UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE GUERRERO

UNIDAD ACADÉMICA DE MATEMÁTICAS

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

ESTRATEGIAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS: EL CASO DE LOS NIÑOS MIXTECOS

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS

ÁREA MATEMÁTICA EDUCATIVA

PRESENTA:

Javier García García

DIRECTORA DE TESIS

M.C. Catalina Navarro Sandoval

CO-CODIRECTORA DE TESIS:

Dra. Flor Monserrat Rodríguez Vásquez

Chilpancingo de los Bravo, Guerrero. Octubre de 2012.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) Guerrero, por la beca otorgada a mi persona durante mis estudios de la Maestría, sin la cual todo hubiera sido más difícil.

Becario núm.: **378614**

Dedico este trabajo:

A mi madre que me ha brindado todo su amor y apoyo en todo momento. Por ser mi razón de ser y confiar siempre mi.

A mi hermano Ricardo por ser parte importante de mi vida.

A mis asesoras: M.C. Catalina Navarro y Dra. Flor M. Rodríguez, por sus comentarios y sugerencias para la mejora de este trabajo.

A mis profesores del CIMATE-UAGro, por compartir conmigo sus experiencias y conocimientos.

A mis revisores: Dr. Crisólogo Dolores y Dra. Celia Rizo. Gracias por su entrega y compromiso en la revisión de este trabajo. Un merecido reconocimiento.

Al profesor Andrés Catarino y familia, por toda la ayuda que me han brindado en estos últimos años. Mi eterno agradecimiento.

A mis compañeras: Yadira, Flórida y Martha por su apoyo y por compartir conmigo parte de sus experiencias.

A los directivos y profesores de las escuelas primarias donde llevé a cabo la parte experimental de este trabajo. Mi agradecimiento.

A mis amigos: Axkana, Sofía, Ibeth, Sara, Isaí, Martha, Adriana y demás cuyos nombres se me escapan en este momento, por compartir conmigo momentos muy agradables.

A la Casa de Estudiantes "Profr. Lucio Cabañas Barrientos" por darme cobijo durante mi preparación profesional. A sus moradores; en especial a Noé, Erick y Omar por brindarme su amistad.

¡A todos ustedes, mi sincero agradecimiento!

Nuestra recompensa se encuentra en el esfuerzo y no en el resultado. Un esfuerzo total es una victoria completa (Gandhi)

ABREVIATURAS USADAS

PA	…………….	Problemas aritméticos
PAF	…………….	Problemas aritméticos formales
PAP	…………….	Problemas aritméticos prácticos
PN	…………….	Primer nivel
SN	…………….	Segundo Nivel
TN	…………….	Tercer Nivel
SNyPA	…………….	Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico
FEyM	…………….	Forma, Espacio y Medida
MI	…………….	Manejo de la Información
SEP	…………….	Secretaría de Educación Pública
RIEB	…………….	Reforma Integral de Educación Básica
ENLACE	…………….	Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares

Introducción

La presente investigación, busca precisar por esta vía ***¿cuáles son las estrategias que utilizan los niños Tee Savi (mixtecos) de primaria en la resolución de problemas aritméticos?*** Este interés surge por varios motivos, entre ellos el hecho de que las evaluaciones nacionales (ENLACE, 2010), así como la práctica evaluativa del profesor, se centra mayormente en *qué* responde el estudiante, información sin duda valiosa pero no suficiente, ya que se deja de lado el *cómo* y *por qué* procede así como lo hace, en la resolución de problemas. Este hecho, evita considerar la evaluación como un proceso necesario para mejorar el desempeño de los alumnos y del docente.

Es posible que lo anterior estimule el bajo rendimiento de los alumnos en Matemáticas, particularmente en primaria, situación que se acentúa más en un contexto de diversidad cultural, por múltiples razones, en cuyas aulas algunos docentes asumen un discurso en castellano, integrando a los alumnos a una cultura distinta a la suya. Esto es preocupante, ya que en México existen 62 grupos étnicos (López y Tinajero, 2011). Por otra parte, en dichos contextos el libro de texto manejado por la SEP es el principal recurso didáctico (Hamel, 2008a: citado en López y Tinajero, 2011), que plantean situaciones descontextualizadas a la vida de dichos alumnos (que nosotros llamamos problemas aritméticos formales).

Por las razones anteriores, dirigimos este estudio a la población *Ñuu Savi* (población mixteca, cuyo nombre significa "pueblo o comunidad de la lluvia"). Aunado a que, de la literatura revisada que ha identificado estrategias (Cervera, 1998; Rizo y Campistrous, 1999: Dorantes, 2005; Arteaga y Guzmán, 2005, entre otras), se observa la desatención por estudiar a una población autóctona como la mixteca con este interés, es decir, el estudio de las estrategias. Sin embargo, consideramos no sólo los problemas formales, sino también los prácticos (aquellos emanados del contexto del alumno). Esto cobra relevancia si consideramos que los estudiantes tienen un desempeño diferente cuando se enfrentan a problemas emanados de contextos diferentes: escolares y cotidianos (Carraher, Carraher y Schliemann, 2007; Blanco, B. y Blanco, L.J., 2009).

Para responder nuestra pregunta de investigación, planteamos como objetivo:

- **Caracterizar las estrategias utilizadas por los niños *Tee Savi* de primaria cuando resuelven problemas aritméticos formales y prácticos.**

La investigación adopta un marco conceptual y utiliza como método al estudio de casos. El estudio está centrado en los grados 4°, 5° y 6° de primaria, que es donde se abordan las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación, división).

Los resultados muestran que existe una diferencia en cuanto al uso de estrategias en la resolución de problemas formales y prácticos por parte de los nños, como producto de la influencia de sus prácticas escolares y cotidianas. Asimismo, las dificultades encontradas en los niños estriba más en lo lingüístico que en cuestiones meramente matemáticas.

