



TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS EN LAS ESCULTURAS DE SAN
AGUSTÍN Y SU IMPLEMENTACIÓN EN EL AULA CON EL USO DE CABRI

RICARDO ALEXANDER URBANO MENESES

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA ÉNFASIS EN
MATEMÁTICAS

SANTIAGO DE CALI

2009

TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS EN LAS ESCULTURAS DE SAN
AGUSTÍN Y SU IMPLEMENTACIÓN EN EL AULA CON EL USO DE CABRI

RICARDO ALEXANDER URBANO MENESES

Email: riurbano@hotmail.com

DIRECTOR DE TRABAJO DE GRADO:

ARMANDO AROCA ARAUJO

Magister en educación con énfasis en
Educación Matemática – Universidad del Valle

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA ÉNFASIS
EN MATEMÁTICAS

SANTIAGO DE CALI

2009

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	8
INTRODUCCIÓN	9
CAPITULO I. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	11
1. Justificación	11
2. Planteamiento del problema	12
3. Objetivos	15
4. Metodología	16
4.1. Verificación de propiedades isométricas	16
4.2. Categorías de análisis	17
4.3. Propuesta de implementación en el aula de clase	19
4.4. Mediación instrumental	23
CAPITULO II. EXPLORACIÓN DE LA CULTURA MEGALÍTICA DE SAN AGUSTÍN A TRAVÉS DE LA ETNOMATEMÁTICA	24
5. Factores comunes al desarrollo cultural de los grupos étnicos	24
6. La etnomatemática	25
7. Cultura megalítica de San Agustín	26
7.1. Representaciones geométricas en las esculturas de San Agustín	29
7.2. Estatuaria de la cultura de San Agustín	33
8. Trazos en Cabri Geometri II plus	36
9. Verificación de figuras y transformaciones isométricas en las esculturas de San Agustín usando Cabri	37
9.1. Escultura Femenina mesita A	37
9.2. Templo Nororiental mesita A	39
9.3. Montículo Occidental mesita A	42
9.4. Templo dios de la guerra mesita B	44
9.5. Dios del Sol mesita B	47

9.6. El Águila mesita B	48
9.7. El Partero mesita B	49
9.8. El Obispo mesita C	51
9.9. El Simio mesita C	53
9.10. Ojos con forma de cabeza de águila	54
9.11. Escultura con ojos en forma de serpiente	55
9.12. Dios de la Agricultura	56
9.13. Dios de la lluvia Bosque de las Estatuas	57
9.14. Flautista Bosque de las Estatuas	58
9.15. Escultura sitio Arqueológico El Tablón	59
9.16. Deidad Protectora EL Purutal	62
9.17. Deidad de la Maternidad EL Purutal	63
9.18. La Máscara vereda Quebradillas	64
9.19. Escultura con herramientas vereda Quebradillas	65
10. Análisis de las transformaciones isométricas en las esculturas.	67
CAPÍTULO III. EL ARTE ESCULTÓRICO A LA CLASE DE GEOMETRÍA	70
11. Propuesta de implementación en el aula de clase	70
11.1. Estándares curriculares	70
11.2. Las transformaciones isométricas	71
11.3. Secuencia didáctica Movimientos en el plano desde una perspectiva etnomatemática mediada por Cabri	72
11.4. Análisis a priori de la secuencia didáctica	91
11.5. Sugerencias para el docente	92
11.6. Resultados esperados	95
12. Conclusiones	96
BIBLIOGRAFÍA	97

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: categorías de análisis transformaciones isométricas	17
Tabla 2: Categorías de análisis Figuras geométricas	18
Tabla 3: Distribución de las esculturas seleccionadas del área arqueológica de San Agustín	32
Tabla 4: Esculturas seleccionadas	33
Tabla 5: Programación de la secuencia didáctica.	76
Tabla 6: Informe de la Sesión 4	82
Tabla 7: Informe de la sesión 5	84
Tabla 8: Informe de sesión 6	86

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Mapa de la localización de San Agustín en el Huila y Colombia	26
Figura 2: Articulación de rectas paralelas y perpendiculares	30
Figura 3: Trazos sobre la escultura el Águila en Rengifo (1964)	31
Figura 4: Escultura femenina mesita A	38
Figura 5: Templo nororiental mesita A	39
Figura 6: Guardianes templo nororiental mesita A	40
Figura 7: Escultura central templo nororiental Mesita A	41
Figura 8: Escultura central montículo occidental mesita A	43
Figura 9: Templo Dios de la Guerra mesita A	44
Figura 10: Dios de la Guerra mesita B	45
Figura 11: Guardián templo Dios de la Guerra mesita A	46
Figura 12: Dios del sol mesita B	47
Figura 13: El Águila mesita B	48
Figura 14: El Partero mesita B	50
Figura 15: Escultura el obispo mesita C	52
Figura 16: Escultura el Simio mesita C	53
Figura 17: Escultura Ojos Cabeza de Águila	54

Figura 18: Escultura Zoomorfa Bosque de las Estatuas	55
Figura 19: Escultura Dios de la Agricultura	56
Figura 20: Escultura Dios de la lluvia Bosque de las Estatuas	57
Figura 21: Escultura Flautista Bosque de las Estatuas	58
Figura 22: Escultura central del Tablón	60
Figura 23: Escultura Tapa de tumba el Tablon	61
Figura 24: Escultura Deidad Protectora el Tablon	62
Figura 25: Escultura Maternidad Cerro el Purutal	63
Figura 26: Escultura La Máscara Quebradillas	64
Figura 27: Escultura Herramientas Quebradillas	66
Figura 28: Escultura la Mascara, sesión 2	78
Figura 29: Interfaz de Cabri	79
Figura 30: Interfaz de Cabri, Herramientas de construcción	80
Figura 31: Trazos con Cabri Escultura Dios del Sol	800
Figura 32: Traslación de figuras en el plano	81
Figura 33: Rotación de figuras en el plano	83
Figura 34: Simetría Axial	85
Figura 35: Simetría central	86
Figura 36: Escultura El Partero, Sesión 6 segunda parte	87
Figura 37: Silueta de la Escultura Con Herramientas Quebradillas	87

RESUMEN

El presente trabajo denominado “Transformaciones isométricas en las esculturas de San Agustín y su implementación en el aula con el uso de Cabri” se realizó durante los años 2008 y 2009, buscando Identificar el desarrollo que alcanzó el grupo escultor de la cultura de San Agustín, en relación con las transformaciones isométricas y su aplicación para el diseño y elaboración de las esculturas. A partir de los resultados obtenidos se crea una secuencia didáctica para la enseñanza de las transformaciones de traslación, rotación y simetría en el grado quinto de las instituciones educativas del municipio de San Agustín que responden a un contexto histórico, cultural específico.

Para el análisis se tomaron fotografías a las esculturas ubicadas en los sitios arqueológicos del municipio de San Agustín Huila, las cuales fueron editadas para ser usadas como fondo de pantalla en Cabri, esto permitió establecer el uso de las transformaciones isométricas en la planeación y elaboración de los monumentos.

Se encontró un reiterado uso de las transformaciones de traslación, rotación y simetría en las que se evidencia el uso de ejes de simetría horizontales y verticales definiendo un plano con origen en el punto medio de la escultura a partir del cual distribuyeron los detalles esculpidos en la roca, siguiendo una proporción armónica que hace corresponder a cada elemento de la derecha otro en la izquierda y a cada elemento de arriba otro en la parte de abajo a partir del punto medio de la escultura u origen del plano.

La propuesta de implementación busca integrar los conceptos de la geometría con aspectos históricos y culturales mediada por los ambientes de geometría dinámica específicamente el programa Cabri. Con esto se aporta al reconocimiento del desarrollo científico del pueblo escultor y proponen alternativas didácticas para la enseñanza de la geometría.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo se desarrolló en la línea de investigación de Etnomatemática inscrita en el grupo de Historia de las Matemáticas del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle.

Con esta investigación se identificó el uso de las transformaciones de isometría por parte de los escultores prehispánicos para la planeación y elaboración de la estatuaria que hace parte de los vestigios arqueológicos que hoy conocemos como cultura de San Agustín en el departamento del Huila, Colombia. Se hizo un análisis desde una perspectiva Etnomatemática, la cual reconoce los saberes y prácticas propias de cada grupo, en relación con los avances geométricos que tenía el pueblo escultor que desapareció alrededor del siglo IX D.C. Duque (1964).

Se usó el software Cabri Geometry II Plus, instrumento que permitió la exploración y verificación del conocimiento impreso en el arte escultórico en relación con las transformaciones isométricas. Con los resultados de este trabajo se creó una propuesta de implementación a partir del diseño de una Secuencia Didáctica (SD) para el desarrollo de la clase de geometría en el grado quinto de la educación básica primaria en las instituciones educativas del municipio de San Agustín, grado en el que, de acuerdo con los lineamientos curriculares, se establece la enseñanza de conceptos geométricos como, las traslaciones, rotaciones y simetrías que se encuentran en textos escolares y documentos que abordan los ejes temáticos del pensamiento geométrico y espacial a través de ejemplos con representaciones de polígonos o figuras, la propuesta diseñada consiste en presentar esos mismos contenidos usando imágenes de las esculturas de San Agustín, lo que permite un encuentro del estudiante con la cultura de sus antepasados desde el punto de vista histórico, artístico y geométrico; ofreciendo al estudiante una opción novedosa para explorar y aprender las transformaciones de traslación, rotación y simetría y de paso afirmar su identidad cultural.

En la propuesta de implementación se usan algunos monolitos para mostrar la aplicación de las transformaciones en las esculturas de San Agustín utilizando Ambientes de Geometría Dinámica (AGD). Se hace referencia al tema de las

transformaciones geométricas teniendo en cuenta que a través de la investigación se pudo establecer el manejo de estas propiedades por el grupo escultor; sin embargo, no se descarta la implementación de los resultados de otros temas.

Además de pretender hacer un aporte al desarrollo del aprendizaje de la geometría, se busca con este trabajo un reconocimiento al avance científico y cultural que tuvo el pueblo aborígen que habitó el territorio de San Agustín.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1. JUSTIFICACIÓN.

En las matemáticas y la geometría se han desarrollado estudios que muestran la complejidad de los sistemas de numeración y las propiedades geométricas en las culturas precolombinas, los cuales encuentran sustento teórico en la propuesta que Ubiratan D'Ambrosio denominó etnomatemática, propiciando que en las últimas dos décadas hallan surgido investigaciones a nivel mundial que enfocan sus esfuerzos en reconocer la existencia de saberes distintos a los occidentales, permitiendo redimir los conocimientos matemáticos de los pueblos aborígenes de lo que hoy se conoce como América latina

El pueblo escultor del Alto Magdalena¹ en su arte lítico plasmó su pensamiento mítico religioso, donde se puede identificar sus conocimientos y avances en relación con la geometría. En este sentido se hace necesario el desarrollo de investigaciones puntuales sobre el tema, con las cuales, además de mostrar sus avances científicos en paralelo con la ciencia occidental, deben servir de insumo para las clases de geometría, como una alternativa para su enseñanza y como un elemento que permite rendir homenaje a estos pueblos, exaltar el sentido de pertenencia, el reconocimiento a nuestros ancestros y afirmar la identidad latinoamericana.

El presente trabajo tiene como propósito conocer los avances geométricos en relación con las transformaciones isométricas que alcanzó el grupo escultor y que utilizó para el diseño de las esculturas que se exhiben actualmente en el parque arqueológico de San Agustín; con la intención de usar los resultados en el diseño

¹ Nombre que se le designa a la zona arqueológica que corresponde a los municipios de San Agustín e Isnos, que son los primeros lugares que recorren el río Magdalena.

de una secuencia didáctica que se implementará en la clase de geometría de las instituciones educativas de este municipio, desde una perspectiva Etnomatemática en la que se reconocen “otros saberes” y la implementación de (AGD) que favorecen los sistemas de representaciones visuales en el proceso de conceptualización y aprendizaje de la geometría.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la sociedad actual se percibe una tendencia al desconocimiento y la descalificación de las manifestaciones artísticas, culturales y científicas de las sociedades prehispánicas de América Latina, idea que se basa en una supuesta superioridad de la cultura Europea, que se impuso desde la conquista y la colonia perpetuándose hasta nuestros días.

Es así como en el periodo del descubrimiento y conquista a los hombres que habitaban estos territorios se les cuestionó si tenían alma o si eran humanos, lo que se convierte en un punto de referencia y el extremo al que se llegó por parte de una sociedad dominante que destruyó unos saberes que habían construido estos pobladores a lo largo de muchos años, cortando de plano esta evolución, desconociendo y satanizando las prácticas que estos pueblos desarrollaron a partir de sus creencias, arte y estilos de vida. Al respecto Rengifo (1964,45) expone lo siguiente:

...del hombre de la selva que llamaron salvaje, del hombre que moldeaba el oro para sus deidades y para su propio adorno y que a la postre vino a ser su perdición por la codicia de los conquistadores; por la avaricia del hombre blanco, culto, cristiano y civilizado, que equívoca el concepto de religión; que subestima el poder del arte creador y asuela el arte de tantos siglos, en un ciclón de verdadero salvajismo originado en una fatal ignorancia que desata el vandálico propósito destructor...

Son más de 500 años donde se nos ha impuesto una matemática occidental que ha desconocido otras posibilidades.

En el desarrollo del arte escultórico de San Agustín se han realizado diversos estudios los cuales en su mayoría apuntan al desarrollo social y artístico dentro del marco teórico de la antropología y las artes plásticas, sin que hasta el momento se haya llevado a cabo un estudio específico acerca de los avances geométricos que tuvo el pueblo escultor y que a su vez les permitió crear una serie de detalles que plasmaron en la roca, elementos que despiertan diversos intereses a nivel mundial, considerándose como un lugar enigmático por las representaciones abstractas de figuras y formas con características míticas religiosas que nos muestran el desarrollo social, cultural y científico que poseía el grupo escultor.

Rengifo (1964), realiza un compendio de diferentes detalles en las esculturas que siguen un patrón de construcciones artísticas y describe diferentes detalles donde se pueden observar este tipo de composiciones dentro del espacio, definido como la dimensión geométrica en donde se expone una idea plástica. Allí, el plano geométrico, cuadrado, rectangular, triangular o romboide, es adaptado, reducido o aumentado, pero siempre sostenido por la concepción general, a la cual debe quedar circunscrito.

En este mismo sentido se encuentra el trabajo de la Geometría en la Roca de Trejos (2002) quien expone que:

“En este contexto la matemática trasciende la acumulación de datos, ecuaciones y algoritmos, convirtiéndose más bien en una dimensión cultural humana, no es preciso aprender matemática, los hombres son matemáticos, antes que los símbolos están las estructuras matemáticas (sistemas) esenciales para la supervivencia de los grupos humanos”.

De esta manera existen una serie de elementos que nos indican que el grupo escultor estableció un conocimiento alrededor de la geometría, que trataremos de

acercarnos a su lógica de construcción después de 1800 años, para su posterior implementación al desarrollo de las clases de geometría, si tenemos en cuenta que los lineamientos curriculares a través del pensamiento espacial y sistemas geométricos, proponen el aprendizaje utilizando elementos del medio con los que el estudiante interactúa, permitiéndole identificar y asimilar los conceptos de forma vivencial a partir de situaciones que involucren elementos de su cultura, como lo propone la Etnomatemática que se ha convertido en una alternativa para la enseñanza de la geometría.

En el propósito de llevar estos referentes al contexto educativo, el diseño de la secuencia didáctica estará mediada por los ambientes de geometría dinámica (AGD), instrumentos que posibilitan el acceso a otros tipos de representaciones visuales, a través de los cuales se desarrollarán las actividades de exploración y su comportamiento al arrastre para identificar las propiedades geométricas que permanecen invariantes en particular la distinción entre lo contingentes y lo necesario, Garzón (2005).

En la educación básica colombiana se ha identificado una crisis en la enseñanza tradicional que se refleja en los resultados de las pruebas que se hacen internamente en las instituciones educativas y las externas como las pruebas TIMSS, Saber, ICFES que muestran el bajo desempeño de los estudiantes para resolver las preguntas relacionadas con el pensamiento espacial y sistemas geométricos. Álvarez, Torres y Guacaneme (1997).

Con el propósito de hacer un aporte al desarrollo de la cátedra agustiniana que por decreto 690 de 1991 la gobernación del departamento del Huila establece su enseñanza “en las instituciones docentes de todo el departamento”, la cual busca fortalecer la identidad del pueblo huilense en relación al valor histórico y cultural de los vestigios arqueológicos.

De acuerdo a lo anteriormente expuesto, se intentará dar respuesta a la siguiente pregunta:

¿Qué conocimientos alcanzó el grupo escultor en relación con las transformaciones isométricas para tallar las esculturas y cómo implementar estos elementos en la enseñanza de las transformaciones de traslación, rotación y simetría en los grados cuarto y quinto de la educación básica primaria de las instituciones educativas de San Agustín, usando el programa Cabri Geometry II plus?

3. OBJETIVOS

3.1. OBJETIVO GENERAL

Identificar los desarrollos que alcanzó el grupo escultor de la cultura de San Agustín, en relación con las transformaciones isométricas y crear una secuencia didáctica para la enseñanza de las transformaciones de traslación, rotación, y simetría en las instituciones educativas del municipio de San Agustín.

3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Identificar las figuras y transformaciones isométricas empleadas en las configuraciones geométricas que dieron forma a la estatuaria de San Agustín
- ✓ Plantear procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría mediada por una perspectiva cultural.
- ✓ Diseñar una secuencia didáctica con las propiedades geométricas presentes en los monolitos de San Agustín para la enseñanza de las transformaciones de traslación, rotación y simetría. que module el pensamiento geométrico y espacial,

4. METODOLOGÍA

4.1. VERIFICACIÓN DE PROPIEDADES ISOMÉTRICAS

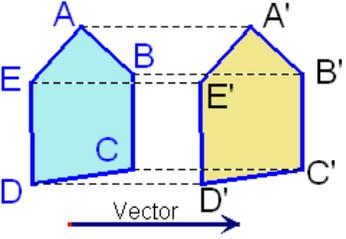
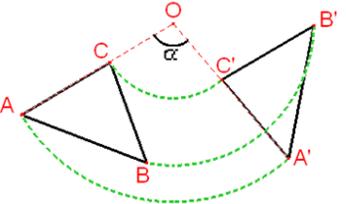
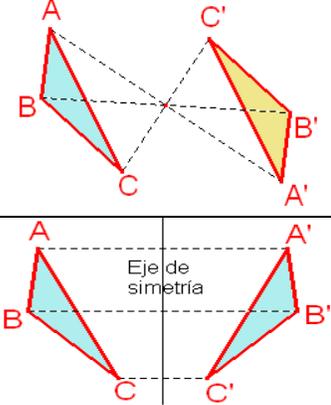
La investigación que se realizó es de tipo descriptivo analítico, como estrategia metodológica se utilizó la observación, clasificación y verificación de las propiedades de las transformaciones de isometría en las esculturas ubicadas en la zona arqueológica del alto Magdalena; se tomaron aproximadamente 100 fotografías las cuales 22 cumplían las condiciones técnicas y permitían un plano de la escultura a una distancia constante y un punto medio en relación con la longitud de la misma. Para tomar las fotografías se utilizó una lente neutra que para no distorsionar la imagen, además se tuvo en cuenta la incidencia de los rayos de luz para evitar las sombras y efectos ópticos en la imagen. Las fotografías fueron editadas en un procesador de imágenes (Paint) para adecuar el tamaño de las fotografías que se colocaron como fondo de pantalla en el área de trabajo del programa *Cabri Geometry II Plus*, aquí se redefinieron los objetos y detalles de las esculturas, para mejorar su visualización y comprensión. Posteriormente se verificó la presencia de las propiedades geométricas en las esculturas usando las herramientas del programa correspondientes a las transformaciones geométricas.

En este proceso se tuvo en cuenta las siguientes categorías de análisis:

4.2. CATEGORÍAS DE ANÁLISIS

A partir de las definiciones de las transformaciones isométricas de traslación, rotación, simetría y las figuras geométricas como rectángulos, circunferencias y polígonos regulares se verificó el cumplimiento de las propiedades en los elementos esculpidos de acuerdo a los conceptos enunciados a continuación:

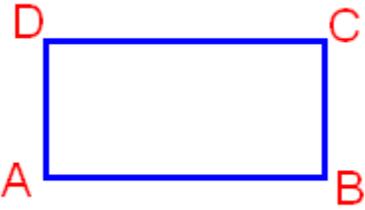
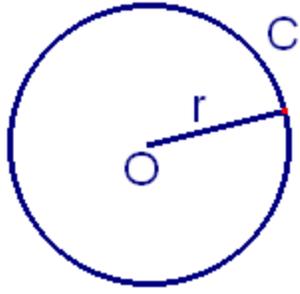
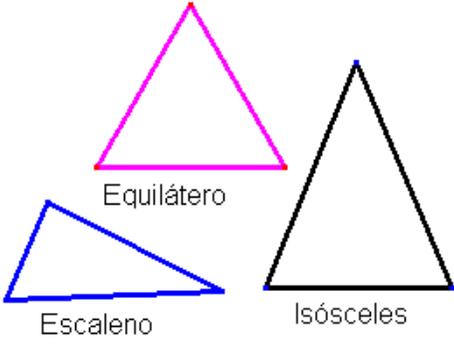
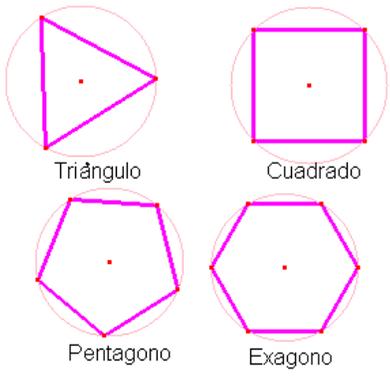
Tabla 1: categorías de análisis transformaciones isométricas

TRANSFORMACIÓN ISOMETRICA	DESCRIPCION ²	GRAFICA ³
TRANSLACIÓN	<p>Las traslaciones son movimientos que, tras deslizar una figura en línea recta en su propio plano (determinada por un vector), dicha figura mantiene su forma y tamaño. En la traslación se distinguen tres elementos: dirección (horizontal, vertical u oblicua), sentido (derecha, izquierda, arriba, abajo) y magnitud del desplazamiento (distancia entre la posición inicial y final de cualquier punto).</p>	
ROTACIÓN	<p>Rotación, de centro O y ángulo α, es una transformación geométrica que hace corresponder a cada punto P otro punto P' tal que: $OP=OP'$ y el Angulo $POP' = \alpha$</p> <p>Las rotaciones son movimientos directos que se hacen sobre el mismo plano, conservando su forma y tamaño una rotación es un movimiento que se efectúa al girar una figura en torno a un punto y tiene las siguientes características: un punto denominado centro de rotación, un ángulo, un sentido de rotación.</p>	
SIMETRÍA	<p>Las Simetrías son movimientos en el plano que aplicados a una figura geométrica producen el efecto de un espejo. Hay simetría Axial cuando se hace corresponder cada punto con su imagen equidistante a una recta; hay simetría central si la correspondencia es con relación a un punto.</p>	

² Definiciones adaptadas de Matemáticas Mega y www.sectormatematica.cl/ppt/trans-isom.ppt

³ Imágenes creadas en Cabri por Ricardo Urbano

Tabla 2: Categorías de análisis Figuras geométricas

FIGURA GEOMÉTRICA	DESCRIPCIÓN	GRAFICA
Rectángulo	Paralelogramo de cuatro lados, con sus cuatro ángulos rectos y sus diagonales son iguales	
Circunferencia	Figura geométrica, curva plana cerrada en la que cada uno de sus puntos equidista de un punto fijo, llamado centro de la circunferencia.	
Triángulos	Polígono de tres lados. Según la longitud de sus lados, los triángulos se clasifican en equiláteros, si sus tres lados son iguales, isósceles, si tienen dos lados iguales, y escalenos, si los tres lados son distintos.	
Polígonos regulares.	Figura geométrica que tiene todos sus lados y sus ángulos iguales. Los polígonos regulares están circunscritos por una circunferencia a la cual pertenecen las vértices del polígono.	

