CENTRO DE ROTACION: O
ANGULO: -150
SEGMENTO: CD

ES HORA DE TRABAJAR

1. Rotar el segmento AB alrededor del punto O un ángulo de:

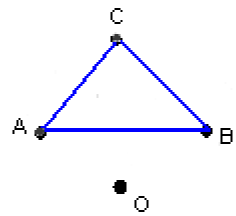
a. $+135^0$
b. -60^0
c. -340^0
d. $+210^0$



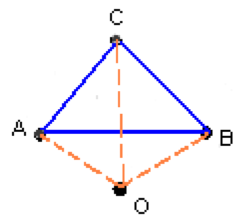
3. ROTACIÓN DE FIGURAS PLANAS

EJEMPLO 1

Hago girar el triángulo ABC alrededor del punto O un ángulo de $+270^0$.

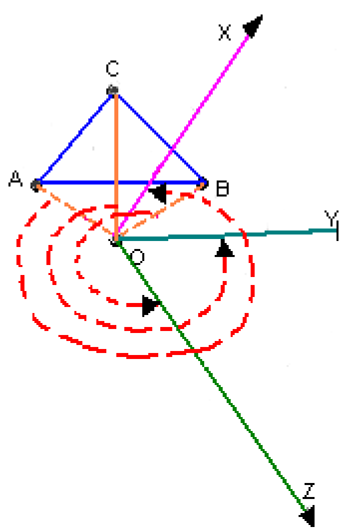


1. Se unen con segmentos cada vértice del triángulo y el centro de rotación.



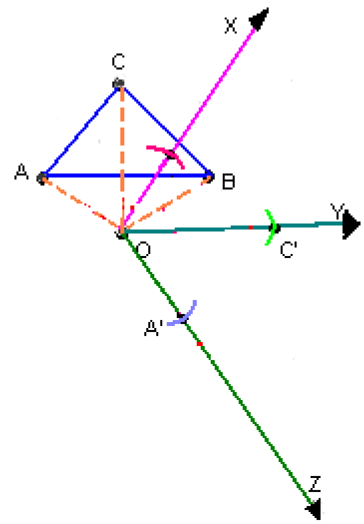
2. Utilizando el transportador Tzolkin modificado:

- Gira el segmento OA un ángulo de $+270^0$ señalando el punto X donde el transportador Tzolkin indique esta medida.
- Gira el segmento OB un ángulo de $+270^0$ señalando el punto Y donde el transportador Tzolkin indique esta medida.
- Gira el segmento OC un ángulo de $+270^0$ señalando el punto Z donde el transportador Tzolkin indique esta medida.

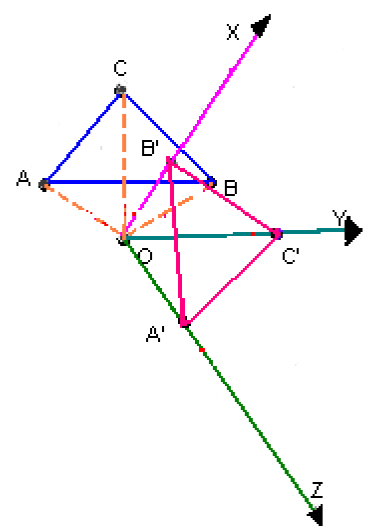


3. Con el compás y haciendo centro en O se traza un arco de circunferencia de radio igual a:

- El segmento OA hasta cortar a X en el punto que llamaremos A'.
- El segmento OB hasta cortar a Y en el punto que llamaremos B'.
- El segmento OC hasta cortar a Z en el punto que llamaremos C'.

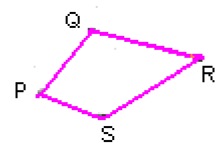


Finalmente unimos con segmentos los vértices consecutivos. El triángulo A'B'C' es la rotación del polígono ABC.

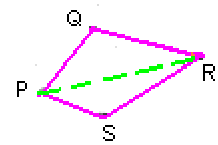


EJEMPLO 2

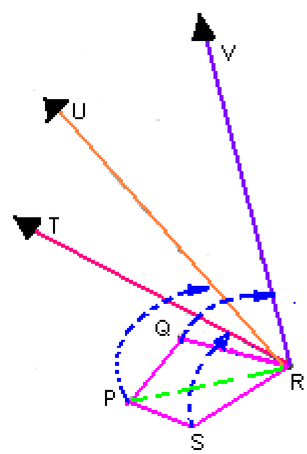
Hago girar el polígono PQRS alrededor del punto R un ángulo de -60^0.



1. Se unen con segmentos cada vértice del polígono y el centro de rotación.

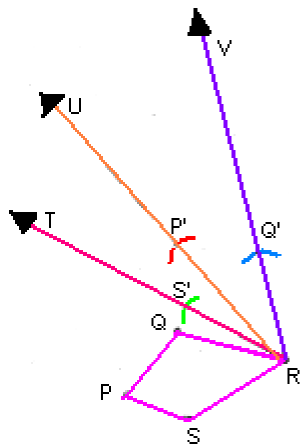


2. Utilizando el transportador Tzolkin modificado:
a. Gira el segmento RS un ángulo de -60^0 señalando el punto T donde el transportador Tzolkin indique esta medida.
b. Gira el segmento RP un ángulo de -60^0 señalando el punto U donde el transportador Tzolkin indique esta medida.
c. Gira el segmento RQ un ángulo de -60^0 señalando el punto V donde el transportador Tzolkin indique esta medida.

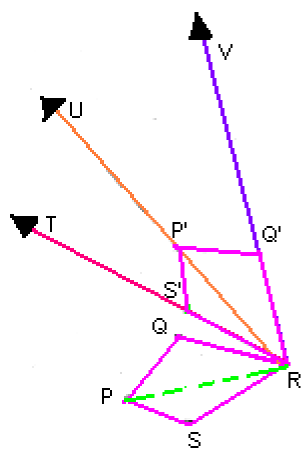


3. Con el compás y haciendo centro en R se traza un arco de circunferencia de radio igual a:

- El segmento RS hasta cortar a T en el punto que llamaremos P'.
- El segmento RP hasta cortar a U en el punto que llamaremos Q'.
- El segmento RQ hasta cortar a V en el punto que llamaremos R'.



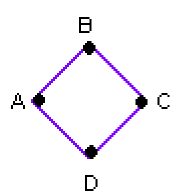
Finalmente unimos con segmentos los vértices consecutivos. El polígono P'Q'R'S' es la rotación del polígono PQRS.



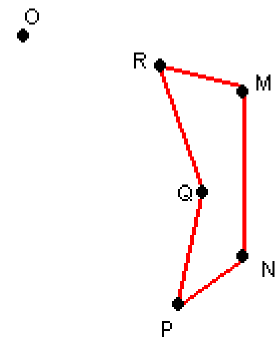
ES HORA DE TRABAJAR

Realizar las rotaciones que se indican en cada numeral:

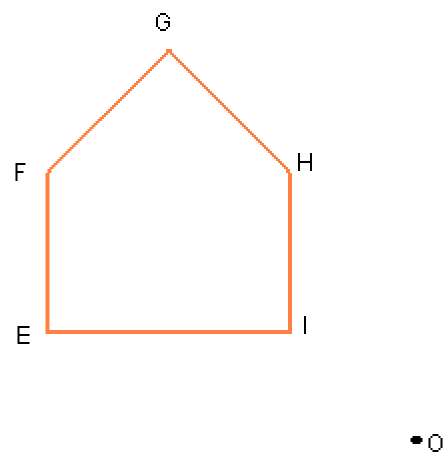
a. Rotar el cuadrado ABCD un ángulo de $+20^0$ alrededor del punto A.



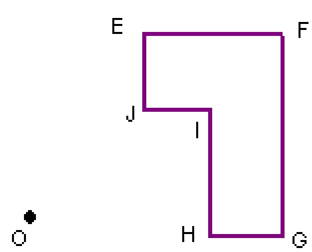
b. Rotar el polígono PQRMN un ángulo de -130^0 alrededor del punto O.



c. Rotar el polígono EFGHI un ángulo de $+210^0$ alrededor del punto O.



d. Rotar el polígono EFGHIJ un ángulo de -315^0 alrededor del punto O.



PASO 4

En este paso se espera que el estudiante efectúe rotaciones de figuras geométricas en el plano cartesiano.

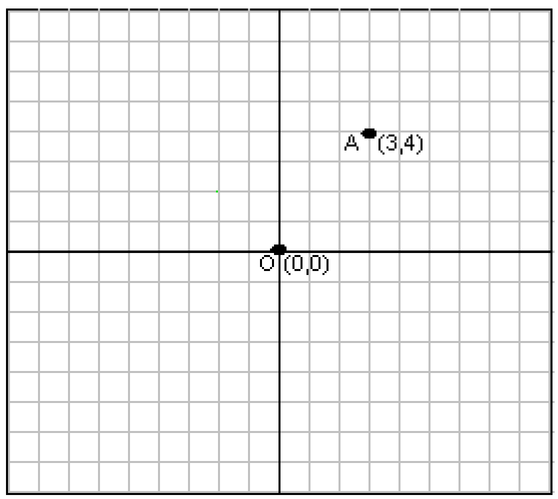
SUGERENCIA DIDÁCTICA

A continuación se presentará algunos ejemplos de cómo llevar a cabo rotaciones de figuras geométricas en el plano cartesiano teniendo en cuenta para ello el procedimiento utilizado en el paso anterior.

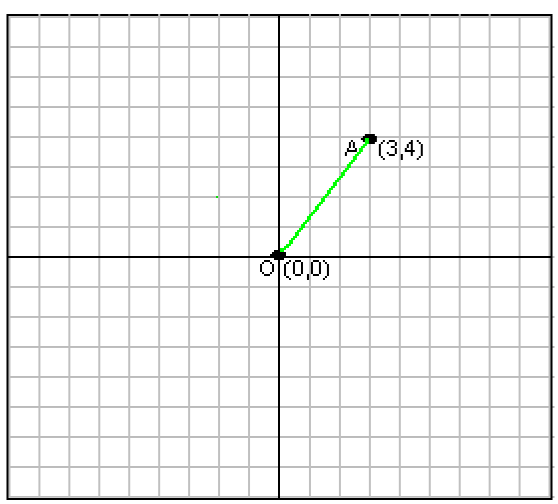
ROTACIONES EN EL PLANO CARTESIANO: La rotación en el plano cartesiano es un movimiento determinado por una amplitud, una orientación y un centro de rotación.

1. ROTACIÓN DE PUNTOS

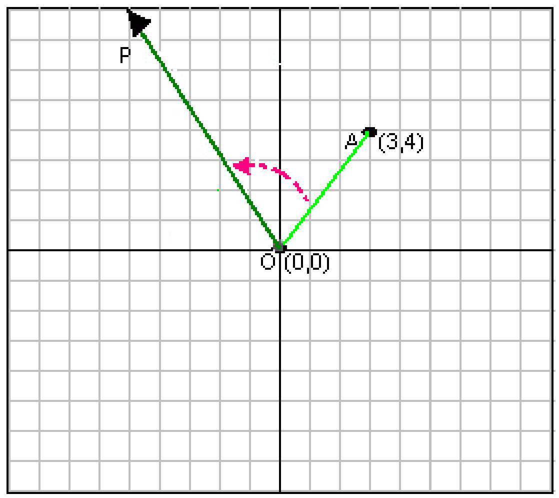
Ejemplo 1: Rotar el punto A de coordenadas (3,4) un ángulo de $+70^0$ con centro de rotación el punto O (0,0):



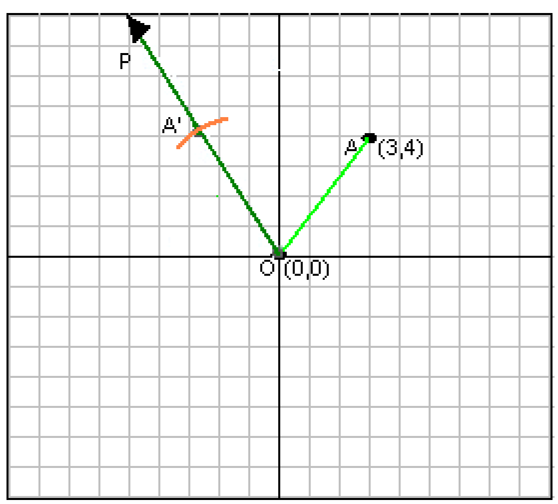
1. Unimos con un segmento el punto A con el centro de rotación O.



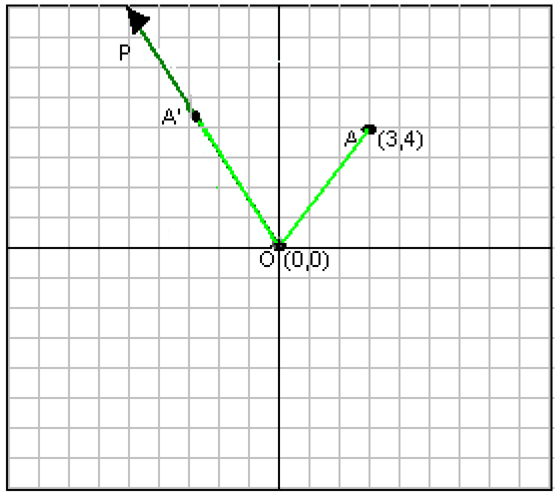
2. Colocamos el transportador sobre la recta que pasa por OA de manera que su centro coincida con el origen y medimos un ángulo de $+70^0$ señalando un punto P donde el transportador indique esta medida. A continuación se traza la semirrecta OP.



3. Con el compás y haciendo centro en O se traza un arco de circunferencia de radio igual al segmento OA hasta cortar a OP en A'.



4. A' es la rotación de A.



A TRABAJAR

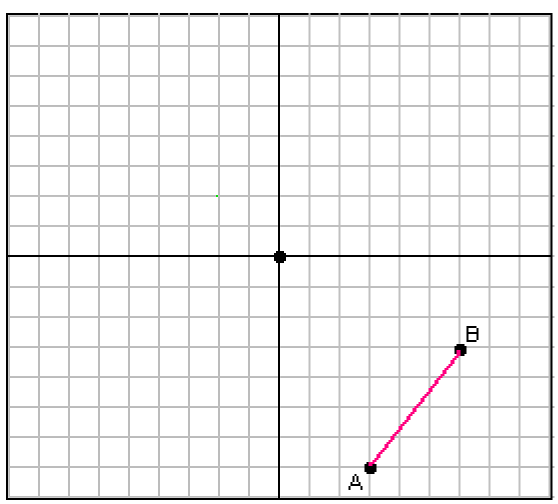
1. Rotar el punto M de coordenadas (-6,+4) un ángulo de $+100^0$ con centro de rotación el punto O (0,0).

2. Rotar el punto K de coordenadas (-5,-7) un ángulo de -30^0 con centro de rotación el punto B (+1,+1).

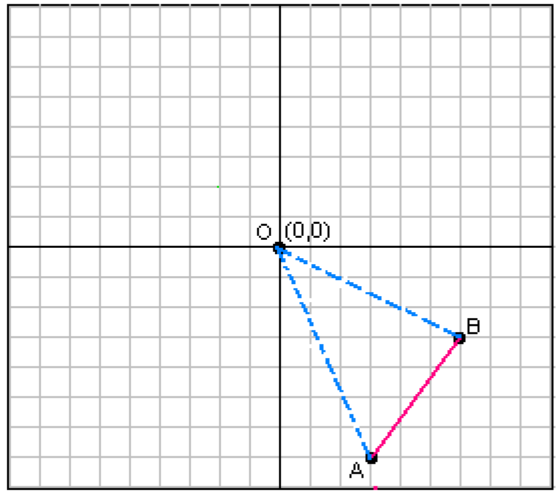
3. Rotar el punto T de coordenadas (+8,-2) un ángulo de $+220^0$ con centro de rotación el punto O (0,0).

2. ROTACIÓN DE SEGMENTOS

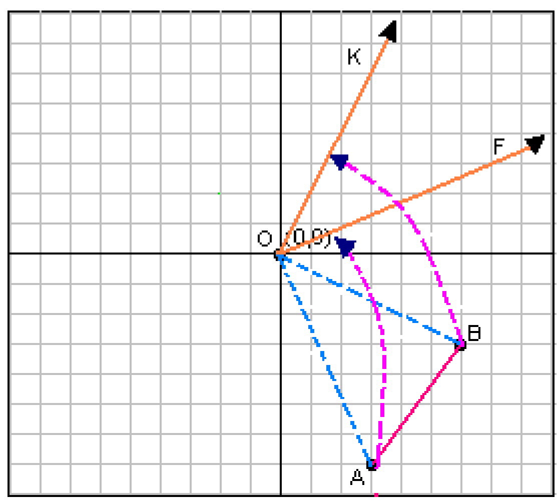
EJEMPLO 1: Rotar el segmento AB, un ángulo de $+90^0$ alrededor del punto O (0,0). Para ello se realizan los siguientes pasos:



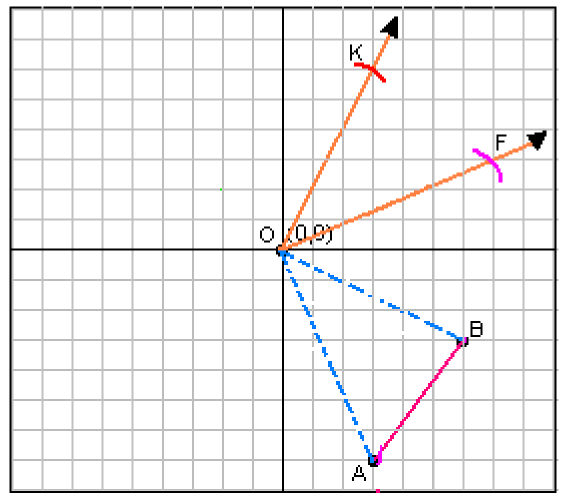
1. Unimos los extremos del segmento con el centro de rotación O.



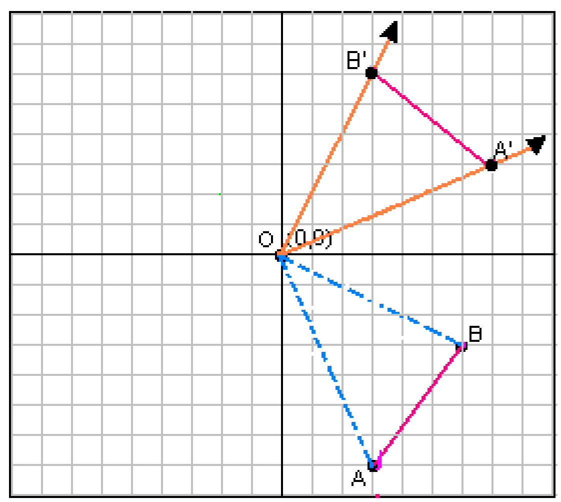
2. Utilizando el calendario Tzolkin modificado gira el segmento OA un ángulo de $+90^0$ señalando un punto F donde el transportador indique esta medida. Realiza el mismo proceso con el segmento OB pero en este caso señala un punto K donde el transportador indique $+90^0$.



3. Con el compás y haciendo centro en O se traza un arco de circunferencia de radio igual al segmento OA hasta cortar a OF en el punto que llamaremos A', luego trazamos un arco de circunferencia igual al segmento OB hasta cortar a OK en el punto que llamaremos B' y unimos el segmento A'B'.



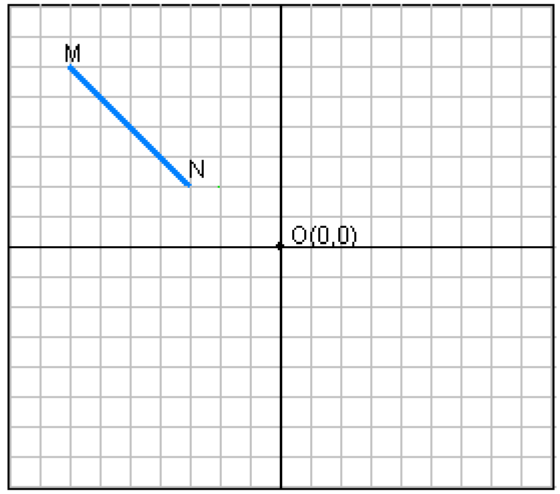
4. A’B’ es la rotación de AB.



A TRABAJAR

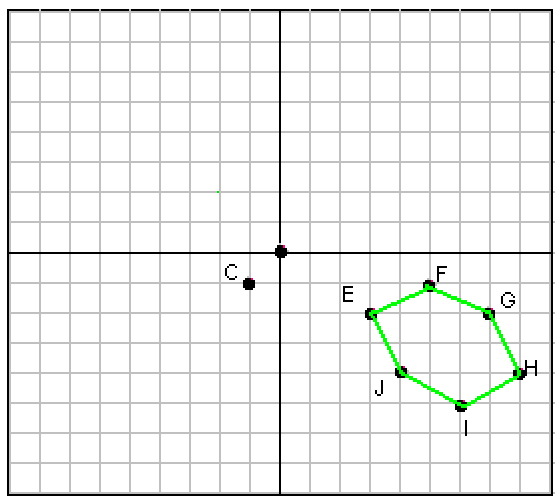
Rotar el segmento MN alrededor del punto O (0,0) un ángulo de:

a. -45^{0}.
b. $+80^{0}$.
c. -190^{0}.
d. $+165^{0}$



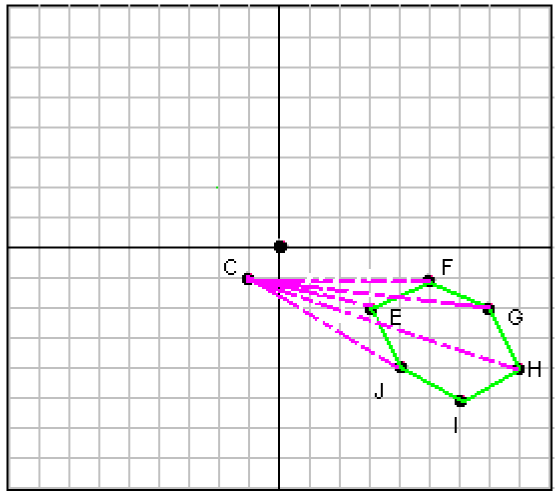
3. ROTACIÓN DE FIGURAS PLANAS

EJEMPLO 1: Rotar el polígono EFGHIJ un ángulo de -60^0 alrededor del punto C (-1.-1).



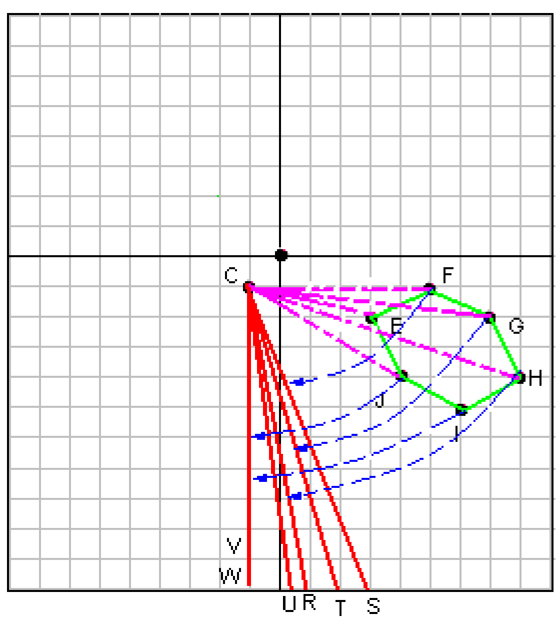
Para ello se realizan los siguientes pasos:

1. Se unen con segmentos cada vértice del polígono EFGHIJ con el centro de rotación C(1,-1:)



2. Utilizando el transportador Tzolkin modificado:

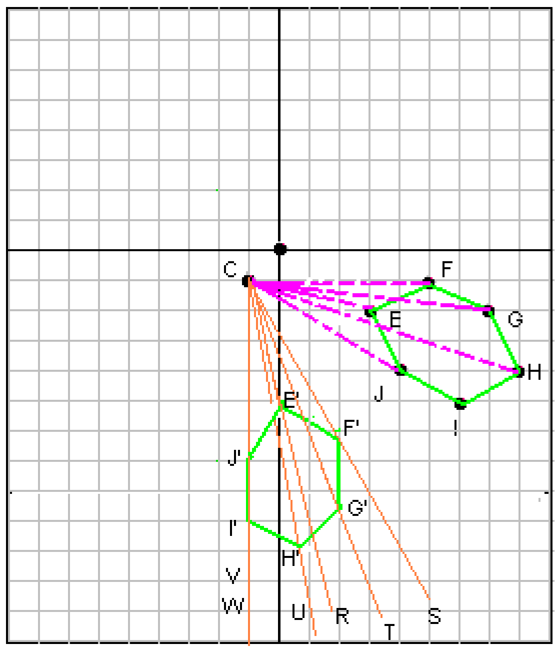
- Gira el segmento CE un ángulo de -60^0 señalando un punto R donde el transportador Tzolkin indique esta medida.
- Gira el segmento CF un ángulo de -60^0 señalando un punto S donde el transportador Tzolkin indique esta medida.
- Gira el segmento CG un ángulo de -60^0 señalando un punto T donde el transportador Tzolkin indique esta medida.
- Gira el segmento CH un ángulo de -60^0 señalando un punto U donde el transportador Tzolkin indique esta medida.
- Gira el segmento CI un ángulo de -60^0 señalando un punto V donde el transportador Tzolkin indique esta medida.
- Gira el segmento CJ un ángulo de -60^0 señalando un punto W donde el transportador Tzolkin indique esta medida.



3. Con el compás y haciendo centro en C se traza un arco de circunferencia de radio igual a:

- El segmento CE hasta cortar a CR en el punto que llamaremos E'.
- El segmento CF hasta cortar a CS en el punto que llamaremos F'.
- El segmento CG hasta cortar a CT en el punto que llamaremos G'.
- El segmento CH hasta cortar a CU en el punto que llamaremos H'.
- El segmento CI hasta cortar a CV en el punto que llamaremos I'.
- El segmento CJ hasta cortar a CW en el punto que llamaremos J'.

Finalmente unimos con segmentos los vértices consecutivos. El polígono E'F'G'H'I'J' es la rotación del polígono EFGHIJ.

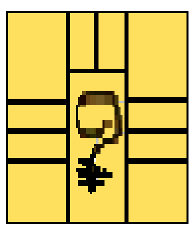


RETO: COMPLETANDO LA MEDALLA DE CIB, EL LUCHADOR

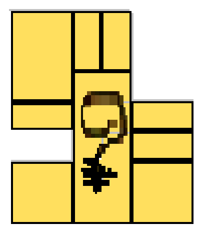
Un determinado día, el mejor guerrero maya fue condecorado con una medalla que representaba a CIB, el luchador. Todos los días éste guerrero lucía con orgullo la medalla que con tanto esfuerzo había ganado hasta que un día el collar que la sostenía se rompió cayendo la medalla al suelo, desprendiéndose dos de sus partes.

Tu misión para ayudar al guerrero maya consistirá en reconstruir la medalla utilizando como instrumento de ayuda la rotación. Para ello se te dará el centro de rotación y los ángulos necesarios para colocar cada pieza en su lugar.

MEDALLA COMPLETA



MEDALLA INCOMPLETA



Observa que las partes que se perdieron fueron las siguientes:

Fig. A

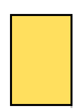
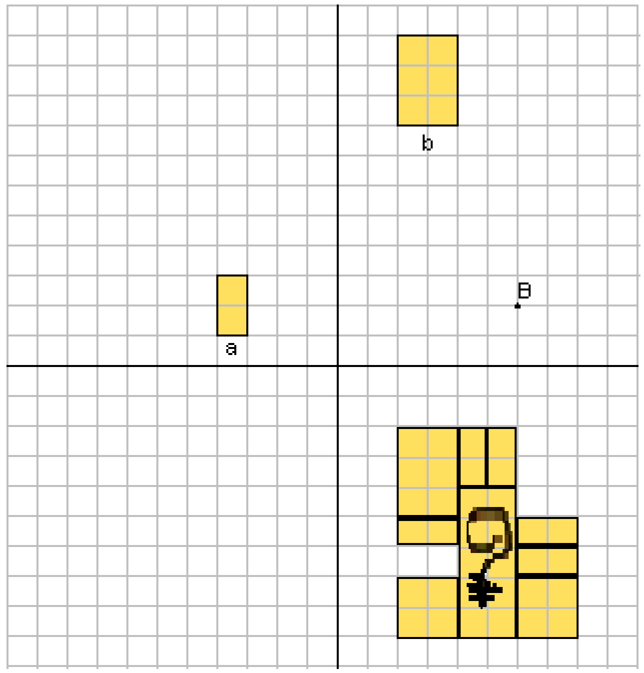


Fig. B

Al caer al piso estas piezas quedaron ubicadas tal y como se muestra a continuación. Para facilitarte su reubicación te las presentamos en el plano cartesiano.



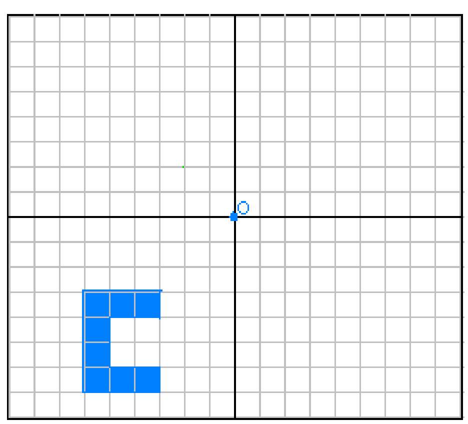
La pieza a deberá ser girada un ángulo de $+70^0$ alrededor del punto B (6,2) y la pieza b un ángulo de -200^0 alrededor del punto B (6,2).

ES HORA DE TRABAJAR

1. Dibuja en el plano cartesiano el triángulo cuyos vértices son los puntos A (-2,-1), B (-5,-4), C (0,-5), y gíralo un ángulo de $+60^0$ alrededor del punto B.

2. Dibuja en el plano cartesiano un cuadrado cuyos vértices son los puntos M (-7,3), N (-7,7), P (-3,7), Q (-3,3) y gíralo un ángulo de -228^0 alrededor del punto O (0,0).

3. Observa la figura que se presenta en el plano cartesiano y gírala un ángulo de -50^0 alrededor del punto O (0,0).



5.2.3 Composición de Rotaciones en el plano cartesiano: “RECONSTRUYENDO EN EL PLANO LOS DIAS DEL CALENDARIO MAYA”

- PROPOSITO

En esta parte del proceso se tratara de sugerir algunas actividades que permitan desarrollar el concepto de composición de rotaciones utilizando para ello algunas figuras geométricas presentes en los días del calendario Tzolkin modificado.

- DESCRIPCION

Para el desarrollo de esta temática específica se han desarrollado los siguientes pasos:

PASO 1

En este paso se quiere utilizar las figuras geométricas presentes en el calendario Tzolkin modificado para efectuar la composición de rotaciones en el plano.

SUGERENCIA DIDACTICA: Para el desarrollo de esta actividad se sugiere empezar con la formalización del concepto, seguido de varios ejemplos que permitirán al estudiante afianzar este tema al mismo tiempo que refuerce sus conocimientos sobre algunos aspectos mayas.

LOGRO
Reconocer y aplicar las principales características de la composición de rotaciones en diversas figuras geométricas.

INDICADORES DE LOGRO:
• Utiliza adecuadamente el concepto de composición de rotaciones en la reconstrucción de algunas figuras geométricas presentes en los días del calendario Tzolkin modificado.

- COMPOSICIÓN DE ROTACIONES CON UN MISMO CENTRO DE GIRO

En este tipo de composiciones se aplican dos o más rotaciones a una figura geométrica alrededor de un mismo centro de giro. Para ello se aplica una primera rotación a la figura inicial con un ángulo determinado, luego se utiliza una segunda rotación con igual o diferente ángulo al primero y así sucesivamente se siguen aplicando rotaciones hasta obtener la figura final que se deseaba girar.

EJEMPLO PRIMERO

En este primer ejemplo utilizaremos el día Lamat (figura a) para realizar la composición de rotaciones.

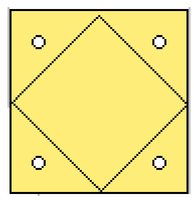
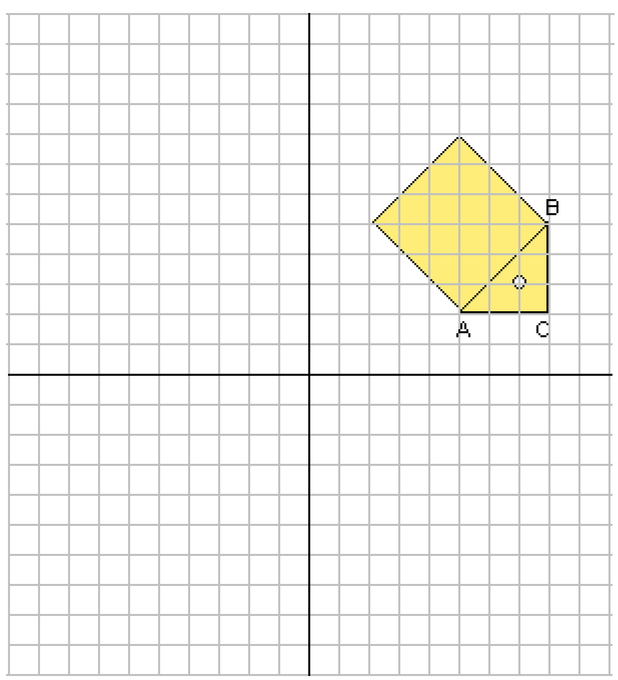


Figura a

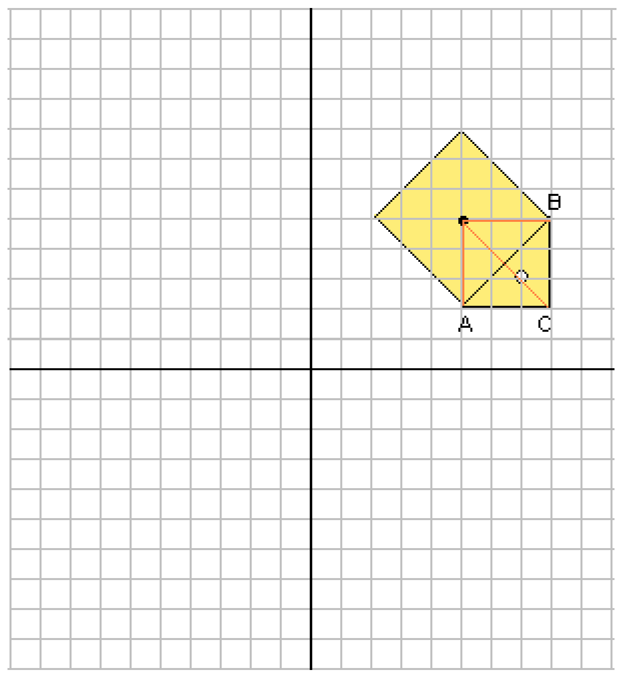
A continuación se observa que tres esquinas de Lamat han desaparecido y queremos reconstruirlas utilizando diversos giros. Para facilitar su recuperación te presentamos tanto las partes que quedaron como las que desaparecieron en el plano cartesiano.



En este sentido, se deberá seguir los siguientes pasos:
4. Rotemos el triangulo que quedó de Lamat de la siguiente manera:

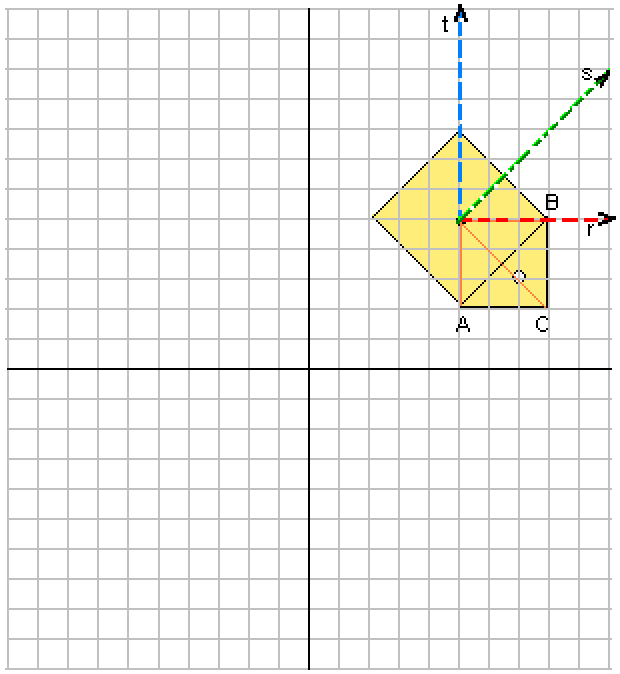
Movimiento 1: Rotar el triángulo ABC un ángulo de $+90^0$ alrededor del punto O (5,5).

➢ Para ello se unen con segmentos cada vértice del triángulo ABC con el centro de rotación.



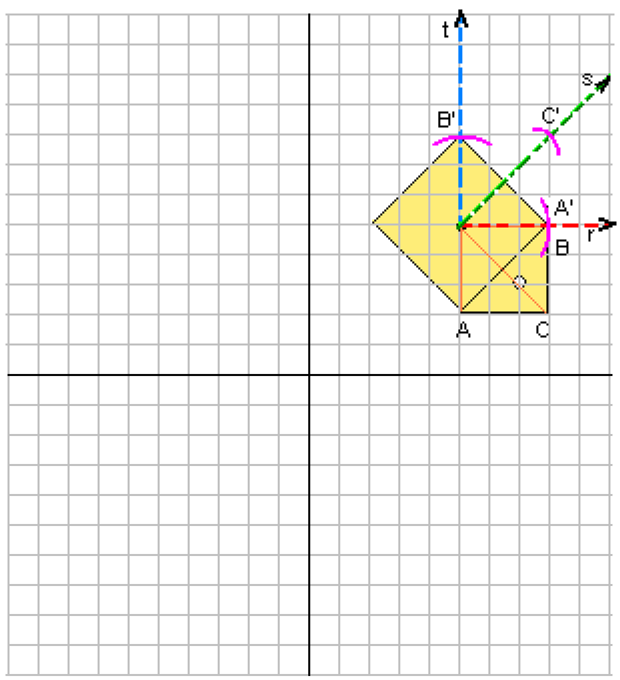
➢ Utilizando el transportador Tzolkin modificado:

- Gira el segmento OA un ángulo de $+90^0$ señalando un punto r donde el transportador Tzolkin indique esta medida.
- Gira el segmento OB un ángulo de $+90^0$ señalando un punto s donde el transportador Tzolkin indique esta medida.
- Gira el segmento OC un ángulo de $+90^0$ señalando un punto t donde el transportador Tzolkin indique esta medida.

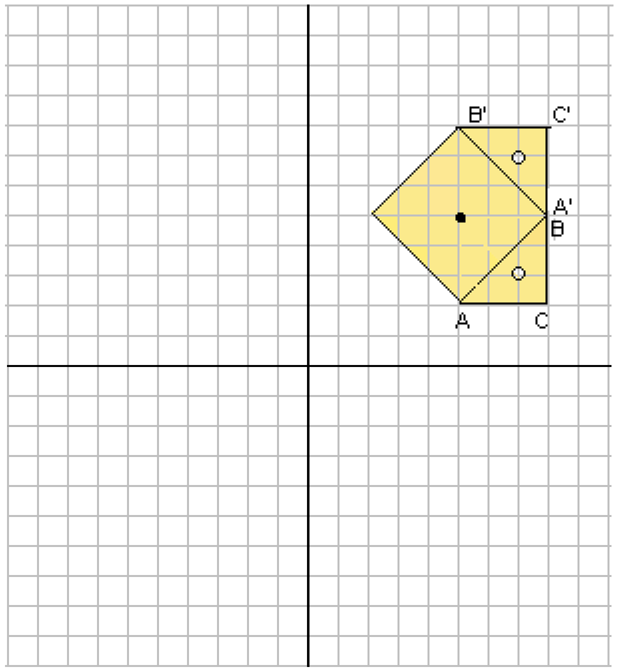


- Con el compás y haciendo centro en O se traza un arco de circunferencia de radio igual a:

- El segmento OA hasta cortar a or en un punto que llamaremos A’.
- El segmento OB hasta cortar a os en un punto que llamaremos B’.
- El segmento OC hasta cortar a ot en un punto que llamaremos C’.

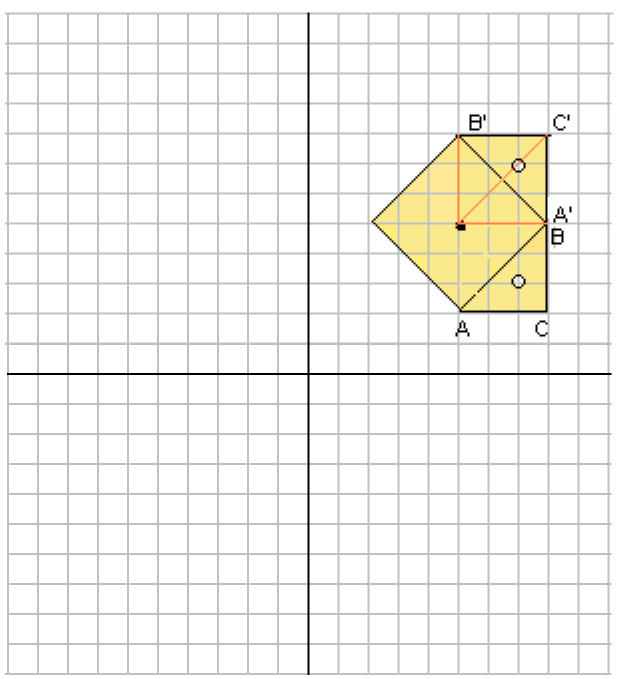


Finalmente unimos con segmentos los vértices consecutivos. El Triángulo A'B'C' es la rotación del triángulo ABC.



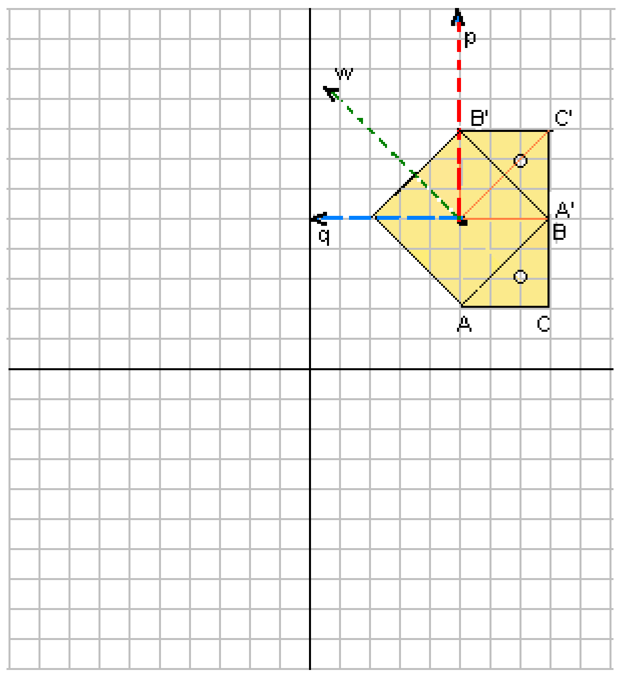
Movimiento 2: Rotar el triángulo que resultó del movimiento 1 un ángulo de $+90^0$ alrededor del punto O(5,5).

- Para ello se unen con segmentos cada vértice del triángulo A'B'C' con el centro de rotación.



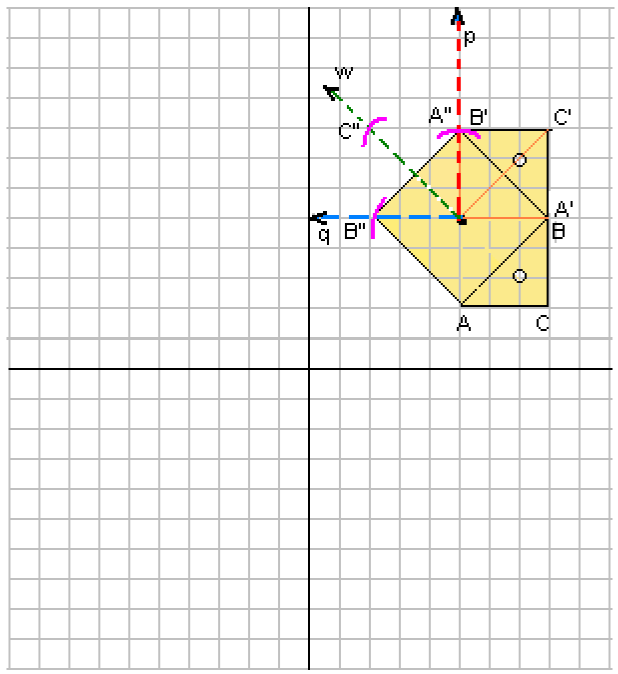
➢ Utilizando el transportador Tzolkin modificado:

a. Gira el segmento OA’ un ángulo de $+90^0$ señalando un punto p donde el transportador Tzolkin indique esta medida.
b. Gira el segmento OB’ un ángulo de $+90^0$ señalando un punto q donde el transportador Tzolkin indique esta medida.
c. Gira el segmento OC’ un ángulo de $+90^0$ señalando un punto w donde el transportador Tzolkin indique esta medida.

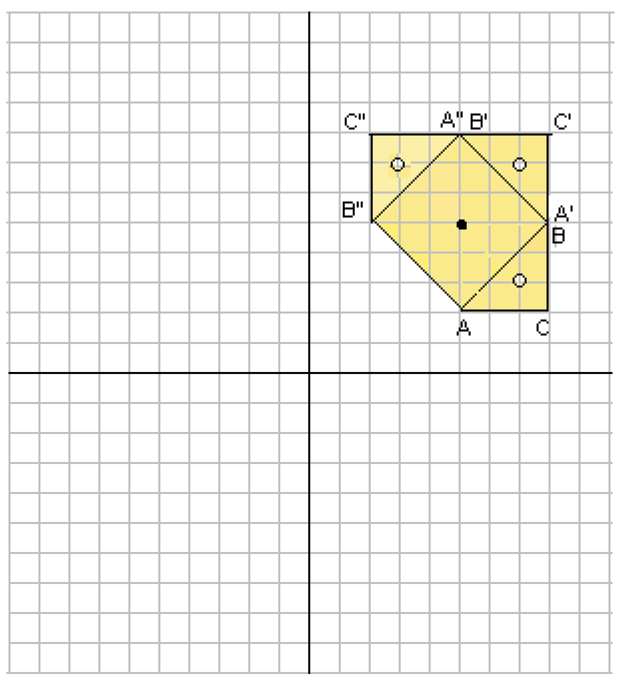


➢ Con el compás y haciendo centro en O se traza un arco de circunferencia de radio igual a:

- El segmento OA’ hasta cortar a op en un punto que llamaremos A’’.
- El segmento OB’ hasta cortar a oq en un punto que llamaremos B’’.
- El segmento OC’ hasta cortar a ow en un punto que llamaremos C’’.

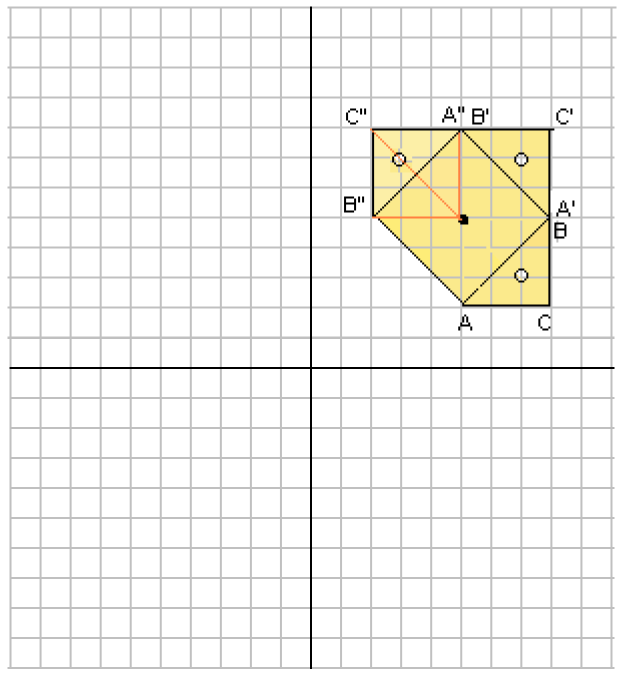


Finalmente unimos con segmentos los vértices consecutivos. El Triángulo A’’B’’C’’ es la rotación del triángulo A’B’C’.



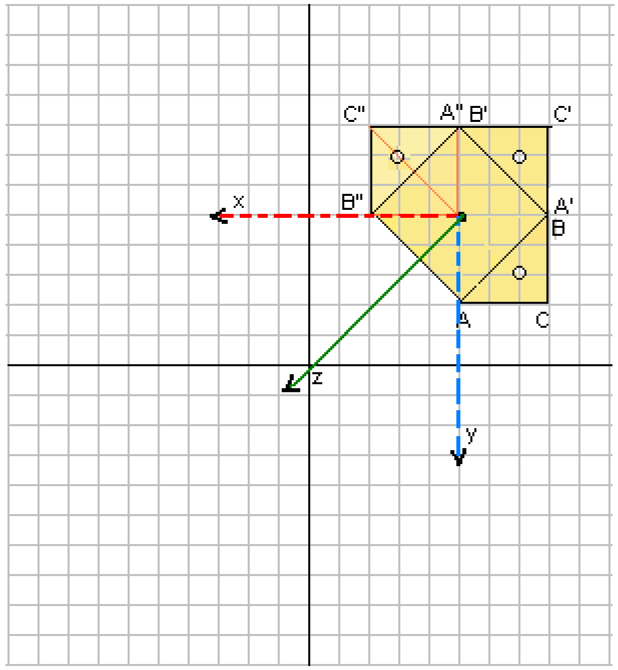
Movimiento 3: Rotar el triángulo que resultó del movimiento 2 un ángulo de $+90^0$ alrededor del punto O(5,5).

- Para ello se unen con segmentos cada vértice del triángulo con el centro de rotación.



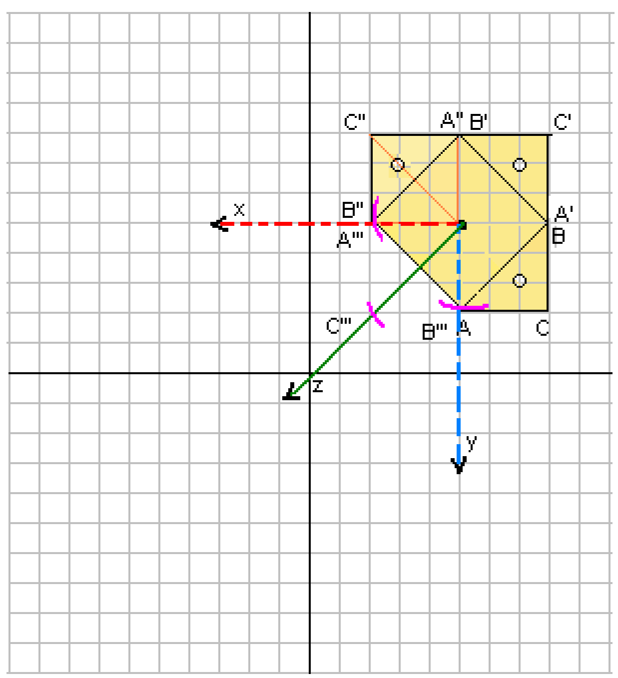
- Utilizando el transportador Tzolkin modificado:

- Gira el segmento OA'' un ángulo de $+90^0$ señalando un punto x donde el transportador Tzolkin indique esta medida.
- Gira el segmento OB'' un ángulo de $+90^0$ señalando un punto y donde el transportador Tzolkin indique esta medida.
- Gira el segmento OC'' un ángulo de $+90^0$ señalando un punto z donde el transportador Tzolkin indique esta medida.

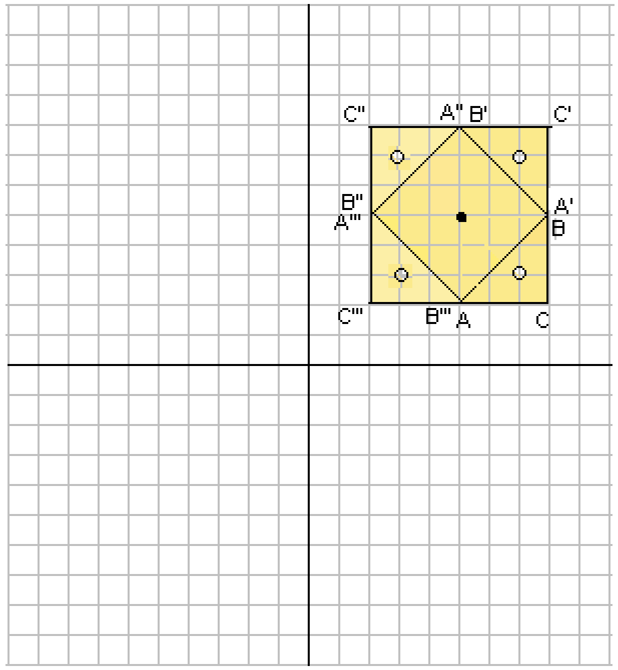


- Con el compás y haciendo centro en O se traza un arco de circunferencia de radio igual a:

- El segmento OA'' hasta cortar a ox en el punto que llamaremos A'''.
- El segmento OB'' hasta cortar a oy en el punto que llamaremos B'''.
- El segmento OC'' hasta cortar a oz en el punto que llamaremos C'''.



Finalmente unimos con segmentos los vértices consecutivos. El Triángulo A'''B'''C''' es la rotación del triángulo A''B''C''.



EJEMPLO SEGUNDO

En este segundo ejemplo utilizaremos el día MEN (figura a) para realizar la composición de rotaciones.

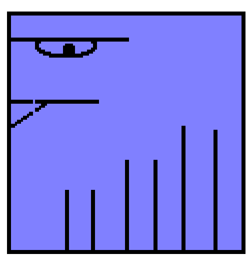
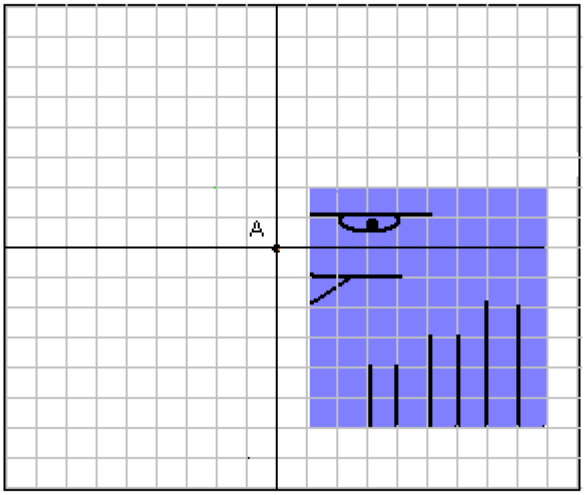
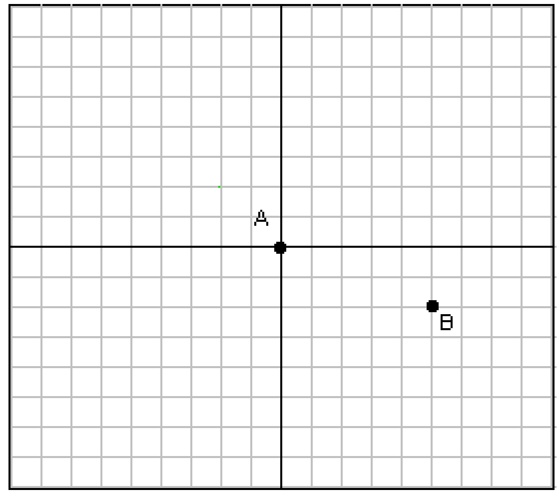


Figura a

A continuación se observa que los cuatro vértices que formaban el cuadrado de MEN han desaparecido. Para facilitar su recuperación emplearemos diversos giros, por ello te presentamos un punto guía A en el plano cartesiano y un centro de rotación de coordenadas B (5,-2) para que a partir de ellos se puedan obtener los puntos faltantes:



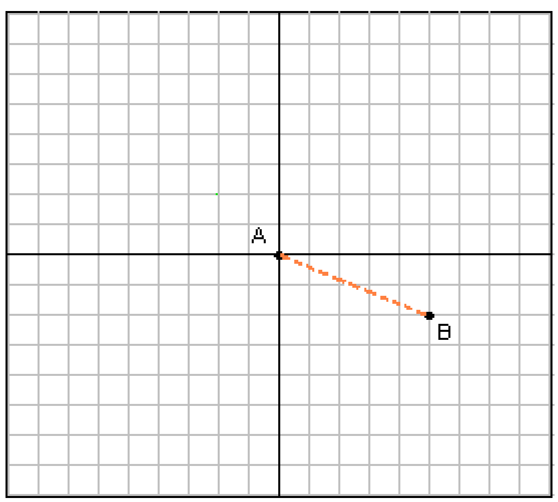


En este sentido, se deberá seguir los siguientes pasos:

1. Rotemos el punto guía A de la siguiente manera:

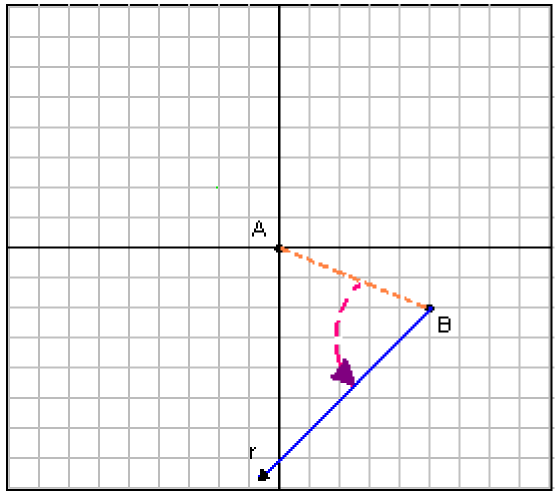
Movimiento 1: Rotar el punto A un ángulo de $+66^0$ alrededor del punto B (5,-2).

➢ Para ello se une con un segmento el punto A con el centro de rotación.



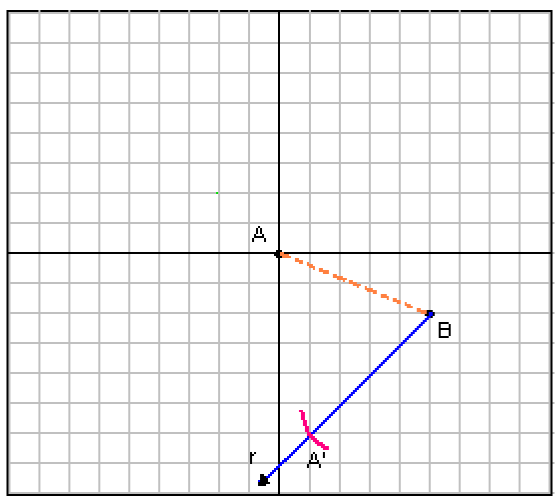
➢ Utilizando el transportador Tzolkin modificado:

- Gira el segmento BA un ángulo de $+66^0$ señalando un punto r donde el transportador Tzolkin indique esta medida.



- Con el compás y haciendo centro en B se traza un arco de circunferencia de radio igual a:

- El segmento BA hasta cortar a Br en el punto que llamaremos A'.

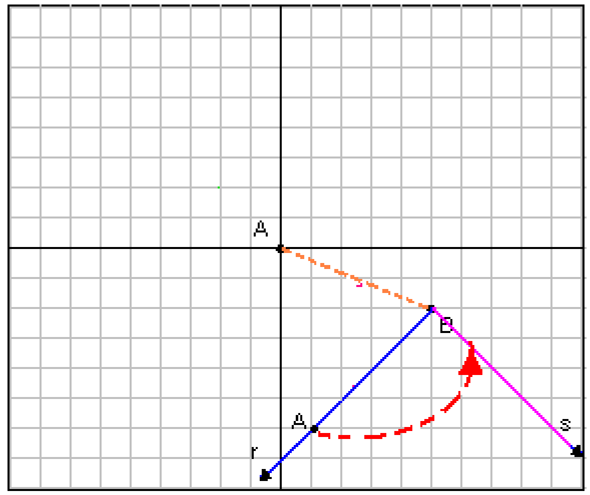


Este punto A' es el vértice inferior izquierdo del día MEN. Ahora hallemos los demás vértices:

Movimiento 2: Rotar el punto A' un ángulo de $+90^0$ alrededor del punto B (5,-2). Para ello:

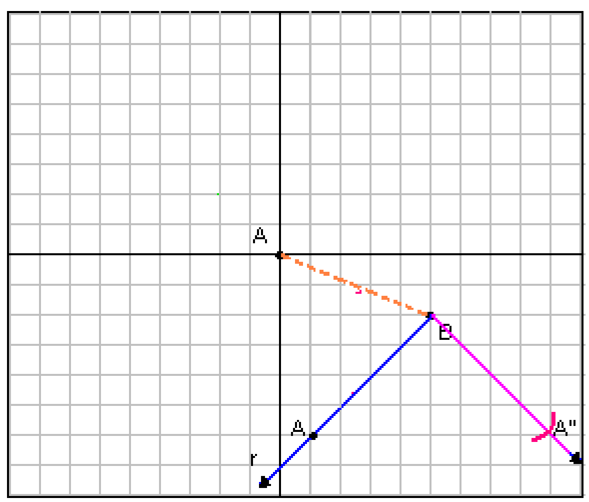
- Utilizando el transportador Tzolkin modificado:

- Gira el segmento BA’ un ángulo de $+90^0$ señalando un punto s donde el transportador Tzolkin indique esta medida.



- Con el compás y haciendo centro en B se traza un arco de circunferencia de radio igual a:

- El segmento BA’ hasta cortar a Bs en un punto que llamaremos A’’.

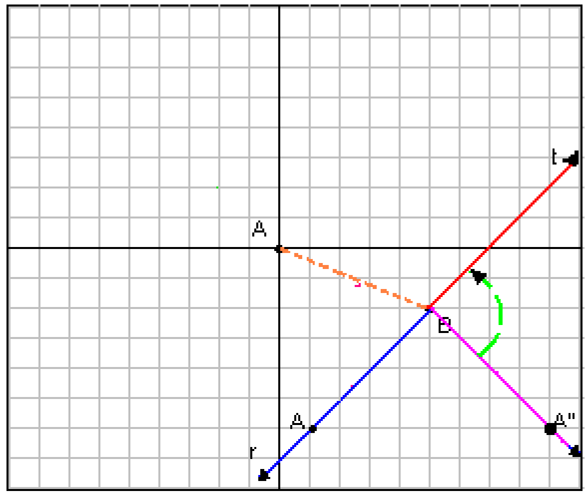


Este punto A’’ es el segundo vértice del día MEN. Ahora hallemos los dos vértices que aún nos hacen falta:

Movimiento 3: Rotar el punto A’’ un ángulo de $+90^0$ alrededor del punto B (5,-2). Para ello:

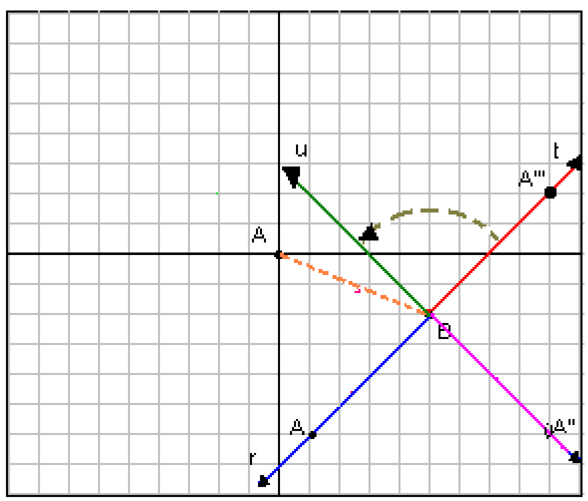
- Utilizando el transportador Tzolkin modificado:

- Gira el segmento BA’’ un ángulo de $+90^0$ señalando un punto t donde el transportador Tzolkin indique esta medida.



➢ Con el compás y haciendo centro en B se traza un arco de circunferencia de radio igual a:

- El segmento BA’’ hasta cortar a Bt en un punto que llamaremos A’’’.

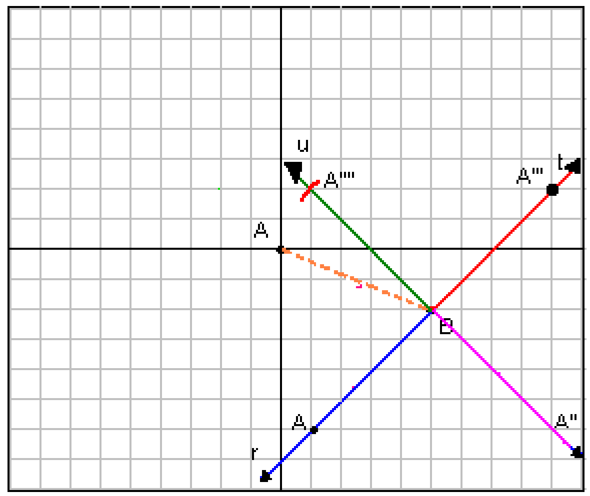


Este punto A’’’ es el tercer vértice del día MEN. Ya solo nos resta encontrar el vértice superior izquierdo:

Movimiento 4: Rotar el punto A’’’ un ángulo de $+90^0$ alrededor del punto B (5,-2). Para ello:

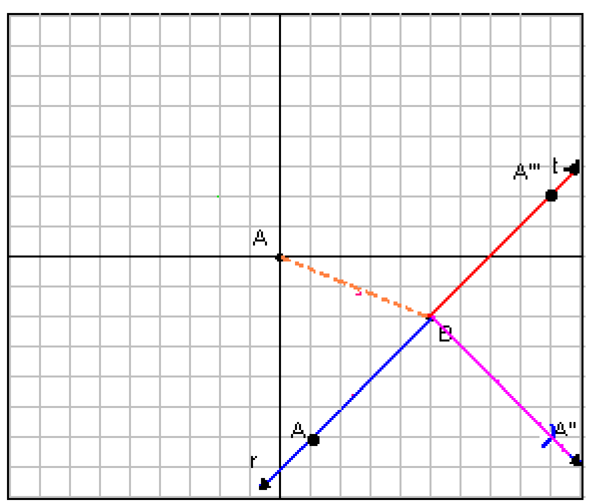
➢ Utilizando el transportador Tzolkin modificado:

- Gira el segmento BA''' un ángulo de $+90^0$ señalando un punto u donde el transportador Tzolkin indique esta medida.

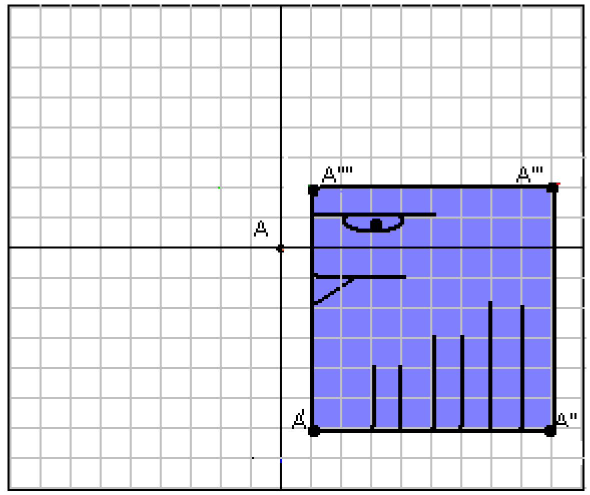


➢ Con el compás y haciendo centro en B se traza un arco de circunferencia de radio igual a:

- El segmento BA''' hasta cortar a Bu en un punto que llamaremos A''''.



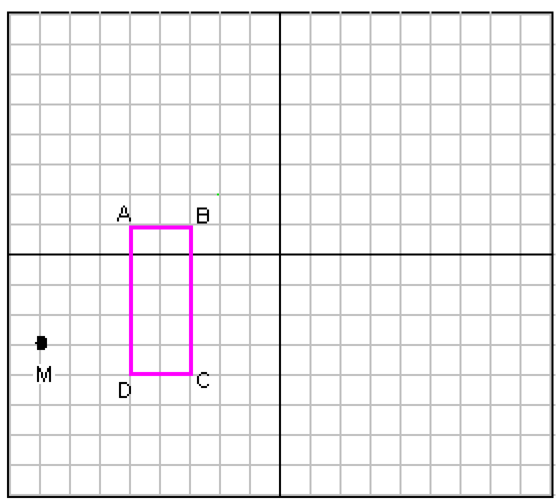
Este el último vértice que le hacía falta a la imagen de MEN, ahora con los puntos A',A'', A''' y A'''' formamos el cuadrado del día MEN:



A TRABAJAR

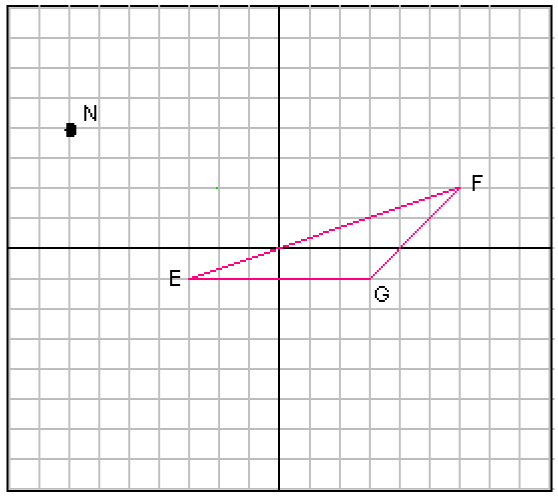
1. Dados los siguientes polígonos efectúa la composición de rotaciones de cada uno de ellos en el orden que se indique:

a. Rotar el rectángulo ABCD alrededor del punto M (-8,-3) de acuerdo a:
Movimiento 1: un ángulo de $+20^0$.
Movimiento 2: un ángulo de $+50^0$.

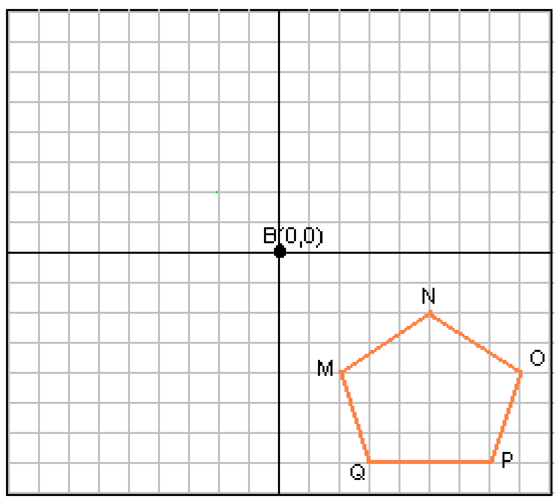


b. Rotar el triángulo EFG alrededor del punto N (-7,4) de acuerdo a:

Movimiento 1: un ángulo de -85^0.
Movimiento 2: un ángulo de -120^0.



c. Rotar el polígono MNOPQ alrededor del punto B (0,0) de acuerdo a:
Movimiento 1: un ángulo de $+45^0$.
Movimiento 2: un ángulo de $+170^0$.
Movimiento 3: un ángulo de $+35^0$.



5.2.4 Actividad de refuerzo: “RECONSTRUYENDO LOS TEJIDOS MAYAS”.

- PROPOSITO

Motivar a los estudiantes con una interesante información de los tejidos mayas, con el fin de hacer un repaso de toda la temática vista hasta el momento en lo referente a rotaciones y sus componentes.

- DESCRIPCION

Para el desarrollo de esta actividad de refuerzo se pretende introducir a los estudiantes al tema de los tejidos mayas a través de una lectura, seguida de ejercicios cuyo objetivo principal será completar, utilizando la rotación algunos diseños que se encuentran en los textiles mayas del periodo clásico, posclásico y de la época actual.

Para el desarrollo de la temática de refuerzo se han planteado los siguientes pasos:

PASO 1

En este paso se realizará la lectura de los tejidos mayas en grupos de 2 personas con el objetivo de que los estudiantes se relacionen con algunos aspectos del arte maya.