Finalmente, cabe precisar que el trabajo se divide en 5 capítulos:

- En el capítulo 1, se abordan cuestiones referentes a los antecedentes, se da cuenta de la literatura que se revisó y de la cual deriva la problemática que origina este estudio. Consecuentemente, se abordan la pregunta de investigación y su objetivo.
- En el capítulo 2, se explica el marco conceptual que se adopta, se definen los conceptos de: problema, problemas aritméticos: formales y prácticos y de estrategia.
- En el capítulo 3, se explica la metodología que se utilizó para lograr el objetivo trazado para esta investigación, es decir, el estudio de casos. También se explica, de manera sintética, el esquema metodológico que se siguió así como el diseño de los instrumentos que se consideraron para la recolección de datos.
- En el capítulo 4 se sintetiza la validación realizada de los instrumentos previamente diseñados, de cuyas observaciones, se dio la restructuración final de estos, antes de realizar la aplicación final de los mismos.
- Finalmente, el capítulo 5 está dedicado a discutir los resultados, las conclusiones, las sugerencias a docentes y posibles orientaciones hacia nuevas investigaciones.

A continuación se explicitan las ideas antes expuestas y una síntesis del trabajo desarrollado en la investigación.

Índice

Capítulo 1

Antecedentes, pregunta de investigación y objetivo.

La importancia de las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) radica en su potencial uso para la resolución de problemas aritméticos, actividad donde pueden emerger distintas estrategias por parte de los estudiantes. En este proceso, resulta importante indagar qué, cómo y por qué responde así como lo hace.

En este capítulo, se discuten ideas como las anteriores enmarcadas dentro de los antecedentes, que en su conjunto nos permiten observar la existencia de cierta problemática en nuestra población de estudio, para así finalmente derivar una pregunta de investigación que es pertinente y necesaria responderse. La cual una vez establecida, nos permite trazar el objetivo para el presente estudio.

1.1 El bajo rendimiento en Matemáticas y la interculturalidad.

El presente trabajo tiene su motivación en aspectos como: el bajo rendimiento de estudiantes de primaria en Matemáticas, la aceptación de la interculturalidad por la retórica oficial y la ausencia de investigaciones de Matemática Educativa enfocada al proceder de los estudiantes pertenecientes a grupos étnicos cuando éstos resuelven problemas aritméticos (PA).

Del primer aspecto, tomamos como referente los resultados que arroja ENLACE[1] (2010) que da cuenta que en México en promedio, los niños de primaria: el 41.44% de la modalidad CONAFE, el 39.93% de los indígenas y el 33.52% de la modalidad general, se ubican en los niveles insuficiente o elemental en Matemáticas. Estos resultados, evidencian que niños de primaria que pertenecen a grupos étnicos están entre los que presentan los puntajes más bajos. En esa situación se encuentra nuestro estado de Guerrero (*Tabla 1*), cuyos resultados se muestran enseguida:

Tabla 1.

Resultados de la prueba ENLACE 2010 del Estado de Guerrero en Matemáticas.

MODALIDAD[2]											
CONAFE				**GENERAL**				**INDÍGENA**			
I	E	B	Ex	I	E	B	Ex	I	E	B	Ex
34.6	40.3	18.6	6.5	25.8	43.2	22.7	8.3	43.7	39.0	14.1	3.2

Estos datos, dan cuenta que los alumnos guerrerenses de primaria, presentan un bajo rendimiento en el aprendizaje de las Matemáticas; en particular, esta situación se acentúa más en un contexto de diversidad cultural. Es posible que esto se deba a que la población étnica, ha tenido históricamente grandes dificultades para aprender en un sistema educativo que no les enseña en su lengua y que resulta muy distante, en sus contenidos, de su cultura (Schmelkes, 2008). De esta manera, el niño *Tee Savi* (mixteco) como otros que pertenecen a un grupo étnico, se encuentra en desventaja para lograr un aprendizaje adecuado a sus necesidades prácticas, ya que en la mayoría de los casos ha sido enseñado en una lengua que no es la suya y a través de situaciones que culturalmente le son ajenas.

---

[1] Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares. Es una prueba del Sistema Educativo Nacional que se aplica a planteles públicos y privados de nuestro país México, y que en primaria se consideran cuatro modalidades para su aplicación: CONAFE (Consejo Nacional de Fomento Educativo), general, indígena y particular. Aquí solo estamos considerando resultados de planteles públicos.

[2] I=Insuficiente, E=Elemental, B=Bueno, Ex=Excelente

Esta realidad es preocupante, pues en México existe una gran diversidad cultural y lingüística (Salmerón, 2008), habitan aproximadamente 10 millones de personas que hablan alguna lengua (10.5% de la población total del país) que integran algunos de los 62 grupos étnicos (López y Tinajero, 2011). Esto debiera ser motivo para que nuestro país sea reconocido por las autoridades como pluricultural; es decir, que asumen la diversidad como un derecho y un recurso que enriquece a toda sociedad y posibilita una educación para la interculturalidad[3]. No obstante, hasta hace unos años atrás, se adoptaba el multiculturalismo; se reconocía dicha riqueza pero al mismo tiempo, se le consideraba un obstáculo para la integración de la nación (Hamel, 2001).

Bajo el multiculturalismo, se impulsaron modelos educativos enfocados a los diversos grupos étnicos, primero el bilingüe bicultural[4] y posteriormente el intercultural bilingüe. Hoy día, el plan de estudio 2011 del nivel básico (primaria), sugiere a los alumnos asumir y practicar la interculturalidad como riqueza y forma de convivencia en la diversidad social, cultural y lingüística (SEP, 2011). Sin embargo, López y Tinajero plantean que actualmente las prácticas escolares fungen como medio para castellanizar a los alumnos hablantes de una lengua étnica.

Esta práctica castellanizadora permea en las aulas de poblaciones *Ñuu Savi* (pueblos mixtecos), donde los profesores en algunos casos imparten sus clases totalmente en castellano, bajo el argumento de que es la lengua oficial en México, profesando una práctica integracionista de estas poblaciones a la cultura castellana. Así, pocas veces se considera la lengua como objeto y medio comunicativo en la enseñanza-aprendizaje (Bastiani, 2007), en cambio, los procesos educativos giran en torno al currículo de primarias hispanas monolingües del país, siendo el libro de texto oficial manejado por la SEP el principal recurso didáctico (Hamel, 2008a: citado en López y Tinajero, 2011). Esto se traduce en una oferta educativa de baja calidad para estas poblaciones (Jordá, 2009), como consecuencia, los niños *Tee Savi* aprendan menos que sus contrapartes los hispanohablantes. Quizás ello sea una explicación de que sean pocos los hablantes de alguna lengua étnica los que logran terminar su educación básica (Schmelkes, 2008).