4.3. PROPUESTA DE IMPLEMENTACIÓN EN EL AULA DE CLASE

Tomando como punto de partida los resultados obtenidos en la investigación sobre las representaciones geométricas en las esculturas de San Agustín se diseñó una secuencia didáctica⁴ que se propondrá a los docentes de San Agustín para ser implementadas en el desarrollo de la clase de geometría en la enseñanza de las transformaciones de translaciones, rotaciones y simetrías, haciendo referencia al pensamiento espacial y sistemas geométricos, de manera que permita vivenciar nuevas experiencias en el proceso de aprendizaje y promover en los estudiantes la aprehensión de las nociones o conceptos de forma lúdica, práctica, mediados por escenarios culturales.

Para el diseño de la secuencia didáctica se tuvo en cuenta la coherencia y orden lógico de los elementos que la conforman, analizar los tipos de conocimiento: conceptuales, procedimentales y actitudinales, Además se sugiere formas de evaluar los procesos de aprendizaje de los alumnos y establecer un cronograma. El diseño de la secuencia didáctica debe conformarse con los siguientes elementos, Vela (2009).

4.3.1. Tema Integrador:

Las representaciones geométricas en las esculturas de San Agustín mediadas por el AGD Cabri Geometry II Plus.

4.3.2. Conceptos Fundamentales: Las transformaciones geométricas.

4.3.3. Conceptos Subsidiarios: De acuerdo a los estándares de matemáticas del grado quinto de la Educación Básica Primaria en el Pensamiento espacial y Sistemas geométricos se debe enseñar las transformaciones de traslación, rotación y simetría que se relaciona con el estándar “*Hacer conjeturas y*

⁴ Secuencia didáctica es una serie de actividades relacionadas entre sí. Que pretende enseñar un conjunto de contenidos específicos, con el propósito de lograr determinadas competencias, Giovannini (1996)

verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños” MEN (2003)

4.3.4. Objetivos de la secuencia didáctica

- identificar la traslación, la rotación y la simetría de figuras en un plano.
- Describir los cambios de posición que se observan entre una figura y su imagen por traslación, rotación o simetría.
- Reconocer traslaciones, rotaciones y simetrías en las esculturas de San Agustín.
- Describir los cambios de posición que se observan en la aplicación de traslaciones, rotaciones y simetrías en un sistema de coordenadas.

4.3.5. Actividades de Aprendizaje

Las actividades de Apertura se realizan en tres sesiones

Sesión 1: Socializaciones y diagnóstico

Se exploran los conocimientos que los estudiantes tienen sobre la cultura prehispánica de San Agustín y las representaciones geométricas que identifican en las esculturas, se comentarán las actividades planeadas, se entregará el programa de actividades con los ejes temáticos, objetivos propuestos, evaluación, materiales y cronograma de actividades.

Sesión 2: Nivelación.

Se realizarán actividades donde los estudiantes construyan figuras geométricas y reconozcan sus propiedades, además las definiciones de segmento, rectas, rectas paralelas, perpendiculares y el manejo de los instrumentos como: regla, compas y transportador. Se entregará al estudiante la copia de la fotografía de una escultura, sobre la cual resaltaré usando regla, compas y lápiz los detalles geométricos que observe en la escultura describiendo paso a paso los trazos que realiza y las figuras que construye.

Sesión 3: Introducción a Cabri Geometry II plus

La actividad en Cabri busca que el estudiante explore las herramientas con las que cuenta el programa, experimentando los trazos que pueda realizar, luego se hará una actividad dirigida tratando de replicar los detalles resaltados en una escultura, con el fin de familiarizar al estudiante con las herramientas básicas del Cabri y el reconocimiento de las propiedades de las figuras geométricas.

4.3.6. Actividades de desarrollo

Se crearon tres actividades para inducir al estudiante a la abstracción de los conceptos de transformaciones en el plano.

Sesión 4: Trasladando figuras en el plano

La actividad busca que los estudiantes comprendan algunos métodos básicos para trasladar figuras geométricas en el plano a través de la manipulación de figuras y la exploración de los ambientes de geometría dinámica como Cabri, usando como fondo de pantalla las imágenes de las esculturas, permitiéndole un acercamiento a los objetos geométricos que intervienen en la traslación de figuras en el plano.

Sesión 5: Girando figuras geométricas en el plano

Con esta actividad se pretende que los estudiantes comprendan la idea de rotación de figuras geométricas en el plano, manipulando figuras y explorando en Cabri, las figuras o detalles, el centro de rotaciones y el ángulo de giro.

Sesión 6: Reflejando figuras geométricas en el plano

Esta actividad busca que los estudiantes comprendan la idea de simetría axial y central, al resaltar la silueta y los detalles de la imagen de una escultura seleccionada, realizará dobleces que hagan coincidir los detalles generando el eje de simetría axial o el punto de la simetría central. De igual manera esta actividad se desarrollará con el uso de Cabri.

4.3.7. Actividades de Cierre

Sesión 7: Argumentación y vivencia

Se hará un reconocimiento de campo en el Parque Arqueológico de San Agustín para integrar el estudiante con la historia de un pueblo milenario, su desarrollo geométrico y el aprendizaje de los conceptos de traslación, rotación y simetría, cada grupo expondrá a los compañeros las nociones y conceptos encontrados en las esculturas asignadas para esta actividad, exponiendo las propiedades y conceptos que sustentan sus análisis y hallazgos alrededor de las transformaciones geométricas y un acercamiento al significado histórico, artístico y cultural que representan las esculturas

4.3.8. Propuesta de evaluación

Sesión 8: Evaluación

Se evaluará la conceptualización, apropiación, habilidades y competencias alcanzadas por los estudiantes frente al manejo del software, los movimientos en el plano y su percepción acerca del desarrollo científico y cultural del pueblo escultor.

- a. A partir de la imagen de una escultura utilizada como fondo de pantalla en Cabri el estudiante deberá reconocer las figuras geométricas y detalles en los cuales se identifiquen las transformaciones.
- b. Teniendo en cuenta los conceptos estudiados, el estudiante creará su propia escultura aplicando las transformaciones geométricas en el plano justificando los detalles que la forman e identificando las coordenadas cartesianas de los vértices.
- c. Describe su percepción acerca de los avances científicos del grupo escultor y el desarrollo social y económico del municipio.

4.3.9. Tiempo estimado

- Tiempo didáctico⁵: Un mes que corresponde al tiempo que el docente requiere para la revisión de la propuesta y su experimentación.
- Tiempo capital o cronológico: 9 semanas, 1 hora de 45 minutos por semana, más una salida de campo de aproximadamente 6 horas.
- Tiempo de la herramienta⁶: 8 horas distribuidas en 4 secciones de 2 horas.

4.4. MEDIACIÓN INSTRUMENTAL.

La propuesta de implementación está mediada por los ambientes de geometría dinámica (AGD), toma como referencia la Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas (1999), que propone el uso del programa Cabri como herramienta que favorece la visualización de los objetos geométricos, además se tiene en cuenta los diferentes procesos de representación que la interfaz del programa muestra en el área de trabajo de Cabri, generando diversas representaciones que amplían las posibilidades de acceder al concepto y su aplicación Moreno (2002). La SD posibilita al profesor explorar con los estudiantes las propiedades de las representaciones en las esculturas, mientras reconocen las transformaciones de traslación, rotación y simetría.

⁵ Tiempo didáctico es definido por Chevallard (1991) como el tiempo en el cual se programa la enseñanza de cierto conocimiento respecto a la transposición didáctica.

⁶ Tiempo de la herramienta: Representa el tiempo necesario para que el alumno llegue a familiarizarse con la herramienta y aprenda a utilizarla.

CAPITULO II

EXPLORACIÓN DE LA CULTURA MEGALÍTICA DE SAN AGUSTÍN A TRAVÉS DE LA ETNOMATEMÁTICA

5. FACTORES COMUNES AL DESARROLLO CULTURAL DE LOS GRUPOS ÉTNICOS

Para el análisis de los desarrollos matemáticos de los grupos étnicos contemporáneos al igual que las culturas precolombinas, de acuerdo a los estudios realizados por Alan Bishop (1999), se tienen en cuenta seis factores que son comunes a todo grupo humano, esos factores son: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar. Para el desarrollo de esta investigación se tomó en cuenta los siguientes factores.

Localizar. El término localizar caracteriza las actividades relacionadas con saber desplazarse, conocer el área del propio hogar, viajar sin perderse y relacionar objetos entre sí. Los grupos humanos han creado una serie de esquemas posicionales que se rigen a un sistema de referencia que en su mayoría corresponden al sol o la luna al igual que al relieve de su entorno; la cultura de San Agustín establece una estrecha relación con el sol asociando su nacimiento con la vida y el ocaso con la muerte, el cual determinó la posición de las construcciones de sus viviendas al igual que la de sus tumbas. Otro elemento de posición corresponde al nacimiento y cauce de ríos y quebradas porque además de establecer sus viviendas al lado de estos sitios son utilizados para construcción de elementos rituales como es la Fuente de lava patas, donde se crea un sistema posicional de canales y piletas que instituyen una estratificación social de acuerdo a la posición que ocupa cada miembro en este sitio.

Diseñar. Corresponde a las actividades que se ocupan de todos los objetos y artefactos manufacturados que crean la cultura para el uso domestico, para la actividad económica, para adorno, para la guerra, para el pueblo y para propósitos

religiosos entre otros, además diseñar tiene una estrecha relación con los espacios a gran escala que corresponden a la distribución de las aldeas, jardines, calles, poblaciones. Lo importante desde el punto de vista matemático es el plano, la estructura, la forma imaginada, las relaciones espaciales que se perciben entre el objeto y el propósito, la forma abstraída y el proceso de abstracción. Esta actividad tiene un desarrollo notorio en la cultura de San Agustín, la mayoría de sus esculturas obedecen a una diversidad de diseños que pretenden representar y abstraer diversos fenómenos de su entorno los cuales sufren variaciones al momento de representarlos tratando de magnificar los elementos que quieren resaltar en esta expresión.

Explicar. Este término expone las relaciones existentes entre unos fenómenos y la búsqueda de una teoría explicativa, con el ambiente social más que con el ambiente físico, probablemente la seguridad de las cosas hace buscar la mismidad o similitud y el lenguaje. El desarrollo de los pueblos y de sus diferentes actividades tratan de establecer una significación común para los fenómenos que se presenta en su entorno, en este sentido, el lenguaje al igual que las matemáticas permiten construir una explicación que contienen el sentir de los miembros de una comunidad.

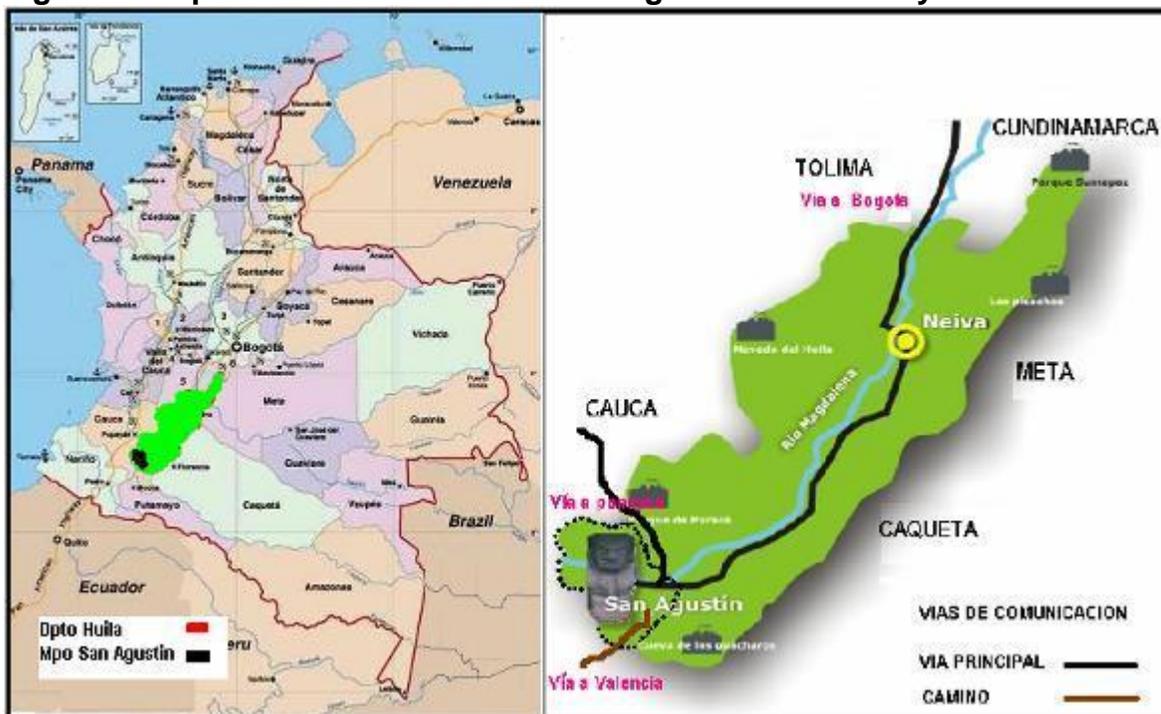
6. LA ETNOMATEMÁTICA

En entrevista hecha a D'Ambrosio por Hilbert Blanco-Álvarez (2008), se define la etnomatemática etimológicamente a partir de tres raíces: *etno*, que corresponde a los diversos ambientes sociales, culturales, naturales del hombre en su contexto circundante y circunstancial, la segunda raíz de origen griego que se llama *mathema* quiere decir explicar, entender, enseñar, manejarse y un tercer componente es *thica*, de la raíz griega *ticni* que es el arte, técnicas y maneras. “Entonces sintetizando estas tres raíces en etnomatemática. Ésta sería las artes, técnicas de explicar, de entender, lidiar con el ambiente social cultural y natural”.

7. CULTURA MEGALÍTICA DE SAN AGUSTÍN

El pueblo escultor, que hoy conocemos como cultura de San Agustín, estuvo ubicado en las estribaciones del macizo colombiano al sur del departamento del Huila Colombia, entre los siglos II a.C y VIII d.C.

Figura 1: Mapa de la localización de San Agustín en el Huila y Colombia



FUENTE: IGAC. Atlas de Colombia, 2003. Secretaria de Turismo San Agustín, diseño: Ricardo Urbano

El espacio donde se desarrolló este pueblo está caracterizado por un accidentado relieve, sus tierras se encuentran repartidas en la bifurcación de las cordilleras oriental y central. Su localización astronómica está entre los meridianos $76^{\circ} 15'$ y $76^{\circ} 36'$ longitud oeste del meridiano de Greenwich y a $1^{\circ} 33'$ y $2^{\circ} 10'$ latitud norte IGAC (2002).

En la región existen todos los pisos térmicos, desde terrazas aluviales muy extensas ubicadas a una altura de 800 m.s.n.m., hasta una altura de 3500 m.s.n.m. en el páramo de las papas donde nacen los ríos Cauca, Patía, Caquetá y Magdalena. La mayoría de la población del grupo escultor se concentró en sitios que se ubican entre los 1.500 y 2.000 m.s.n.m., que hoy corresponden a los

municipios de San Agustín e Isnos y que actualmente cuentan con una población aproximada de 30.000 y 42.000 habitantes respectivamente. Estos municipios se han convertido en destinos turísticos de nacionales y extranjeros, registrándose 75.000 visitantes en el año 2007⁷. Quienes en su mayoría son atraídos por el valor cultural que representan estos vestigios

La UNESCO declaró a San Agustín Patrimonio de la humanidad, en diciembre de 1995 (código C-744) en reconocimiento a su importancia como “testimonio único de una civilización desaparecida”. Se destaca por su arte megalítico con más de 400 monolitos que encierran los secretos de un pueblo enigmático, cuyos miembros desaparecieron dejando la majestuosidad de sus complejos funerarios alrededor de los cuales han surgido diversos interrogantes que por más de 300 años, numerosos exploradores, científicos, arqueólogos, artistas y visitantes tratan de resolver sin que hasta el momento se haya logrado una teoría que descifre de manera concisa muchas de las representaciones y elementos que conforman los vestigios arqueológicos.

La mayoría de las esculturas hacen parte de un ritual funerario realizado a los personajes principales, a sus dioses como el Sol, la Luna, el agua y animales de su entorno. De acuerdo con Gerardo Reitchel Dolmatoff (1972) se observan cuatro estilos fundamentales en la estatuaria de San Agustín que son: ***El Naturalista***, en el cual el tema representado son las formas naturales, sin alteración de sus características básicas. Este conjunto es quizás uno de los más tempranos de San Agustín, ***El Arcaico***, Que es contemporáneo del primero y comprende todas las piedras burdamente trabajadas, ***El Expresionista*** que corresponde a todas las formas tridimensionales más elaboradas, generalmente asociadas al tema del jaguar, símbolo de la fuerza vital. ***El Abstracto***, son aquellos temas fantásticos, con la misma calidad escultórica de las tallas expresionistas, la mayoría de éstas representaciones son antropozoomorfas resaltando los colmillos de un felino, lo que se conoce como culto al jaguar que se incorporaba en todas las culturas prehispánicas de centro y sur América.

⁷ Registro de entrada del parque arqueológico. Enero diciembre del 2007

Existen varias clasificaciones cronológicas acerca del desarrollo del pueblo escultor, una de ellas es la establecida por Luís Duque Gómez y Julio Cesar Cubillos (1979), que clasifican el desarrollo del pueblo escultor en cuatro periodos:

Arcaico (3300 a. de C. a 1100 a. de C.): la fecha más antigua fue encontrada en el sitio conocido como *Alto de Lavapatas*, que se asocia a los primeros asentamientos humanos en el Alto Magdalena probablemente este sitio era utilizado como lugar de pernoctación de algunos grupos nómadas que vivían de la caza, la pesca y la recolección de frutos silvestres.

Formativo (1100 a. de C a 200 a. de C.): en este periodo se establecieron sociedades sedentarias y agrícolas no muy numerosas en la región; aquí los pobladores fueron perfeccionando sus herramientas y el manejo de la cerámica o vasijas de barro de uso domestico.

Clásico Regional (200 a. de C a 800 d. de C.): en este periodo la población aumentó entre 4000 y 8000 habitantes, se distribuyeron en asentamientos con una extensión aproximada de 100 Kilómetros cuadrados, dichas comunidades se concentraron alrededor de centros ceremoniales, en donde se erigían los montículos funerarios que encerraban tumbas monumentales, precedidos por estatuas dedicadas a individuos de gran importancia. En este periodo se da el florecimiento del arte escultórico que inicia con figuras en bajo relieve conservando la forma natural de la piedra, luego extraen la piedra, le dan la forma que desean, y la esculpen en dos dimensiones. A finales del periodo las esculturas son tridimensionales y se encuentran detalles mas elaborados, se cree que la mayoría de las esculturas fueron policromadas y que por efectos de la humedad y las condiciones atmosféricas el color no se perpetuó hasta nuestros días quedando tan sólo alrededor de media docena de esculturas en las que aún se puede observar los colores rojo, negro, azul y amarillo. De igual manera la cerámica no es sólo de uso doméstico, aparecen las alcarrazas, copas, cofres, que son de uso ritual.

Reciente (800 a. de C. a 1550 d. de C.): en este periodo la población aumentó y continuó habitando las mismas comunidades e incluso se centralizó aún más que durante el período anterior. Hacia el año 900 d.C. las formas cerámicas cambian de nuevo. Se dejan de construir tumbas monumentales; la población crece considerablemente y la agricultura parece adquirir más importancia. Muchos poblados de este periodo prehispánico, fueron abandonados antes de la conquista española.

7.1. REPRESENTACIONES GEOMÉTRICAS EN LAS ESCULTURAS DE SAN AGUSTÍN

En los diversos estudios que se han desarrollado sobre la cultura de San Agustín encontramos el trabajo de *Geometría En La Roca* que hace referencia a los petroglifos de los Quemados ubicados en la región de Oporapa los cuales por razones de orden geográfico e histórico Sotomayor (1987) pertenecen a la cultura San Agustín. Este trabajo se centra en establecer paralelismo y perpendicularidad; estos conceptos se encuentran en las caras laterales de muchas piedras, los cuales son intencionados. De otro lado, varias piedras presentan dibujos o temas que se modulan en retículas donde, paralelismo y perpendicularidad se articulan reiteradamente y son muy notorios en las diferentes formas que tienen los petroglifos que responden, quizás, a un sistema de orientación si se tiene en cuenta que estas construcciones establecen una relación posicional con el río Magdalena y la Quebrada Caparrosa. Además se comporta como un sistema orientado con respecto a la salida del Sol donde la mayoría de las piedras presentan una cara dirigida hacia el oriente especialmente en el solsticio⁸ del 21 de diciembre.

⁸ El solsticio, Época en que el Sol se halla en uno de los dos trópicos, lo cual sucede del 21 al 22 de junio y del 21 al 22 de diciembre.

Figura 2: Articulación de rectas paralelas y perpendiculares⁹

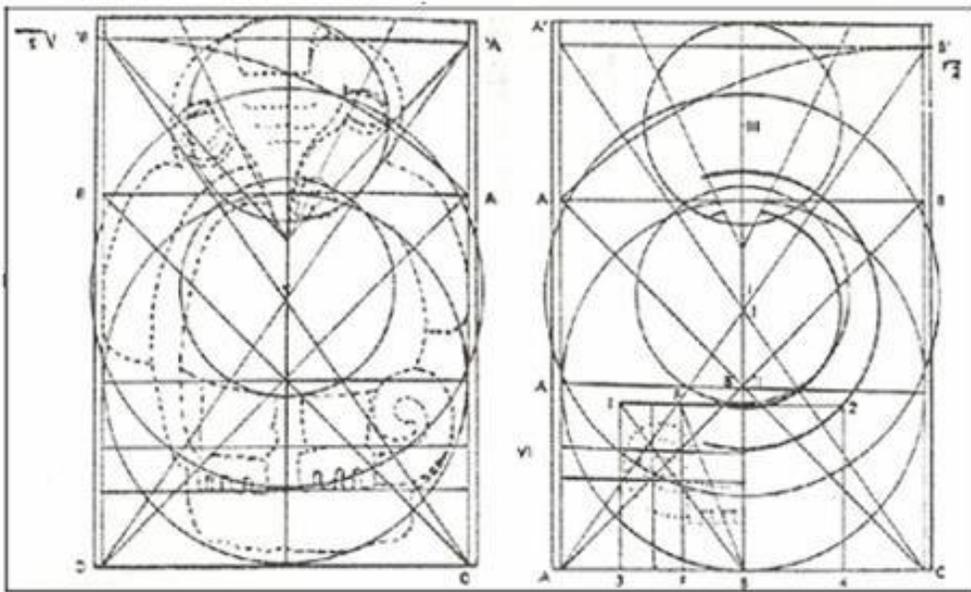


Rengifo (1964) presenta los diferentes elementos esculpidos en los monolitos de la cultura Agustiniana, toma la escultura del Águila con serpiente¹⁰, donde realizó una serie de trazos que muestran como cada detalle queda inscrito en una figura geométrica, en el caso de la circunferencia la cual no sólo genera la forma de los detalles sino que también los inscribe y guarda una proporción con los demás elementos que conforman la escultura, quedando inscrita en un rectángulo producto del deslizamiento de un cuadrado corrido hacia abajo; el lado menor deja un pequeño rectángulo semejante al rectángulo inicial y sugiere así la *“impresión de seguridad causado por lo que permanece igual a sí mismo en la diversidad de la evolución”*. Este tipo de representaciones es común a todos los pueblos prehispánicos de América aunque el artista agustiniano es solitario en su concepto escultórico y su estatuaria es única de ejemplares solos porque cada obra es distinta con un estilo escultórico que responde a una única manifestación artística. Rengifo (1964, 43)

⁹ Tomado de matemáticas en la roca, Trejos (2002)

¹⁰ Escultura ubicada en la mesita B del Parque Arqueológico

Figura 3: Trazos sobre la escultura el Águila en Rengifo (1964)



También establece una relación entre la distribución de los detalles de la escultura con la representación grafica de los números irracionales, raíz cuadrada de 2, 3, 4, y 5. Este análisis fue realizado en otras cinco esculturas.