SUGERENCIA DIDACTICA: En esta parte de la actividad, la información de los tejidos mayas se dará a conocer a través de una lectura que estará acompañada de imágenes que muestran algunos de los diseños tradicionales que se han encontrado en varios tejidos, monumentos, frescos, y pinturas que datan del periodo clásico, posclásico y de la época actual.

LOGRO
Confrontar su saber en diversas situaciones que exigen la aplicación adecuada del concepto de rotación y sus principales características.

INDICADORES DE LOGRO:
• Lee textos con fluidez y comprensión a partir de la relectura.
• Resuelve ejercicios que requieren la aplicación del concepto de rotación y sus principales características usando como recursos de apoyo algunos tejidos mayas.

TEJIDOS MAYAS

Los mayas constituyeron uno de los pueblos de más intensa vida espiritual e intelectual que se conoce hasta el momento. Su alto grado desarrollo cultural se manifiesta hoy en día a través de sus prodigiosas obras arquitectónicas, pictóricas, literarias y científicas; y es precisamente en algunas de estas obras, donde se han encontrado varias representaciones de sus textiles, por ejemplo en la figura 1 pueden observarse algunas telas de color que usaban los mayas del periodo clásico y que fueron encontradas en los monumentos que se tallaron en esta época, además se debe anotar que éstas telas se caracterizaban por ser un tejido rico y complicado utilizando siempre un complejo bordado al menos para la realeza.

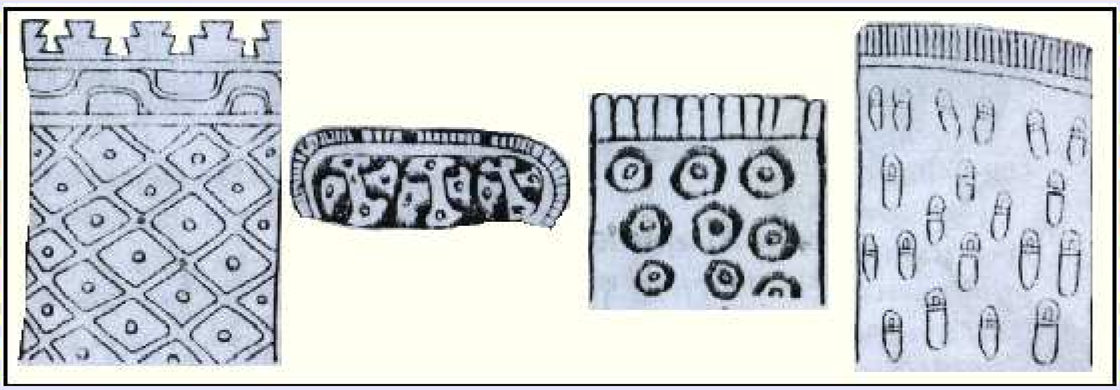


Fig.1

Por otra parte en la figura 2 se muestran algunos de los textiles del periodo posclásico encontrados en murales, pinturas y alfarería.

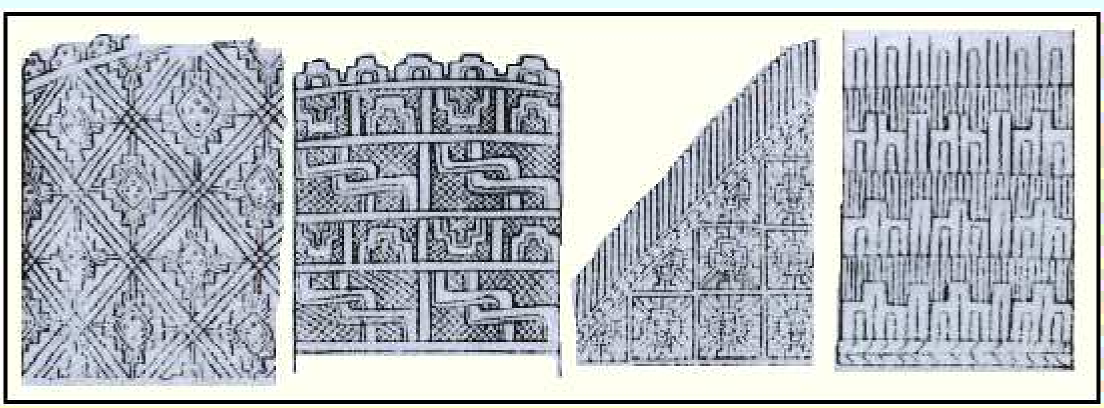


Fig. 2

Hoy en día muchas comunidades de las tierras altas de Guatemala aún se caracterizan por los diferentes tipos de tela que tejen como por sus diseños tradicionales. El simbolismo de los colores empleados en los diseños textiles de estas tierras altas de Guatemala todavía guardan cierta relación con lo que usaron los antiguos mayas. El negro por ejemplo representa las armas, por ser el color de la obsidiana que no es más que una roca volcánica de color negro o verde muy oscuro; el amarillo simboliza el alimento porque es el color del maíz; el rojo representa la sangre; el azul representa sacrificio. El color real es el verde, por ser el del pájaro Quetzal, reservado para los gobernantes.

Otros de los tejidos que se destacan por sus diseños son los tejidos mayas Quiches, pues en estos se encuentran una amplia gama de mosaicos, tanto en sus prendas de uso personal como en la de uso domestico, un ejemplo de un mosaico se encuentra en la figura 3 donde se puede notar una repetición de triángulos dispuestos en filas o cadenas ya sea horizontal o en diagonal.

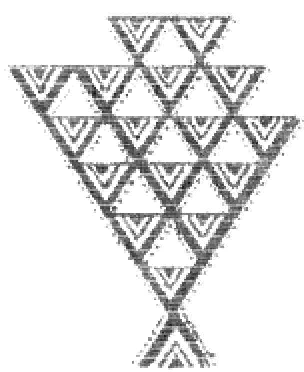


Fig. 3

Otro ejemplo se puede observar en la figura 4 donde se encuentra una repetición del elemento “<” y también del elemento “>” dispuestos en una fila horizontal y finalmente en la figura 5 también se puede observar una repetición de líneas quebradas, pero analizando las líneas ellas son la frontera de los rombos.

Fig. 4

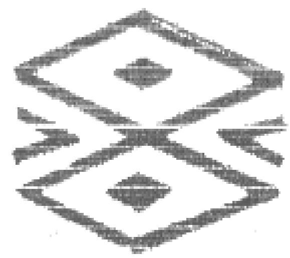


Fig. 5

Todo lo anterior nos hace comprender que el arte maya no solo se encuentra en sus monumentos, ciudades, pinturas sino que formó parte importante de su vida diaria, lastimosamente hoy en día los tejidos y los colores nativos desaparecen por doquier ante las hechas a maquina y los colorantes sintéticos, extinguiéndose así rápidamente el arte textil indígena.

PASO 2

En este paso los estudiantes reconstruirán algunos de los diseños que se encuentran en los tejidos mayas, utilizando como instrumento de ayuda la rotación; esto permitirá que el alumno refuerce sus conocimientos sobre las rotaciones al mismo tiempo que valora el hecho de cómo los mayas emplearon implícitamente este concepto en la elaboración de sus textiles.

SUGERENCIA DIDACTICA

Los siguientes ejercicios están subdivididos en dos secciones. En la primera sección los estudiantes deberán reconstruir un determinado tejido utilizando para ello la rotación y todos los elementos que la componen como son el sentido, el ángulo y centro de giro.

En la segunda sección, se empleará el plano cartesiano y la rotación para completar algunos diseños presentes en los tejidos mayas.

Para llevar a cabo estas actividades los tejidos han sido modificados en algunos aspectos con el fin de que el estudiante pueda identificar con mayor facilidad las figuras presentes en ellos.

ES HORA DE TRABAJAR

Apoyándote en uno de los tejidos mayas que se presenta a continuación, completa la parte del tejido que hace falta de acuerdo a las siguientes indicaciones:

1. Observa detenidamente la parte superior del tejido que está completo. En ella encontramos la figura “->-“que es la guía que servirá para reconstruirlo.

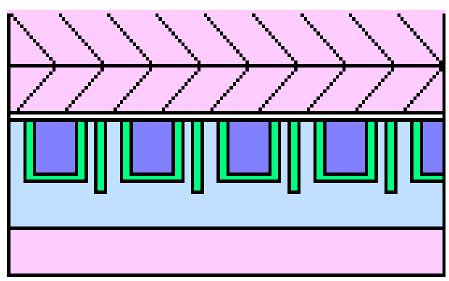


FIG. 1 TEJIDO COMPLETO

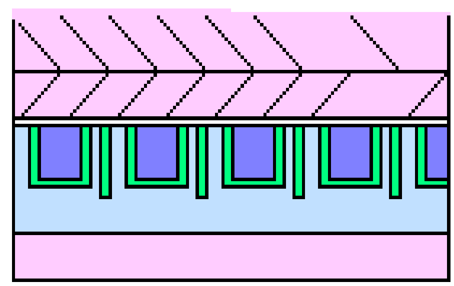
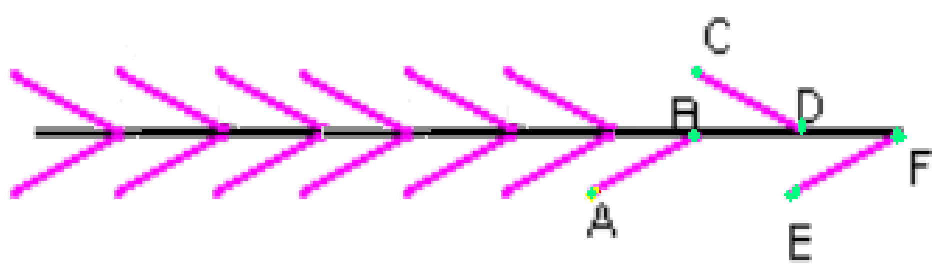


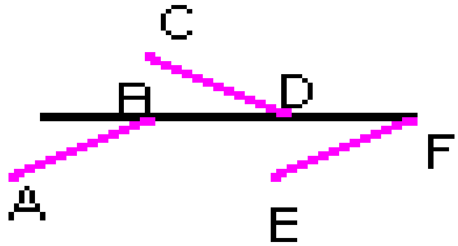
FIG. 2 TEJIDO INCOMPLETO

2. Para facilitar la reconstrucción de la parte superior del tejido, hemos colocado letras del alfabeto a los extremos de algunos segmentos, tal y como se indica a continuación:



Tu misión consistirá en encontrar los tres segmentos que le hacen falta al tejido, para ello lo primero que deberás hacer es encontrar el segmento que resulta de girar el segmento AB alrededor del punto B un ángulo de -25^0, luego para encontrar el segundo segmento que hace falta deberás girar el segmento CD un ángulo de $+25^0$ alrededor del punto D y finalmente para completar la imagen gira el segmento EF un ángulo de $–25^0$ alrededor del punto F y observarás como esta parte del tejido se completa con ayuda de la rotación.

En la figura que se presenta a continuación realiza los movimientos indicados en el numeral 2:



Ejercicio b

1. Observa los tejidos mayas que se presentan a continuación:

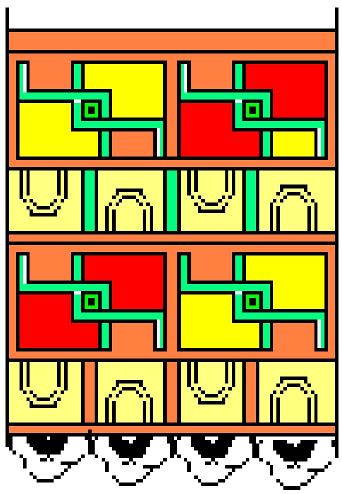


Fig. 1

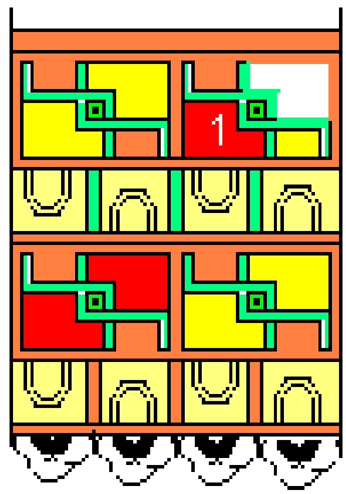
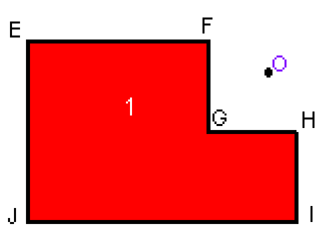


Fig.2

¿Puedes notar que en la parte superior derecha de la figura 2 hace falta un polígono? Qué tal si lo encuentras, haciendo girar el polígono rojo 1 un ángulo de $+180^0$ alrededor del punto O. Para facilitarte la reconstrucción de esta parte del tejido, te presentamos a continuación el polígono rojo guía en mayor tamaño, acompañado de algunas letras del alfabeto y un centro de rotación sobre el cual deberás realizar el giro.



Ejercicio c:
1. Observa los tejidos mayas que se presentan a continuación:

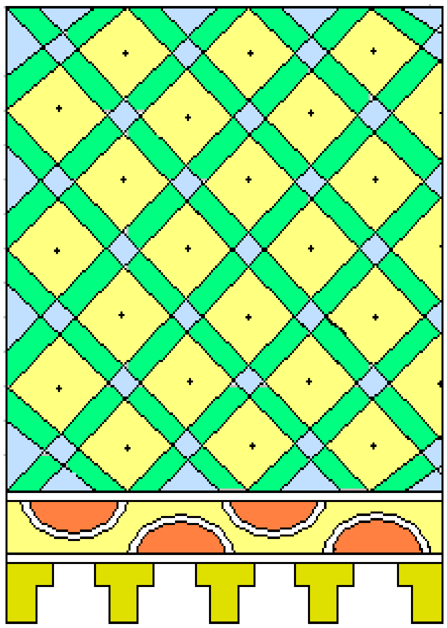


Fig. 1

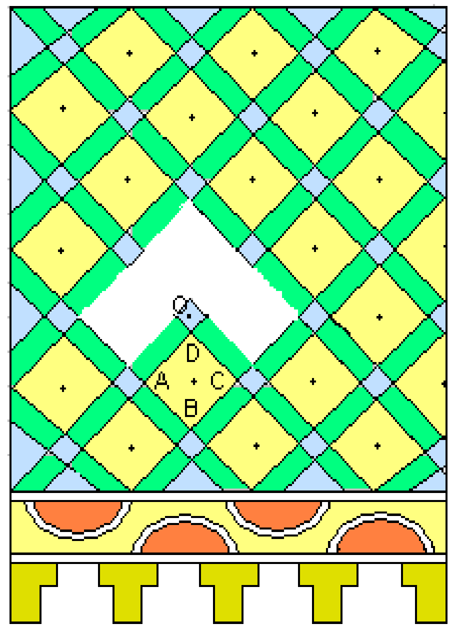
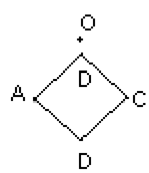


Fig.2

En la parte central de la figura 2 hacen falta tres rombos que debes completar con la ayuda de una rotación.

2. Para facilitar la reconstrucción de esta parte del tejido, se han colocado letras del alfabeto en los vértices del rombo guía, tal y como se indica a continuación:



3. Para encontrar el primer rombo, debes girar el rombo ABCD, un ángulo de $+90^0$ alrededor del punto O.

Para encontrar el segundo rombo, gira el rombo que resulto del movimiento anterior, un ángulo de $+90^0$ alrededor del punto O.

Y finalmente para encontrar el tercer rombo, gira el segundo rombo un ángulo de $+90^0$ alrededor del punto O.

SECCION 2: ROTACIÓN DE FIGURAS EN EL PLANO CARTESIANO

Ejercicio a

1. Observa los dos tejidos que se presentan a continuación en el plano cartesiano:

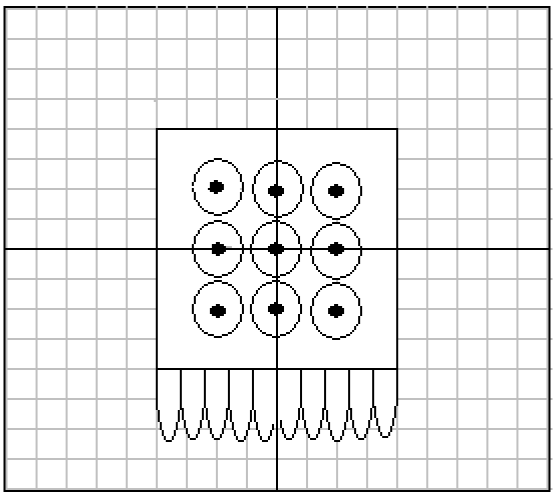


Fig. A

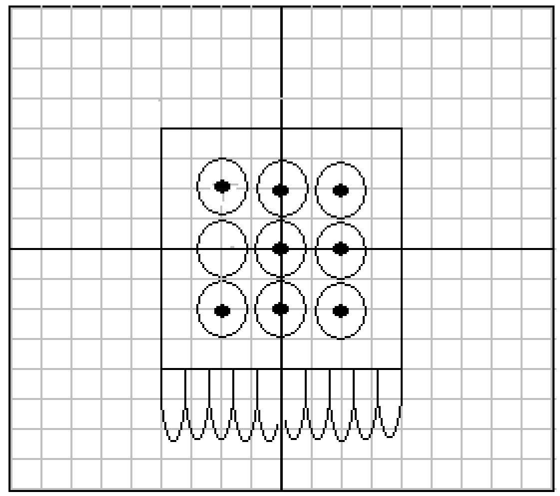
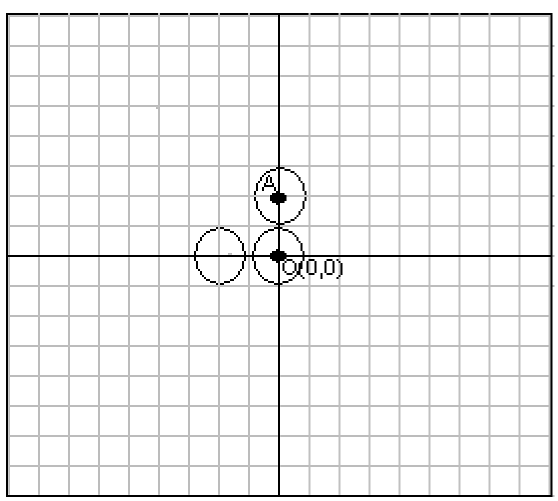


Fig. B

En la figura b puede notarse que hace falta un punto de un círculo el cual deberás encontrar con ayuda de una rotación.

2. Para facilitar la reconstrucción de esta parte del tejido, se ha escogido como punto guía el punto A, que debe girarse un ángulo de -270^0 alrededor del punto O(0,0) para encontrar el punto B, como se indica a continuación:



Ejercicio b

1. Observa los dos tejidos que se presentan a continuación en el plano cartesiano:

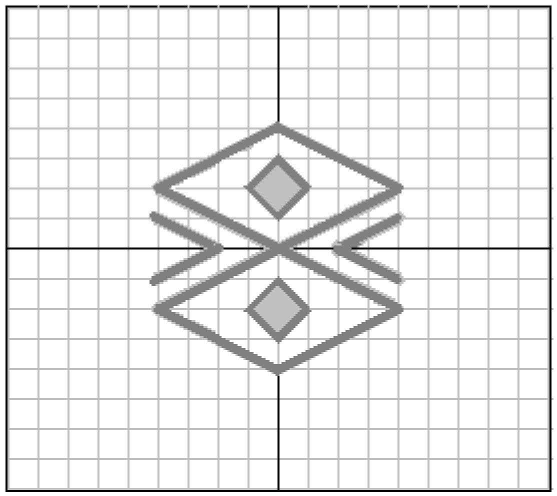


Fig. A

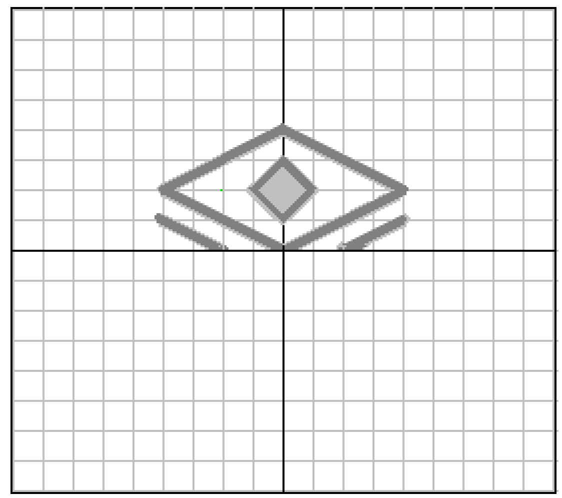
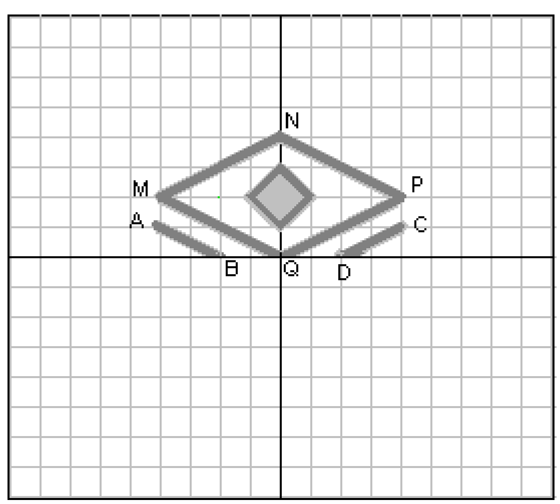


Fig. B

En la parte inferior de la figura b puede notarse que hace falta una parte del tejido, la cual deberás completar con ayuda de una rotación.

2. Para encontrar la figura que hace falta, debes girar tanto el polígono MNPQ como los segmentos AB y CD, un ángulo de -180^0 alrededor del punto Q (0,0).

En la figura que se presenta a continuación realiza los movimientos indicados en el numeral 2:



5.2.5 Evaluación 2

- PROPOSITO

El propósito de esta evaluación es apreciar, estimar y valorar de una manera global el grado de madurez conseguido por el estudiante en el dominio de las Rotaciones.

- DESCRIPCION

En esta actividad se pretende presentar una sugerencia de evaluación que consideramos puede valorar en forma integral el proceso que se llevó a cabo en la enseñanza de las Rotaciones.

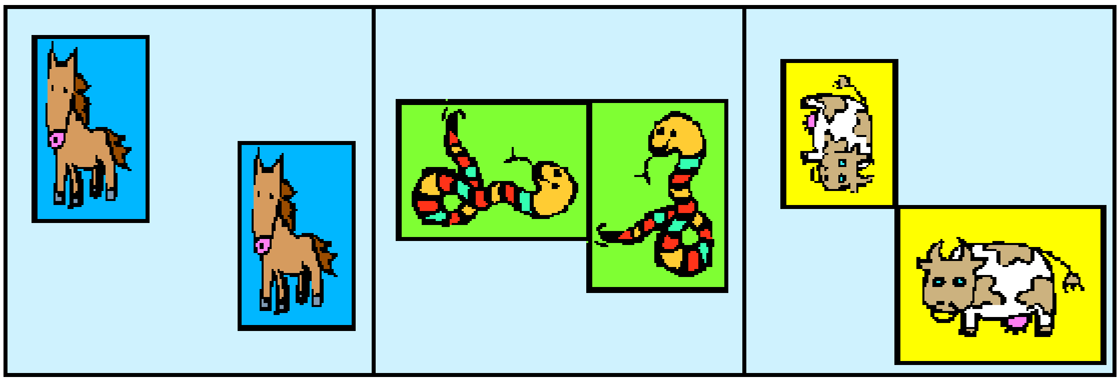
LOGRO
Indagar la comprensión de la rotación y todos sus componentes en diversas situaciones.

INDICADORES DE LOGRO
• En los numerales 1 y 2 se desea evaluar la asimilación visual de la posición relativa de figuras que han sido giradas.
• En el numeral 3 se pretende identificar la concepción que tiene el estudiante sobre el concepto de Rotación.
• En los numerales 4 y 5 el estudiante de debe ser capaz de aplicar a algunas figuras geométricas el concepto de Rotación con sus propiedades.
• En el numeral 6 se evaluará la manera como el estudiante aplica el concepto de Rotación de puntos, segmentos y polígonos en el plano cartesiano.
• Finalmente en los numerales 7 y 8 se propondrán algunas situaciones que le permitan al estudiante efectuar la composición de Rotaciones en el plano cartesiano.

EVALUACIÓN DE GEOMETRÍA:
ROTACIONES

NOMBRE: _________________*GRADO:*_____ *FECHA:* __________

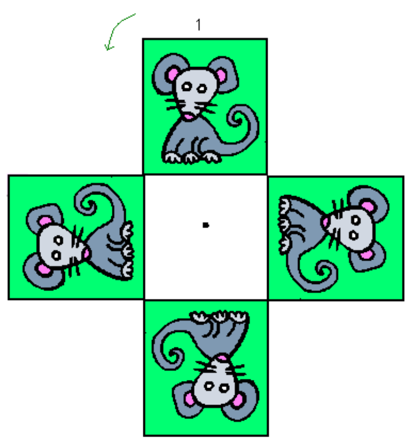
1. De las siguientes situaciones, señala la que obedece a una rotación:



1 2 3

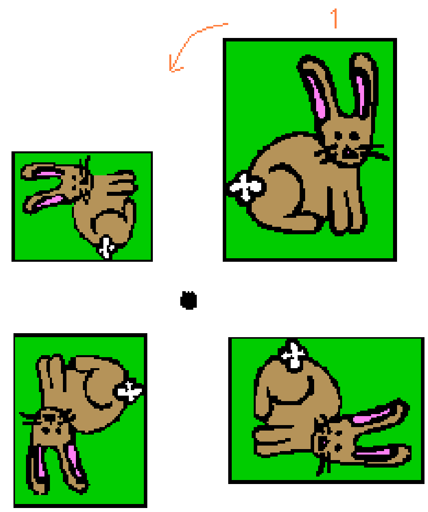
2. Observa la figura 1 de cada numeral e identifica en cada caso si esta figura realizó un giro con centro en el punto marcado. Justifica tu respuesta.

a.

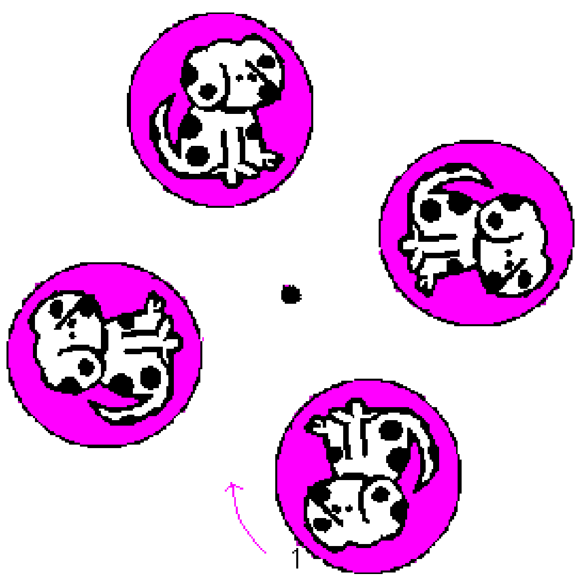


____
____
____
____
____
____

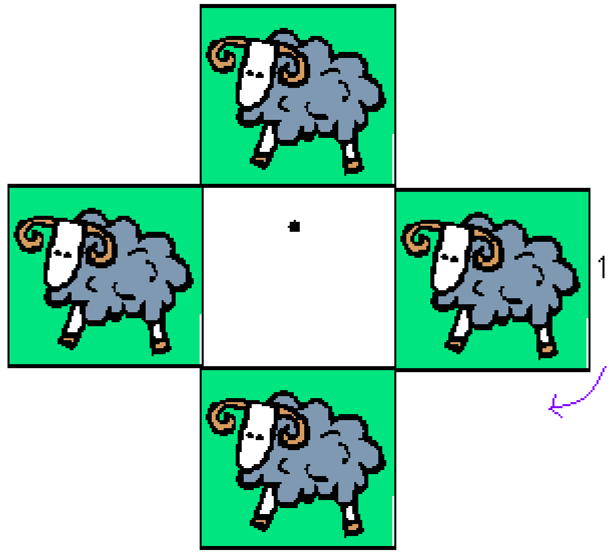
b.



c.



d.



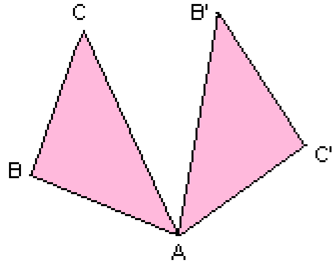
____
____
____
____
____
_________________________.

3. Define rotación y señala dos ejemplos, estableciendo para cada caso el centro de rotación.

____
____
____
____
____
____
____.

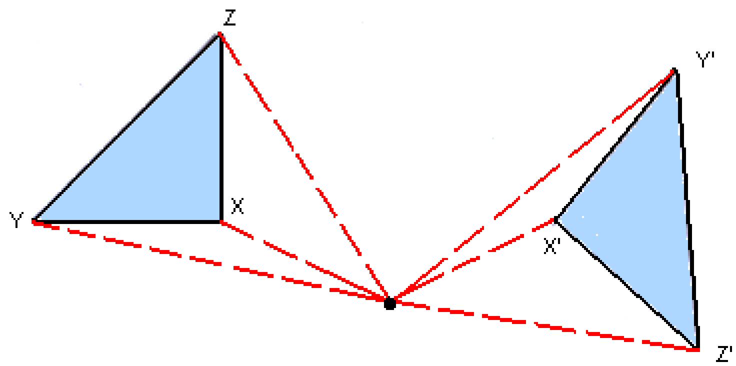
4. En las siguientes rotaciones identifica: el sentido, el ángulo y el centro de giro:

a.



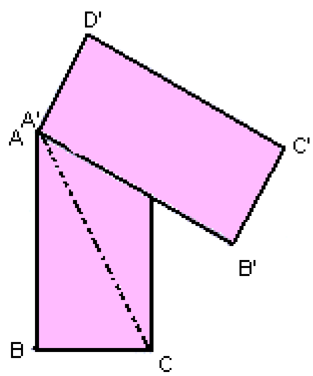
Sentido:
Angulo:
Centro de giro:

b.



Sentido:
Angulo:
Centro de giro:

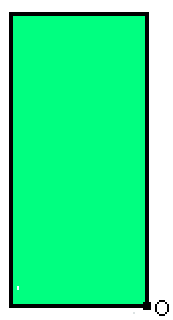
c.



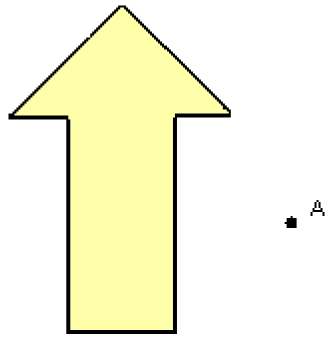
Sentido:
Angulo:
Centro de giro:

5. Realizar las rotaciones que se indican en cada numeral:

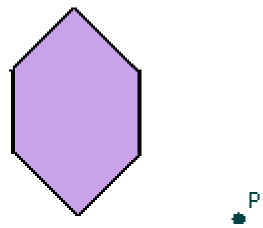
a. Gira el rectángulo un ángulo de $+120^0$ alrededor del punto O.



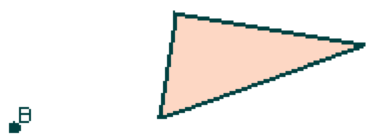
b. Gira la figura un ángulo de -90^0 alrededor del punto A.



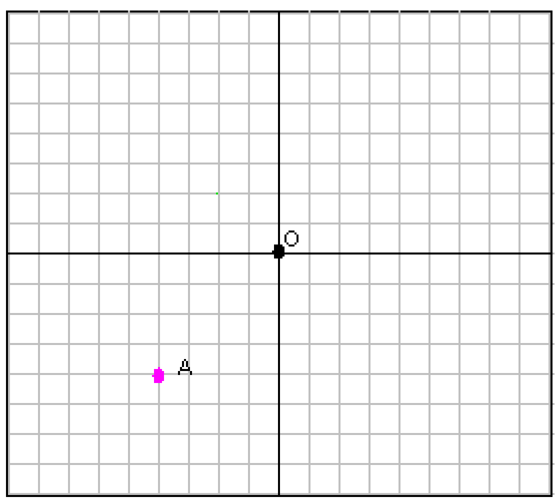
c. Gira el polígono un ángulo de -140^0 alrededor del punto P.



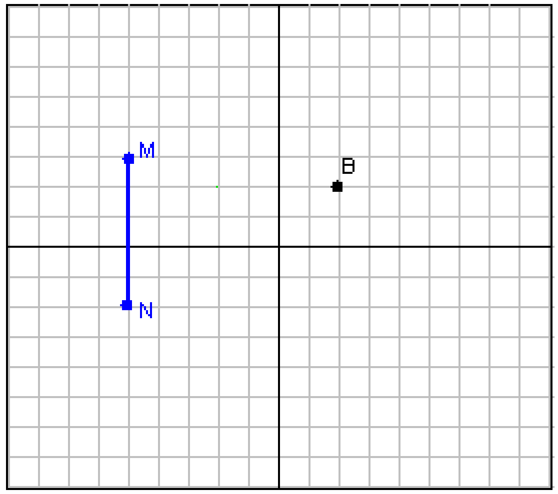
d. Gira el rectángulo un ángulo de $+35^0$ alrededor del punto B.



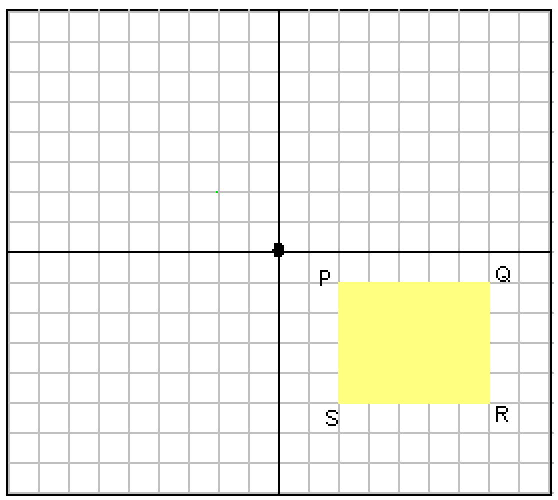
6. Realiza en el plano cartesiano las rotaciones que se indican en cada numeral:
a. Rotar el punto A de coordenadas (-4,-4) un ángulo de -60^0 alrededor del punto O (0,0).



b. Rotar el segmento MN un ángulo de $+80^0$ alrededor del punto B (2,2).



c. Rotar el rectángulo PQRS un ángulo de -240^0 alrededor del punto O (0,0).



7. Dibuja en el plano cartesiano el triángulo ABC cuyos vértices son A (-3,5), B (-5,2) y C (-9,6). A continuación:

a. Realiza una rotación de -60^0 alrededor del punto A.
b. Después de realizar esta rotación, vuelve a rotar el triángulo que obtuviste -80^0 alrededor del punto A.

8. Dibuja en el plano cartesiano el polígono MNPQR cuyos vértices son M (-1,-2), N (2,-2), P (0,1), Q (2,3) y R (-1,3). A continuación:

a. Realiza una rotación de $+20^0$ alrededor del origen O (0,0).
b. Después de realizar esta rotación, vuelve a rotar el polígono que obtuviste $+165^0$ alrededor del punto O (0,0).

5.3 UNIDAD

3	SIMETRIA

5.3.1 Aproximación al concepto de simetría: “DESCUBRIENDO LA SIMETRÍA EN EL ARTE MAYA”

- PROPOSITO

Esta actividad pretende producir la toma de contacto con la simetría y con los materiales que se utilizarán a lo largo de esta unidad de trabajo.

- DESCRIPCION

En este proceso se pretende llevar a cabo una primera aproximación al concepto de simetría con ayuda de algunas situaciones presentes en la vida real y en varios aspectos de la cultura maya puesto que no solo esta cultura sino todas las civilizaciones existentes han encontrado que la simetría ha sido siempre atractiva al sentido estético del hombre.

Para el desarrollo de esta temática se han planteado los siguientes pasos:

PASO 1

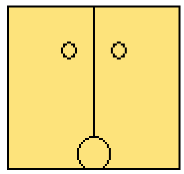
En esta primera parte de la actividad queremos considerar la simetría que nos rodea así como aquella que se encontraba presente en los diseños de los mayas del periodo clásico.

SUGERENCIA DIDACTICA: Para esta parte de la actividad se plantearán diversas situaciones que permitirán estudiar figuras y objetos simétricos desde un punto de vista geométrico.

LOGRO
Recrear hechos cotidianos en los que aparece el concepto de simetría.
INDICADORES DE LOGRO:
• Se apoya en el recorte y plegado de papel para la comprensión del concepto de simetría.
• Resuelve situaciones que requieren de la aplicación del concepto intuitivo de simetría.

LA SIMETRIA QUE NOS RODEA

Supongamos que hubiera que escoger entre los dos días mayas que se ven en la siguiente figura:



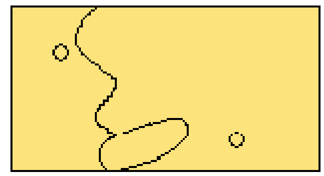


Figura a Figura b

¿Cuál de los días escogerías?

O supongamos que hubiera que comer un pedazo de uno de estos ponqués:

Figura a Figura b

¿Cuál de los dos provocaría más?

Supongamos que tú eres un maya del periodo clásico y estás buscando un símbolo que represente el número 13, y algunos habitantes te han presentado estas dos alternativas:

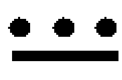


Figura a Figura b

¿Cuál de estos dos símbolos te gusta más?

¿Cuál de estas dos escaleras escogerías?

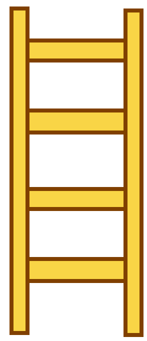


Figura a

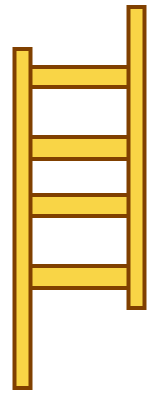
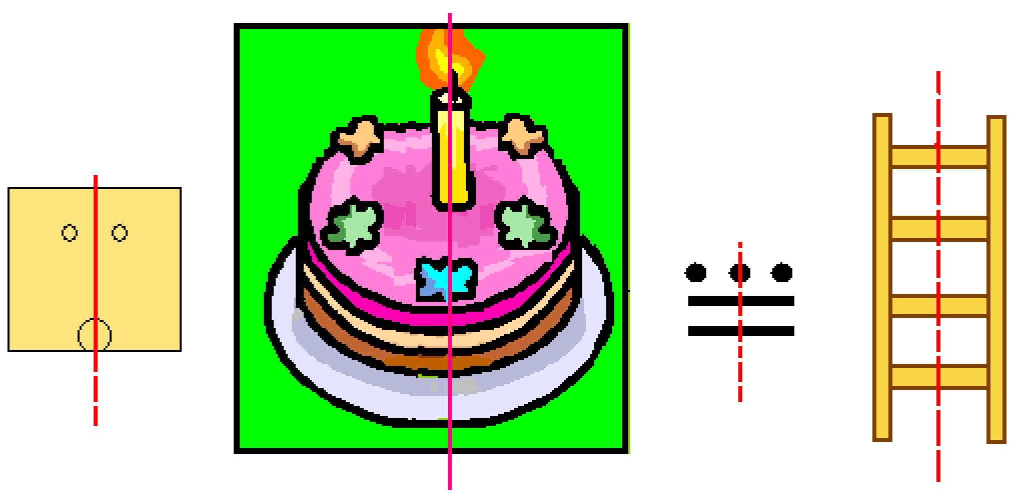


Figura b

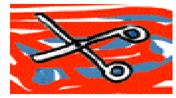
Los objetos señalados en las figuras A nos parecen más atractivos, éstos son simétricos respecto a una línea.

Se dice que una figura es simétrica si podemos encontrar una línea imaginaria que la corte en dos partes iguales, o si al colocar un espejo a la mitad de la figura, el reflejo y la mitad de la figura forman la figura completa.



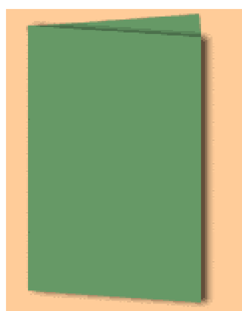
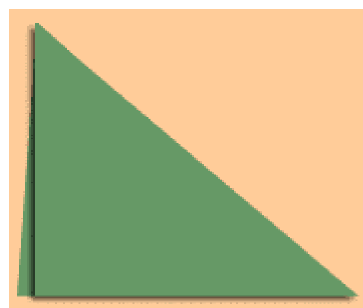
VAMOS A VER LO QUE HEMOS APRENDIDO

1. Este ejercicio consiste en crear diferentes figuras que sean simétricas.

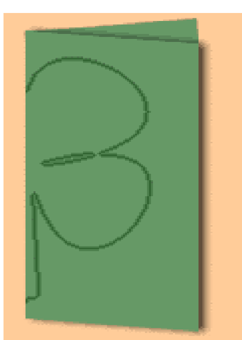
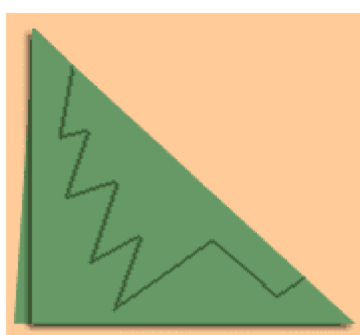
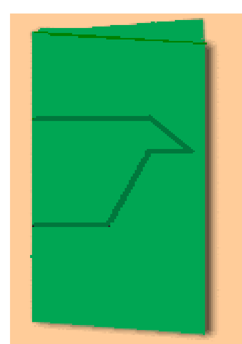
Para esta actividad necesitarás papel delgado y tijeras 

Primero corta una hoja de papel de 20 x 20 centímetros o sea corta el papel en forma de un cuadrado.

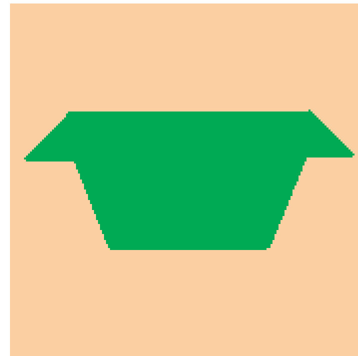
Ahora dóblalo a la mitad tal y cómo se muestra en alguno de los dos dibujos.

Piensa en una figura que deseas recortar de la hoja de papel doblada y dibuja la mitad de esa figura en una de las mitades de la hoja doblada, de manera que esta mitad del dibujo quede en la parte donde se dobló la hoja.
Aquí tienes unos ejemplos:

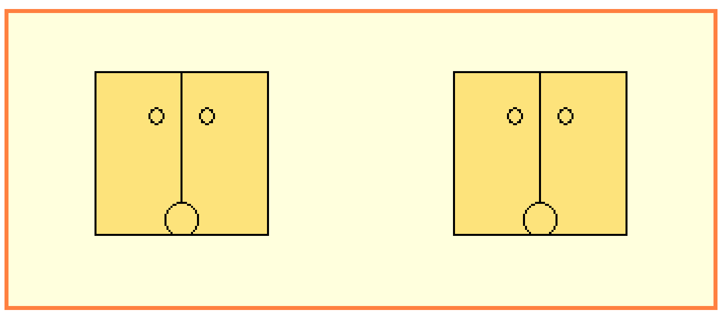
Recorta tu dibujo por la orilla y tendrás una figura simétrica:



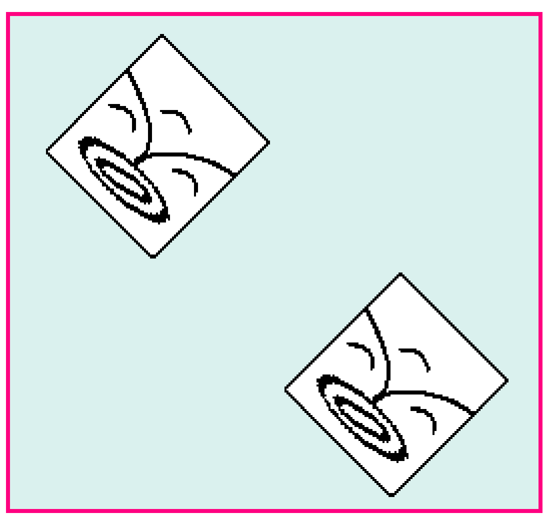
Decórala a tu gusto, y crea muchas más figuras simétricas.

2. Dibuja con ayuda del plegado de papel la línea que hace que cada par de figuras sean simétricas.

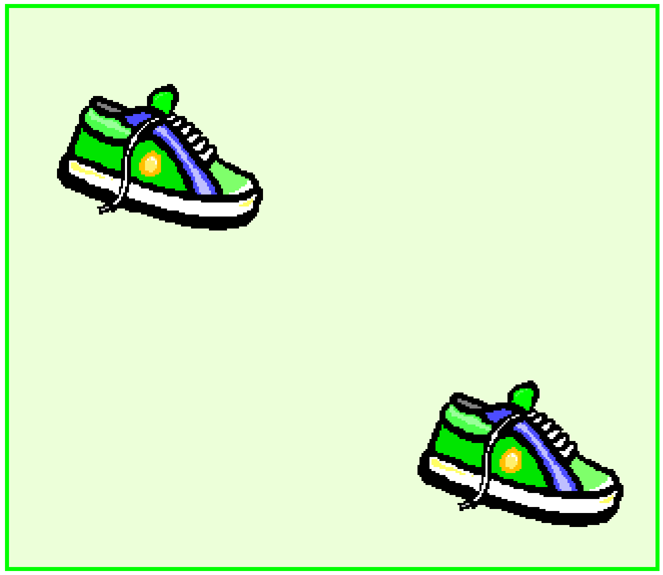
a.



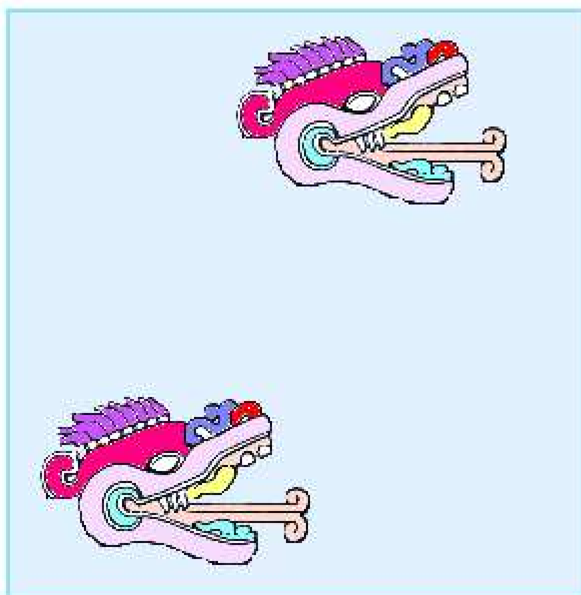
b.



c.

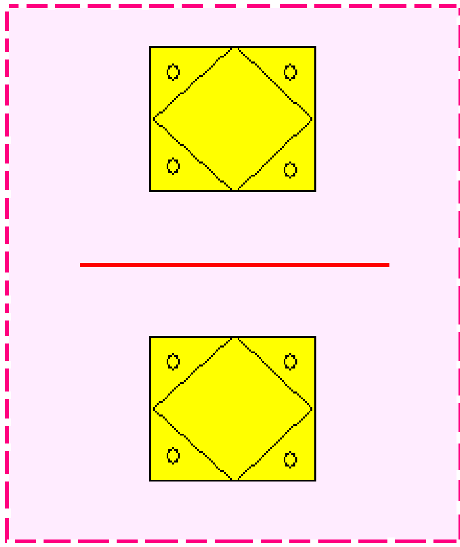


d.

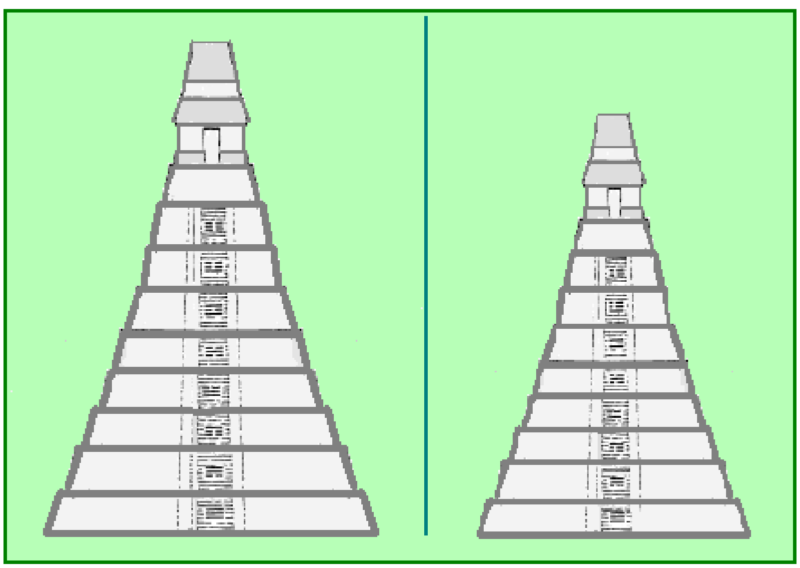


3. Observa los pares de figuras de las láminas y di cuáles crees que son simétricas del segmento que hay entre las figuras y cuáles no lo son y explica ¿por qué? Comprueba con plegado tus respuestas para todos los pares:

a. EL DIA LAMAT:



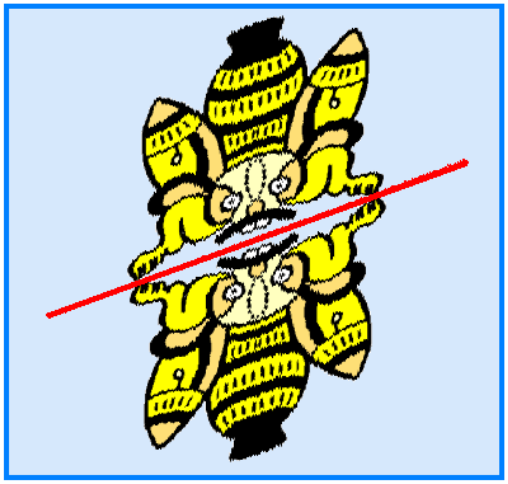
b. TEMPLO MAYA DE NUEVE PISOS



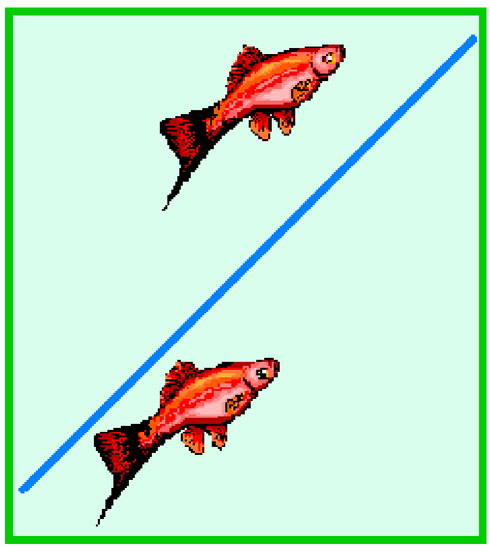
NOTA INFORMATIVA:

El templo de los nueve pisos es uno de los cinco templos piramidales mayores en la ciudad de Tikal. Alcanza una altura de 44 m desde su base. Conocido también como el Templo del Jaguar Gigante, se construyó alrededor del año 700 d.C., tras la muerte de un rey maya.

c. EL DIOS ABEJA:

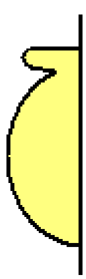


d. El PEZ:

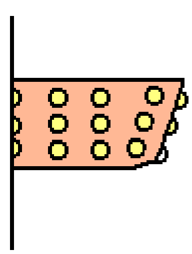


4. Las siguientes figuras representan algunas cerámicas mayas, completa cada una de ellas, dibujando la parte simétrica que les hace falta:

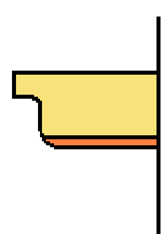
1



2



3



5.3.2 Formalización del concepto de simetría: "LA SIMETRÍA EN LA CERÁMICA Y OTROS ASPECTOS DE LA CULTURA MAYA"

- PROPOSITO

Basándose en una información que se brindará a los estudiantes sobre la cerámica maya y otros aspectos que ya se han utilizado de la cultura maya, se pretende asociar la noción de simetrías empleado implícitamente por los mayas en este modelo, con el concepto y propiedades de la simetría.

- DESCRIPCION

En este proceso se pretende formalizar el concepto de simetría utilizando como recursos didácticos algunos elementos de la cultura maya que han sido ya estudiados y la cerámica maya, de tal manera que el estudiante pueda utilizar esta información en la construcción del concepto y en la aplicación de sus propiedades.

Para el desarrollo de esta temática se han planteado los siguientes pasos:

PASO 1

En este paso el docente a través de una lectura dará a conocer a todo el grupo la información correspondiente de la cerámica maya.

SUGERENCIA DIDACTICA: La lectura sobre la cerámica maya contará con un lenguaje sencillo, que le permitirá al estudiante entender con facilidad esta información, además contará con imágenes que dan cuenta de la diversidad de cerámicas existentes en esta cultura.

LOGRO
Conocer y manejar el concepto y propiedades de la simetría central como axial.

INDICADORES DE LOGRO:
• Identifica el concepto de simetría central y las propiedades que se conservan en ella.
• Identifica el concepto de simetría axial y las propiedades que se conservan en ella.
• Hace un uso adecuado del concepto y propiedades de la simetría central y axial y las relaciona con diversa situaciones.

LA CERÁMICA MAYA

Los mayas eran magníficos artífices. Su imaginación, sentido del diseño y de la forma eran tan buenos como la de los griegos y muy superiores a la de los romanos en este aspecto, así como a los alfareros de casi cualquiera de las culturas del antiguo cercano oriente.

Tanto las formas como el modelado empleado en su cerámica, se hacia sin contar con la rueda o torno de alfarero. Los mayas elaboraron casi todo siguiendo el sistema en espiral que es una técnica tan antigua como el hombre mismo que consistía en hacer largos rollos de arcilla, algo así como interminables spaguettis, los cuales se acumulaban en anillos sucesivos, uno sobre otro tras de lo cual se trabajaban y comprimían en una sola masa moldeada con las manos. A continuación ya sea forma o vasija se alisaba con un trozo de cacharro. Si la vasija era grande, y vaya si alcanzaba grandes proporciones en algunos casos, el alfarero caminaba alrededor de la misma, sustituyendo el torno. Esta técnica no era exclusiva de los mayas; todas las tribus y culturas que cubrían la vasta área de las américas la empleaban y muchos otros pueblos hacían uso de ella en el África y en el mundo asiático periférico.

Su producción era colectiva: tenían moldes para imprimir diseños a presión en las vasijas terminadas. Tras ser decorada se introducía en un horno (de leña , carbón o zacate) donde se cocía a una temperatura mayor de 450^0. Toda la labor maya se hacía así: sencillos tazones de utilidad y trastos para cocinar, platos decorados, jarras para el chocolate, copas grandes para su aguamiel. También se hacían braseros para calentar los aposentos. Había platos sobre los cuales se ponían las urnas del sacrificio, para las cenizas de los muertos. Fabricaban jarras de la altura de un hombre y con gran capacidad con el fin de almacenar agua bajo tierra.

La cerámica más hermosa, decorada con escenas de la vida maya, era la que se hacía en memoria de los muertos.

Finalmente en la actualidad los arqueólogos han fijado para la cerámica maya, cinco fases y para cada una de estas (con excepción de la quinta) un nombre tomado del libro maya, Popol Vuh:

1. Cerámica Mamon (Abuela): Se trata de una cerámica estrictamente utilitaria. Con mayor frecuencia, se observan vasijas redondas para cocinar, éstas permanecen relativamente iguales a lo largo de la historia maya. Su decoración es sencilla, con surcos e incisiones, entre ella aparecen figuras desnudas de arcilla y platos planos para comer.

2. Chicanel "El que oculta" (500 d. C)- 300 d. C): A este tipo de cerámica se le da ya literalmente la forma humana. Los tazones ostentan un color naranja, vistoso y de perfil bajo.

3. La cerámica Tzacol"los constructores" (317-650 d. C): *Es* una cerámica sofisticada y policromada, aparece sumamente delicada y con un leve color naranja. Distribuida ampliamente hasta en lugares apartados del área maya, tuvo sus orígenes y desarrollo en un centro desconocido.

4. Cerámica tepeuh "conquistador" (650-100 d. C): Este tipo de cerámica es fácil y sofisticada. Se intuye que el artesano posee un control pleno de la arcilla y el diseño, y desemboca en un barroco decorativo. Las artes cerámicas simultáneamente muestran un cambio en sus tendencias, los motivos religiosos no predominan y el artista se empieza a preocupar más por el mundo que lo rodea. En este periodo se dice que hubo algo que hizo abandonar sus ciudades a millones de personas del área maya.

5. La maya Tolteca: (Sin nombre en el Popol vuh. 100-1500 d.C.): Es la fase última, inicia con introducción de nuevos estilos en la arquitectura y nuevas ideas en especial nuevos diseños y ornamentos en la cerámica, consecuencia de las incursiones toltecas y finaliza con la ocupación de Yucatán por los españoles. Finalmente la cerámica de esta fase se caracteriza por ser dura, gris y parecida a la pizarra.

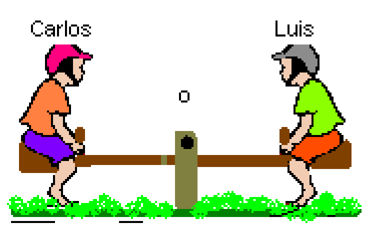
Paso 2

Para entender qué es simetría se presentará al estudiante dos situaciones de la vida real que involucran los dos casos de simetría que se van a desarrollar en esta actividad.

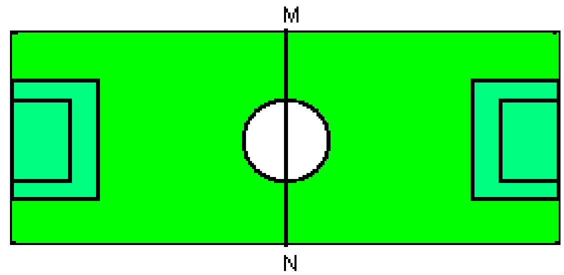
SUGERENCIA DIDÁCTICA: A los alumnos se les propondrá una ilustración de dos situaciones cotidianas con el objetivo de hacer un análisis de éstas con respecto a las clases de simetría. Por otra parte se pretende formalizar los conceptos de simetría central y simetría axial utilizando como punto de apoyo para las actividades la cerámica maya y algunos elementos de esta cultura que ya han sido estudiados.

Observemos las siguientes figuras:

a)



b)



- En la figura a) Carlos y Luis están a igual distancia del centro entonces decimos que sus posiciones son SIMÉTRICAS con relación al punto O.

- En la figura b) los dos lados de la cancha son simétricos con relación a la línea MN, que determina la mitad de la cancha.

A TRABAJAR

De acuerdo con las ilustraciones anteriores, responde las siguientes preguntas:

a) En las figuras a) y b) o en cualquier situación cotidiana, dos objetos que se reflejan en un punto o en una recta, ¿cambian de tamaño? Justifica tu respuesta.

b) En las dos situaciones anteriores o en cualquier situación real , en la que un objeto se refleja sobre un punto o sobre una recta, ¿el objeto cambia de forma? Justifica tu respuesta.

PASO 3

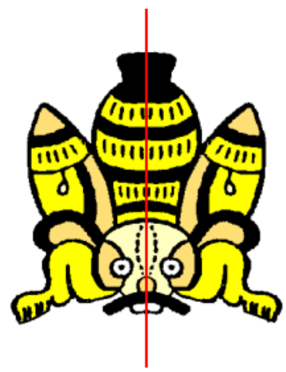
En este paso se mostrará como encontrar el simétrico de una figura dada dependiendo del tipo de simetría que se debe aplicar en cada caso, identificando las propiedades que se conservan en cada movimiento y utilizando como recurso didáctico la cerámica y otros recursos que la cultura maya nos ofrece.

SUGERENCIA DIDÁCTICA

Para el desarrollo de esta parte de la actividad, se plantea abordar la simetría central y la simetría axial apoyadas en algunos ejemplos y ejercicios que le permitirán al estudiante reforzar la temática estudiada al mismo tiempo que conoce y valora algunos aspectos de la cultura maya donde se ha aplicado este concepto.

SIMETRÍA: Habíamos dicho que una figura es simétrica si podemos encontrar una línea imaginaria o un punto que la divida en dos partes iguales o si al colocar un espejo a la mitad de la figura, el reflejo y la mitad de la figura forman la figura completa.

En la siguiente figura se muestra como la línea divide al dios abeja en dos partes iguales:



PROPIEDADES DE LA SIMETRÍA: La simetría puede considerarse como un movimiento que permite transformar una figura en otra cuyas partes conservan con respecto a la primera: sus formas y tamaños.

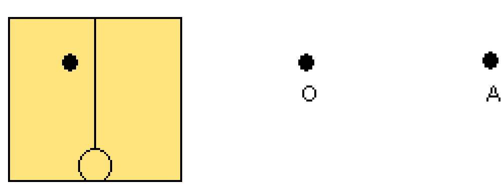
Existen dos tipos de simetría que vamos a estudiar, la simetría CENTRAL; o sea la simetría con respecto a un punto que es la que se observó en la figura a) del paso 2 y la simetría AXIAL; es decir, la simetría con relación a un eje la que se observó en la figura b) del paso 2.

SIMETRÍA CENTRAL: Una simetría Central de centro O es una transformación que hace corresponder a cada punto P de un segmento o de un polígono otro punto P' tal que O es el punto medio del segmento formado por los puntos P y P'.

Una simetría de este tipo coincide con un giro del mismo centro y ángulo 180^0.

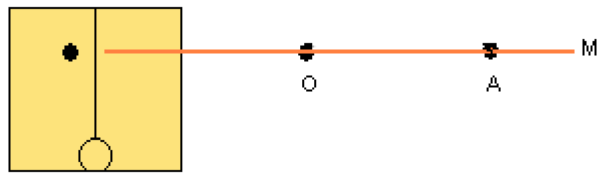
APLICACIÓN DE LA SIMETRÍA CENTRAL A UN PUNTO

PRIMER EJEMPLO: Observa detenidamente la imagen del día AHAU, ¿puedes notar que le hace falta un ojo? Que tal si utilizando la simetría central completamos a AHAU.

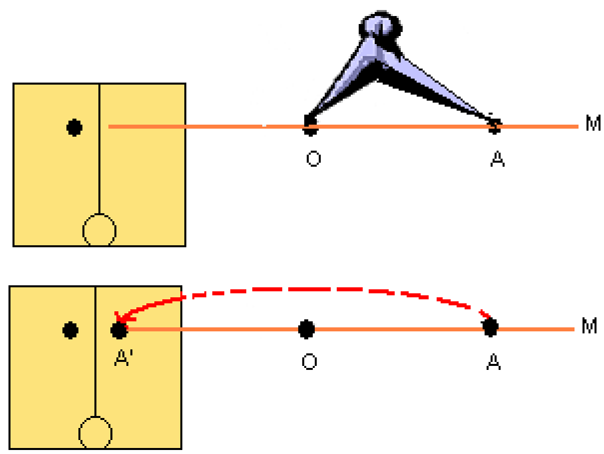


Para ello necesitaremos determinar el simétrico del punto A que representa el ojo que le hace falta a AHAU con relación al centro de simetría O de acuerdo con los siguientes pasos:

1. Tracemos la recta M que pase por el punto A y por el centro de simetría O.

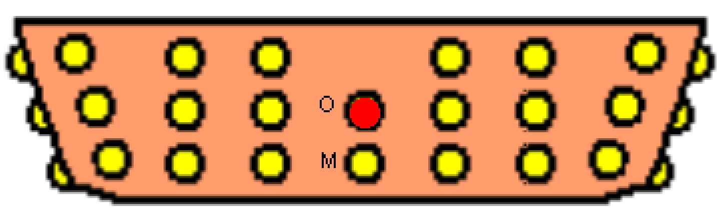


2. Con el compás y haciendo centro en O se traza un arco de circunferencia de radio igual al segmento OA hasta cortar a la recta M en el punto A'. El mismo proceso se puede llevar a cabo con una regla, midiendo la distancia que hay entre el punto O y el punto A, para luego pasar esa distancia sobre la recta M obteniendo de esta manera el punto A'. Como se muestra a continuación:



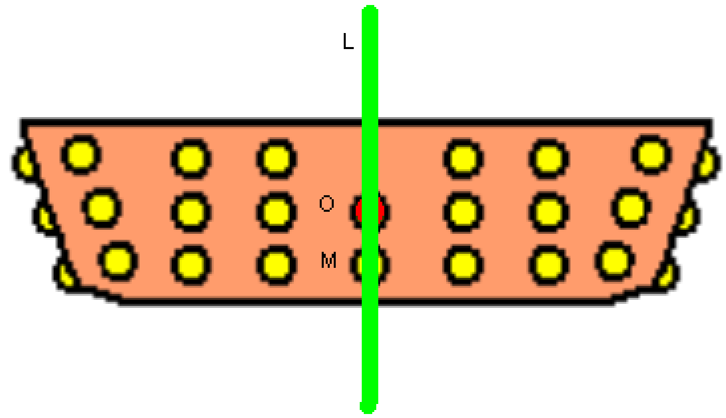
El punto A' es el simétrico de A con relación al punto O.

SEGUNDO EJEMPLO: Ahora observa detenidamente la imagen de una cerámica maya perteneciente al periodo CHICANEL, ¿puedes notar que le hace falta una punto? Que tal si utilizando la simetría central completamos esta cerámica.

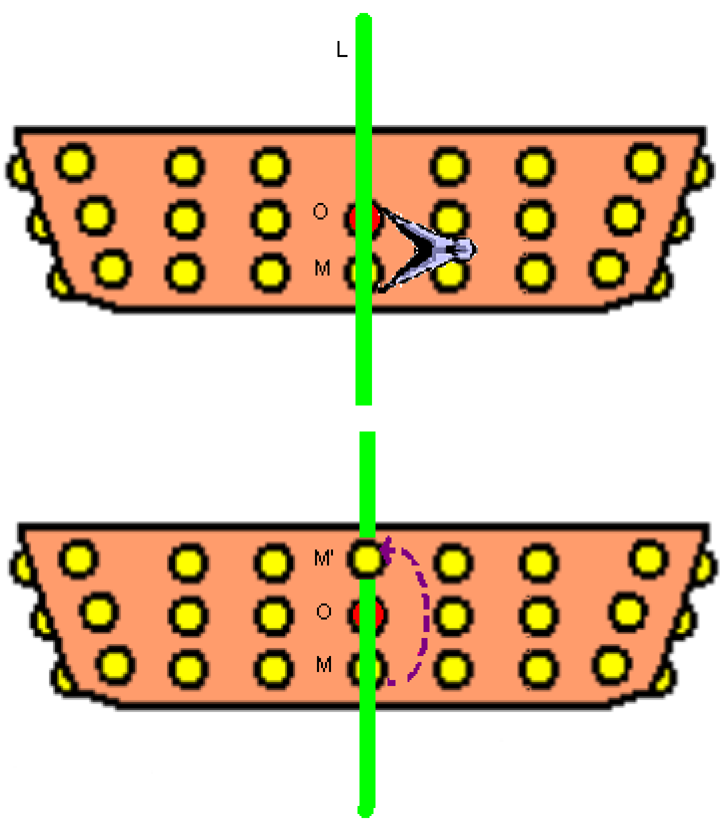


Para ello necesitaremos determinar el simétrico del punto M que representa el punto que le hace falta a la cerámica con relación al centro de simetría O de acuerdo con los siguientes pasos:

1. Tracemos la recta L que pase por el punto M y por el centro de simetría O.



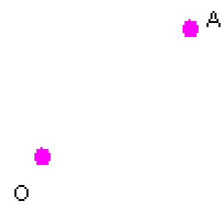
2. Con el compás y haciendo centro en O se traza un arco de circunferencia de radio igual al segmento OM hasta cortar a la recta L en el punto M’. El mismo proceso se puede llevar a cabo con una regla, midiendo la distancia que hay entre el punto O y el punto M, para luego pasar esa distancia sobre la recta L obteniendo de esta manera el punto M’. Como se muestra a continuación:



El punto M’ es el simétrico de M con relación al punto O.

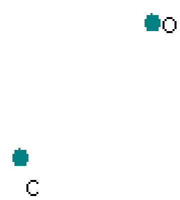
ES HORA DE TRABAJAR

1. Halla el simétrico del punto A con relación al centro O:

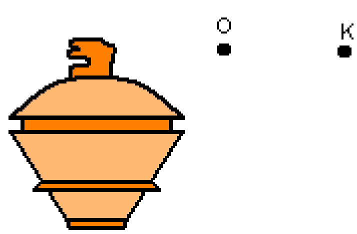


2. Halla el simétrico del punto B con relación al centro O:

3. Halla el simétrico del punto C con relación al centro O:



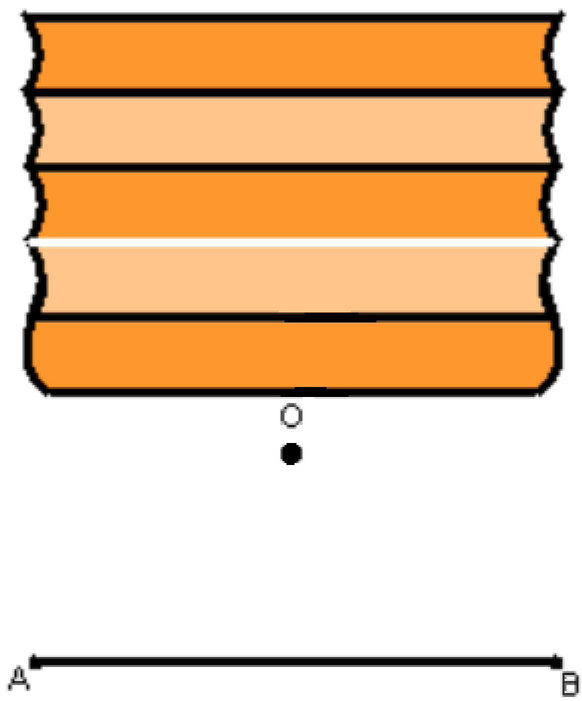
4. La imagen que se presenta a continuación corresponde a una cerámica maya perteneciente al periodo TZAKOL, ¿puedes notar que le hace falta una punto?. Determina el simétrico del punto K que representa el punto que le hace falta a la cerámica con relación al centro de simetría O.



APLICACIÓN DE LA SIMETRÍA CENTRAL A UN SEGMENTO

PRIMER EJEMPLO

A continuación se presenta la imagen de una cerámica maya perteneciente al periodo MAMON, ¿puedes notar que le hace falta un segmento? Que tal si utilizando la simetría central completamos esta cerámica.

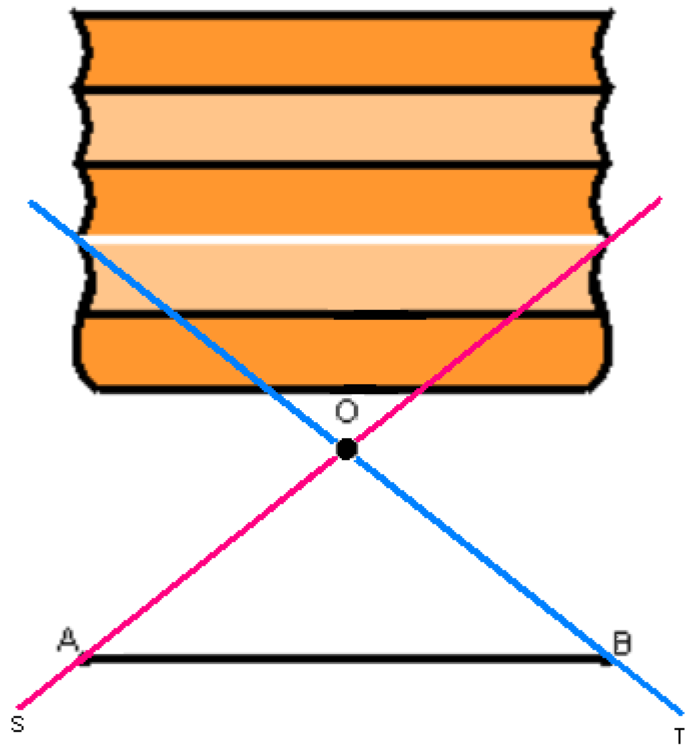


Para ello necesitaremos determinar el simétrico del segmento AB que representa el segmento que le hace falta a la cerámica con relación al centro de simetría O, de acuerdo con los siguientes pasos:

1. Como dos puntos determinan una recta, basta hallar los simétricos de A y B, así:

- Tracemos la recta S que pase por el punto A y por el centro de simetría O.