[3] Esto significa no sólo reconocer la diversidad cultural, sino incorporar plenamente a las poblaciones autóctonas en las decisiones nacionales (López y Tinajero, 2011).

[4] Este modelo se implementó en 1978 con la creación de la Dirección General de Educación Indígena, cuyo propósito fue incorporar la enseñanza de la lecto escritura de las dos lenguas (la propia y el castellano) y el aspecto bicultural (cultura materna -filosofía, valores y objetivos indígenas- y cultura castellana), tanto en el contenido como en los métodos pedagógicos. A partir de tal modelo se diseñaron materiales y libros en diferentes lenguas étnicas. Este modelo se sustituyó por el intercultural bilingüe en 1998 (Schmelkes, 2008; López y Tinajero, 2011).

Por tanto, resulta necesario buscar alternativas que permitan mejorar el estado de la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en las comunidades donde se habla alguna lengua étnica, dado que la educación debe ser el eje central para establecer condiciones que garanticen la no discriminación, la igualdad de oportunidades y el desarrollo equilibrado de las diversas lenguas y culturas nacionales. Que de acuerdo a Vergara y Esparza (2010), la ausencia de estas condiciones afecta de manera negativa el desempeño escolar de los estudiantes que pertenecen a algún grupo étnico. Como lo señala Salmerón (2008), el sistema educativo debiera contribuir a lograr que todo mexicano reconozca y valore la importancia y la riqueza que conlleva vivir en un país con diversidad cultural y lingüística.

1.2 El uso de las operaciones básicas para la resolución de problemas.

Con base a los aspectos discutidos, es de vital importancia dirigir el estudio a las poblaciones autóctonas, en nuestro caso a la comunidad *Ñuu Savi*. Resta decir que a nivel primaria, la práctica docente en México gira en torno al dominio numérico, en particular las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) y el uso de estas en la resolución de problemas, lo cual se observa en el plan y programa de estudios en vigor (SEP, 2011). Posiblemente esto justifique que sea común encontrar profesores que privilegien el trabajo algorítmico de estas operaciones en el contexto escolar (Rodríguez, 2007), a pesar de que la retórica oficial sugiere el desarrollo de competencias (SEP, 2011), y entre estas, que el estudiante resuelva problemas de manera autónoma. Sin embargo, coincidimos con Capote (2009), que señala que el dominio de las operaciones básicas es una etapa necesaria, pero no suficiente para alcanzar dicha meta. Puesto que enfatizar en una práctica mecánica sin entender las razones que los sustentan, orilla a un desinterés por el estudio de estos objetos matemáticos.

Si bien no se debe soslayar la importancia de los algoritmos, es necesario reorientar el trabajo de estos en el contexto escolar. Al respecto, Rodríguez (2007) sugiere que en la educación básica, se aborden aspectos como: significados de las operaciones, relaciones entre estas y el Sistema de Numeración Decimal, la resignificación de las operaciones en los diferentes conjuntos numéricos, entre otros. Ella sostiene que considerar lo anterior de manera coordinada, se estaría favoreciendo la comprensión de las operaciones por parte de los alumnos, esto es importante ya que en estos temas, los alumnos de primaria presentan mayor dificultad (Gerónimo y Sturm, 2007).

En la problemática antes planteada, Roncal y Cabrera (2000) afirman que se pueden encontrar errores que son comunes, idea que compartimos. Entre estos, destacamos algunos como:

- En la suma olvidar de añadir el número que se lleva o equivocar este, reiniciar la suma parcialmente hecha.
- En la resta errores debidos a ceros en el minuendo, restar el minuendo del sustraendo, sumar en vez de restar.
- En la multiplicación errores en las combinaciones básicas, o los relacionados con llevar, que se olvida, se hace de manera errónea o se confunden productos cuando el multiplicador tiene dos o más cifras.
- En la división olvidar el resto al seguir dividiendo, omitir el cero en el cociente, equivocar el proceso, etc.

De esta manera, la importancia de abordar las operaciones básicas considerando sus respectivos significados, radica en que pueden servir como medio para resolver problemas tanto de la vida cotidiana como escolares, por lo que los niños de primaria deben desarrollar habilidades y destrezas que les permita realizar esta actividad.

Con respecto a lo antes planteado, el tema de la resolución de problemas ha sido uno de los más estudiados alrededor del mundo en los últimos años, y en México adquirió tal fuerza que en el plan de estudio de 1993, se enfatizó en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas, como parte sustancial de la enseñanza de las Matemáticas en el nivel primaria. Incluso hoy día, la resolución de problemas es un eje central del tratamiento matemático en el contexto escolar bajo el enfoque por competencias, declarado en el plan y programa de estudio (SEP, 2011). Pese de cambiar un poco de forma, de fondo sigue siendo la misma preocupación, sólo que ahora se busca que el alumno tome un papel más activo para involucrarse en esta actividad, que como producto final le permita adquirir las habilidades necesarias para resolver problemas en diferentes contextos. De esta manera, estudiar las operaciones básicas resulta importante en la medida que se considere como medio para la resolución de problemas de manera autónoma.

1.3 El estudio de las estrategias: principales resultados.

Se ha dicho de la importancia de las operaciones básicas para la resolución de problemas, y los resultados que arrojan pruebas nacionales como ENLACE; sin embargo, en dichas actividades el énfasis siempre se pone en el resultado que ofrece el alumno sin reparar en las acciones que realiza para llegar a ello. En otras palabras, siempre se ha indagado *qué* responde el alumno, información sin duda valiosa pero no suficiente para comprender el *cómo* y *por qué* el estudiante llega a ese resultado. Vale aclarar que, desde la perspectiva de esta investigación, son precisamente esas interrogantes las que pocas veces se responden en el contexto escolar.