La investigación se desarrolló entorno a las esculturas ubicadas en la zona arqueológica del alto Magdalena en el municipio de San Agustín donde se han encontrado varios yacimientos arqueológicos entre los que se tienen en cuenta los siguientes: Parque arqueológico, El tablón, El Purutal y Quebradillas, donde se encuentran las centros funerarios de los líderes del pueblo escultor los cuales eligieron este lugar probablemente por la fertilidad de sus tierras, el resguardo que les proporcionaba el relieve y la energía que ellos atribuían a las abundantes fuentes de agua que irrigan los territorios que habitaron; en los cuales se encuentran los centros funerarios adornados con esculturas que presentan características asociadas a los objetivos de la investigación.

- **PARQUE ARQUEOLÓGICO DE SAN AGUSTÍN:** está ubicado a 3 km del casco urbano, es el primer lugar en importancia del área arqueológica por el numero de tumbas y esculturas que se han encontrado, actualmente hay

expuestas 126 esculturas distribuidas en la mesitas¹¹ A, B, C, D, Fuente de Lava patas, Alto de lava patas, Bosque de las estatuas y Museo arqueológico, este parque se constituyo en el año de 1930 a partir de la compra de los terrenos.

- EL TABLÓN ubicado a 1 km del casco urbano se encuentran cinco esculturas de las cuales se seleccionaron dos por las características del tallado que corresponden al estilo expresionista y la definición en sus trazos.
- EL PURUTAL a 2.5 km de la población se encuentran dos esculturas policromadas sobre las cuales se realizaron los análisis en el programa Cabri
- QUEBRADILLAS a 7 km del pueblo se encuentran dos esculturas las cuales hacen parte de la investigación.

Para el propósito de esta investigación se han seleccionado las siguientes esculturas las cuales se enumeraran para facilitar el análisis y se encuentran distribuidas de la siguiente manera.

Tabla 3: Distribución de las esculturas seleccionadas del área arqueológica de San Agustín

Sitio arqueológico	Numero de esculturas	Esculturas seleccionadas	porcentaje
Parque Arqueológico de San Agustín	126	17	13.5%
El tablón	5	2	40%
El purutal	2	2	100%
Quebradillas	3	2	66.6%
Total	136	23	16.9%

¹¹ El nombre de mesitas inicialmente lo utilizaron los pobladores de la zona quienes a partir de la estructura de los templos los relacionaron con mesas las cuales las utilizaban para consumir los alimentos que llevaban a para las jornadas de trabajo que realizaban en estos lugares.

7.2. ESTATUARIA DE LA CULTURA DE SAN AGUSTÍN

Tabla 4: Esculturas seleccionadas¹²

<p>N^a 1. Escultura Femenina mesita A</p>	<p>N^a 2. Guardianes templo nororiental mesita A</p>	<p>N^a 3. Escultura central templo nororiental mesita A</p>
		
<p>N^a 4. Escultura Central Templo Sur Oriental mesita A</p>	<p>N^a 5. Dios de la Guerra templo oriental mesita B</p>	<p>N^a 6. Guardián templo oriental mesita B</p>
		
<p>N^a 7. Dios del sol mesita B</p>		<p>N^a 8. El Águila mesita B</p>
		

¹² Todas las fotos que aparecen en el texto son tomadas por Ricardo urbano en junio del 2008 Cámara digital de 10.2 mega píxeles.

<p>Nª 9. El Partero mesita B</p>	<p>Nª 10. El Obispo Mesita C</p>	<p>Nª 11. El Simio Mesita C</p>
		
<p>Nª 12. Ojos Cabeza de Águila mesita C</p>	<p>Nª 13 Ojos en forma de serpiente Bosque de las Estatuas</p>	<p>Nª 14. Dios de la Agricultura Bosque de las Estatuas</p>
		
<p>Nª 15. Dios de la lluvia Bosque de las Estatuas</p>	<p>Nª 16. Flautista Bosque de las Estatuas</p>	
		

<p>Nª 17. Escultura central El tablón</p>	<p>Nª 18. Tapa de tumba El tablón</p>
	
<p>Nª 19. Deidad Protectora El Purutal</p>	<p>Nª 20. Maternidad El Purutal</p>
	
<p>Nª 21. Esculturas Herramientas Quebradillas</p>	<p>Nª 22. La Mascara Quebradillas</p>
	

8. TRAZOS EN CABRI GEOMETRI II PLUS

Para obtener la visualización completa de la imagen de la escultura en el área de trabajo de Cabri y poder realizar los trazos teniendo el campo visual sobre todos los detalles de la escultura se modificó el tamaño de las fotografías captadas en 10.2 mega píxeles que corresponde a un área de aproximadamente 92.5 cm por 72.4 cm o 3648 píxeles de ancho por 2734 píxeles de alto a una superficie de aproximadamente 30 cm por 20cm o 1200 píxeles de ancho por 860 píxeles de alto que se ajustan al área de trabajo visible en cabri en una pantalla de 19” pulgadas. Lo que permite tener un manejo

Al iniciar los trazos sobre la fotografía en el fondo de pantalla de Cabri se utilizan los siguientes pasos:

1. A partir de la observación se determinan dos vértices¹³ en las esculturas en la parte superior e inferior luego se marcan con la opción *punto* y se nombran con las letras A, C, D y F se trazan los segmento AC y DF en los que se halla el *punto medio* y se marcan con las letras B y E respectivamente, a partir de B y E se construye la recta que corresponde al eje de simetría vertical que denominaremos con S, sobre la recta S y a partir de la observación se determinaran los extremos superior e inferior de la escultura que se marcan con la opción *punto sobre objeto* y se nombran H y K, a partir de H Y K se halla el *punto medio* M y se traza una recta perpendicular a S por M que llamaremos T.
2. Usando la herramienta *polígono* se resaltan los bordes de los detalles tallados en la escultura como ojos, brazos y otros elementos, posteriormente con la opción *rellenar* se dará color a estos detalles. Las superficies delimitadas por estos polígonos se denotaran con las letras U, V, W, X, Y e Z.

¹³ Se toman como vértices en la escultura a los puntos donde se une la talla de dos rectas o se observan detalles definidos a izquierda y derecha.

3. Teniendo en cuenta el eje de simetría S. El punto medio M y las figuras se aplicaran las transformaciones de isométricas para verificar si los elementos que forman la escultura cumple con alguna de estas propiedades
4. Se resaltaran figuras geométricas como polígonos regulares, rectángulos, circunferencias que se verificaran sus propiedades superponiéndoles construcciones realizadas con las herramientas de Cabri y mediante la medición de lados y ángulos.

9. VERIFICACIÓN DE FIGURAS Y TRANSFORMACIONES ISOMETRICAS EN LAS ESCULTURAS DE SAN AGUSTÍN USANDO CABRI.

Al rededor de cada escultura se a construido un significado en el cual se describen los elementos que la forman y su posible representación a partir de las diferentes publicaciones sobre el ate escultórico, las cuales asignan nombres a muchas de las esculturas por su forma o lugar donde han sido encontradas, destacándose nombres de animales, chamanes y dioses, que son utilizados por los guías¹⁴ turísticos de la región cuyas versiones retomaremos para hacer una aproximación a la simbología de las esculturas seleccionadas. Las dimensiones de las esculturas son tomadas de Sotomayor y Uribe (1987).

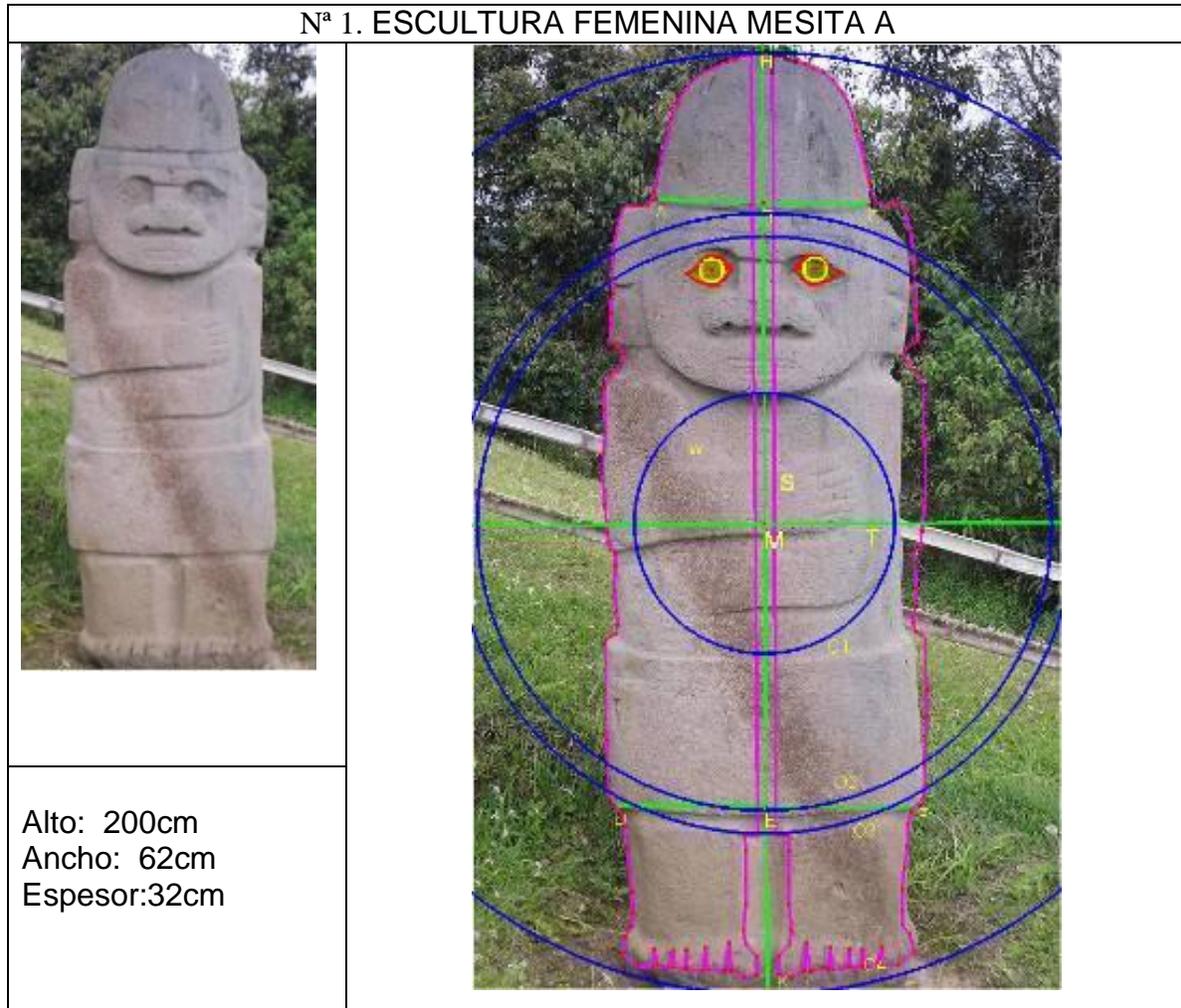
9.1. ESCULTURA FEMENINA MESITA A

Esta escultura es una representación antropomorfa que muestra un personaje femenino que cubre su pecho con sus brazos y se viste con una falda rotonda, cubre su cabeza con un gorro típico de los pueblos aborígenes de Colombia, se puede hacer una aproximación a los rasgos físicos de los habitantes del pueblo

¹⁴ Los guías de la zona arqueológica de San Agustín elaboran su información a través de las capacitaciones realizadas por el SENA y las vivencias que han tenido con las distintas exploraciones arqueológicas.

escultor, esta escultura hace parte de los elementos encontrados en la tumba y templo del montículo nororiental de la mesita A

Figura 4: Escultura femenina mesita A



Siguiendo los pasos indicados para la construcción con Cabri, se definen los ejes S, T y el punto M, en la construcción se encontró que la escultura es simétrica en los ojos y extremidades inferiores respecto a S, al experimentar la simetría de la silueta se tiene que esta varía en la parte que corresponde a los antebrazos por la posición de la mano derecha sobre el brazo izquierdo de la escultura. Otro aspecto que se puede destacar es que el escultor refleja sobre el eje S a partir del punto M, longitudes iguales arriba y abajo generando los

detalles de la escultura, lo que se verifica con el uso de las circunferencias O1, O2, O3 Y O4 que muestran una relación de equidistancia en los detalles a partir del punto M, que se encuentra entre los brazos a partir de los cuales se inicia la distribución con el brazo derecho arriba y el izquierdo abajo, luego encontramos el rostro y la falda equidistantes de M con igual longitud respecto al eje S, en este mismo sentido se relaciona una franja sobre la frente de la escultura con el final de la falda y el inicio de los pies, termina la escultura mostrando la proporción con el gorro y las piernas.

9.2. TEMPLO NORORIENTAL MESITA A

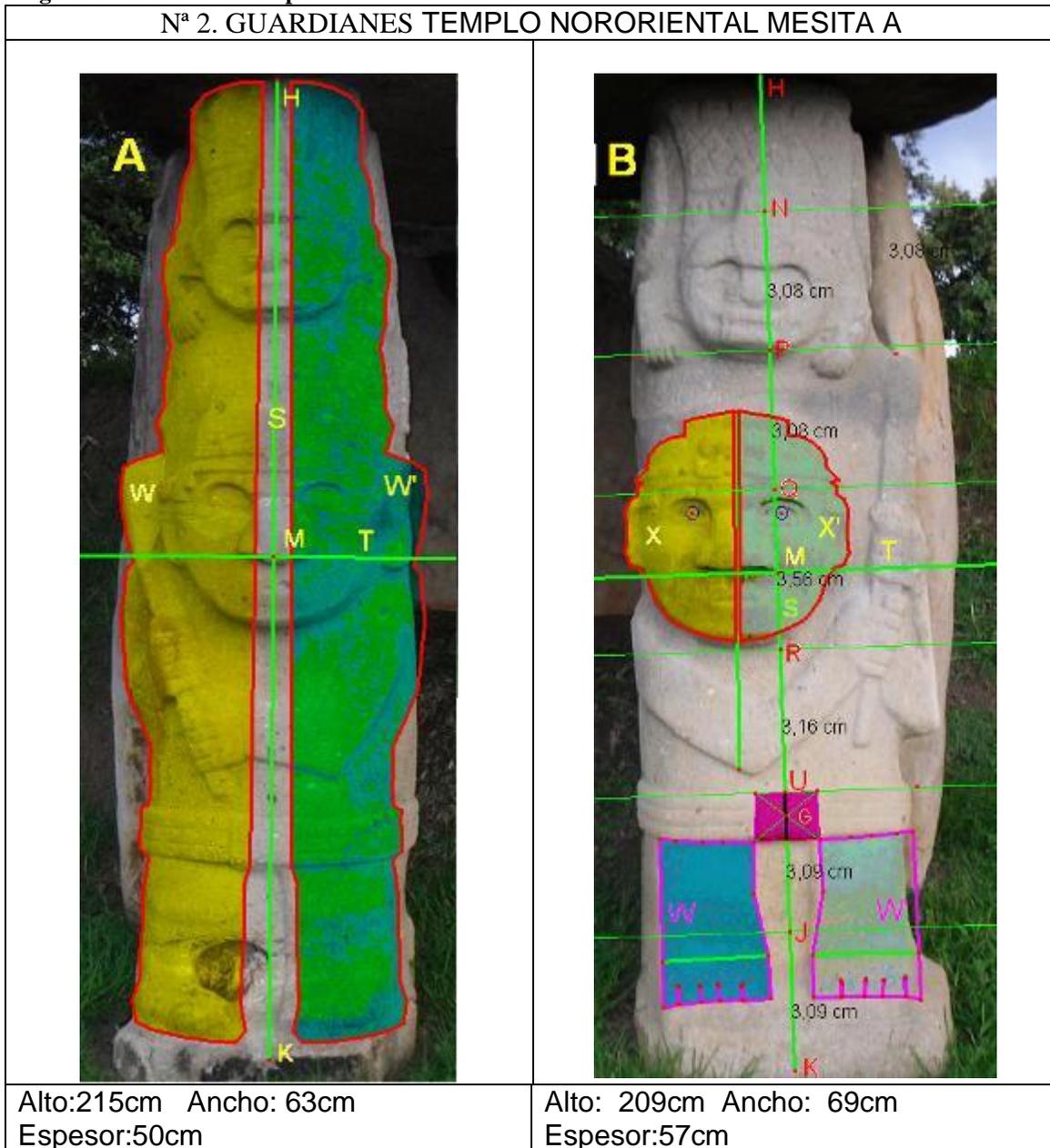
Figura 5: Templo nororiental mesita A



El templo está formado por un personaje principal y dos guardianes además de cuatro piedras sin tallar que permiten sostener la laja horizontal. La escultura central del templo representa un escultor que tiene en sus manos buriles o cinceles que son las herramientas de piedra que utilizaron para la talla de las esculturas, sobre la cintura se puede observar su pene sujetado con una cuerda que remata artísticamente en un nudo al costado derecho de la escultura, sobre su cabeza lleva un penacho de plumas, en la boca se representan los colmillos de

un felino, que se denomina en las culturas de indígenas de centro y sur América como culto al jaguar. Los guardianes en la parte inferior tienen las representaciones de dos guerreros armados con mazos, sobre la cabeza de los guardianes se observan representaciones serpentiformes asociadas con el concepto del doble yo o ser espiritual protector del guerrero.

Figura 6: Guardianes templo nororiental mesita A



En la escultura A se trazó el segmento HK a partir del centro de la nariz de los dos rostros que forman el monolito, la estructura en general se ciñe a este eje para la

elaboración de los detalles tanto del rostro humano de la parte inferior como el rostro antropomorfo de la parte superior sin que se presente una simetría precisa, en esta escultura la nariz humana representa el punto medio de la escultura.

Sobre la escultura B se define el eje de simetría a partir de una incisión en la imagen en la parte superior H y el centro del rectángulo formado por el cinturón punto G, se construye la recta S definida por HT, se marca K y se halla el punto medio M, sobre la recta S se define la construcción de las extremidades del guerrero simétricamente, se puede observar que el escultor divide el segmento HK en siete segmentos congruentes HN, NP, PQ, QR, RU, UJ, JK, que determinan los elementos de la escultura que se distribuyen arriba y abajo del punto M que marca el centro de la escultura sobre la punta de la nariz como ocurre en la escultura A.

Se define un nuevo eje que permite comprobar que el rostro del guerrero presenta simetría axial.

Figura 7: Escultura central templo nororiental Mesita A

N^a 3. ESCULTURA CENTRAL TEMPLO NORORIENTAL MESITA A



A partir de los parámetros establecidos se construye la recta S mediante la cual se determina que el rostro de la escultura es simétrico y está inscrito en la circunferencia O1 con centro P sobre la recta S, de igual manera el cinturón, penacho de plumas¹⁵ y las piernas de la escultura son simétricas respecto a S, los brazos de la escultura no corresponde a una simetría axial al observar la imagen esta no encaja en los codos y la posición de las manos que sostiene un cincel¹⁶ que es paralelo al de la mano derecha en los cuales se verifica una traslación de P con respecto al vector U en P', también se observa que los collares de la escultura quedan inscritos en una semicircunferencia que tiene centro en R que pertenece a la recta S, el segmento HK corresponde a la longitud de la escultura el punto M queda sobre el mentón del rostro de la escultura mostrando la igualdad entre la proporción de cabeza y el tronco.

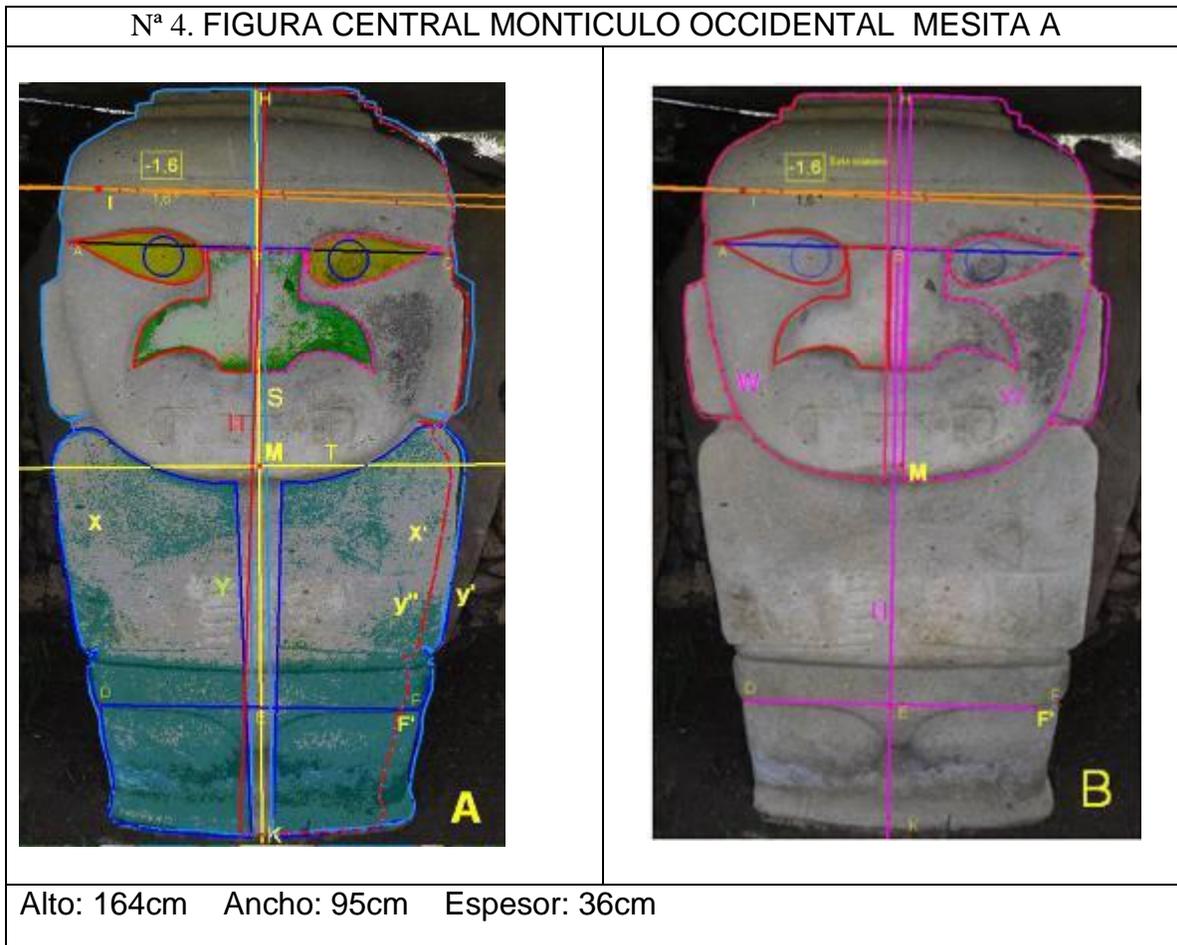
9.3. MONTÍCULO OCCIDENTAL MESITA A

Los templos están ubicados en el centro de un montículo de tierra o aterrazamiento artificial que el grupo escultor diseñó para resaltar la tumba del personaje sepultado en este lugar, este aterrazamiento tiene un radio aproximado de 18 metros, también sirvió como rampa para deslizar y colocar la laja horizontal o dolmen. En este templo se tuvo en cuenta para el análisis geométrico la escultura central, que corresponde a un personaje que se cubre el rostro con una máscara con ojos en forma de cometa y expresión felina, se relaciona el abultamiento en su estomago con la gestación de una mujer, los guardias llevan en su mano izquierda escudos y en la mano derecha piedras redondas que utilizan como proyectiles para la defensa.

¹⁵ Adorno de plumas para cubrir la cabeza utilizado por los indios en sus rituales

¹⁶ Buriles o cincelos descritos por Sotomayor y Uribe que son las herramientas de piedras resistentes con las cuales ellos tallaron las esculturas

Figura 8: Escultura central montículo occidental mesita A



Siguiendo con los parámetros establecidos para los trazos en Cabri en la (figura A) se tiene que al aplicar simetría axial respecto a S sobre los elementos que conforman el rostro de la escultura estos no se superponen, sin embargo la silueta en general y las piernas si se corresponden mediante simetría axial respecto al eje S.