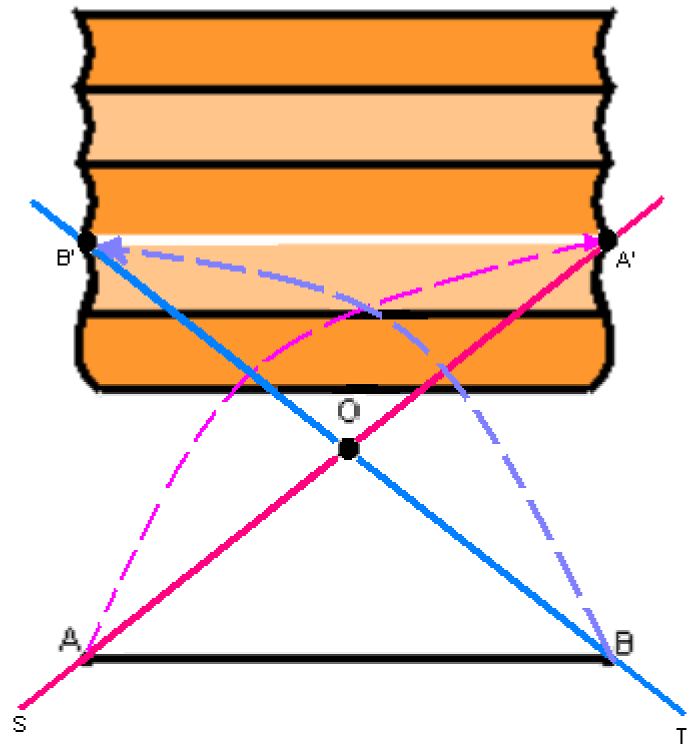
- Tracemos la recta T que pase por el punto B y por el centro de simetría O.



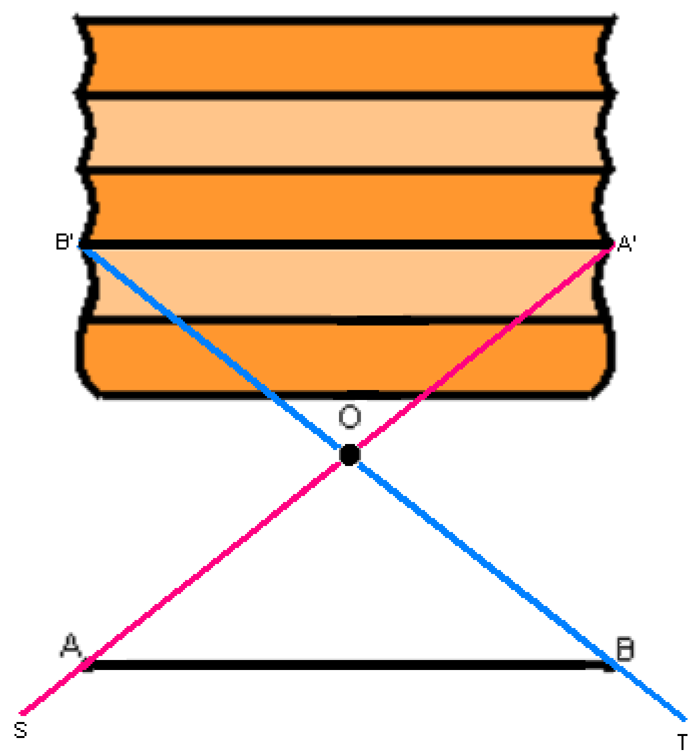
2. Con el compás y haciendo centro en O se traza :

- Un arco de circunferencia de radio igual al segmento OA hasta cortar a la recta S en el punto A'. El mismo proceso se puede llevar a cabo con una regla, midiendo la distancia que hay entre el punto O y el punto A, para luego pasar esa distancia sobre la recta S obteniendo de esta manera el punto A'.

- Un arco de circunferencia de radio igual al segmento OB hasta cortar a la recta T en el punto B'. El mismo proceso se puede llevar a cabo con una regla, midiendo la distancia que hay entre el punto O y el punto B, para luego pasar esa distancia sobre la recta T obteniendo de esta manera el punto B'.



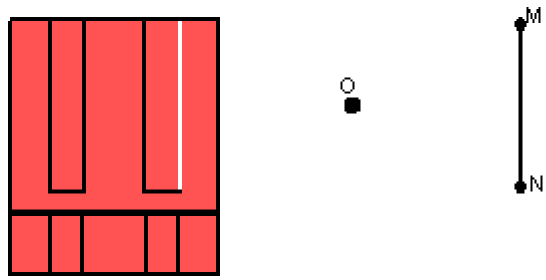
Finalmente unimos el segmento A'B'. Observando de lo anterior que A' es el simétrico de A con relación a O y B' es el simétrico de B con relación a O.



Luego el segmento A’B’ es el simétrico de AB con relación al punto O.

SEGUNDO EJEMPLO

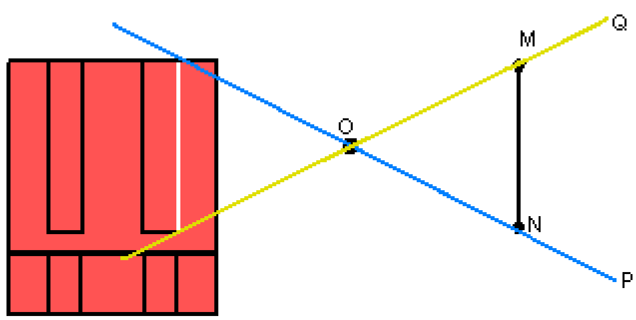
A continuación se presenta la imagen del día BEN ¿puedes notar que le hace falta un segmento? Que tal si utilizando la simetría central lo completamos.



Para ello necesitaremos determinar el simétrico del segmento MN que representa el segmento que le hace falta al día maya con relación al centro de simetría O, de acuerdo con los siguientes pasos:

1. Como dos puntos determinan una recta, basta hallar los simétricos de M y N, así:

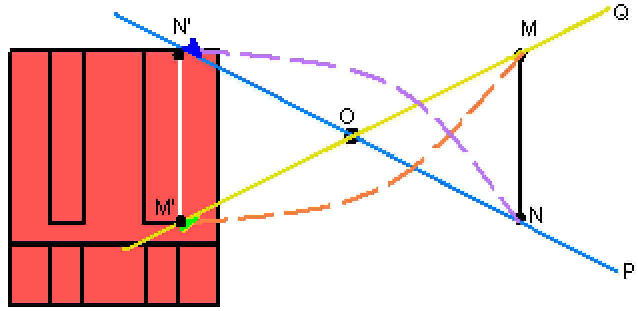
- Tracemos la recta Q que pase por el punto M y por el centro de simetría O.
- Tracemos la recta P que pase por el punto N y por el centro de simetría O.



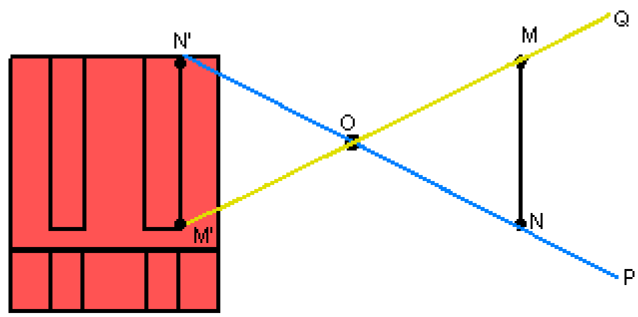
2. Con el compás y haciendo centro en O se traza :

- Un arco de circunferencia de radio igual al segmento OM hasta cortar a la recta Q en el punto M’. El mismo proceso se puede llevar a cabo con una regla, midiendo la distancia que hay entre el punto O y el punto M, para luego pasar esa distancia sobre la recta Q obteniendo de esta manera el punto M’.

- Un arco de circunferencia de radio igual al segmento ON hasta cortar a la recta P en el punto N’. El mismo proceso se puede llevar a cabo con una regla, midiendo la distancia que hay entre el punto O y el punto N, para luego pasar esa distancia sobre la recta P obteniendo de esta manera el punto N’.



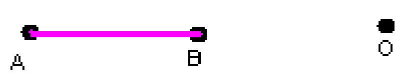
Finalmente unimos el segmento M’N’. Observando de lo anterior que M’ es el simétrico de M con relación a O, y N’ es el simétrico de N con relación a O.



Luego el segmento M’N’ es el simétrico de MN con relación al punto O.

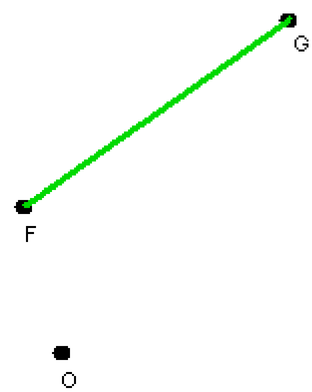
ES HORA DE TRABAJAR

1. Dibuja el simétrico del segmento AB con relación al centro O:

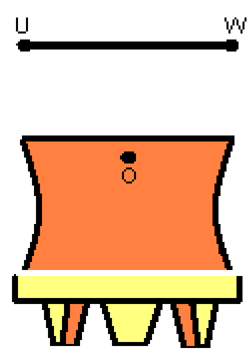


2. Dibuja el simétrico del segmento CD con relación al centro O:

3. Dibuja el simétrico del segmento FG con relación al centro O:



4. La imagen que se presenta a continuación corresponde a una cerámica maya perteneciente al periodo TZAKOL, ¿puedes notar que le hace falta un segmento?. Determina el simétrico del segmento UW que representa el segmento que le hace falta a la cerámica con relación al centro de simetría O.



APLICACIÓN DE LA SIMETRÍA CENTRAL A UN POLIGONO

PRIMER EJEMPLO

A continuación se presenta la imagen completa (FIG. A) y la imagen incompleta (FIG. B) de una cerámica maya del periodo CHICANEL ¿puedes notar que a la figura de la derecha le hace falta un polígono? Que tal si utilizando la simetría central lo encontramos.

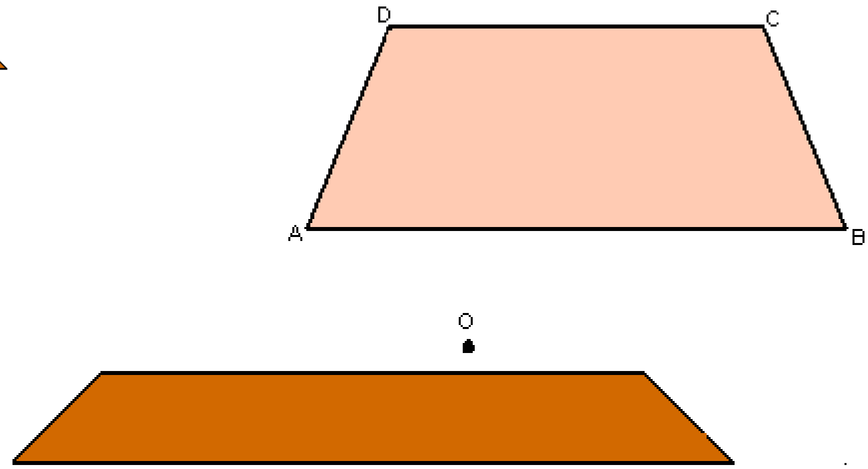
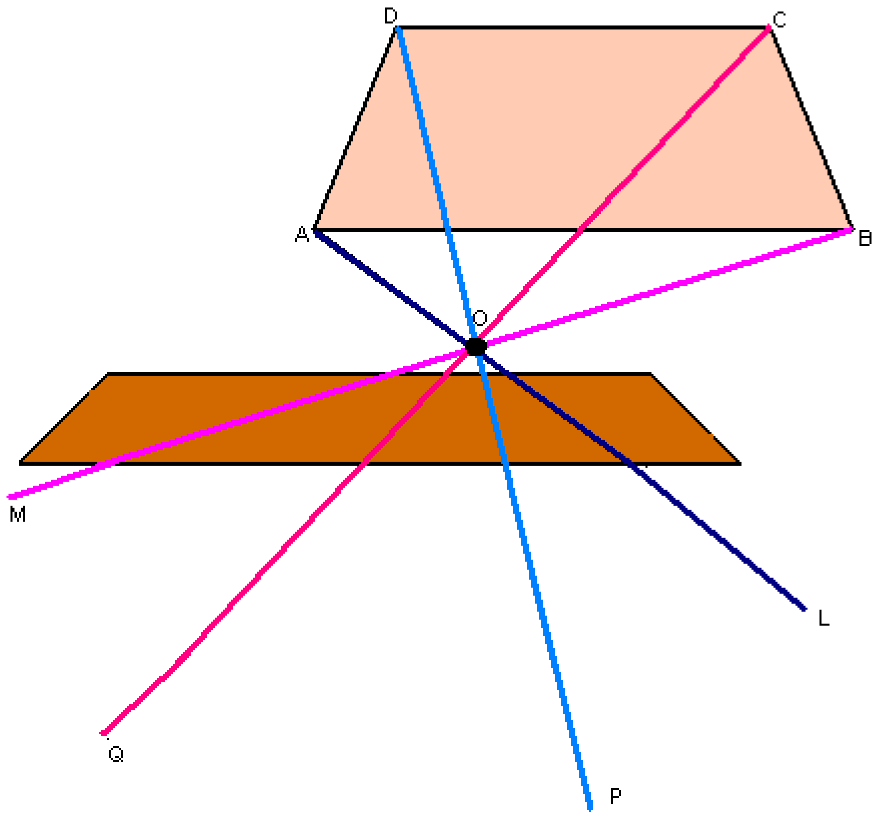


Figura a   Figura b

Para ello necesitaremos determinar el simétrico del polígono ABCD que representa el polígono que le hace falta a la cerámica con relación al centro de simetría O, de acuerdo con los siguientes pasos:

1. Hallamos el simétrico de cada vértice del polígono ABCD con respecto al punto O, así:

- Tracemos la recta L que pase por el punto A y por el centro de simetría O.
- Tracemos la recta M que pase por el punto B y por el centro de simetría O.
- Tracemos la recta Q que pase por el punto C y por el centro de simetría O.
- Tracemos la recta P que pase por el punto D y por el centro de simetría O.



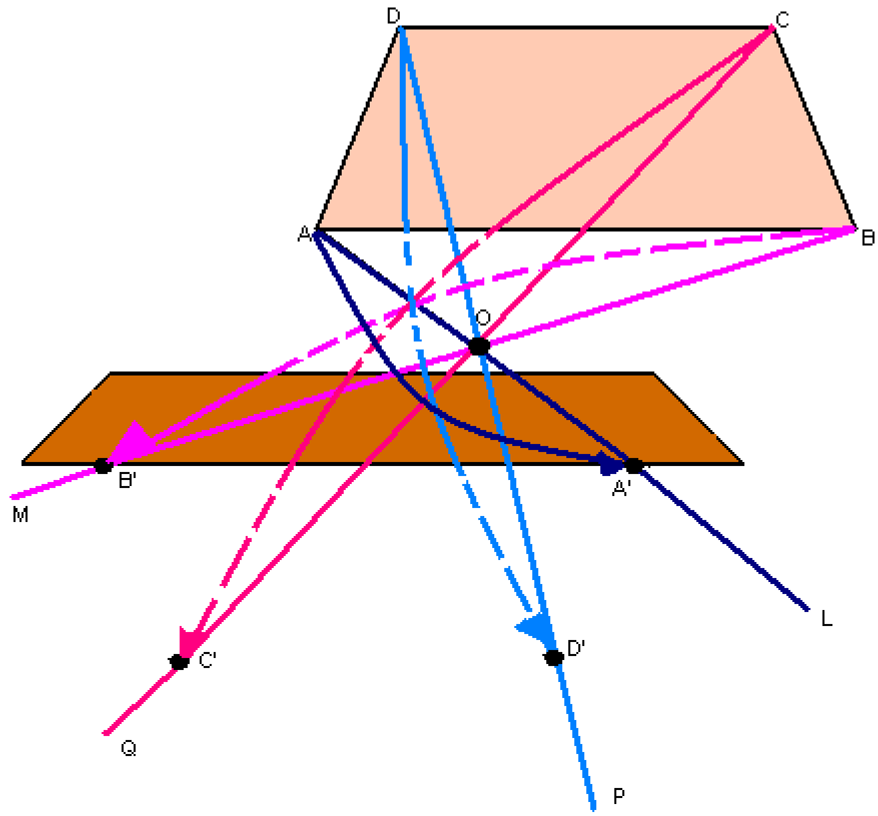
2. Con el compás y haciendo centro en O se traza:

- Un arco de circunferencia de radio igual al segmento OA hasta cortar a la recta L en el punto A'. El mismo proceso se puede llevar a cabo con una regla, midiendo la distancia que hay entre el punto O y el punto A, para luego pasar esa distancia sobre la recta Q obteniendo de esta manera el punto A'.

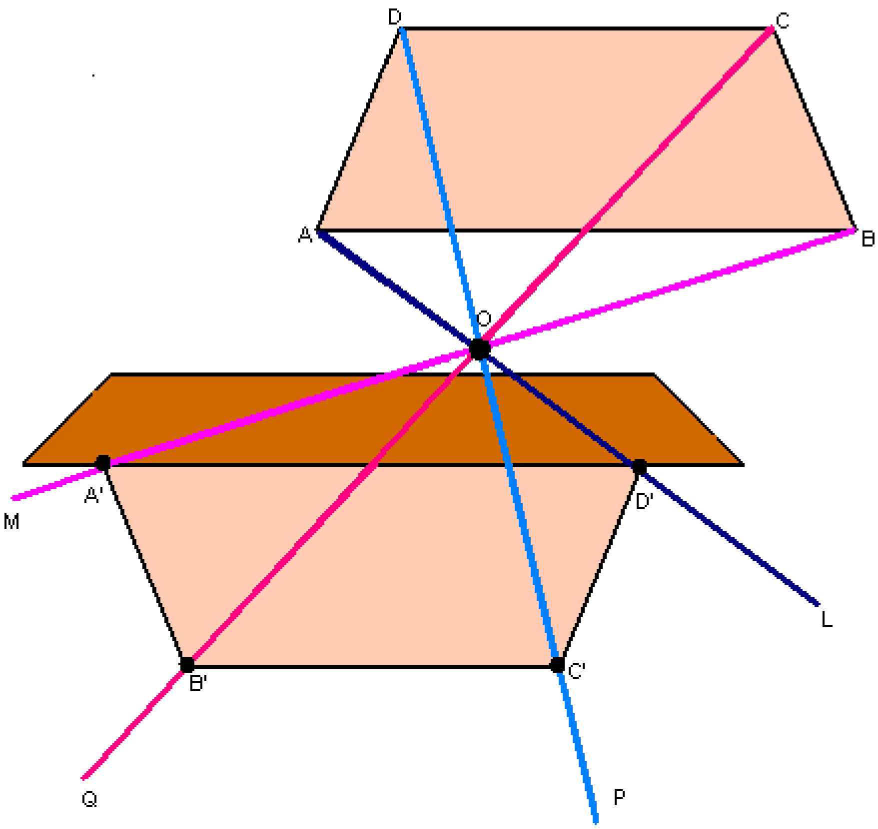
- Un arco de circunferencia de radio igual al segmento OB hasta cortar a la recta M en el punto B'. El mismo proceso se puede llevar a cabo con una regla, midiendo la distancia que hay entre el punto O y el punto B, para luego pasar esa distancia sobre la recta M obteniendo de esta manera el punto B'.

- Un arco de circunferencia de radio igual al segmento OC hasta cortar a la recta Q en el punto C'. El mismo proceso se puede llevar a cabo con una regla, midiendo la distancia que hay entre el punto O y el punto C, para luego pasar esa distancia sobre la recta Q obteniendo de esta manera el punto C'.

- Un arco de circunferencia de radio igual al segmento OD hasta cortar a la recta P en el punto D'. El mismo proceso se puede llevar a cabo con una regla, midiendo la distancia que hay entre el punto O y el punto D, para luego pasar esa distancia sobre la recta P obteniendo de esta manera el punto D’.



Finalmente unimos los puntos A’, B’, C’, D’ para obtener el polígono A’B’C’D’. Observando de lo anterior que A’ es el simétrico de A con relación a O, B’ es el simétrico de B con relación a O, C’ es el simétrico de C con relación a O, y D’ es el simétrico de D con relación a O.



Luego el polígono A’B’C’D’ es el simétrico de ABCD con relación al punto O.

SEGUNDO EJEMPLO

A continuación se presenta la imagen completa (FIG. A) y la imagen incompleta (FIG. B) del día maya MULUK ¿puedes notar que a la figura de la derecha le hace falta un rectángulo? Que tal si utilizando la simetría central lo encontramos.

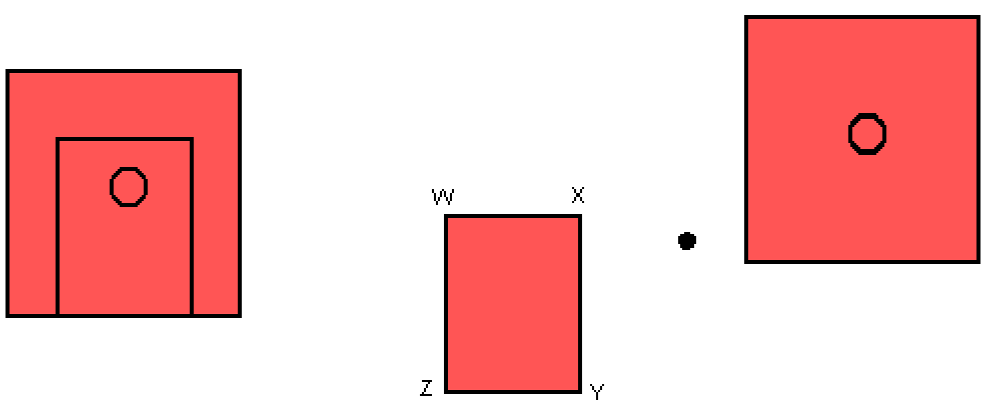
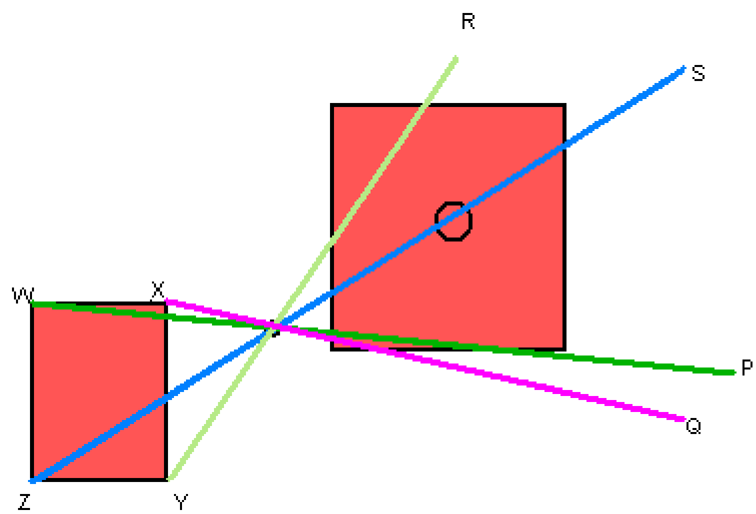


FIG. A FIG.B

Para ello necesitaremos determinar el simétrico del rectángulo WXYZ que representa el rectángulo que le hace falta a la cerámica con relación al centro de simetría O, de acuerdo con los siguientes pasos:

1. Hallamos el simétrico de cada vértice del rectángulo WXYZ con respecto al punto O, así:

- Tracemos la recta P que pase por el punto W y por el centro de simetría O.
- Tracemos la recta Q que pase por el punto X y por el centro de simetría O.
- Tracemos la recta R que pase por el punto Y y por el centro de simetría O.
- Tracemos la recta S que pase por el punto Z y por el centro de simetría O.



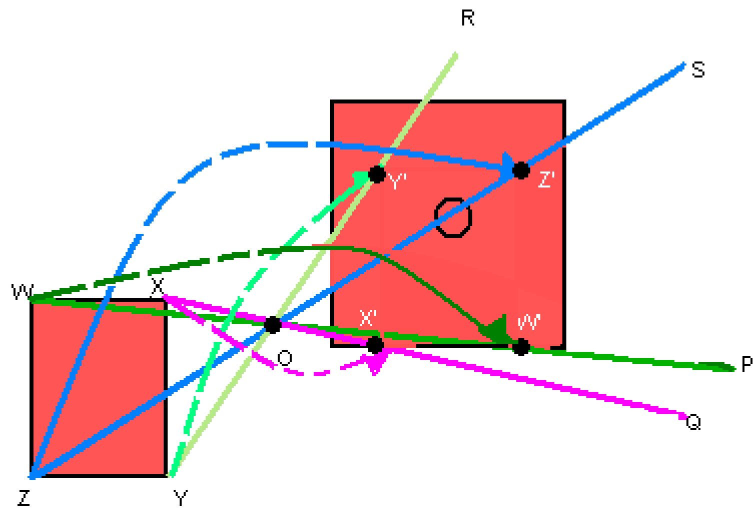
2. Con el compás y haciendo centro en O se traza:

- Un arco de circunferencia de radio igual al segmento OW hasta cortar a la recta P en el punto W'. El mismo proceso se puede llevar a cabo con una regla, midiendo la distancia que hay entre el punto O y el punto W, para luego pasar esa distancia sobre la recta P obteniendo de esta manera el punto W'.

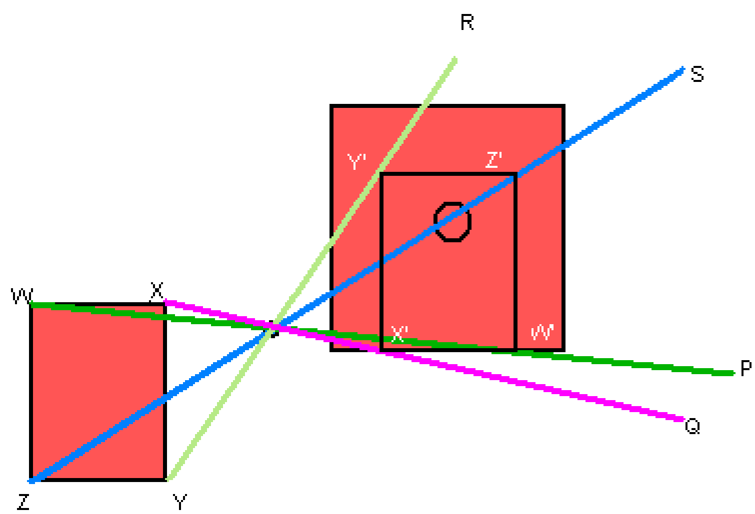
- Un arco de circunferencia de radio igual al segmento OX hasta cortar a la recta Q en el punto X'. El mismo proceso se puede llevar a cabo con una regla, midiendo la distancia que hay entre el punto O y el punto X, para luego pasar esa distancia sobre la recta Q obteniendo de esta manera el punto X'.

- Un arco de circunferencia de radio igual al segmento OY hasta cortar a la recta R en el punto Y'. El mismo proceso se puede llevar a cabo con una regla, midiendo la distancia que hay entre el punto O y el punto Y, para luego pasar esa distancia sobre la recta R obteniendo de esta manera el punto Y'.

- Un arco de circunferencia de radio igual al segmento OZ hasta cortar a la recta S en el punto Z’. El mismo proceso se puede llevar a cabo con una regla, midiendo la distancia que hay entre el punto O y el punto Z, para luego pasar esa distancia sobre la recta S obteniendo de esta manera el punto Z’.



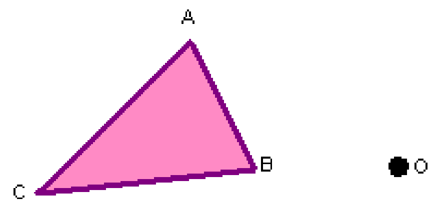
Finalmente unimos los puntos W’, X’, Y’, Z’ para obtener el polígono W’X’Y’Z’. Observando de lo anterior que W’ es el simétrico de W con relación a O, X’ es el simétrico de X con relación a O, Y’ es el simétrico de Y con relación a O, y Z’ es el simétrico de Z con relación a O.



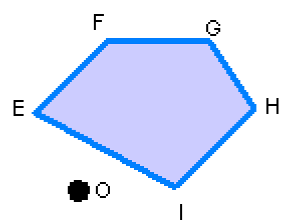
Luego el rectángulo W’X’Y’Z’ es el simétrico de WXYZ con relación al punto O.

ES HORA DE TRABAJAR

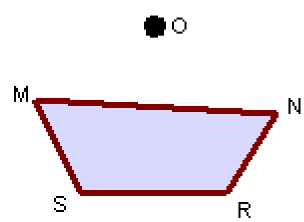
1. Dibuja el simétrico del triángulo ABC con relación al centro O:



2. Dibuja el simétrico del polígono EFGHI con relación al centro O:



3. Dibuja el simétrico del polígono MNRS con relación al centro O:



4. La imagen que se presenta a continuación corresponde a una cerámica maya perteneciente al periodo TEPEUH, ¿puedes notar que le hace falta un Rectángulo? Determina el simétrico del Rectángulo TWXY que representa el Rectángulo que le hace falta a la cerámica con relación al centro de simetría O.`

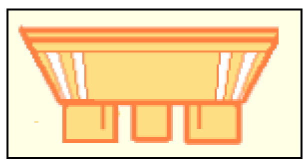


Figura Completa

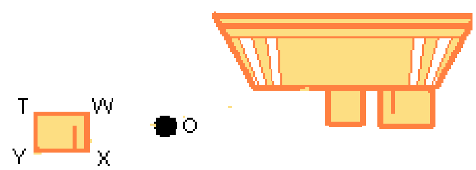
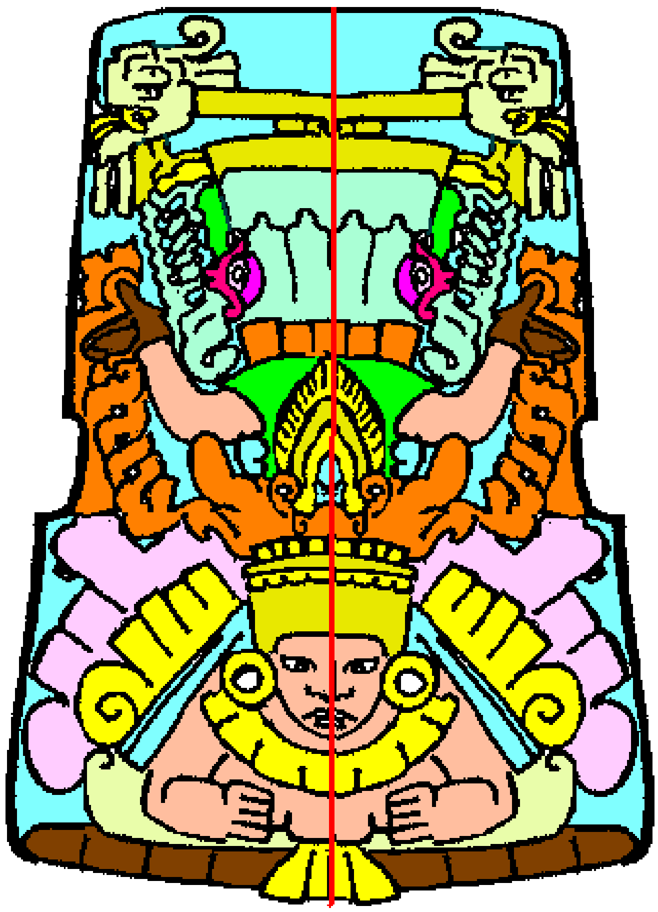


Figura Incompleta

SIMETRÍA AXIAL

Una simetría Axial de eje e (o recta e) es una transformación que hace corresponder a cada punto P de un segmento o de un polígono otro punto P’ tal que la recta e es la mediatriz del segmento formado por los puntos P y P’.

En la siguiente figura se muestra como la línea o eje de simetría divide al dios que se hunde en dos partes iguales, ya que la mitad izquierda coincide exactamente con la mitad derecha. Decimos entonces que el dios que se hunde tiene Simetría Axial y la línea de color rojo es el Eje de Simetría:



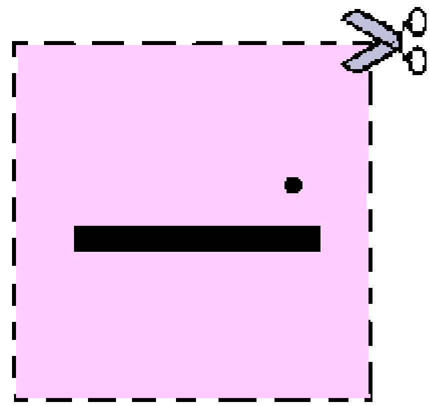
NOTA INFORMATIVA: EL DIOS QUE SE HUNDE

Este dios se encuentra ubicado en el templo del Dios descendente. Este templo tiene 9 mt de ancho por 6 mt de largo y 3 de alto, no solo es el edificio más pintoresco en la ciudad de Tulum sino uno de los pocos que se conservan en buen estado.

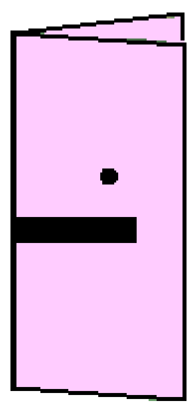
SIMETRÍA AXIAL CON RESPECTO A UN PUNTO

PRIMER EJEMPLO

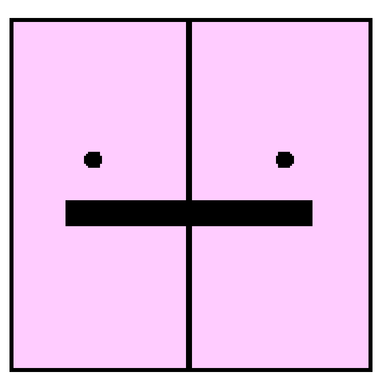
Recorta la imagen que se presenta a continuación por la línea punteada:



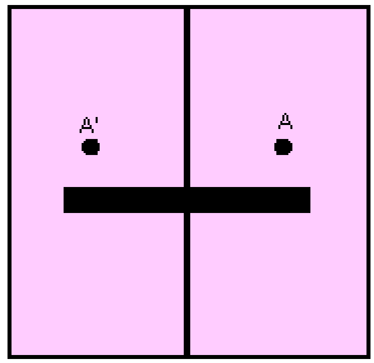
Ahora toma la hoja de papel que recortaste y dóblala como se indica a continuación:



Perfora con un alfiler el punto que se encuentra en la figura y vuelve a desdoblarla: Nombra con la letra A la perforación de una mitad de la hoja y con la letra A' la

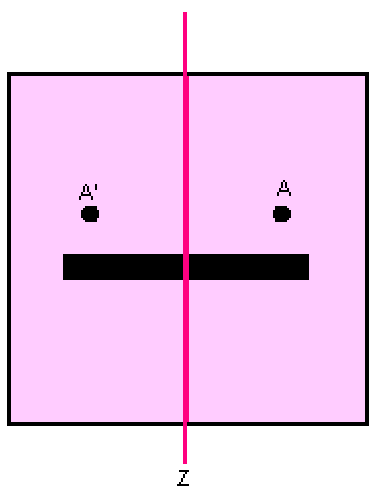


perforación de la otra mitad de la hoja, así:

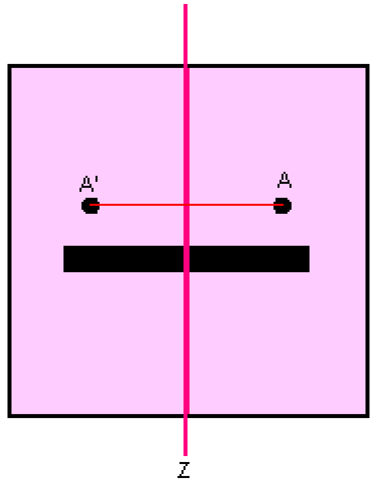


Con el proceso realizado anteriormente hemos completado el número 7 en notación maya.

Observa que en este caso el dobles representa el eje de simetría de la figura. Marquemos una línea sobre el dobles que llamaremos z.



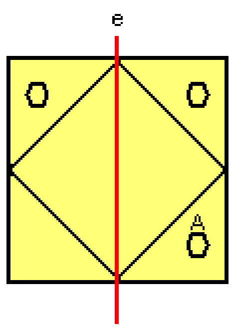
Ahora traza un segmento desde el punto A hasta A’ y comprueba que este segmento es perpendicular al eje z y que el eje lo divide en dos partes iguales.



De lo anterior podemos concluir que el punto A’ es el simétrico de A con relación al eje z.

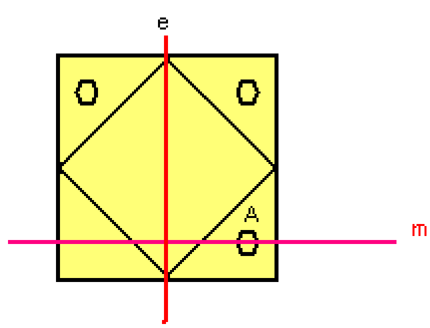
SEGUNDO EJEMPLO

Observa detenidamente la imagen del día LAMAT, ¿puedes notar que le hace falta uno de los puntos que la conforman? Que tal si utilizando la simetría axial completamos a Lamat.

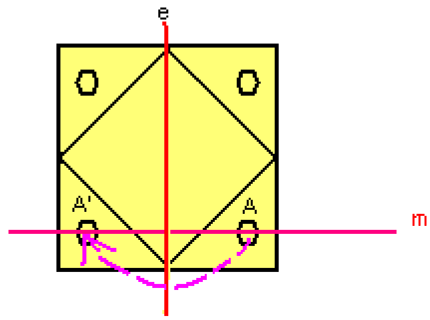


Para ello necesitaremos determinar el simétrico del punto A que representa el punto que le hace falta a Lamat con relación al eje de simetría e, teniendo en cuenta los siguientes pasos:

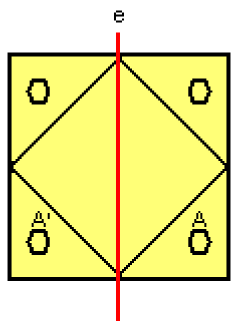
1. Tracemos una perpendicular m al eje de simetría e que pase por el punto A.



2. Con el compás o la regla se toma la distancia que hay desde el punto A al eje de simetría e y con esta misma distancia se ubica al otro lado del eje el punto A'.

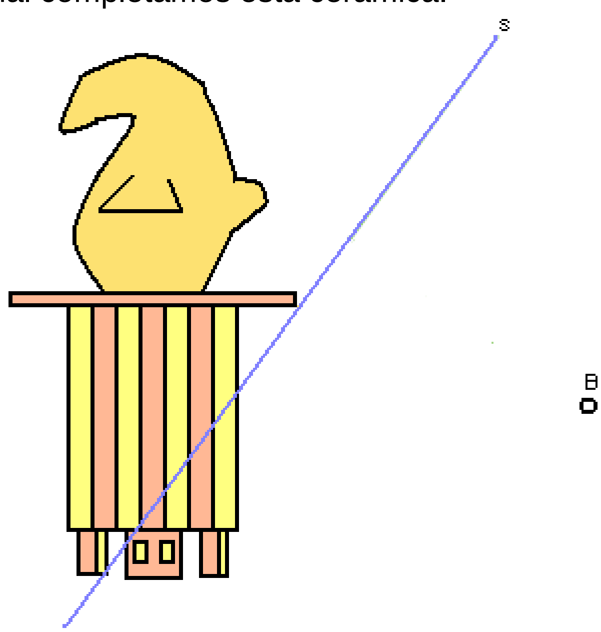


Por lo tanto el punto A' es el simétrico de A con relación al eje e.



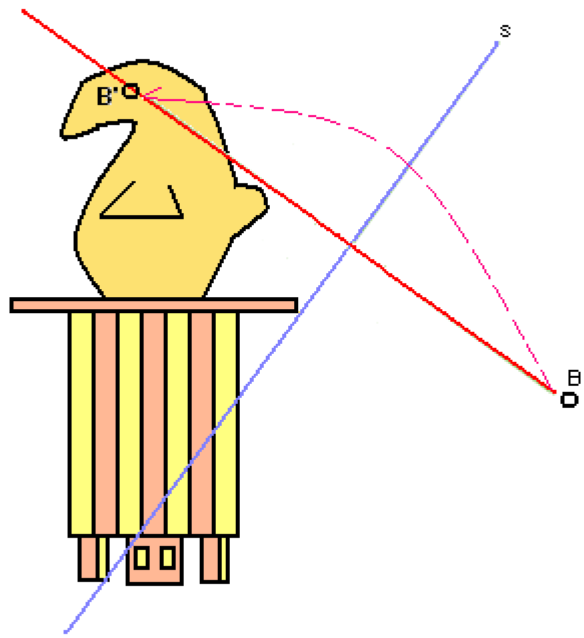
TERCER EJEMPLO

Ahora observa la imagen de la cerámica maya perteneciente al periodo Tzakol, ¿puedes notar que le hace falta un ojo al ave que está en ella? Que tal si utilizando la simetría axial completamos esta cerámica.

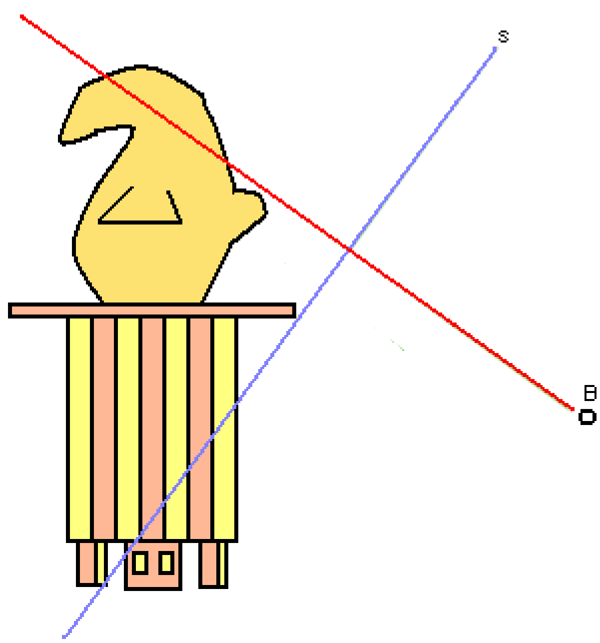


Para ello necesitaremos determinar el simétrico del punto B que representa el ojo que le hace falta al ave que está en la cerámica con relación al eje de simetría s, teniendo en cuenta los siguientes pasos:

1. Tracemos una perpendicular m al eje de simetría s que pase por el punto B.
2. Con el compás o la regla se toma la distancia que hay desde el punto B al eje de simetría s y con esta misma distancia se ubica al otro lado del eje el punto B'.

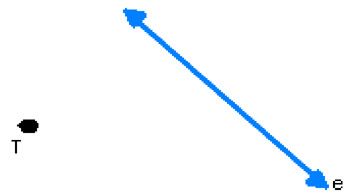


3. Por lo tanto el punto B' es el simétrico de B con relación al eje s.

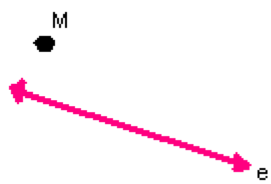


¡A TRABAJAR!

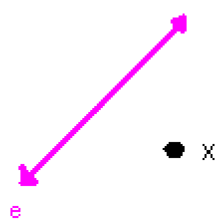
1. Halla el simétrico del punto T respecto del eje de simetría e:



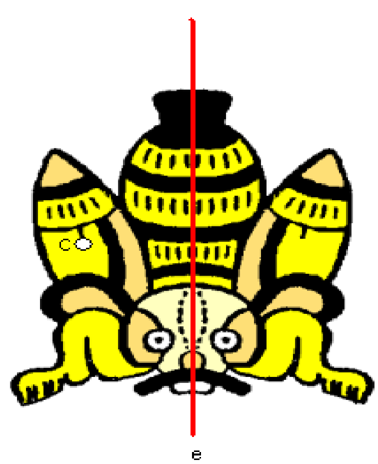
2. Halla el simétrico del punto M respecto del eje de simetría e:



3. Halla el simétrico del punto X respecto del eje de simetría e:



4. La imagen que se presenta a continuación corresponde al dios abeja, ¿puedes notar que le hace falta un punto que decora una de sus alas? Determina el simétrico del punto C que representa el punto que le hace falta al ala con relación al eje de simetría e:



APLICACIÓN DE LA SIMETRÍA AXIAL A UN SEGMENTO

PRIMER EJEMPLO

A continuación se presenta la imagen completa (FIG. A) y la imagen incompleta (FIG. B) de una cerámica maya del periodo Tzakol, ¿puedes notar que a la figura de la derecha le hace falta un segmento de la cerámica? Que tal si utilizando la simetría axial la completamos:

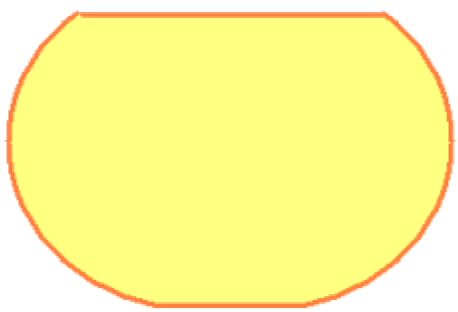


FIG. A

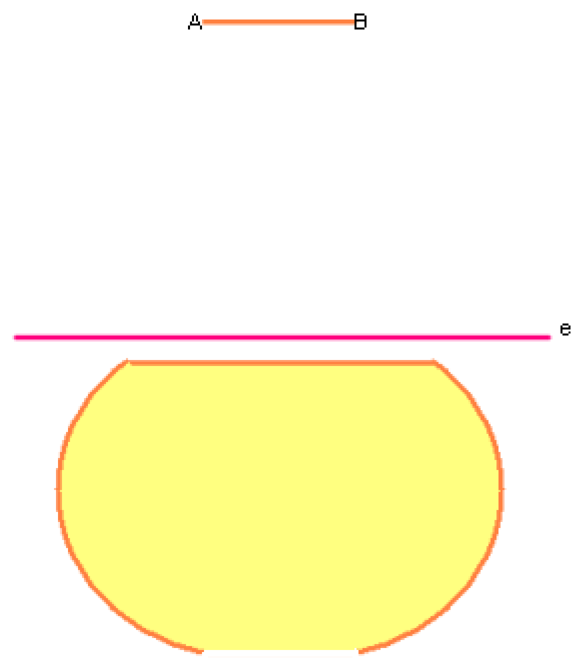
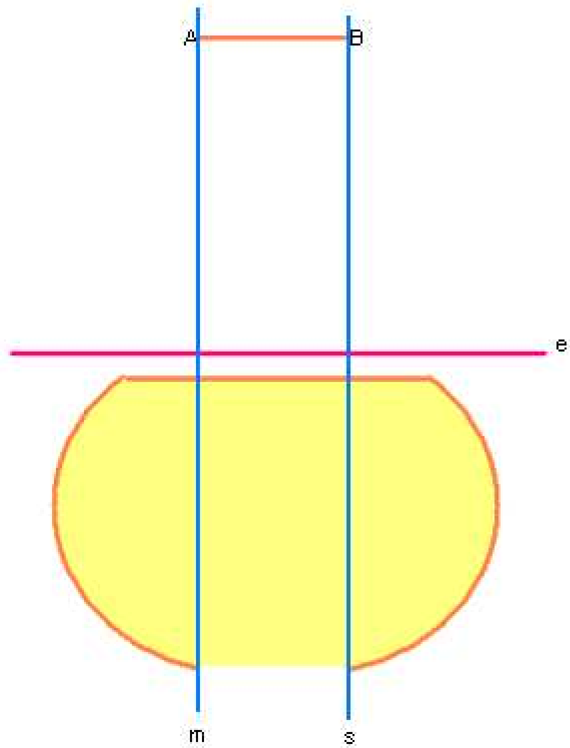


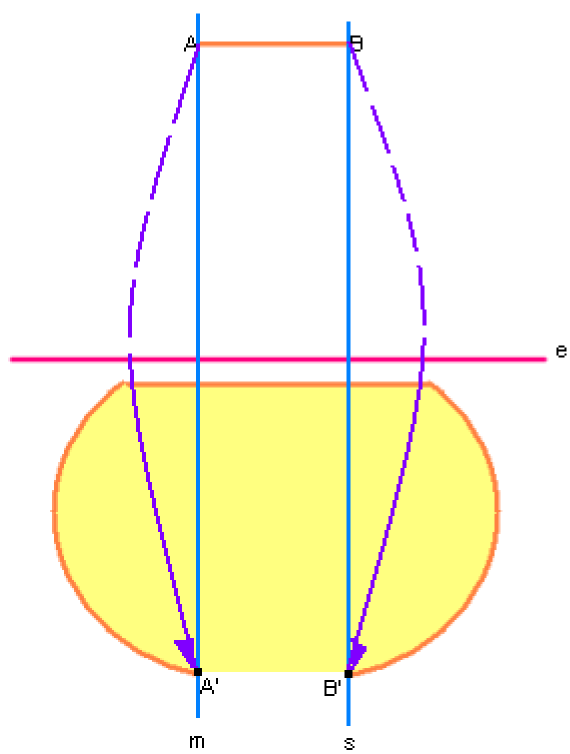
FIG. B

Para ello necesitaremos determinar el simétrico del segmento AB que le hace falta a la cerámica con relación al eje de simetría e, teniendo en cuenta los siguientes pasos:

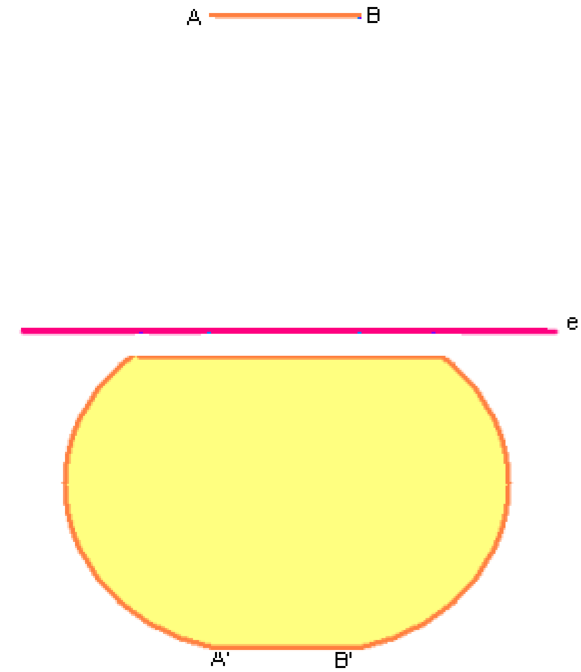
1. Se traza una perpendicular m al eje de simetría e que pase por el punto A y otra perpendicular s al eje de simetría e que pase por el punto B.



2. Con el compás o la regla:
   - se toma la distancia que hay desde el punto A al eje de simetría e y con esta misma distancia se ubica A' al otro lado del eje.
   - se toma la distancia que hay desde el punto B al eje de simetría e y con esta misma distancia se ubica B' al otro lado del eje.



3. Se unen los puntos A', B' mediante un segmento:



Finalmente podemos ver completa la cerámica del periodo Tepeuh. Además podemos afirmar que el segmento A'B' es el segmento simétrico de AB.

SEGUNDO EJEMPLO

A continuación se presenta la imagen completa (FIG. A) y la imagen incompleta (FIG. B) de una cerámica maya del periodo Tzakol, ¿puedes notar que a la figura de la derecha le hace falta un segmento? Que tal si utilizando la simetría axial la completamos:

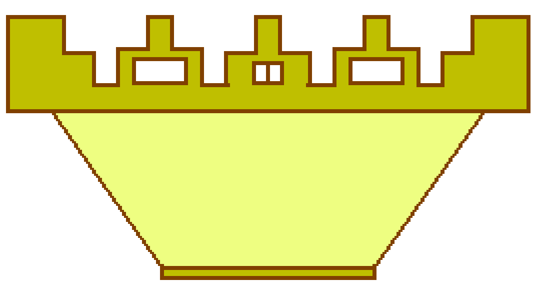


FIG. A

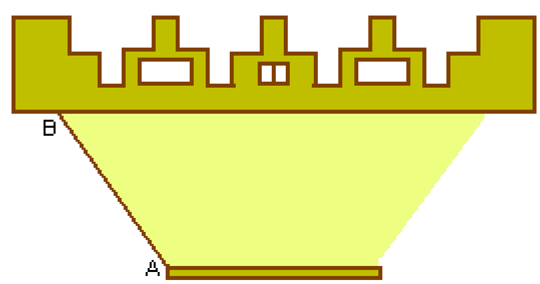
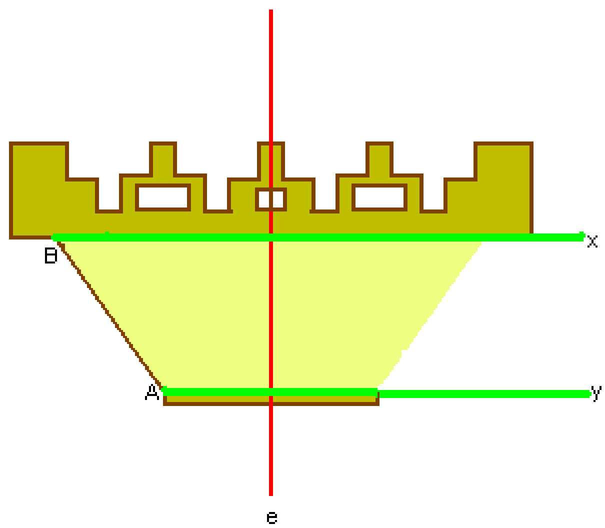


FIG. B

Para ello necesitaremos determinar el simétrico del segmento AB que le hace falta a la cerámica con relación al eje de simetría e, teniendo en cuenta los siguientes pasos:

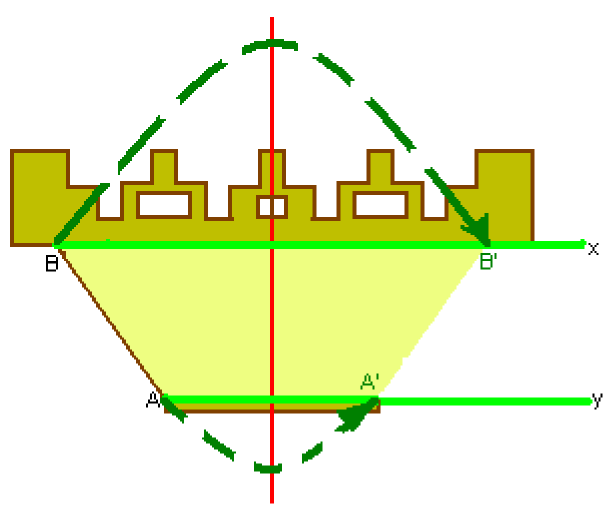
1. Se traza una perpendicular y al eje de simetría e que pase por el punto A y otra perpendicular x al eje de simetría e que pase por el punto B.



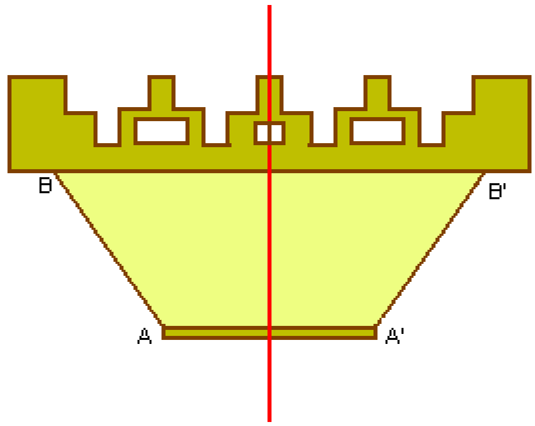
2. Con el compás o la regla:

- se toma la distancia que hay desde el punto A al eje de simetría e y con esta misma distancia se ubica A' al otro lado del eje.

- se toma la distancia que hay desde el punto B al eje de simetría e y con esta misma distancia se ubica B' al otro lado del eje.



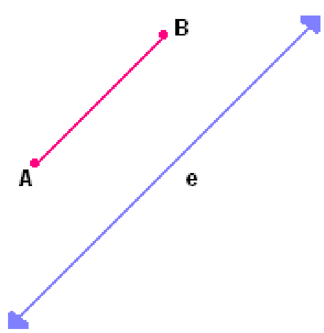
3. Se unen los puntos A’ y B’ mediante un segmento:



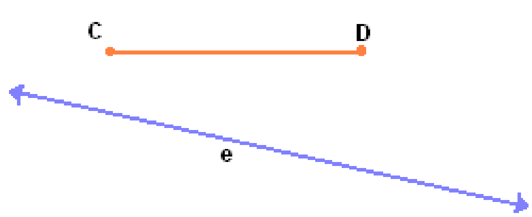
4. Finalmente podemos ver completa la cerámica del periodo Tzakol. Además podemos afirmar que el segmento A’B’ es el segmento simétrico de AB.

¡A TRABAJAR!

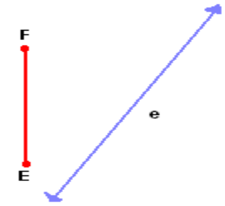
1. Halla el simétrico del segmento AB respecto del eje de simetría e:



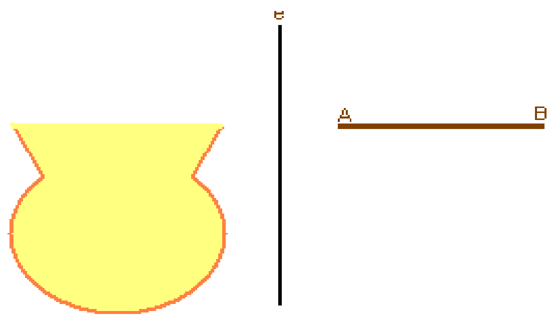
2. Halla el simétrico del segmento CD respecto del eje de simetría e:



3. Halla el simétrico del segmento EF respecto del eje de simetría e:



4. La imagen que se presenta a continuación corresponde a una cerámica maya perteneciente al periodo Mamon, ¿puedes notar que le hace falta un segmento? Encuentra el segmento que le hace falta a la cerámica utilizando simetría axial



APLICACIÓN DE LA SIMETRÍA AXIAL A UN POLIGONO

PRIMER EJEMPLO

A continuación se presenta la imagen completa (FIG. A) y la imagen incompleta (FIG. B) de una cerámica maya del periodo Tzakol, ¿puedes notar que a la figura de la derecha le hace falta un polígono de la cerámica? Qué tal si utilizando la simetría axial la completamos:

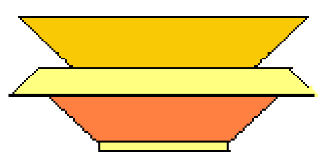


Figura a

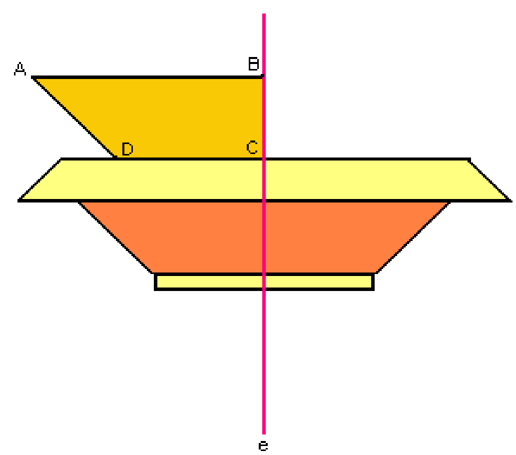
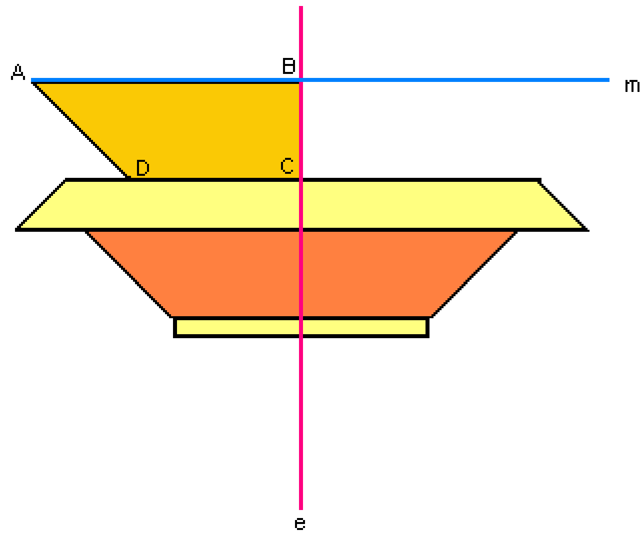


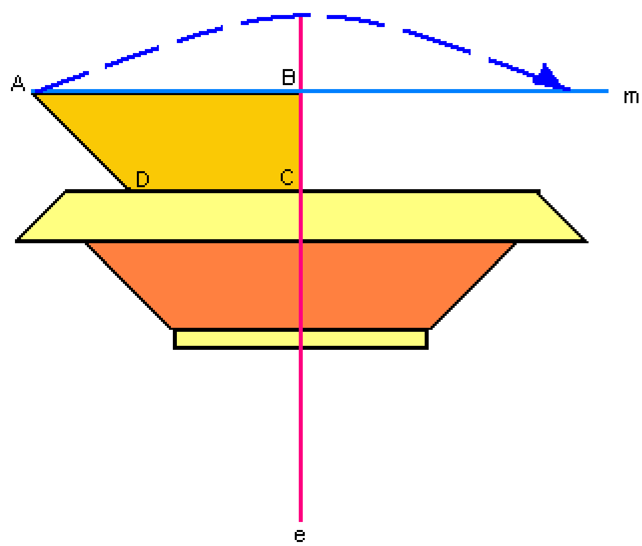
Figura b

Para ello necesitaremos determinar el simétrico del polígono ABCD que le hace falta a la cerámica con relación al eje de simetría e, teniendo en cuenta los siguientes pasos:

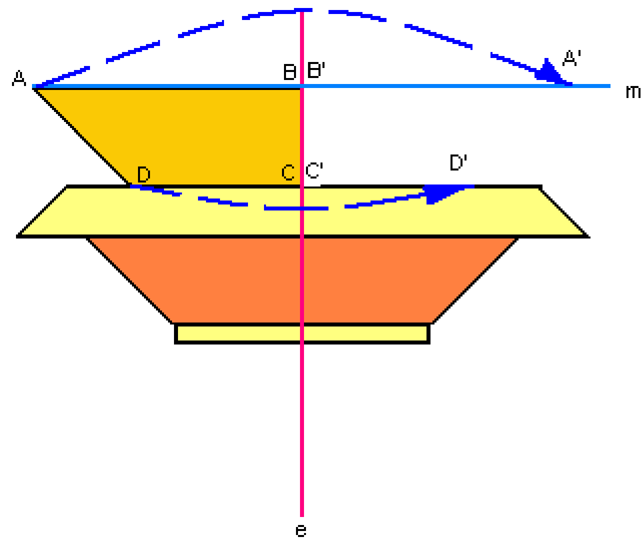
1. Se traza una perpendicular m al eje de simetría e que pase por el punto A.



2. Con el compás o la regla se toma la distancia que hay desde el vértice A al eje de simetría e y con esta misma distancia se ubica A' al otro lado del eje.

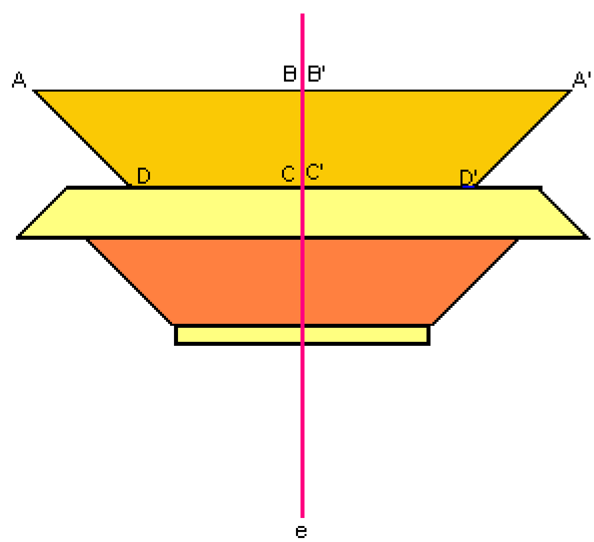


3. Se repite el mismo proceso con cada uno de los vértices del polígono.



NOTA: Es importante tener en cuenta que el simétrico de un punto sobre el eje de simetría es el mismo punto. En este ejemplo se observa como el simétrico del punto B es el mismo punto B y el simétrico del punto C es el mismo punto C ya que estos dos puntos están sobre el eje de simetría.

4. Se unen con segmentos los vértices consecutivos.



5. Finalmente podemos ver completa la cerámica del periodo Tzakol. Además podemos afirmar que el polígono A'B'C'D' es el polígono simétrico de ABCD.

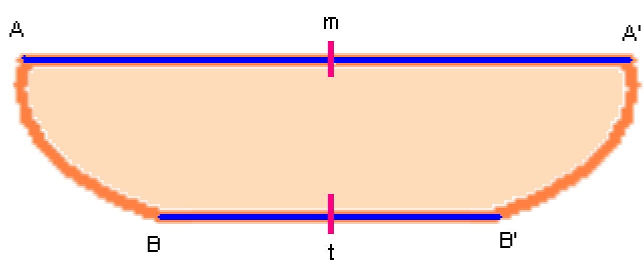
SEGUNDO EJEMPLO

¿Te atreves a hallar el eje de simetría de cualquier figura? Pues bien, a continuación te presentamos la imagen completa de una cerámica maya del periodo Chicanel a la cual se le tendrá que hallar el eje de simetría e:

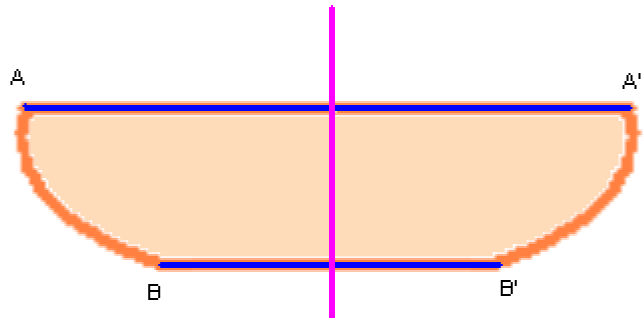
Para hallar el eje de simetría de cualquier par de figuras o de una figura en particular como el de una cerámica maya se deben realizar los siguientes pasos:

1. Debemos unir con segmentos los puntos A y A'; B y B' que aparecen en la figura:

2. Como sabemos el eje de simetría divide a cualquier figura en dos partes iguales o simétricas. Por tanto en este paso debemos hallar el punto medio m del segmento AA' y el punto medio t del segmento BB' como se indica a continuación:

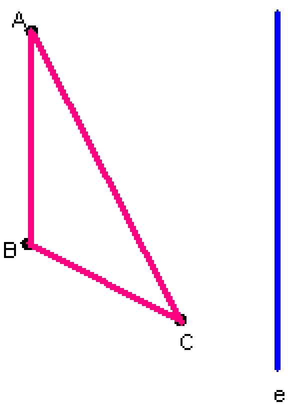


3. Ahora unimos con una recta los puntos m y t, encontrando de esta manera el eje de simetría que en este caso divide la cerámica en dos partes iguales:

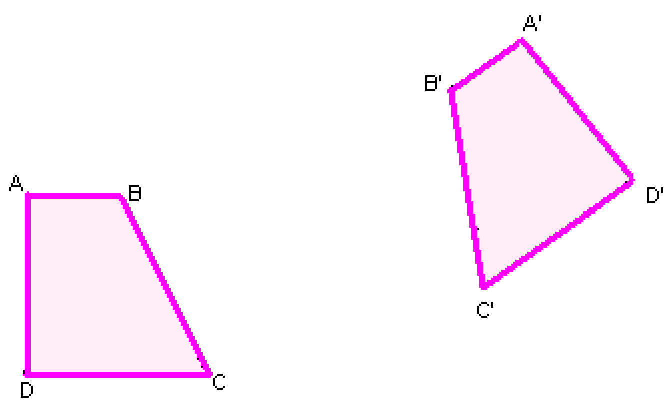


¡A TRABAJAR!

1. Encuentra el simétrico del triángulo ABC con respecto a la recta e:



2. Encuentra el eje de simetría de las figuras:



3. A continuación se presenta la imagen completa (FIG. A) y la imagen incompleta (FIG. B) de una cerámica maya del periodo Tzakol, ¿puedes notar que a la figura de la derecha le hace falta una parte que esta representada por un polígono? Encuentra la parte que hace falta utilizando la simetría axial:

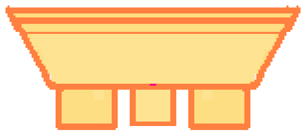


Figura a

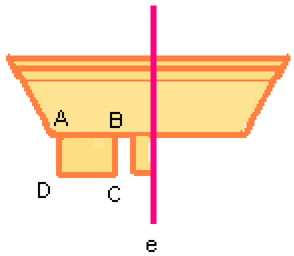
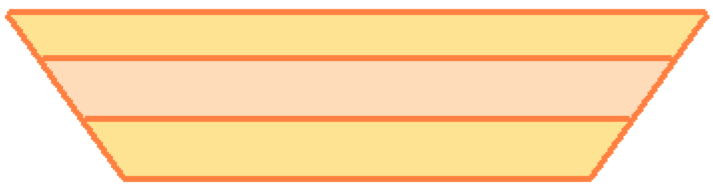


Figura b

4. Encuentra el eje de simetría que divide una de las cerámicas mayas del periodo Mamon en dos partes iguales.



5.3.3 Simetrías en el plano cartesiano: “COMPLETANDO CON SIMETRIAS ALGUNOS TEMPLOS MAYAS EN EL PLANO CARTESIANO”

- PROPOSITO

Con esta actividad se pretende dar a conocer la Simetría de puntos, segmentos y polígonos en el plano cartesiano, utilizando para ello algunos figuras geométricas presentes en los templos mayas.

- DESCRIPCION

En este proceso, se pretende utilizar la simetría en el plano cartesiano para completar algunos templos mayas, utilizando figuras geométricas básicas que aparecen en ellos.

SUGERENCIA DIDACTICA

En las siguientes actividades se muestra cómo encontrar el simétrico de un punto, de un segmento y de un polígono, en el plano cartesiano utilizando la SIMETRÍA CENTRAL.

PASO 1

En este paso se quieren utilizar imágenes reales de los templos mayas así como imágenes modificadas de ellos en el plano cartesiano para completar utilizando la simetría CENTRAL algunas figuras que no están presentes en los templos modificados.

LOGRO
Realizar simetrías centrales y axiales de figuras geométricas en el plano cartesiano.

INDICADORES DE LOGRO:
• Hace uso adecuado del concepto de simetría en el plano cartesiano con ayuda de figuras presentes en algunos templos mayas.
• Encuentra el simétrico de diversas figuras geométricas en el plano cartesiano teniendo en cuenta las propiedades de la simetría central y axial.

RECORDEMOS: Una simetría Central de centro O es una transformación que hace corresponder a cada punto P del plano cartesiano otro punto P' en el plano tal que O es el punto medio del segmento formado por los puntos P y P'.

Una simetría de este tipo coincide con un giro del mismo centro y ángulo 180^0.