Como un ejemplo de la importancia de responderse el *cómo* y *por qué* el estudiante llega al resultado que finalmente ofrece, resulta pertinente citar a Fernández (2007), quien da el siguiente ejemplo: si a los estudiantes se les presenta el problema «*Tengo 3 estanterías y en cada estantería hay 5 libros, ¿cuántos libros tengo en total?*», muchos de ellos responden $3 + 5 = 8$. Luego entonces, si sólo se evaluara el resultado, un profesor diría que es incorrecto y otorgaría una mala nota al estudiante, provocando posiblemente en el estudiante la idea de que es malo para las Matemáticas y con ello, la desmotivación para tomar un papel más activo en la clase. Sin embargo, un profesor didacta indagaría más allá de esta solución, y se preocuparía por interrogar al estudiante *por qué* realizó dicha operación, puesto que el cómo procede es obvio, y en base a ello, buscaría los medios necesarios para coadyuvar con el aprendizaje del estudiante.

Es precisamente en la búsqueda de la respuesta a esas tres interrogantes: *qué*, *cómo* y *por qué*, donde aflora el uso de una estrategia por parte del alumno. El estudio de las estrategias ha sido el interés de varios investigadores, quienes se han enfocado desde el nivel básico hasta el superior. Aunque los estudios que se han ubicado están centrados sólo en los estudiantes de habla castellana, no así para aquellos que pertenecen a algún grupo étnico.

1.3.1 Estudios dirigidos a estudiantes de habla castellana.

Las investigaciones que han sido ubicadas y que caracterizan estrategias utilizadas por alumnos y docentes al resolver problemas, se encuentran aquellas realizadas en otros países como las de: Cervera (1998), Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson (1999), Fonte (2003), Rizo y Campistrous (1999), aunque ésta también consideró datos recabados en México; nacionales como

Arteaga y Guzmán (2005), Silva, Rodríguez y Santillán (2009); y locales como las de Mónaco y Aguirre (1996), Ocampo (2000), Dorantes (2005) y Morales (2010) que se centran en distintos niveles educativos.

Las investigaciones anteriores, toman como objeto de estudio distintos tópicos matemáticos, así como distintos niveles educativos. Por ejemplo, Cervera (1998) identifica y describe las estrategias utilizadas por alumnos del duodécimo grado de educación general, en la resolución de problemas geométricos. Fonte (2003), estudia las estrategias que surgen de manera espontánea en la resolución de problemas algebraicos o aritméticos por alumnos de educación secundaria, y las creencias que limitan esa actividad. Por su parte, Morales (2010) caracteriza las estrategias que alumnos del nivel medio superior, utilizan al resolver problemas matemáticos. Los tres investigadores antes mencionados, utilizaron el método de estudio de casos dada la complejidad y profundidad de realizar estos estudios que son de corte cognitivo.

En la investigación de Rizo y Campistrous (1999), mediante un estudio de casos aislaron las estrategias que utilizaron alumnos mexicanos de primaria y secundaria, y estudiantes cubanos de primaria, cuando resolvían problemas matemáticos. Sus resultados los ofrecen por grados y niveles de enseñanza, los cuales son:

- **Primero y segundo grados de la Enseñanza Primaria.**

✓ Conteo directo en un modelo dado o previa modelación.
✓ Opera con los datos de manera irreflexiva.
✓ Escribe números sin análisis previo.
✓ Selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto.

- **Cuarto a sexto grados de primaria y Secundaria Básica.**

✓ Busca las palabras claves y ellas te dicen qué operaciones utilizar.
✓ Procedimiento rutinario asociado a indicador textual.
✓ Tanteo.
✓ Opera con los números dados en el texto.
✓ Usar números cómodos o razonables.
✓ Identificar los significados de las operaciones en el texto.

Estas estrategias serán descritas y ejemplificadas en el capítulo 5 de esta tesis, sólo las que emergieron en el estudio. En las conclusiones de Rizo y Campistrous (1999) se destaca que si bien el tipo de estudio no les permite generalizar, observaron que los alumnos utilizaban gran cantidad de estrategias irreflexivas en la resolución de problemas. Consideran que esto se debe a que ni los maestros ni el programa curricular hacen suficiente énfasis en la identificación y comprensión de las operaciones requeridas para resolver un problema. En consecuencia, señalan que esta deficiencia podría marcar la conducta de los alumnos en la vida escolar y laboral.

Algunas investigaciones (mencionadas con anterioridad) están enmarcadas dentro de esta problemática y del enfoque de los *estudios de casos*, están centradas en la educación primaria a excepción de Mónaco y Aguirre (1996) que es en secundaria, cuyos resultados se mencionarán más adelante, y Ocampo (2000) que se enfoca a las estrategias usadas por los profesores para resolver problemas en situación de enseñanza.

En otros estudios, se mencionan más estrategias, que si bien algunas pueden ser similares a las ya indicadas, otras difieren completamente. Por ejemplo, Carpenter *et al* (1999) da cuenta de tres estrategias infantiles utilizadas al resolver problemas matemáticos donde intervienen las operaciones básicas, estas son:

- ✓ La estrategia de modelado directo.
- ✓ La de conteo.
- ✓ La de hechos numéricos.

De donde se puede observar que la primera también fue identifica en el estudio de Rizo y Campistrous (1999), mientras que las otras son diferentes. Otros estudios más recientes, como el de Silva, Rodríguez y Santillán (2009), profundiza en el conocimiento de las estrategias empleadas por los alumnos de sexto grado de primaria en la resolución de problemas matemáticos en evaluaciones tipo ENLACE, clasificando éstas en reflexivas e irreflexivas en el sentido de Rizo y Campistrous. Bajo esa perspectiva, reportan entre las reflexivas:

- ✓ Seleccionar la operación cuyo significado es apropiado al texto.
- ✓ Proponer un número y su comprobación para encontrar la solución.
- ✓ Tanteo.
- ✓ Diseño de un dibujo o esquema para comparar los datos y encontrar la solución.