Al variar los parámetros iniciales se encuentra un segundo eje de simetría N (figura B) que al aplicar simetría axial a los elementos del rostro representados por el plano W respecto al eje N hace corresponder su imagen W' con los detalles de la escultura al igual que los ojos y la nariz. Siguiendo este eje al aplicar simetría axial del plano Y con respecto al eje N se obtiene Y'' (figura A) que no corresponde con las tallas de la escultura.

Al observar los detalles de la parte superior de la escultura y sobre los bordes de la diadema¹⁷ se construye una recta que se intercepta con la recta I que es perpendicular a la recta S al medir el ángulo comprendido entre estas rectas se tiene que la cabeza tiene una inclinación de -1.6° grados a la derecha de la escultura. Al observar la posición del punto medio M se tiene nuevamente que está sobre el mentón de la escultura dejando ver la igualdad entre la proporción del cuerpo y la cabeza.

9.4. TEMPLO DIOS DE LA GUERRA MESITA B

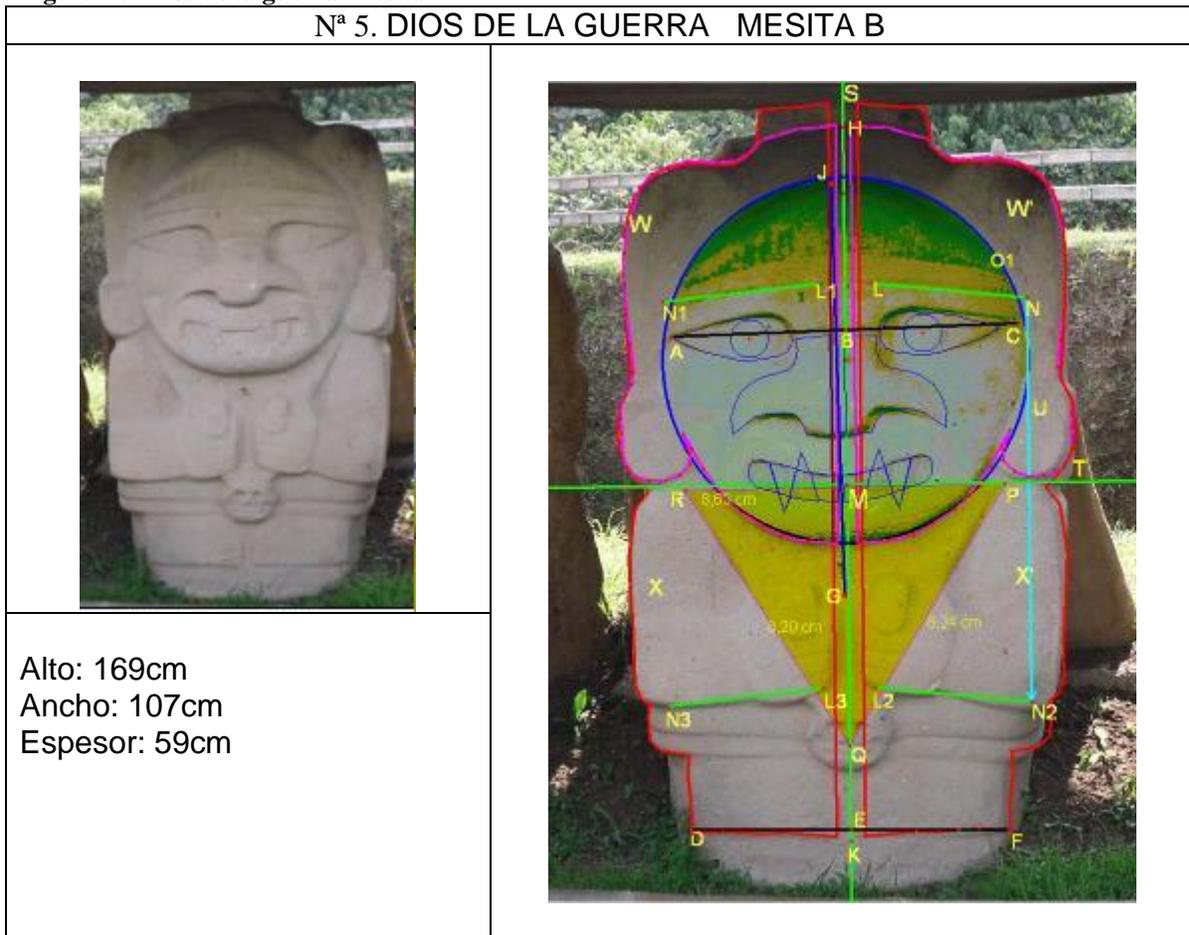
Figura 9: Templo Dios de la guerra mesita B



Este templo es de las construcciones más elaboradas por los detalles que el artista plasma manejando las tres dimensiones, además en la construcción de la tumba se realizó la adecuación del terreno con la construcción de un montículo y sobre el, un aterramiento con un cerco de piedras de aproximadamente 80 cm de longitud. En la escultura central se observa un personaje que tiene sobre su cuello una medalla en forma de cráneo, en su rostro se aprecia la expresión felina y los ojos en forma de cometa, los guardianes están sosteniendo mazos en sus manos y sobre su cabeza la representación serpentiforme o doble yo, en el guardián de la derecha se observa en su frente un tocado de águilas estilizadas en picada.

¹⁷ Este elemento corresponde a una cinta sobre la cabeza con la cual muestran en la escultura que se usa para recoger el cabello.

Figura 10: Dios de la guerra mesita B



Siguiendo los parámetros para los trazos se determina la recta S y el punto medio M, la recta T, se resalta el contorno de la escultura con el polígono X y el contorno del rostro W al aplicar simetría axial respecto al eje S sus imágenes W' y X' coinciden con los detalles de la escultura, mientras que la silueta de los ojos, la boca y la nariz se observa que no son simétricos respecto a S, pero al construir el segmento JG por conveniencia se nota que estos tres elementos son simétricos respecto a este eje JG.

El collar o cráneo trofeo¹⁸ que cuelga del cuello del guerrero está construido mediante un triángulo equilátero RPQ cuya base coincide con el eje T, el cual a

¹⁸ Cráneo trofeo es el nombre que reciben los objetos que ostentan las escultura como una medalla en forma de cráneo

su vez se inscribe en la circunferencia O_1 que circunscribe el rostro del personaje y su centro se encuentra en el eje S .

Sobre la diadema del personaje se construyó el segmento LN que por medio de una traslación respecto al vector U cuyo punto medio se encuentra en el eje T se obtiene el segmento L_2N_2 que coincide con la base del brazo izquierdo, al tomar nuevamente el segmento LN y aplicar simetría axial se obtiene el segmento L_1N_1 que se traslada respecto al vector U en el segmento L_3N_3 que coincide con la base del brazo derecho, de lo anterior podemos establecer que existe una relación intencionada entre las líneas de la diadema y la construcción de los brazos que son equidistantes del eje T y muestran la distribución de los detalles haciendo corresponder elementos arriba y abajo en forma proporcional.

Figura 11: Guardián templo Dios de la Guerra mesita A

Nª 6. GUARDIÁN TEMPLO DIOS DE LA GUERRA MESITA B

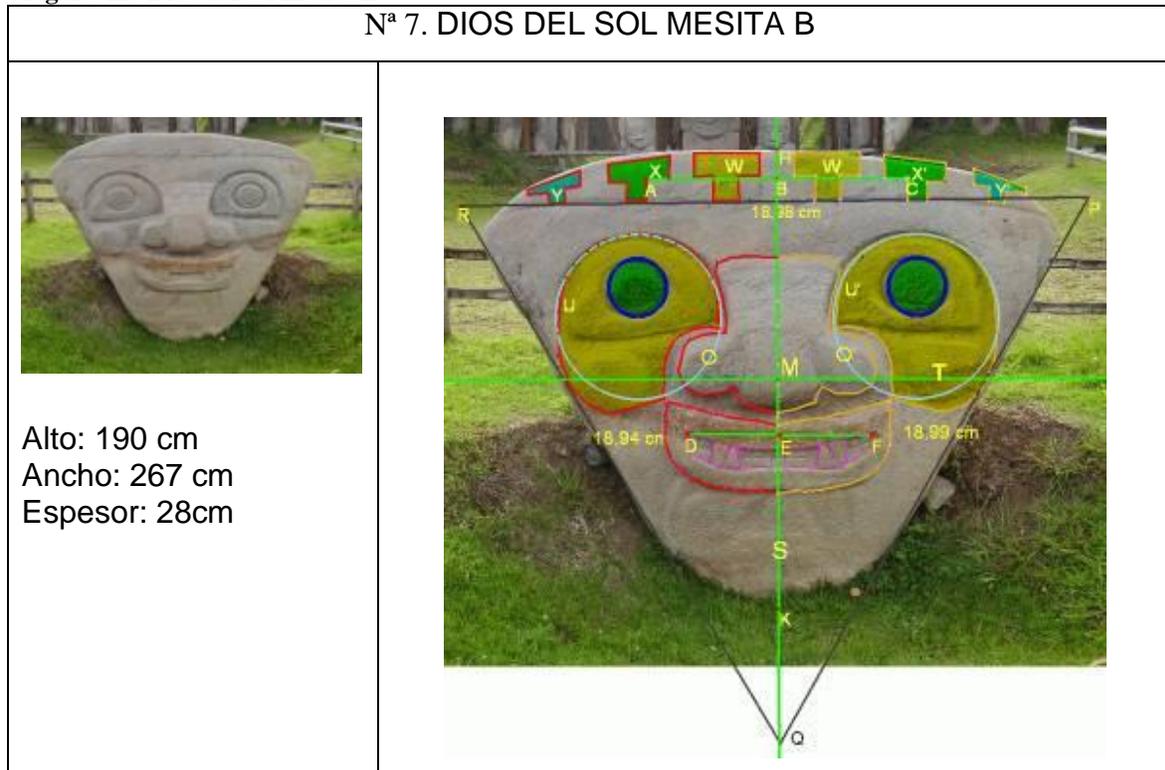


En esta escultura a partir del centro de la nariz de cada uno de los rostros se definen los puntos B y E, se construye el eje central S, luego se marca los extremos superior e inferior de la escultura HK y se calcula el punto medio M, se traza T perpendicular a S por M. En la escultura se verificó que los detalles representados en los rostros cumplen con las propiedades simétricas, los rostros están inscritos en las circunferencias O y O1 con centro en la recta S, la diadema que adorna el casco del guerrero corresponde a cinco águilas en picada, en las que se confirma el uso de la traslación a partir de la figura central W con respecto al U1 que origina las imágenes a la izquierda W'' y Z y U2 que origina las imágenes a la derecha W' e Y.

9.5. DIOS DEL SOL MESITA B

Esta escultura no está asociada a los entierros. Dirige su mirada al centro oriente y su función es adorar al sol, algunas culturas indígenas representan el sol con una máscara de forma triangular.

Figura 12: Dios del sol mesita B

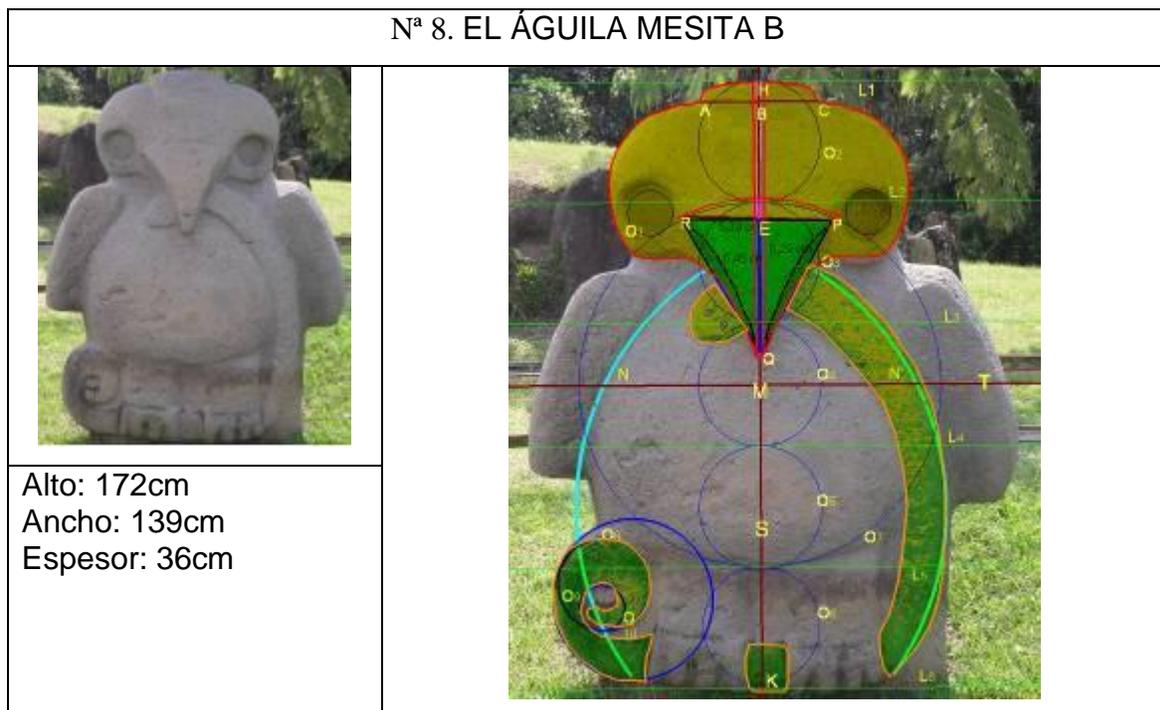


Siguiendo los parámetros de la construcción se obtienen los ejes S y T y el punto M, al resaltar los detalles de la escultura ojos, nariz y boca y aplicar simetría axial encontramos que éstos elementos encajan perfectamente en cada detalle del lado opuesto, la escultura se inscribe en un triángulo equilátero al igual que los ojos en una circunferencia, la parte superior de la escultura presenta una franja con figuras en las que se verifican las propiedades de la simetría axial mediante la recta S de tal manera que W, X y Y sus imagen W', X' y Y' encaja de forma precisa en los detalles del lado opuesto de la escultura, dando origen a un friso de traslación.

9.6. EL ÁGUILA MESITA B

Como se puede observar es un águila que sostiene con su pico sujeta la cabeza y con las garras la cola de una serpiente. Para muchos grupos indígenas el águila es símbolo de poder, de luz, mensajera de los dioses y la serpiente en este caso representa un ser maligno. La escultura muestra como el bien domina el mal, lo alto domina lo bajo y lo celeste domina lo terreno.

Figura 13: El Águila mesita B



Siguiendo los parámetros se establece la recta S y T como ejes de simetría, en los elementos que pertenecen a la cabeza del águila se puede observar que estos se corresponden con precisión mediante simetría axial respecto a S, a partir del punto medio M se construye la circunferencia O7 que determina la parte superior del pico y la parte inferior del vientre del águila la cual permite establecer una relación de proporcionalidad sobre el segmento HK el cual se divide en cinco franjas a partir de las circunferencias O2, O3, O4, O5 y O6 en sus intercepciones permiten trazar las rectas perpendiculares a S L1, L2, L3, L4, L5 y L6 entre estas rectas se determinan características de la escultura, en la primera franja se observa la cabeza del águila en la segunda franja el pico del águila y la cabeza de la serpiente, en la tercera y cuarta el pecho del águila y en la quinta franja las garras del águila y la cola de la serpiente. Al resaltar los lados que forman el pico del águila se construye un triángulo equilátero cuyos vértices son RPQ, también se observa que el cuerpo de la serpiente forma un arco N' que al aplicar simetría axial respecto a S su imagen encaja sobre el lateral derecho del pecho del águila. Se evidencia que las garras y las alas no son simétricas por las características de los elementos del cuerpo de la serpiente notamos que a la derecha está todo el cuerpo de la serpiente izquierda solo la cola.

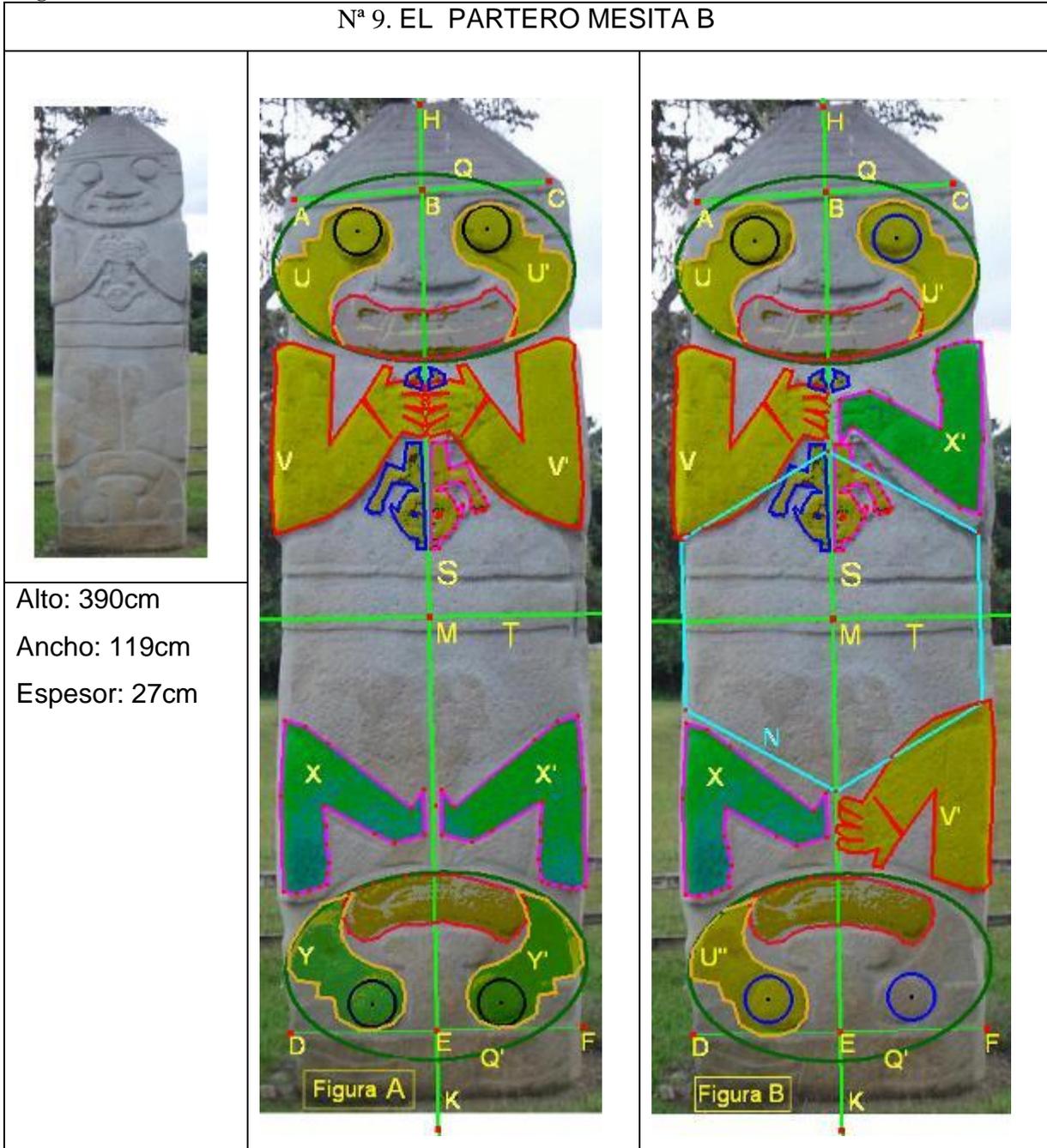
La cola de la serpiente se define a través de tres circunferencias tangentes internas O8, O9 y O10 que inscriben el remate de la cola.

9.7. EL PARTERO MESITA B

Esta escultura es la más alta del parque arqueológico con aproximadamente 4 metros de longitud y corresponde a una laja delgada que posiblemente requirió del trabajo de varios hombres para transportarla y darle forma. En la escultura se representa el momento de un parto, en la parte alta está el partero o chamán encargado de asistir el parto, invertida está la madre o parturienta que acaba de dar a luz.

Figura 14: El Partero mesita B

Nº 9. EL PARTERO MESITA B



A partir de los parámetros establecidos se definen los ejes S y T y el punto M. en la figura A se observa que todos los elementos que están a la derecha de la escultura como los ojos, el niño, el contorno de los ojos, los brazos que se denotan con U, V, X y Y por medio de la simetría axial sus imágenes U', V', X' y Y'

se superponen con precisión en los detalles de la parte izquierda de la escultura, sobre el rostro de la escultura en la parte superior se traza una elipse Q que muestra la utilización de este elemento para construcción de los detalles del rostro, al aplicar simetría axial sobre la elipse Q con respecto al eje T la imagen Q' encaja perfectamente en el rostro de la parturienta, de igual forma se tiene que el contorno de los ojos U y U', la estructura de los brazos V y V' que forman el chamán por medio de simetría axial respecto al eje T las imágenes de estos elementos se superponen con precisión sobre los detalles que forman la parturienta.

En la figura B y utilizando los mismos detalles resaltados se verifica que al aplicar simetría central al contorno de los ojos U' respecto al punto M su imagen coincide con los detalles de la parturienta U'', de igual manera se realizan las transformaciones geométricas de V y V', X y X'. En la escultura se observa además de simetría axial y central procesos bisimétricos¹⁹ en la mayoría de los elementos que la forman.

A partir de las situaciones presentadas en esta escultura se puede inferir que los escultores de San Agustín manejaron un plano similar al plano de René Descartes; realizaron las representaciones en la piedra tallando inicialmente un cuadrante y luego, a partir de las transformaciones isométricas proyectaron la imagen hacia los otros cuadrantes, realizando variaciones sutiles pero conservando la forma general de la escultura.

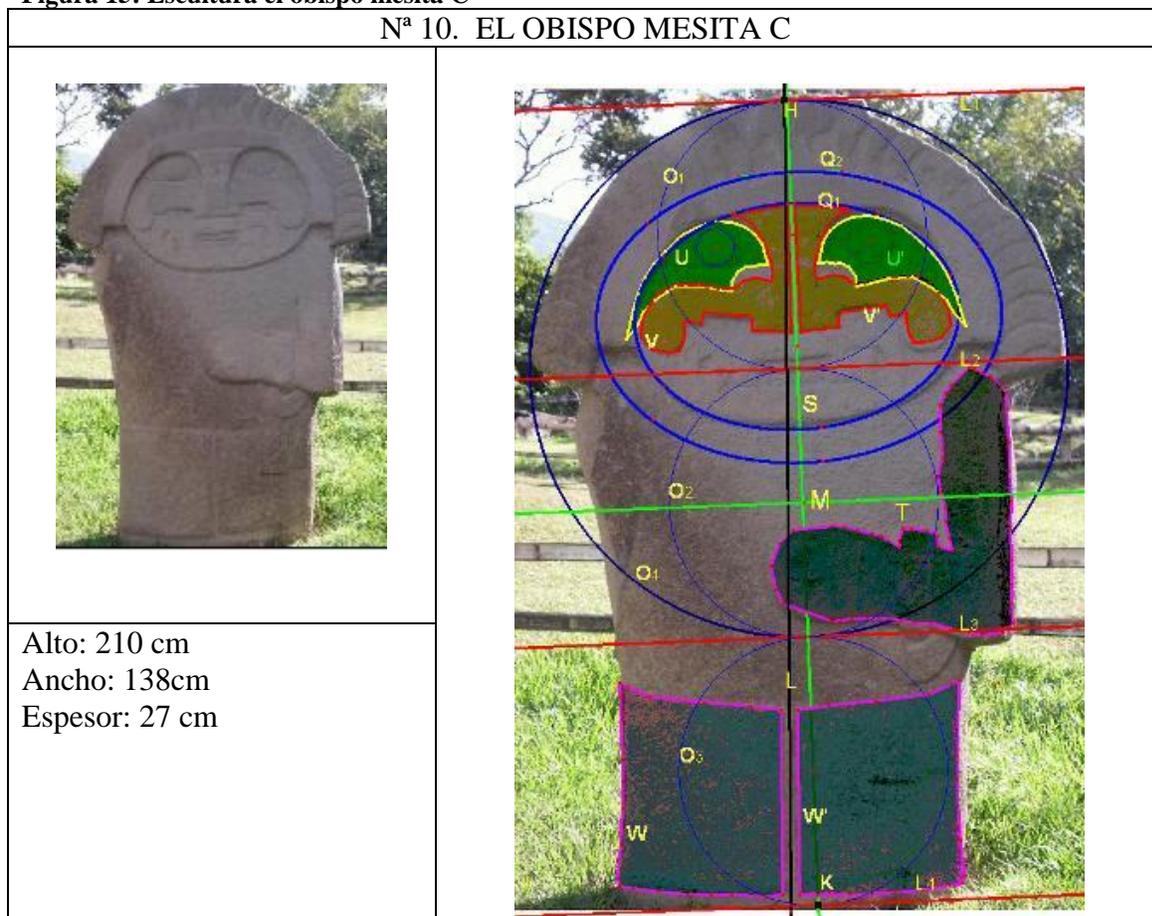
9.8. EL OBISPO MESITA C

La mesita C es el primer lugar que aparece referenciado en un escrito. Fray Juan de santa Gertrudis en el libro *Maravillas de la Naturaleza* (1756) hace alusión a esta escultura y la relaciona con un obispo de la iglesia católica al observar su mano izquierda tiene el báculo pastoral y en la parte de atrás remata con una

¹⁹ Bisimétrico que tiene simetría respecto a dos planos perpendiculares entre si.

sotana que corresponde a los atuendos utilizados por los sacerdotes para las ceremonias religiosas. La escultura muestra un chamán con sus atuendos característicos que levantaba su mano derecha de la cual actualmente sólo queda el espacio de donde se desprendió y en su cabeza presenta un penacho de plumas.