SIMETRÍA CENTRAL EN EL PLANO CARTESIANO

PRIMER EJEMPLO: SIMETRÍA CENTRAL EN EL PLANO CARTESIANO CON RESPECTO A UN PUNTO

A continuación se presenta la imagen real (FIG. A) y la imagen modificada e incompleta en el plano cartesiano (FIG. B) de una parte del templo de las máscaras de Kabah ¿puedes notar que a la figura de la derecha le hace falta un punto? Que tal si utilizando la simetría central completamos la imagen en el plano.

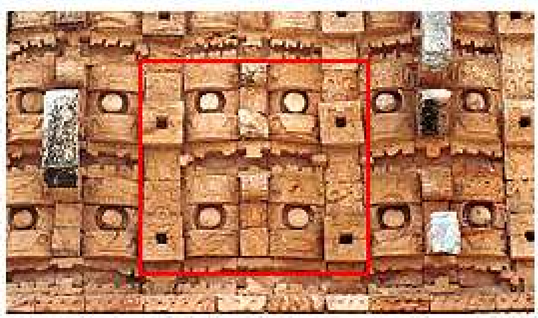


FIG. A

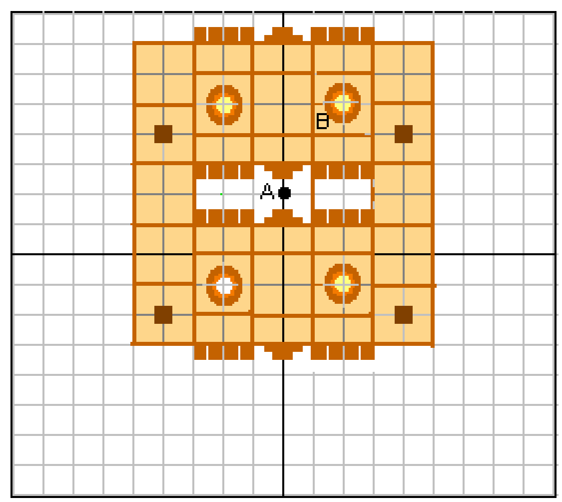
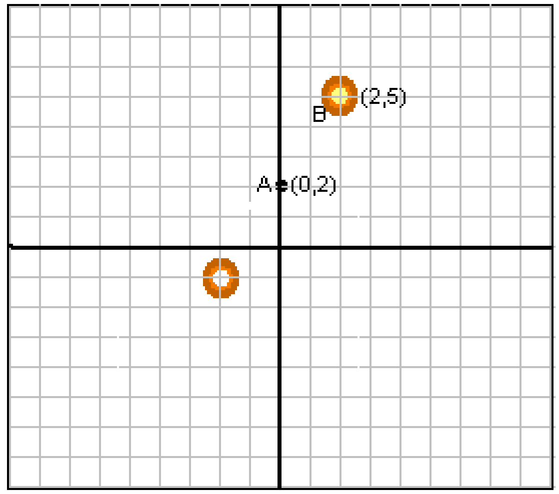


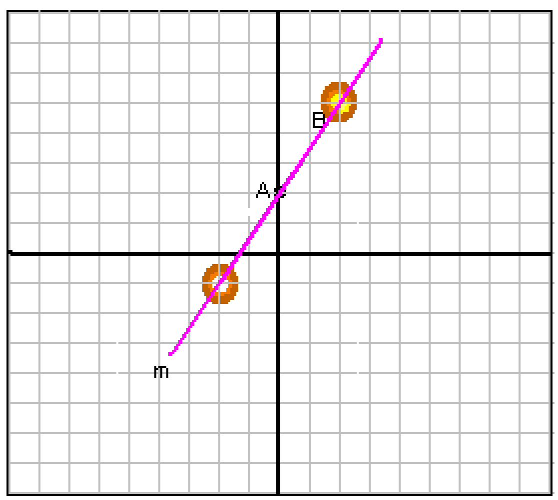
FIG. B

Para facilitar la reconstrucción de la figura B, te presentamos a continuación únicamente los elementos que permitirán realizar este proceso:

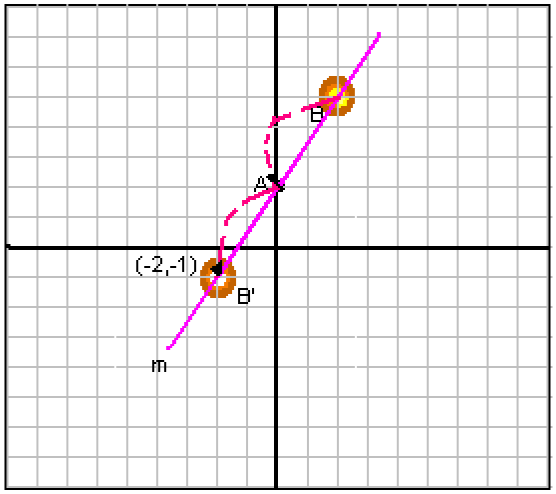


Para ello necesitaremos determinar el simétrico del punto B de coordenadas (2,5) que representa el punto que le hace falta al templo de las máscaras de Kabah con respecto al punto A de coordenadas (0,2), de acuerdo con los siguientes pasos:

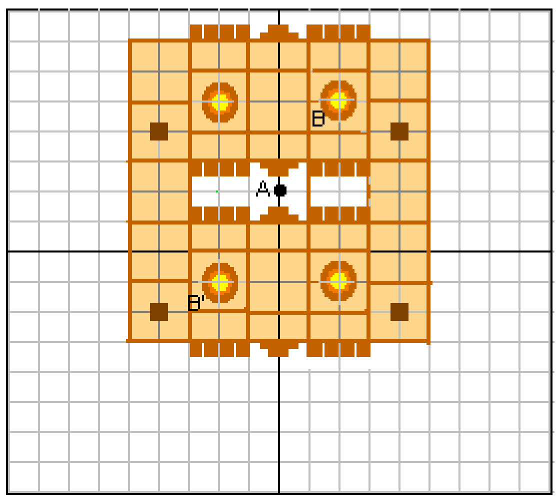
1. Tracemos la recta m que pase por el punto B(2,5) y por el centro de simetría A de coordenadas(0,2):



2. Con el compás o la regla se toma la distancia que hay desde el punto B al centro de simetría A y con esta misma distancia se ubica B' al otro lado de este centro:



3. Finalmente hemos completado el punto que le hacía falta al templo de las máscaras de Kabah. Por lo tanto el punto B'(-2,-1) es el simétrico de B con relación al centro de simetría A.



SEGUNDO EJEMPLO: SIMETRÍA CENTRAL EN EL PLANO CARTESIANO CON RESPECTO A UN SEGMENTO

A continuación se presenta la imagen real (FIG. A) y la imagen modificada e incompleta en el plano cartesiano (FIG. B) de una parte del cuadrángulo de las monjas ¿puedes notar que a la figura de la derecha le hace falta un segmento? Que tal si utilizando la simetría central completamos la imagen en el plano

FIG. A

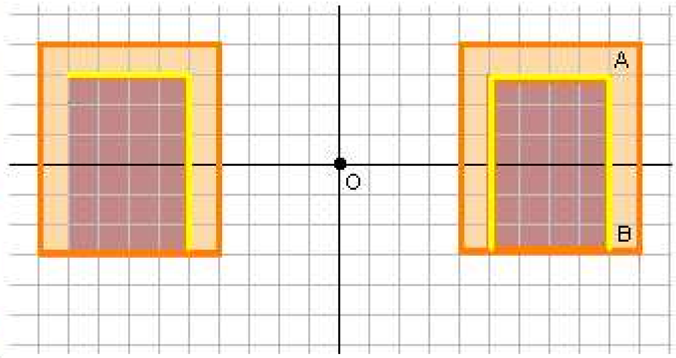
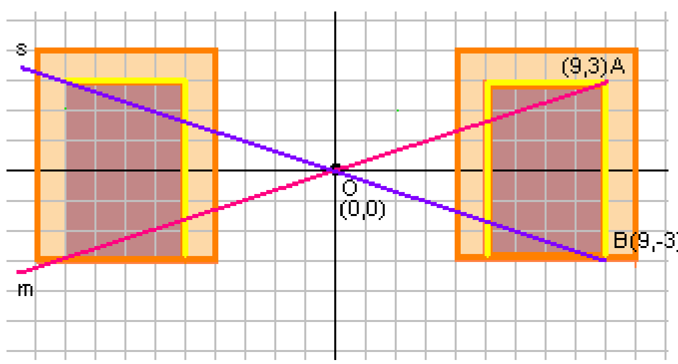


FIG. B

Para ello necesitaremos determinar el simétrico del Segmento AB que representa el segmento que le hace falta al cuadrángulo de las monjas con respecto al punto O de coordenadas (0,0), teniendo en cuenta que las coordenadas del punto A son (9,3) y del punto B (9,-3) de acuerdo con los siguientes pasos:

1. Tracemos las rectas:

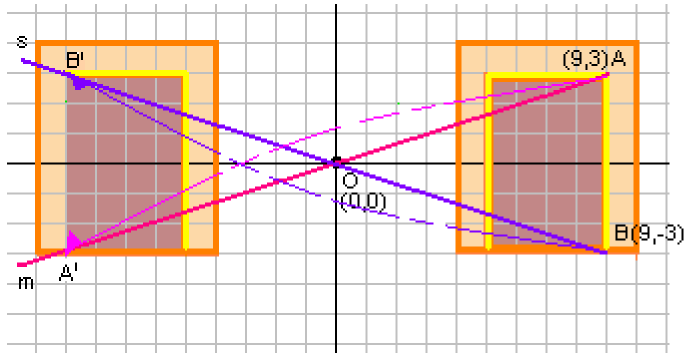
- m que pase por el punto A(9,3) y por el centro de simetría O(0,0),
- y la recta s que pase por el punto B(9,-4) y por el centro de simetría O(0,0).



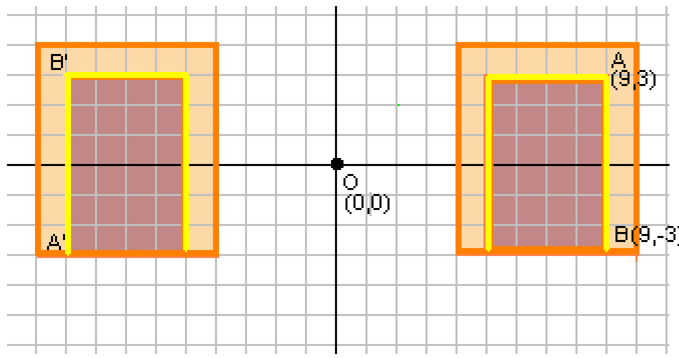
2. Con el compás o la regla:

- se toma la distancia que hay desde el punto A al centro de simetría O y con esta misma distancia se ubica A' al otro lado de este centro.

- se toma la distancia que hay desde el punto B al centro de simetría O y con esta misma distancia se ubica B' al otro lado de este centro.



3. Se unen con segmentos los vértices consecutivos.



4. Finalmente podemos ver completa la imagen. Además podemos afirmar que el segmento A'B' es el segmento simétrico de AB con respecto al punto O(0,0).

TERCER EJEMPLO: SIMETRÍA CENTRAL EN EL PLANO CARTESIANO CON RESPECTO A UN POLÍGONO

A continuación se presenta la imagen real (FIG. A), la imagen modificada (FIG. B) y la imagen incompleta en el plano cartesiano (FIG. C) del Palacio del gobernador en la antigua ciudad maya de Palenque ¿puedes notar que a la figura C le hace falta un polígono? Que tal si utilizando la simetría central completamos la imagen en el plano

FIG. A

FIG. B

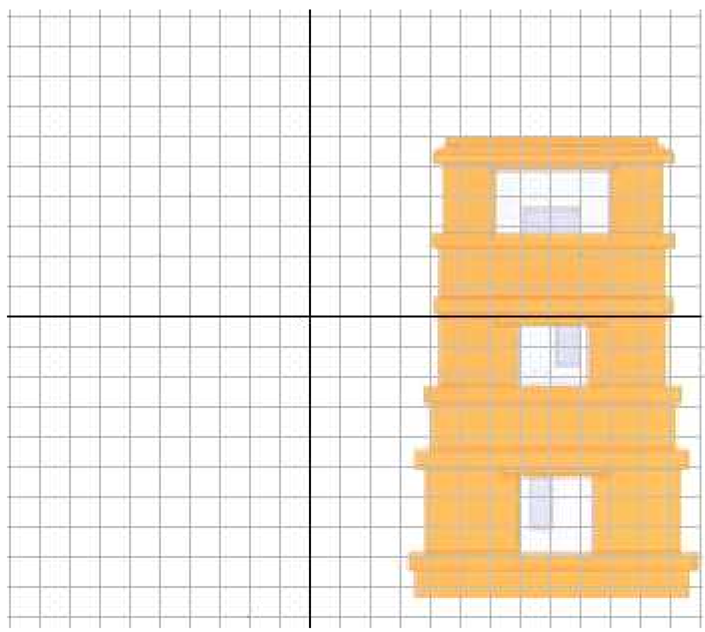
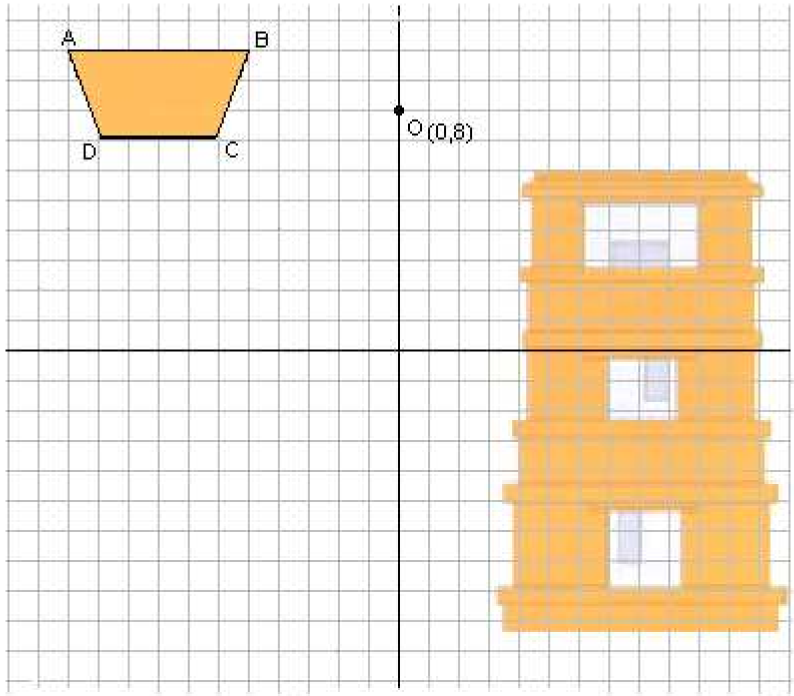


FIG. C

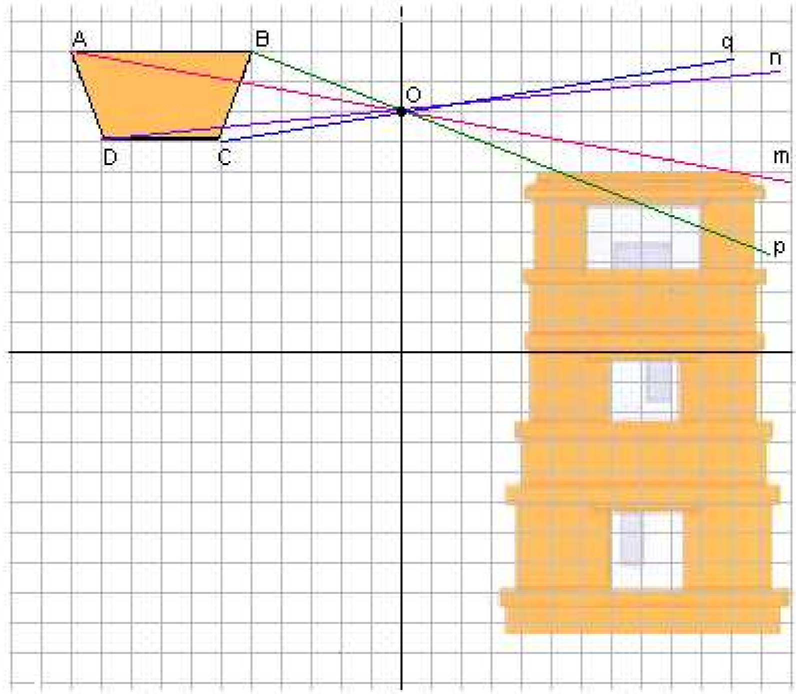
Para facilitar la reconstrucción de la figura C, te presentamos a continuación los elementos que permitirán realizar este proceso:



Para ello necesitaremos determinar los simétricos de los puntos A(-11,10), B(-5,10), C(-10,7), D(-6,7) que representan los vértices del polígono que le hace falta al Palacio del gobernador con respecto al punto O(0,8), de acuerdo con los siguientes pasos:

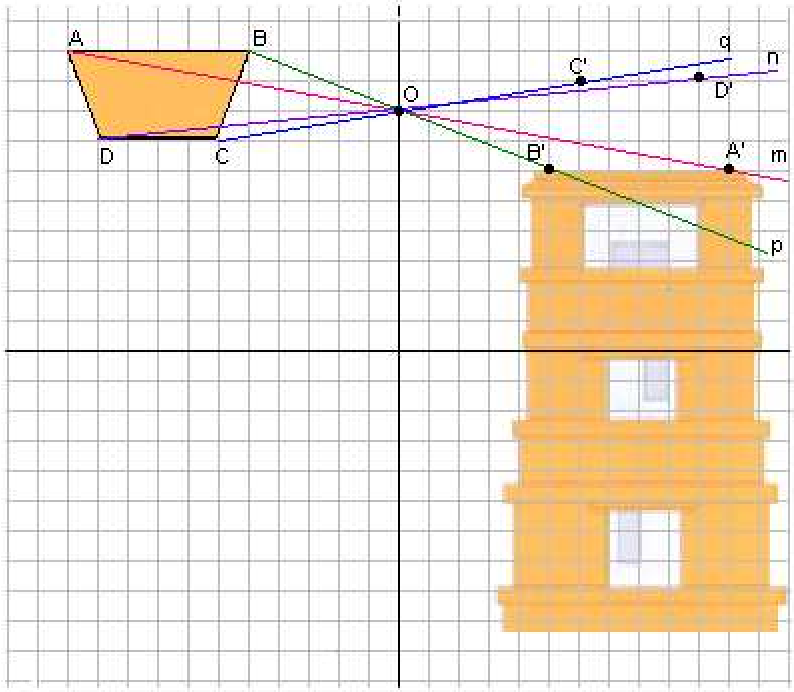
1. Tracemos:

- la recta m que pase por el punto A(-11,10), y por el centro de simetría O de coordenadas(0,8);
- la recta p que pase por el punto B(-5,10) y por el centro de simetría O de coordenadas(0,8);
- la recta q que pase por el punto C(-10,7), y por el centro de simetría O de coordenadas(0,8);
- la recta n que pase por el punto D(-6,7), y por el centro de simetría O de coordenadas(0,8);

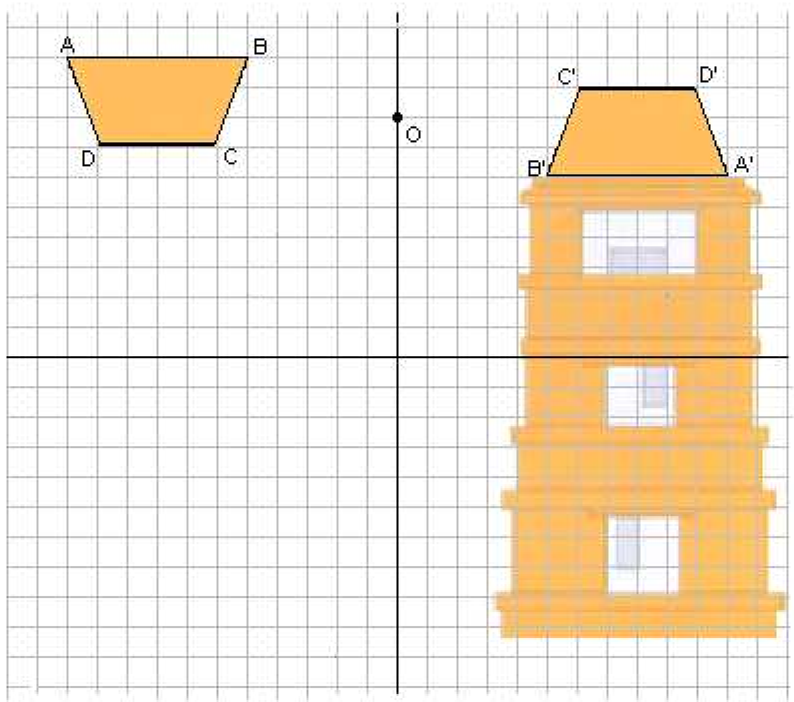


2. Con el compás o la regla:

- se toma la distancia que hay desde el punto A al centro de simetría O y con esta misma distancia se ubica A’ al otro lado de este centro,
- se toma la distancia que hay desde el punto B al centro de simetría O y con esta misma distancia se ubica B’ al otro lado de este centro,
- se toma la distancia que hay desde el punto C al centro de simetría O y con esta misma distancia se ubica C’ al otro lado de este centro,
- se toma la distancia que hay desde el punto D al centro de simetría O y con esta misma distancia se ubica D’ al otro lado de este centro,



3. Se unen con segmentos los vértices consecutivos.



4. Finalmente podemos ver completa la imagen del templo. Además podemos afirmar que el polígono A'B'C'D' es el polígono simétrico de ABCD, con respecto al punto O(0,8).

PASO 2

En esta parte del proceso se utilizarán imágenes reales de los templos mayas así como imágenes modificadas de ellos en el plano cartesiano para completar utilizando la simetría AXIAL algunas figuras que no están presentes en los templos modificados.

RECORDEMOS: Una simetría AXIAL de eje e (o recta e) en el plano cartesiano, es una transformación que hace corresponder a cada punto P en el plano cartesiano otro punto P' tal que la recta e es la mediatriz del segmento formado por los puntos P y P'.

SIMETRÍA AXIAL EN EL PLANO CARTESIANO

PRIMER EJEMPLO: SIMETRÍA AXIAL EN EL PLANO CARTESIANO CON RESPECTO A UN PUNTO

A continuación se presenta la imagen completa (FIG. A) y la imagen incompleta (FIG. B) de la pirámide más alta y monumental de Chichén Itzá, El Castillo o templo de kukulcán, ¿puedes notar que a la figura B le hace falta un punto en la cima de la pirámide? Que tal si utilizando la simetría axial lo completamos:

FIG. A

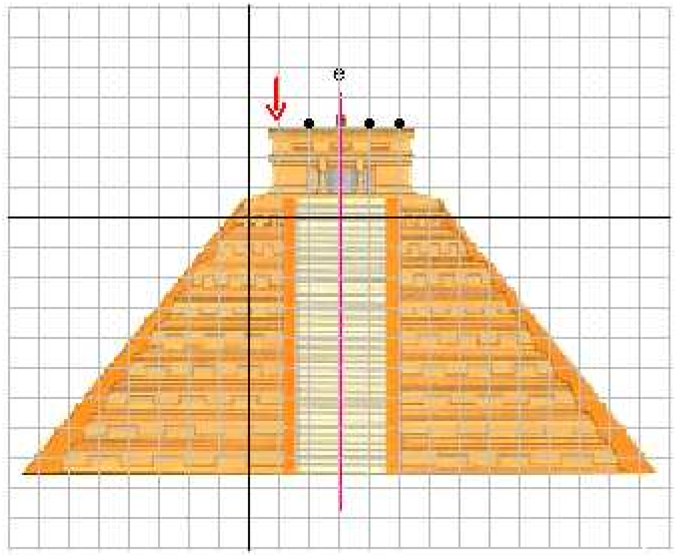
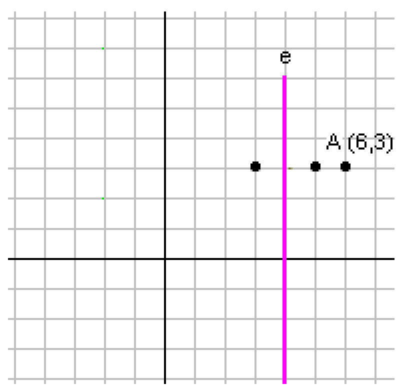


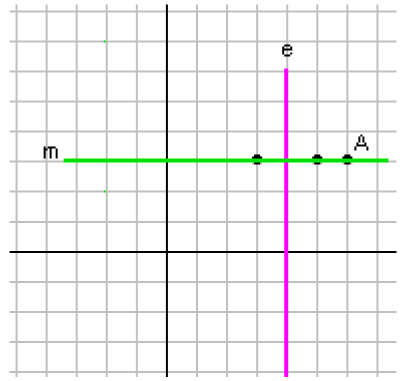
FIG. B

Para facilitar la reconstrucción de la figura B, te presentamos a continuación únicamente los elementos que permitirán realizar este proceso:

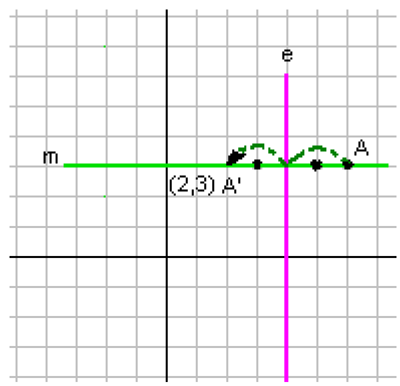


Para ello necesitaremos determinar el simétrico del Punto A(6,3) que le hace falta a la cima de la pirámide con relación al eje de simetría e, teniendo en cuenta los siguientes pasos:

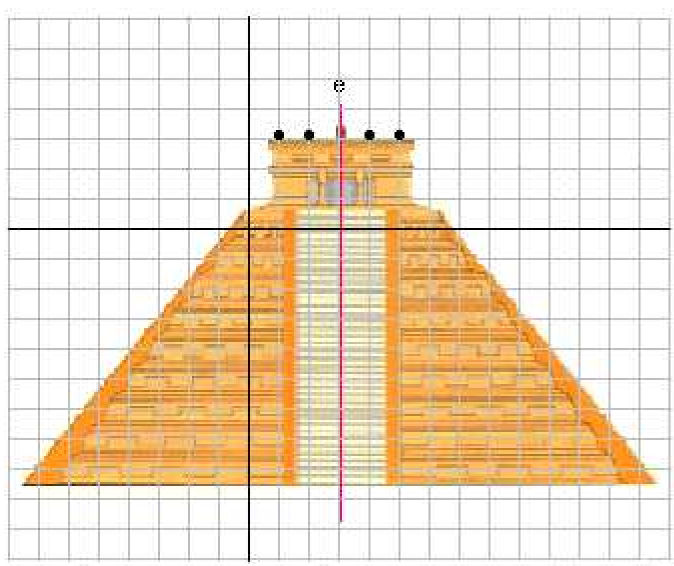
1. Se traza una perpendicular m al eje de simetría e que pase por el punto A,



2. Con el compás o la regla se toma la distancia que hay desde el punto A al eje de simetría e y con esta misma distancia se ubica A' al otro lado del eje.



Finalmente podemos ver completa la imagen de la pirámide. Además podemos afirmar que el Punto A'(2,3) es el punto simétrico de A(6,3) con respecto a la letra e.



SEGUNDO EJEMPLO: SIMETRÍA AXIAL EN EL PLANO CARTESIANO CON RESPECTO A UN SEGMENTO

A continuación se muestra la imagen modificada e incompleta en el plano cartesiano (FIG. A) de una parte del templo de Dzibilchaltun ¿puedes notar que a la figura le hace falta un segmento? Que tal si utilizando la simetría axial completamos la imagen en el plano.

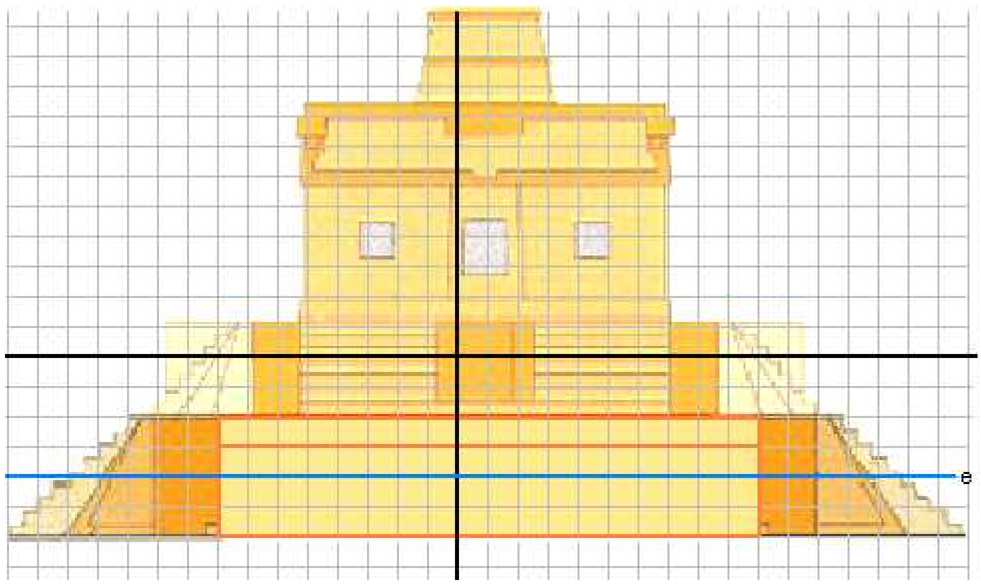
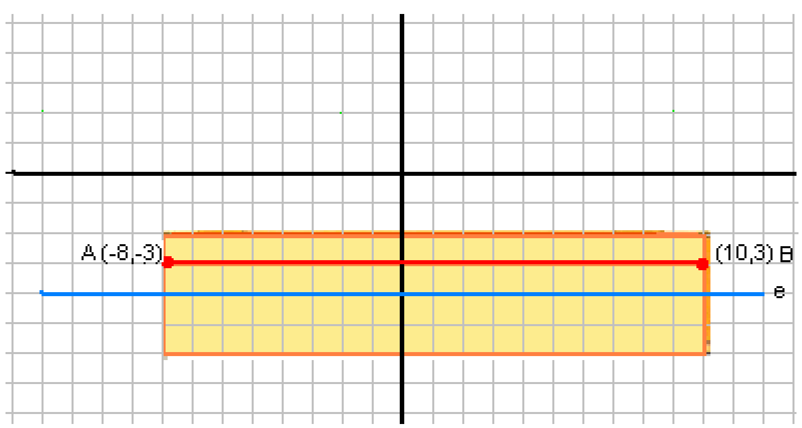


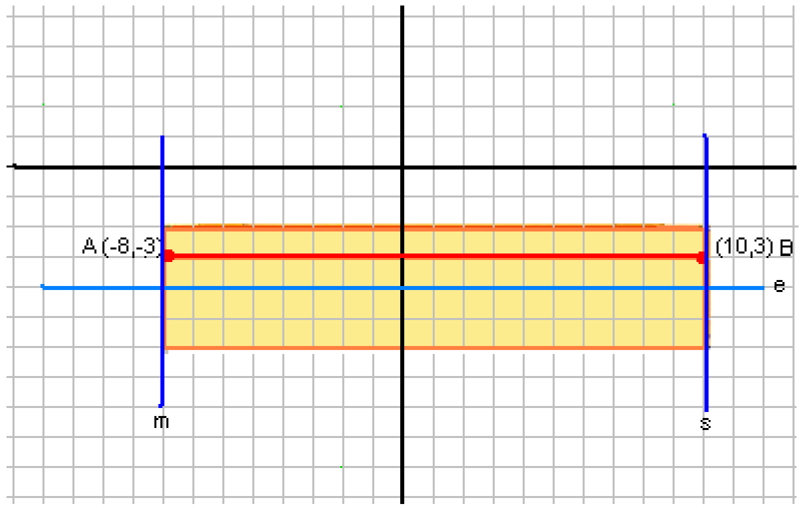
FIG. A

Para facilitar la reconstrucción de la figura B, te presentamos a continuación únicamente los elementos que permitirán realizar este proceso:



Para ello necesitaremos determinar el simétrico del segmento AB, que le hace falta a las gradas del templo con relación al eje de simetría e, donde el punto A tiene coordenadas (-8,-3) y el punto B (10,3); teniendo en cuenta los siguientes pasos:

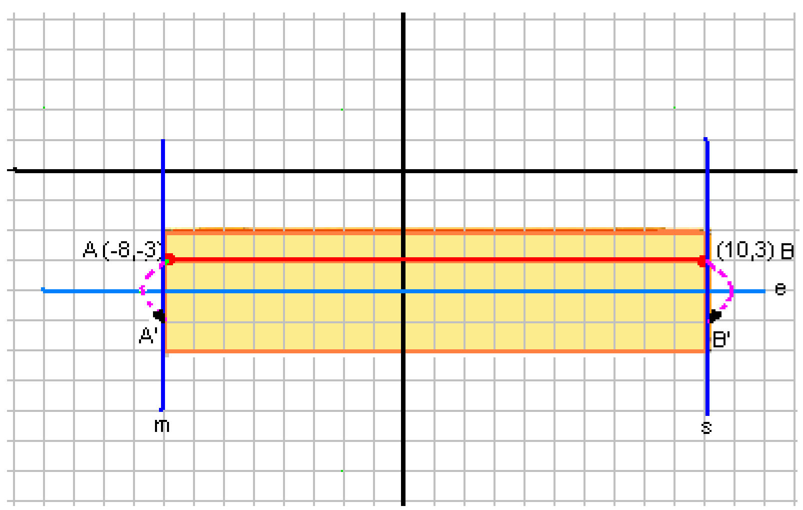
1. Se traza una perpendicular m al eje de simetría e que pase por el punto A y otra perpendicular s al eje de simetría e que pase por el punto B.



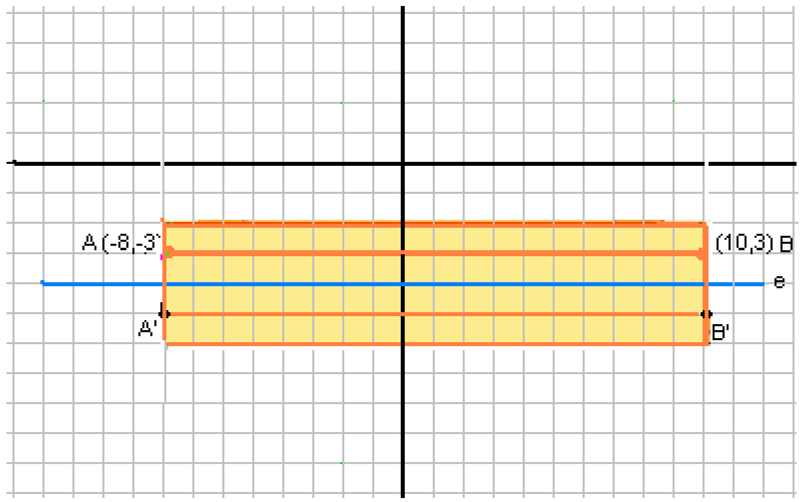
2. Con el compás o la regla :

 - se toma la distancia que hay desde el punto A al eje de simetría e y con esta misma distancia se ubica A’ al otro lado del eje.

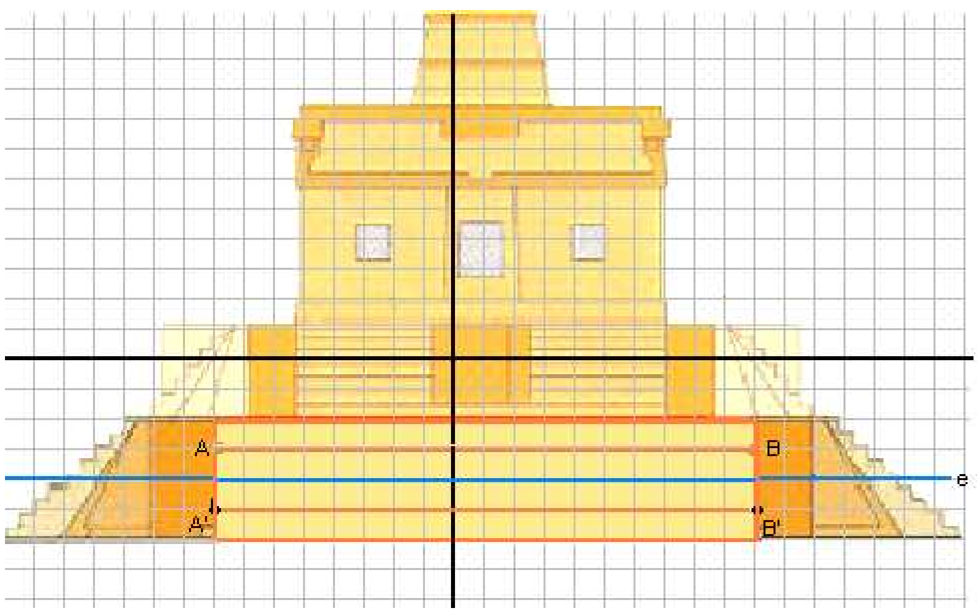
 - se toma la distancia que hay desde el punto B al eje de simetría e y con esta misma distancia se ubica B’ al otro lado del eje.



3. Se unen con segmentos los vértices A’ de coordenadas(-8,-6) y B’ de coordenadas (10,-6):



Finalmente podemos ver completa la imagen del templo. Además podemos afirmar que el segmento A’B’ es el segmento simétrico de AB con respecto al eje e.



TERCER EJEMPLO: SIMETRÍA AXIAL EN EL PLANO CARTESIANO CON RESPECTO A UN POLÍGONO

A continuación se presenta la imagen completa (FIG. A) y la imagen incompleta (FIG. B) del Palacio del Gobernador en Uxmal, ¿puedes notar que a la figura B le hace falta un polígono? Que tal si utilizando la simetría axial lo completamos:

Fig. A

Para facilitar la reconstrucción de la figura B, te presentamos a continuación únicamente los elementos que permitirán realizar este proceso:

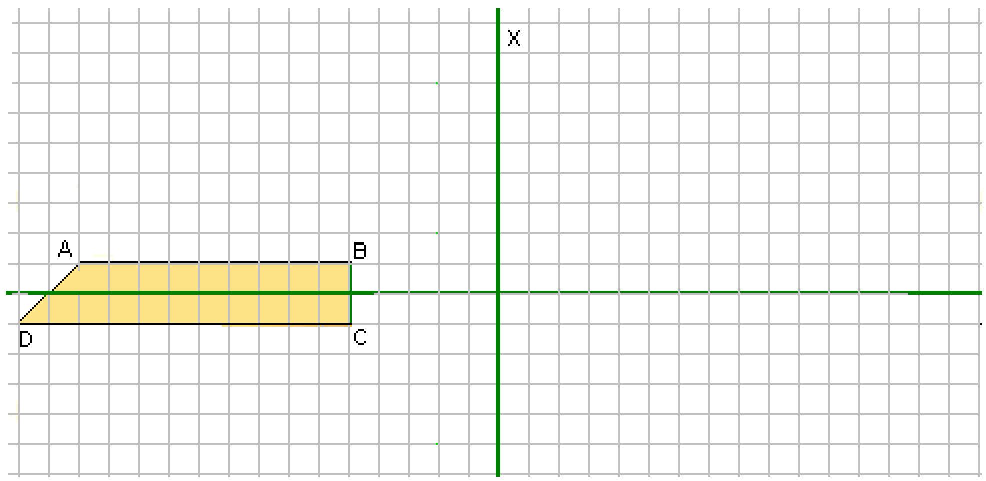
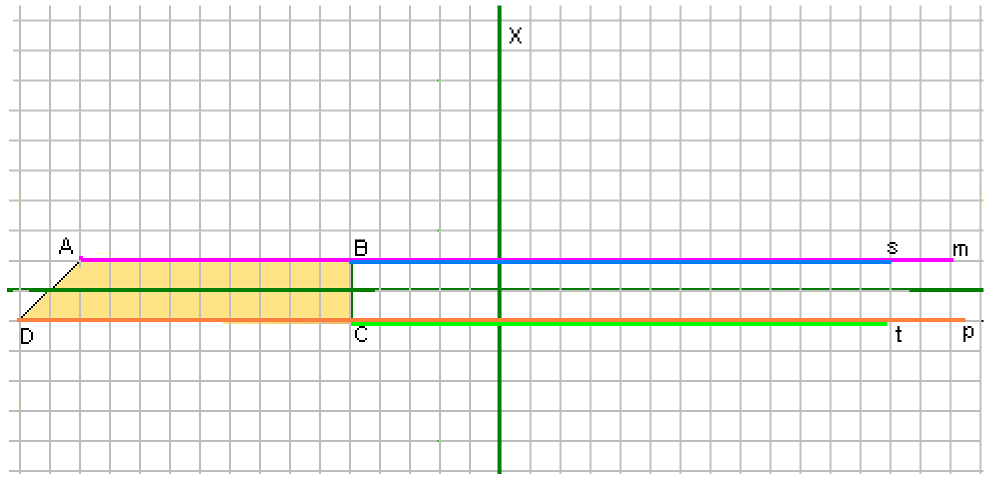


FIG. B

Para ello necesitaremos determinar el simétrico del Polígono ABCD que le hace falta al templo del gobernador con relación al eje de simetría X, donde el vértice A tiene coordenadas (-14,1), el punto B (-5,1), punto C (-5,-1) y punto D (-16,-1); teniendo en cuenta los siguientes pasos:

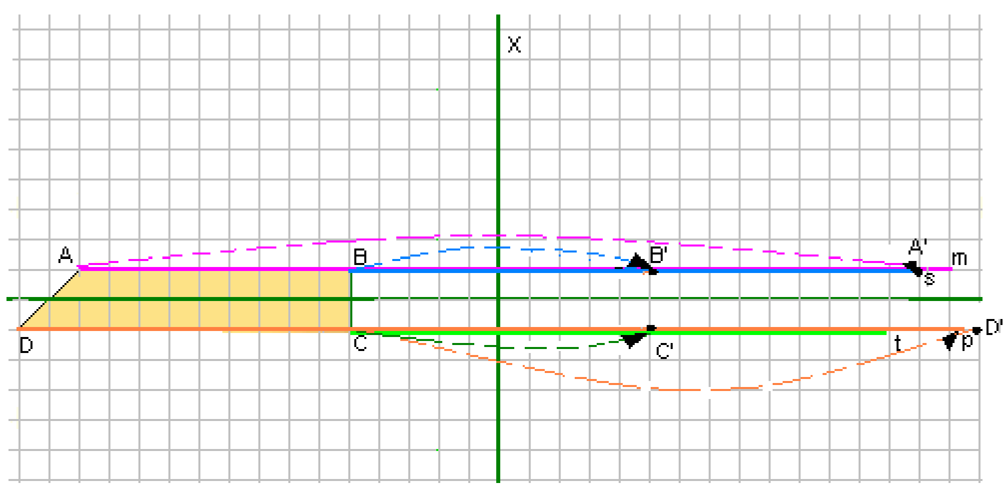
1. Se traza:

- una perpendicular m al eje de simetría X que pase por el punto A,
- una perpendicular s al eje de simetría X que pase por el punto B,
- una perpendicular t al eje de simetría X que pase por el punto C,
- una perpendicular p al eje de simetría X que pase por el punto D,

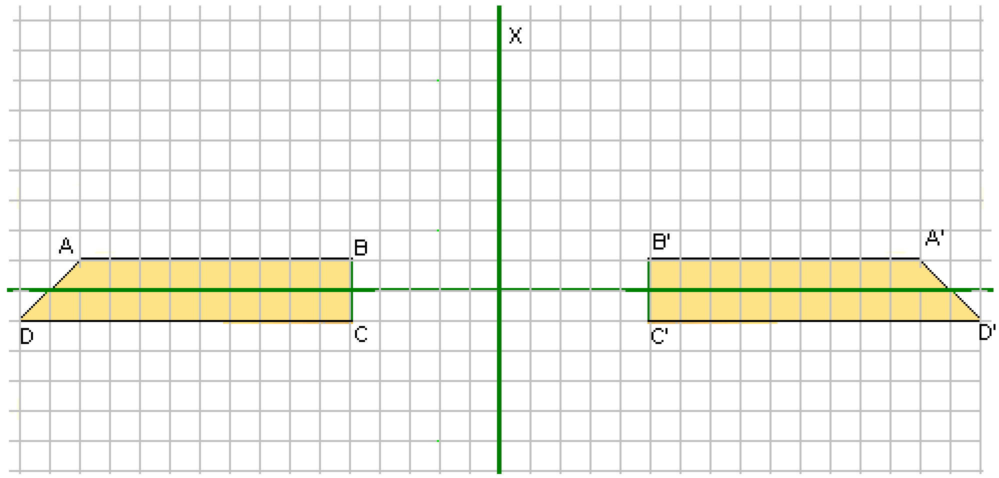


2. Con el compás o la regla :

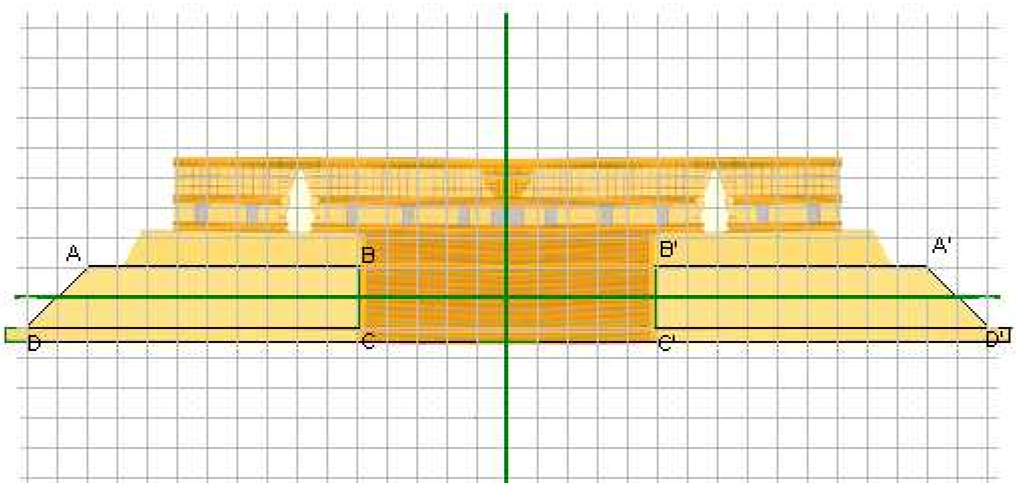
- se toma la distancia que hay desde el punto A al eje de simetría X y con esta misma distancia se ubica A’ al otro lado del eje.
- se toma la distancia que hay desde el punto B al eje de simetría X y con esta misma distancia se ubica B’ al otro lado del eje.
- se toma la distancia que hay desde el punto C al eje de simetría X y con esta misma distancia se ubica C’ al otro lado del eje.
- se toma la distancia que hay desde el punto D al eje de simetría X y con esta misma distancia se ubica D’ al otro lado del eje.



3. Se unen con segmentos los vértices consecutivos.



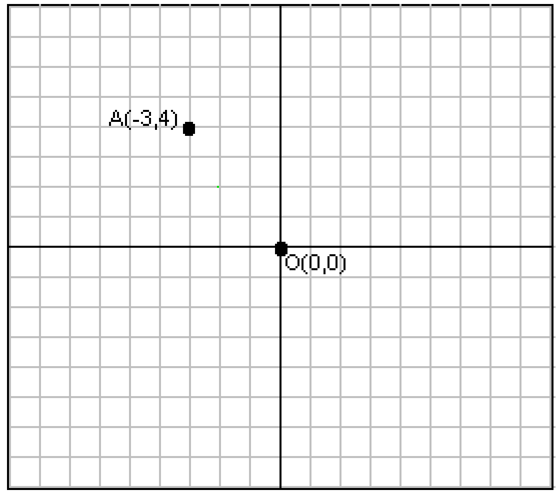
Finalmente podemos ver completa la imagen del templo. Además podemos afirmar que el Polígono A'B'C'D' es el polígono simétrico de ABCD con respecto al eje de simetría X.



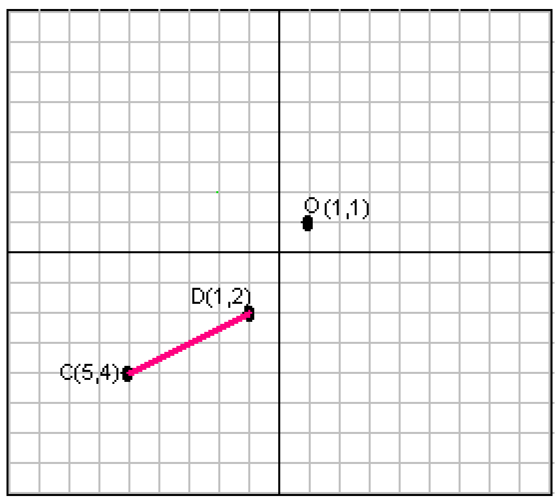
EJERCICIOS

1. SIMETRÍA CENTRAL

a. Encuentra el simétrico del punto A de coordenadas (-3,4) con respecto al punto O(0,0).



b. Encuentre el simétrico del segmento CD de coordenadas: C(-5,-4) y D(-1,-2) con respecto al centro de rotación O(1,1).



c. A continuación se presenta la imagen modificada y completa (FIG. A) y la imagen incompleta (FIG. B) del templo de los nueve pisos o templo del Jaguar, ¿puedes notar que a la figura B le hace falta un polígono? utilizando la simetría central encuentra ese polígono con respecto al punto O de coordenadas (1,1).

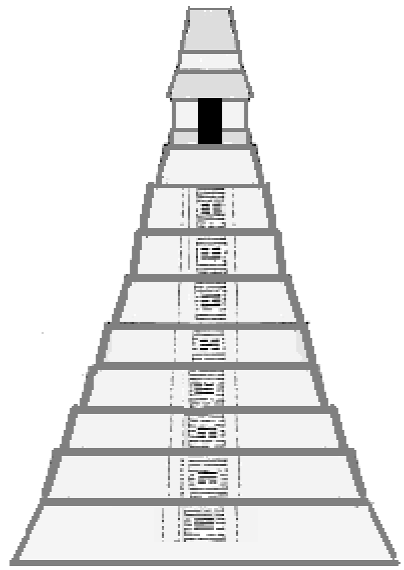


Fig. A

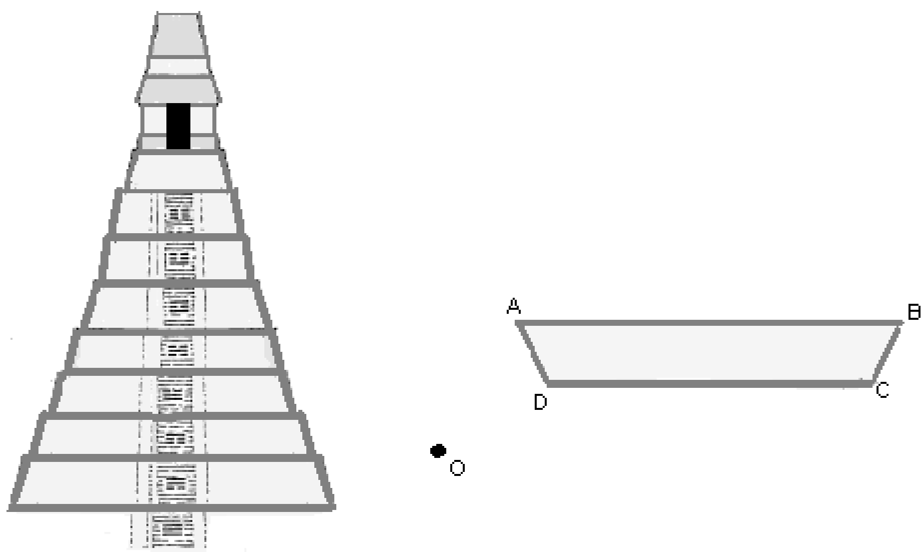
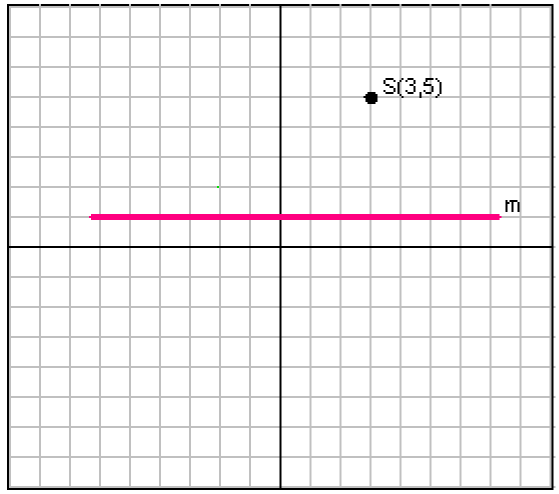


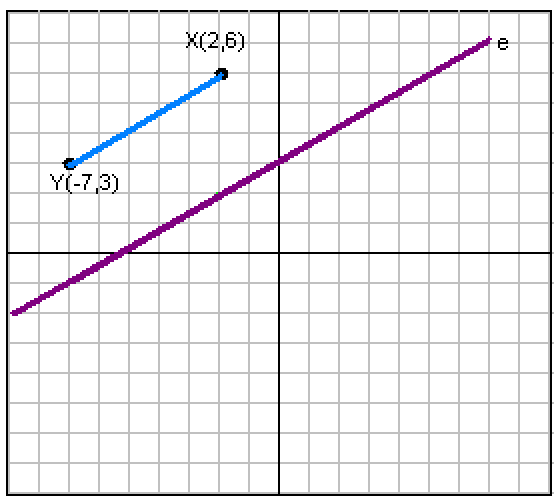
Fig. B

2. SIMETRÍA AXIAL

a. Encuentra el simétrico del punto S de coordenadas (3,5) con respecto a la recta m.



b . Encuentra el simétrico del segmento XY de coordenadas: X (-2,6) ; Y(- 7,3) con respecto a la recta e.



c. A continuación se presenta la imagen modificada y completa (FIG. A) y la imagen incompleta (FIG. B) de la pirámide El castillo o templo de kukulcán en Chichén Itzá ¿puedes notar que a la figura B le hace falta un polígono? Utilizando la simetría axial encuentra ese polígono.

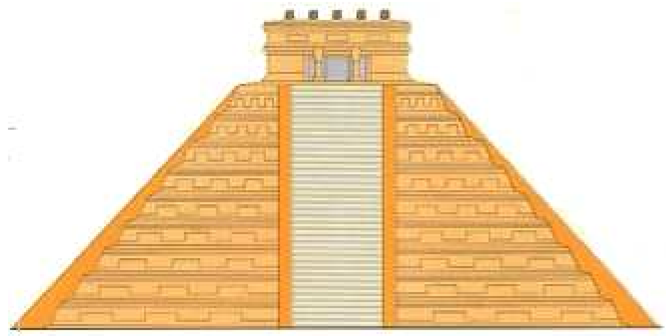


FIG. A

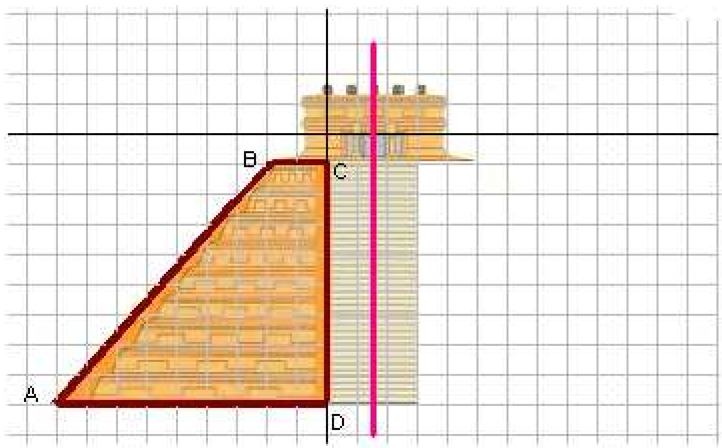


FIG: B

5.3.4 Composición de Simetrías: "ENCONTRANDO SIMETRÍAS EN EL ESPLENDOR DE LOS TEMPLOS MAYAS"

- PROPOSITO

En esta parte del proceso se tratara de sugerir algunas actividades para el desarrollo del concepto de composición de Simetrías utilizando para ello algunos Templos mayas, los cuales han sido modificados con el fin de obtener mayor provecho didáctico en las actividades propuestas.

- DESCRIPCION

Para el desarrollo de esta temática específica se han planteado los siguientes pasos:

PASO 1

En este paso se quiere utilizar las figuras geométricas presentes en los templos mayas para efectuar la composición de simetrías centrales y axiales.

SUGERENCIA DIDACTICA: En las siguientes actividades se muestra cómo se realiza la Composición de Simetrías de polígonos en el plano cartesiano, empezando por la formalización del concepto.

LOGRO
Reconocer y aplicar las principales características de la composición de simetrías centrales y axiales en diversas figuras geométricas.

INDICADORES DE LOGRO:
• Comprende el proceso de componer simetrías centrales y axiales.
• Aplica los conceptos y propiedades de la composición de simetrías centrales y axiales en la reconstrucción de algunos templos mayas y en la solución de algunos ejercicios.

COMPOSICIÓN DE SIMETRÍAS: CENTRAL

Una composición de simetrías de este tipo, es una operación que consiste en aplicar sucesivamente dos o más simetrías centrales a una figura, en particular a un polígono.

EJEMPLO

A continuación se presenta la imagen real (FIG. A) y la imagen modificada e incompleta en el plano cartesiano (FIG. B) de una parte de la pared del cuadrángulo de las monjas ¿puedes notar que a la figura B le hacen falta dos rombos? Que tal si utilizando la composición de simetrías centrales completamos la imagen en el plano.

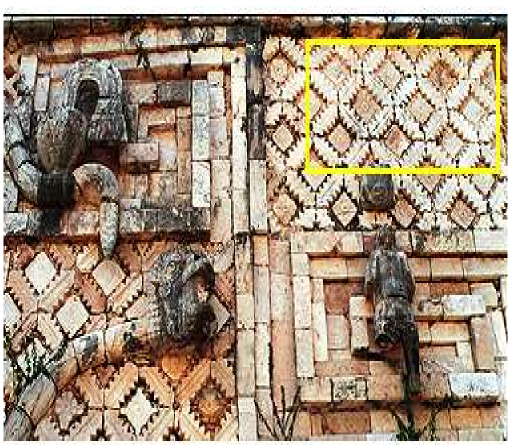


FIG. A

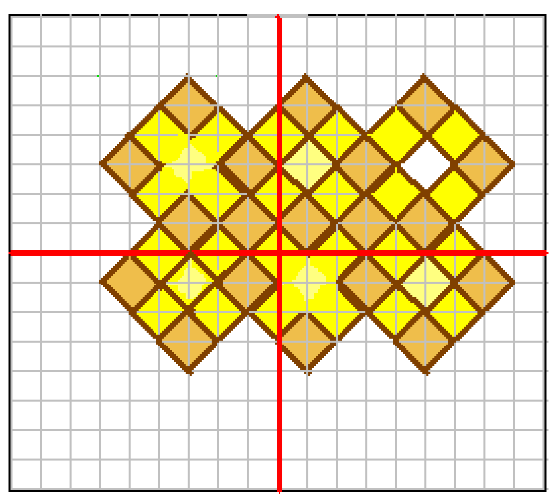
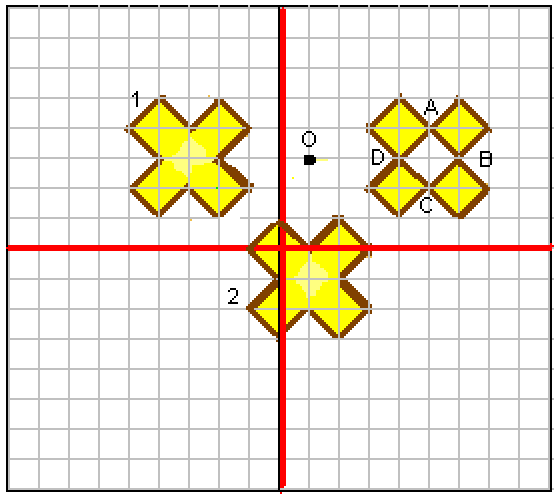


FIG. B

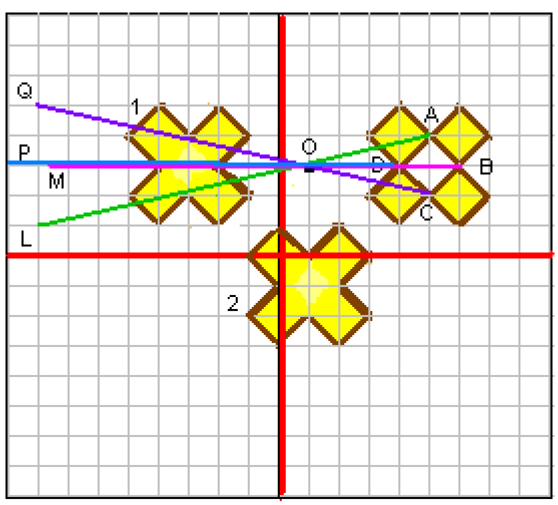
1. Para ello necesitaremos, en primer lugar, determinar el simétrico del rombo ABCD que representa el rombo que le hace falta a la cruz 1 con relación al centro de simetría O(1,3):



De acuerdo con los siguientes pasos:

1. Basta que hallemos el simétrico de cada vértice del rombo ABCD con respecto al punto O, así:

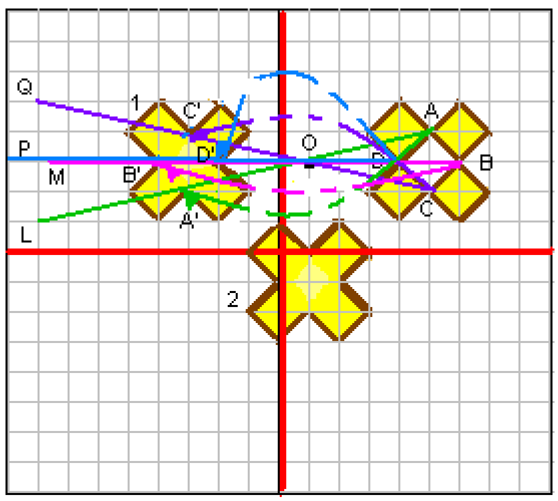
- Tracemos la recta L que pase por el punto A y por el centro de simetría O.
- Tracemos la recta M que pase por el punto B y por el centro de simetría O.
- Tracemos la recta Q que pase por el punto C y por el centro de simetría O.
- Tracemos la recta P que pase por el punto D y por el centro de simetría O.



2. Con el compás o la regla:

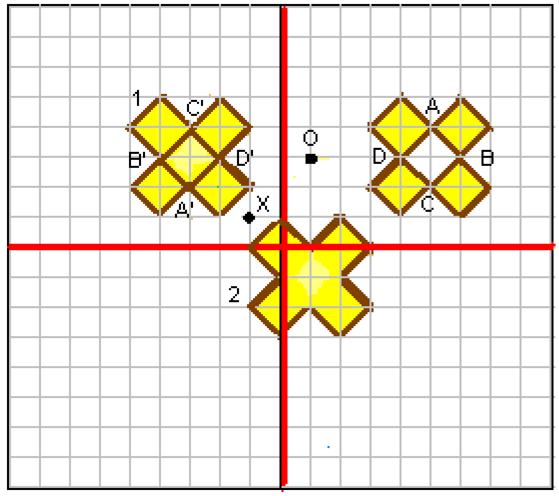
- se toma la distancia que hay desde el punto A al centro de simetría O y con esta misma distancia se ubica A’ al otro lado del centro.
- se toma la distancia que hay desde el punto B al centro de simetría O y con esta misma distancia se ubica B’ al otro lado del centro.
- se toma la distancia que hay desde el punto C al centro de simetría O y con esta misma distancia se ubica C’ al otro lado del centro.
- se toma la distancia que hay desde el punto D al centro de simetría O y con esta misma distancia se ubica D’ al otro lado del centro.

Como se muestra a continuación:



Finalmente unimos los puntos A’, B’, C’, D’ para obtener el rombo A’B’C’D’.
Observando que: A’ es el simétrico de A,
B’ es el simétrico de B,
C’ es el simétrico de C,
D’ es el simétrico de D,
con relación al centro de simetría O.

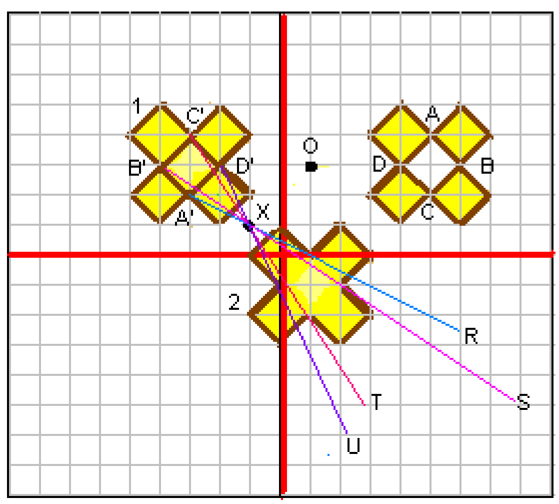
2. Ahora necesitaremos determinar el simétrico del rombo A’B’C’D’ que representa el rombo que le hace falta a la cruz 2 con relación al centro de simetría X(-1,1):



de acuerdo con los siguientes pasos:

1. Basta que hallemos el simétrico de cada vértice del rombo A’B’C’D’ con respecto al punto X, así:

- Tracemos la recta R que pase por el punto A’ y por el centro de simetría X.
- Tracemos la recta S que pase por el punto B’ y por el centro de simetría X.
- Tracemos la recta T que pase por el punto C’ y por el centro de simetría X.
- Tracemos la recta U que pase por el punto D’ y por el centro de simetría X.

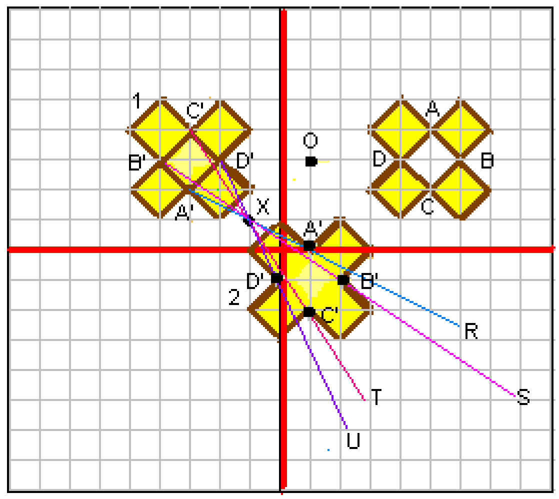


2. Con el compás o la regla:

- se toma la distancia que hay desde el punto A’ al centro de simetría X y con esta misma distancia se ubica A’’ al otro lado del centro.

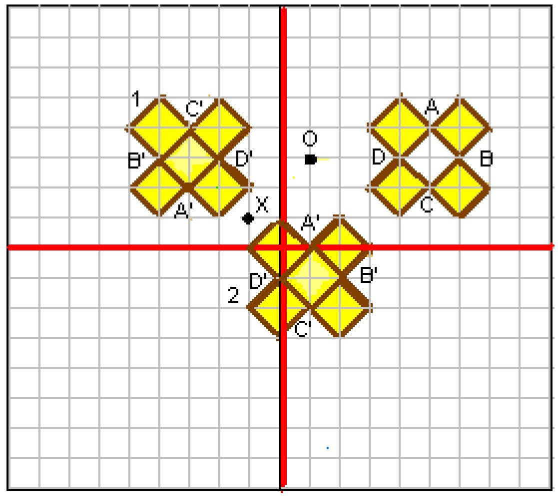
- se toma la distancia que hay desde el punto B’ al centro de simetría X y con esta misma distancia se ubica B’’ al otro lado del centro.
- se toma la distancia que hay desde el punto C’ al centro de simetría X y con esta misma distancia se ubica C’’ al otro lado del centro.
- se toma la distancia que hay desde el punto D’ al centro de simetría X y con esta misma distancia se ubica D’’ al otro lado del centro.

Como se muestra a continuación:



Finalmente unimos los puntos A’’, B’’, C’’, D’’ para obtener el rombo A’’B’’C’’D’’. Observando que:

A’’ es el simétrico de A’,
B’’ es el simétrico de B’,
C’’ es el simétrico de C’,
D’’ es el simétrico de D’,
con relación al centro de simetría X.



COMPOSICIÓN DE SIMETRÍAS: AXIAL

Una composición de simetrías de este tipo, es una operación que consiste en aplicar sucesivamente dos o mas simetrías axiales a una figura, en particular a un polígono.

EJEMPLO: A continuación se presenta la imagen real (FIG. A) y la imagen modificada (FIG. B) del templo del gobernador ¿puedes notar que a la figura B le hacen falta dos ventanas? Que tal si utilizando la ventana verde y la composición de simetrías axiales completamos el templo:

FIG. A

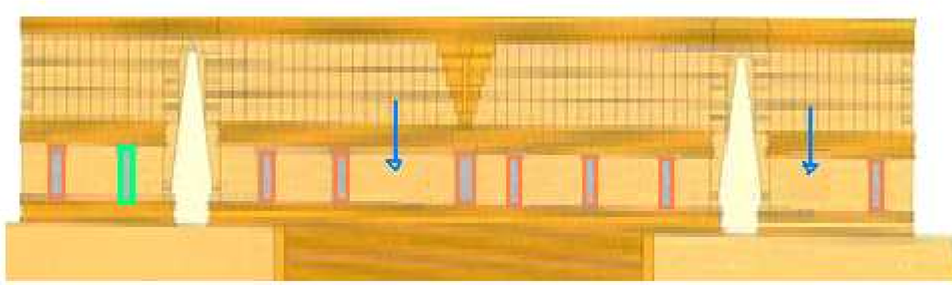
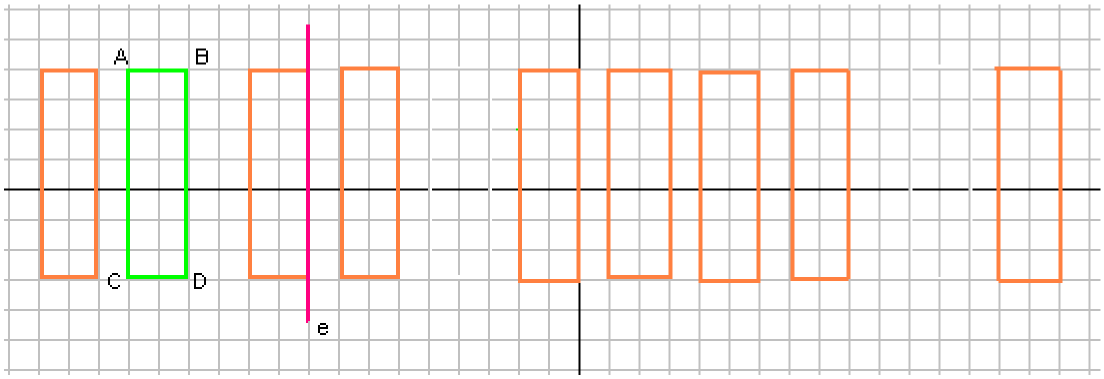


FIG. B

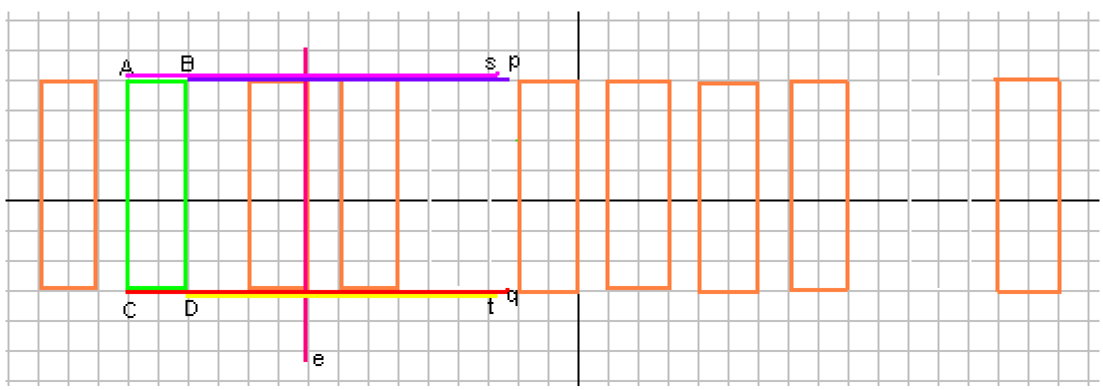
Para facilitar la reconstrucción de la figura B, te presentamos a continuación únicamente los elementos que permitirán realizar este proceso en el plano cartesiano:



1. Para ello necesitaremos determinar el simétrico del rectángulo ABCD que representa el rectángulo 1 que le hace falta al templo con relación al eje de simetría e, de acuerdo con los siguientes pasos:

a. Basta que hallemos el simétrico de cada vértice del rectángulo ABCD con respecto al eje de simetría e, así:

- Tracemos la recta s que pase por el punto A perpendicular al eje de simetría e.
- Tracemos la recta p que pase por el punto B perpendicular al eje de simetría e.
- Tracemos la recta q que pase por el punto C perpendicular al eje de simetría e.
- Tracemos la recta t que pase por el punto C perpendicular al eje de simetría e.