- ✓ Conteo directo previa modelación.
- ✓ Razonamiento directo (cálculo mental).
- ✓ Ordenar los datos y tenerlos presentes en la resolución.

De las irreflexivas encuentran estrategias como:

- ✓ Adivinar la operación o la realización de ésta mecánicamente.
- ✓ Contestar sin hacer operaciones.
- ✓ Seleccionar la opción más cercana al resultado obtenido.
- ✓ Buscar palabras claves.

Por su parte, Dorantes (2005) mediante un estudio de casos donde participaron 17 alumnos de quinto y 18 de sexto grado, enfrenta a éstos a la resolución de problemas aritméticos (PA), reportando dentro de las estrategias irreflexivas a las de:

- ✓ Adivinar la solución.
- ✓ Opera con los datos.
- ✓ Conteo.
- ✓ Palabras claves.

Mientras que de las reflexivas, reporta:

- ✓ El tanteo.
- ✓ Seleccionar la operación cuyo significado es apropiado al texto.

Resulta curioso que las estrategias reportadas por Dorantes, son las mismas que emergen en los alumnos de secundaria cuando resuelven PA y algebraicos, según Mónaco y Aguirre (1996), a excepción de que emergen otras como:

- ✓ Buscar números cómodos.
- ✓ Procedimiento rutinario asociado a indicadores textuales.

A diferencia de los estudios anteriores que se centraron en la búsqueda de estrategias que afloran en la resolución de PA, Arteaga y Guzmán (2005) identifican las estrategias utilizadas por 35 estudiantes de quinto grado cuando resuelven *problemas algebraicos verbales*. Si bien les dan esa denominación, resulta importante mencionar sus resultados debido a que los alumnos participantes hicieron uso sólo de operaciones básicas.

La investigación de Arteaga y Guzmán, se dividió en tres fases; en la primera y segunda, los alumnos trabajaron en equipo y la función del investigador fue plantear preguntas y sugerencias sobre la importancia de comprender los problemas, la elección y el desarrollo de una estrategia, así como la verificación de la solución. En la tercera, los alumnos trabajaron de forma individual en la resolución de un cuestionario final en el que se buscó identificar los avances logrados por cada estudiante, así como alcanzar el objetivo principal que dio lugar a la investigación. Finalmente, reporta las siguientes estrategias:

- ✓ Propuesta de un número y su comprobación para encontrar la solución.
- ✓ Separación de una de las cantidades en partes que se deben repartir.
- ✓ Apoyo en el diseño de un dibujo.
- ✓ Elaboración de un cuadro para comparar los datos y aproximarse a la solución.
- ✓ Trazo de una recta numérica para comparar recorridos mediante saltos.
- ✓ Utilización de las operaciones aritméticas mecánicamente.
- ✓ Uso de la regla de tres.
- ✓ El cálculo mental.

Con esos resultados, concluyen que los alumnos participantes evolucionaron en las estrategias utilizadas y que el trabajo colectivo resultó de gran ayuda para ello. Asimismo, que es posible ayudar a los estudiantes en el desarrollo de estrategias para la resolución de problemas mediante la presentación de situaciones de distinta naturaleza, estimulando los razonamientos vinculados con su pensamiento aritmético y creando las condiciones didácticas adecuadas para este fin.

El común denominador de las investigaciones anteriores es que están enfocadas a los estudiantes y que muestran estrategias espontáneas que los estudiantes emplean al resolver problemas. Dichas estrategias suelen ser personales y normalmente no son enseñadas en la escuela, sino que se aprenden en la informalidad y en la vida cotidiana, según las actividades que realice el individuo en los grupos sociales en que se desenvuelve. Sin embargo, otras son compartidas, en el sentido de que miembros de un grupo las utilizan de manera frecuente en la actividad de resolver problemas y, es posible que estas sean abordadas en el salón de clases por los profesores.

Lo anterior no parece ilógico si consideramos que los docentes tienden a utilizar algunas de las estrategias usadas por los alumnos al resolver problemas. Si bien, lo anterior no ha sido suficientemente documentado, en Ocampo (2000), un estudio dirigido a profesores de educación secundaria para identificar las estrategias que éstos utilizan al resolver problemas en situación de enseñanza, se reportan las siguientes:

- ✓ Problemas análogos.
- ✓ Tanteo.
- ✓ Significado de las operaciones aritméticas.
- ✓ Trabajo hacia atrás.
- ✓ Modelos formales (vía algebraica).

En dichos resultados, se aprecia que algunas de estas estrategias también emergen en los estudios dirigidos a estudiantes. No obstante, algo preocupante y que reporta Ocampo, es que algunos docentes presentan dificultades al resolver PA. Esto último viene a corroborar lo que se declara en Rizo y Campistrous (1999), en el sentido de que ni los maestros ni el programa curricular, hacen suficiente énfasis en la identificación y comprensión de las operaciones básicas requeridas para resolver un problema, posiblemente porque no han sido instruidos para esta actividad.

Esto último, resalta la necesidad de enfatizar en el significado de las operaciones básicas, ya que éstos juegan un papel importante en el proceso de resolución de problemas (Flores, 2005; Lise, 2003). Sin embargo, estos pueden ser entendidos desde diferentes perspectivas, por ejemplo, Alanís (1996) y Capote (2009) hablan de significados prácticos[5], los cuales, según ellos, deben dominar los estudiantes porque les permitirán enfrentar con éxito la tarea que implica el trabajo con las Matemáticas en la resolución de problemas. En ese sentido, tanto Alanís como Capote, enumeran los distintos significados prácticos asociados a las cuatros operaciones básicas. Como muestra, citamos uno que se corresponden con la adición: *Dadas las partes, hallar el todo*. Ejemplo: Cuando Rafael salió de su casa no se fijó del dinero que llevaba en su cartera. Se sabe que solamente gastó $5,00 y que regresó a su hogar con $12,00. ¿Podrías decirme con cuánto dinero él salió de su casa?