Figura 15: Escultura el obispo mesita C



Al analizar la escultura según los parámetros registrados anteriormente, se obtiene la recta L , al resaltar los detalles del rostro de la escultura U, V y aplicar simetría axial respecto a L las imágenes U', V' no se superponen a los detalles de la escultura, por lo que se genera un nuevo eje S a partir de la conveniencia de que las imágenes se correspondan con los detalles de las esculturas el cual permitió constatar la aplicación de las transformaciones sobre el eje S que sólo hace corresponder los elementos del rostro de la escultura, las extremidades de la

escultura W, W' corresponden a una transformación de simetría axial pero respecto al eje L .

Sobre el rostro de la escultura se identifican dos elipses semejantes, el contorno del penacho de plumas queda circunscrito a la circunferencia $O4$ cuyo radio determina que el plano tallado se segmentó en tres partes iguales que se muestran mediante las circunferencias $O1, O2$ y $O3$ con centros en las rectas S y cuyas intersecciones permiten construir las rectas perpendiculares a S como $L1, L2, L3,$ y $L4$ que muestran que entre las rectas se determina elementos de la escultura como el rostro, los brazos y sus piernas.

9.9. EL SIMIO MESITA C

Esta escultura muestra la combinación de varios animales, los ojos redondos de una rana, la boca del jaguar, las manos de un simio al igual que el rostro.

Figura 16: Escultura el Simio mesita C



Teniendo en cuenta los parámetros establecidos se define la recta S ,T y el punto M, al resaltar los detalles del rostro de la escultura U; V al aplicar simetría axial con respecto al eje S sus imágenes U', V' encajan en los detalles de la escultura, al experimentar con los brazos W y las piernas X de la escultura sus imágenes no encajan con los detalles de la escultura , por lo que se busca un nuevo eje que haga corresponder por medio de simetría axial a W con W' y X con X' de esta manera se define el eje L que sigue la estructura vertical de la escultura lo que permite determinar que la cabeza de la escultura tiene una inclinación aproximada de 4.6° que se determina por el ángulo NPK.

9.10. OJOS CON FORMA DE CABEZA DE ÁGUILA MESITA C

En esta escultura se resaltan los ojos con forma de cabezas de águila donde el artista dejás plasmado el conocimiento que tenían acerca de las capacidades de visión del águila, en general la escultura muestra un personaje que se cubre el rostro con una máscara que la sostiene por medio de un bastón que sujeta con ambas manos, de forma vertical se observa una recta que divide la escultura en dos semiplanos.

Figura 17: Escultura Ojos Cabeza de Águila



Las trazos en la escultura se inician con la recta S la cual se superpone sobre una recta tallada en la escultura, de la misma manera se construye la recta L.

Al resaltar los detalles de la escultura U, V, X, Y, W y aplicar simetría axial respecto al eje S se verifica que las imágenes U', V', X', Y', W' se superponen con los detalles de la escultura, al usar como eje de simetría la recta tallada en la escultura se convierte en una evidenciando del manejo de las propiedades de las transformaciones geométricas en las esculturas.

Esta es una de las pocas esculturas que presentan una huella visible de un eje de simetría que por algún motivo el escultor no borro completamente dejando la evidencia del manejo de ejes verticales y horizontales en la planeación y elaboración de las esculturas.

9.11. ESCULTURA CON OJOS EN FORMA DE SERPIENTE

En la escultura existe la combinación de varios rasgos de animales los ojos en forma de serpiente, la cabeza en forma de murciélago y se destaca la expresión felina con una perspectiva tridimensional.

Figura 18: Escultura Zoomorfa Bosque de las Estatuas

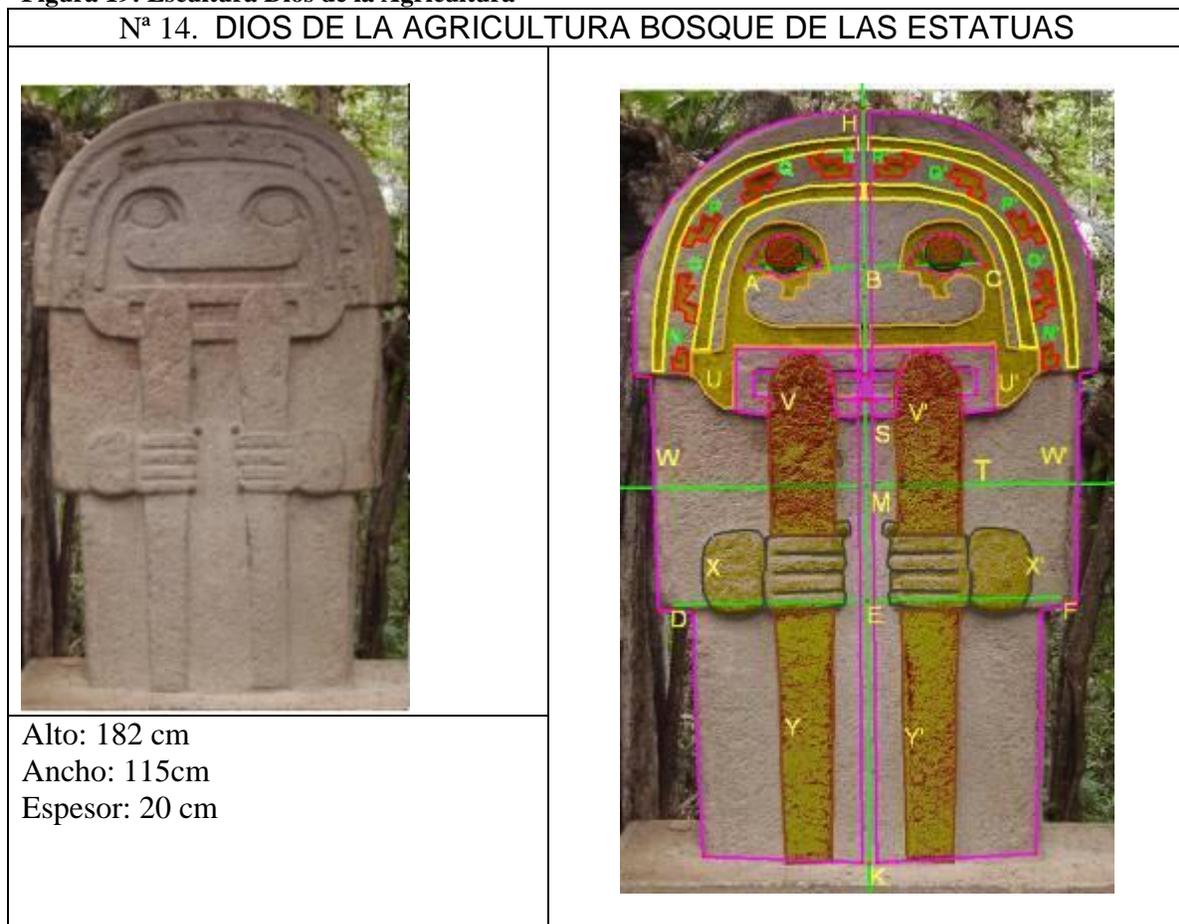


A partir de los parámetros establecidos se definen S, T y M. al resaltar los detalles de la escultura: los ojos U, la expresión felina X y el pectoral W y aplicar simetría axial en cada uno de estos detalles se observa que las imágenes U', X', W' se superponen en los detalles tallados en la escultura, en el caso de los brazos V se observa que la imagen V' no encaja completamente en la escultura. Al aplicar simetría central X su imagen A'' se encaja en la figura W' a partir de estos elementos se construye la circunferencia O con centro en M que permite observar como estos elementos queda circunscritos.

9.12. DIOS DE LA AGRICULTURA BOSQUE DE LAS ESTATUAS

Recibe este nombre por las herramientas que tiene en sus manos que son las barras con las cuales plantaban las semillas en la tierra.

Figura 19: Escultura Dios de la Agricultura



Siguiendo los parámetros se define S, T, M, se resaltan los detalles que forman la escultura los ojos U, las barras V, Y, las manos X y el contorno de la escultura W al aplicar simetrías axial a cada uno de estas superficies las imágenes se hacen corresponder de forma precisa con los elementos de la escultura quedando definida toda la escultura a través de la transformación geométrica.

9.13. DIOS DE LA LLUVIA BOSQUE DE LAS ESTATUAS

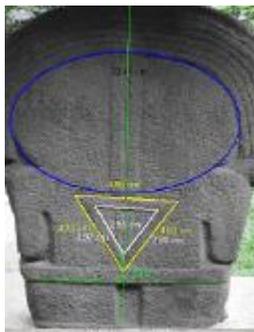
La escultura recibe este nombre debido al tocado de su cabeza en forma de arco iris que representa la lluvia, sobre su espalda tiene una flecha que remata con un triángulo equilátero.

Figura 20: Escultura Dios de la lluvia Bosque de las Estatuas

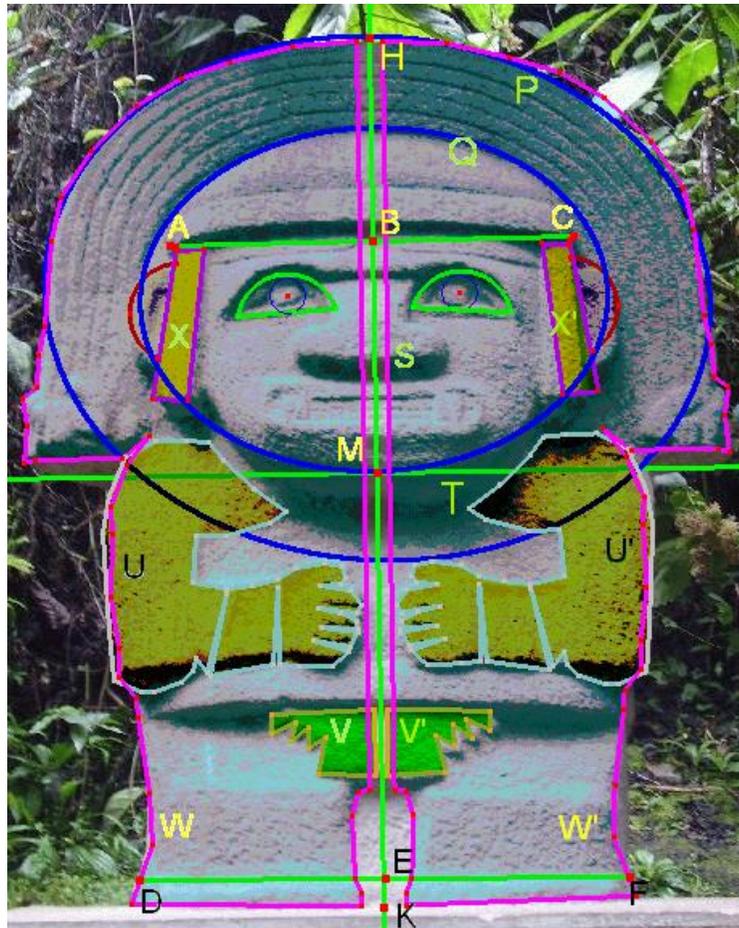
Nº 15. DIOS DE LA LLUVIA BOSQUE DE LAS ESTATUAS



Foto: Ricardo Urbano



Alto: 163 cm
Ancho: 131cm
Espesor: 36 cm

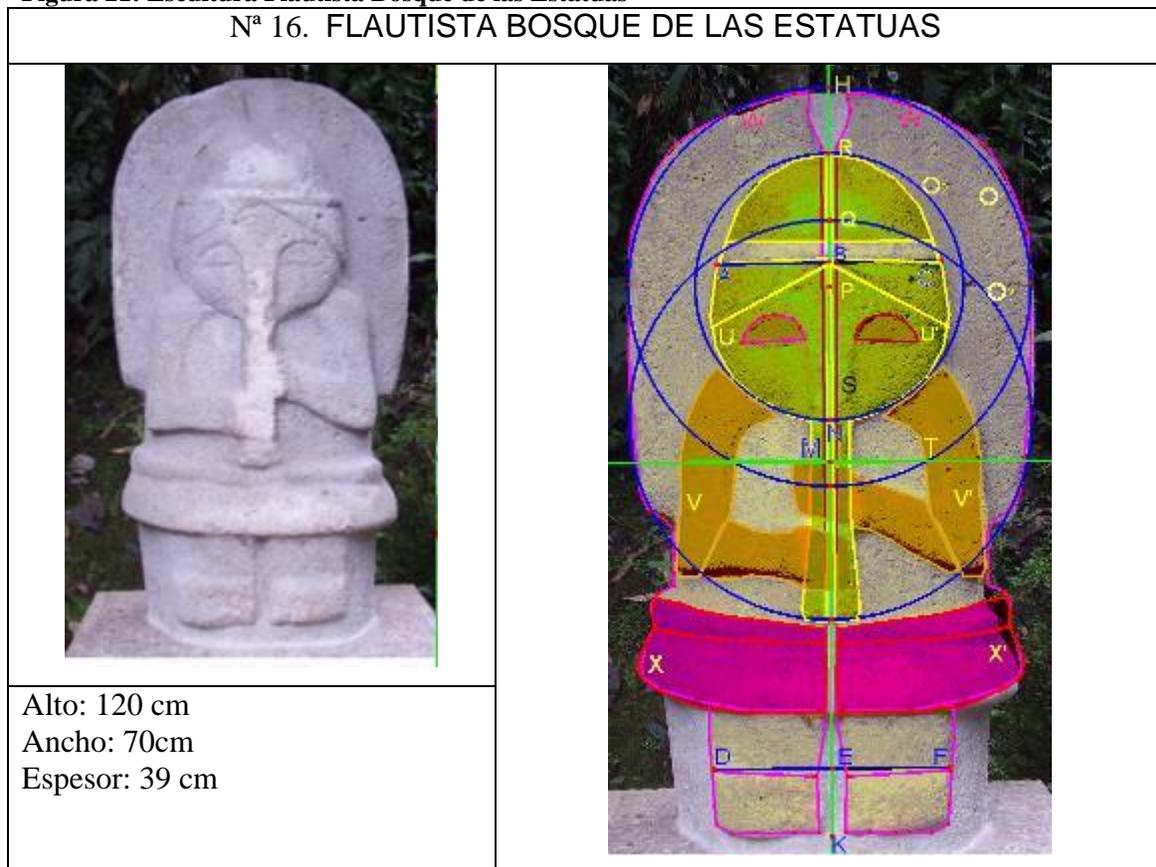


Siguiendo los parámetros se define S, T, M, se resaltan algunos detalles que forman la escultura como las cintas sobre las orejas X, los brazos U, el cubre sexo V y el contorno de la escultura W. Al hacer la construcción sobre Cabri se pudo observar que su tocado y rostro están inscritos en dos elipses proporcionales, sus ojos, orejas, brazos son simétricos respecto al eje central S, al trazar la mediatriz del segmento HK se tiene que la cabeza y el tronco son proporcionalmente iguales. Sobre su espalda, al trazar los triángulos en Cabri se pudo constatar que corresponden a triángulos equiláteros y la ranura central de la flecha es perpendicular al cinturón que redondea la escultura.

9.14. FLAUTISTA BOSQUE DE LAS ESTATUAS

Esta escultura se caracteriza porque el personaje está interpretando una flauta, tiene una faldita redonda y al parecer se encuentra sentada.

Figura 21: Escultura Flautista Bosque de las Estatuas



Siguiendo los parámetros se determina S, T, M se verificó que los detalles de la escultura rostro U, antebrazo V y el contorno de la escultura W son simétricos respecto a S, respecto a la falda rotonda X su imagen X' no encaja totalmente con la talla de la escultura.

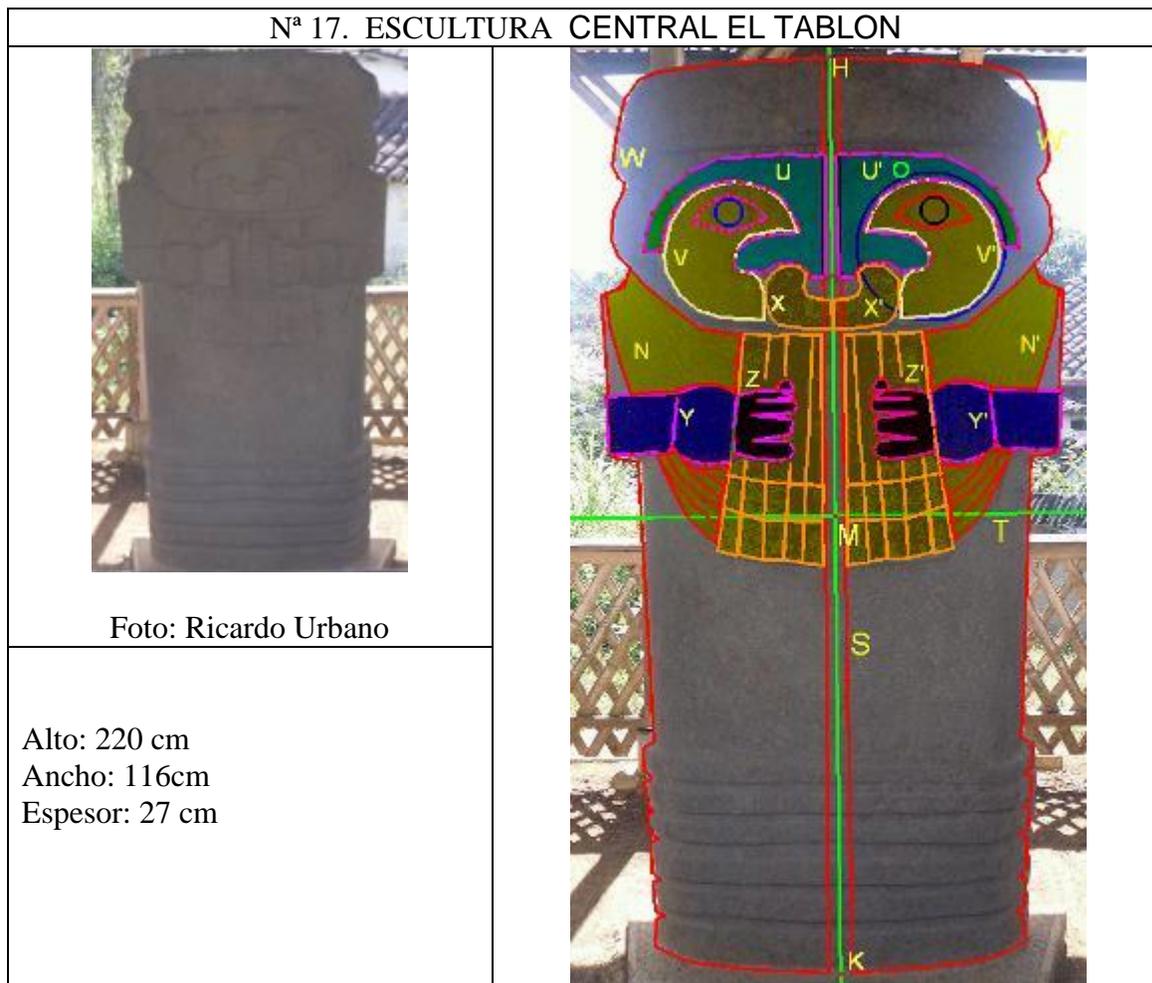
Al resaltar el rostro de la flautista se observa que este se inscribe en la circunferencia O2, al igual que el contorno superior en la circunferencia O1 ambas con centro P sobre la recta S, al deslizar P hasta el punto de intersección N entre O2 y la recta S se obtiene O3, a partir de estas tres circunferencias se define la construcción en la parte superior desarrollando los siguientes pasos: se traza una circunferencia O1 con centro en P sobre la recta vertical S, se divide el radio en tres partes iguales sobre la parte superior de la recta S en PQ, QR, RH luego desde P se traza la circunferencia O2 de $\frac{2}{3}$ de radio de O1 posteriormente se traza una tercera circunferencia con centro en el punto de intersección entre S y O2, con radio igual a la primera circunferencia.

9.15. ESCULTURAS SITIO ARQUEOLÓGICO EL TABLON

La escultura central corresponde a un personaje femenino que se cubre con un vestido que remata en boleros, además sobre el cuello lleva un pectoral o lámina de oro que se ha subdividido en rectángulos sostenidos por varios collares, de acuerdo a las creencias indígenas, por lo general el número de collares denota el rango social de la persona en su comunidad.

La tapa de tumba corresponde a una laja de piedra utilizada como tapa de una tumba, en varias tumbas sobre las tapas generalmente de sarcófagos el escultor representó el personaje al cual se le realiza el ritual de entierro.