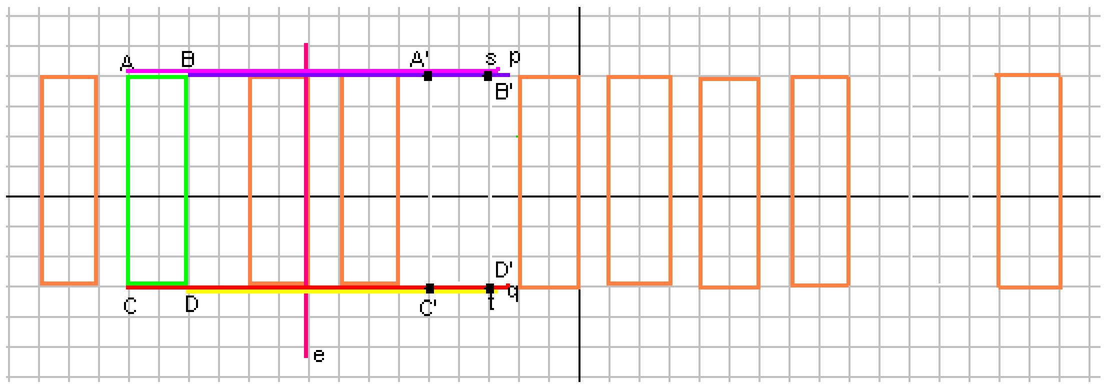
b. Con el compás o la regla:

- se toma la distancia que hay desde el punto A al eje de simetría e y con esta misma distancia se ubica A' al otro lado de la recta e.

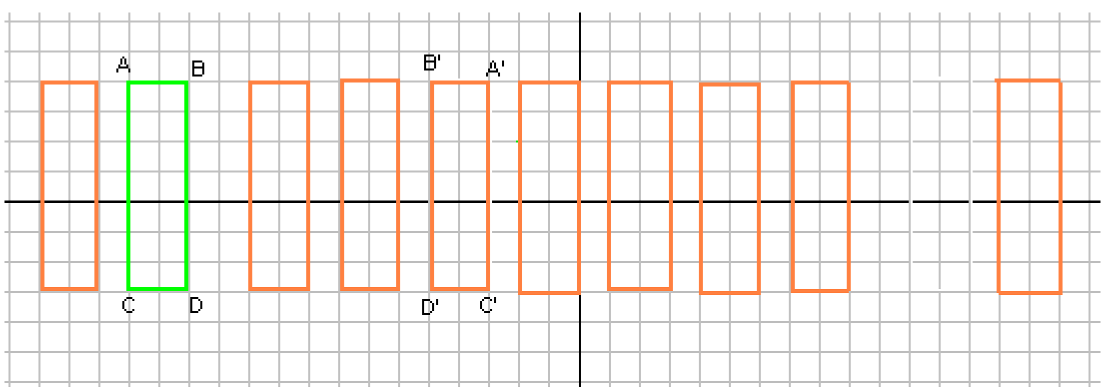
- se toma la distancia que hay desde el punto B al eje de simetría e y con esta misma distancia se ubica B' al otro lado de la recta e.

- se toma la distancia que hay desde el punto C al eje de simetría e y con esta misma distancia se ubica C' al otro lado de la recta e.

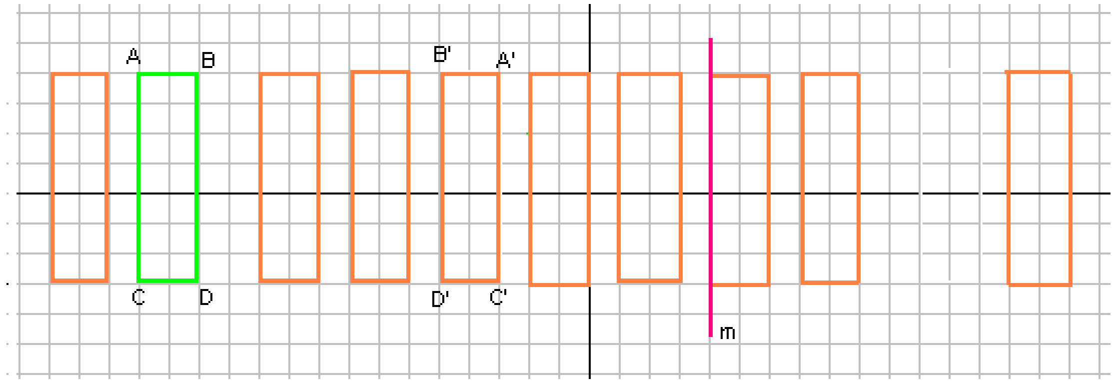
- se toma la distancia que hay desde el punto D al eje de simetría e y con esta misma distancia se ubica D' al otro lado de la recta e.



Finalmente unimos los puntos A', B', C', D' para obtener el rectángulo A'B'C'D'. En donde: A' es el simétrico de A, B' es el simétrico de B, C' es el simétrico C, D' es el simétrico de D, con relación al eje de simetría e.



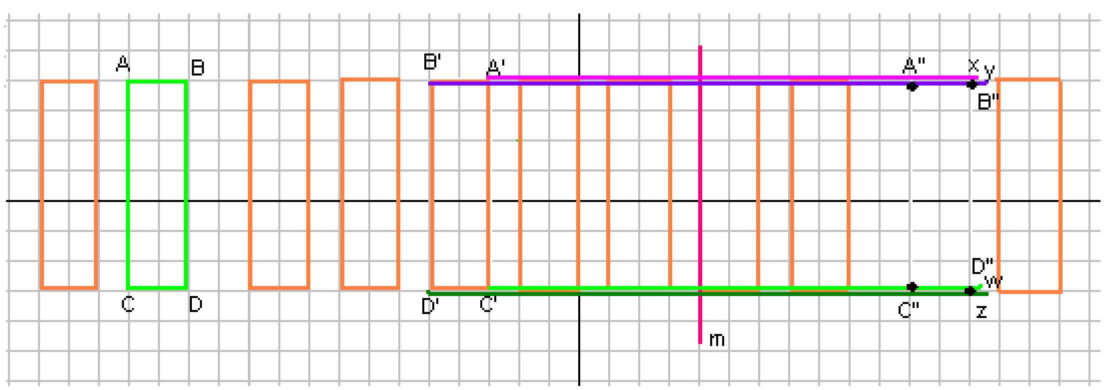
2. Ahora necesitaremos determinar el simétrico del rectángulo A'B'C'D' que representa el rectángulo 2 que le hace falta al templo con relación al eje de simetría m:



Para ello necesitaremos determinar el simétrico del rectángulo A'B'C'D' con relación al eje de simetría m, de acuerdo con los siguientes pasos:

a. Basta que hallemos el simétrico de cada vértice del rectángulo A'B'C'D' con respecto al eje de simetría m, así:

- Tracemos la recta x que pase por el punto A' perpendicular al eje de simetría m.
- Tracemos la recta y que pase por el punto B' perpendicular al eje de simetría m.
- Tracemos la recta z que pase por el punto C' perpendicular al eje de simetría m.
- Tracemos la recta w que pase por el punto C' perpendicular al eje de simetría m:



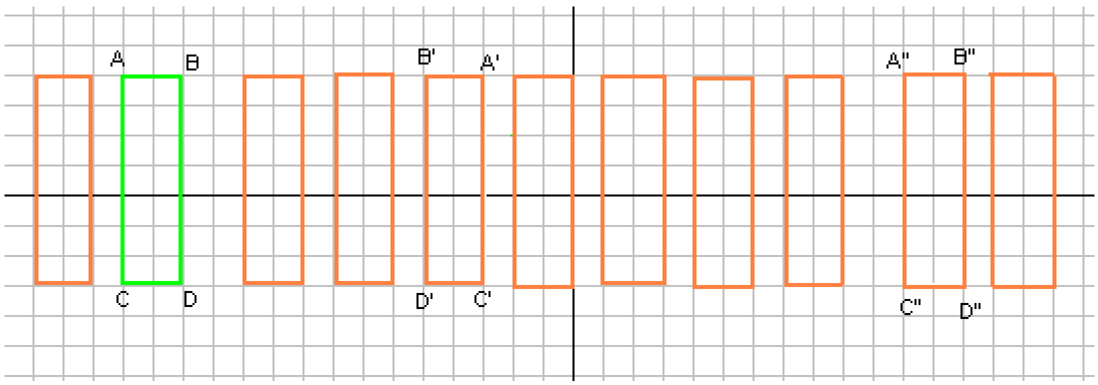
b. Con el compás o la regla:

- se toma la distancia que hay desde el punto A' al eje de simetría m y con esta misma distancia se ubica A'' al otro lado de la recta m.

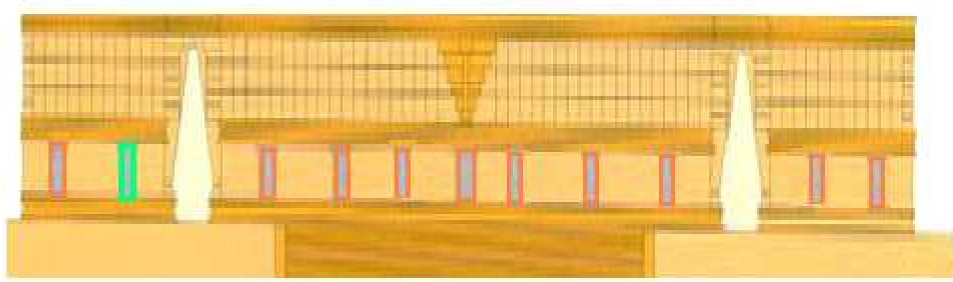
- se toma la distancia que hay desde el punto B’ al eje de simetría m y con esta misma distancia se ubica B’’ al otro lado de la recta m.

- se toma la distancia que hay desde el punto C’ al eje de simetría m y con esta misma distancia se ubica C’’ al otro lado de la recta m.

- se toma la distancia que hay desde el punto D’ al eje de simetría m y con esta misma distancia se ubica D’’ al otro lado de la recta m.



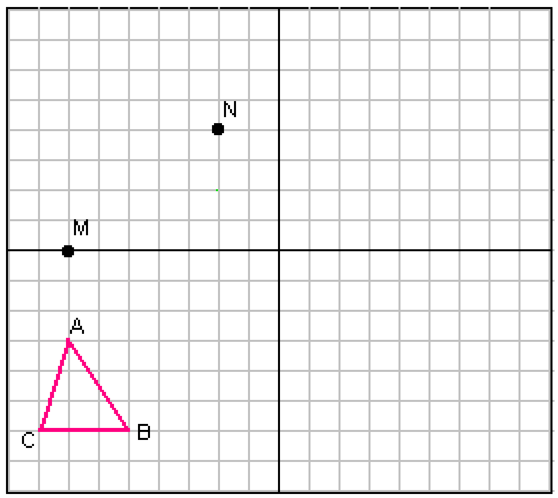
Finalmente unimos los puntos A’’, B’’, C’’, D’’ para obtener el rectángulo A’’B’’C’’D’’. En donde A’’ es el simétrico de A’, B’’ es el simétrico de B’, C’’ es el simétrico de C’ y D’’ es el simétrico de D’; con relación al eje m:



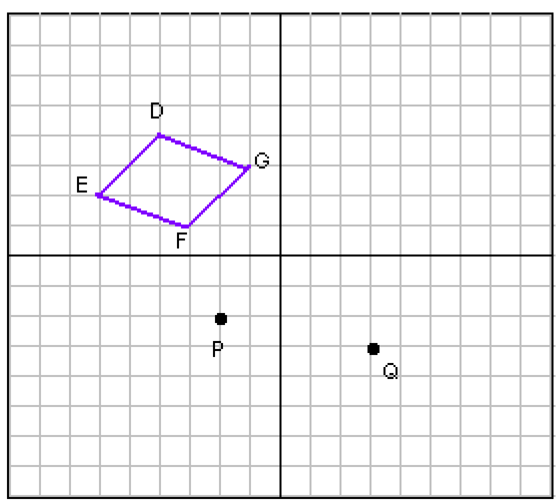
¡A TRABAJAR!

1. Utilizando la composición de simetrías axiales encuentra el simétrico de las figuras que se presentan a continuación.

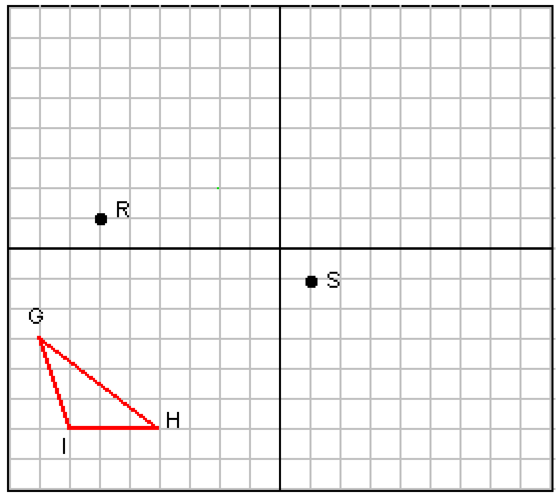
a. Encuentra el simétrico del triángulo ABC con respecto al centro de simetría M y luego encuentra el simétrico del triángulo obtenido con relación al punto N.



b. Encuentra el simétrico del polígono EDGF con respecto al centro de simetría P y luego encuentra el simétrico del polígono obtenido con relación al punto Q.

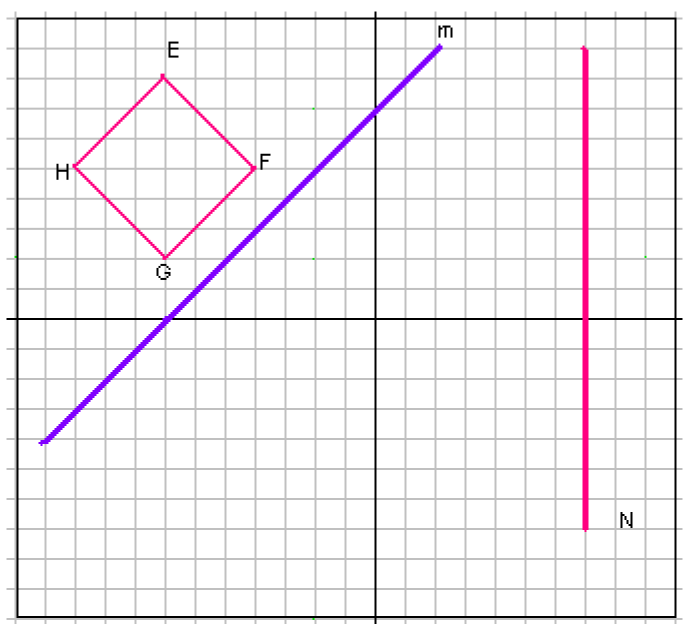


c. Encuentra el simétrico del triángulo GHI con respecto al centro de simetría R y luego encuentra el simétrico del polígono obtenido con relación al punto S.

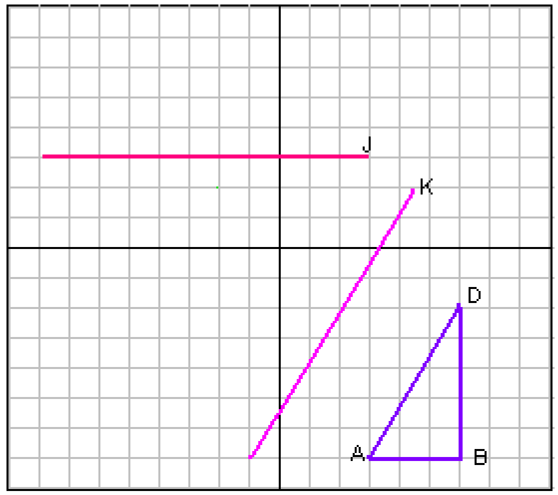


2. Utilizando la composición de simetrías centrales encuentra el simétrico de las figuras que se presentan a continuación.

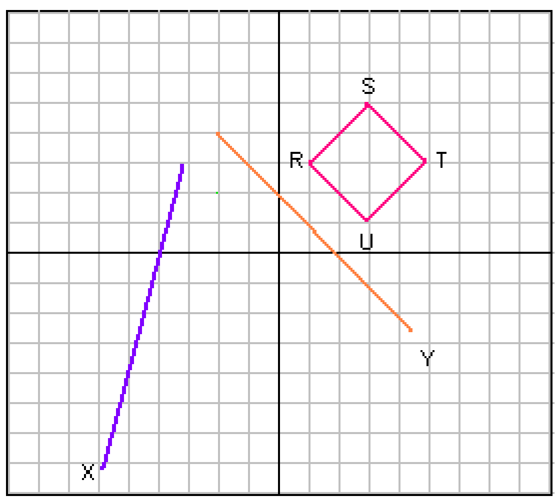
a. Encuentra el simétrico del polígono EFGH con respecto al eje de simetría m y luego encuentra el simétrico del polígono obtenido con relación a la recta N.



b. Encuentra el simétrico del triángulo ABD con respecto al eje de simetría K y luego encuentra el simétrico del polígono obtenido con relación a la recta J.



c. Encuentra el simétrico del polígono RSTU con respecto al eje de simetría Y y luego encuentra el simétrico del polígono obtenido con relación a la recta X.



5.3.5 Actividad de refuerzo: "TRABAJANDO CON SIMETRÍAS EN EL CANAMAYTE CUADRIVERTICE".

- PROPOSITO

Esta actividad pretende reforzar el concepto tanto de simetría central como de simetría axial a través del Canamayté Cuadrivértice que es un modelo geométrico, anterior a toda cultura arqueológica o histórica y que ofreció sus bases matemáticas a todas las culturas precolombinas. Este modelo permite aplicar el concepto de simetría de una manera menos formal pero al mismo tiempo exige en el estudiante la capacidad para poner en práctica todo lo relacionado al concepto de simetría que ha aprendido hasta el momento de una manera agradable y lúdica.

- DESCRIPCION: Para el desarrollo de esta temática específica se han planteado los siguientes pasos:

PASO 1

En este paso se pretende acercar a los estudiantes al Canamayté Cuadrivértice a través de una lectura no muy extensa de lo que es y cual fue su significado para la cultura maya. Esta lectura contará con algunas imágenes que facilitarán su comprensión. .

SUGERENCIA DIDACTICA: La lectura del Canamayté Cuadrivértice, es una lectura corta, que se hará en grupos de máximo 3 personas. Su narración no incluye palabras técnicas o complicadas, sino que por el contrario utiliza un lenguaje sencillo que hace fácil su lectura.

LOGRO
Usar los conocimientos conceptuales asociados a la simetría y todos sus componentes para resolver ejercicios relacionados con el Canamayté Cuadrivértice.

INDICADORES DE LOGRO:
• Reflexiona sobre la importancia del Canamayté Cuadrivértice en la cultura maya como una geometría de la naturaleza.
• Relaciona el concepto de simetría central y axial con el Canamayté Cuadrivértice.
• Socializa sus inquietudes con miras a dar solución a sus dudas.

CANAMAYTE CUADRIVERTICE

El Canamayté-Cuadrivértice es el modelo geométrico anterior a toda cultura arqueológica o histórica que ofreció sus bases matemáticas a todas las culturas precolombinas. El Canamayté Cuadrivértice es el cuadrado central del conjunto de cuadrados en el dorso de la víbora de cascabel: Crótalos Durissus Tzabcán Yucateco.

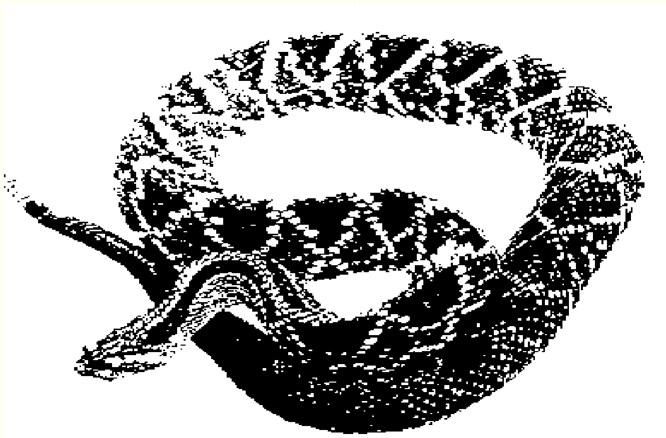


Figura 1: El Ajau Can-Crótalus Durissus con el patrón geométrico en la piel.

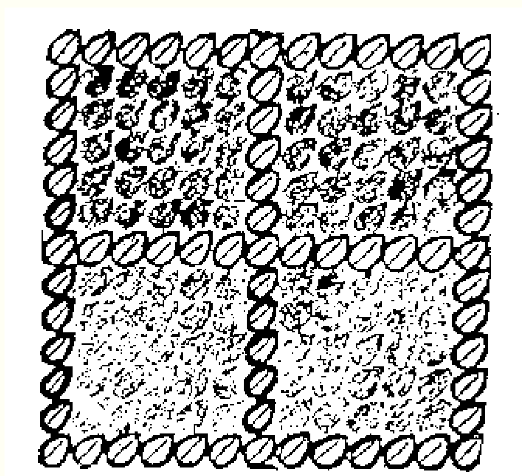
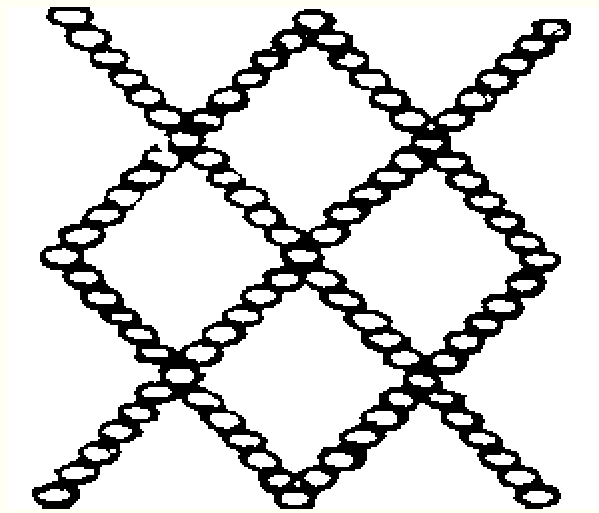


Figura 2: Cuadrado vertical o cuadrivértice con una cruz insertada simétricamente en el centro de éste.

Al moverse la víbora produce una geometría dinámica, puesto que sus cuadrados se transforman en rombos para volver inmediatamente a ser lo que eran, revelando así la Geometría, la Aritmética, la Cosmología y la Arquitectura.



De esta manera la Geometría se convertiría en el alma del pensamiento Maya tal y como lo fueron las matemáticas para la cultura griega.

Paso 2

Una vez dado a conocer a los estudiantes lo que es el Canamayté Cuadrivértice se prosigue en este paso a reforzar el concepto de Simetría dando dos ejemplos y proponiendo algunos ejercicios apoyados en este modelo geométrico.

SUGERENCIA DIDÁCTICA: El Canamayté Cuadrivértice es un cuadrado cuyo lado contiene 13 círculos, al mismo tiempo que cuenta con una cruz que lo divide en cuatro secciones iguales. Esta estructura nos permitirá trabajar con varias figuras geométricas que se formarán utilizando los círculos del Canamayté Cuadrivértice. Una vez formada la figura se le pedirá al estudiante que encuentre el simétrico de ésta dado un punto o dado una recta formada por puntos.

Por otra parte el estudiante también tendrá que identificar en qué figuras que se encuentran en el Canamayté Cuadrivértice hay o no simetría.

PRIMER EJERCICIO

Las siguientes figuras corresponden a imágenes de la cultura maya relacionadas con el Canamayté Cuadrivértice. Escoge cuales de ellas son simétricas respecto a una recta o a un punto y cuales no. En cada una de ellas justifica tu respuesta.

a.

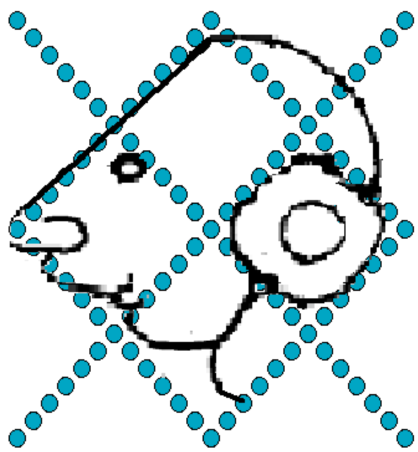


Fig. 1: Proporción del perfil maya y su relación con el Canamayté Cuadrivértice.

____.

b.

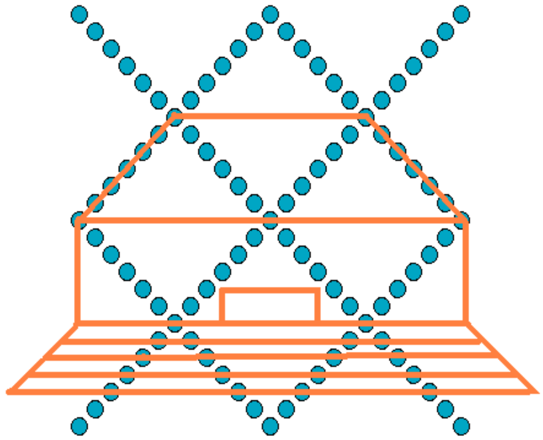


Fig. 2   Proporción de la choza de paja

c.

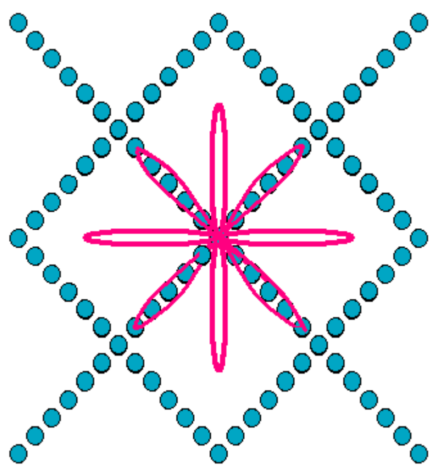


Fig. 3   La flor de las fases lunares trazada con la ayuda del Canamayté Cuadrivértice.

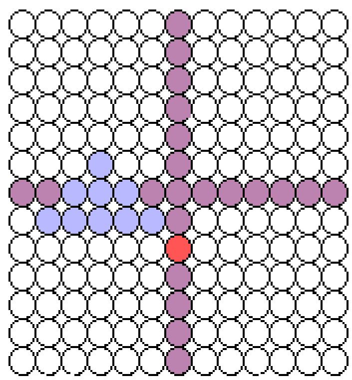
SEGUNDO EJERCICIO

A continuación se presenta el Canamayté Cuadrivértice en forma de cuadrado. En él se ubicarán algunas figuras geométricas, se representará de color rojo el centro de simetría y se completarán las imágenes simétricas de las figuras dadas.

En seguida se dará un ejemplo de cómo hallar la imagen simétrica de una figura que se dibujará sobre el Canamayté Cuadrivértice.

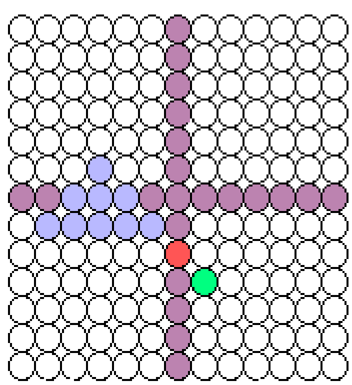
EJEMPLO 1: En la imagen del Canamayté Cuadrivértice se observa un triángulo formado por 9 círculos azules; el punto rojo nos indica que respecto a él debemos efectuar la simetría central.

NOTA: Cada círculo de la nueva figura (simétrica) deberá ser pintada de color verde.

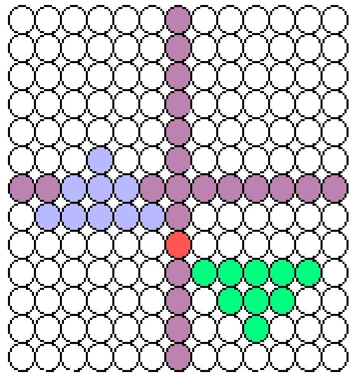


Para encontrar el simétrico del triángulo con respecto al punto rojo debemos efectuar los siguientes pasos:

1. Como la simetría central corresponde a un giro de 180^0 con respecto al centro de simetría, la bola 1 deberá girar 180^0 con respecto a la bola roja así:



2. Cada una de las bolas restantes que forman el triangulo, deberán girar con respecto a la bola roja(el centro de simetría) un ángulo de 180^0, así:

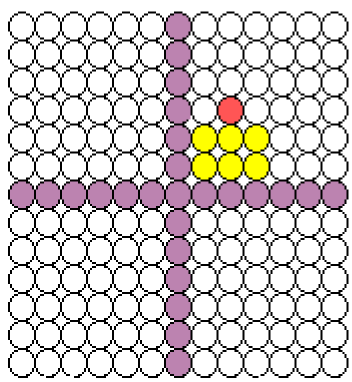


De esta manera podemos concluir que el triángulo verde es el simétrico del triángulo azul con respecto a la bola roja que es el centro de simetría.

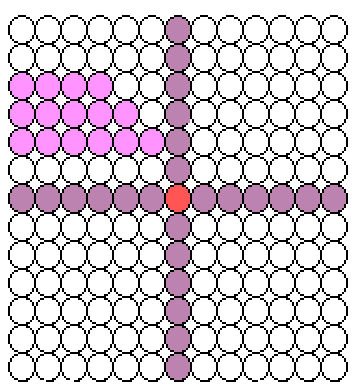
¡ AHORA ES TU TURNO!

Encuentra el simétrico de cada una de las siguientes figuras con respecto al círculo rojo (el centro de simetría):

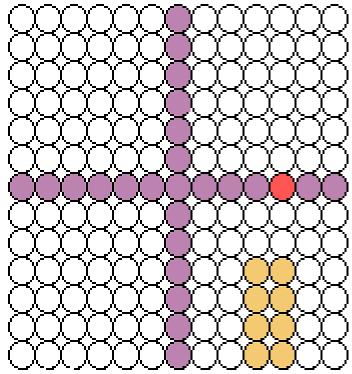
a.



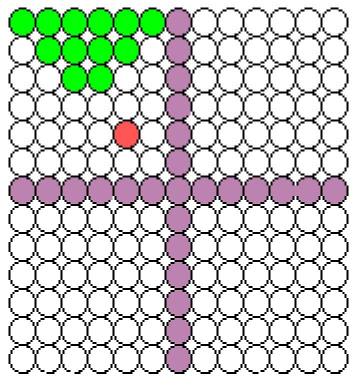
b.



c.



d.

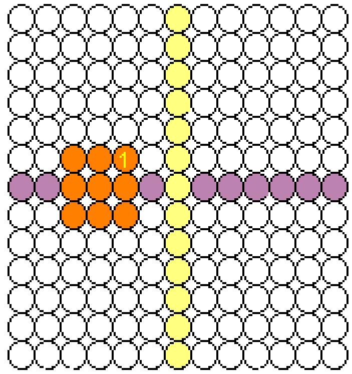


TERCER EJERCICIO

A continuación se presenta nuevamente el Canamayté Cuadrivértice en forma de cuadrado. En él se dibujarán algunas figuras geométricas y se pintará de color amarillo el eje de simetría que en este caso estará representado por 13 círculos; en cada caso deberás completar la imagen simétrica de la imagen dada.

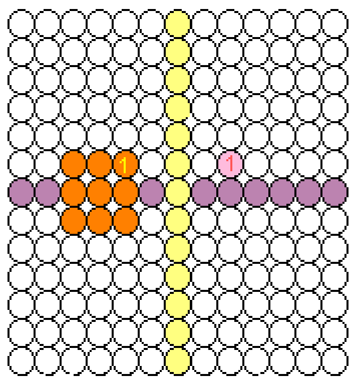
NOTA: La imagen resultante deberá ser pintada de color Rosado.

EJEMPLO 1: Encontrar el simétrico del cuadrado Tomate que se encuentra sobre el Canamayté Cuadrivértice y que está formado por 9 círculos con respecto al eje de simetría amarillo.

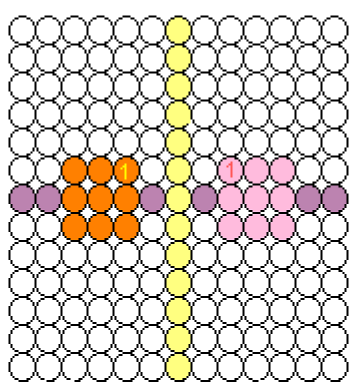


Para encontrar el simétrico del cuadrado tomate con respecto al eje de simetría formado por los 9 círculos tomates se deben realizar los siguientes pasos:

1. Debemos hallar el simétrico del círculo 1 con respecto al eje de simetría amarillo. La bola resultante deberá estar ubicada a la misma distancia del eje que el circulo 1, por tanto el círculo resultante estará ubicado a la derecha y separado un círculo del eje de simetría, así:



2. Realizamos el mismo proceso con cada uno de los círculos que forman el cuadrado rosado, así:

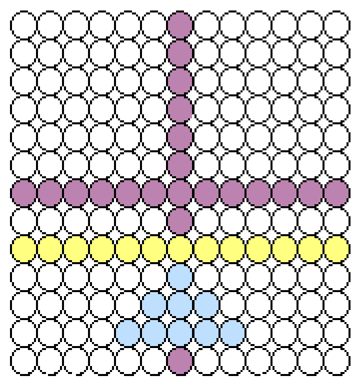


De esta manera podemos concluir que el cuadrado tomate es el simétrico del cuadrado rosado con respecto al eje de simetría formado por los 9 círculos amarillos.

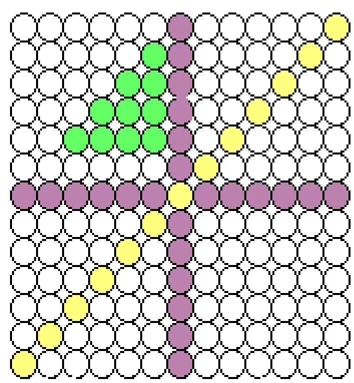
¡QUE TAL SI LO INTENTAS TU!

Encuentra el simétrico de cada una de las siguientes figuras con respecto al eje de simetría amarillo (formado por los 13 círculos):

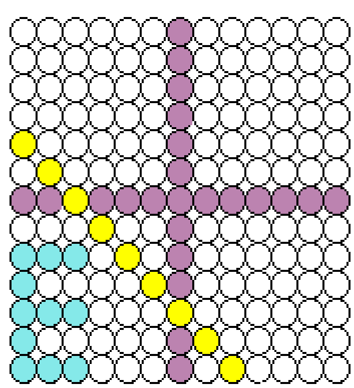
a.



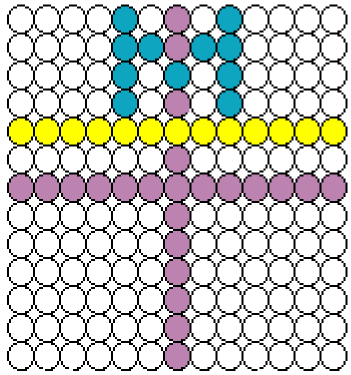
b.



c.



d.



CUARTO EJERCICIO

Finalmente, encuentra una diferencia entre simetría central y simetría axial.

.

5.3.6 Evaluación 3

- PROPOSITO

Realizar una valoración global sobre el grado de madurez conseguido en el dominio de las Simetrías.

- DESCRIPCION

En esta actividad se pretende presentar una sugerencia de evaluación que consideramos puede valorar en forma integral el proceso que se llevó a cabo en la enseñanza de las Simetrías.

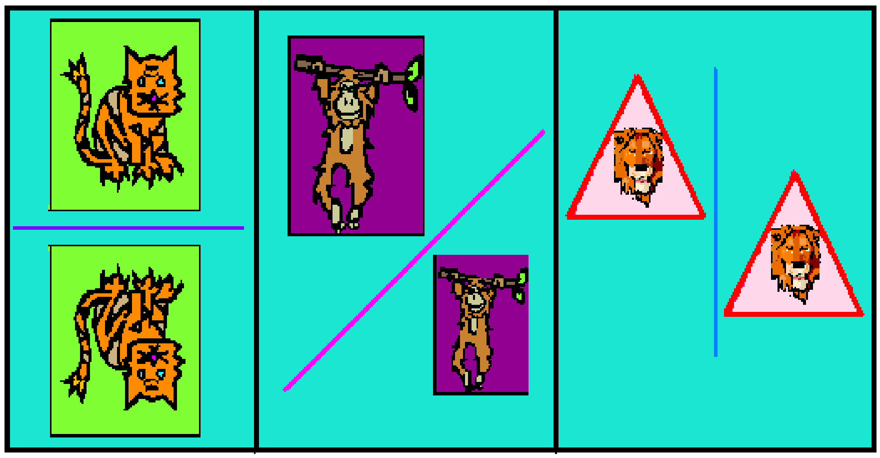
LOGRO
Evaluar las habilidades y destrezas adquiridas en el manejo de la simetría y sus componentes.

INDICADORES DE LOGRO
• En los numerales 1 y 2 se desea evaluar la asimilación visual que tiene el estudiante sobre el concepto de simetría.
• En el numeral 3 se pretende identificar la concepción que tiene el alumno sobre el concepto de Simetría Axial y Central.
• En los numerales 4 y 5 el estudiante de debe ser capaz de aplicar en algunas figuras geométricas los conceptos tanto de Simetría Central como de simetría Axial.
• En el numeral 6 y 7 se evaluará la manera como el estudiante aplica correctamente los conceptos de Simetría Central como de simetría Axial en el plano cartesiano.
• Finalmente en los numerales 8 y 9 se propondrán algunas situaciones que le permitan al estudiante efectuar la composición de Simetrías Centrales como de simetrías Axiales en el plano cartesiano.

EVALUACIÓN DE GEOMETRÍA:
SIMETRIAS

NOMBRE:____________________GRADO:_____FECHA:_______________

1. De las siguientes situaciones, señala la que obedece a una simetría:

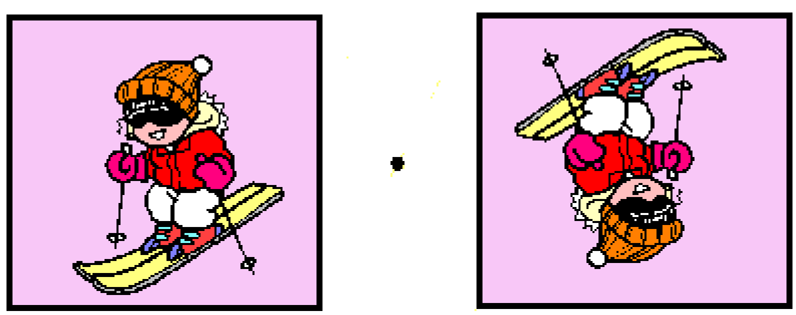


1 2 3

2. Observa las siguientes figuras y determina en cada una de ellas si se aplicó o no una simetría Central o Axial. Justifica tu respuesta.

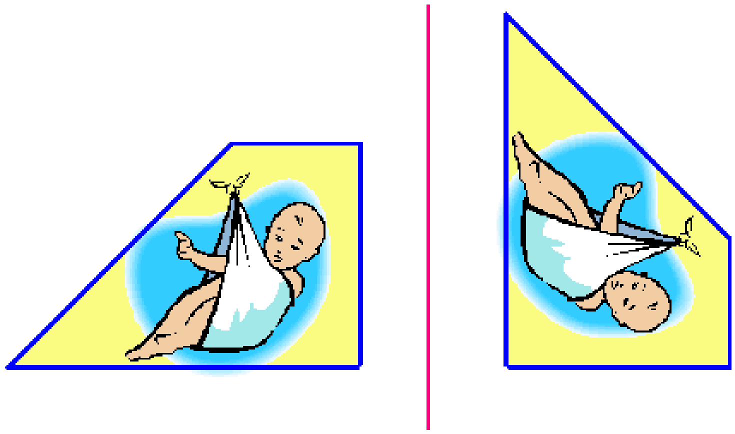
___

a.

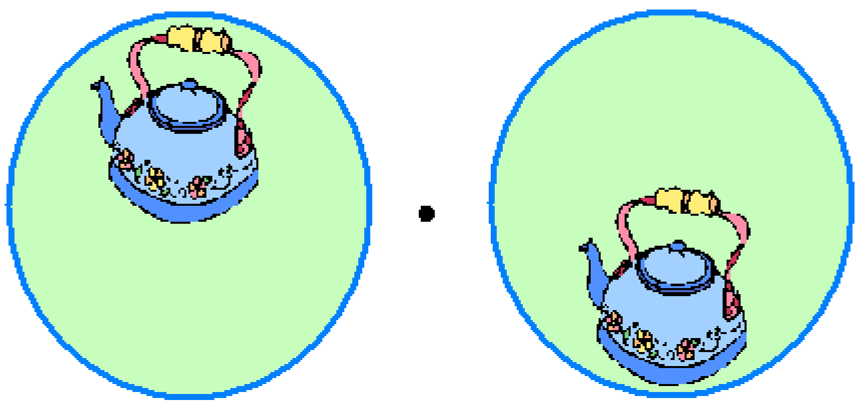


___

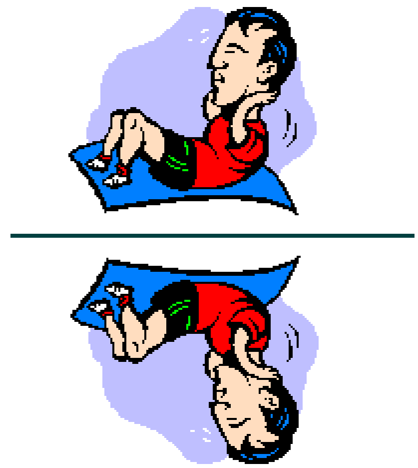
b.



c.



d.



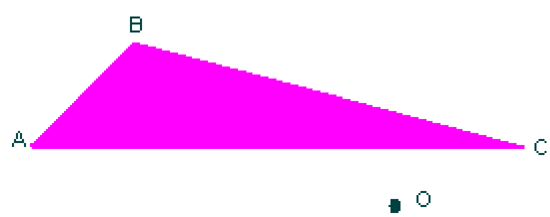
____
____
____
____
______________________.

3. Anota lo que entiendes por simetría Central y simetría Axial e identifica sus principales características:

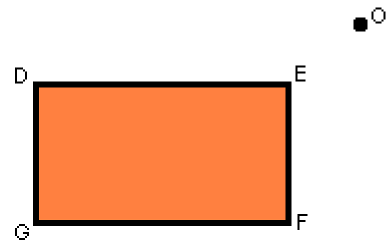
____
____
____
____
____
____
____
____.

4. En los siguientes numerales dibuja el simétrico de las figuras dadas de acuerdo al centro se simetría O:

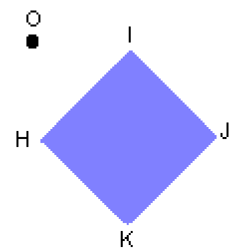
a.



b.

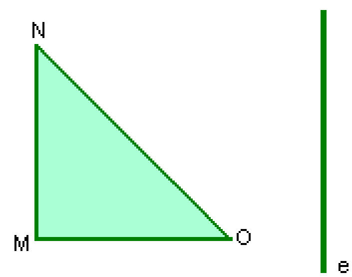


c.

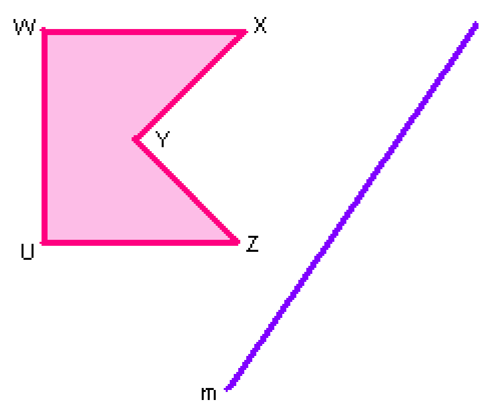


5. Realizar las Simetrías axiales que se indican en cada numeral:

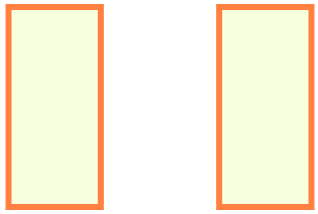
a. Encuentra el simétrico del triángulo MNO con respecto a la recta e:



b. Encuentra el simétrico del polígono WXYZU con respecto a la recta m:

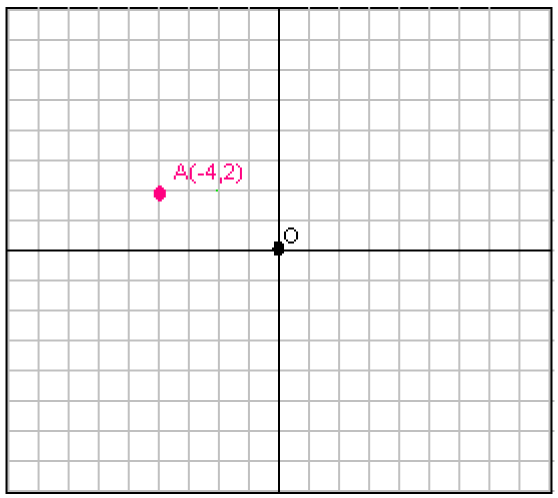


c. Encuentra el eje de simetría de las figuras:

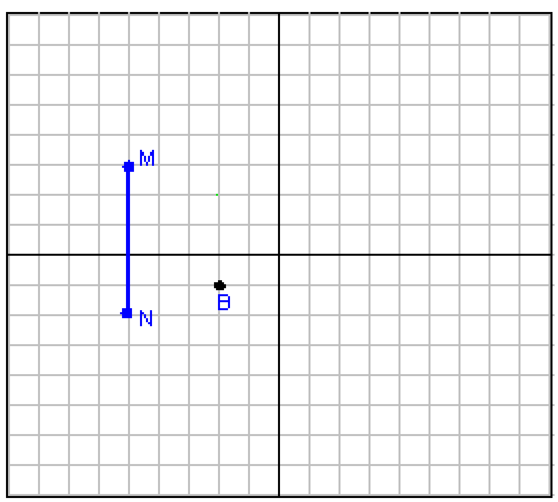


6. Realizar en el plano cartesiano las simetrías centrales que se indican en cada numeral:

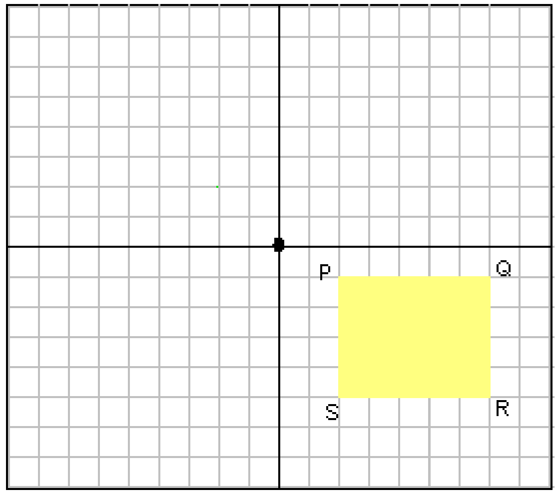
a. Encontrar el simétrico del punto A(-4,2) alrededor del origen:



b. Encontrar el simétrico del segmento MN alrededor del punto B(-2,-1) :

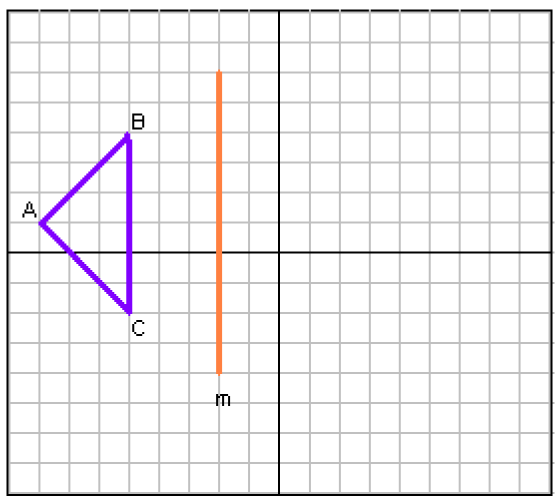


c. Encontrar el simétrico del cuadrado PQRS alrededor del origen:

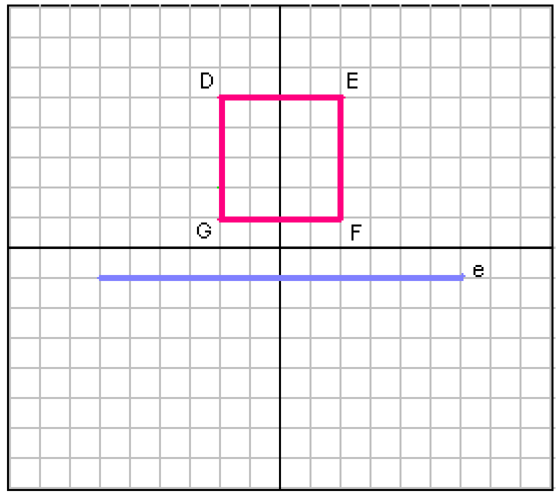


7. Realizar en el plano cartesiano las simetrías axiales que se indican en cada numeral:

a. Encontrar el simétrico del triangulo ABC alrededor del eje de simetría m:



b. Encontrar el simétrico del cuadrado DEFG alrededor del eje de simetría e

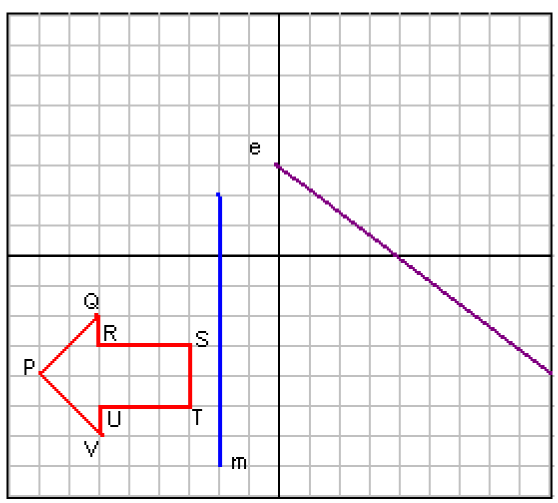


8. Dibuja en el plano cartesiano el cuadrado cuyos vértices son: A(0,3); B(0,6); C(6,3); D(3,3). A continuación:

a. Halla el simétrico del cuadrado ABCD con relación al origen.
b. Después de realizar ésta simetría, encuentra el simétrico del cuadrado que obtuviste, con relación al punto M(-4,1)

9. A continuación se presenta la imagen del polígono PQRSTUV en el plano cartesiano:

a. Halla el simétrico del polígono PQRSTUV con relación a la recta m.



b. Después de realizar ésta simetría, encuentra el simétrico del polígono que obtuviste, con relación a la recta e.

5.4 UNIDAD

4	HOMOTECIA Y SEMEJANZA

6.4.1 Aproximación al concepto de Homotecia: “Conociendo las homotecias con ayuda de la cultura maya”.

- PROPOSITO

Motivar a los estudiantes a través de actividades prácticas que involucran algunos aspectos de la cultura maya con situaciones reales de modo que el alumno mediante una participación activa construya, bajo la supervisión del docente, el concepto de homotecia.

- DESCRIPCION: Para el desarrollo de esta temática específica se han planteado los siguientes pasos:

PASO 1

En este paso se pretende acercar al estudiante al concepto de homotecia a través de figuras que al reflejarse proyectan una ampliación o reducción de la figura original.

SUGERENCIA DIDACTICA: Para esta parte de la actividad se plantearan situaciones que involucren manejo y corte de papel y uso adecuado de focos luminosos. Este trabajo será realizado en grupos de mínimo tres personas.

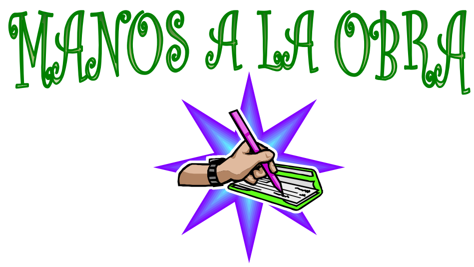
LOGRO
Comprender de manera intuitiva el concepto de homotecia.

INDICADORES DE LOGRO:
• Se apoya en el recorte, plegado y proyección de figuras para la comprensión del concepto de homotecia.
• Identifica de manera intuitiva algunas propiedades que se conservan al aplicar una homotecia a través del juego “Concéntrate en el Tamaño”.
• Usa el lenguaje cotidiano para expresar verbal o simbólicamente lo que entiende por homotecia.

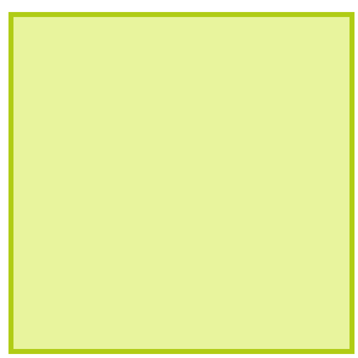
- Demuestra interés por el trabajo en equipo relacionándose de manera adecuada con sus compañeros.

EJERCICIO 1: Este ejercicio consiste en formar en el estudiante una idea de lo que significa la homotecia analizando lo que hace un proyector.

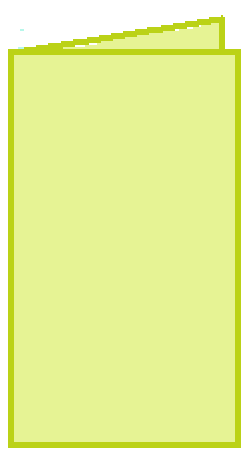
Para esta actividad se necesitará papel delgado, tijeras, una linterna y marcadores.



Primero corta una hoja de papel de 10 x 10 centímetros, es decir corta el papel en forma de un cuadrado.



Ahora dóblalo a la mitad tal y como se muestra a continuación:



Dibuja en una de las mitades de la hoja doblada, el esquema del templo de los mascarones como se muestra en la siguiente figura b:

FIG. A

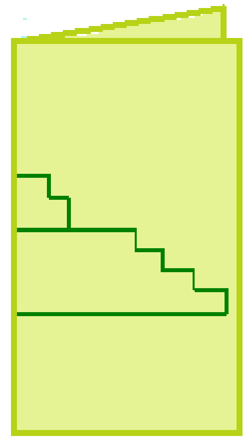
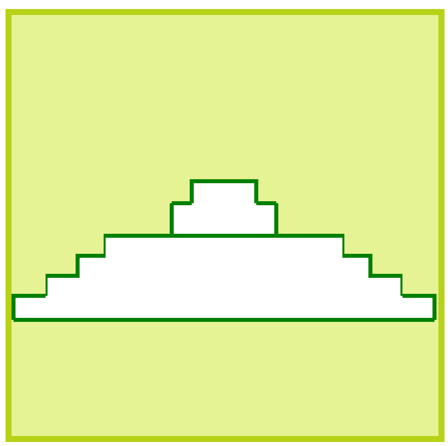


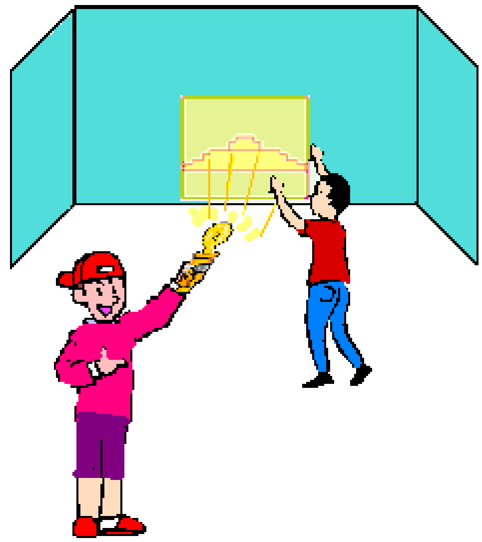
FIG. B

Ahora recorta el dibujo por la orilla y toma lo que queda del cuadrado y con ayuda de una linterna realiza los siguientes pasos:



1. Pega en la pared un cuadrado de 30 x 30 centímetros.

2. Uno de los integrantes del grupo deberá ubicarse a 50 centímetros de la pared para proyectar con ayuda de la linterna la sombra del templo que se recortó y que estará sostenido a 30 centímetros de la pared por el otro compañero.



3. El tercer estudiante con ayuda de un marcador dibujará la sombra proyectada que corresponde a la silueta del templo.

4. Realiza diversos acercamientos con la linterna sobre la figura.

Después de realizar el ejercicio responde las siguientes preguntas:

- ¿Crees que la silueta del templo al proyectarse conserva su forma?
- ¿Qué ocurre al acercar o alejar la linterna de la pared?

PASO 2

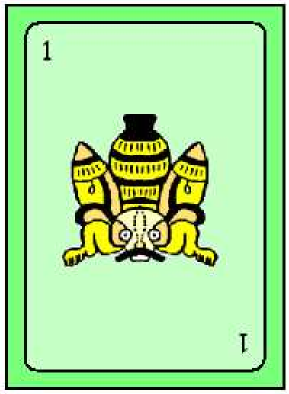
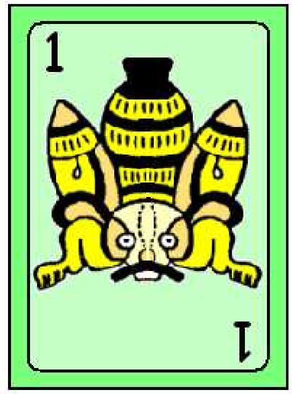
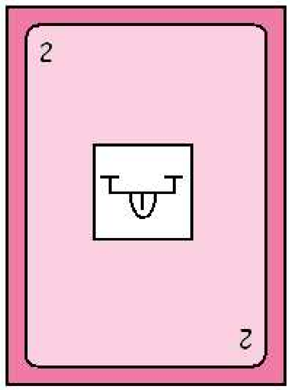
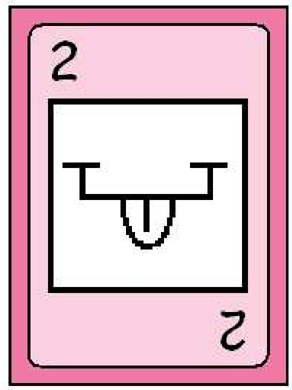
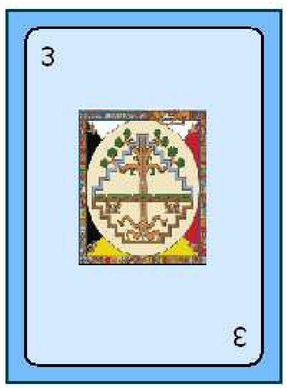
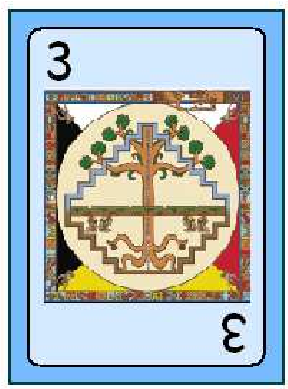
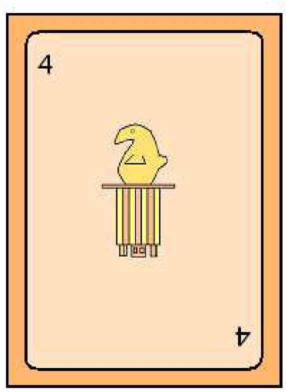
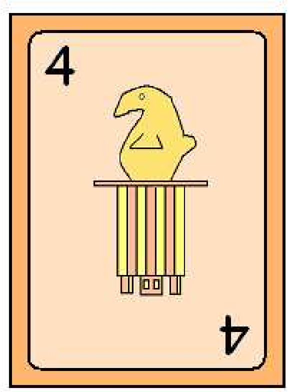
En este paso se pretende que el estudiante identifique de manera intuitiva algunas de las principales características que se conservan al aplicar una homotecia a cualquier figura geométrica.

SUGERENCIA DIDACTICA

Para el desarrollo de esta parte de la actividad se ha planteado un juego llamado CONCENTRATE EN EL TAMAÑO, que consiste en presentar al estudiante 16 cartas relacionadas con algunos aspectos de la cultura maya, con el objetivo de que se identifique en cada par de cartas una imagen de diferente tamaño.

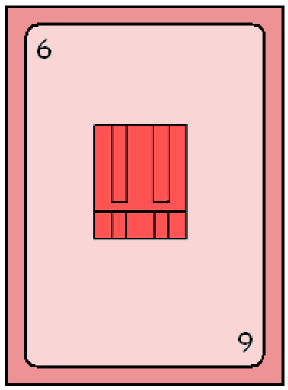
CONCENTRATE EN EL TAMAÑO

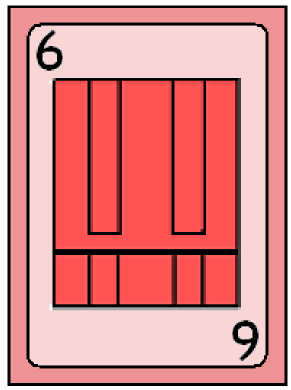
Las cartas del juego serán las siguientes:

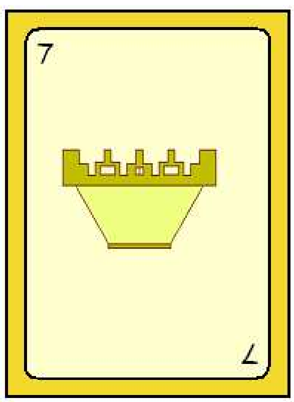

1

1

2

2

3

3

4

4

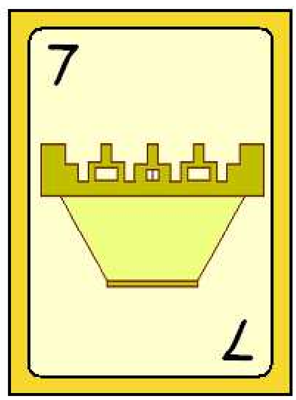

5
5

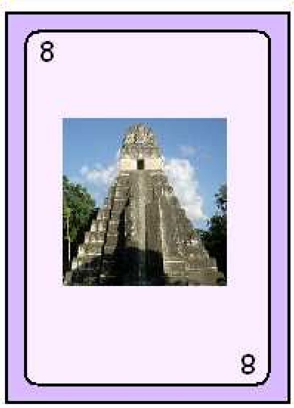

5
5


6
6


6
6


7
7


7
7

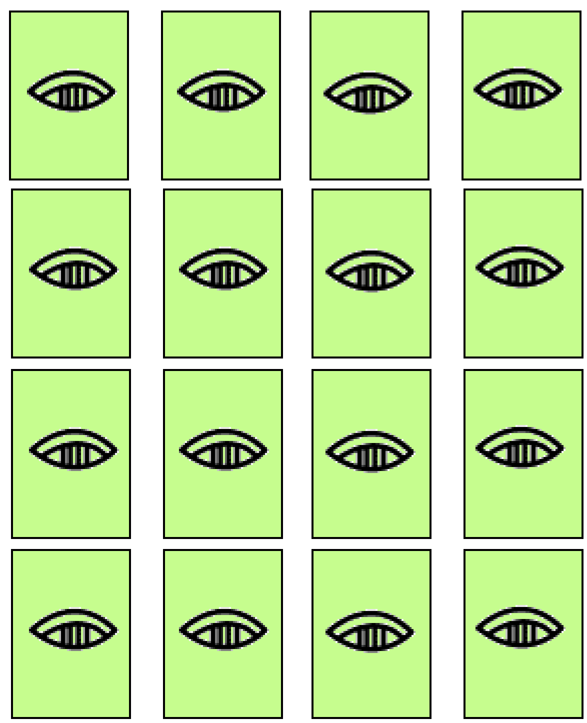

8
8


8
8

REGLAS DEL JUEGO:

1. Baraja las 16 cartas de manera que las imágenes queden bien mezcladas.

2. Coloca las cartas formando un cuadrado (4 cartas por cada lado) de modo que las imágenes relacionadas con la cultura maya queden ocultas, así:



3. El primer integrante del grupo volteará dos cartas; si se obtiene la misma imagen pero con diferente tamaño, habrá obtenido su primer par de cartas. Si no forman par las cartas deberá memorizar sus imágenes para formar parejas en sus intentos posteriores y ceder el turno a su compañero.

4. El juego termina cuando se hayan formado todos los pares.

Una vez terminado el juego, se les pedirá a los estudiantes que observen detenidamente los pares de figuras que ganaron y que respondan a las siguientes preguntas:

1. En los pares de cartas que ganaste:
a. ¿Las imágenes tiene la misma forma? Justifica tu respuesta.
b. Al observar las imágenes de cada una de las parejas de cartas, ¿estas representan reducciones o ampliaciones de la misma figura? Justifica tu respuesta.

PASO 3

Finalmente, con este paso se pretende que el estudiante a través de un ejemplo práctico, sea capaz de definir intuitivamente el concepto de homotecia y sus principales características.

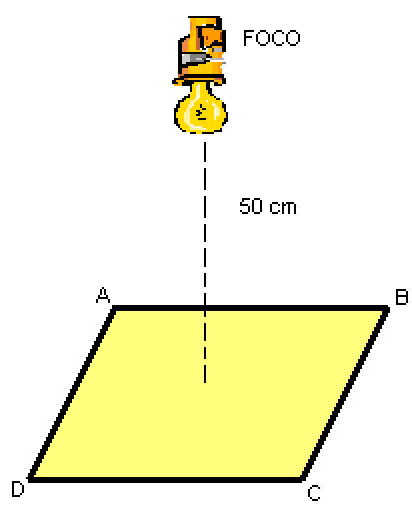
SUGERENCIA DIDACTICA

Para el desarrollo de este paso se ha planteado un ejercicio que consiste en la toma de medidas de un objeto proyectado; para ello se necesitarán: cartulina, marcadores y un foco luminoso. Se recomienda que este ejercicio sea trabajado en grupos de máximo 2 personas.

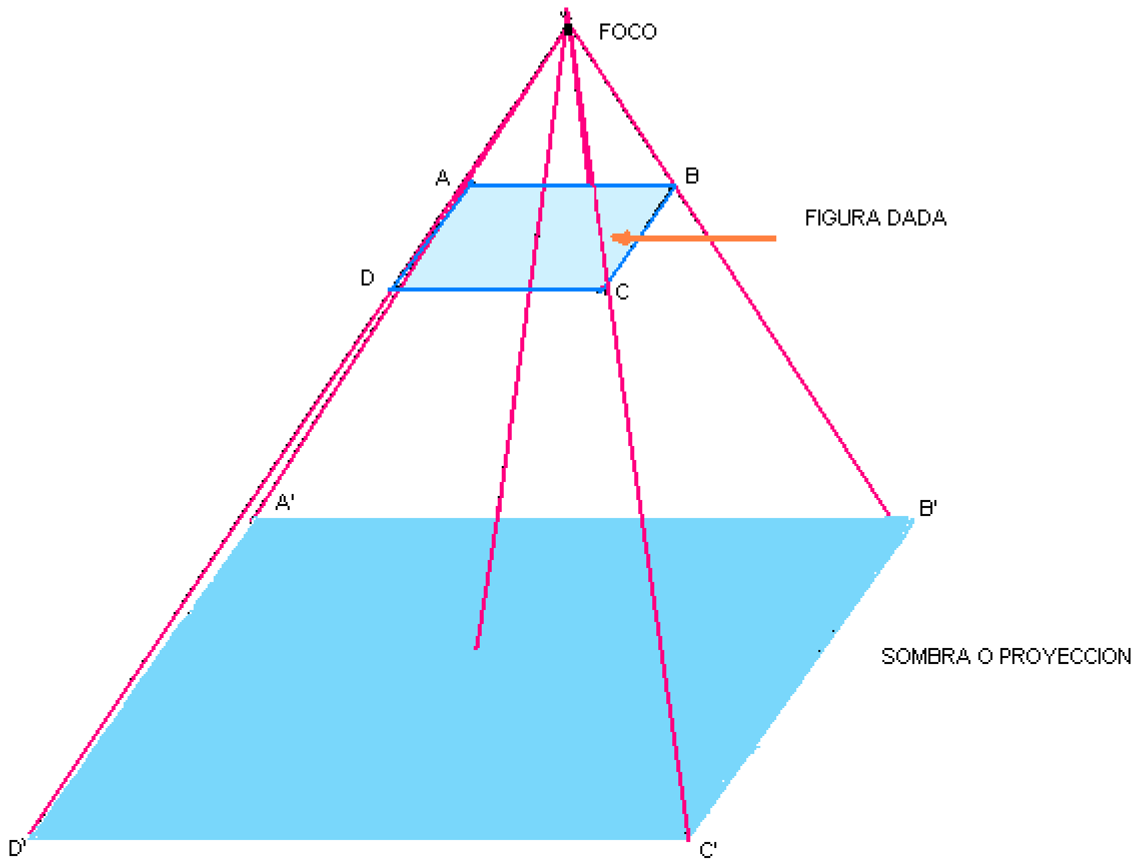
EJERCICIO 2

1. Reúnete con otro compañero y recorta en cartulina un rectángulo de 15 centímetros de largo por 10 centímetros de ancho y realicen lo siguiente:

- Uno de ellos coloca el rectángulo recortado exactamente debajo de la linterna encendida a 50 centímetros de distancia y tal que los rayos luminosos incidan perpendicularmente al centro de la figura como se muestra a continuación:



- Observen, cómo la imagen del rectángulo se refleja o proyecta en el suelo, entonces la sombra TIENE LA MISMA FORMA pero DISTINTO TAMAÑO así:



El otro estudiante señala con un marcador y sobre un papel el borde de la sombra o proyección y luego traza y recorta la figura resultante.

¿Qué relación habrá entre la figura dada y la sombra o proyección?

Para que puedas contestar esta pregunta vamos a recordar lo que es una razón y cuando dos segmentos son proporcionales.

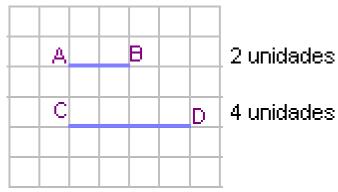
RECUERDA:

La razón entre dos cantidades es el cociente indicado de dichas cantidades. Se simboliza a/b o a:b y se lee a es a b.

Una proporción es una igualdad entre dos razones. Si dicha igualdad se da entre las medidas de varios segmentos, se dice que los SEGMENTOS son PROPORCIONALES.

Ejemplo:

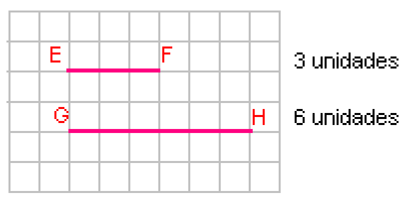
Observa los segmentos AB y CD que se presentan a continuación:



Hallemos la razón entre estos segmentos:

$$\frac{\text{Longitud de } \overline{AB}}{\text{Longitud de } \overline{CD}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \qquad (1)$$

Ahora observa los segmentos EF y GH de la figura siguiente:



Hallemos la razón entre estos segmentos:

$$\frac{\text{Longitud de } \overline{EF}}{\text{Longitud de } \overline{GH}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \qquad (2)$$

Como las razones 1 y 2 son iguales, entonces podemos escribir que:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}$$

Y decimos que los segmentos AB y CD son proporcionales a los segmentos EF y GH.