En contraste con lo anterior, Rodríguez (2007) y Flores (2005) hablan sólo de significados, asociando a la adición con: *unir, reunir, juntar, agregar y avanzar*, a la sustracción con: *quitar*,

[5] Consisten en cada una de las distintas interpretaciones que se le pueden dar a las operaciones básicas desde el punto de vista de la realidad. En la mayoría de ellas se puede emplear la relación parte-todo.

separar, comparar, relación de decremento, transformación negativa y diferencia, a la multiplicación con: *proporción, producto cartesiano, producto escalar*, y a la división con: *agrupamiento, reparto, organización y sobra.*

Sin embargo, considerando lo reportado por Rizo y Campistrous (1999) entre otros, los significados anteriores son sólo *palabras claves*, que pudieran orillar al uso de la estrategia que consiste en identificarlas en el problema y realizar la operación que ellas sugieren. De acuerdo a Alanís (1996), dicha estrategia no siempre es útil e incluso en ocasiones afecta a los maestros. Por otra parte, si aceptáramos las *palabras claves* como significados de operaciones básicas, como lo hacen Rodríguez y Flores, hablaríamos de una relación entre estos y el uso de las estrategias.

Sin embargo, lo que no se debe soslayar es la importancia de las estrategias como medio para el aprendizaje, ya que la ausencia de ellas podría provocar un fracaso escolar (Thomas y Rohwen, 1986: citados en Massone y González, 2003). Esto viene a colación por el trabajo desarrollado por Carraher, Carraher y Schliemann (2007), quienes exploran el fracaso escolar y el fracaso de la escuela, utilizando para ello dos exámenes que llaman informal y formal[6], donde plantean situaciones que en este trabajo se denominan problemas aritméticos prácticos (PAP) y problemas aritméticos formales (PAF), respectivamente.

Carraher *et al* (2007) observaron que el desempeño de los estudiantes fue superior en el examen informal, pero también mostraron mejor desempeño en situaciones imaginarias presentadas en el examen formal, que en las operaciones simples. Asimismo, demostraron utilizar métodos de resolución de problemas que aunque totalmente correctos, no son aprovechados por la escuela. De esta manera, el fracaso escolar aparece como un fracaso de la escuela, el cual se localiza en: la incapacidad de comprender la capacidad real del niño; el desconocimiento de los procesos naturales que llevan al niño a adquirir el conocimiento; y la incapacidad de establecer un puente entre el conocimiento formal que desea transmitir y el conocimiento práctico del cual el niño, por lo menos en parte, ya dispone.

[6] En este examen los participantes fueron evaluados en el contexto en que naturalmente resuelven problemas de matemáticas, o sea en la feria, en el puesto de cocos, etc. Las respuestas a preguntas planteadas por el investigador fueron verbales. En cambio, en el examen formal el examinador les ofrecía lápiz y papel y le pedía al sujeto que resolviese las cuentas en el papel.

Blanco, B. y Blanco, L. J. (2009) coinciden con la postura anterior, en el sentido de que existe un desajuste entre la matemática enseñada en la escuela y el uso que los alumnos hacen de lo aprendido, por lo que estos muestran un desempeño diferente en la escuela y en la vida cotidiana. Esto es preocupante, ya que como lo refieren estos autores, las matemáticas escolares debieran servir para comprender, interpretar la realidad y consecuentemente, tomar decisiones.

Finalmente, de los estudios mencionados se observa una variedad de estrategias que estudiantes y profesores emplean al resolver problemas, las cuales pudieran estar permeadas por los significados que les asocian a las operaciones básicas (Lise, 2003; Flores, 2005; Rodríguez, 2007) o bien por los significados prácticos de las mismas (Alanís, 1996; Capote, 2009). Asimismo, los alumnos pueden mostrar un desempeño diferente cuando se les enfrenta a problemas dados en contextos diferentes (Carraher *et al*, 2007; Blanco, B. y Blanco, L. J., 2009).

1.3.2 Estudios dirigidos a estudiantes hablantes de alguna lengua étnica.

De los trabajos desarrollados por Matemáticos Educativos dirigidos a caracterizar estrategias que emergen en la resolución de problemas con estudiantes hablantes de alguna lengua étnica, no se logró ubicar alguno. Sin embargo, cabe citar a Cruz y Butto (2011) que enfrentan a niños *Tee Savi* de segundo y tercer grado de primaria a problemas de estructura aditiva, cuyos resultados ocuparían para elaborar y aplicar una secuencia didáctica, considerando según ellos, aspectos cognitivos-matemáticos para el desarrollo del pensamiento matemático; y finalmente, estudiar la evolución de las ideas matemáticas. Para el planteamiento de los problemas consideran los modelos matemáticos lineales, cardinales, de medida, numérico y modelo funcional, destacando que los problemas que más complejidad representan para los niños son los de combinación y comparación, después los de igualación y cambio.

Igualmente reportan que los *Tee Savi* utilizan el sistema de numeración vigesimal en detrimento del decimal en actividades cotidianas. Esto es bien conocido por todo perteneciente a esta cultura, el autor incluido, por lo que es lógico que los niños participantes en dicho estudio presentaran ideas intuitivas de ambos sistemas, aunque privilegien el uso de las reglas del sistema decimal sobre el vigesimal en el contexto escolar . Quizás esto, sea así porque el sistema vigesimal sólo vive principalmente en la oralidad de los *Tee Savi* que no se ha desarrollado en la escritura.

Por otra parte, Molina y Ambrose (2010), se centran en estudiantes monolingües (latinos) y bilingües (latinos y aprendices de inglés), e indagan si las dificultades que estos presentaban eran debidas a factores lingüísticos o matemáticos. Para ello, toman como población de estudio a niños de entre 6 y 7 años de edad que dividieron en dos grupos. Por un lado, a los monolingües les plantearon problemas escritos en español y a los bilingües problemas escritos en inglés. Como conclusión, refieren que las dificultades y éxitos de los alumnos pueden ser atribuidas a más a cuestiones matemáticas que lingüísticas, donde sólo el problema de la división fue la excepción. Reportan que el trabajo de los niños en ambas versiones de los problemas, inglés y español, evidenció dificultades para entender el enunciado del mismo. Por lo que, opinan que presentar el problema en la lengua materna del estudiante no parece aminorar esta dificultad.