Figura 22: Escultura central del Tablón



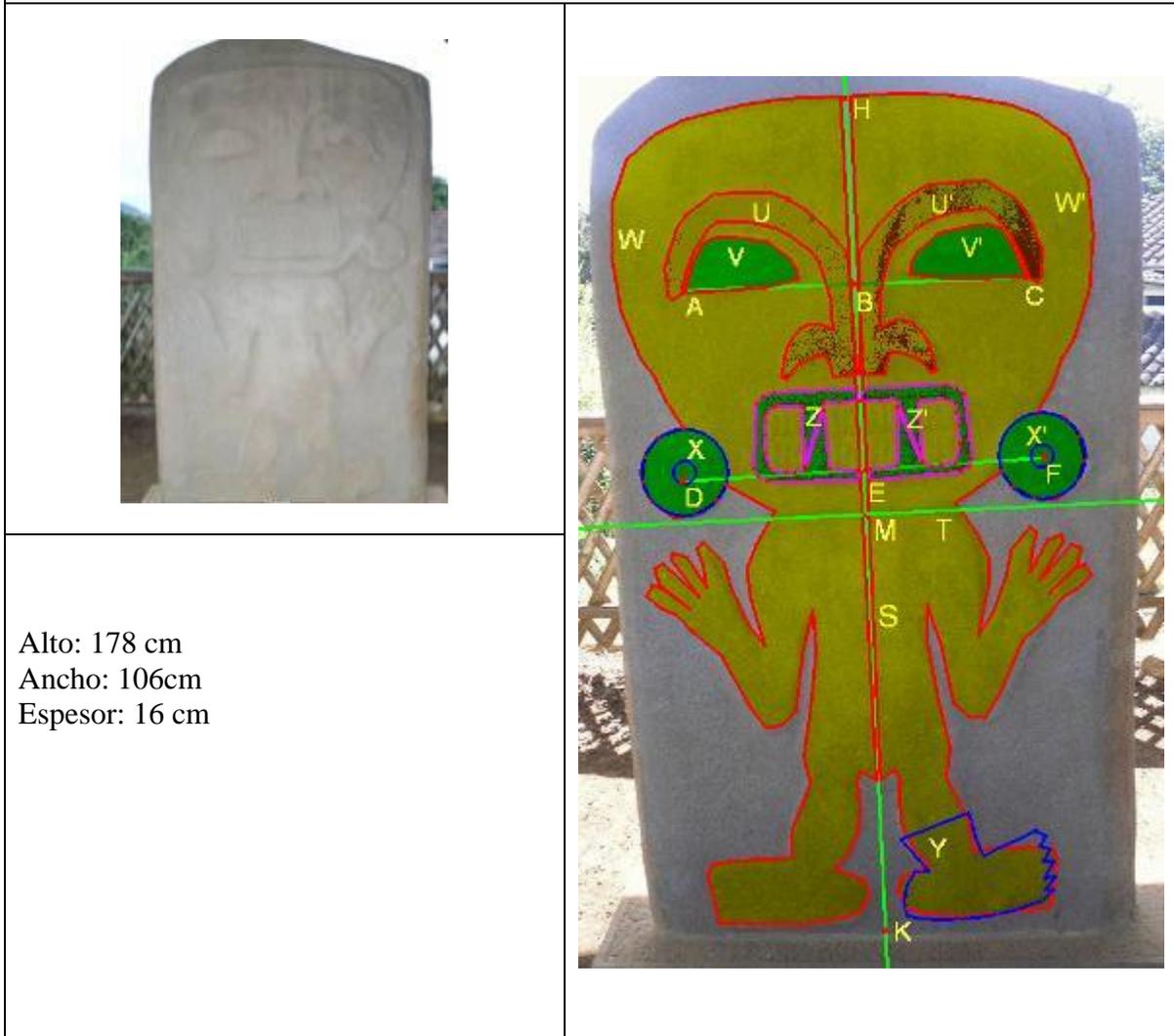
Para la realización de los trazos se inicia con la recta S paralela a la línea central del pectoral²⁰ luego se marca H y K para definir M y posteriormente T. al resaltar los detalles de la escultura como: la nariz U, los ojos V, la nariguera X, collares N, pectoral Z, los brazos Y y el contorno W al aplicar simetría axial con respecto a el eje S las imágenes U', V', X', N', Y', Z' y W' se superponen a los detalles de la escultura de forma precisa, en esta escultura se puede apreciar con mayor precisión el uso de la simetría, si analizamos el pectoral Z el cual está formado por rectángulos, los cuales se resaltaron en la imagen Z', se observa que estos rectángulos se superponen uno a uno de forma precisa en los grabados de la escultura.

²⁰ Adorno de la escultura que es sostenido por los collares que tiene sobre el cuello.

También se tiene que los ojos en forma de cabeza de águila se inscriben en una circunferencia O permitiendo observar el empleo reiterativo de este elemento geométrico.

Figura 23: Escultura Tapa de tumba el Tablon

N^a 18. TAPA DE TUMBA EL TABLÓN

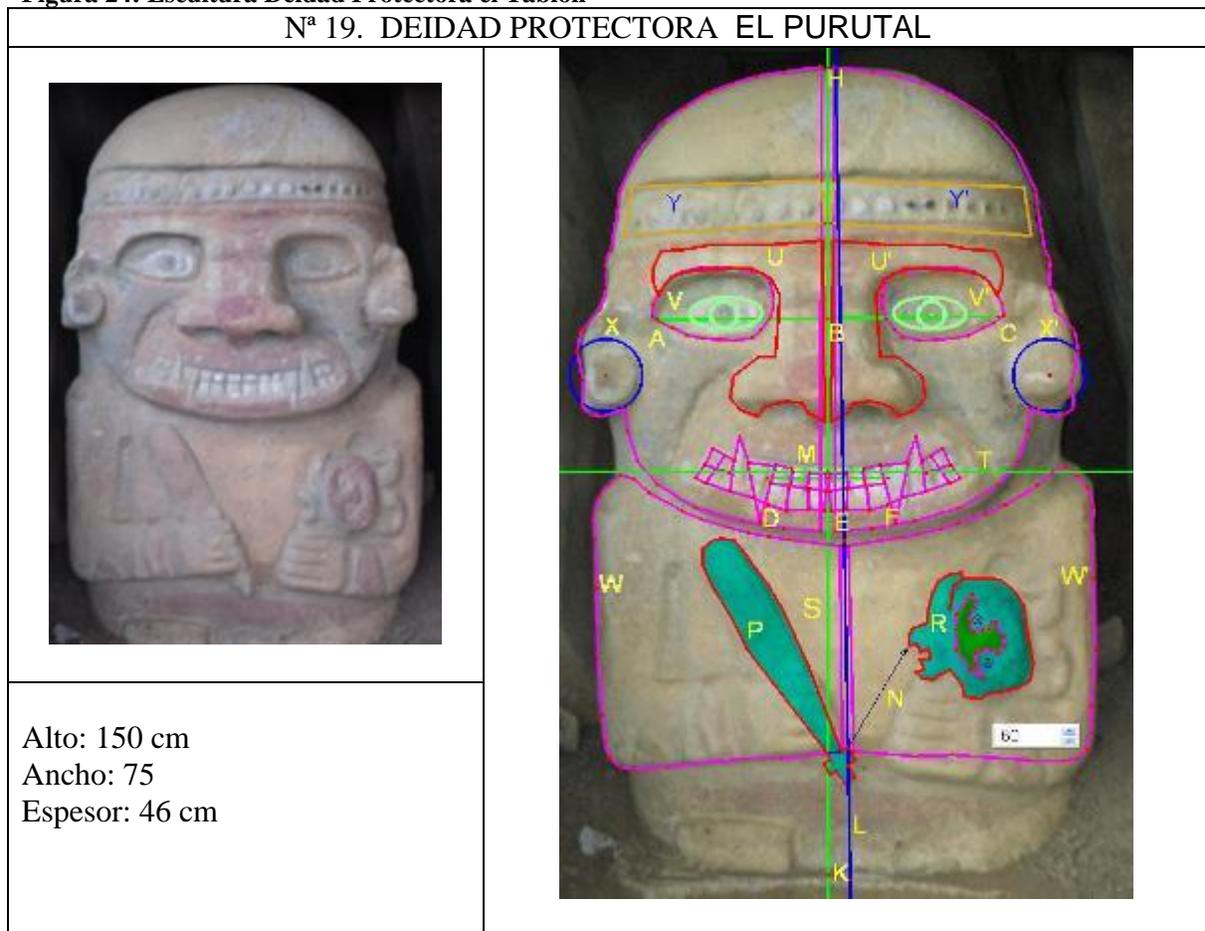


Siguiendo con los parámetros establecidos se trazó la recta S, T y se establece el punto M . se resaltan los detalles de la escultura y se verificó que son simétricos respecto a el eje S con excepción del pie izquierdo de la escultura que no encaja en el polígono. Se observó la igualdad entre la proporción de la cabeza y el resto del cuerpo.

9.16. DEIDAD PROTECTORA EL PURUTAL

Esta escultura hace parte del grupo de monolíticos más recientes en ser encontradas y actualmente son las únicas que conservan los colores rojo, amarillo, negro y blanco relacionados con los colores de la serpiente coral, la escultura muestra un personaje con un mazo que en su mango tiene la figura de una cruz que encaja con el espacio del tocado del niño que el personaje sostiene con la mano izquierda.

Figura 24: Escultura Deidad Protectora el Tablon



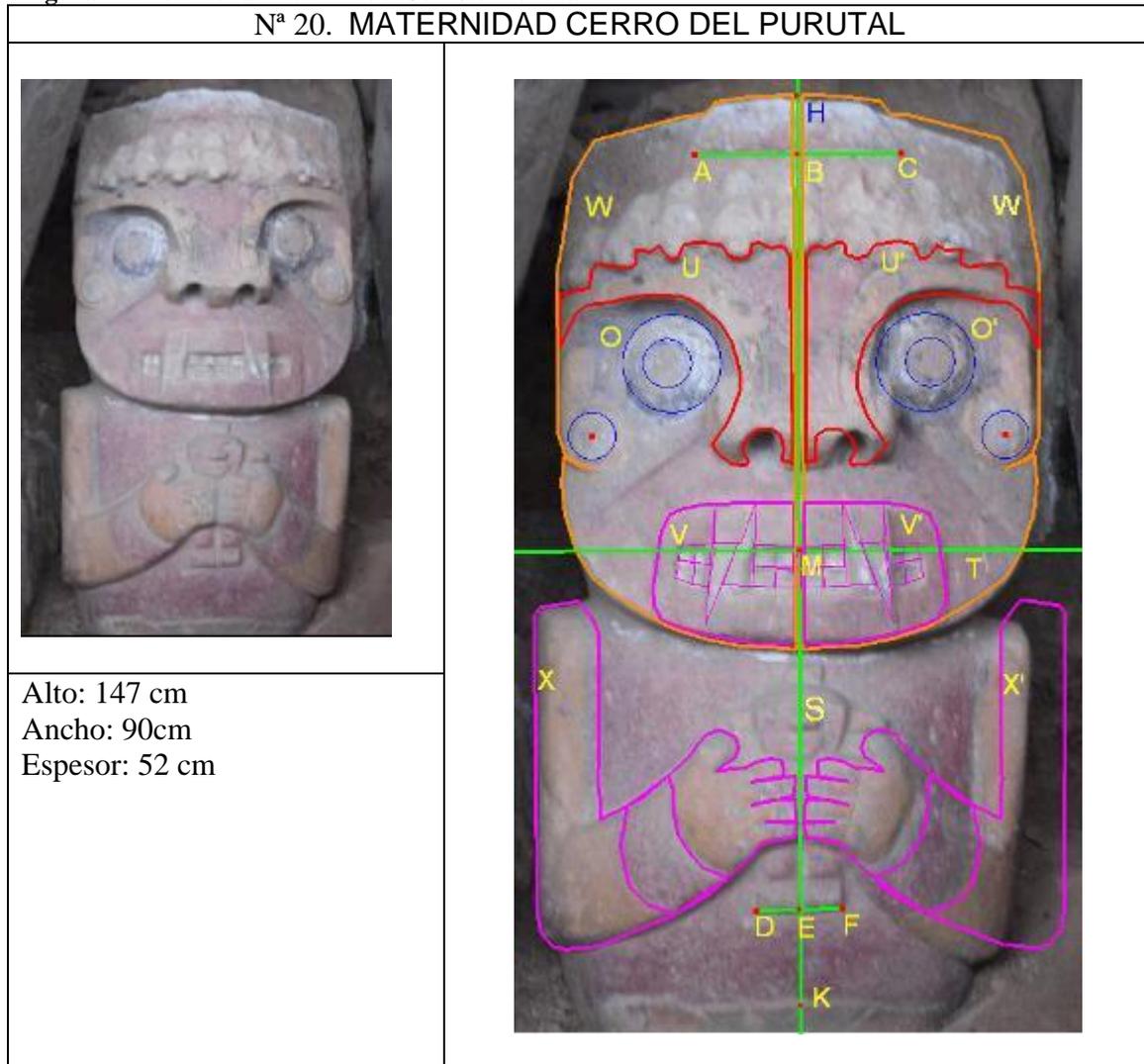
A partir de los parámetros establecidos se definen las rectas S, T y el punto M. se resaltan los diferentes detalles del rostro de la escultura al aplicar simetría axial, se verifica que las representaciones del rostro y su contorno cumplen con esta propiedad. Los detalles correspondientes al tronco no son simétricas ni su perímetro está trazado siguiendo el eje de simetría S, en este caso la silueta del

tronco se refleja a partir del eje L, se observa que el mango del mazo encaja en la cavidad de la cabeza del niño mediante una traslación según el vector N una rotación de 60 grados respecto al punto de la cabeza del vector. Se observa que la proporción de la cabeza respecto a la longitud vertical de la escultura corresponde al 60%.

9.17. MATERNIDAD EL PURUTAL

La escultura hace alusión a la deidad de la maternidad la cual presiona un niño sobre su vientre, en la cabeza lleva un tocado de águilas en picada, este es un símbolo que denota jerarquía y sólo se ha representado en números impares.

Figura 25: Escultura Maternidad Cerro el Purutal



A partir de los parámetros establecidos se define S, T, M y se resaltan los diferentes detalles de la escultura y se aplica simetría axial respecto a la recta S, se observa que la imagen de los ojos O' y la boca con su representación felina V' se sobrepone a los detalles de la escultura, las imágenes del contorno W y la nariz U encajan parcialmente como se observa en la gráfica, al analizar los detalles correspondientes al brazo X su imagen X' no se superpone con la talla de la escultura. Se observa que la proporción de la cabeza respecto a la longitud vertical de la escultura corresponde al 60%.

9.18. LA MÁSCARA VEREDA QUEBRADILLAS.

La máscara hace relación a un personaje que se cubre el rostro con una máscara que está sobre un bastón que el personaje sostiene con ambas manos cruzando los dedos.

Figura 26: Escultura La Máscara Quebradillas



Se inicia los trazos siguiendo los parámetros establecidos se define S, T, M. Se resaltan los detalles de la escultura del lado derecho como: los ojos V, el casco U, el contorno del rostro W, las orejeras de forma circular con centro en D, al aplicar simetría axial a estos elementos respecto al eje S sus respectivas imágenes coinciden con los detalles de la escultura del lado izquierdo. Con los detalles correspondientes a los brazos N y piernas, se puede observar que sus imágenes no se superponen a los detalles de la escultura, haciendo una observación detallada de estas extremidades se encontró que en los brazos la imagen N' se corre hacia arriba al compararla con su correspondiente representación R, debido a que en el cruce de manos F, G la mano derecha queda por encima de la izquierda por lo que la imagen N' se desplaza hacia arriba el ancho de un dedo de la escultura, las imagen de la pierna Y' no se hace corresponder mediante simetría axial corriéndose hacia la izquierda lo que se observa respecto a P. Se definen las elipses O, Q en las cuales se inscriben la boca y la cabeza de la escultura, se verifica la igualdad entre la proporción longitudinal de la cabeza y el resto del cuerpo en analogía al segmento HK.

En esta escultura se concluye a partir de la relación entre el cruce de manos y las imágenes de los brazos, que el escultor tuvo en cuenta este tipo de detalles dejando ver el grado de perfección y cuidado que tuvieron al momento de realizar las esculturas.

9.19. ESCULTURA CON HERRAMIENTAS VEREDA QUEBRADILLAS

Está escultura corresponde a un personaje con nariguera o tumbaga, tiene un tocado en su cabeza con cinco águilas en picada, los ojos tienen forma de cabeza de águila que se miran mutuamente, en sus manos lleva herramientas una especie de herramientas utilizadas en la agricultura o como elementos de defensa.

Figura 27: Escultura con Herramientas Quebradillas

N^a 22. Herramientas Quebradillas



Alto: 189 cm
Ancho: 140cm
Espesor: 24 cm



Se inicia con el punto B sobre el águila en picada²¹ central, se traza la recta S se define HK, se halla M y traza M. Se construyen los polígonos que inscriben los diferentes detalles de la escultura y se determina que son simétricos respecto al eje S, con excepción de los brazos y los instrumentos que portan en las manos. Nuevamente se observa la igualdad entre el tamaño de la cabeza y el resto del cuerpo. Se observa en la escultura en los detalles de la cabeza bastante precisión de las imágenes con sus representaciones.

²¹ Figura que aparece en las esculturas sintetizando la silueta de un águila en descenso.

10. ANÁLISIS DE LAS TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS EN LAS ESCULTURAS DE SAN AGUSTÍN

En la estatuaria de San Agustín se pueden establecer algunas características que por la frecuencia con que se repiten se logra inferir su aplicación. De las 22 esculturas investigadas se pudo establecer que:

Es evidente el uso de las transformaciones de isometría como la simetría axial, plasmada en las 22 esculturas, de forma general en 15 esculturas y parcialmente en 7, en las que se genera un nuevo eje de simetría que funciona para los detalles del rostro, mientras el eje general se aplica para el contorno de la escultura y las extremidades. En el manejo de los ejes verticales en la escultura N° 12 se evidencian dos ejes, los cuales no fueron difuminados por el escultor como quizás ocurrió en las demás esculturas, a partir de esta evidencia se refuerza la teoría del manejo de los ejes de simetría en la planeación y talla de las esculturas y la existencia de ejes alternos para detalles que el artista consideró que debían variar tal vez porque el personaje a representar tenía inclinada levemente la cabeza hacia un lado.

En otras esculturas la ausencia de simetría se presenta generalmente porque los elementos de izquierda a derecha no se hacen corresponder, esculturas N° 1, 3, 6, 8, 10, 16, 19, las variaciones también se dan de acuerdo a la posición o los elementos que portan en las manos como en la escultura N° 22, en la que se aprecia en el cruce de los dedos entre las manos donde la izquierda queda por debajo y todo el brazo es desplazado hacia abajo una longitud igual al grosor del dedo meñique revelando así la perfección en las construcciones, donde conscientemente estos detalles son tenidos en cuenta y se convierten en una prueba del desarrollo que alcanzó el grupo escultor en el manejo del plano, las transformaciones geométricas y el uso de un sistema de referencia a partir de dos ejes perpendiculares.

En la escultura N° 9 El Partero Mesita B se encuentran representaciones de simetría axial sobre el eje vertical y horizontal mostrando el manejo del plano

subdividido en cuatro cuadrantes lo que permitió lograr la precisión de las representaciones en cada cuadrante. En esta escultura se puede establecer un paralelo con el plano cartesiano desde los ejes perpendiculares S y T con origen en el punto M, a partir de la composición de dos transformaciones de simetría axial, sobre ejes perpendiculares, se obtiene una simetría central con la que se confirma el manejo del plano formado por rectas perpendiculares, que a partir de éstas se realizaron las transformaciones simétricas en el plano con algún patrón de medida e instrumentos "geométricos" que posibilitaron el diseño y talla de las esculturas.

En las esculturas se puede notar el manejo intencionado de la igualdad en la proporción entre la cabeza y el resto del cuerpo, en las esculturas 3, 4, 5, 15, 18, 21, 22 las cuales se cree que corresponden a dioses y personajes principales considerando que los pueblos que le dieron más importancia a la ciencia y la cultura en oposición a la guerra y otras actividades bélicas magnificaban el tamaño de las cabezas en sus representaciones.

En algunas esculturas se encuentra sobre el eje vertical, que a partir del punto medio M los escultores representaron elementos equidistantes arriba y abajo con longitudes congruentes respecto al eje S, por ejemplo la escultura N° 1 en la que a partir de M se generan los brazos, luego el rostro arriba y abajo la falda siguiendo con este esquema arriba una franja sobre los ojos y abajo las rodillas, por último el gorro y las extremidades inferiores de la escultura, de forma similar ocurre en las esculturas N° 2, 8, 9 y 19.

En diferentes esculturas se observa el uso de la elipse que por lo general inscribe el rostro de la escultura, también se aprecia el manejo frecuente de las circunferencias con centro en el eje vertical que encierra el rostro o el contorno superior de la escultura. Con el uso de Cabri se verificó el manejo de estos elementos geométricos para el diseño y la construcción; esculturas 3, 5, 6, 7, 10, 13, 16.

La transformación de traslación se puede observar frecuentemente en la construcción de los ojos y en los tocados de gorros o cascos que llevan los personajes que generan frisos de traslación como en las esculturas. 6, 7, 14, 21, 22. En varias de las esculturas se pudo notar que la simetría axial se cumple en cada uno de los elementos o líneas que conforman los detalles de la escultura como el caso del pectoral de la escultura N°17 que se forma a través de rectángulos, al hacer la transformación en Cabri estos elementos cumplen con las propiedades de simetría axial, igualmente ésta situación la podemos observar en el tocado de la escultura N° 3, en los frisos de las esculturas 6, 7 y 14 y en los tocados con diversas figuras de la escultura N° 22.

Teniendo en cuenta estos elementos de la geometría espacial y la existencia de elementos e instrumentos para la construcción de figuras geométricas al igual que patrones de medida el grupo escultor diseñó y plasmó el conocimiento de la circunferencia, elipses, triángulos equiláteros, hexágonos, ejes de simetría, traslaciones y rotaciones. Éste conocimiento les permitió crear las esculturas con la proporción armónica que reconocen los artistas en ellas y la precisión en sus trazos.

Los grupos indígenas de Colombia se han caracterizado por un desarrollo alrededor de los elementos geométricos que utilizan para sus expresiones culturales, lo podemos ver en las pinturas sobre las paredes de los hipogeos de Tierradentro donde los aborígenes combinaron formas y colores para adornar las tumbas de sus líderes. De igual manera se puede observar estos legados en los pueblos que habitan la sierra Nevada de Santa Marta donde las tejedoras representan a través de sus mochilas una serie de transformaciones geométricas en las figuras tradicionales donde la perspectiva de construcción queda definida a través de las transformaciones geométricas que la indígena Arhuaca usa al tejer toda la figura. Aroca (2008). Esto muestra que existe un conocimiento ancestral del manejo de las transformaciones geométricas en las representaciones de símbolos y deidades de los pueblos aborígenes que habitan y habitaron el territorio Colombiano.

CAPÍTULO III

EL ARTE ESCULTÓRICO A LA CLASE DE GEOMETRÍA

13. PROPUESTA DE IMPLEMENTACIÓN EN EL AULA DE CLASE

La presente propuesta se hace mediante una secuencia didáctica concebida como una actividad concreta del docente para implementar directamente en el aula, con el propósito de lograr determinadas competencias, trabajando contenidos específicos. Para Rabardel (2000), la secuencia didáctica puede ser considerada un artefacto para la creación de instrumentos con un esquema tentativo de trabajo de modo que el alumno pueda ir construyendo sus conocimientos, con la mediación prevista por el docente.

Teniendo en cuenta los procesos didácticos en el diseño de la secuencia se tomó como referencia la teoría de Brousseau (1986), quien define una situación didáctica como: un conjunto de relaciones entre un alumno o un grupo de alumnos, algún entorno que involucra instrumentos o materiales y el profesor con el fin de permitir a los alumnos aprender, es decir reconstruir algún conocimiento.

13.1. ESTÁNDARES CURRICULARES

Entre los Estándares definidos por el Ministerio de Educación Nacional MEN (2003) para los grados cuarto y quinto de la Educación Básica Primaria en la secuencia didáctica se tomará como base los correspondientes a:

- a. Utilizar sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.

- b. Identificar y justificar relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.
- c. Hacer conjeturas y verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.

13.2. LAS TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS

Haciendo referencia a la aplicación de la geometría en el campo matemático, se pueden constatar algunas invariantes presentes en el espacio geométrico, es decir, aquellas magnitudes o expresiones matemáticas que no cambian de valor al aplicar algunas transformaciones las cuales se denominan transformaciones isométricas que se caracterizan por conservar la forma, dimensión y el área, por lo que la figura inicial y la final son semejantes y geoméricamente congruentes. Pérez, Palacios, Villamizar, (2000). Dichas invariantes pueden ser utilizadas para ofrecer la posibilidad de interactuar, entender y describir fenómenos propios de la geometría. Se considera que dentro de las matemáticas la geometría es la encargada de interactuar con la realidad, la geometría permite desarrollar la percepción espacial y de las intuiciones sobre las figuras bidimensionales y tridimensionales, la comprensión y uso de las propiedades de las figuras y las interrelaciones entre ellas, MEN (2003). Los movimientos del plano se pueden clasificar como opuestos o directos

13.2.1. Isometrías directas u opuestas

Si se obtiene una figura F' de otra figura F a través de una isometría (traslación, rotación, simetría central, simetría axial) o de una composición de varias de ellas, se dice que las figuras F y F' son congruentes por lo tanto la isometría transforma la figura en otra que es ella misma

Una isometría es considerada una transformación congruente y corresponde a una transformación que preserva la longitud, de manera que si p y p' y q y q' son dos pares de puntos correspondientes, determinan los segmentos correspondientes $pq = p'q'$, por ejemplo: una rotación en torno a p es una isometría en la que p es un punto invariante. Toda isometría con un punto invariante es una rotación o una reflexión, según sea directa u opuesta

Las isometrías pueden ser directas u opuestas según conserven o inviertan el sentido de la figura.

La isometría es directa cuando conserva el sentido de la figura, como la rotación y la traslación, y es opuesta cuando la invierte el sentido de la figura como las reflexiones. La traslación puede verse como el producto de dos reflexiones.