Ahora, con la información anterior podrás hallar:

a. La razón entre el largo de la sombra y el largo de la figura dada
b. La razón entre el ancho de la sombra y el ancho de la figura dada.

Comparen los resultados obtenidos en a. y b. ¿Qué pueden concluir?

El proceso que se llevó a cabo en esta actividad se conoce con el nombre de Homotecia.

Ahora responde las siguientes preguntas:
¿Qué es una homotecia para ti? Y ¿Cuáles son sus propiedades?

CONCLUSION

DE TODO LO ANTERIOR PODEMOS CONCLUIR QUE UNA HOMOTECIA ES UNA TRANSFORMACIÓN QUE ACTUA SOBRE UNA FIGURA GEOMÉTRICA CONSERVANDO SU FORMA PERO MODIFICANDO SU TAMAÑO.

5.4.2 Formalización del concepto de Homotecia: “CONOCIENDO LA HOMOTECIA A TRAVES DE LA CULTURA MAYA”.

- PROPOSITO

Con esta actividad se pretende formalizar el concepto de Homotecia utilizando para ello diversos aspectos de la cultura maya que incluyen, atuendos, viviendas, armas, entre otros; logrando de esta manera que el estudiante efectúe ampliaciones y reducciones de cualquier figura geométrica.

- DESCRIPCION

En esta primera parte de la actividad se pretende afianzar el concepto de homotecia y reconocer sus elementos invariantes; utilizando como recursos de apoyo diversos aspectos de la cultura maya que incluyen, atuendos, viviendas, armas, días del calendario Tzolkin, entre otros aspectos.

PASO 1

En este paso se mostrará como aplicar la homotecia a cualquier figura geométrica.

SUGERENCIA DIDACTICA

Para el desarrollo de esta actividad se dará a conocer el concepto de homotecia, así como sus principales características, para luego plantear situaciones que permitan encontrar la ampliación o reducción de cualquier figura geométrica.

LOGRO
Reconocer y utilizar el concepto y propiedades de la homotecia para ampliar o reducir figuras geométricas.

INDICADORES DE LOGRO:
• Relaciona los conocimientos conceptuales de homotecia y sus propiedades en la solución de diversos ejercicios.
• Encuentra en el plano cartesiano ampliaciones o reducciones de diversas figuras geométricas presentes en la cultura maya.
• Participa activamente en el desarrollo de los ejercicios y retos propuestos en la actividad.

HOMOTECIAS

Una homotecia es una transformación que al ser aplicada a una figura, cambia su tamaño pero mantiene su forma.

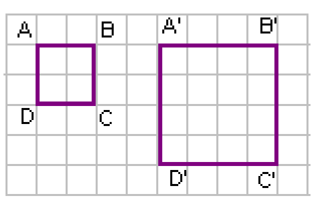
El efecto de una homotecia es similar al de una lente que amplía o reduce la figura.

El concepto de homotecia es utilizado intuitivamente por fotógrafos, al ampliar o reducir una fotografía;

FIGURA 41. ARCO DE LABNA, FACHADA OCCIDENTAL

por pintores al realizar dibujos a escala de objetos, por arquitectos al hacer planos de estructuras, incluso por los niños cuando hacen dibujos difíciles utilizando la técnica de la cuadrícula.

Ejemplo:



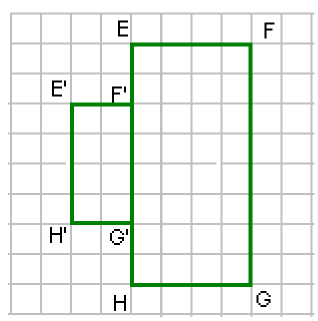


FIG.1 FIG. 2

Los cuadrados ABCD y A’B’C’D’ de la Figura 1 tienen diferente tamaño, pero su forma es igual.   El cuadrado A’B’C’D’ es una ampliación del cuadrado ABCD.

Al comparar los cuadrados ABCD y A’B’C’D’ se pueden identificar las siguientes propiedades:

1. Cada lado del cuadrado ABCD es paralelo al lado correspondiente del cuadrado A'B'C'D'. Para facilitar la escritura hagamos lo siguiente:

AB II A'B'
BC II B'C'
CD II C'D'
DA II D'A'

Donde II significa "es paralelo a"

2. Los ángulos correspondientes, son congruentes:

$\angle A \cong \angle A'$,

$\angle B \cong \angle B'$,

$\angle C \cong \angle C'$,

$\angle D \cong \angle D'$.

Donde $\cong$ significa : "ser congruente con"

3. Si se dividen las longitudes de los lados correspondientes de los cuadrados ABCD y A'B'C'D' se obtiene el mismo resultado; es decir, los lados son proporcionales:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{\overline{D'A'}}{\overline{DA}} = \frac{4}{2} = 2$$

Por lo tanto:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{D'A'}}{\overline{DA}} = 2$$

El valor 2 significa que la figura se ha ampliado el DOBLE.

Ahora observemos los rectángulos EFGH y E'F'G'H' de la figura 2. Puedes notar que tienen diferente tamaño pero conservan la misma forma. El rectángulo E'F'G'H' es una reducción del rectángulo EFGH.

Al comparar los rectángulos EFGH y E'F'G'H' se pueden identificar las siguientes propiedades:

1. Cada lado del rectángulo EFGH es paralelo al lado correspondiente del rectángulo E'F'G'H', es decir:

EF II E'F'
FG II F'G'
GH II G'H'
HI II H'I'

2. Los ángulos correspondientes, son congruentes

$\angle E \cong \angle E',$

$\angle F \cong \angle F',$

$\angle G \cong \angle G',$

$\angle H \cong \angle H'.$

3. Si se dividen las longitudes de los lados correspondientes de los cuadrados ABCD y A'B'C'D' se obtiene el mismo resultado; es decir, los lados son proporcionales:

$$\frac{\overline{E'F'}}{EF} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\overline{F'G'}}{FG} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\overline{G'H'}}{\overline{GH}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\overline{H'E'}}{\overline{HE}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Por lo tanto:

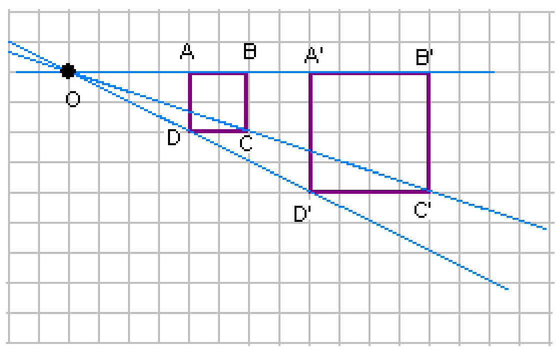
$$\frac{\overline{E'F'}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{F'G'}}{\overline{FG}} = \frac{\overline{G'H'}}{\overline{GH}} = \frac{\overline{H'E'}}{\overline{HE}} = \frac{1}{2}$$

El valor ½ significa que la figura se ha reducido a la mitad. En el caso de la figura 1 el valor 2 y el caso de la figura 2 el valor ½, se les conoce con el nombre de FACTOR DE CONVERSIÓN.

PARTES DE UNA HOMOTECIA:

1. FACTOR DE CONVERSIÓN: Indica que tanto se amplia o se reduce una figura y se obtiene al calcular el cociente de las longitudes de los lados correspondientes.

2. CENTRO DE LA HOMOTECIA: Para encontrar el centro de una homotecia, se unen con rectas los vértices correspondientes de la figura y su imagen. El punto de intersección de éstas rectas es el centro de la homotecia.

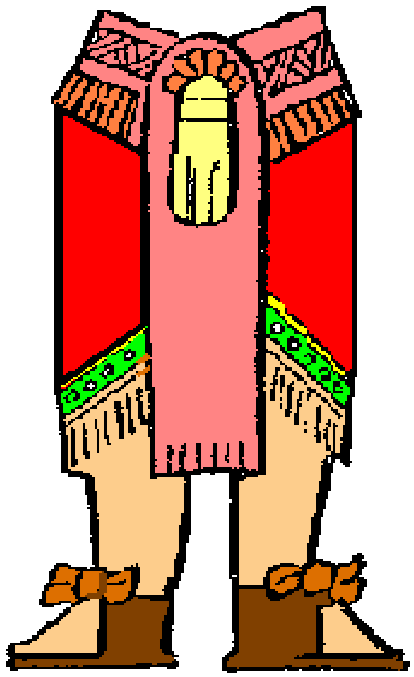


Por ejemplo, para hallar el centro de la homotecia aplicada sobre el cuadrado ABCD de la figura 1, se trazan las rectas que unen los vértices y se encuentra el punto de intersección de éstas.

El punto O es el centro de la homotecia.

CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS MEDIANTE HOMOTECIAS:

VESTIDO BASICO DE LOS VARONES MAYAS

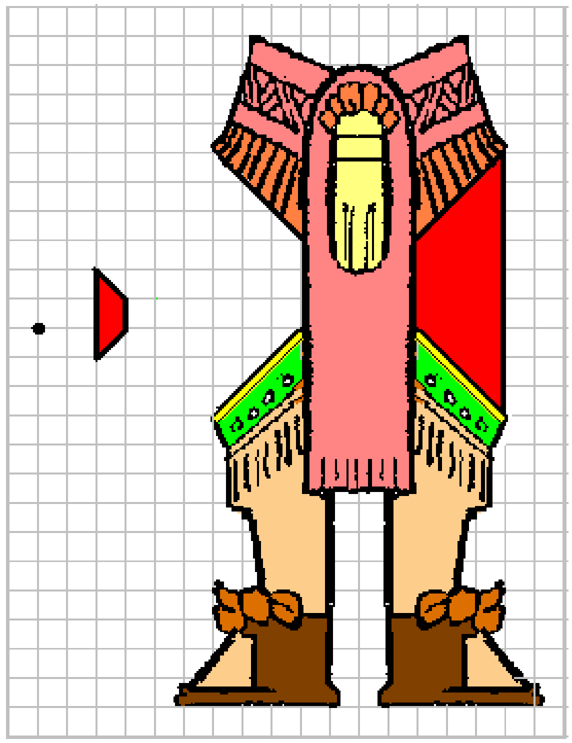


Los varones se vestían de una manera adecuada al clima. Su vestido básico consistía en el ex, que consistía en un taparrabo de algodón que las “mujeres hacían con mucho cuidado”. Esta prenda se enrollaba en la cintura varias veces y después se pasaba entre las piernas. Los extremos se dejaban colgar en frente y por detrás. Constituía el artículo más común de la vestimenta de los mayas y se encuentra representado desde los tiempos más remotos.

FIG. 1

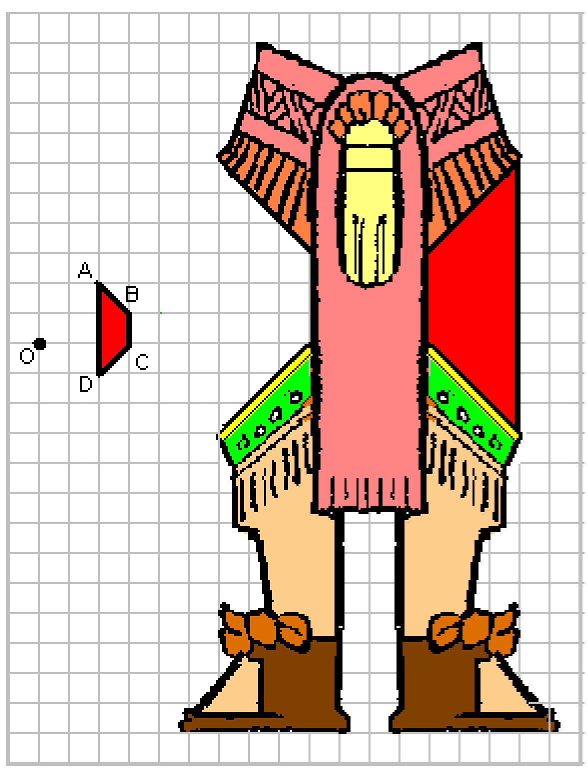
AYUDEMOS A JUAN A TERMINAR SU DIBUJO:

Juan, un chico interesado particularmente en el traje de la figura 1 decidió dibujarlo en una cartelera y colocarlo en su salón de clase para que todos sus compañeros aprendieran acerca de este tema; en su intento por presentar el dibujo en dimensiones grandes, tomó cada pieza del dibujo del libro, le aplicó una homotecia H con factor de conversión 3 y centro O logrando así, conseguir un tamaño adecuado. Pasó con dedicación cada pieza de este a excepción de una, el polígono del lado izquierdo, pues ya era de noche y Juan sentía mucho sueño.

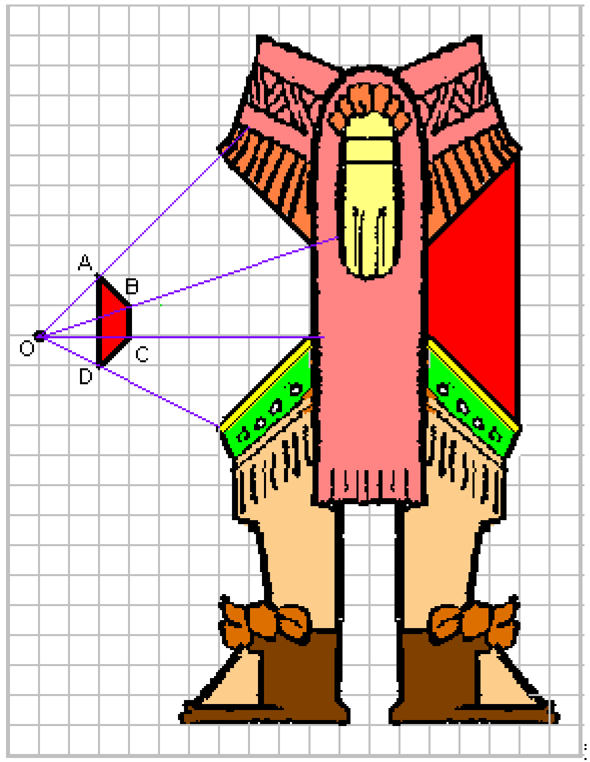


¿Qué tal si ayudamos a Juan a terminar su dibujo? Para ello necesitaremos realizar los siguientes pasos:

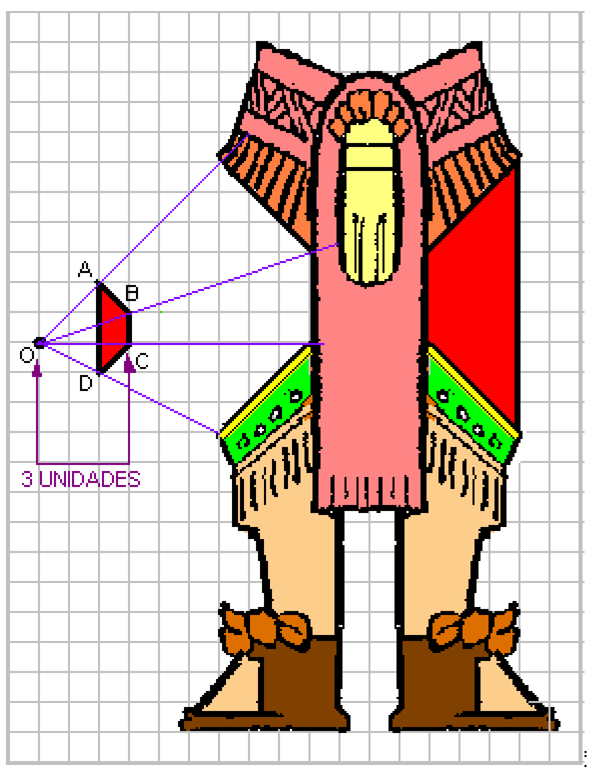
1. Llamemos ABCD al polígono que representa la parte del traje que aún no ha sido ampliada y O al centro de la homotecia.



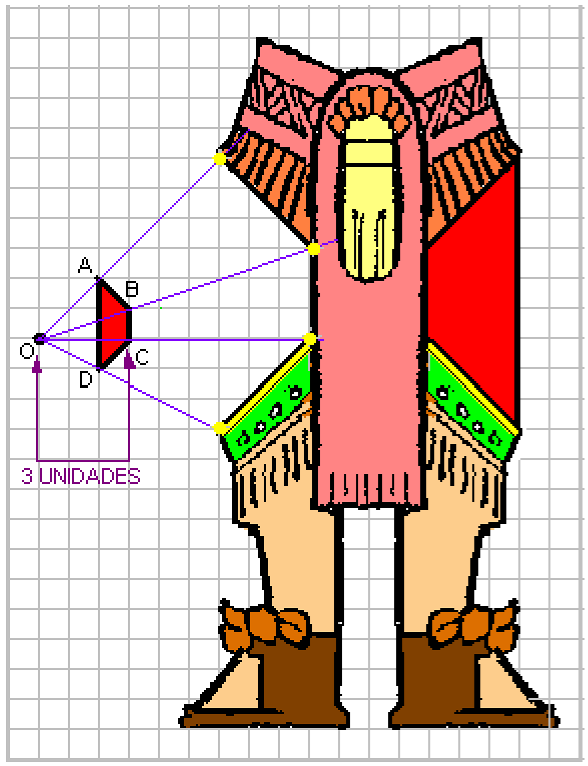
2. Se trazan rectas que salgan del punto O y que pasen por cada uno de los vértices del polígono.



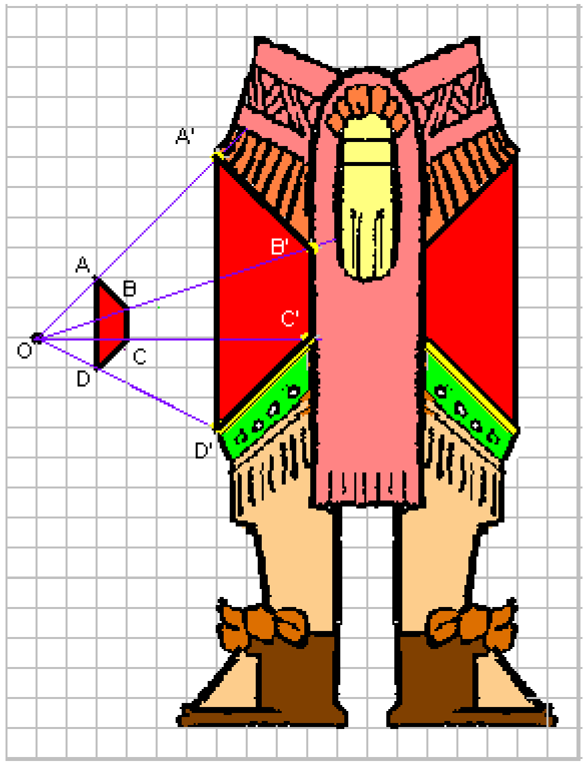
3. A continuación medimos la distancia entre el centro y cada vértice:



Luego triplicamos esas distancias, en el caso del vértice C, tenemos:
3 x 3 unidades = 9 unidades; y medimos a partir del centro de la homotecia, sobre la recta que pasa por C la medida obtenida, para hallar la imagen del respectivo vértice. Hacemos lo mismo con los demás vértices.



4. Se unen con segmentos de recta los vértices consecutivos:



El polígono A’B’C’D’ es la imagen de ABCD por la homotecia H de centro O.

5. Al comparar los polígonos ABCD y A’B’C’D’ se pueden comprobar las tres características establecidas para homotecias:

a. Cada lado del polígono ABCD es paralelo al lado correspondiente del polígono A’B’C’D’, es decir:

AB II A’B’
BC II B’C’
CD II C’D’
DA II D’A’

b. Los ángulos correspondientes son congruentes:

$\angle A \cong \angle A'$,

$\angle B \cong \angle B'$,

$\angle C \cong \angle C'$,

$\angle D \cong \angle D'$.

c. Si se dividen las longitudes de los lados correspondientes de los cuadrados ABCD y A'B'C'D' se obtiene el mismo resultado; es decir, los lados son proporcionales:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{4,2}{1,4} = 3$$

$$\frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{3}{1} = 3$$

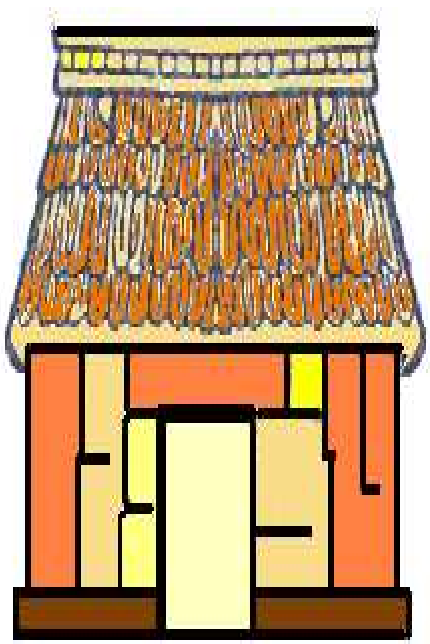
$$\frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{4,2}{1,4} = 3$$

$$\frac{\overline{D'A'}}{\overline{DA}} = \frac{9}{3} = 3$$

Por lo tanto:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{D'A'}}{\overline{DA}} = 3$$

El valor 3 significa que la figura se ha TRIPLICADO.



La casa del hombre pobre era como la del campesino de cualquier parte: simple y práctica.

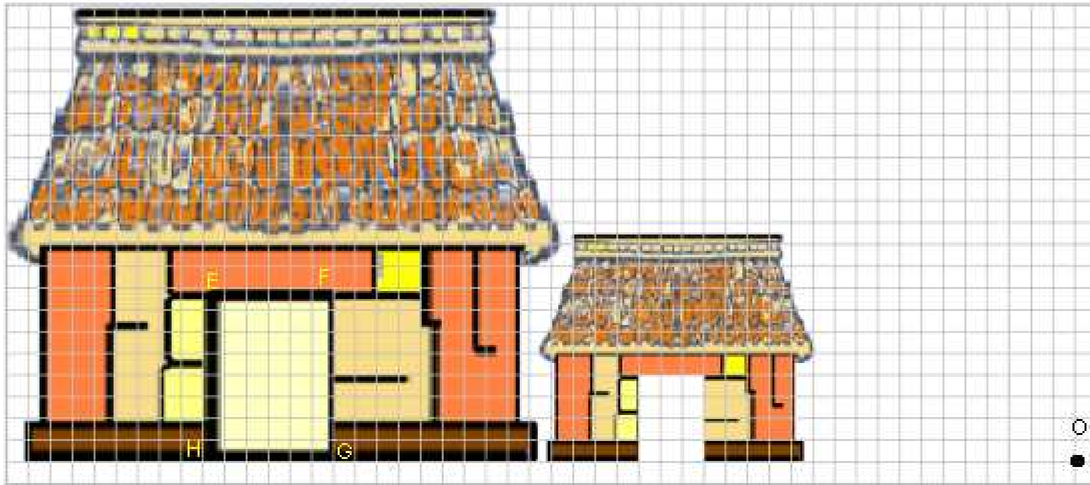
Después de casarse, el maya construía una pequeña casa enfrente de la de su padre o de su suegro. Más tarde, erigía un albergue más grande ayudado por la comunidad. Este podía tener una forma redonda, cuadrada, rectangular, o como es más usual en Yucatán, redonda en ambos extremos y se pintaba de colores vivos. El techo era alto y se hacía de ramaje muy bien trenzado. Su interior se dividía con una pared. Una de las dos porciones se convertía en cocina y la otra en dormitorio. No había más que una sola entrada y sin puerta. A través de dicha entrada se ponía colgante un delgado telar con pequeñas campanillas de cobre. La persona que penetraba en la casa tocaba ligeramente para anunciar al dueño su llegada. Rara vez se entraba en una casa sin permiso previo, pues “ellos consideraban delito grave causar daño en la casa ajena”.

AYUDEMOS A CAROLINA CON SU TAREA:

Carolina realizó una consulta acerca de las viviendas de los antiguos mayas, pero observó que la imagen que más le gustaba era demasiado grande para recortarla y pegarla en su cuaderno, así que decidió hacer una reducción de ella. Su trabajo está muy avanzado pero le falta reducir la puerta.

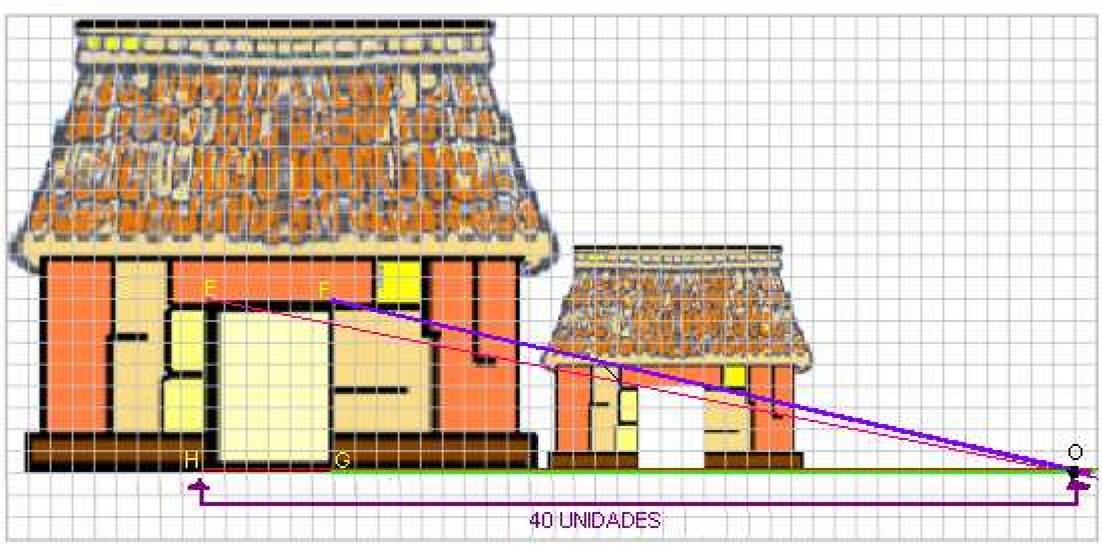
Que tal si ayudamos a Carolina con su tarea reduciendo la puerta de la vivienda maya, utilizando una homotecia H, de centro O y factor de conversión ½. Para ello necesitaremos realizar los siguientes pasos:

1. Llamemos EFGH al rectángulo que representa la puerta de la vivienda maya que aún no ha sido reducida:

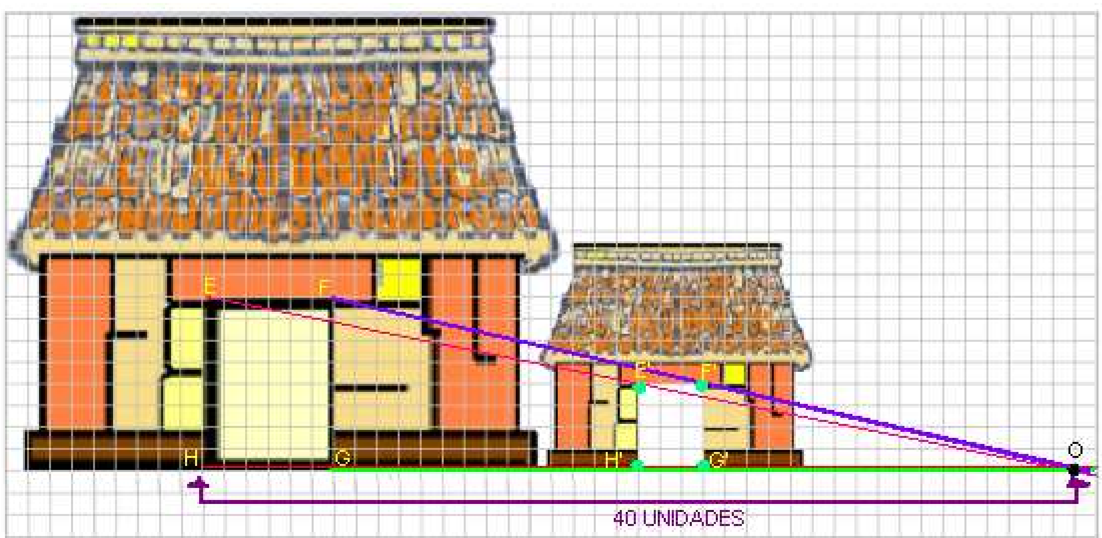


2. Se trazan rectas que salgan del punto O y que pasen por cada uno de los vértices del rectángulo.

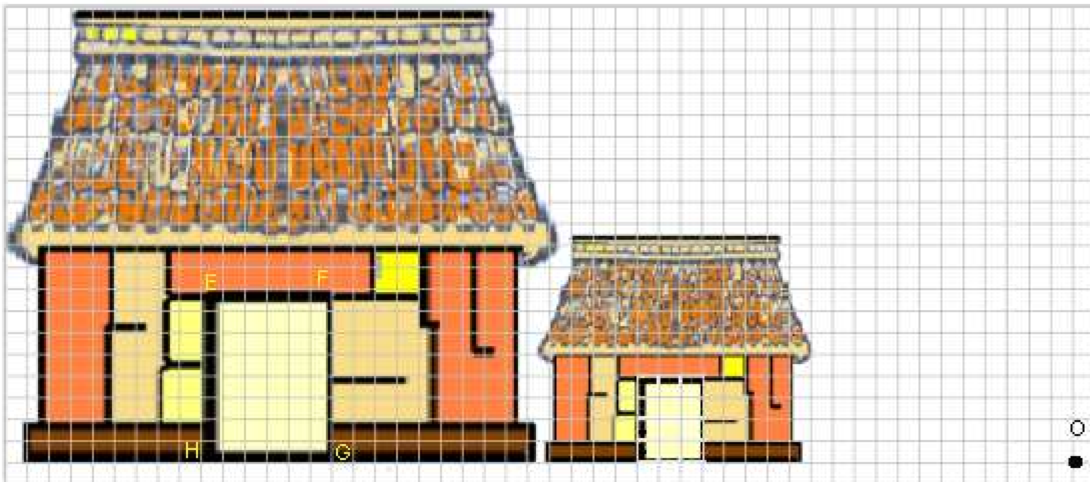
3. A continuación medimos la distancia entre el centro y cada vértice:



4. Luego dividimos la distancia a la mitad, en el caso del vértice H, tenemos:
40 /2 unidades = 20 unidades, y medimos a partir del centro de la homotecia, sobre la recta que pasa por H la medida obtenida, para hallar la imagen del respectivo vértice. Hacemos lo mismo con los demás vértices.



5. Se unen con segmentos de recta los vértices consecutivos:



El rectángulo E’F’G’H’ es la imagen de EFGH por la homotecia H.

1. Al comparar los rectángulos E’F’G’H’ y EFGH se pueden comprobar las tres características establecidas para homotecias:

a. Cada lado del rectángulo EFGH es paralelo al lado correspondiente del rectángulo E’F’G’H’, es decir:

EF II E’F’
FG II F’G’
GH II G’H’
HE II H’E’

b. Los ángulos correspondientes son congruentes:

$\angle E \cong \angle E'$,

$\angle F \cong \angle F'$,

$\angle G \cong \angle G'$,

$\angle H \cong \angle H'$.

c. Si se dividen las longitudes de los lados correspondientes de los rectángulos EFGH Y E’F’G’H’ se obtiene el mismo resultado; es decir, los lados son proporcionales:

$$\frac{\overline{E'F'}}{\overline{EF}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\overline{F'G'}}{\overline{FG}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\overline{G'H'}}{\overline{GH}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\overline{H'E'}}{HE} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Por lo tanto:

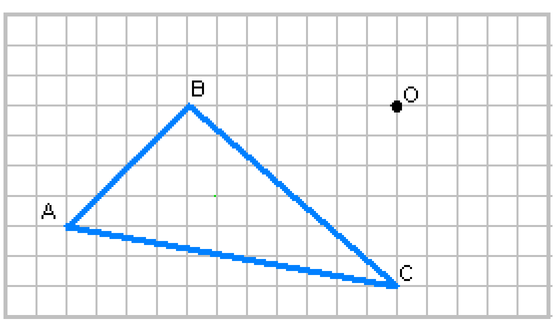
$$\frac{\overline{E'F'}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{F'G'}}{\overline{FG}} = \frac{\overline{G'H'}}{\overline{GD}} = \frac{\overline{H'E'}}{\overline{HE}} = \frac{1}{2}$$

El valor ½ significa que la figura se ha REDUCIDO A LA MITAD.

ES TURNO DE QUE COMPRUBES LO QUE HAS APRENDIDO

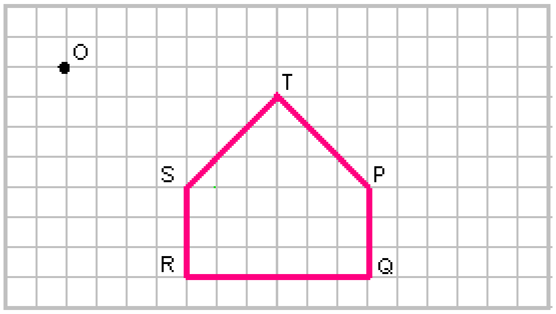
1. Observa las figuras que se presentan a continuación y halla la imagen de cada polígono por la homotecia de centro O y el factor de conversión indicado en cada caso:

a.



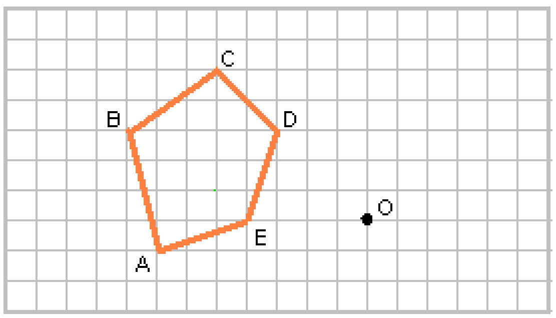
Factor de conversión: 2

b.



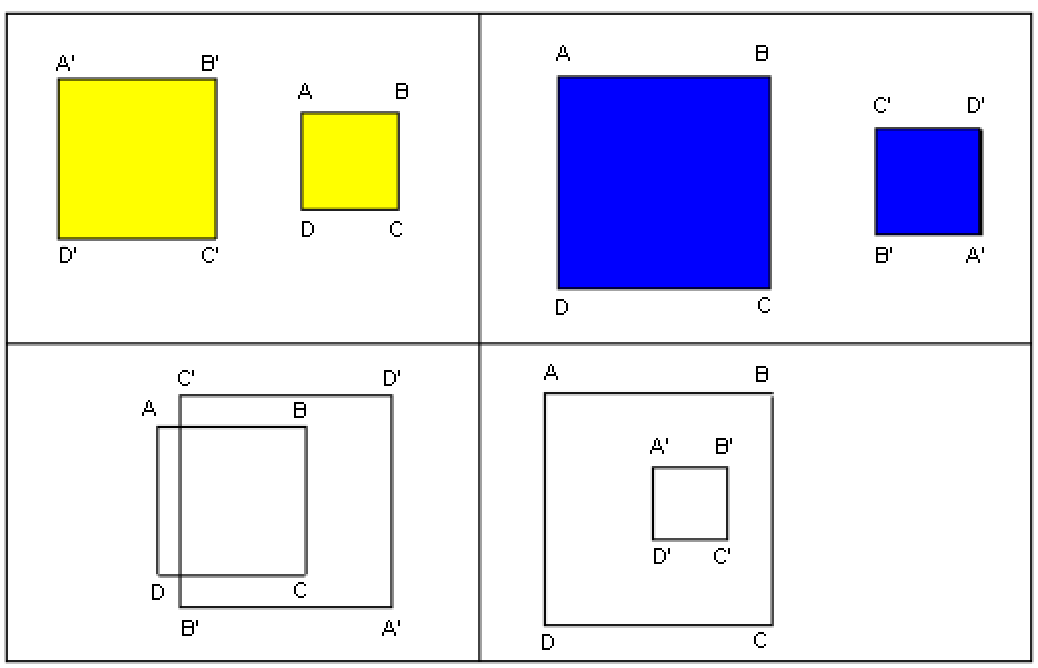
Factor de conversión: 1/4

c.



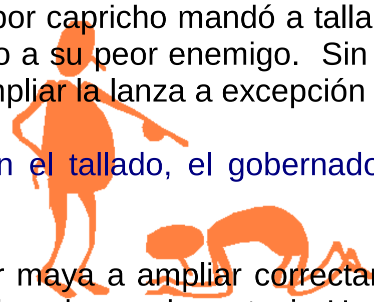
Factor de conversión: 2/3

2. Señala el centro de la homotecia y el factor de conversión en los siguientes casos:



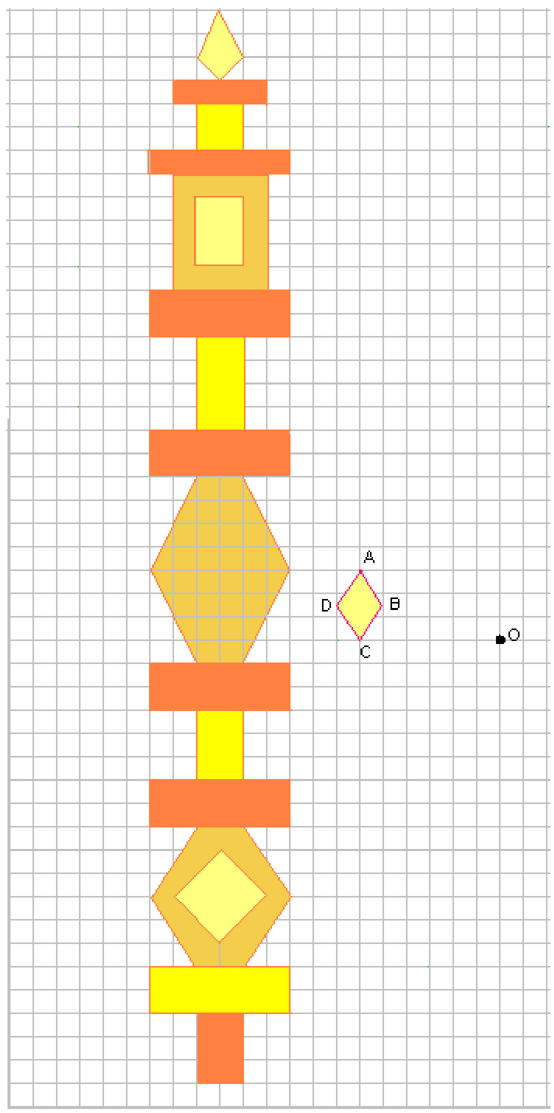
3. RETO

Uno de los gobernantes Mayas, por capricho mandó a tallar en Piedra, una de las armas con la que había derrotado a su peor enemigo. Sin embargo el encargado de realizar dicho trabajo, logró ampliar la lanza a excepción del rombo central.



Al observar esta imperfección en el tallado, el gobernador tomó la decisión de decapitarlo sino corregía la falla.

¿Qué tal si ayudamos al escultor maya a ampliar correctamente el rombo que le hace falta a la flecha tallada, utilizando una homotecia H de centro O y factor de conversión 2?



PASO 2

En este paso se espera que el estudiante pueda ampliar o reducir cualquier figura geométrica en el plano cartesiano.

SUGERENCIA DIDACTICA

A continuación se presentarán algunos ejemplos de cómo ampliar o reducir en el plano cartesiano figuras geométricas que se encuentran en las armas y cerámicas mayas utilizando para ello el concepto de Homotecia y sus propiedades.

HOMOTECIAS EN EL PLANO CARTESIANO

La homotecia en el plano cartesiano es una transformación determinada por un factor de conversión es decir qué tanto hay que ampliar o reducir el polígono y el centro de homotecia.

EJEMPLO 1: CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS MEDIANTE HOMOTECIAS EN EL PLANO CARTESIANO

Observa las dos figuras que se presentan a continuación:

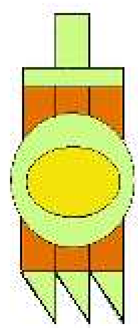


FIG. 1

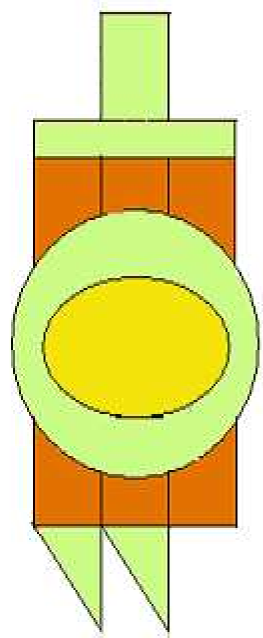
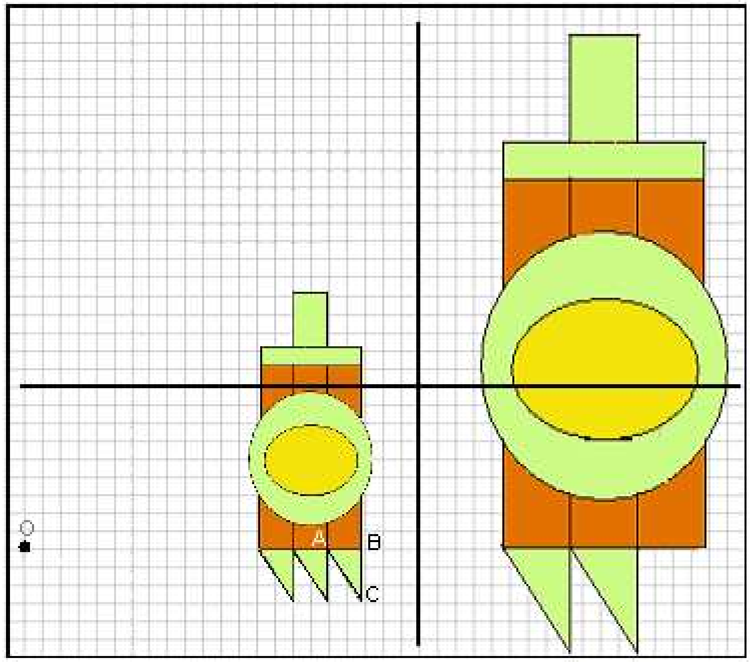


FIG. 2

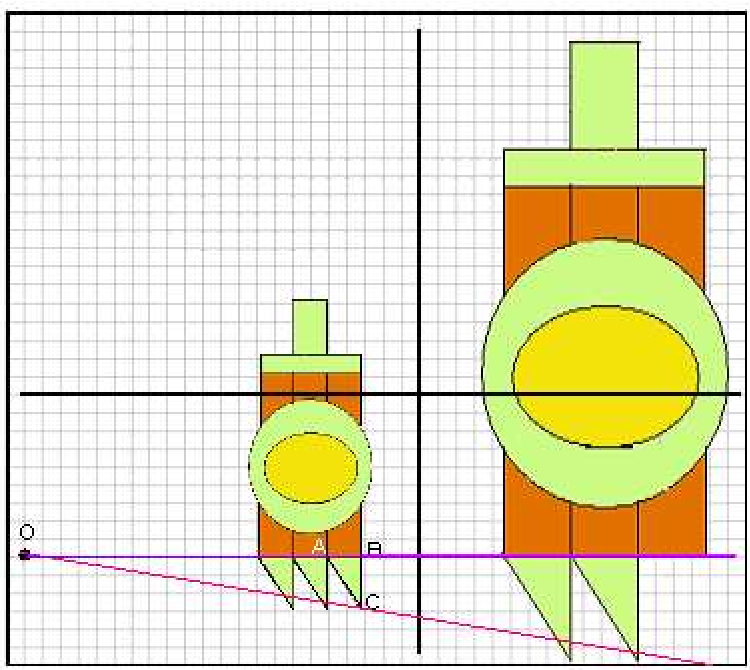
¿Puedes notar que la figura 2 le hace falta un triángulo que la figura 1 lo tiene pero en menor tamaño? ¿Qué tal si utilizando una homotecia H de centro en el punto (-18,-9) y un factor de conversión 2 completamos la imagen?

SOLUCION

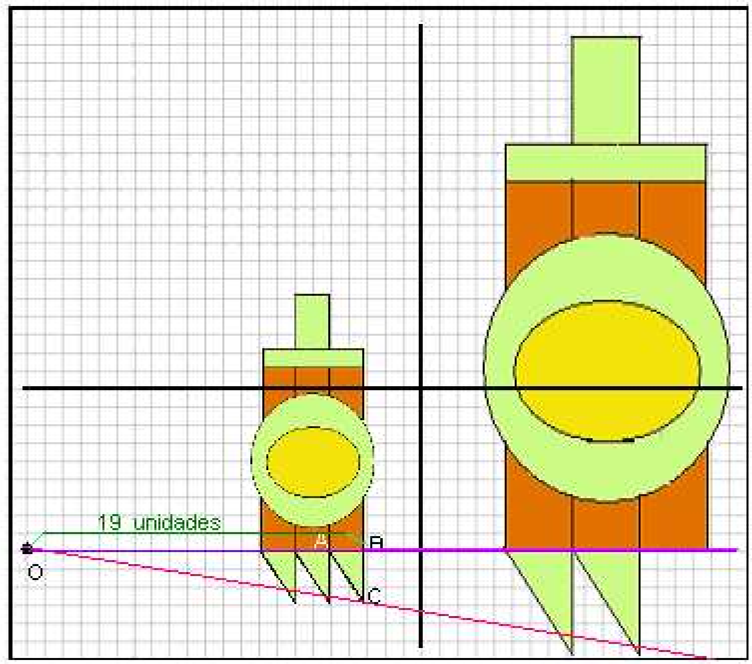
1. Dibujemos las figuras 1 y 2 en el plano cartesiano, para luego realizar una ampliación al triángulo que aparece en la figura 1 y obtener el triángulo que completaría el escudo de la figura 2. Los vértices del triángulo que llamaremos ABC son: A (-5,-9); B (-3,-9) y C (-3,-12).



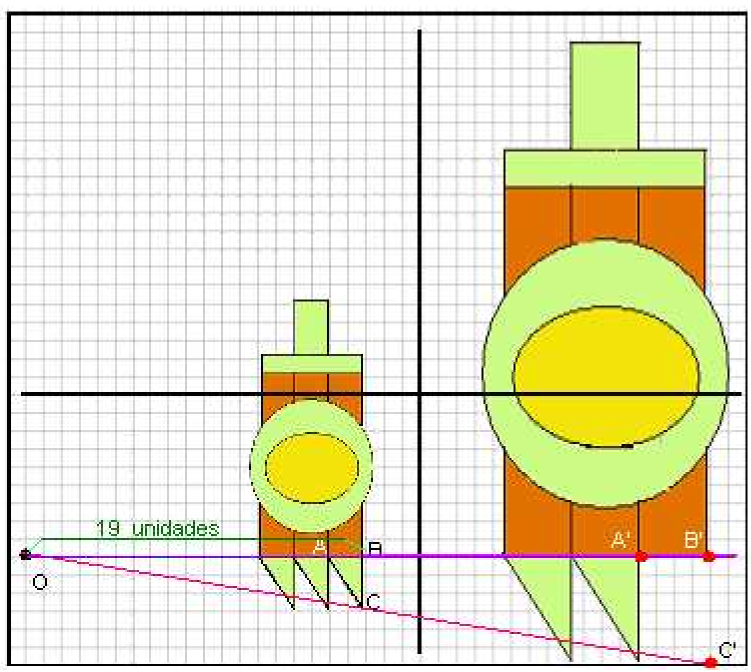
2. Se trazan rectas que salgan del punto O y que pasen por cada uno de los vértices del polígono.



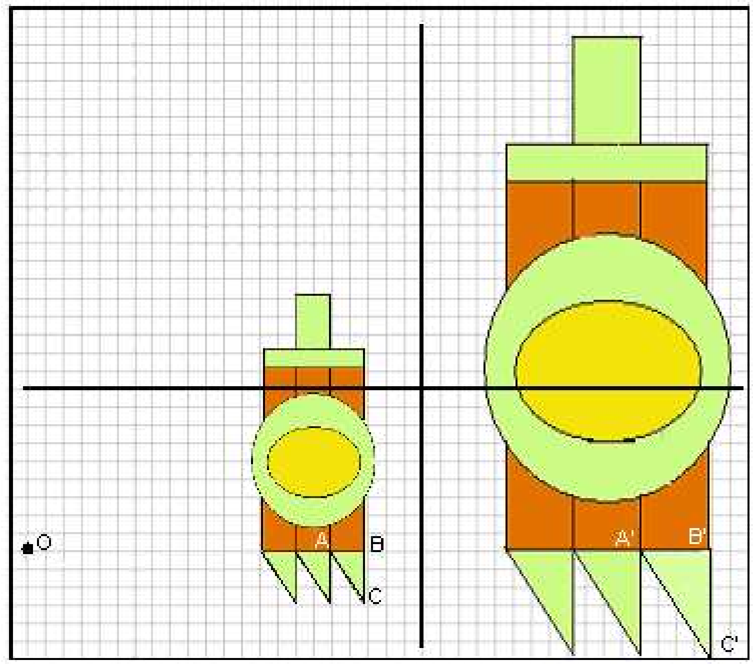
3. A continuación medimos la distancia entre el centro y cada vértice:



4. Luego duplicamos la distancia, en el caso del vértice B, tenemos:
19 x 2 unidades = 38 unidades, y medimos a partir del centro de la homotecia, sobre la recta que pasa por B la medida obtenida, para hallar la imagen del respectivo vértice. Hacemos lo mismo con los demás vértices.



5. Se unen con segmentos de recta los vértices consecutivos:



El triángulo A'B'C' es la imagen de ABC por la homotecia H de centro O.

6. Al comparar los triángulos A'B'C' y ABC se pueden comprobar las tres características establecidas para homotecias:

a. Cada lado del triángulo ABC es paralelo al lado correspondiente del triángulo A'B'C', es decir:

AB II A'B'
BC II B'C'
CA II C'A'

b. Los ángulos correspondientes son congruentes:

$\angle A \cong \angle A'$,

$\angle B \cong \angle B'$,

$\angle C \cong \angle C'$.

c. Si se dividen las longitudes de los lados correspondientes de los rectángulos EFGH Y E'F'G'H' se obtiene el mismo resultado; es decir, los lados son proporcionales:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{\overline{C'A'}}{\overline{CA}} = \frac{5{,}6}{2{,}8} = 2$$

Por lo tanto:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{CF}} = \frac{\overline{C'A'}}{\overline{CA}} = 2$$

El valor 2 significa que la figura se ha DUPLICADO.

EJEMPLO 2:

A continuación te presentamos 2 imágenes de una de las cerámicas del periodo Tepeuh.

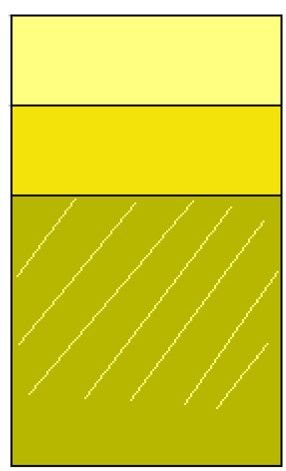


FIG. 1

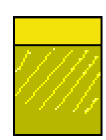
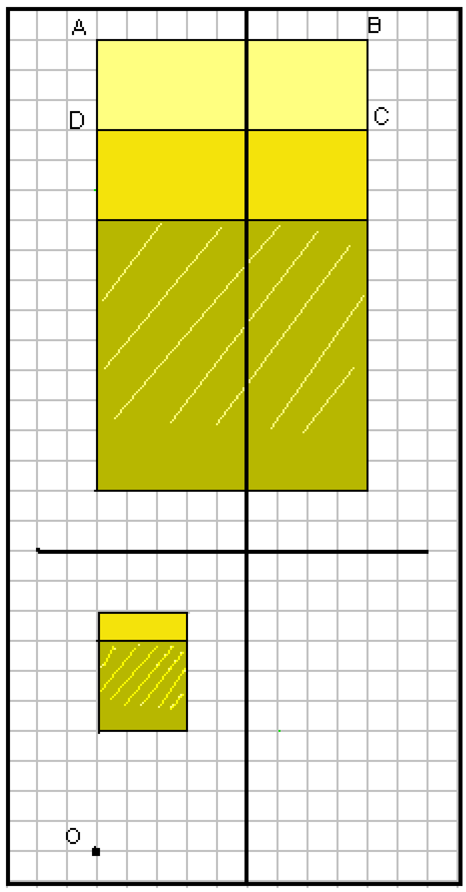


FIG. 2

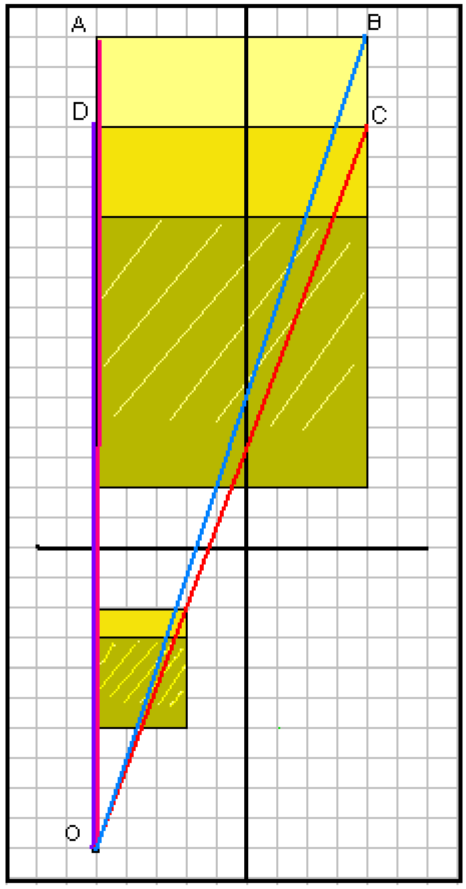
¿Puedes notar que a la figura 2 le hace falta un rectángulo que la figura 1 lo tiene pero en mayor tamaño? Utilicemos la homotecia H con centro en el punto O(-5,10) y factor de conversión 1/3, para reconstruir ésta cerámica.

SOLUCION

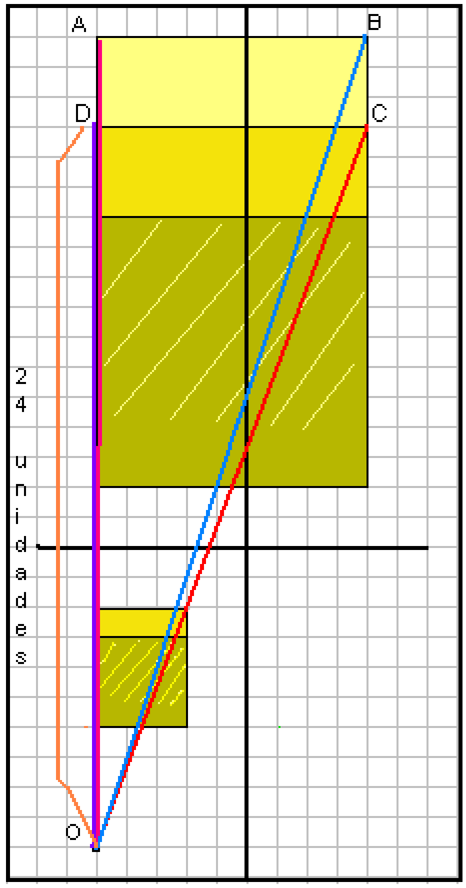
1. Dibujemos las figuras 1 y 2 en el plano cartesiano, para luego realizar una ampliación al rectángulo que aparece en la figura 1 y obtener el rectángulo que completaría la cerámica de la figura 2. Los vértices del rectángulo que llamaremos ABCD son:
   A(-5,17) ;B(4,17);C(4,2) y D(-5,2).



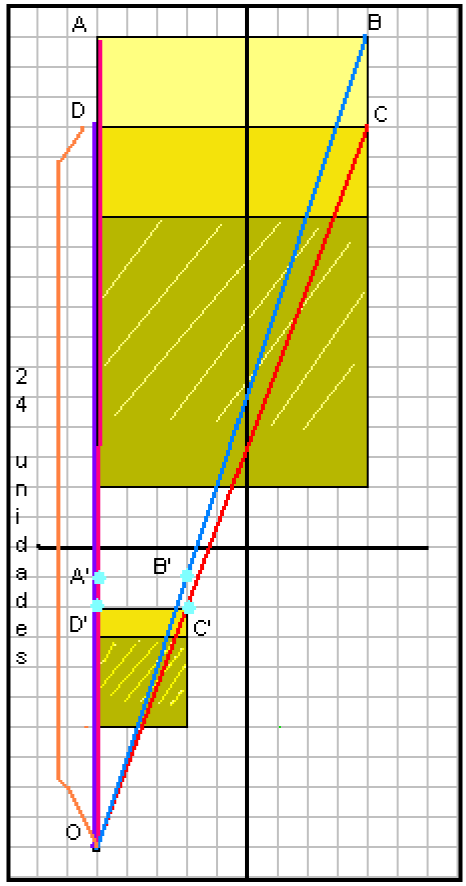
2. Se trazan rectas que salgan del punto O y que pasen por cada uno de los vértices del rectángulo.



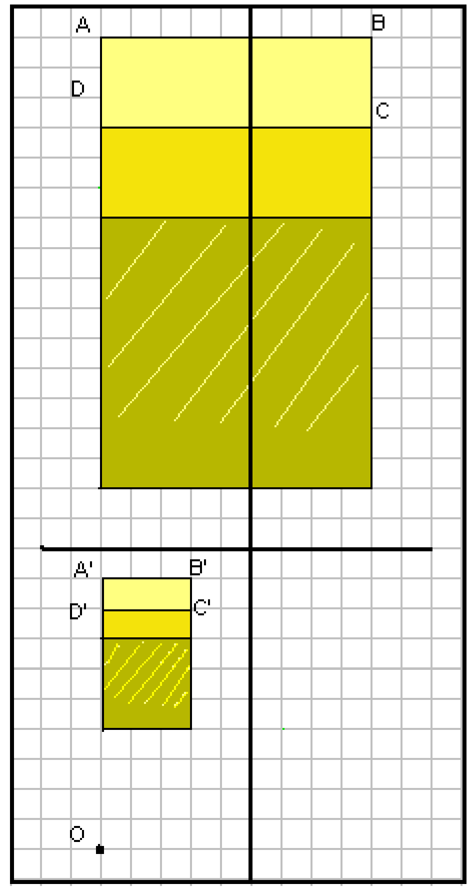
3. A continuación medimos la distancia entre el centro y cada vértice:



4. Luego dividimos la distancia, en el caso del vértice D, tenemos:
 24 / **3** unidades = 8 unidades, y medimos a partir del centro de la homotecia, sobre la recta que pasa por D la medida obtenida, para hallar la imagen del respectivo vértice. Hacemos lo mismo con los demás vértices.



5. Se unen con segmentos de recta los vértices consecutivos:



El rectángulo A’B’C’D’ es la imagen de ABCD por la homotecia H.

6. Al comparar los triángulos A’B’C’D’ y ABCD se pueden comprobar las tres características establecidas para homotecias:

a. Cada lado del rectángulo ABCD es paralelo al lado correspondiente del rectángulo A’B’C’D’, es decir:

AB II A’B’
BC II B’C’
CD II C’D’
DA II D’A’

b. Los ángulos correspondientes son congruentes:

$\angle A \cong \angle A'$,

$\angle B \cong \angle B'$,

$\angle C \cong \angle C'$.

$\angle D \cong \angle D'$.

c. Si se dividen las longitudes de los lados correspondientes de los rectángulos ABCD Y A’B’C’D’ se obtiene el mismo resultado; es decir, los lados son proporcionales:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\overline{D'A'}}{DA} = \frac{1}{3}$$

Por lo tanto:

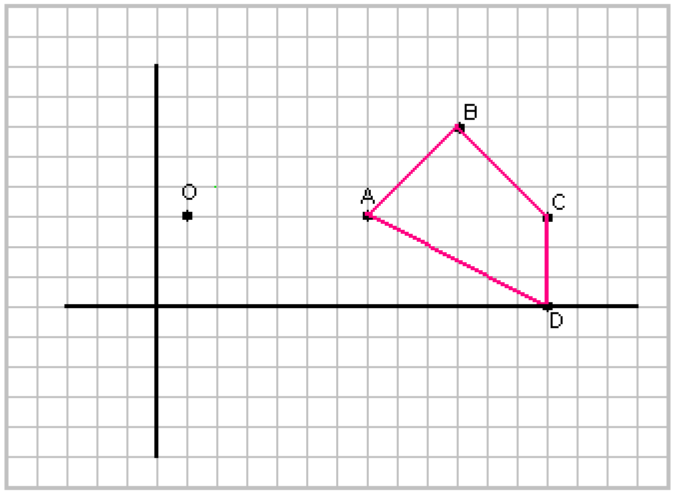
$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{CF}} = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{D'A'}}{\overline{DA}} = \frac{1}{3}$$

El valor 1/3 significa que la figura se ha REDUCIDO TRES VECES.

COMPRUEBA LO QUE HAS APRENDIDO

1. Los vértices de un triángulo son los puntos A(2,4); B(4,5) y C(3,2). Aplicar una homotecia cuyo centro sea el origen de coordenadas y cuyo factor de conversión es 3.

2. Reduce el polígono ABCD, aplicándole una homotecia cuyo centro es el punto (1,3) y factor de conversión es 1/3.

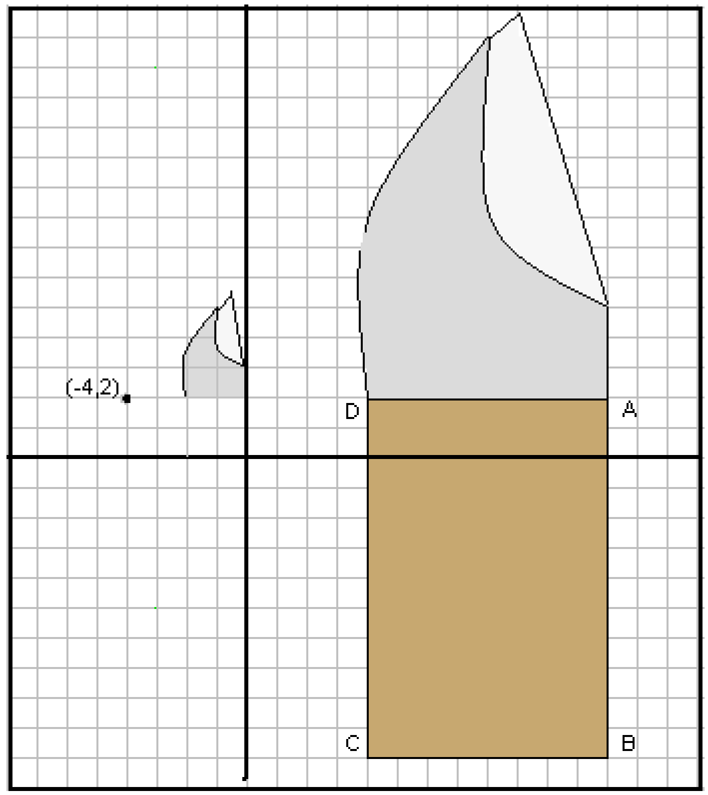


3. A continuación se da un polígono cuyos vértices son los puntos A(-3,5); B(4,10); C(12,9) y D(11,2). Aplica una homotecia cuyo centro sea el punto (2,-3) y factor de conversión igual a 3/2.

4. RETO

Un guerrero maya decidió cambiar el tamaño de una de sus armas ya que ésta era muy pesada y se le dificultaba transportarla. Así que limó la punta hasta obtener el tamaño deseado; sin embargo, la madera que la acompañaba, quedó sin cortar, porque el guerrero, no tenía la medida exacta.

Te invitamos a reconstruir el arma del guerrero maya con la ayuda de la homotecia de centro en el punto (-4,2) y factor de conversión ¼.



(-4,2)
D
A
C
B

5.4.3 Concepto de Semejanza: "LA SEMEJANZA EN LA CULTURA MAYA"

- PROPOSITO

Con esta actividad se pretende que el estudiante maneje el concepto de Semejanza, apoyado en algunos aspectos de la cultura maya que ya han sido estudiados como son, los atuendos, armas, días del calendario Tzolkin, entre otros, de tal manera que el estudiante esté en condiciones de reconocer cuando dos figuras dadas son semejantes y resuelva problemas aplicando los conceptos de homotecia y de semejanza.

- DESCRIPCION

En este proceso se pretende formalizar el concepto de Semejanza, utilizando como recursos didácticos algunos elementos de la cultura maya que han sido ya estudiados de tal manera que el estudiante pueda utilizar estas informaciones en la construcción del concepto y en la aplicación de sus propiedades. Para el desarrollo de esta temática se han planteado los siguientes pasos:

PASO 1: En este paso se mostrará el proceso que permite reconocer cuándo dos figuras son semejantes.

SUGERENCIA DIDACTICA

Para el desarrollo de esta temática, se dará a conocer el concepto de Semejanza, así como sus principales características, empleando como recursos de apoyo algunos aspectos de la cultura maya que permitan emplear este concepto en el reconocimiento de figuras semejantes.

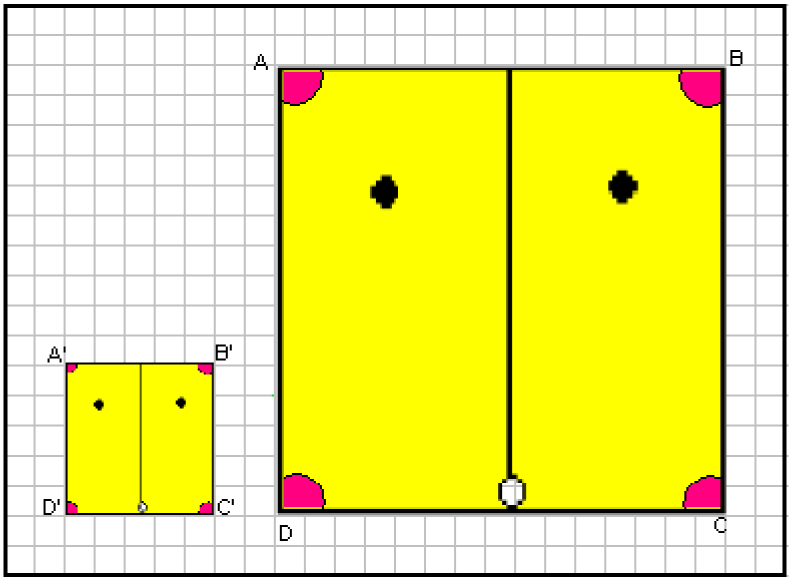
Para llevar a cabo lo anterior se empezará con un ejercicio que se espera, permita al estudiante construir las principales características que identifican una semejanza.

LOGRO
Conocer y aplicar el concepto y propiedades de la semejanza en distintas situaciones matemáticas.

INDICADORES DE LOGRO:
• Resuelve ejercicios que requieren la aplicación del concepto de semejanza y sus propiedades.
• Manifiesta creativamente sus ideas en la solución de ejercicios y retos relacionados con la semejanza y sus propiedades.

UN PASO HACIA LAS SEMEJANZAS

Las figuras que se presentan a continuación corresponden al día AHAU. Obsérvalas detenidamente y realiza las siguientes indicaciones:



1. Calcula las razones:

a. $\frac{AB}{A'B'} =$ b. $\frac{BC}{B'C'} =$

c. $\frac{CD}{C'D'} =$ d. $\frac{AD}{A'D'} =$

2. ¿Es cierto que $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DA}{D'A'}$?

3. Compara la medida de los siguientes ángulos:

a. $\angle A$ con $\angle A'$
b. $\angle B$ con $\angle B'$
c. $\angle C$ con $\angle C'$
d. $\angle D$ con $\angle D'$

¿Qué puedes concluir?

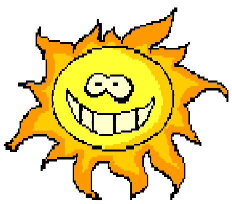
Como nos dimos cuenta, los cuadrados ABCD y A'B'C'D' tenían:

- Proporcionales, sus lados correspondientes.

- Y sus ángulos correspondientes Iguales(Congruentes),

Decimos entonces que estos son POLÍGONOS SEMEJANTES y escribimos ABCD ~ A'B'C'D'.

El signo ~ significa SEMEJANTE CON y es equivalente a decir TIENE LA MISMA FORMA QUE.



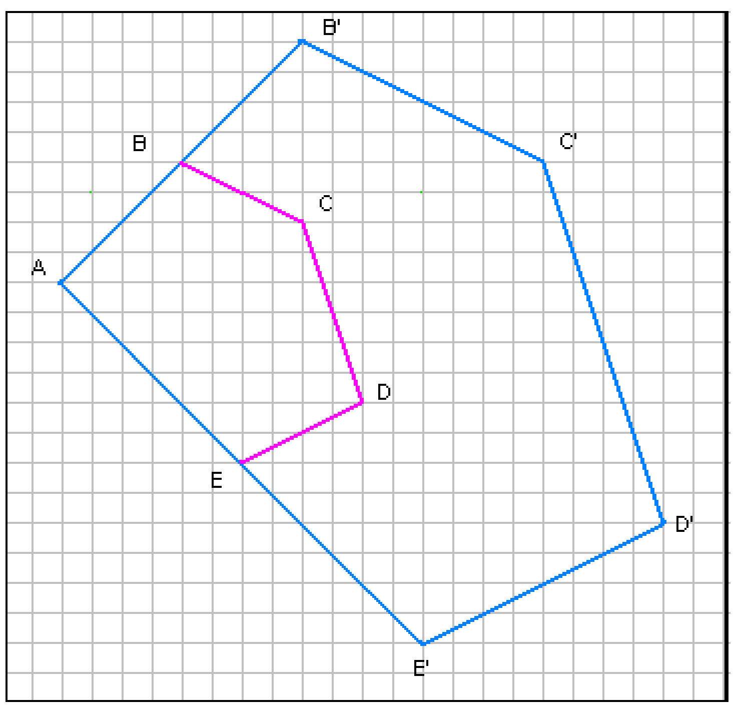
RECUERDA

Se dice que dos polígonos son semejantes cuando tienen la misma forma, pero diferente tamaño; por lo tanto podemos establecer una correspondencia entre sus lados y sus ángulos de tal manera que:

- **Sus lados correspondientes son proporcionales**
- **Sus ángulos correspondientes son iguales (congruentes).**

Cuando a una figura le aplicamos una homotecia, la imagen que se obtiene es semejante a la figura dada.

EJEMPLO 1



¿Son semejantes los polígonos ABCDE y A'B'C'D'E'?

SOLUCION: Para comprobar que los polígonos son semejantes seguimos los siguientes pasos:

1. Verificamos si sus lados son proporcionales, para ello calculemos la razones de sus lados:

a. $\frac{A'B'}{AB} = \frac{5,6}{2,8} = 2$

b. $\frac{B'C'}{BC} = \frac{4,6}{2,3} = 2$

c. $\frac{C'D'}{CD} = \frac{6,4}{3,2} = 2$

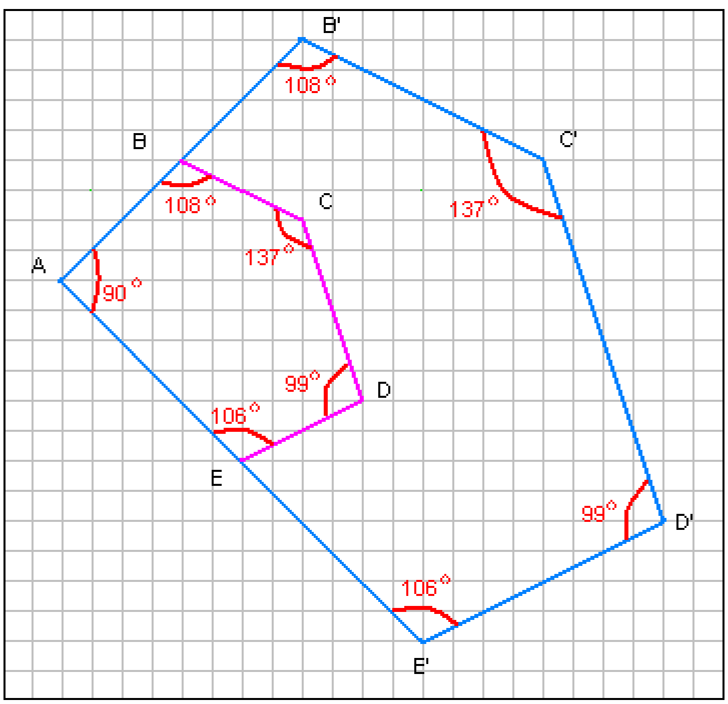
d. $\frac{D'E'}{DE} = \frac{4,4}{2,2} = 2$

e. $\frac{E'A'}{EA} = \frac{8,6}{4,3} = 2$

Por tanto:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'E'}{DE} = \frac{E'A'}{EA} = 2$$

2. Ahora comprobamos que los ángulos son congruentes (iguales):



Por lo tanto:

$\angle A = \angle A' = 90^0$

$\angle B = \angle B' = 108^0$

$\angle C = \angle C' = 137^0$

$\angle D = \angle D' = 99^0$

$\angle E = \angle E' = 106^0$

De ahí que los polígonos ABCDE y A'B'C'D'E' tienen:

- Proporcionales, sus lados correspondientes.
- Y Congruentes los ángulos.