La postura anterior no se comparte en este trabajo, ya que se asume que los alumnos *Tee Savi* presentan una situación contraria a ello. En cambio, se coincide con Díaz y Bermejo (2007), que refieren que los estudiante urbanos presentan un mayor rendimiento que los rurales. Sin embargo, para los niños *Tee Savi* ello se debe a variados factores, donde se cree que la lengua es uno de ellos, puesto que reciben su formación académica a través de situaciones ajenas a su cultura y su vida práctica.

En los estudios antes mencionados, se observa la ausencia de investigaciones de nuestra disciplina la Matemática Educativa dirigidas a estudiantes hablantes de alguna lengua étnica, como los *Tee Savi*, que caractericen las estrategias que éstos utilizan al resolver problemas. Las investigaciones dirigidas a grupos originarios que se han ubicado, como las de Espinoza (2006) y Covián (2005), sólo estudian el sistema de numeración de la cultura Maya, y el papel de los conocimientos matemáticos en la construcción de viviendas, respectivamente.

1.4 Problemática, pregunta de investigación y objetivo.

En las investigaciones ya discutidas anteriormente, se identifica a la resolución de problemas como medio para visualizar las estrategias que los estudiantes ponen en juego al abordarlos. Asimismo, se ha destacado la necesidad de poner el énfasis en el *cómo* y *por qué* el estudiante responde como lo hace, y no sólo *qué* responde, cobrando importancia en nuestra disciplina de un estudio con la población *Ñuu Savi* con ese mismo propósito, considerando además, la ausencia de investigaciones dirigidas a ellas con este objetivo.

Es de subrayar el aporte de Carraher *et al* (2007) y Blanco, B. y Blanco, L. J. (2009), quienes destacan la importancia de considerar problemas emanados de contextos diferentes (en nuestro caso, formales y prácticos), ya que en sus opiniones, los alumnos muestran un desempeño diferente en estos. Unido a lo anterior, los planes y programas de estudio vigentes sugieren considerar la interculturalidad en el contexto escolar (SEP, 2011), pero que sin declarar cómo se debe hacer esto. Asimismo, se propone el trabajo bajo el enfoque por competencias, donde dos de ellas son: resolver problemas de manera autónoma y validar procedimientos y resultados.

Con esas consideraciones, resulta pertinente preguntarse ***¿Cuáles son las estrategias que utilizan los niños Tee Savi (mixtecos) de primaria cuando resuelven problemas aritméticos formales y prácticos?*** Responder esta pregunta por la vía de la investigación, es medular porque nos permitirá adentrarnos al quehacer matemático del alumno *Tee Savi*, observando qué acciones desarrolla para resolver problemas aritméticos. Asimismo, responder la pregunta anterior, permitirá reconocer los conocimientos respecto de las operaciones básicas que estos niños han construido a su paso por la educación primaria, ya que estos son fundamentales para su posterior uso tanto en la vida escolar como en la cotidiana.

Para dar respuesta a la interrogante anterior, hemos trazado como objetivo de esta investigación: ***caracterizar las estrategias utilizadas por los niños Tee Savi de primaria cuando resuelven problemas aritméticos formales y prácticos.***

Otras **justificaciones** del estudio que revelan su pertinencia, se pueden resumir enseguida:

- Permite establecer los cimientos de investigaciones con los grupos étnicos (en México) con enfoque de Matemática Educativa en el contexto escolar, el cual es un campo virgen que podrá arrojar importantes resultados.
- Sus resultados pudieran ayudar al docente para que incorpore en su práctica aquellas estrategias que considere pertinentes al momento de resolver problemas aritméticos con sus alumnos.

- Las evidencias que se recaben permitirá reflexionar en los factores que inciden en el rendimiento escolar de los niños *Tee Savi*, situación que puede ser similar en aquellos que hablan otra lengua étnica.
- El estudio identificará las estrategias personales de los alumnos, los cuales no son enseñados en la escuela, dado que son construidos por los alumnos.

La diferencia que se establece entre este trabajo y aquellos que han caracterizado estrategias, radica en la población de estudio y los dos tipos de PA en los cuales centramos nuestra atención. Por otra parte, por el tópico matemático que está en juego, es decir, las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) el estudio se limita a los alumnos de 4°, 5° y 6° porque es en tales grados donde se abordan dichos objetos matemáticos.

A manera de **hipótesis**, se prevé encontrar en el presente estudio lo siguiente:

- Los niños *Tee Savi* recurren a estrategias diferentes al resolver problemas cotidianos y escolares que demandan el uso de operaciones básicas, aunque se planteen en el aula de clases sin recurrir a un escenario real (en el caso de los problemas cotidianos).
- En los problemas aritméticos formales, recurren al uso de las mismas estrategias que utilizan los niños hablantes del castellano, identificado por otros investigadores; este hecho, evidenciaría que la lengua materna debe tomar un papel preponderante en las escuelas con poblaciones hablantes de una lengua étnica.
- En los problemas aritméticos prácticos utilizan estrategias más personales, y sobre todo exitosas, dado que situaciones similares a las que resuelven en su cotidianidad.

Capítulo 2

Marco conceptual.

El sustento teórico en un trabajo de investigación juega un papel fundamental, en el sentido de que permite explicar los resultados encontrados en el estudio; sirven como soporte a esos hallazgos. Estos sustentos teóricos van de la mano con la pregunta de investigación y los objetivos que se tracen para el trabajo en cuestión. Asimismo, permiten delinear la investigación misma.

En este trabajo adoptamos un marco conceptual, enfatizando principalmente en las definiciones de estrategia, problemas y, problemas aritméticos: formales y prácticos. Estos elementos teóricos, serán descritos en este capítulo y para ello, daremos cuenta de la literatura revisada para ubicar estos elementos.