Es posible considerar que dos figuras son congruentes, si es posible hacerlas coincidir a través de movimientos en el plano. Los tipos de congruencia que se pueden presentar; la congruencia directa se presenta si dos figuras se hacen coincidir moviendo sólo una de ellas sin sacarla del plano donde se encuentra ubicada, en el caso contrario es opuesta.

Todo par de figuras directamente congruentes se pueden hacer coincidir mediante un giro o una traslación; y todo par de figuras opuestamente congruentes se pueden hacer coincidir mediante una reflexión o reflexión deslizante. Ordoñez, Silva, Villamizar, (2000)

13.3. SECUENCIA DIDÁCTICA MOVIMIENTOS EN EL PLANO DESDE UNA PERSPECTIVA ETNOMATEMÁTICA MEDIADA POR CABRI

En los diferentes procesos de aprendizaje el desarrollo de actividades a partir de una situación didáctica permiten al estudiante una mejor comprensión y asimilación de los contenidos al observar su aplicación como parte integral de su entorno, de esta manera se propone las representaciones isométricas en las esculturas de San Agustín como una *situación didáctica* en la cual los estudiantes de grado quinto pueden identificar los diferentes elementos geométricos

plasmados en los monolitos. La actividad se complementa con la integración al aula de los ambientes de geometría dinámica (AGD), específicamente Cabri.

A partir de estos contextos se diseña la secuencia didáctica, fundamentada en la perspectiva del diseño didáctico que facilita la exploración, conceptualización de las transformaciones isométricas, propiciando un encuentro del estudiante con la cultura de sus antepasados desde el punto de vista histórico, artístico y geométrico y además hacer un reconocimiento al avance científico y cultural que tuvo el pueblo aborígen que habitó este territorio.

13.3.1. Tema Integrador

Las representaciones geométricas en las esculturas de San Agustín mediadas por el AGD Cabri Geometry II Plus.

La secuencia didáctica se inscribe en el desarrollo curricular que de acuerdo a los estándares de matemáticas del grado quinto de la Educación Básica Primaria en el pensamiento espacial y Sistemas geométricos, se aplica el estándar correspondiente a *“Hacer conjeturas y verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños”* MEN (2003)

13.3.2. Conceptos Fundamentales

Los lineamientos curriculares proponen el desarrollo del pensamiento geométrico y espacial a través de la Geometría transformacional que involucra el cuerpo y la exploración del entorno social y físico del estudiante. La propuesta de implementación está mediada por los ambientes de geometría dinámica (AGD), toma como referencia la incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas (1999), que propone el uso del programa Cabri como herramienta que favorece la visualización de los objetos geométricos, de igual manera Wertsch (1993) expone que “todo acto cognitivo está mediado por el contexto y el tipo de

instrumento que media el conocimiento” en este sentido las graficas que la interfaz del programa muestra en el área de trabajo de Cabri, generan representaciones que amplían las posibilidades de acceder al concepto y su aplicación.

13.3.3. Propuesta Metodológica de Implementación en el Aula de Clase

Tomando como referencia la pedagogía humanista y la corriente constructivista, para la implementación de la secuencia didáctica el rol del docente será de orientador del conocimiento, siendo flexible, utilizando métodos no directos, dinámicos y participativos, de manera que brinde al estudiante los conceptos y herramientas desde los cuales él podrá construir nuevos conocimientos y resolver problemas más complejos. El estudiante desarrollará un papel activo, creador, investigador y experimentador, deberá ser constructor de su propio conocimiento.

Los ejercicios propuestos en Cabri para el proceso de aprendizaje de las transformaciones en el plano se realizarán a partir de las construcciones en las imágenes de las esculturas colocadas como fondo de pantalla sobre las cuales el estudiante de grado quinto identifica las figuras geométricas y los movimientos en el plano

13.3.4. Objetivos

- Caracterizar la traslación, la rotación y la simetría de figuras en un plano.
- Describir los cambios de posición que se observan entre una figura y su imagen por traslación, rotación o simetría.
- Reconocer traslaciones, rotaciones y simetrías en las esculturas de San Agustín.
- Describir patrones que se observan en la aplicación de traslaciones, rotaciones y simetrías en un sistema de coordenadas.

13.3.5. Descripción de las actividades de la secuencia didáctica

Teniendo en cuenta los conceptos metodológicos se han diseñado dos guías una que sirve de apoyo para que el estudiante explore los conceptos y la otra sirve como referente para que el docente a partir de la solución planteada a la guía del estudiante resuelva dudas y alcance competencias que le permitan orientar y retransmitir el conocimiento con propiedad. La guía contiene orientaciones para cada sesión de la secuencia.

Sesión 1: Socializaciones y diagnóstico

Se inicia explorando los conocimientos que los estudiantes tienen sobre la cultura prehispánica de San Agustín y las representaciones geométricas que identifican en las esculturas, por medio de mesa redonda que será moderada por el profesor a partir de preguntas preestablecidas y retroalimentadas por las respuestas de los estudiantes, al final de esta sección se comentaran las actividades planeadas, se entrega el programa de actividades con los ejes temáticos, objetivos propuestos, evaluación, materiales y cronograma de actividades.

Preguntas propuestas.

1. ¿Qué conocen sobre la cultura de San Agustín?
2. ¿Qué herramientas utilizaron los escultores de San Agustín para tallar las esculturas?
3. ¿En qué periodo se desarrolló la cultura de San Agustín (siglos)?
4. ¿Por qué desapareció el pueblo escultor?
5. ¿Qué dioses se presume que tenía el grupo escultor de San Agustín?
6. ¿Cómo se relacionaban con la naturaleza?
7. ¿Qué significaba para ellos la vida y la muerte?
8. ¿Para qué se cree que construyeron las esculturas?
9. ¿Por qué se establecieron en estos territorios?
10. ¿Han observado figuras geométricas en las esculturas?

Tabla 5: Programación de la secuencia didáctica.

SECUENCIA DIDÁCTICA MOVIMIENTOS EN EL PLANO DESDE UNA PERSPECTIVA ETNOMATEMÁTICA MEDIADA POR CABRI					
COLEGIO:					
Estudiante			Fecha:		
Objetivos generales de la secuencia didáctica:					
1. Desarrollar actividades para inducir al estudiante a la abstracción, la comprensión y descripción de las transformaciones en el plano					
2. Reconocimiento al desarrollo científico, cultural que alcanzó el pueblo escultor y la afirmación de su identidad cultural.					
SESIÓN	OBJETIVO	CONTENIDO	EVALUACIÓN	MATERIALES	FECHA
1	Identificar los conocimientos que tienen los y las estudiantes de la cultura de San Agustín y su percepción en relación con la geometría	Socializaciones y diagnóstico: exploración de la cultura prehispánica de San Agustín. Y las representaciones geométricas en las esculturas. Entrega del programa de actividades con los objetivos propuestos, criterios de evaluación y cronograma de actividades	El profesor tendrá en cuenta la participación y dejará como tarea para la próxima clase un escrito que responda a las preguntas planteadas	Tablero, marcadores y el espacio del salón de clase	
2	Reforzar contenidos relacionados con construcciones básicas de segmentos, rectas, circunferencias, triángulos, polígonos	Nivelación. Construcciones básicas de figuras geométricas, sobre la imagen de una escultura, resaltarán con regla, compas y lápiz los detalles geométricos que observe en la escultura describiendo paso a paso los trazos que realiza y las figuras que construye.	Se revisarán los trabajos realizados sobre la fotocopia de la escultura y los conceptos geométricos que reconoce	Regla, compas, lápiz	
3	Identificar los componentes del software y sus herramientas básicas	Exploración de AGD. Exploración de las herramientas de Cabri, introducir a las herramientas básicas de Cabri y el reconocimiento de las propiedades de las figuras geométricas.	Se revisarán las construcciones de los detalles de la escultura que se pidió replicar y el desarrollo de la guía	Sala de cómputo.	

4	Identificar los elementos que intervienen en la traslación, aplicar, describir y verificar traslaciones en el plano	Trasladando figuras en el plano. trasladar figuras geométricas en el plano a través de la manipulación del ambiente de geometría dinámica Cabri usando como fondo de pantalla las imágenes de las esculturas	Se revisara el desarrollo de la guía en el programa Cabri y el trabajo en clase	Pliego de cartulina, regla de metro o trozo de madera Sala de cómputo	
5	Identificar los elementos que intervienen en la rotación, aplicar, describir y verificar rotaciones en el plano	Girando figuras geométricas en el plano. rotación de figuras geométricas en el plano, sobre la impresión de la imagen de una escultura	El profesor revisara el desarrollo de la guía en el programa Cabri y el trabajo en clase	Sala de cómputo. alfileres	
6	Identificar los elementos que intervienen en la simetría, aplicar, describir y verificar simetrías en el plano	Simetría en las figuras geométricas en el plano. comprendan la idea de simetría axial y central	El profesor revisara el desarrollo de la guía en el programa Cabri y el trabajo en clase	Sala de cómputo y archivo guardados en la carpeta geometría	
7	Reconocer los movimientos en el plano de traslaciones, rotaciones y simetrías en las esculturas de San Agustín y el desarrollo artístico y geométrico del pueblo escultor.	Argumentación y vivencia: Se hará un reconocimiento de campo en el Parque Arqueológico de San Agustín, cada grupo expondrán a los compañeros las nociones y conceptos encontrados en las esculturas asignadas , además hará un acercamiento al significado histórico, artístico y cultural que representa la escultura.	Disposición para el recorrido y exposiciones asignadas por grupos	Transporte y refrigerios para el recorrido, recurso económico para pagar el guía de turismo, fotocopias de la guía de campo.	
8	Evaluar las competencias alcanzadas por los estudiantes frente al manejo del software, los movimientos en el plano y su percepción acerca del pueblo escultor	Evaluación : 1. Competencias interpretativas. 2. Competencias argumentativas 3. Competencias propositivas	Revisión de las competencias evaluadas	Sala de cómputo, formato de evaluación	

Sesión 2: Nivelación.

Se realizarán actividades donde los estudiantes construyan figuras geométricas y reconozcan sus propiedades, además las definiciones de segmento, rectas, rectas paralelas, perpendiculares y el manejo de los instrumentos como: regla, compás y transportador. Se entregará al estudiante la copia de la fotografía de una escultura, sobre la cual resaltará usando regla, compas y lápiz los detalles geométricos que observe en la escultura escribiendo paso a paso los trazos que realiza y las figuras que construye.

Figura 28: Escultura la Mascara, sesión 2

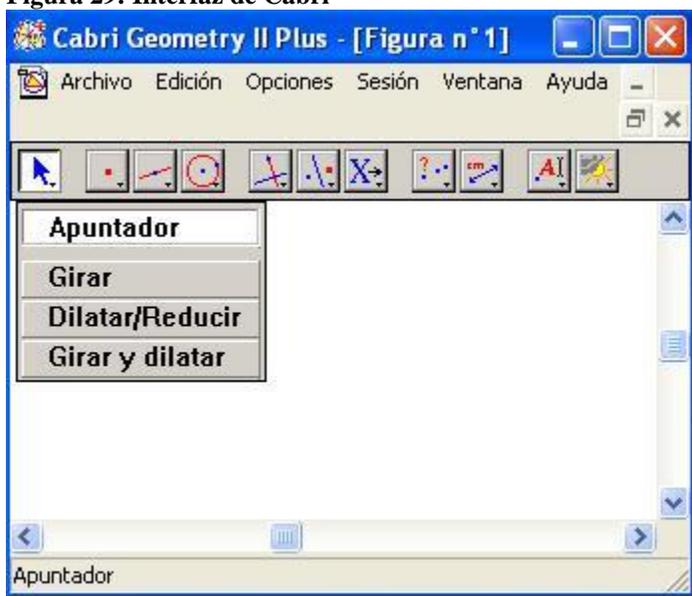


Sesión 3: Introducción a Cabri Geometry II Plus

Se realiza una actividad en Cabri donde el estudiante explora las herramientas con las que cuenta el programa, experimentando los diferentes trazos que se puede realizar, luego se hará una actividad dirigida tratando de replicar los detalles resaltados en una escultura, con el fin de familiarizar al estudiante con las herramientas básicas del Cabri y el reconocimiento de las propiedades de las figuras geométricas.

Primera parte

Figura 29: Interfaz de Cabri

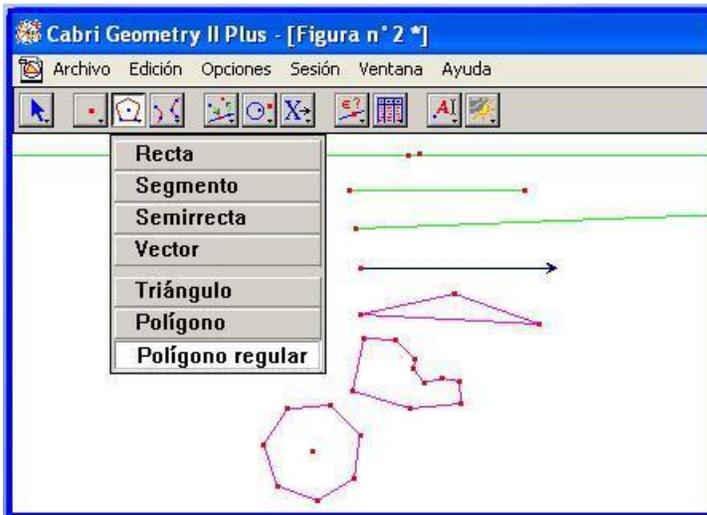


Abre el programa *Cabri Geometry II Plus*, comienza a explorar sus utilidades, si colocas el cursor del mouse sobre una ventana se despliega el menú de herramientas en el cual haciendo clic seleccionas una de ellas, luego haz clic en el área de trabajo de Cabri para hacer las construcciones y continua explorando, haciendo clic y arrastrando el mouse,

cuando hallas realizado los trazos pulsa la primer ventana y selecciona *apuntador* para que puedas arrastrar sus creaciones o seleccionar y borrar.

Si quieres personalizar las construcciones en la última ventana encuentras algunas herramientas que permiten cambiar de color, engrosar las construcciones (espesor), rellenar las aéreas de las figuras con colores.

Figura 30: Interfaz de Cabri, Herramientas de construcción

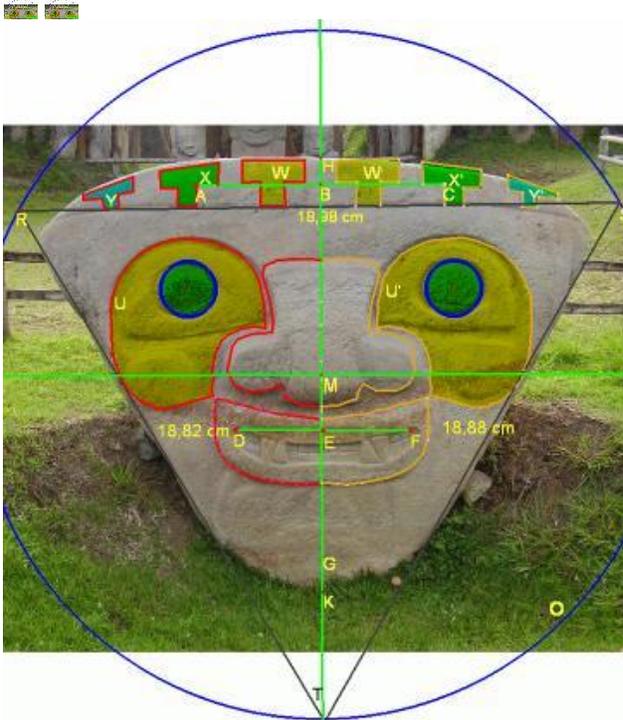


En las construcciones es importante nombrar los objetos en sus vértices con letras mayúsculas. Para esto selecciona la penúltima ventana y elige *nombrar* arrastra el mouse haz clic para seleccionar el objeto que quieres nombrar en esta ventana además

encuentras como escribir un texto o un número entre otras.

Explora e identifica como calcular: punto medio, trazar rectas paralelas y perpendiculares, simetría axial, simetría central, traslación, rotación, punto sobre objeto, punto de intersección y trata de calcular la medida de algunos elementos en el plano como distancia, ángulo, área.

Figura 31: Trazos con Cabri Escultura Dios del Sol



Segunda parte

Como ya practicastes ahora trata de hacer los mismos trazos de la lámina siguiente resaltando los detalles de la escultura con la opción polígono, traza segmentos, rectas, circunferencias, simetrías, rellenas, dar espesor, medir.

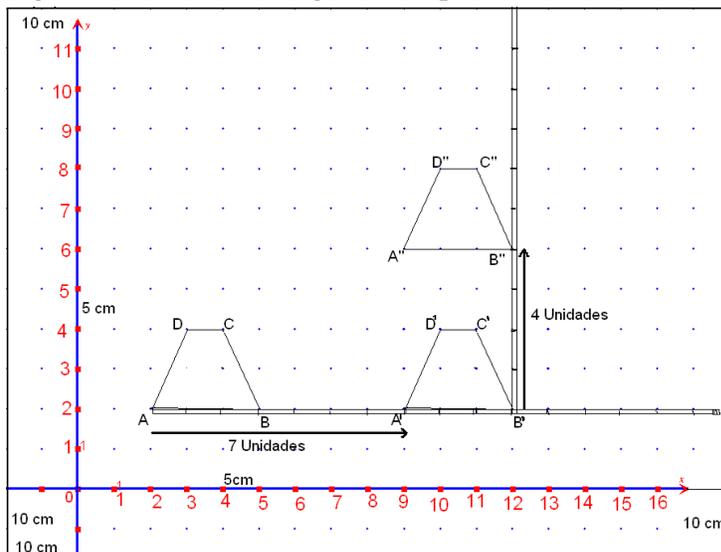
Al final el profesor observa las construcciones en la interfaz del programa. Si puedes investiga más en internet y practica mucho, busca el significado de los términos que no conoces.

Sesión 4: Trasladando figuras en el plano.

Con esta actividad se busca que los estudiantes comprendan algunos métodos básicos para trasladar figuras geométricas en el plano a través de la manipulación de figuras y la exploración de los ambientes de geometría dinámica como Cabri, para esto se usa como fondo de pantalla las imágenes de las esculturas, lo cual permite un acercamiento a los objetos geométricos que intervienen en la traslación de figuras en el plano.

Primera parte

Figura 32: Traslación de figuras en el plano



En un pliego de cartulina de 70 cm por 100cm traza las siguientes rectas y puntos (rejilla) para formar el plano cartesiano, luego cada estudiante diseña una figura geométrica teniendo en cuenta que los vértices coincidan con los puntos de la rejilla en el plano cartesiano, utiliza una regla

de un metro o un trozo de madera (un palo de escoba) marca señales cada 5 cm y enuméralas, luego coloca la figura que diseñaste haciendo coincidir los vértices con los puntos de la rejilla, escribe las coordenadas sobre las cuales se ubican los vértices de la figura nombrando cada vértice con una letra mayúscula. Coloca el trozo de madera paralelo a eje x y desliza la figura las unidades que quieras (unidades de desplazamiento) haz coincidir nuevamente los vértices de la figura con los puntos de la rejilla y escribe las nuevas coordenadas de la figura (imagen de traslación) para cada vértice utilizando las mismas letras con una comilla A' que se lee (a prima) y registra las unidades que deslizaste la figura de acuerdo a las marcas en la regla o trozo de madera, puedes repetir esta actividad colocando la

regla paralela al eje y, y los vértices de la nueva imagen denótalos con las mismas letras pero con doble comilla "A".

Como cada integrante del grupo construye su propia figura realiza la actividad anterior con las nuevas figuras y distintas unidades de desplazamiento. Registra la información en la siguiente tabla.

Tabla 6: Informe de la Sesión 4

Nombre del estudiante	Dibujo de la figura	Coordenadas de la posición inicial	Coordenadas Primera imagen de traslación	Coordenadas segunda imagen de traslación

Segunda parte

Trabajo en Cabri: Teniendo en cuenta las actividades anteriores ingresa al programa Cabri Geometry II plus ubica el cursor con el mouse sobre la última ventana haz clic y selecciona la opción **Mostrar los ejes** luego en esta misma ventana selecciona **Rejilla** y haz clic sobre uno de los puntos de los ejes del plano cartesiano. Coloca la imagen de la escultura N° 21. La Máscara vereda Quebradillas e identifica en la escultura elementos donde se pueda aplicar la traslación. Escribe la coordenada de los vértices de la figura inicial e imagen. Puedes arrastrar el origen de los ejes para hacer coincidir los puntos de la rejilla con los detalles de la escultura. Recuerda que para realizar una traslación en Cabri debes crear un vector (tercera ventana en Cabri) que es como las unidades que deslizas la figura geométrica.

Sesión 5: Girando figuras geométricas en el plano

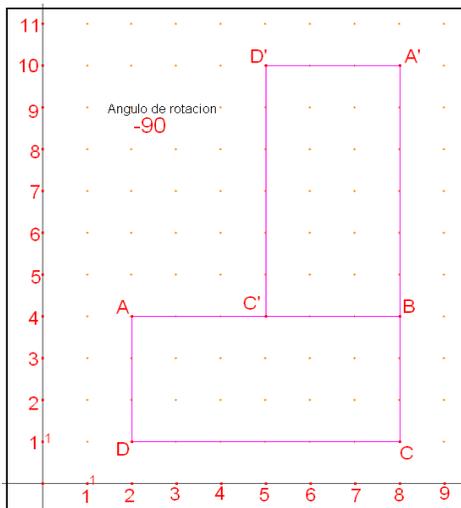
Con esta actividad se pretende que los estudiantes comprendan la idea de rotación de figuras geométricas en el plano, manipulando figuras y explorando en Cabri, las figuras o detalles, el centro de rotaciones y el ángulo de giro que permite establecer la transformación de rotación.

Primera parte

Para esta actividad es necesario que cada grupo tenga los siguientes materiales: cinco alfileres o puntillas delgadas, un trozo de piola delgada o un metro de hilo, la cartulina con el plano cartesiano construido en la clase anterior, las figuras que cada estudiante construyó en cartón, transportador.

Realizar las siguientes actividades:

Figura 33: Rotación de figuras en el plano



- Coloca la figura que diseñaste haciendo coincidir los vértices con los puntos de la rejilla, escribe las coordenadas sobre las cuales se ubican los vértices de la figura nombrando cada vértice con una letra mayúscula.
- Fija uno de los vértices de la figura con un alfiler y rota la figura respecto al

punto fijo, haz coincidir nuevamente los vértices de la figura con los puntos de la rejilla y escribe las nuevas coordenadas de la figura (imagen de rotación) recuerda utilizar las mismas letras con una comilla. Teniendo en cuenta uno de los lados que forman el vértice fijo mide el ángulo de rotación

Como cada integrante del grupo construye su propia figura realiza la actividad anterior con las demás figuras con distintos puntos de rotación y registra la información en la siguiente tabla.

Tabla 7: Informe de la sesión 5

Nombre del estudiante	Dibujo de la figura	Coordenadas posición inicial	Imagen de rotación		
			Punto de rotación	de ángulo	Coordenadas

Segunda parte

Trabajo en Cabri: Teniendo en cuenta las actividades anteriores ingresa al programa Cabri Geometry II Plus selecciona *Mostrar los ejes y Rejilla*. Coloca la imagen de la escultura N° 22. Escultura con herramientas vereda Quebradillas e identifica en ella elementos donde se pueda aplicar la rotación; escribe las coordenadas de los vértices de la figura inicial y su imagen. Recuerda que puedes arrastrar el origen de los ejes para hacer coincidir los puntos de la rejilla con los detalles de la escultura. Ten en cuenta que para hacer una transformación de rotación en Cabri debes seleccionar la figura, elegir un punto de rotación y un ángulo. Selecciona la penúltima ventana y la opción *número*, haz clic en el área de trabajo y escribe el número correspondiente al ángulo, lo puedes modificar con las flechas que aparecen al lado del número. Guarda el desarrollo del trabajo en la carpeta que crearon en el escritorio del computador con el nombre del grupo como actividad de la sesión 5.

Sesión 6: Reflejando figuras geométricas en el plano

Con esta actividad se busca que los estudiantes comprendan la idea de simetría axial y central, al resaltar la silueta y los detalles de la imagen de una escultura seleccionada, realizara doblesces que hagan coincidir los detalles generando el eje de simetría axial o el punto de la simetría central. De igual manera esta actividad se desarrollará con el uso de Cabri.