Por lo tanto el polígono ABCDE es SEMEJANTE al polígono A'B'C'D'E', lo cual se expresa como:

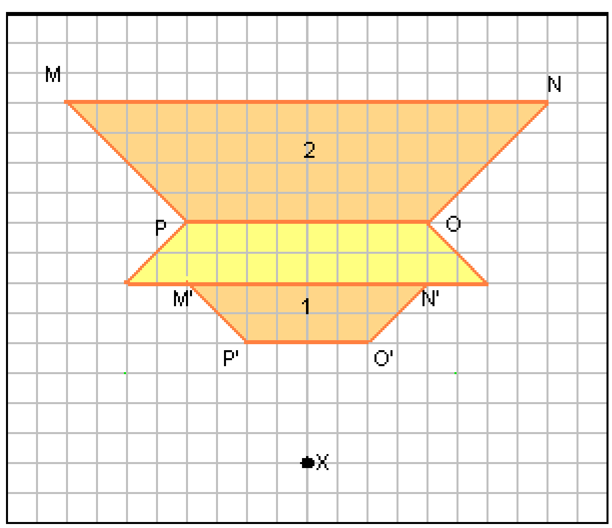
ABCDE ~ A'B'C'D'E'

Con un factor de proporcionalidad o razón de semejanza igual al cociente de los lados proporcionales, es este caso 2.

De otra manera, al aplicar al polígono ABCDE una homotecia H de factor 2 y centro A, se obtiene el polígono A'B'C'D'E' semejante al dado.

EJEMPLO 2

Observa la cerámica del periodo que se presenta a continuación y comprueba si los polígonos 1 y 2 son semejantes.



SOLUCION: Para comprobar que los polígonos son semejantes seguimos los siguientes pasos:

1. Verifiquemos si los lados correspondientes de los polígonos 1 y 2 son proporcionales, para ello calculemos la razones de sus lados:

a. $\frac{M'N'}{MN} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

b. $\frac{N'O'}{NO} = \frac{1{,}5}{3} = \frac{1}{2}$

c. $\frac{O'P'}{OP} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

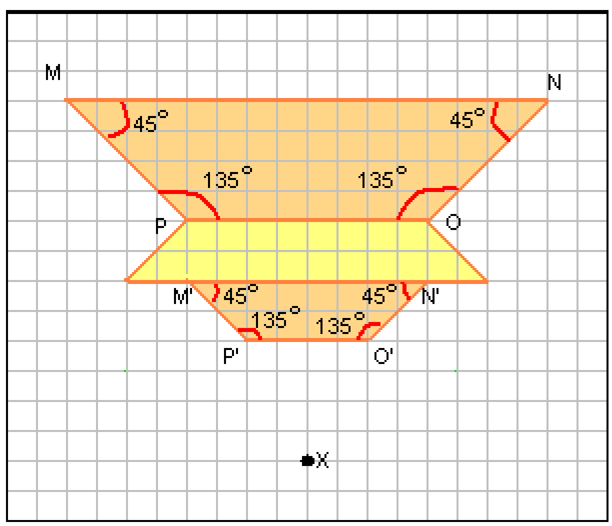
d. $\frac{P'M'}{PM} = \frac{1{,}3}{3} = \frac{1}{2}$

Por tanto:

$$\frac{M'N'}{MN} = \frac{N'O'}{NO} = \frac{O'P'}{OP} = \frac{P'M'}{PM} = \frac{1}{2}$$

La razón de semejanza o factor de proporcionalidad entre los polígonos MNOP y M'N'O'P' es ½.

2. Ahora comprobamos que los ángulos son congruentes (iguales):



Por lo tanto:

$\angle M = \angle M' = 45^0$

$\angle N = \angle N' = 45^0$

$\angle O = \angle O' = 135^0$

$\angle P = \angle P' = 135^0$

De ahí que los polígonos MNOP y M'N'O'P' tienen:

▪ Proporcionales, sus lados correspondientes.
▪ Y Congruentes los ángulos.

Por lo tanto el polígono MNOP es SEMEJANTE al polígono M’N’O’P’:

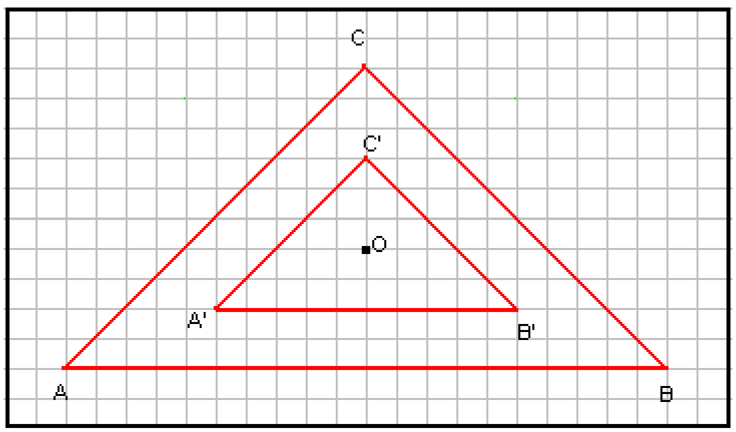
MNOP ~ M’N’O’P’

De otra manera, al aplicar al polígono MNOP una homotecia H de factor ½ y centro X, se obtiene el polígono M’N’O’P’ semejante al dado.

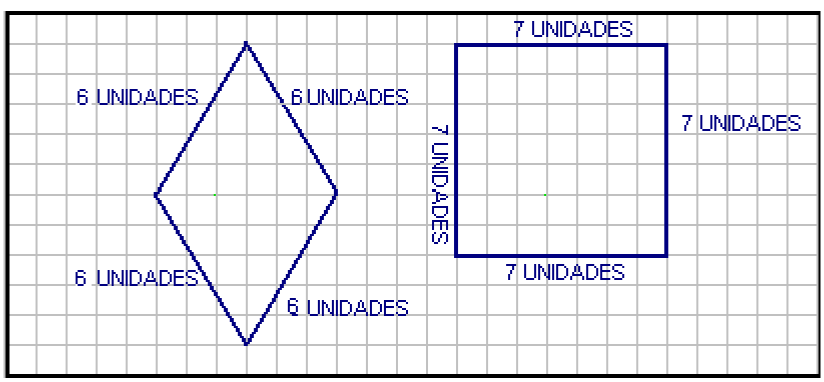
COMPRUEBA LO QUE HAZ APRENDIDO

Pon en práctica tus conocimientos en los siguientes ejercicios:

1. Comprueba que los triángulos ABC y A’B’C’ son semejantes:



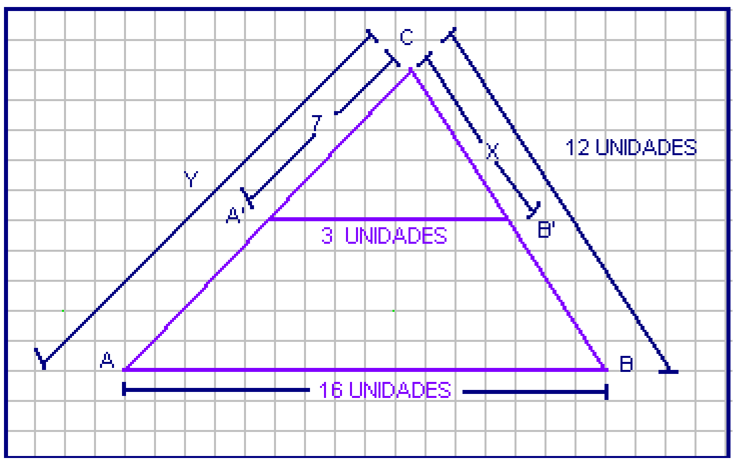
2. Fíjate bien en los siguientes cuadriláteros:



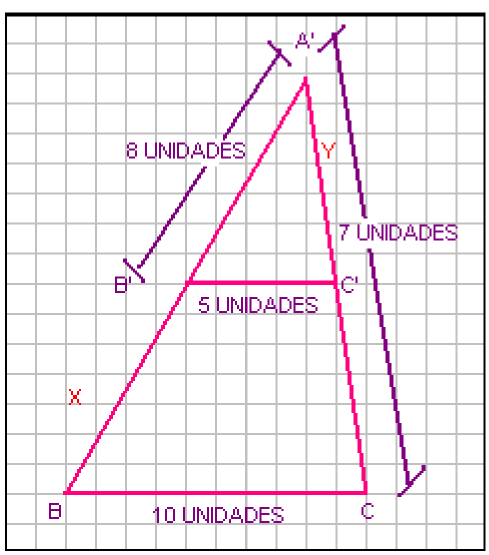
¿Son proporcionales sus lados correspondientes?
¿Son iguales sus ángulos correspondientes?
¿Son éstos polígonos semejantes?, ¿Por qué?

RETOS

1. Dados los triángulos ABC Y A’B’C’ completa las medidas que faltan de manera que el triángulo ABC sea semejante con el triángulo A’B’C’.



2. Dados los triángulos ABC Y A’B’C’ completa las medidas que faltan de manera que el triángulo ABC sea semejante con el triángulo A’B’C’.



5.4.4 Refuerzo sobre Homotecias y Semejanzas: “REALIZANDO HOMOTECIAS Y SEMEJANZAS EN EL CIELO MAYA”.

- PROPOSITO

Esta actividad pretende reforzar el concepto de Homotecia y de Semejanza a través del Geoplano Maya; el cual, permitirá aplicar estos conceptos de una manera agradable y lúdica, al mismo tiempo que exigirá en el estudiante, poner en practica todo lo relacionado con la temática vista hasta el momento referida a Homotecias y Semejanzas.

- DESCRIPCION

Para el desarrollo de la temática de refuerzo se han planteado los siguientes pasos:

PASO 1: En este paso se pretende reforzar los conceptos de Homotecia y Semejanza dando dos ejemplos y proponiendo algunos ejercicios apoyados en el Geoplano Maya.

SUGERENCIA DIDÁCTICA

Para el desarrollo de esta actividad los alumnos formarán equipos de dos integrantes con la coordinación continua del profesor. El material de cada grupo de estudiantes, tendrá las siguientes características:

3. Se utilizará preferiblemente un cuadrado de 32x 32 cm de lado (en madera o en cartón) con una malla de puntillas. Este cuadrado tendrá las características de un geoplano con las coordenadas de un plano cartesiano. Es decir tendrá cuadrantes tanto positivos como negativos.

4. El material contará con resortes y chaquiras que permitirán realizar las ampliaciones y reducciones requeridas en cada caso, además de servir como apoyo para la identificación de figuras semejantes.

LOGRO
Usar las propiedades de la homotecia y semejanza en diversas situaciones para reforzar esta temática.

INDICADORES DE LOGRO:
• Relaciona los conocimientos conceptuales de homotecia y semejanza con el geoplano maya en la solución de diversas

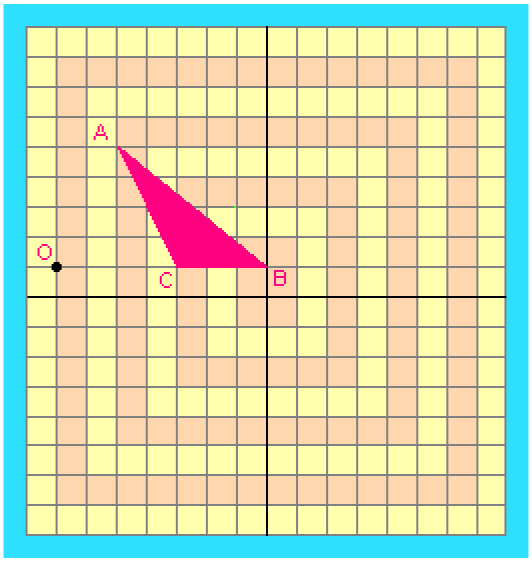
	situaciones matemáticas.
•	Demuestra interés por el trabajo en equipo relacionándose de manera adecuada con sus compañeros.

LAS HOMOTECIAS Y SEMEJANZAS EN EL GEOPLANO MAYA

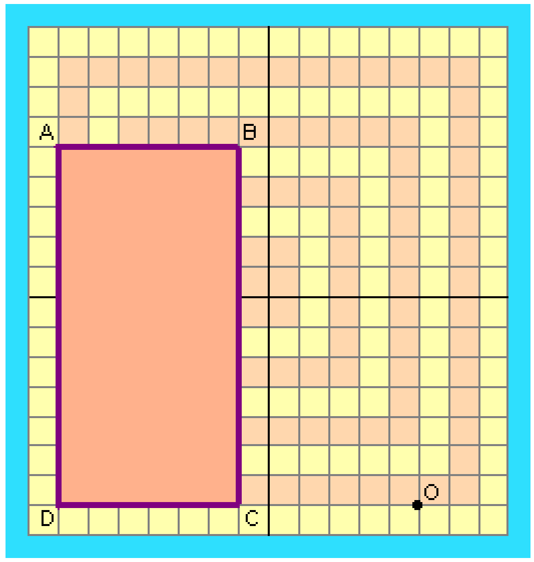
Reforcemos nuestros conocimientos en las siguientes actividades:

1. Utilizando en cada situación el número de chaquiras y cauchos que se requieran, realiza las homotecias que se indican a continuación:

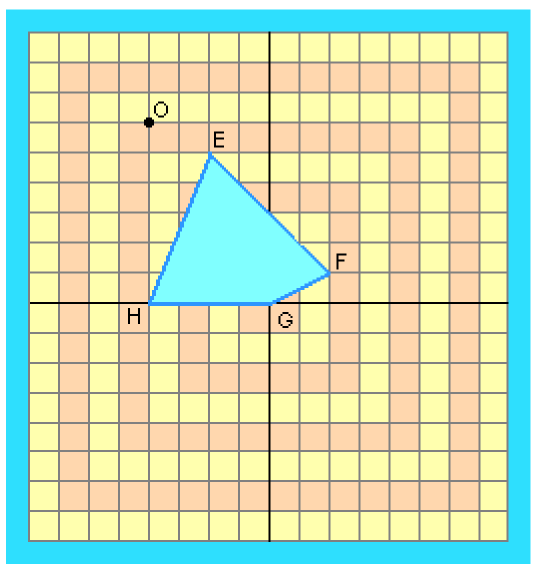
a. Toma cuatro chaquiras de color y ubica tres de ellas en las siguientes coordenadas: A(-5,5), B(0,1), C(-3,1). Luego, con ayuda de los cauchos, une las chaquiras para formar el triángulo ABC. La última chaquira ubícala en la coordenada O(-7,1). Ahora aplica al triángulo ABC una homotecia H, con factor de conversión 2 y centro en el punto O.



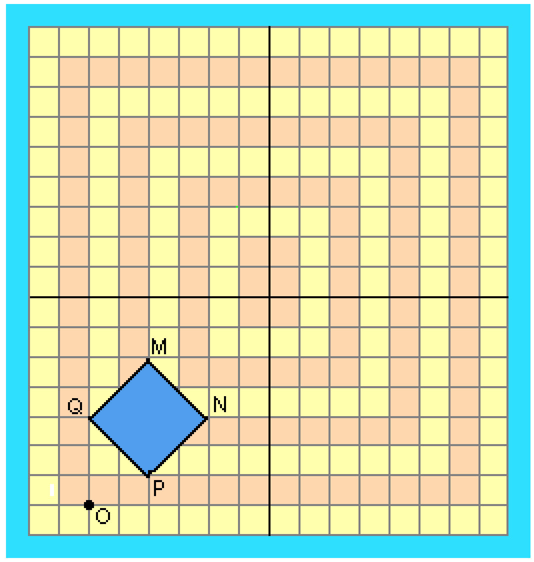
b. Ahora toma cinco chaquiras de colores y ubica cuatro de ellas en las siguientes coordenadas: A(-7,5), B(-1,5), C(-1,7), D(-7,-7). Luego, con ayuda de los cauchos, une las chaquiras para formar el polígono ABCD. La última chaquira ubícala en la coordenada O(5,-7). Ahora aplica al polígono ABCD una homotecia H, con factor de conversión 1/3 y centro en el punto O.



c. Toma cuatro chaquiras de color y ubica tres de ellas en las siguientes coordenadas: E(-2,5), F(2,1), G(0,0), H(-4,0). Luego, con ayuda de los cauchos, une las chaquiras para formar el triángulo ABC. La última chaquira ubícala en la coordenada O(-4,6). Ahora aplica al triángulo ABC una homotecia H, con factor de conversión 3/2 y centro en el punto O.

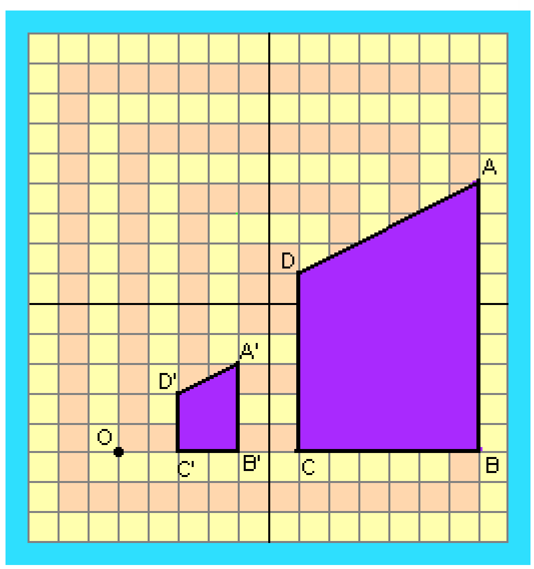


d. Toma cuatro chaquiras de color y ubica tres de ellas en las siguientes coordenadas: M(-4,-2), N(-2,-4), P(-4,-6), Q(-6,-6). Luego, con ayuda de lo s cauchos, une las chaquiras para formar el triángulo ABC. La última chaquira ubícala en la coordenada O(-6,7). Ahora aplica al triángulo ABC una homotecia H, con factor de conversión 3 y centro en el punto O.



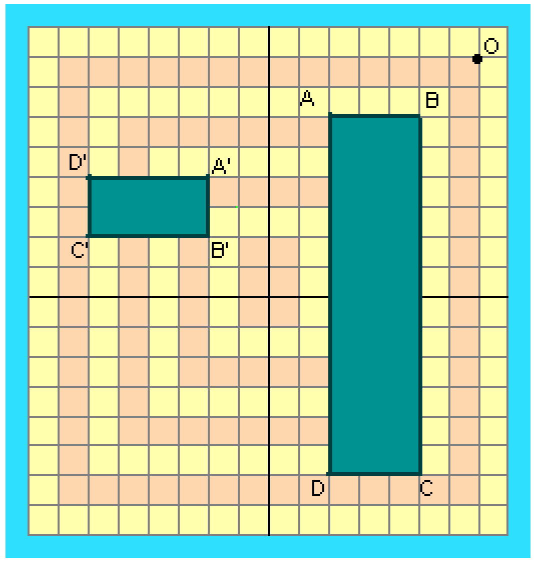
2. Pasa a tu cuaderno cada uno de los polígonos que redujiste o ampliaste en los 4 pasos anteriores y determina si existe una relación de semejanza entre el polígono original y su respectiva homotecia.

3. Ubica los polígonos MNOPQ y M'N'P'O'Q' en el geoplano maya tal y como se indica a continuación:

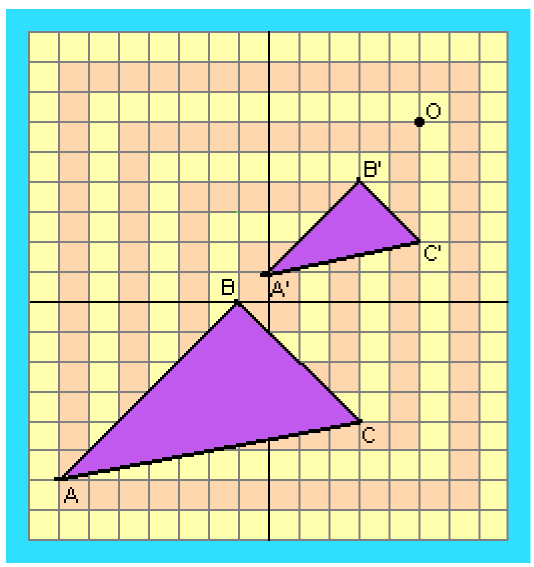


Ahora utilizando chaquiras y cauchos, encuentra el centro de la homotecia y el factor de conversión.

5. Determina si en las siguientes figuras se ha aplicado una homotecia o no:



6. Determina si las siguientes figuras son semejantes o no:



7. Crea tanto en el geoplano maya como en tu cuaderno de trabajo, 3 figuras y aplícales a cada una de ellas una homotecia de factor 3.

5.4.5 Evaluación 4

- PROPOSITO

Realizar una valoración global sobre el grado de madurez conseguido en el dominio de las Homotecias y Semejanzas.

- DESCRIPCION

En esta actividad se pretende presentar una sugerencia de evaluación que consideramos puede valorar en forma integral el proceso que se llevó a cabo en la enseñanza de las Homotecias y Semejanzas.

LOGRO
Valorar el desempeño del estudiante al resolver diversas situaciones que involucran homotecias y semejanzas.

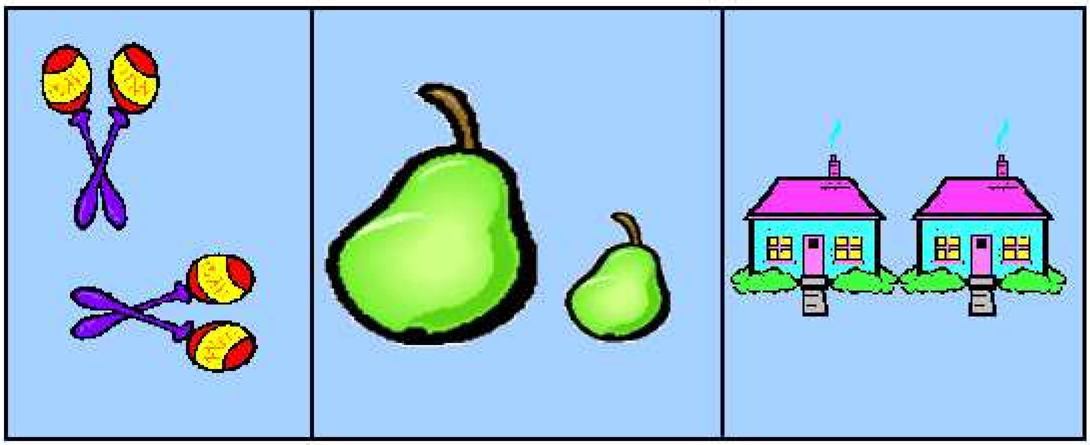
INDICADORES DE LOGRO
En los numerales 1 y 2 se desea evaluar la asimilación visual que tiene el estudiante sobre el concepto de Homotecia.
En el numeral 3 se pretende identificar la concepción que tiene el alumno sobre el concepto de Homotecia.
En los numerales 4 y 5 el estudiante debe ser capaz de identificar las propiedades de una homotecia y realizar ampliaciones y reducciones de algunas figuras geométricas.
En el numeral 6 se evaluará como el estudiante aplica correctamente el concepto de homotecia en el plano cartesiano.
Finalmente en el numeral 7 se propondrán algunas situaciones que le permitan al estudiante aplicar el concepto de semejanza con sus respectivas propiedades en la identificación de figuras semejantes.

EVALUACIÓN DE GEOMETRÍA:

HOMOTECIAS Y SEMEJANZAS

NOMBRE:______________________GRADO:______ FECHA:____________

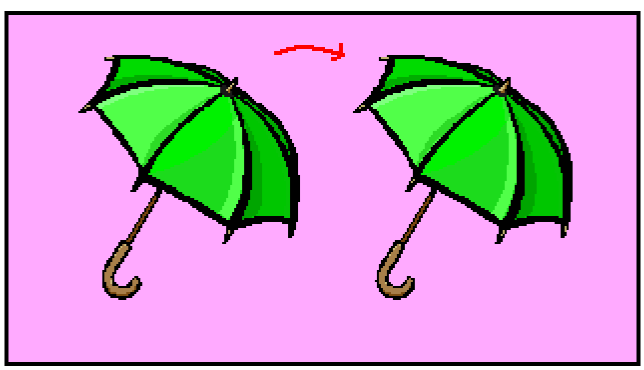
1. De las siguientes situaciones, señala la que corresponde a una Homotecia:



1 2 3

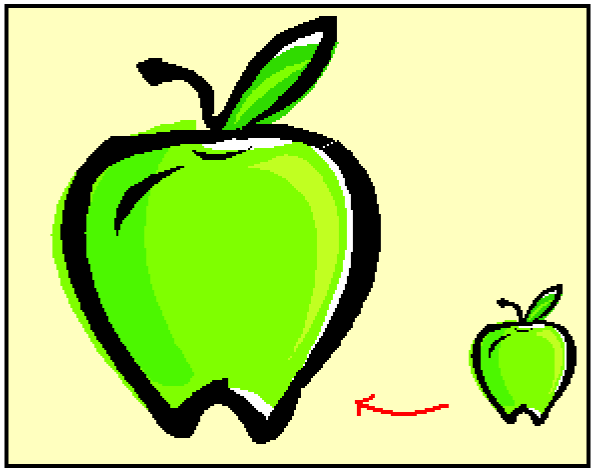
2. Observa las siguientes figuras y determina en cada una de ellas si se aplicó o no una ampliación o una reducción. Justifica tu respuesta.

a.

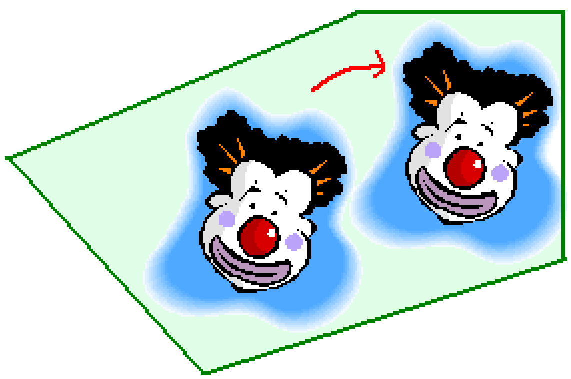


____
____
____
____
____
____

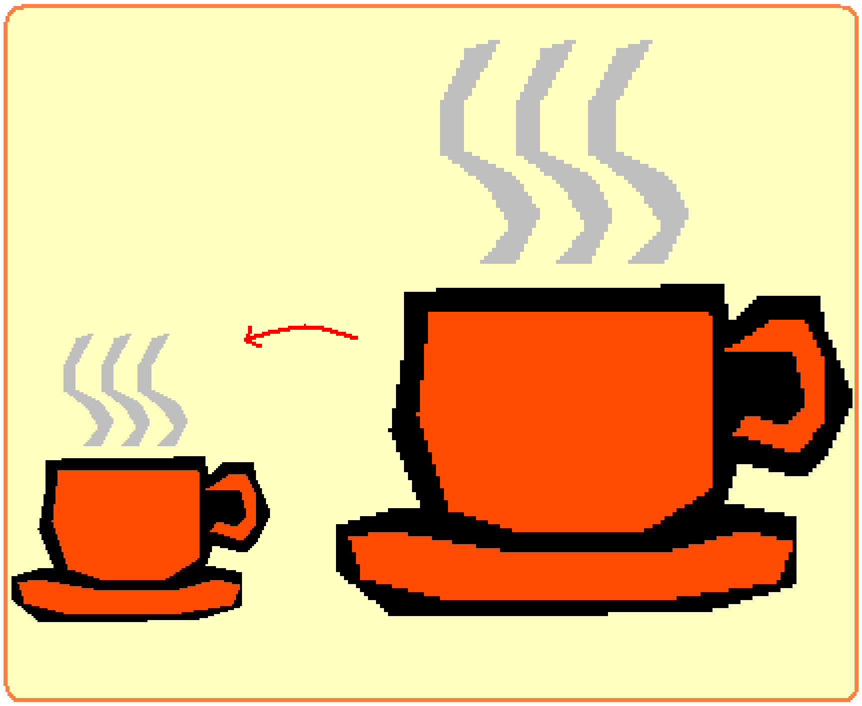
b.



c.



d.



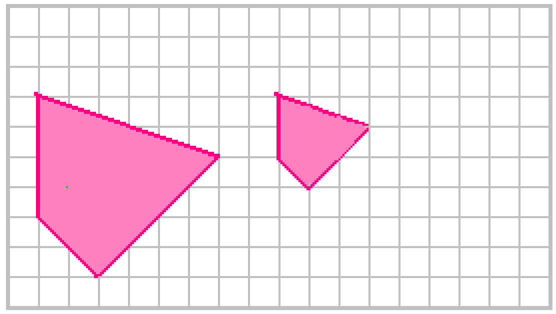
____
____
____
____
____
____
____.

3. Anota lo que entiendes por Homotecia e identifica sus principales características:

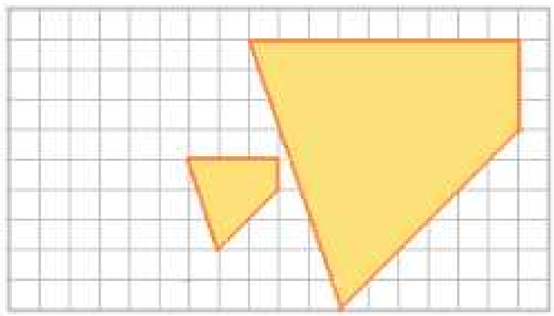
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____.

4. En los siguientes gráficos una de las figuras se transformó en la otra mediante una homotecia, dibuja el centro de la homotecia:

a.

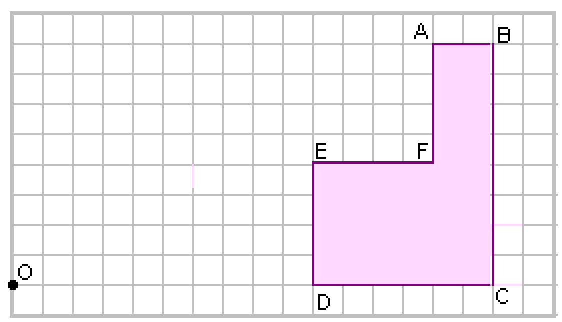


b.

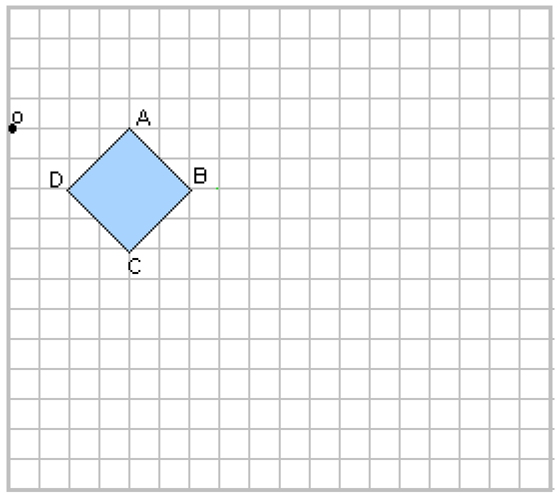


5. Realizar las Homotecias que se indican en cada numeral:

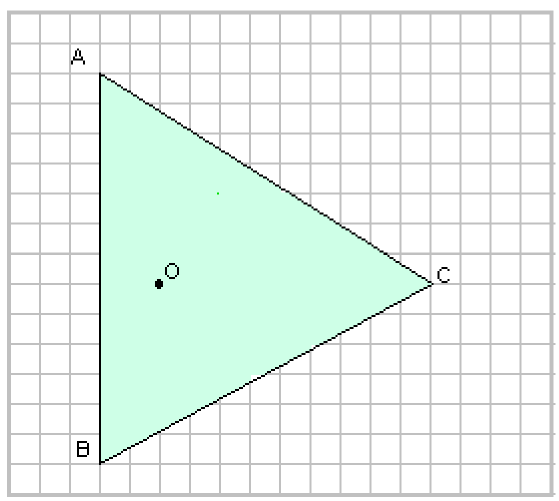
a. Encuentra la Reducción de la figura con respecto al centro de homotecia O y factor de conversión 1/3.



b. Aplica al polígono ABCD una homotecia H, con factor de conversión 3 y centro en el punto O:



c. Encuentra la reducción de la figura con respecto al centro de homotecia O y factor de conversión 1/2:



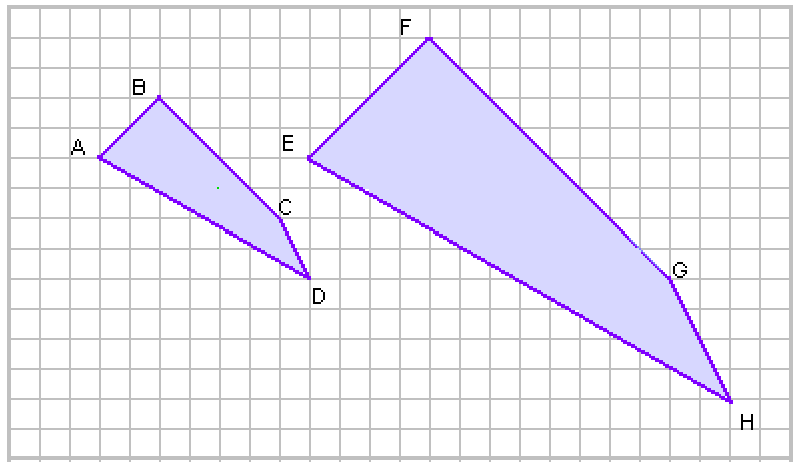
6. Realizar en el plano cartesiano las homotecias que se indican en cada numeral:

d. Dibujar en el plano cartesiano el polígono cuyos vértices son A (3,-1), B (1,2), C (3,4) y D (5,4). Hallar su imagen mediante la homotecia H, cuyo centro es el punto P (-1,-1) y cuyo factor de conversión es 4.

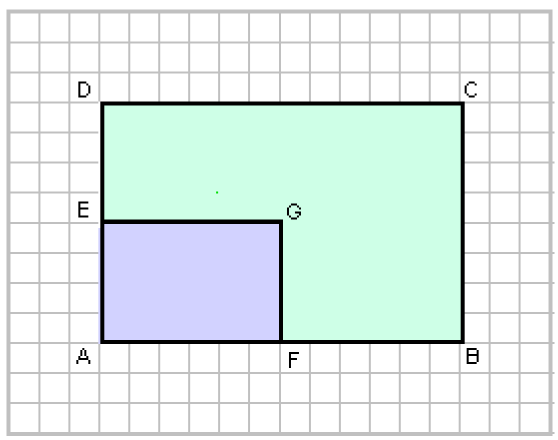
e. Dibujar en el plano cartesiano el polígono de vértices M (-1,5), T(3,0), W(0,-4) y B(-1,0). Hallar su imagen mediante la homotecia H, cuyo centro es el punto P(3,3) y cuyo factor de conversión es 1.

7. Determina en los siguientes literales si existe una relación de semejanza entre las figuras dadas:

a.



b.



5.5 UNIDAD

5 CONGRUENCIAS

5.5.1 Formalización del concepto de Congruencia: “CONGRUENCIAS EN LA CULTURA MAYA”

- PROPOSITO

Con base en algunos aspectos relacionados con la cultura maya que ya se han estudiado y teniendo en cuenta algunas situaciones nuevas se pretende realizar un primer acercamiento al concepto de congruencia de tal manera que puedan utilizar esta información en la construcción del concepto para luego formalizarlo identificando sus propiedades.

- DESCRIPCION

Para el desarrollo de esta temática se han planteado los siguientes pasos:

PASO 1

En este paso se pretende acercar al estudiante a la noción de congruencia a través de diversos ejercicios entre ellos la superposición de figura que se encuentran presentes en algunos aspectos de la cultura maya.

SUGERENCIA DIDACTICA

Para desarrollar esta primera parte de la actividad se procederá a superponer figuras de tal manera que el estudiante observe que éstas coinciden entre ellas en todos sus puntos. Para ello se emplearán láminas con diversas imágenes relacionadas en su mayoría con la cultura maya que permitan además de manipularlas con facilidad, tener una mejor aproximación al concepto de congruencia, para luego identificar esta noción en la identificación de figuras congruentes.

LOGRO
Conocer y manejar las principales características de la congruencia de figuras.

INDICADORES DE LOGRO:
• Se apoya en la observación, superposición y reconstrucción de algunas figuras presentes en algunos aspectos de la cultura maya para la comprensión del concepto de homotecia.
• Resuelve situaciones que requieren de la utilización del concepto de congruencia y sus propiedades.
• Refuerza sus conocimientos conceptuales asociados a la congruencia con ejercicios de aplicación.

FIGURAS CONGRUENTES

Dados los siguientes pares de figuras, recórtalos y determina si al superponerlas coinciden de manera perfecta, en caso contrario justifica la razón por la cuál no se cumple esta condición.

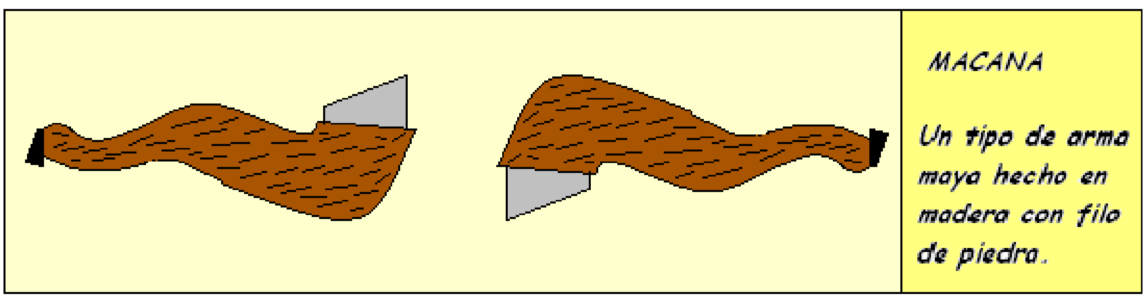


FIG. a

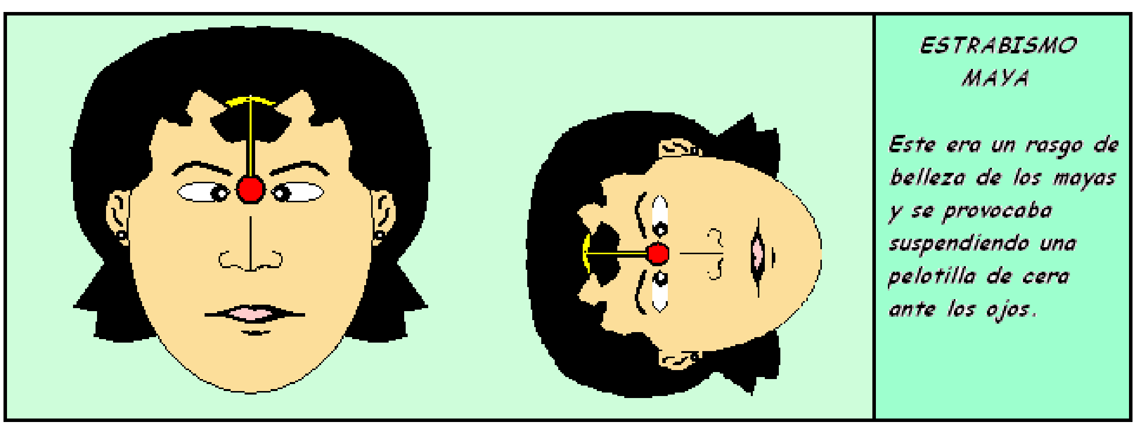


FIG. b

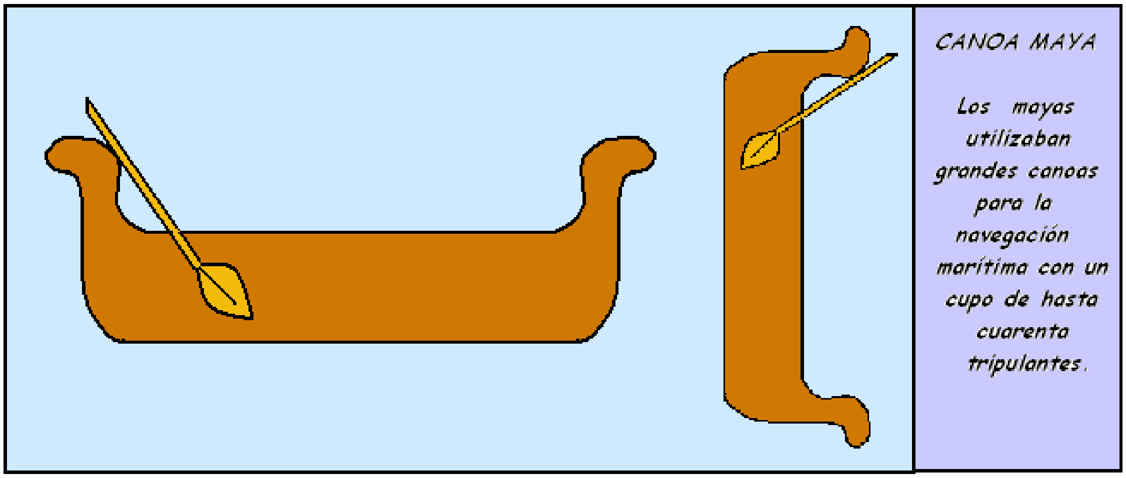


FIG. c

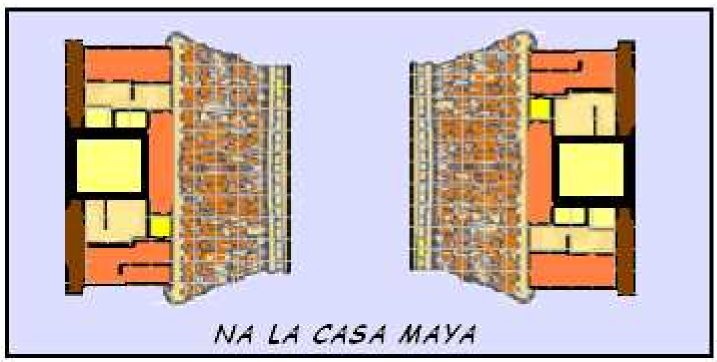


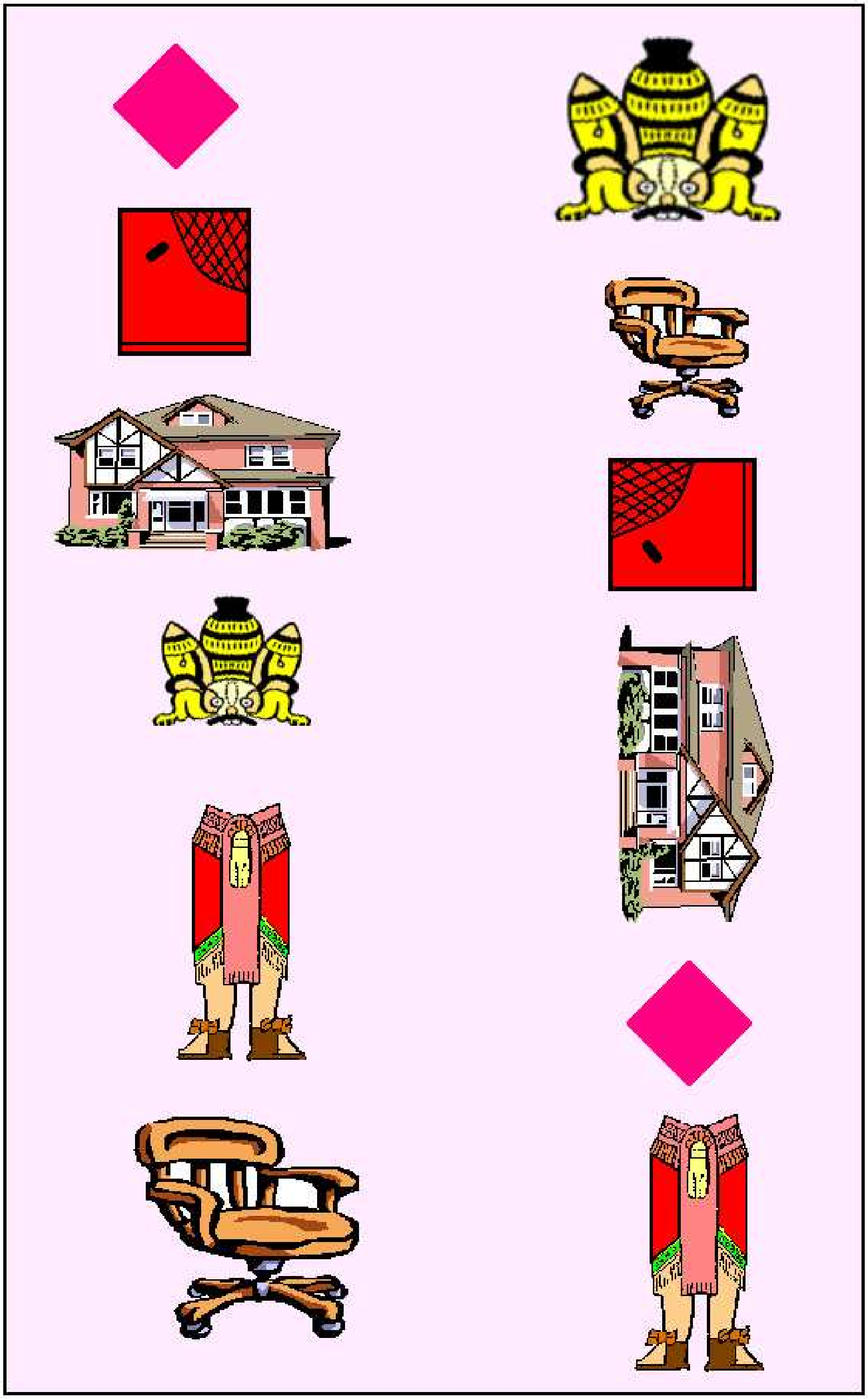
FIG. d

De lo anterior podemos definir que:

aquellas figuras que al superponerse unas con otras coinciden en todos sus puntos, son llamadas FIGURAS CONGRUENTES.

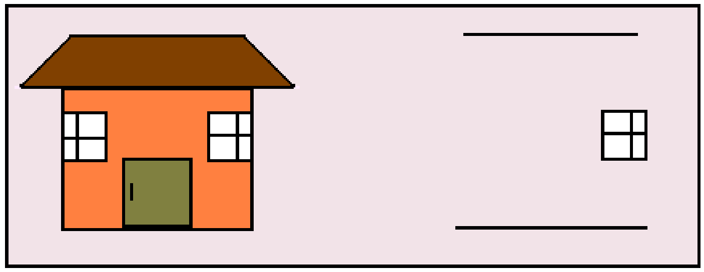
¡ VAMOS A VER CUANTO HEMOS APRENDIDO!

Une con una flecha las figuras que consideres son congruentes:

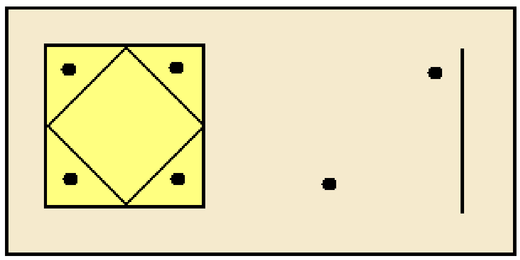


1. Completa las figuras de la derecha de tal manera que éstas sean congruentes con las figuras de la izquierda:

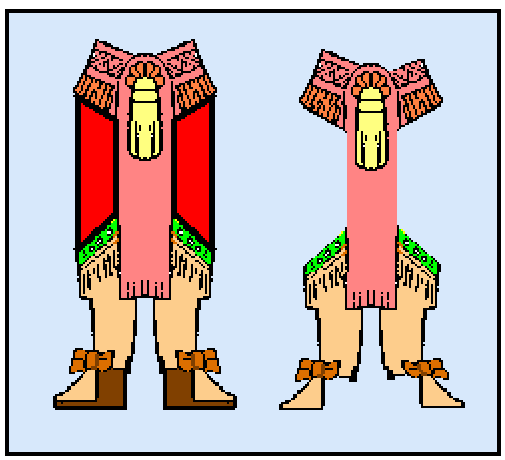
a.



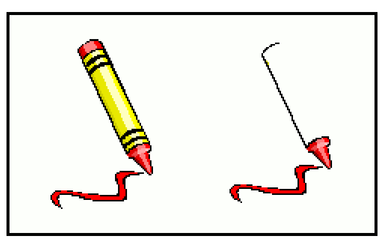
b.



c.



d.



PASO 2

En este paso se pretende formalizar el concepto de congruencia, de tal manera que el estudiante pueda identificar las principales características que determinan cuando dos figuras son congruentes.

SUGERENCIA DIDÁCTICA

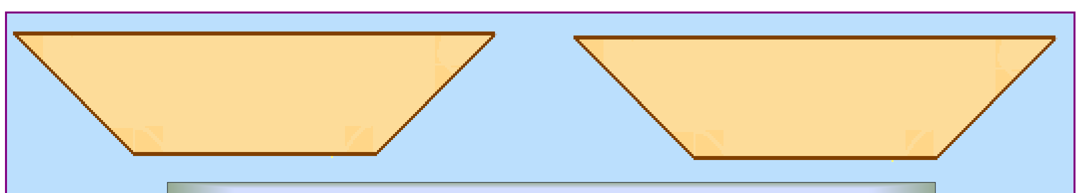
Para el desarrollo de esta parte de la actividad, se pretende después de formalizar el concepto de congruencia, analizar distintas figuras geométricas presentes en su mayoría en la cultura maya, para encontrar en ellas las condiciones que determinan cuando dos figuras son congruentes.

CONGRUENCIA

Figuras congruentes son todas aquellas que al superponerse coinciden en todos sus puntos, es decir, las figuras deben tener, lados de igual longitud y ángulos con la misma medida.

EJEMPLO 1

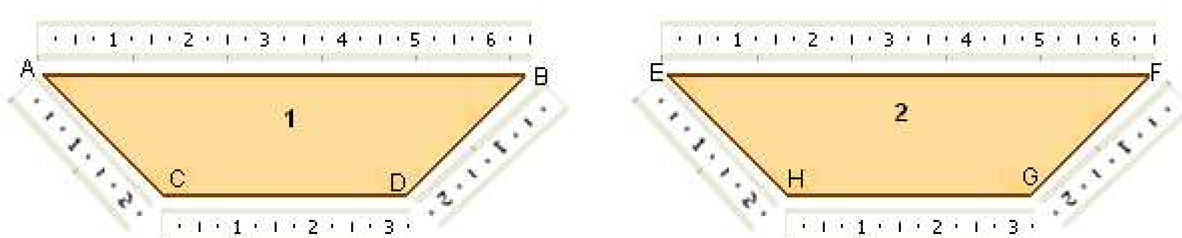
Verifiquemos si las siguientes figuras son congruentes:



CERÁMICA MAYA DEL PERIODO CHICANEL

a. Comprobemos si los segmentos que conforman las figuras tienen la misma longitud.

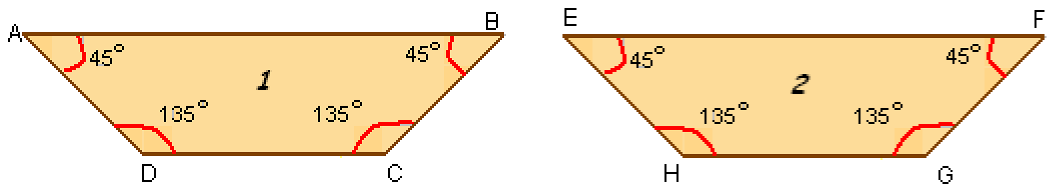
Para ello midamos con una regla los lados de ambas cerámicas:



Las medidas obtenidas son:

Polígono 1:	Polígono 2:
AB = 6,5 cm	EF = 6,5 cm
BC = 2,25 cm	FG = 2,25 cm
CD = 3,25 cm	GH = 3,25 cm
DA = 2,25 cm	HE = 2,25 cm

b. Ahora comprobemos si los ángulos, en las dos cerámicas tienen la misma medida:



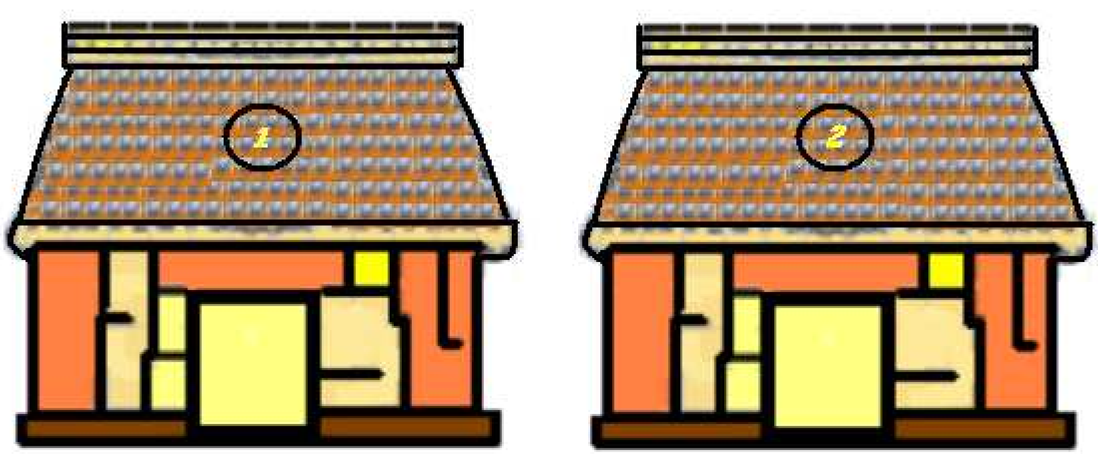
Los ángulos obtenidos son:

$\angle A = 45^0$	$\angle E = 90^0$
$\angle B = 45^0$	$\angle F = 90^0$
$\angle C = 135^0$	$\angle G = 90^0$
$\angle D = 135^0$	$\angle H = 90^0$

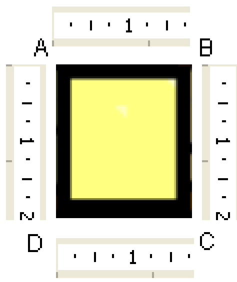
De los dos pasos anteriores podemos concluir que las cerámicas 1 y 2 son congruentes, ya que tienen segmentos de igual longitud y ángulos de igual medida.

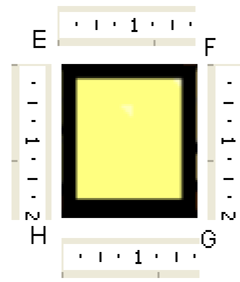
EJEMPLO 2

Veamos si las dos puertas de las casas mayas que se presentan a continuación son congruentes:



Para ello debemos verificar primero, con la ayuda de una regla si los segmentos que forman las dos puertas tienen la misma longitud respectivamente:

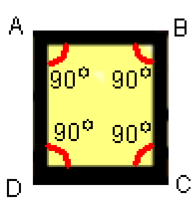




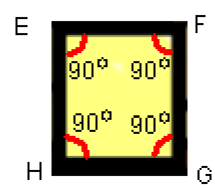
Las medidas obtenidas son:

Puerta 1	Puerta 2
AB = 1.75 Cm	EF = 1.75 Cm
BC = 2 Cm	FG = 2 Cm
CD = 1.75 Cm	GH = 1.75 Cm
DA = 2 Cm	HE = 2 Cm

Ahora comprobamos si los ángulos en las dos puertas tienen la misma medida.



Puerta 1



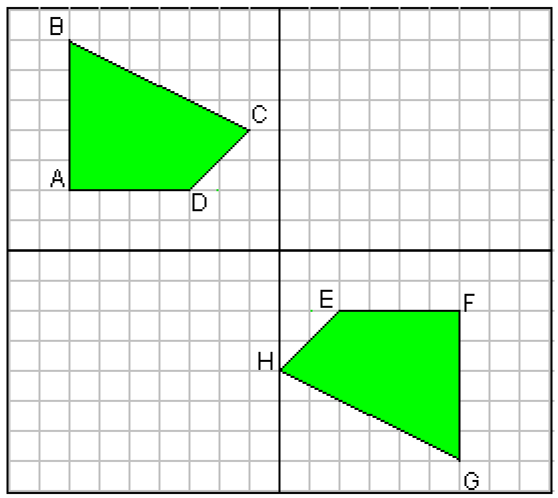
Puerta 2

Puerta 1	Puerta 2
$\angle A = 90^0$	$\angle E = 90^0$
$\angle B = 90^0$	$\angle F = 90^0$
$\angle C = 90^0$	$\angle G = 90^0$
$\angle D = 90^0$	$\angle H = 90^0$

De los dos pasos anteriores podemos concluir que las puertas de la casa 1 y de la casa 2 son congruentes ya que tienen segmentos de igual longitud y ángulos de igual medida.

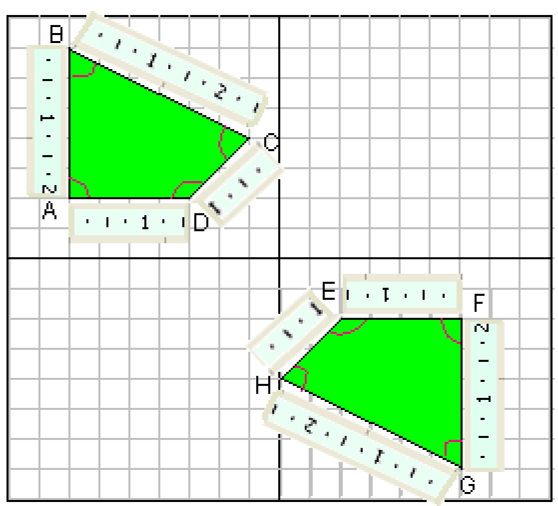
EJEMPLO 3

A continuación se presentan en el plano cartesiano los polígonos ABCD de coordenadas A(-7,2); B(-7,7) ; C(-3,2) ; D(-3,4) y EFGH de coordenadas E(2,-2) ; F(6,-2) ; G(6,-7) ; H(0,-4). Veamos si éstos, son congruentes:



a. Comprobemos si los segmentos que conforman a cada uno de los polígonos tienen la misma longitud.

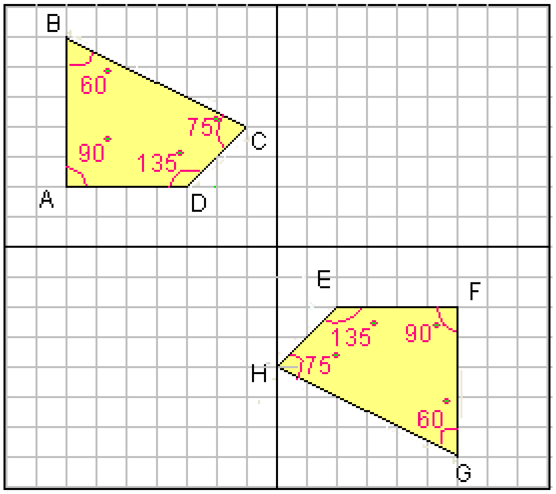
Para ello midamos con una regla los lados de ambos polígonos:



Las medidas obtenidas son:

Polígono ABCD	Polígono EFGH
AB = 2 Cm	FG = 2 Cm
BC = 2,5 Cm	GH = 2,5 Cm
CD = 1 Cm	HE = 1 Cm
DA = 1,5 Cm	EF = 1,5 Cm

b. Ahora comprobemos si los ángulos, en los dos polígonos tienen la misma medida:



Los ángulos obtenidos son:

Polígono ABCD	Polígono EFGH
$\angle A = 90^0$	$\angle F = 90^0$
$\angle B = 60^0$	$\angle G = 60^0$
$\angle C = 75^0$	$\angle H = 75^0$
$\angle D = 135^0$	$\angle E = 135^0$

De los dos pasos anteriores podemos concluir que los polígonos 1 y 2 son congruentes ya que tienen segmentos de igual longitud y ángulos de igual medida.

PASO 3

En este paso se pretende reforzar el concepto de congruencia a través de distintas figuras geométricas presentes en su mayoría en la cultura maya, lo que permitirá al estudiante poner en práctica la temática que se ha estudiado.

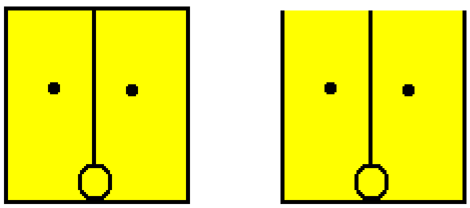
AHORA ES TURNO DE QUE PONGAS EN PRACTICA LO APRENDIDO

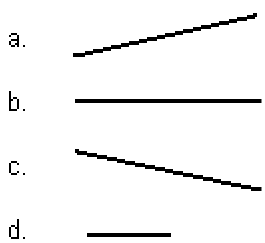
1. ¿Cuando dos figuras son congruentes?

2. ¿Cuáles son los criterios que se deben tener en cuenta a la hora de comprobar si dos figuras son congruentes?

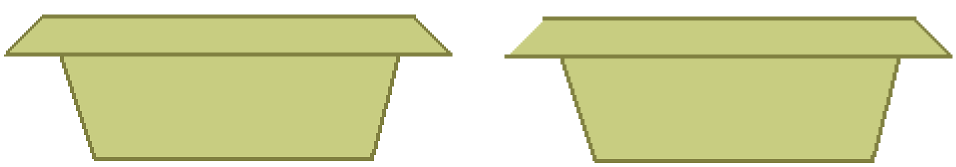
3. Observa las figuras que se presentan a continuación y escoge la opción que permita completar la figura de la derecha de tal manera que sea congruente con la de la izquierda:

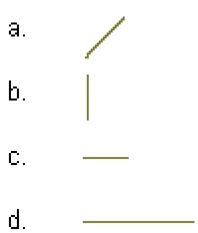
a.



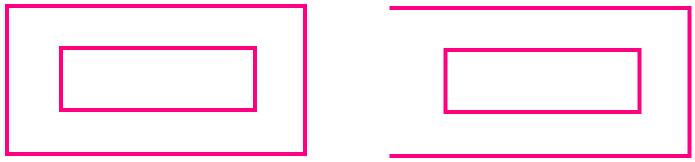


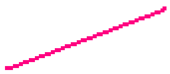
b.



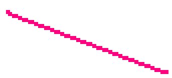


c.



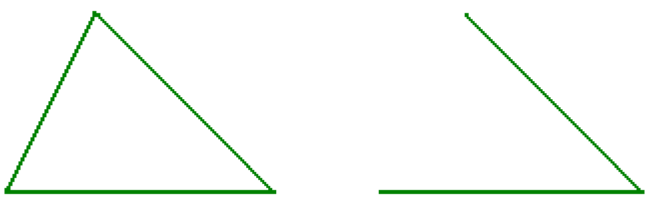
a. 

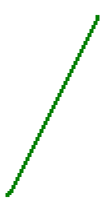
b.

c. 

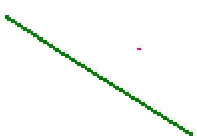
d.

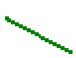
d.



a. 

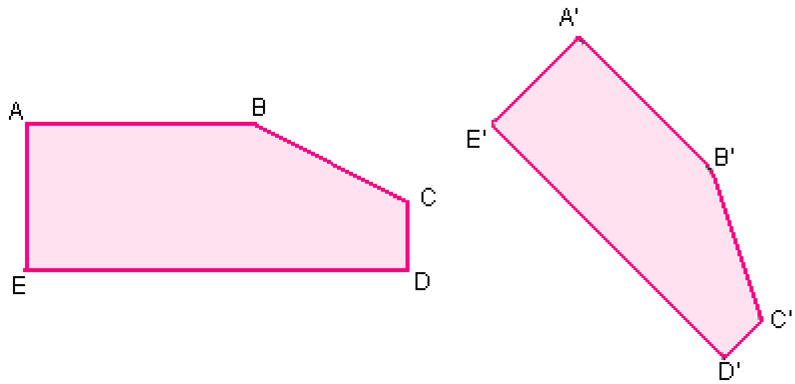
b. 

c. 

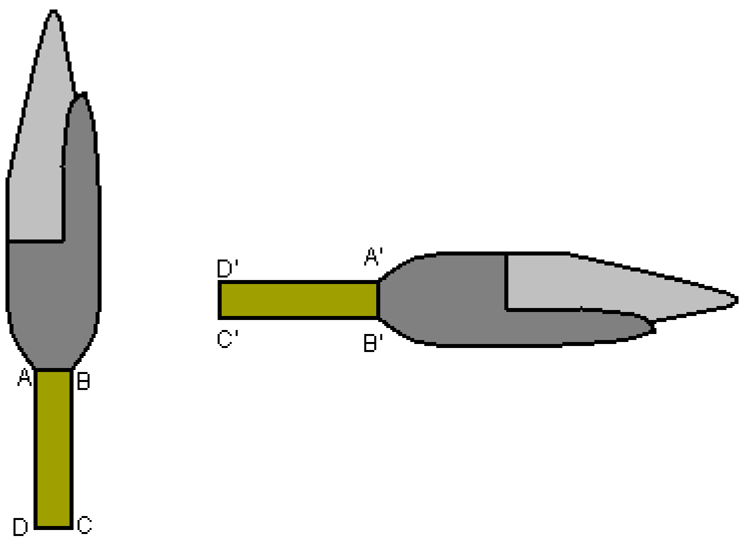
d. 

4. Determinar en cada caso si las figuras dadas son congruentes:

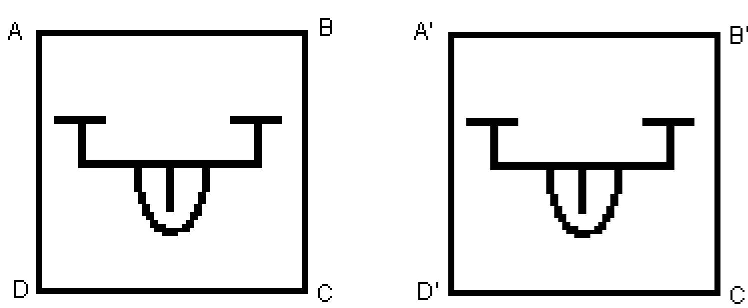
a.



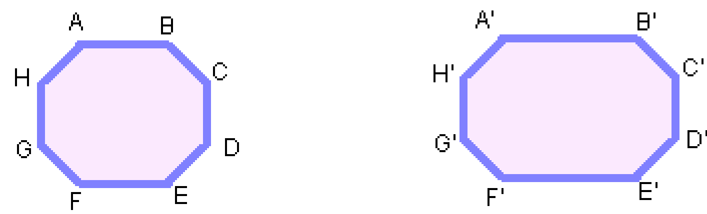
b.



c.



d.



5.5.2 Evaluación 5:

- PROPOSITO

Realizar una valoración global sobre el grado de madurez conseguido en el dominio de las Congruencia.

- DESCRIPCION

En esta actividad se pretende presentar una sugerencia de evaluación que consideramos puede valorar en forma integral el proceso que se llevó a cabo en la enseñanza de la congruencia.

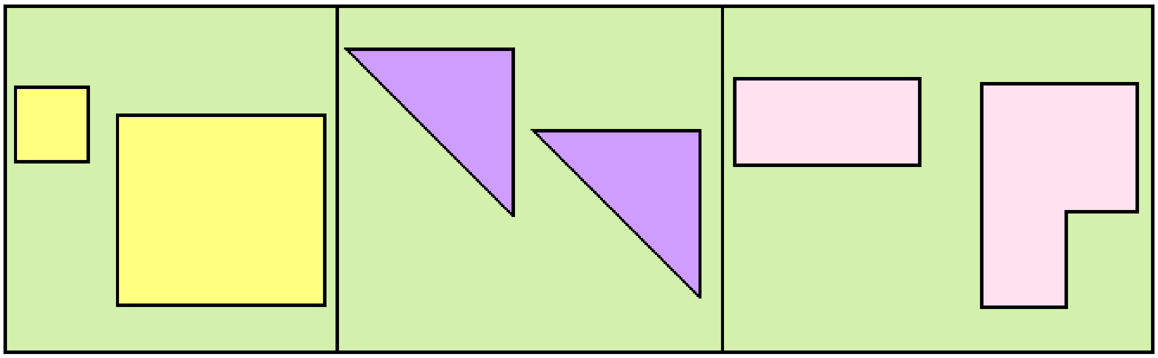
LOGRO
Indagar la comprensión de la congruencia de figuras y todos sus componentes en diversas situaciones.

INDICADORES DE LOGRO
• En los numerales 1 y 2 se desea evaluar la asimilación visual que tiene el estudiante sobre el concepto de congruencia de figuras.
• En el numeral 3 se pretende identificar la concepción que tiene el alumno sobre el concepto de congruencia de figuras.
• En los numerales 4 y 5 el estudiante debe ser capaz de identificar las propiedades de la congruencia y utilizarlas en la comparación de figuras geométricas.
• Finalmente en el numeral 6 se evaluará como el estudiante aplica correctamente el concepto de congruencia en el plano cartesiano.

EVALUACIÓN DE GEOMETRÍA:
CONGRUENCIA

NOMBRE: ________________________GRADO:____FECHA:____________

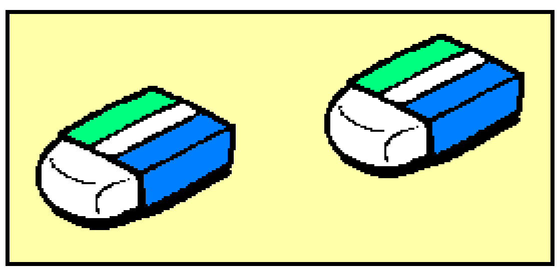
1. En cuál de las siguientes situaciones, las dos figuras dadas son congruentes:



1 2 3

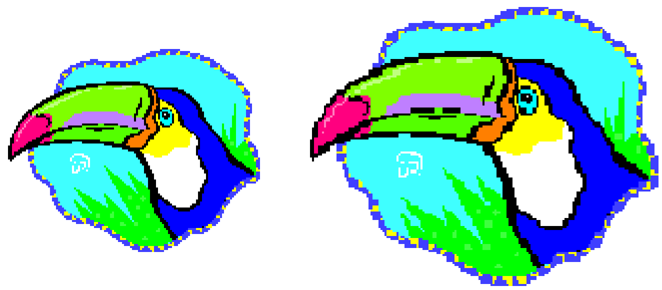
2. Observa las siguientes figuras y determina cuáles de ellas son congruentes y cuáles no. Justifica tu respuesta.

a.

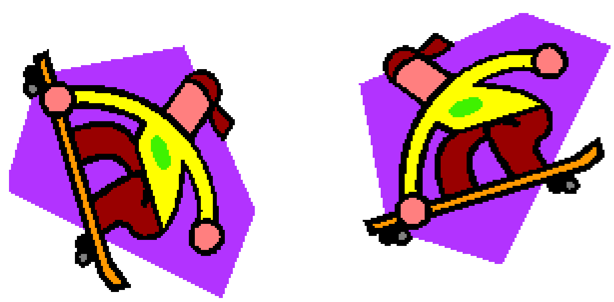


____
____
____
____
____
____
____
_______________________.

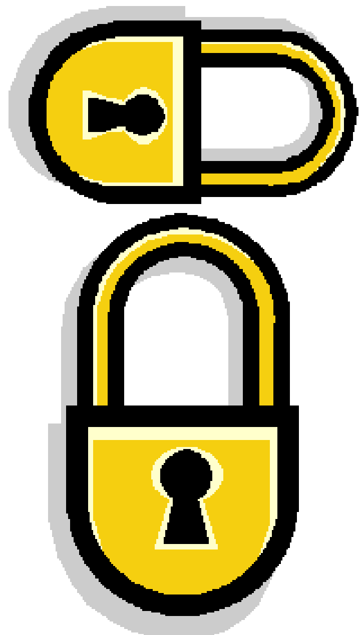
b.



c.



d.