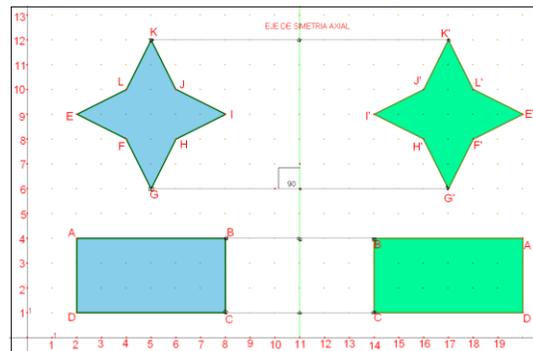
Primera parte

Para esta actividad es necesario que cada grupo tenga los siguientes materiales: trozo de piola delgada o hilo (1metro), la cartulina con el plano cartesiano, las figuras que cada estudiante construyó en cartón.

Realizar las siguientes actividades

- Coloca la figura que diseñaste haciendo coincidir los vértices con los puntos de la rejilla, escribe las coordenadas sobre las cuales se ubican los vértices de las figura nombrando cada vértice con una letra mayúscula.

Figura 34: Simetría Axial

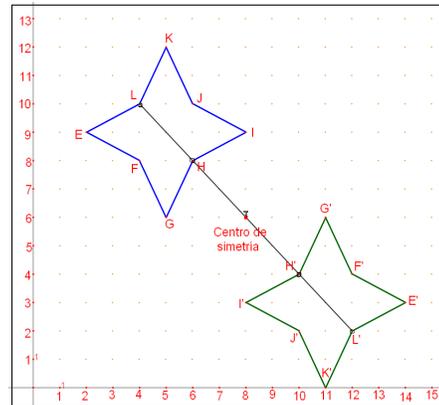


- Coloca la regla o el pedazo de madera paralelo al eje X, identifica la coordenada sobre el eje X por ejemplo si el borde de la regla esta paralela al eje Y y corta al eje X en 8 la coordenadas es (8,0) y se denota como la recta $x=8$ o $F(x)=8$ que corresponde al eje de simetría. Si es paralela al eje X el eje de simetría se denota $Y=a$, a es cualquier numero natural.
- Perfora dos vértices de una figura y amarra hilos este vértice coloca la figura en el plano haciendo coincidir los vértices con los puntos de la rejilla, hala el hilo, sujeta los otros extremos a la regleta o pedazo de madera de

forma que los hilos queden paralelos y formando Angulo de 90° con el trozo de madera ubicado en el eje de simetría; luego un estudiante sostiene la regla y otro levanta la figura tensionando los hilos y la hace rotar hasta que haga contacto con el semiplano opuesto por el eje de simetría. Escribe las nuevas coordenadas.

- d. Realiza la misma actividad del punto C pero utilizando un solo hilo y en vez de un eje se simetría un punto central que lo estableces colocando una puntilla en un punto del plano y amarrando el otro extremo del hilo a la puntilla, con una regla y lápiz prolonga la dirección del hilo hacia el otro lado de la puntilla luego levanta la figura y la hace rotar hasta que haga contacto con el plano de la cartulina y el hilo quede en la misma dirección de la prolongación. Escribe las nuevas coordenadas.

Figura 35: Simetría central



- e. Realiza las mismas actividades del literal c y d con las figuras construidas por cada estudiante en la sesión 4, variando los ejes de simetría y las longitudes de los hilos. Registra la información en la siguiente tabla.

Tabla 8: Informe de sesión 6

Nombre del estudiante	Dibujo de la figura	Coordenadas posición inicial	Imagen de simetría axial		Imagen de simetría central	
			Eje de simetría	Coordenadas	Centro de simetría	Coordenadas

Figura 36: Escultura El Partero,
Sesión 6 segunda parte



Segunda parte

A partir de la fotografía de la escultura el partero mesita B calca la silueta y los detalles, luego dobla la hoja hasta hacer coincidir los elementos de la derecha con la izquierda y los de arriba con los de abajo e identifica el eje de simetría. Si haces coincidir la parte derecha de arriba y la parte izquierda de abajo puedes encontrar el punto de simetría central.

Tercera parte

Trabajo en Cabri: Teniendo en cuenta las actividades anteriores ingresa al programa Cabri Geometry II plus. Coloca la imagen de la escultura N^o 9 El Partero mesita B como fondo de pantalla, resalta los detalles y determina la simetrías presentes en la escultura determina un eje de simetría. Ten en cuenta que para hacer una transformación de simetría es necesario definir el eje de simetría con anterioridad, en la sexta ventana en Cabri encontrarás simetría axial y simetría central, luego selecciona la figura y el eje de simetría, puedes experimentar en el programa arrastrando las gráficas o el eje. Guarda el desarrollo del trabajo en la carpeta que crearon en el escritorio del computador con el nombre del grupo como actividad de la sesión 6.

Sesión 7: Argumentación y vivencia

Se hará un reconocimiento de campo en el Parque Arqueológico de San Agustín, cada grupo expondrá a los compañeros las nociones y conceptos encontrados en las esculturas asignadas para esta actividad, exponiendo las propiedades y

conceptos que sustentan sus análisis y hallazgos alrededor de las transformaciones de traslación, rotación y simetría. Además hará un acercamiento al significado histórico, artístico y cultural que representa la escultura

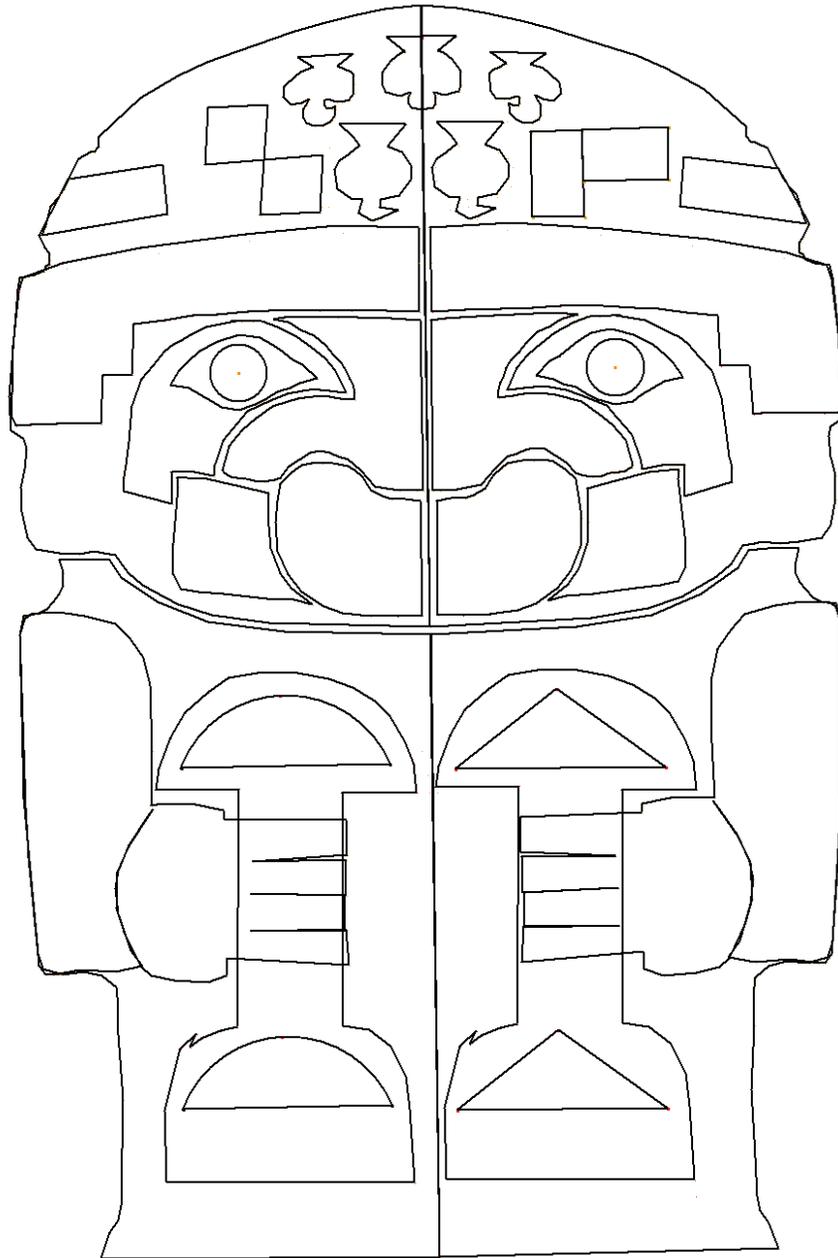
Para esta actividad debes tener en cuenta.

- Hacer los preparativos de la salida de campo.
- Prepara una exposición acerca de las transformaciones de traslación, rotación y simetría, analizando la escultura asignada por el profesor quien entregará la impresión de una fotografía, debes analizar que transformaciones se encuentran, detallar cada uno de los elementos de la escultura que cumplen las propiedades y los elementos que intervienen en las transformaciones.
- Debes investigar acerca del grupo escultor su historia, las costumbres, su desarrollo social respecto a la cronología, el significado que tuvo para el grupo aborígen la escultura que analizas.
- Realizar un escrito donde plasmes tu impresión sobre los avances en el conocimiento de la geometría del grupo escultor, cómo los utilizaron para crear las esculturas y la importancia del parque arqueológico para los habitantes actuales del municipio de San Agustín, además registra tus propuestas acerca de la forma como podemos ayudar para que se proteja el patrimonio arqueológico.
- Para explicar a tus compañeros sobre las transformaciones en las esculturas debes crear una cartelera donde representes los trazos sobre la imagen de la escultura para luego corroborar y explicar en el sitio donde se encuentra la escultura original.

Sesión 8: Evaluación

- a. Observa la siguiente gráfica e identifica: traslaciones y píntalas de verde, rotaciones de rojo y simetrías de amarillo

Figura 37: Silueta de la Escultura Con Herramientas Quebradillas , elaborada por Ricardo Urbano



b. Teniendo en cuenta los conceptos estudiados, construye con las herramientas de Cabri una escultura propia aplicando las transformaciones geométricas en el plano, identifica las coordenadas cartesianas de los vértices.

c. Describa su percepción acerca de los avances en los conocimientos geométricos del grupo escultor y la relación con el aprendizaje de las transformaciones el plano _____

d. Complete las siguientes oraciones de acuerdo a los conceptos estudiados sobre transformaciones.

a. Una rotación es una transformación que se hace a partir de un _____ y un _____

b. En una traslación la imagen que se obtiene es congruente con la figura original porque _____

_____.

c. Es posible trasladar varias veces una figura sin que se alteren sus propiedades de forma y tamaño porque _____

d. La simetría axial consiste en: _____

_____.

e. La característica común a las transformaciones de traslación, rotación y simetría es que no cambia _____ ni _____

13.4. ANÁLISIS A PRIORI DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Los 8 colegias del municipio de San Agustín cuentan con salas de cómputo e internet satelital, lo que garantiza un manejo básico de las funciones del computador lo que facilitaría que los estudiantes sigan los pasos que se han planteado en las actividades y rápidamente se familiaricen con las herramientas del programa Cabri.

Con relación a los componentes matemáticos los estudiantes deben tener un conocimiento básico de los elementos geométricos y sus propiedades como segmento, recta, rectas perpendiculares, rectas paralelas, polígonos, punto medio, y otros términos en que se apoya el desarrollo de las guías. A partir de las construcciones y con las herramientas de Cabri se espera que el estudiante logre visualizar y conceptualizar los conceptos planteados en los objetivos.

Duval (1999,32) afirma que en los objetos matemáticos las diferentes formas de representación permiten la aprehensión del objeto o concepto matemático, este autor también los llama sistemas semióticos, a partir de lo semiótico se espera que los ambiente de geometría dinámica además de llamar la atención por la posibilidad de animar los puntos y poder arrastrar los segmentos, logren procesos de visualizar que le permitan relacionar los elementos que intervienen en las transformaciones isométricas.

Desde lo didáctico la actividad cuenta con las ventajas de trabajar en un AGD, con lo que el estudiante siguiendo un esquema planteado, haciendo uso del computador y las ventajas del programa Cabri, tiene la posibilidad de experimentar sin temor a equivocarse porque puede deshacer o rehacer su construcción, además el programa le brinda la posibilidad de demarcar, rellenar, calcular, medir, herramientas que puede utilizar sin invertir demasiado tiempo y al momento de arrastrar o animar un punto de la construcción estas cambian en tiempo real permitiendo observar la relación entre lo geométrico y la representaciones análogas que le permiten aprender concepto a partir de la experiencia.

13.5. SUGERENCIAS PARA EL DOCENTE

De acuerdo al enfoque teórico de la propuesta a partir de la situación didáctica se pueden integrar las áreas de: ciencias sociales, artística, matemáticas, tecnologías y la cátedra Agustiniana, en el diseño del proyecto de aula. Se puede además adaptar para otros grados y/o para la implementación de las Tics en el aula de clase.

A partir del modelo pedagógico la propuesta define el papel del profesor como *“... gestor de la clase y no como subsidiario de la tecnología, indaga por un problema de índole curricular y por tanto apunta a la innovación en la educación y el mejoramiento de la calidad en la misma”* Santacruz, (2006)

En términos generales se recomienda desarrollar los ejercicios con anterioridad, hacerse el mayor número de preguntas y tratar de darles respuesta, manipular el programa sin restricciones en su etapa exploratoria identificar dónde se encuentra cada herramienta y como funciona, modificar la guía si lo estima conveniente y hacer las sugerencias al autor por medio del correo electrónico.

13.5.1. Guía del profesor

En la Sesión 1 se debe generar un espacio propicio para la exposición de las actividades a realizar, comentar la importancia que tiene la geometría en particular las transformaciones en el plano, hacer una introducción que permita integrar la geometría con el arte escultórico que genere expectativas en los estudiantes. El diagnóstico se inicia con las pregunta planteadas en la guía de la sesión 1, A medida que los estudiantes hacen sus comentarios el docente debe generar más interrogantes que permitan profundizar en el tema, en esta sesión se puede apoyar en el profesor de sociales, al final de esta sesión se entregará el

cronograma de actividades con los ejes temáticos, objetivos propuestos, criterios de evaluación.

En la Sesión 2 hay que hacer énfasis en las propiedades de las figuras geométricas como la forma el tamaño número de lados y la ubicación de puntos en el plano cartesiano.

Sesión 3: Se sugiere que para realizar esta actividad el docente se halla familiarizado con el programa, se propone un tiempo de exploración de un mes realizando actividades que puede encontrar en la página oficial de Cabri www.cabri.com. El programa se puede descargar de la página de Cabri como versión de prueba o usar versiones ejecutables desde un CD o dispositivos de almacenamiento que no requieren de instalación.

Tener en cuenta pedir los materiales para la siguiente actividad.

En la sesión 4; Primera parte: En esta actividad se deben formar grupos de 4 quienes desarrollan las actividades propuestas, para esta actividad debe tener una regla de metro graduada, marcadores con el fin de aligerar la construcción del plano cartesiano y la rejilla, para construir la rejilla se deben trazar todas las rectas que unen los puntos de los lados opuestos de la cartulina resaltar las intersecciones con puntos usando marcadores. Tener en cuenta de que las divisiones de la cartulina sean exactas y que este material se utiliza en las siguientes sesiones

Segunda parte trabajo en Cabri. Para ésta sesión se debe crear una carpeta en el escritorio con el nombre de secuencia didáctica y guardar las fotos editadas para esta actividad. Revisar el trabajo en los equipos al finalizar la clase y pedir a los estudiantes que guarden en una carpeta dentro de la carpeta secuencia didáctica, la información con el nombre del grupo

Al finalizar la sesión se debe hacer una plenaria donde los estudiantes expongan sus experiencias y se formalice la definición del concepto de traslación. Al igual que en las sesiones 5 y 6

Sesión 5. Primera parte: Continuar con los grupos de las sesiones anteriores, solicitar los materiales necesarios para esta sesión, enfatizar en la construcción y sobre los elementos que intervienen en cada transformación y como las figura conservan las propiedades de forma y tamaño. Hay que tener especial cuidado con el manejo de los alfileres para evitar accidentes, orientarlos en la construcción y la verificación de las coordenadas de las imágenes.

Segunda parte trabajo en Cabri: Para esta sesión al igual que en las otras se debe verificar la existencia de los archivos necesarios.

Para el desarrollo de la actividad en Cabri se inicia con la construcción de los polígonos ABCD y EFGH con la herramienta *Polígono* tercera ventana, luego se escribe el ángulo con la herramienta *Número* que aparece en la penúltima ventana, en la sexta ventana encontrará la opción *Rotación*. Se selecciona la figura luego el ángulo y el punto de rotación.

Sesión 6: Se siguen de forma similar a la sesión 4 y 5. En la segunda parte se tienen los trazos en Cabri de la escultura N° 9 desarrollada en el presente trabajo, los cuáles pueden ser aplicados a la silueta calcada de la escultura el Partero mesita B

Sesión 7: Para esta actividad se debe tener en cuenta:

- Hacer los preparativos de la salida de campo
- Seleccionar las imágenes y hacer la impresión de las esculturas que se asignaran a cada grupo para la exposición en el recorrido.
- Colocar las investigaciones relacionadas con el grupo escultor su historia, las costumbres, su desarrollo social respecto a la cronología y el significado que tuvo para el grupo aborigen la escultura asignada.

- Explicar en qué consiste el escrito que cada estudiante debe hacer sobre la experiencia alrededor de la secuencia didáctica que permitirá apreciar la actitud del estudiante frente al patrimonio arqueológico el desarrollo geométrico y la importancia para los habitantes del municipio de San Agustín.
- La preparación del material de apoyo para la exposición, cada grupo puede retomar la cartulina con el plano cartesiano y la rejilla si lo necesita para la salida de campo.
- Conseguir los recursos para contratar los servicios de un guía profesional que oriente acerca de las diferentes teorías que existen sobre la estatuaria y el desarrollo del pueblo escultor,

Sesión 8: En esta prueba se tienen en cuenta las competencias interpretativa, argumentativa y propositiva se debe hacer énfasis a los estudiantes que estudien los conceptos y elementos que intervienen en cada transformación. Analizar los resultados y si es posible compararlos con años anteriores.

En la medida de las posibilidades es importante realizar anotaciones del desarrollo de las actividades, el cual puede compartir con el autor de esta secuencia al correo electrónico riurbano@hotmail.com, junto con las sugerencias.

13.6. RESULTADOS ESPERADOS

A partir de las actividades y el componente geométrico del currículo se espera que los estudiantes:

Logren reconocer las transformaciones isométricas, propiedades y aplicaciones, examinen y analicen las propiedades de los espacios bidimensional y tridimensional, así como las formas y figuras geométricas que se hallan en ellos.

El desarrollo de procesos cognitivos mediante los cuales se construyan y se manipulen las representaciones mentales, el manejo espacio y la orientación.

Reconocimiento al desarrollo científico, cultural que alcanzó el pueblo escultor y el afianzamiento de su identidad como San Agustiniense.

14. CONCLUSIONES

El grupo indígena que habitó el territorio que hoy pertenece al municipio de San Agustín hace aproximadamente 2000 años conocía y utilizó las transformaciones isométricas, además de figuras geométricas como triángulos equiláteros, cuadrados, elipses, circunferencias que le dieron forma a las esculturas dejando ver un avance significativo en el uso de instrumentos y patrones de medida que les permitieron construir estas figuras que cumplen con las propiedades expuestas en la geometría Euclidiana. De esta manera se evidencia como las matemáticas y la geometría existe al interior de todo grupo humano tal como lo ha planteado Alan Bishop.

Al realizar este estudio se pudo observar el manejo intencionado de las transformaciones de traslación, rotación y simetrías por parte de los escultores de la cultura San Agustín, quienes definieron ejes de simetría horizontal y vertical a partir de los cuáles realizaron las construcciones de las esculturas. A simple vista se observa en las esculturas la simetría axial, sin embargo al realizar el análisis aplicando las herramientas del programa Cabri se estableció la precisión en cada una de las transformaciones impresas en las esculturas lo que permite descifrar el nivel de detalle que tuvo en cuenta el escultor para realizar sus obras.

Con la formulación de la secuencia didáctica se quiere hacer un aporte a los procesos de innovación en la enseñanza y aprendizaje de la geometría, que permitan a los docentes de matemáticas en ejercicio y en formación enseñar las nociones de transformaciones, traslación, rotaciones, simetrías y otros conceptos que puedan articularse a partir de las representaciones geométricas en las esculturas de San Agustín, desde una perspectiva etnomatemática mediada por la tecnología en el contexto escolar.

BIBLIOGRAFÍA

Álvarez, J. Torres, L. y Guacaneme, E. (1997). *El tercer estudio internacional de matemáticas y ciencias. Análisis y resultados. Prueba de matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional–ICFES. Bogotá.

Aroca, A. (2008). *Análisis a una figura tradicional de las Mochilas Arhuacas*. Revista Bolena Boletín de educación Matemática, 21(30) disponible en www.etnomatematicas.org. Recuperado octubre 2009

Bishop, A. (1999), *Enculturación Matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural*, Ed. Paidós. Madrid.

Blanco-Álvarez, H. (2008), Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*. 1(1), 21-25. Disponible en <http://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RLE/article/view/3>

Brousseau, G. (1986) *Análisis de situaciones didácticas, La trasposición didáctica*. Pense Sauvase. Paris

Chevallard, Y. (1991) *La transposición didáctica, del saber sabio al saber enseñado*, Aique. Buenos Aires.

Dolmatoff, G. (1972). *San Agustín a cultura of Colombia* Praeger Publishers New York.

Duque, L. (1964) *Exploraciones Arqueológicas en San Agustín*, Instituto Colombiano de Antropología, Revista Colombiana de Antropología, Imprenta Nacional, Bogotá.

Duque, L. Cubillos, J. (1979) *Arqueología de San Agustín, Alto de los Ídolos Montículos y Tumbas*. Fundación de Investigación arqueológica Banco de la República, Bogotá.

Duval. R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano* Traducción Vega, M., Universidad del valle. Instituto de Educación y Pedagogía. Grupo Educación Matemática. Cali

Garzón, D. (2005). *Hacia una perspectiva de las redes de aprendizaje desde la didáctica de las matemáticas*. En Memorias Primer Seminario Internacional De Tecnologías en Educación Matemática. (MEN), Bogotá.

IGAC. (2002). *Atlas de Colombia*, Santa fe de Bogotá. Imprenta Nacional de Colombia.

Moreno, L. (2002). *Instrumentos matemáticos computacionales*, Uso de Nuevas Tecnologías en el aula de matemáticas. República de Colombia. Bogota.

Ministerio de Educación Nacional (1999). *Nuevas tecnologías y currículo de matemática*. Serie Lineamientos Curriculares. Punto EXE Editores. Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional (2003). *Estándares Básicos de calidad - matemáticas*. Enlace Editores Ltda. Bogotá.

Pérez, E. Palacios, E. Villamizar, A. (2000). *Mega Matemáticas*, Terranova Editoriales. Bogotá.

Rabardel, P. (2000). *Les Hommes et les Technologies*. Armand Colin, Paris

Rengifo, L. (1964). *La proporción Armónica en la estatuaria Agustiniiana*. Universidad Nacional. Imprenta nacional. .

Santacruz, M. (2006) Ponencia Explorar la transformación de rotación en educación básica Integrando Cabri, universidad del valle, Cali.

Sotomayor. M. Uribe, M. (1987) *Estatuaria del Macizo Colombiano*. Instituto Colombiano de Antropología, Imprenta Nacional de Colombia. Bogotá.

Trejos, H. (2002). *Matemática en la Roca: La Piedra y la Mente Precolombina en el Alto Magdalena.*, FOMCULTURA Creación e Investigación, Corpes Centro Oriente. Oporapa, Huila., disponible en www.rupestreweb.info/matematica.htm. Recuperado en septiembre de 2008.

Vela, L. (2009). *Manual de secuencias didácticas.* Dirección general de educación tecnológica industrial, disponible en www.dgeti.sep.gob.mx/AreasDeptos.html recuperado en junio 2009.

Wertsch, J. (1993). *Voces de la mente.* Visor. Madrid.