____
____
____
____
____
____
____
____________________________.

3. ¿Cuándo dos figuras son congruentes?

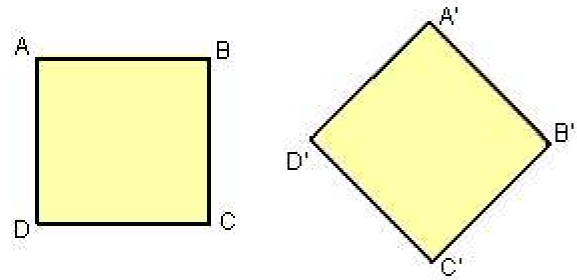
____
____
____
____
____
____.

4. Para que dos figuras sean congruentes se debe tener en cuenta:

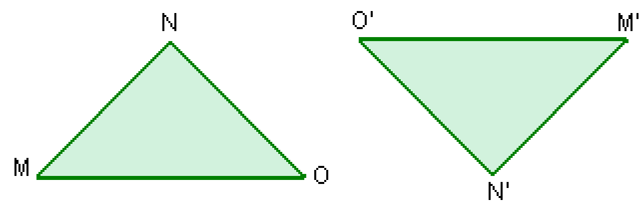
a. El centro de giro y el ángulo
b. La dirección y el sentido
c. Que sus lados y ángulos tengan la misma medida
d. El factor de conversión y un centro de homotecia.

5. Verifica en cada caso si las dos figuras dadas son congruentes o no:

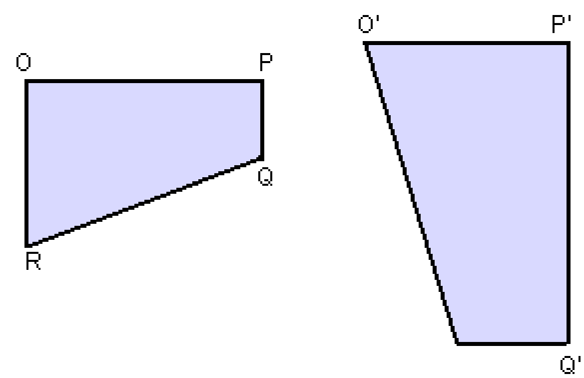
a.



b.



c.



6. Ubica en el plano cartesiano el triángulo ABC de tal manera que sus vértices tengan las coordenadas: A(-5,3), B(-2,3), C(-4,7). Dibuja por lo menos dos triángulos congruentes al dado.

5.6 UNIDAD

6	TEOREMA DE PITAGORAS

5.6.1 Aproximación al Teorema de Pitágoras: "RECORDANDO ANGULOS Y TRIANGULOS, Y CONOCIENDO EL TEOREMA DE PITÁGORAS CON LA CULTURA MAYA".

- PROPOSITO

Esta actividad pretende retomar algunos conceptos que el estudiante ya ha estudiado, como es el caso de los ángulos y triángulos para luego introducirlo al teorema de Pitágoras a través de actividades prácticas que involucran algunos aspectos de la cultura maya con situaciones reales de modo que el alumno mediante una participación activa construya bajo la supervisión del docente este concepto y sus propiedades.

- DESCRIPCION

Para el desarrollo de esta temática específica se han planteado los siguientes pasos:

PASO 1

En esta primera parte de la actividad se pretende afianzar los conceptos de ángulos y triángulos, con el fin de hacer un breve repaso de ellos y de esta manera introducir al estudiante al teorema de Pitágoras.

SUGERENCIA DIDACTICA

Para esta parte de la actividad se plantearan situaciones que involucren la clasificación de ángulos y triángulos de tal manera que el estudiante pueda utilizar estas informaciones en la aplicación de dichos conceptos.

LOGRO
Comprender e identificar situaciones utilizando ángulos y triángulos.
INDICADORES DE LOGRO:
• Mide y dibuja ángulos con el transportador.
• Socializa sus inquietudes utilizando símbolos y términos relacionados con el estudio de los ángulos y triángulos.

RECORDEMOS

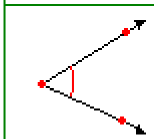
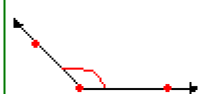
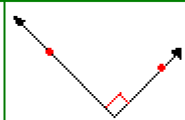
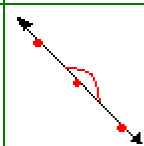
Un ángulo es la unión de dos semirrectas que parten de un mismo punto. Las semirrectas son los dos lados del ángulo y el punto común se llama vértice.

ANGULOS

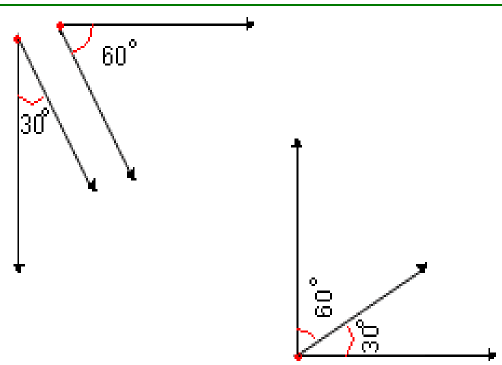
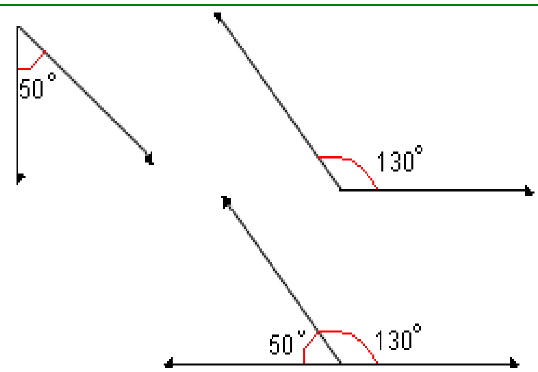
Para medir la amplitud de un ángulo utilizamos un círculo graduado o TRANSPORTADOR. Este círculo está dividido en 360 partes iguales. Cada parte es un grado.

CLASIFICACION DE ANGULOS:
Los ángulos se pueden clasificar según su medida, según la suma de sus medidas y según su posición.

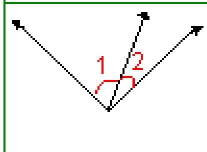
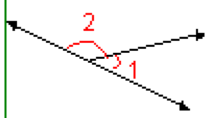
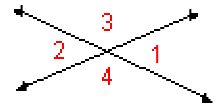
- Según su medida, lo ángulos pueden ser:

AGUDOS	OBTUSOS	RECTOS	LLANOS
			
Mide menos de 90°	Mide más de 90° y menos de 180°	Mide 90°	Mide 180°

- Según la suma de sus medidas los ángulos pueden ser:

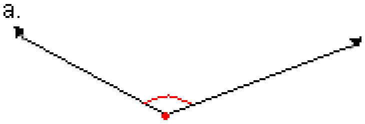
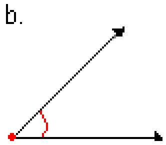
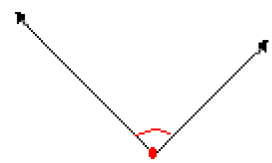
COMPLEMENTARIOS	SUPLEMENTARIOS
	
La suma de sus medidas es 90 , es decir, 30+60 = 90 . Se dice que el ángulo de 30 es el complemento del ángulo de 60 y recíprocamente.	La suma de sus medidas es 180 , es decir, 50+130 = 180 . Se dice 50 es el suplemento de 130 y recíprocamente.

- Según su posición los ángulos pueden ser:

CONSECUTIVOS	ADYACENTES	OPUESTOS POR EL VERTICE
		
< 1 y < 2 son consecutivos. Tienen el mismo vértice y un lado común.	< 1 y <2 son adyacentes. Dos ángulos consecutivos, cuyos lados no comunes están en la misma recta.	<1 y <2 son opuestos por el vértice, también lo son <3 y <4. Son los ángulos formados por un par de rectas que se cortan en un punto. Los ángulos opuestos por el vértice son de igual medida.

EJEMPLOS:

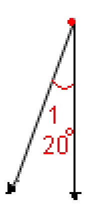
1. Clasificar cada ángulo según su medida:

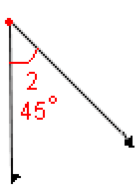
a.

b.

c.


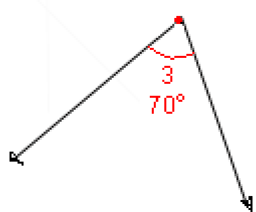
SOLUCIÓN

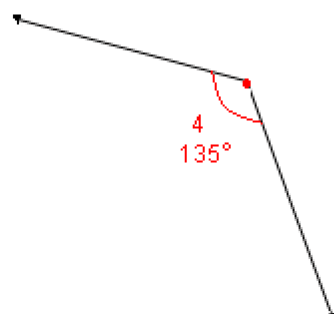
a. Obtuso, pues mide más de $90^{0.}$
b. Agudo, pues mide menos de 90^{0}.
c. Recto, pues mide exactamente 90^{0}.

2. Medir los cuatro ángulos. Luego escribir cuáles son complementarios y cuáles son suplementarios.









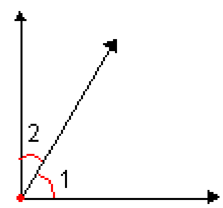
SOLUCIÓN

<1 y <3 son complementarios.
<2 y <4 son suplementarios.

3. Dibujar un par de ángulos consecutivos y complementarios.

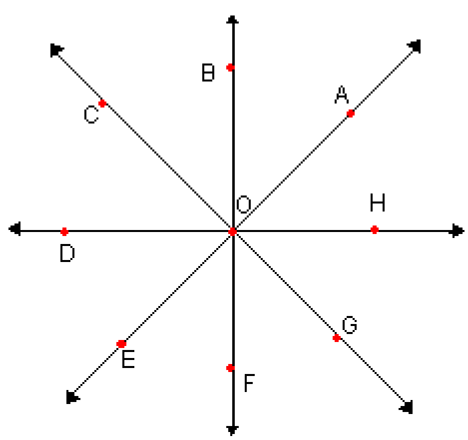
SOLUCIÓN

Para que dos ángulos sean complementarios la suma de sus medidas debe ser 90^0, así que los ángulos forman un ángulo recto, para que sean consecutivos deben tener el vértice y un lado común.



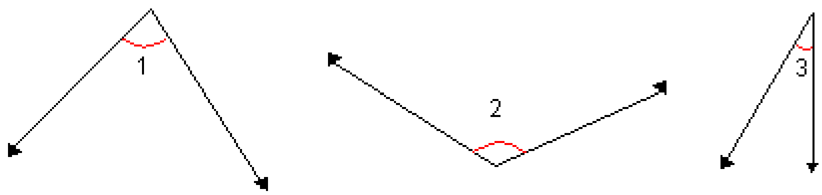
¡AHORA VAMOS A VER CUANTO HEMOS APRENDIDO!

1. Nombrar, en la figura, los elementos que cumplan cada condición:



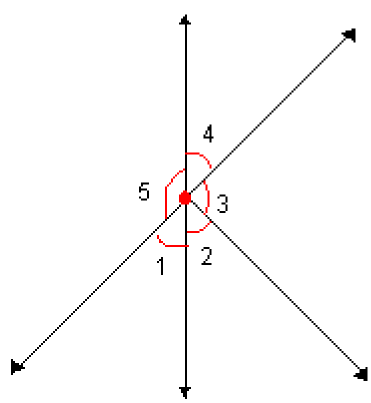
a. Un ángulo agudo
b. Un ángulo obtuso
c. Un ángulo llano
d. Un par de ángulos adyacentes
e. Un par de ángulos complementarios
f. Un par de ángulos opuestos por el vértice.

2. Medir cada ángulo y a continuación hallar la medida de los ángulos que se indican.



a. El suplemento del ángulo 3.
b. El complemento del ángulo 2.
c. El suplemento del ángulo 1.
d. El complemento del ángulo 1.
e. El complemento del ángulo 3.
f. El suplemento del ángulo 2.

3. Observa la siguiente figura:



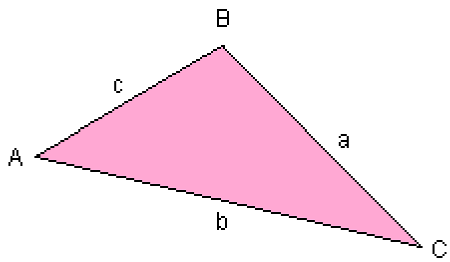
Escriba en el espacio en blanco V (verdadero) o F (falso), según corresponda, por ejemplo:

< 3 = 90^0, escribir __V__ . Continúe de la misma manera:

a. < 3 y < 5 son opuestos por el vértice. _____________
b. < 4 y < 5 tiene la misma medida. _____________
c. El suplemento de < 1 es el < 3. _____________
d. El complemento del < 1 es < 2. _____________
e. < 4 y < 2 son complementarios. _____________
f. < 1 y < 5 son suplementarios. _____________

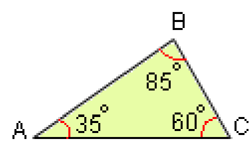
TRIANGULOS

Un triángulo es un polígono de 3 lados, 3 ángulos y 3 vértices. En todo triángulo ABC, los lados se nombran con la misma letra del vértice opuesto, escritos en minúscula. Así el lado BC se nombra como lado a, el lado AC se nombra como lado b, el lado AB se nombra como lado a.



PROPIEDADES DE LOS TRIANGULOS: En todo triángulo se verifican las siguientes propiedades:

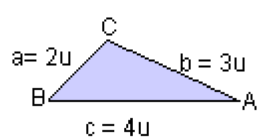
1. La suma de los ángulos interiores es 180^0. Por ejemplo, en el triángulo ABC:



$< A = 35^0$, $< B = 85^0$ y $< C = 60^0$, Se verifica que $< A + < B + < C = 180^0$.

2. La medida de uno de sus lados es menor que la suma de la medida de los otros dos lados.

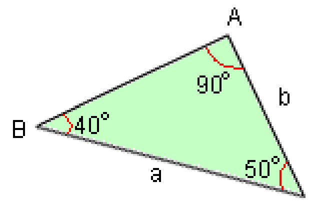
En un triángulo cuyos lados miden a =2u, b =3u y c = 4u, donde u representa una unidad de longitud, se cumple que:



$2 < 3 + 4$
$3 < 2 + 4$
$4 < 3 + 2$

3. A mayor lado se opone un mayor ángulo.
   A menor lado se opone un menor ángulo.

En el triángulo que se presenta a continuación:



El lado a, que es el mayor lado, le corresponde el mayor ángulo, que es el ángulo A.

$a = 5u \qquad A = 90^0$

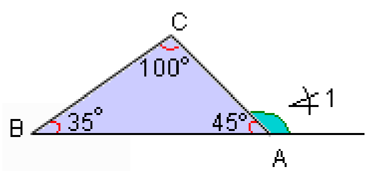
De igual manera, al lado b que es el menor lado le corresponde el ángulo B que es el menor ángulo:

$b = 3u \qquad B = 40^0$

4. Un ángulo adyacente a un ángulo interior de un triángulo es un ángulo exterior del triángulo.

En todo triángulo la medida de un ángulo exterior es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes.

En el triángulo ABC,

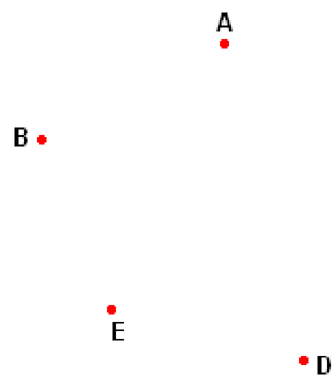


$\angle B + \angle C = \angle 1$

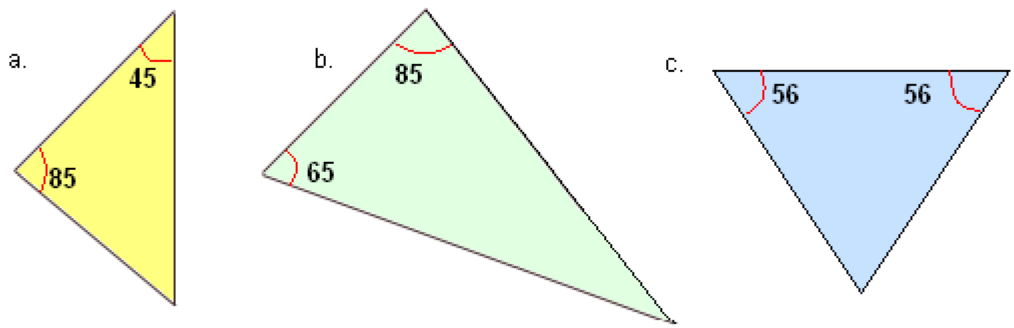
$35^0 + 100^0 = 135^0$

QUE TAL SI PRACTICAMOS LO APRENDIDO

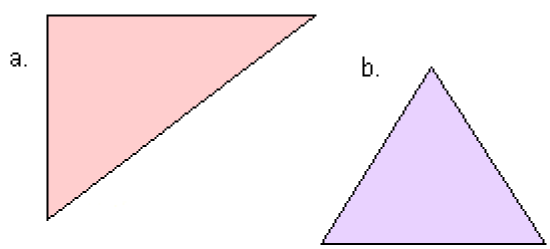
1. Usar los puntos marcados para dibujar y nombrar cinco triángulos:



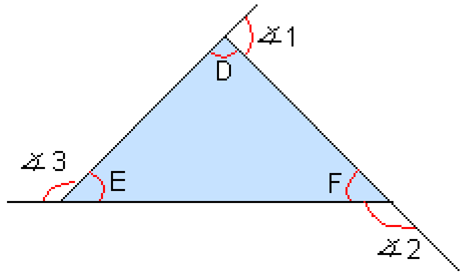
2. Hallar la medida del ángulo que falta en cada triángulo:



3. Medir los ángulos y los lados de cada triángulo. Luego, verificar las cuatro propiedades de los triángulos.



4. En el triángulo DEF, $< F = 46^0$ y $< E = 39^0$.



Hallar la medida de:

a. $< D =$ ______

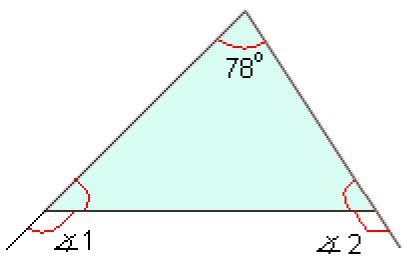
b. $< 1 =$ ______

c. $< 2 =$ ______

d. $< 3 =$ ______

e. $< 1 + < 2 + < 3 =$ ________________________

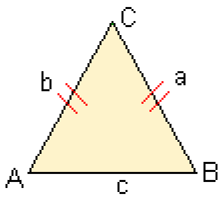
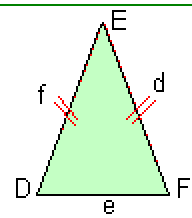
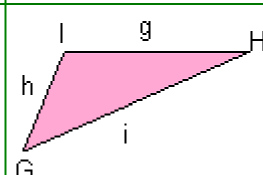
5. En el ΔABC, < 1 y < 2 tienen la misma medida:

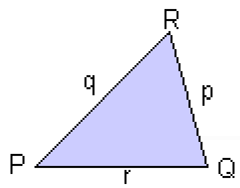
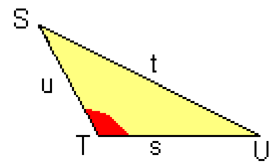
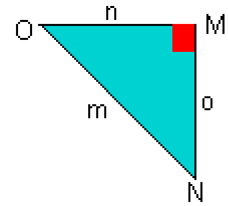


Hallar la medida de <1 y <2. Justificar la respuesta.

CLASIFICACION DE TRIANGULOS:

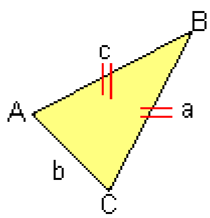
Los triángulos se clasifican según su medida de sus lados y según la medida de sus ángulos.

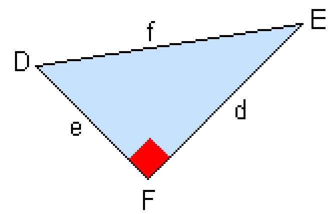
SEGÚN LA MEDIDA DE SUS LADOS		
EQUILATERO	**ISOSCELES**	**ESCALENO**
		
Todos sus lados tiene la misma medida.	Sólo dos de sus lados tienen la misma medida.	Todos sus lados tienen diferente medida.

SEGÚN LA MEDIDA DE SUS ANGULOS		
ACUTANGULO	**OBTUSANGULO**	**RECTANGULO**
		
Todos sus ángulos son agudos.	Tiene un ángulo obtuso y dos ángulos agudos.	Tiene un ángulo recto y dos ángulos agudos.

EJEMPLO

Clasificar cada triángulo según la medida de sus lados y según la medida de sus ángulos.





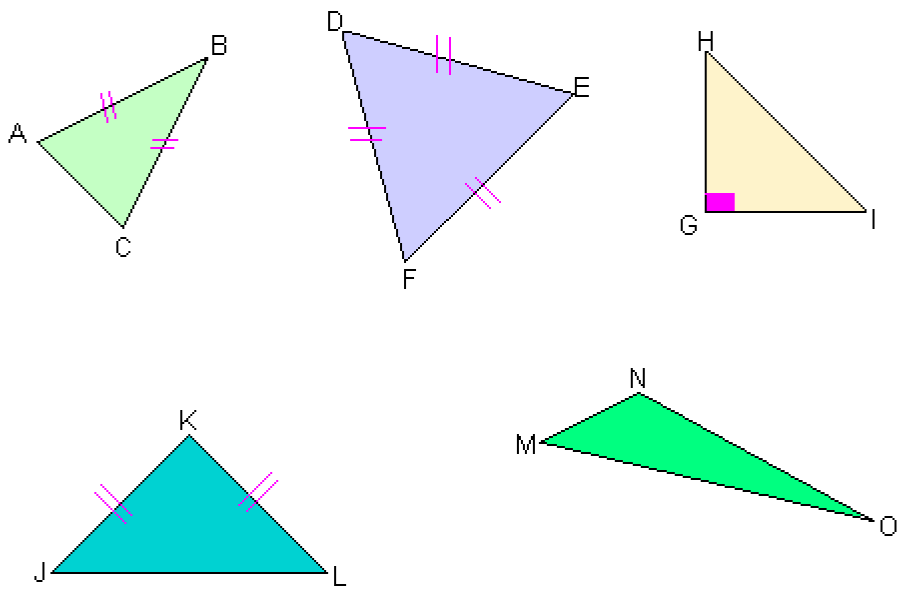
SOLUCIÓN

ΔABC: isósceles, pues a = c.
Acutángulo, pues todos sus ángulos son agudos.

ΔDEF: Escaleno, pues todos sus lados tienen diferentes medidas.
Rectángulo pues < F es recto.

VEAMOS CUANTO HEMOS APRENDIDO

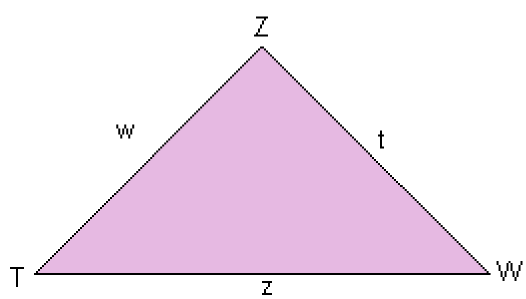
1. Clasificar los siguientes triángulos según la medida de sus lados y sus ángulos.



2. Construir en el cuaderno, si es posible, triángulos que cumplan las siguientes condiciones:

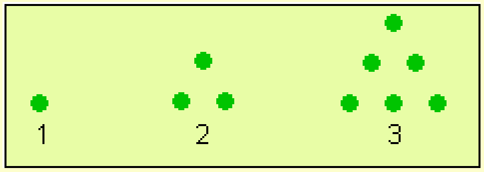
a. Equilátero y rectángulo.
b. Escaleno y acutángulo.
c. Equilátero y obtusángulo.
d. Isósceles y rectángulo.

3. El triángulo TWZ es equilátero. ¿Qué puede decirse de la medida de sus ángulos? Usar las propiedades de los triángulos para justificar la respuesta.



RETO

Un número triangular es aquel que se representa gráficamente como un triángulo.



¿Puedes dar los dos números siguientes?

PASO 2

En esta parte de la actividad se pretende formalizar el teorema de Pitágoras utilizando como recurso de apoyo algunas figuras geométricas presentes en la cultura maya.

SUGERENCIA DIDÁCTICA

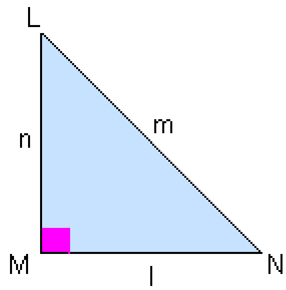
En primer lugar trabajaremos en la formalización del concepto, partiendo del triángulo rectángulo y dando algunas notas informativas sobre Pitágoras para luego aplicarlo a diversas situaciones.

LOGRO
Generalizar el teorema de Pitágoras para cualquier triángulo rectángulo.

INDICADORES DE LOGRO:
• Comprende y aplica el teorema de Pitágoras en diversas situaciones donde se involucran triángulos rectángulos.
• Resuelve problemas que requieren la aplicación del teorema de Pitágoras.

TRIANGULO RECTANGULO

Un triangulo es rectángulo cuando tiene un ángulo de 90^0. El lado mayor de un triángulo rectángulo se llama *hipotenusa* mientras que los otros dos lados se llaman *catetos*.



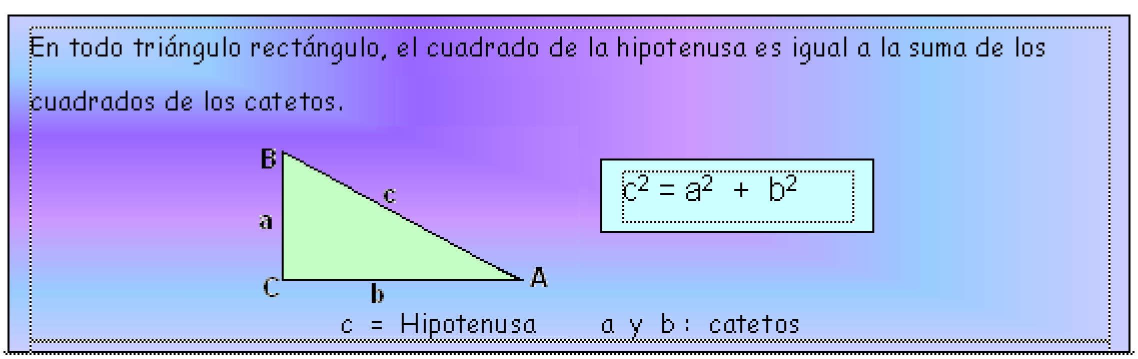
l y n son **catetos**
m es la **hipotenusa**

Recuerda que en cualquier triángulo, la suma de las medidas de los tres ángulos vale 180^0. Por tanto, en cualquier triángulo rectángulo, la suma de los ángulos agudos vale 90^0.

El gran matemático griego Pitágoras descubrió una situación muy especial que se produce en el triángulo rectángulo y que relaciona la hipotenusa con sus catetos. Su teorema plantea que:

"Cuando se elevan al cuadrado los lados más cortos (catetos) de un triángulo rectángulo y se suman, la suma equivale al cuadrado del lado más largo (hipotenusa)".

En otras palabras:



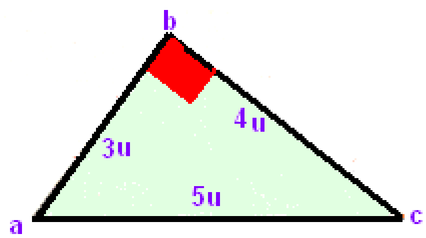
$c^2 = a^2 + b^2$ → Esta formula sirve para hallar la hipotenusa si se conoce los dos catetos de un triángulo rectángulo.

$a^2 = c^2 - b^2$ → Estas fórmulas sirven para hallar un cateto si se conoce la hipotenusa y el otro

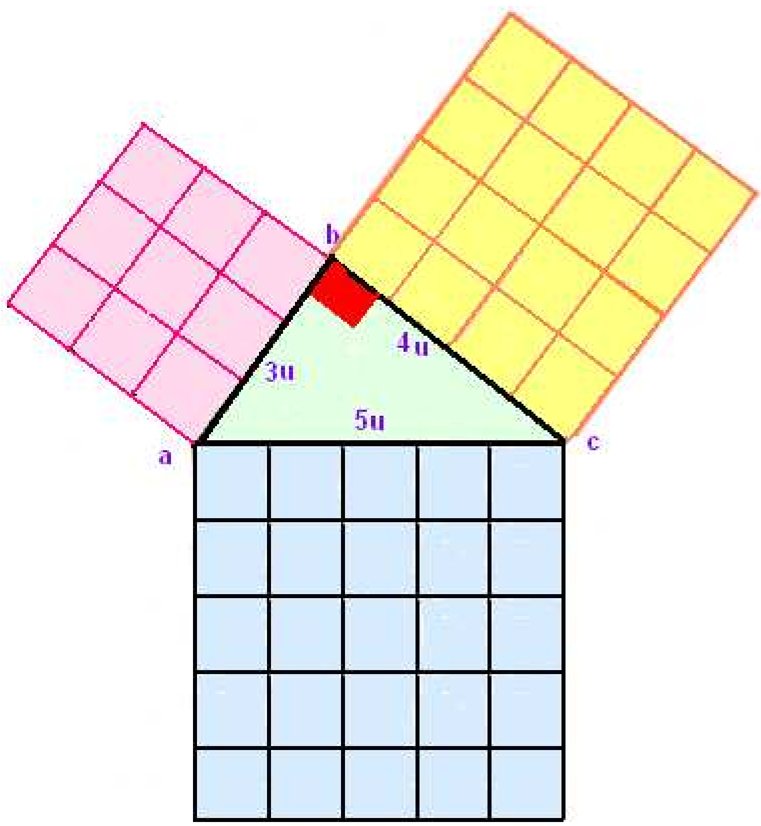
$b^2 = c^2 - a^2$ → cateto del triángulo rectángulo.

Gráficamente podemos demostrar este teorema de la siguiente manera:

1. Se construye un triángulo rectángulo ABC de lados 3, 4 y 5 unidades como se muestra a continuación:

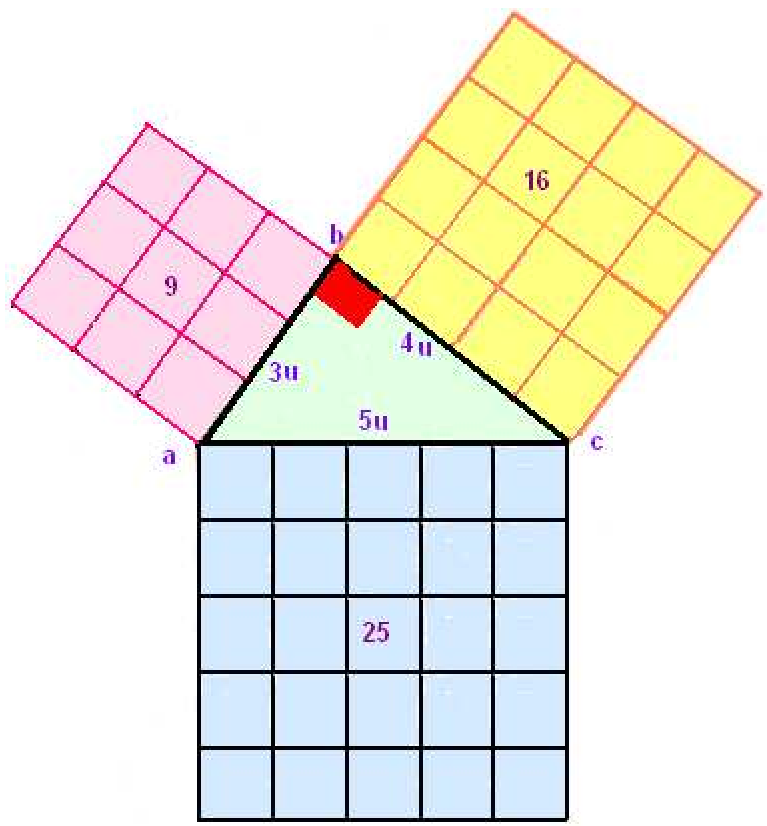


2. Ahora sobre cada lado del triángulo, se construye un cuadrado que tenga como medida de sus lados la del respectivo lado del triángulo, de esta manera:



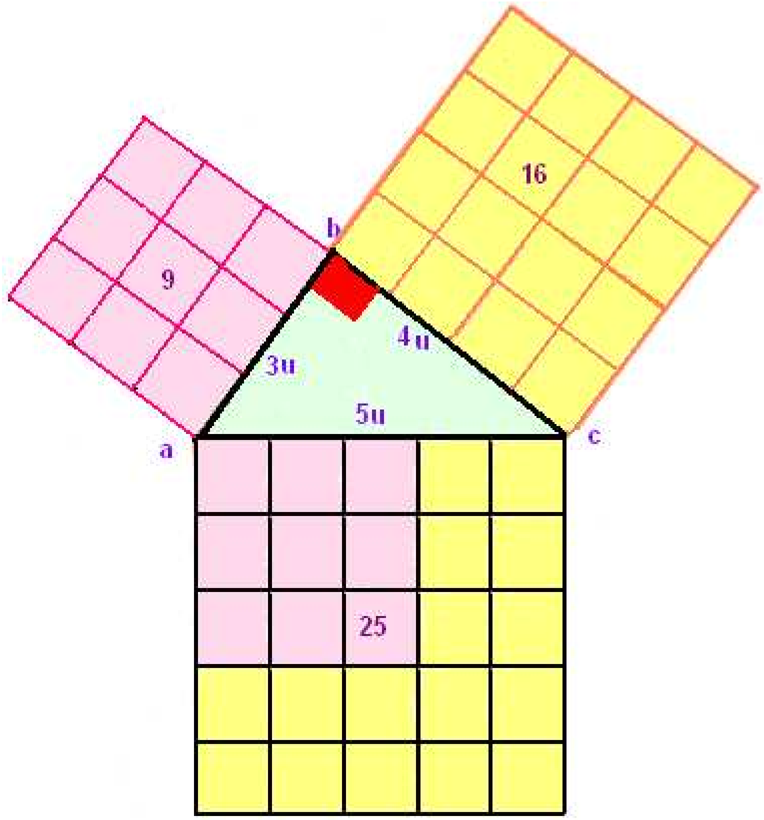
3. Si calculamos el área de cada uno de los cuadrados obtenemos que:

- El área del cuadrado sobre el lado cb = (4 u) x (4 u) = 16 u^2
- El área del cuadrado sobre el lado ac = (3 u) x (3 u) = 9 u^2
- El área del cuadrado sobre el lado ab = (5 u) x (5 u) = 25 u^2



- El área del cuadrado sobre el lado cb = (4 u) x (4 u) = 16 u^2
- El área del cuadrado sobre el lado ac = (3 u) x (3 u) = 9 u^2
- El área del cuadrado sobre el lado ab = (5 u) x (5 u) = 25 u^2

4. Si colocamos los cuadrados pequeños sobre el cuadrado grande se comprueba que cubren totalmente el cuadrado grande:



De ahí que:

El área del cuadrado que tiene por lado la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados que tiene por los lados a los catetos, es decir:

Si tomamos las medidas de los lados c, b y a tenemos:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

ES TURNO DE RELAJARNOS UN POCO. CONOCIENDO A PITAGORAS

¿ QUIEN ERA PITAGORAS?

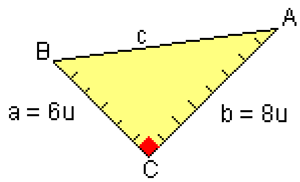
Se sabe muy poco sobre la vida de Pitágoras; parece haber nacido en Grecia, en la isla de Samos, aproximadamente en el 569 A. de C. Se piensa que fue discípulo de Tales, que vivió en Egipto, pero que a su regreso estando su país ocupado por los Persas, se fue a las colonias Italianas de Grecia, donde fundó su famosa escuela Pitagórica, con trescientos jóvenes aristócratas, en Crotona al sur de Italia. En aquel centro de estudios se discutía filosofía, matemáticas y ciencias naturales, pero la escuela también tenía influencia política y religiosa, lo que provocó su destrucción a principios del siglo V.

Las enseñanzas de los Pitagóricos se transmitían por vía oral y todo se atribuía al venerado fundador de la escuela. Además su lema era "los números rigen al universo" el cual expresa su filosofía, y la creencia en una relación mítica entre los números y la realidad.

A los pitagóricos se les atribuye dos de las mayores contribuciones de la historia de las matemáticas; la primera de ella fue la demostración del teorema que lleva su mismo nombre, el cuál establece que : El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. La segunda contribución de los pitagóricos fue descubrir que raíz de dos es un número irracional es decir que no es entero ni fraccionario. Se cuenta que los pitagóricos guardaron el secreto de tan grave asunto y que Hipasus, uno de los miembros de la escuela murió, al ser arrojado al mar por divulgarlo.

EJEMPLOS

1. Si $a = 6u$ y $b = 8u$ son los catetos del triángulo rectángulo ABC que se muestra a continuación,



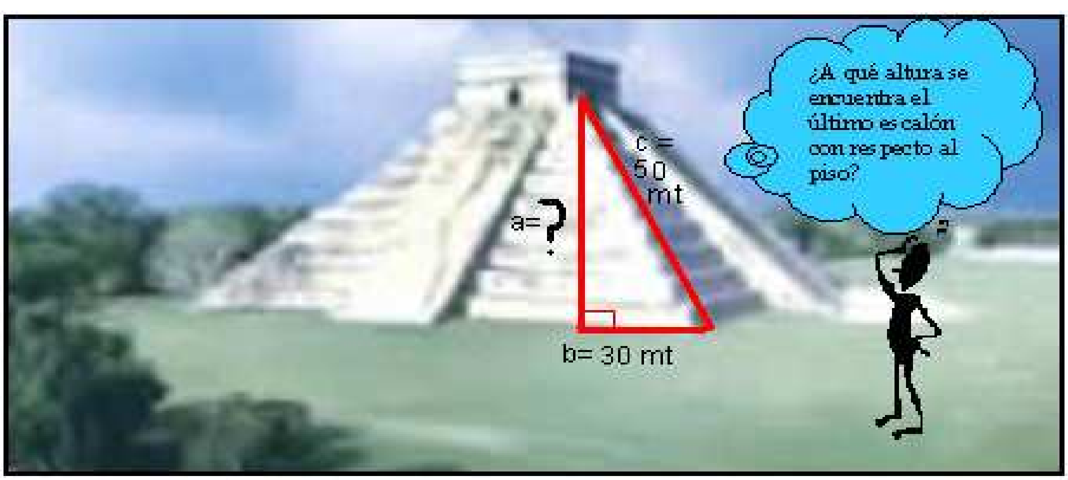
Hallar la medida de la hipotenusa:

Solución:

$c^2 = a^2 + b^2$	Teorema de Pitágoras
$c^2 = (6u)^2 + (8u)^2$	Remplazando los valores de a y b
$c^2 = 36u^2 + 64u^2$	Realizando las potencias
$c^2 = 100u^2$	Realizando la suma
$c = \sqrt{100u^2}$	Hallando el valor de c
$c = 10u$	Calculando la raíz cuadrado.

Luego, la hipotenusa mide 10u, es decir, c =10u.

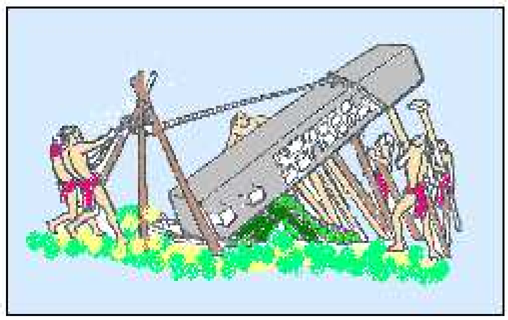
2. Un turista que se encuentra visitando el castillo de Kukulcán en la ciudad de Chichen Itzá, desea conocer la altura que hay desde la base de la pirámide hasta el último escalón. Un guía de la región le indica que fácilmente se puede imaginar un triángulo rectángulo, sabiendo que la base de ese triángulo mide 30 metros y la longitud desde la base de la pirámide hasta el último escalón es de 50metros. ¿Cuál es la altura del triángulo imaginario?



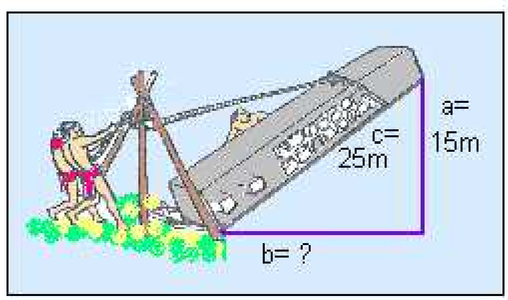
SOLUCIÓN

$a^2 = c^2 - b^2$ Teorema de Pitágoras
$a^2 = (50u)^2 - (30u)^2$ Remplazando los valores de c y b
$a^2 = 2500u^2 - 900u^2$ Realizando las potencias
$a^2 = 1600u^2$ Realizando la suma
$a = \sqrt{1600u^2}$ Hallando el valor de a
$a = 40u$ Calculando la raíz cuadrado.
Luego, la altura mide 40metros.

3. En un día cualquiera, después de que uno de los escultores mayas acababa de tallar una estela de 25 metros de largo, decidieron colocarla en pie.



Empezaron a levantarla desde muy temprano; sin embargo a las 8 de la mañana el extremo superior de la estela se encontraba a 15 metros del piso, como se muestra a continuación:



Puedes notar que se ha formado un triángulo rectángulo. ¿Qué tal si encontramos con ayuda del teorema de Pitágoras, la base del triángulo?

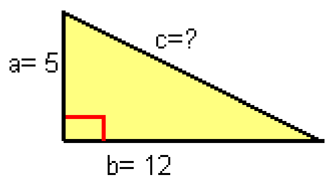
SOLUCIÓN:

$b^2 = c^2 - a^2$ Teorema de Pitágoras
$b^2 = (25u)^2 - (15u)^2$ Remplazando los valores de c y a
$b^2 = 625u^2 - 225u^2$ Realizando las potencias
$b^2 = 400u^2$ Realizando la suma
$b = \sqrt{400u^2}$ Hallando el valor de b
$b = 20u$ Calculando la raíz cuadrada.

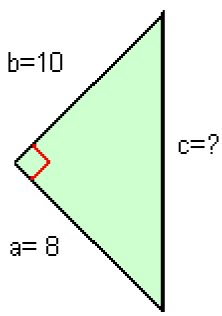
¡ES HORA DE TRABAJAR!

1. Aplicar el teorema de Pitágoras para hallar la medida de cada lado indicado:

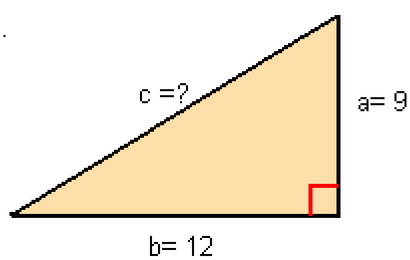
a.



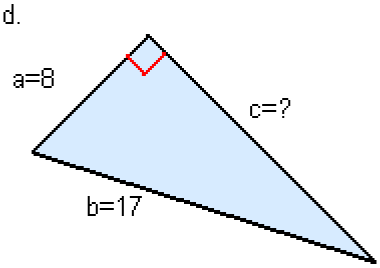
b.



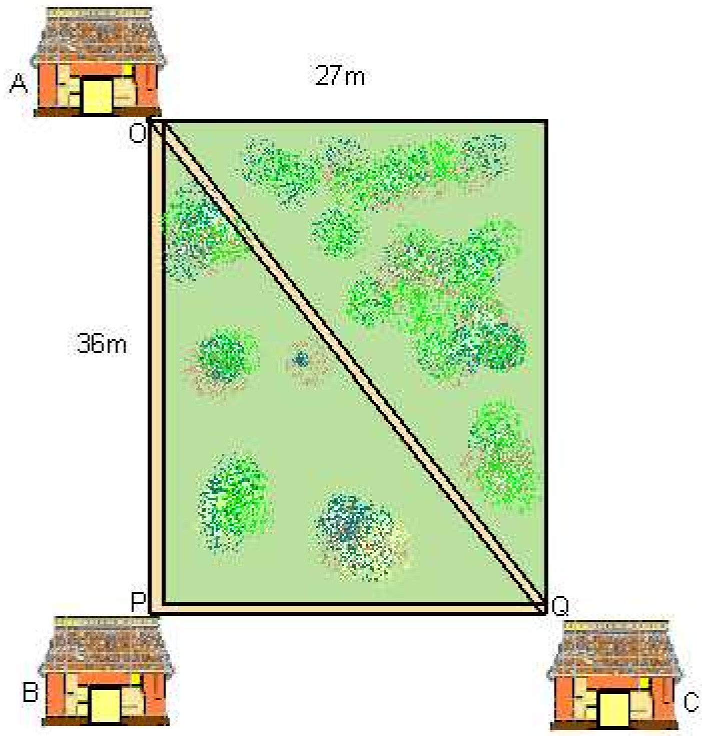
c.



d.

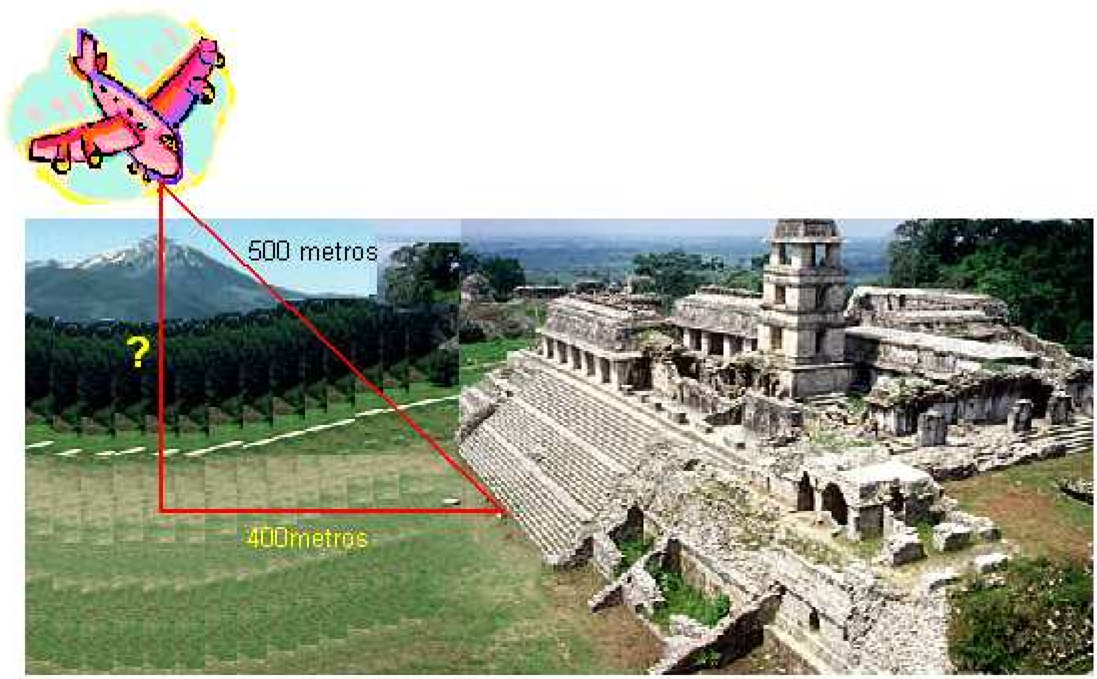


2. Varias familias mayas se han ubicado en un terreno de la siguiente manera:



Se sabe que las medidas del terreno rectangular sobre el cuál se ubican estas casas son: 27 metros de ancho y 36 metros de largo. Además se puede observar que dos de las opciones que tiene la familia A para llegar a la casa de la familia C son: OPQ y OQ. ¿Cuál de los dos caminos permite llegar más rápido de la casa A a la casa C? ¿Cuántos metros se ahorraría?

3. Estando en el palacio del gobernador se observa un avión que sobrevolaba una de las montañas de esta región. Según los datos del piloto, la distancia del avión al palacio era de 500 metros y de éste a la montaña era de 400 metros. El piloto desea saber a qué altura está volando, ¿cómo podrías ayudarlo?



PASO 3

En este paso se pretende hacer un breve repaso de la temática vista hasta el momento en lo referente a: ángulos, triángulo y teorema de Pitágoras.

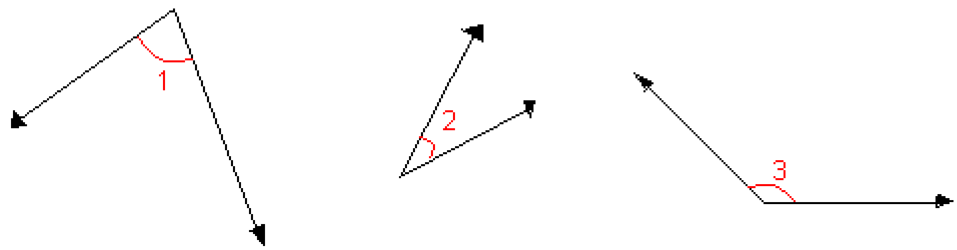
SUGERENCIA DIDÁCTICA

Con la concordancia continua del docente, para el desarrollo de esta actividad se plantearán diversas situaciones que permitan reforzar los temas estudiados de tal manera que el estudiante aplique correctamente los conocimientos adquiridos y resuelva dudas que se han hayan podido generar durante este proceso.

LOGRO
Resolver situaciones cuya solución involucre ángulos, triángulos y teorema de Pitágoras.
INDICADORES DE LOGRO:
• Desarrolla y aplica los conceptos de ángulos, triángulos y teorema de Pitágoras en la solución de diversas situaciones matemáticas y de la vida cotidiana.
• Resuelve situaciones problema que involucran el teorema de Pitágoras.

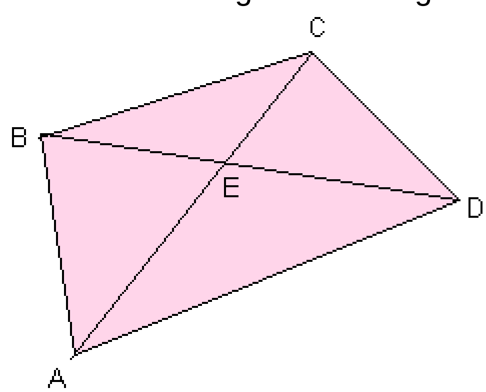
COMPROBEMOS LO QUE HEMOS APRENDIDO

1. Medir cada ángulo. Clasificar cada ángulo según su medida y luego, hallar la medida de los ángulos que se indican:



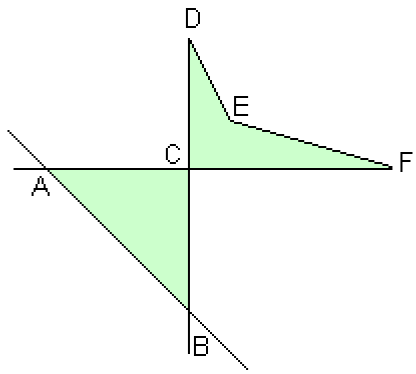
a. El suplemento del ángulo 3.
b. El complemento del ángulo 2.
c. El suplemento del ángulo 1.
d. El complemento del ángulo 1.
e. El complemento del ángulo 3.
f. El suplemento del ángulo 2.

2. Nombrar todos los triángulos de la figura:



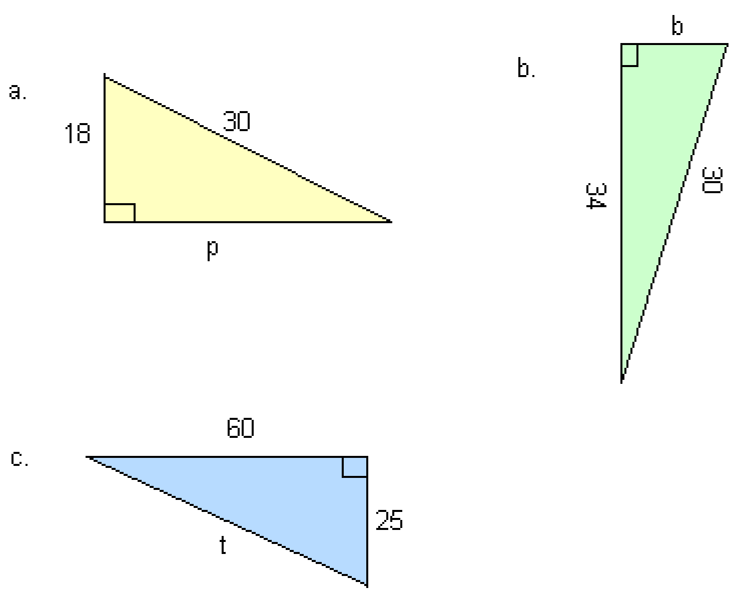
3. Construir los triángulos dados:
a. Triángulo rectángulo con un ángulo agudo de 100^0.
b. Triángulo acutángulo con un ángulo de 80^0.
c. Triángulo obtusángulo con un ángulo de 130^0.
d. Triángulo rectángulo con un ángulo de 30^0.

4. De acuerdo con la figura, nombrar:

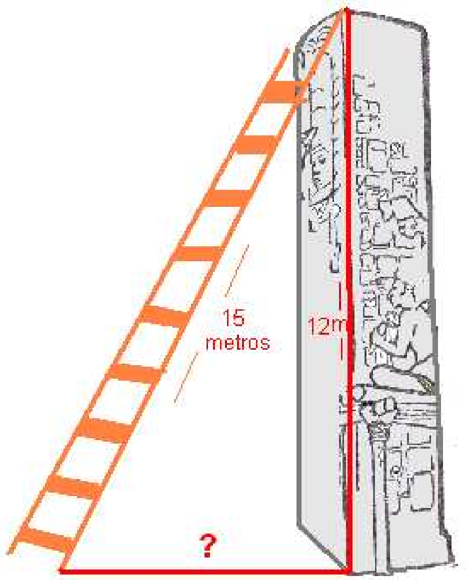


a. Un triángulo
b. Los ángulos interiores del triángulo nombrado en el ejercicio a.
c. Un lado del triángulo.
d. Un ángulo exterior al triángulo.

5. Aplicar el teorema de Pitágoras para hallar la medida de cada lado indicado:



6. Un arqueólogo, tratando de interpretar una de las estelas mayas de 12 metros, ubicó junto a ella una escalera de 15 metros. Si se deseara conocer, a qué distancia se encuentra la base de la escalera con respecto a la estela, ¿Qué proceso permitiría conocer este dato?



5.6.2 Evaluación 6:

- PROPOSITO

Realizar una valoración global sobre el grado de madurez conseguido en el dominio de los ángulos, triángulos y teorema de Pitágoras.

- DESCRIPCION

En esta actividad se pretende presentar una sugerencia de evaluación que consideramos puede valorar en forma integral el proceso que se llevó a cabo en la enseñanza de los ángulos, triángulos y teorema de Pitágoras.
.

LOGRO
Valorar el desempeño del estudiante al resolver diversas situaciones que involucran ángulos, triángulos y teorema de Pitágoras.

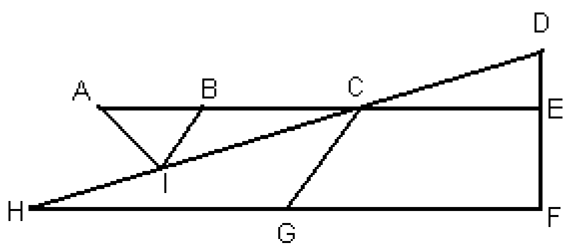
INDICADORES DE LOGRO
• En el numeral 1 se desea evaluar la asimilación visual que tiene el estudiante sobre ángulos.
• En los numerales 2, 3, 4 y 5 se pretende identificar la concepción que tiene el alumno sobre ángulos, propiedades, clasificación y la medida de ellos.
• En el numeral 6 el estudiante debe ser capaz de identificar la concepción que tiene el estudiante sobre el teorema de Pitágoras.

- Finalmente en los numerales 7, 8 y 9 se evaluará como el estudiante aplica correctamente el teorema de Pitágoras a diversas situaciones.

EVALUACIÓN DE GEOMETRÍA:
ANGULOS, TRIÁNGULOS Y TEOREMA DE PITAGORAS

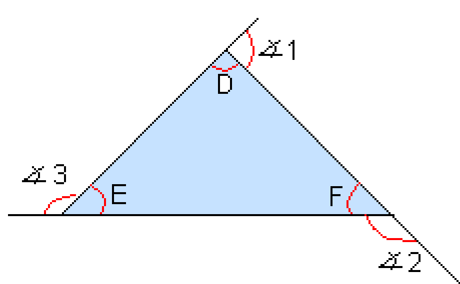
*NOMBRE:*____________________*GRADO:*____*FECHA:*___________

1. De acuerdo con la figura nombrar :



a. Un ángulo agudo.
b. Un ángulo obtuso.
c. Un par de ángulos suplementarios.
d. Un par de ángulos adyacentes.
e. Un par de ángulos opuestos por el vértice.

2. En el triángulo DEF, < F = 46^0 y < E = 39^0.



Hallar la medida de:

a. < D = _______

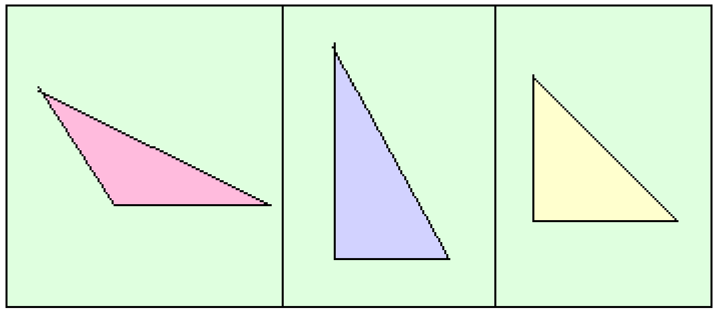
b. < 1 = _______

c. < 2 = _______

d. < 3 = _______

e. < 1 + < 2 + < 3 = __________________________

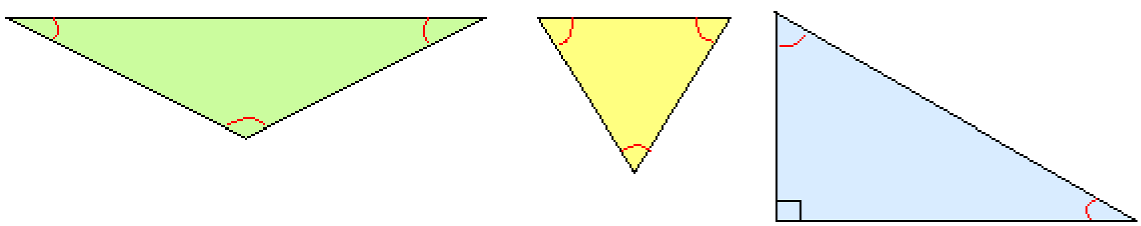
3. De las siguientes situaciones, señala cuál de los casos corresponde a un triángulo rectángulo e isósceles a la vez:



1 2 3

4. Enuncia, las propiedades que se verifican en todo triángulo y suministra un ejemplo.

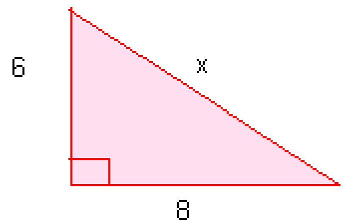
5. Clasifica cada uno de los triángulos que se presentan a continuación de acuerdo con sus lados y ángulos:



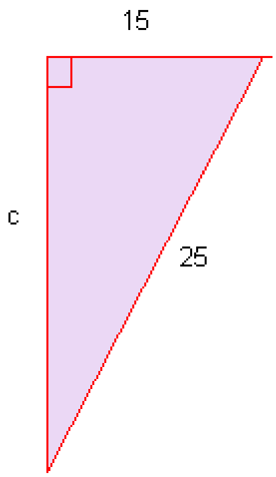
6. ¿Qué se establece en el teorema de Pitágoras?

7. Aplicar el teorema de Pitágoras para hallar la medida de cada lado indicado:

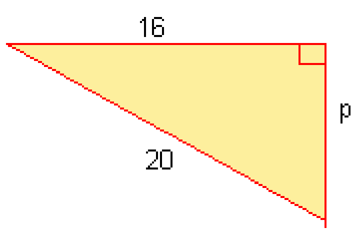
a.



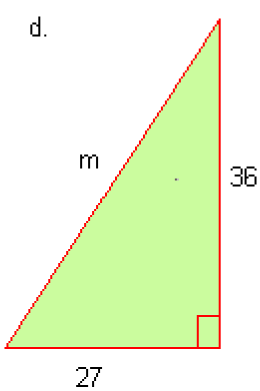
b.



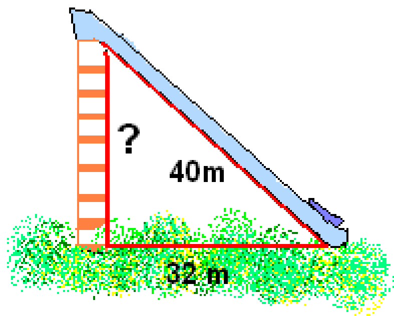
c.



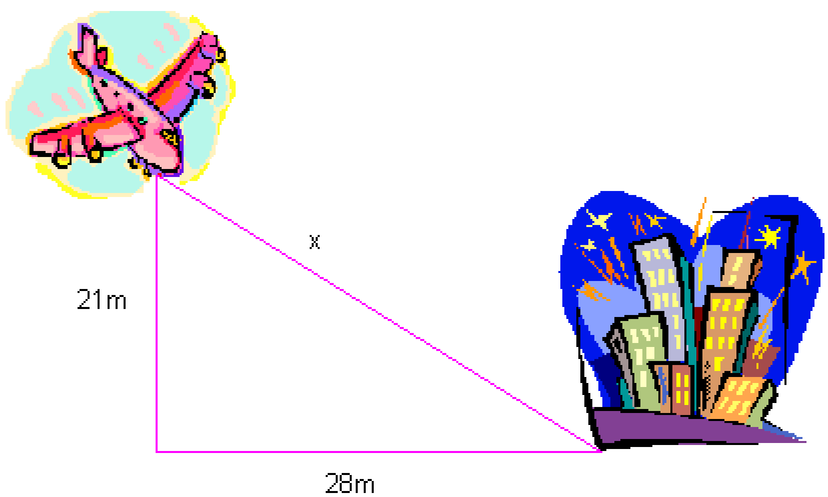
d.



8. La longitud de un rodadero es de 40 metros, y la distancia del extremo inferior del rodadero al pie de la escalera es de 32 metros. ¿Cuál es la altura de la escalera del rodadero?



9. De acuerdo con el gráfico, hallar la distancia del avión a la ciudad:



6. CONCLUSIONES

- De todas las culturas prehispánicas, los mayas tienen un valor muy especial para la humanidad. El calendario, el buen conocimiento de la astronomía, el descubrimiento del cero como número matemático y sus avances arquitectónicos, fueron algunos de los legados que dejó este pueblo indígena que aún se niega a desaparecer. De ahí que todas las actividades propuestas se basaron en el desarrollo de esta cultura ya que aparte de estructurar el pensamiento espacial y los sistemas geométricos del grado séptimo permiten rescatar la identidad cultural, admirar, valorar y creer en lo significativo de su legado. Aunque en este trabajo se utilizaron varios aspectos que identifican y dan carácter a la civilización maya, aún existe mucho material que permite no solo trabajar la geometría sino las diversas ramas de la matemática como el álgebra, la trigonometría, la aritmética, entre otras, es decir, esta propuesta intenta mostrar con un ejemplo cómo la historia del desarrollo de una cultura puede enriquecer el trabajo en el aula.

- A medida que las experiencias culturales se desarrollan, el conocimiento matemático se transforma de una manera general, las prácticas lúdicas se van interiorizando convirtiéndose en normas o en otras formas de saber como el arte o el conocimiento. Desconocer esta realidad como docentes para asumir el proceso de enseñanza aprendizaje en la actualidad es negar nuestros orígenes y las grandes posibilidades que tiene la historia de una cultura como elemento de socialización y de producción de conocimiento. Por lo tanto desde la perspectiva cultural la educación matemática deberá conducir al estudiante a la apropiación de los elementos de su cultura y a la construcción de significados socialmente compartidos, desde luego sin dejar de lado los elementos de la cultura matemática universal construidos por el hombre a través de la historia durante los últimos seis mil años.

- Esta propuesta es una propuesta interdisciplinaria porque además de tomar la geometría como eje principal, aparecen involucradas áreas del conocimiento como la historia, el lenguaje y las artes, cuya integración pretende que el estudiante conozca sus habilidades intelectuales, físicas, sociales y emocionales, además de adquirir seguridad en su capacidad para realizar las cosas y establecer relaciones sociales con sus compañeros.

- Esta propuesta va en la búsqueda de nuevos elementos que permitan mejorar el proceso de aprendizaje, por ello las actividades lúdicas que se realizaron están en su mayoría centradas en el juego para dominar habilidades como el manejar imágenes mentales, reconocer patrones sensibles, expresar emociones, hacer razonamientos deductivos y mantener relaciones personales satisfactorias, de tal manera que se facilite en los estudiantes una comprensión progresiva de las isometrías en el plano de manera que al alcanzar un cierto grado de abstracción se consiga un comprensión clara de los movimientos y de las relaciones existentes entre ellos.

- Las ideas expuestas en este documento son un punto de partida para la dinamización y el desarrollo autónomo del trabajo del maestro y del estudiante, incentivando la inventiva y la imaginación hacia nuevas y diversas formas de construcción del pensamiento matemático. Se aspira continuar profundizando y ampliando la temática sin dejar de lado la posibilidad de que el docente enriquezca el trabajo del aula explorando los aportes de la cultura maya o de cualquier otra cultura indígena, comunidades afro descendientes, grupos laborales, entre otros en las diversas áreas de la matemática. De acuerdo a esto, se puede hablar de las matemáticas de los aztecas, los incas, los muiscas, los taironas, los carpinteros, los albañiles, los campesinos y así podríamos seguir nombrando a muchos otros grupos culturales que pueden ser el punto de partida para iniciar procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

- Este es un trabajo de tipo teórico práctico, en el sentido de que además de presentar los elementos conceptuales que orientan la propuesta se complementa con la elaboración de actividades didácticas que son las que serán el referente principal acerca de la importancia de la misma. Consecuentemente un próximo trabajo debe ser el de llevar a las aula de clase la puesta en práctica de las actividades didácticas y estudiar la validez de las mismas.
Esperamos en nuestro ejercicio profesional tener la oportunidad de aplicarlo para poder compartir con ustedes esta experiencia en un futuro próximo.

- Complementariamente esta propuesta se realizó exclusivamente alrededor de la temática sobre algunas de las transformaciones del plano (isometría, semejanzas), se debe estudiar la posibilidad y conveniencia de entenderla hacia algunos otros temas que permitan un estudio más global de la geometría, en el grado tratado y en otros grados, trabajo que consecuentemente permitirá presentar a las autoridades educativas pertinentes, la posibilidad de una propuesta metodológica diferente en cuanto a la enseñanza de esta área.

BIBLIOGRAFIA

ARGÜELLES, José. El factor maya. Un camino más allá de la tecnología. 1987

ANACONA, Maribel. La historia de las matemáticas en la educación matemática. En: Revista EMA. Volumen 8, No. 1, (marzo de 2003).

ALEMÁN DE SÁNCHEZ, Ángela Argentina. Articulo: El enfoque histórico en la enseñanza de las matemáticas. Abril 1999.

CAMPOS, Alberto. La educación geométrica. Biblioteca Francisco Antonio Moreno y Escandon.

CASTRO, Walter Fernando y otros. Didáctica de la geometría I. Conceptos básicos de geometría euclidiana. Santiago de Cali, Febrero de 2004.

GONZÁLES, Alberto. "Historia de las matemática". La historia social de las Matemáticas. Boletín de Matemáticas. Bogotá. Pág.243-266. 1977

LANCIANO, N., Ver y hablar como Tolomeo y pensar como Copernico.
Vol. 7,2; Pág.173-182. 1989.

LARIOS OSORIO, Víctor. Artículo: Sistemas numéricos en el México antiguo. En: Revista Eureka No. 15, marzo de 2000. pág. 26-39.

DE GUZMAN, Miguel y RICO, Luís. Educación matemática en secundaria. Editorial Síntesis S.A. Madrid 1996.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos Curriculares, Matemáticas, Áreas Obligatorias y fundamentales. Colombia, julio de 1998

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. ¿Conoce usted lo que sus hijos deben saber y saber hacer con lo que aprenden? Estándares básicos de calidad en matemáticas y lenguaje. En: Revista MEN 2003

MORALES PIÑEROS, Miriam del Carmen y otros. Aritmética y Geometría II. Editorial Santillana S.A. Bogotá 2004.

PÉREZ, Jesús Hernando. Matemáticas- Enseñanza Universitaria: "La historia al servicio de la pedagogía".Bogotá: 18:3-11 1981

RICO, Luis. Consideraciones sobre el currículo escolar de matemáticas. En: Revista Ema. Bogotá Vol.1. Pág.4-24

RUIZ LHWILLIER, Alberto. Los antiguos mayas. Fondo de cultura económica. México.

SANTOS, Jorge. Los mayas y las incógnitas del periodo antiguo. Editorial Paraninfo s.a. Madrid.1981

SHARER, Robert. La civilización maya. Fondo de cultura económica. México.

TORRES RENGIFO, Ligia Amparo y DURÁN GARCIA Elvira. Didáctica de la geometría ll. Santiago de Cali. Febrero de 2005.

URIBE CÁLAD, Julio A. y BERRÍO MOLINA, José Israel. Elementos de matemáticas 7. Bedout Editores S.A. 5 ed. Medellín. 1989.

VON HAGEN, Víctor W. El mundo de los mayas. Editorial Diana. México, Octubre de 1964.

www.sectormatematica.cl/educmatem/rolhistoria.htm

http://www.fractus.mat.uson.mx/geometria/unidadlll/DGUlllw.htm

http://docentes.uacj.mx/flopez/cursos/Didactica/EnseñanzaDeLasMatematicas-2.htm

www.utp.ac.pa/articulos/matematica.html

www.matematicas.unal.edu.co/congreso/educación

www.divulgamat.net/weborriak/historia/Gaceta/Historia61.pdf

www.monografias.com/trabajosls/matemat-enseñanza/matemat-enseñanza.shtml#histor

http://iep.univalle.edu.co/~gem-uv/Hilbert/Concurso%20UPN/Propuesta%20Final%20Hilbert.doc

http:///www.matemáticas.unal.edu.co/congreso/educación

http://www.utp.ac.pa/articulos/matematica.html

http://www.syllogismos.it/history/Relime.PDF

http://www.ma1.upc.edu/recerca/reportsre/0304/rep030402massa.pdf
http://web.nmsu.edu/~psctt/isgems111.htm

http://www.csus.edu/indiv/ooreyd/ciaem/wg2Aldana.htm

http://web.nmsu.edu/~pscott/isgems91.htm

http:// www.cientec.or.cr/matematica/mayas.html
http://www.monografias.com/trabajos11/manliter/manliter.shtml

http://www.unidad094.upn.mx/revista/52/06.html

http://www.20enmate.com/profesores/profesores-art-geometria.asp

http://www.proel.org/alfabetos/maya.html

http://www.elmundomaya.com/esp/info/cien/ceram.htm

http://www.mexicodesconocido.com.mx/espanol/historia/prehispanica/detalle.cfm?

http://web.nmsu.edu/~pscott/isgems21.htm

http://oncetv-ipn.net/sacbe/mundo/los-mayas-y-los-numeros/operaciones.html

http://html.rincondelvago.com/chilam-balam.html

http://www.lector.net/verago98/mayas4.htm