2.1 La definición de Estrategia.

El origen del término *estrategia* está ligado al contexto militar, entendido como el arte de concebir y dirigir operaciones militares a gran escala (Cabañas, 2000), actividad que quedaba a manos del estratega, es decir, del general bajo cuya responsabilidad estaba el ejército. La estrategia era vista como una guía de acción que da sentido y coordinación a todo aquello que hay que realizar para llegar a una meta o a ciertos resultados trazados previamente. El concepto de estrategia, fue evolucionando y adquiriendo fuerza en distintas actividades. Fue retomado en el campo educativo por los años setenta, creyéndose que podría contribuir a resolver el problema de *aprender a aprender* (Barriga y Hernández, 2010). Desde entonces a la fecha, ha jugado un rol importante en la práctica docente tanto en la enseñanza-aprendizaje como en la evaluación.

En el proceso educativo se puede distinguir la existencia de estrategias de enseñanza y de aprendizaje (Gagñe, 1991: citado en Ocampo, 2000; Monereo, Castelló, Clariana, Palma y Pérez, 2009; Barriga y Hernández, 2010). En ese sentido, Gagñe (1991; citado en Ocampo, 2000) refiere que las estrategias de enseñanza están orientadas a optimizar el aprendizaje de los alumnos en el aula. Pueden ser: *directivas* si pretenden mantener a los alumnos ocupados con materiales educativos durante un buen período de tiempo; o *educativas* si buscan facilitar el aprendizaje de ese material. Las estrategias de aprendizaje las considera como un proceso eficaz de aprendizaje, y consta de elementos como: *estrategias para aprender*, *codificar*, *conocer o para controlar* la efectividad de estas mismas.

Respecto de la estrategia de aprendizaje, también se tiene la postura siguiente que considera que:

> Es un procedimiento (conjunto de pasos o habilidades) y al mismo tiempo un instrumento psicológico que un alumno adquiere y emplea intencionalmente como recurso flexible, para aprender significativamente y para solucionar problemas y demandas académicas […]. Su empleo implica una continua actividad de toma de decisiones, un control metacognitivo y está sujeto al influjo de factores motivacionales, afectivos y de contexto educativo-social (Barriga y Hernández, 2010, p. 180).

De lo anterior, destaca que las estrategias son ejecutadas voluntaria e intencionalmente por un aprendiz cualquiera que éste sea, siempre que se le demande aprender, recordar o resolver problemas. Resalta también que éstas surgen cuando existe una "demanda", es decir, un requerimiento o *instrucción* al aprendiz. Sin embargo, esta acepción es muy general para nuestro propósito, puesto que en este trabajo no se busca que el estudiante *aprenda*, sino más bien, observar el proceso que sigue para resolver un problema aritmético.

En términos próximos a la definición anterior, se tiene la siguiente postura:

> Las estrategias de aprendizaje son procesos de toma de decisiones (conscientes e intencionales) en los cuales el alumno elige y recupera, de manera coordinada los conocimientos que necesita para cumplimentar una determinada demanda u objetivo, dependiendo de las características de la situación educativa en que se produce la acción (Monereo *et al*, 2009, p.27).

De lo anterior, destaca la importancia de considerar las tipologías de cada situación de enseñanza-aprendizaje, cuyo análisis permitirá tomar decisiones para actuar de forma estratégica. De esta manera, de acuerdo a Monereo *et al* (2009), un alumno emplea una estrategia de aprendizaje si puede ajustar su comportamiento (lo que piensa y hace) a las exigencias de una actividad o tarea encomendada por el profesor, por las circunstancias o vicisitudes en que se produce esa demanda.

Sin embargo, como se dijo anteriormente, una estrategia de aprendizaje es diferente de aquella que se usa en la resolución de problemas. Puesto, que la primera está supeditada por las acciones que desarrolle el estudiante con el fin de construir un aprendizaje, aunque el profesor juegue un papel importante para ello, mientras que la segunda puede emerger de manera espontanea, de acuerdo a la habilidad del alumno para resolver problemas.

Por otra parte, Bruner, Goodnow y Austin (citados en Rizo y Campistrous, 1999), cuya definición es frecuentemente citada en trabajos de investigación, definen a las estrategias como un patrón de decisiones en la adquisición, retención y utilización de la información que sirve para lograr ciertos objetivos, es decir, se busca asegurar el logro de ciertos resultados y no otros. Ésta definición cognitivista resalta el caso de los resultados esperados; sin embargo, en el contexto escolar es frecuente que el estudiante emplee algún procedimiento reflexivo, pero sea incapaz de llegar al resultado correcto por múltiples factores. Por ello, esta postura parece poco flexible, además de que es difícil saber a ciencia cierta, cómo el alumno toma sus decisiones, más aún observarlas, puesto que no necesariamente es biunívoca la relación entre el *pensar* y el *hacer*.

En una línea próxima a la definición anterior, se encuentra aquella que considera a las estrategias como "actividades preconcebidas para realizar o ejecutar una acción, de tal forma que con ellas, se trata de lograr ciertos resultados y no otros" (Cabañas, 2000, p. 20). En esta postura se resalta la estrategia como actividad preconcebida, es decir, primero se piensa la acción antes de ejecutarse, estableciéndose la relación *pensar para actuar*. Si bien debiera ser así, pero si recurrimos al contexto escolar, ello resulta en algunas ocasiones poco cierto. Por su parte, lo referente a los *resultados*, se podrá creer que se llega a los correctos desde el punto de vista del resolutor del problema, pero que pueden ser *incorrectos* para el profesor o para el experto.

En contraste con las posturas discutidas, se tiene aquellas que conciben a las estrategia como: (1) "un conjunto de acciones que en determinado orden realiza un alumno para obtener la respuesta de un problema con un mínimo de esfuerzo, previendo en el caso de que los resultados no sean deseados" (Cervera, 1998, p. 22), y (2) "un conjunto de acciones o decisiones que en determinado orden realiza un alumno para obtener la respuesta a un problema con un mínimo de esfuerzo previendo contra resultados no esperados" (Fonte, 2003, p. 35). Como se observa, ambas están expresadas en términos muy similares.

De esas posturas resalta el hecho de que una estrategia se puede considerar como acción, o bien como toma de decisiones. Lo primero descansa en el *hacer*, es decir, en lo procedimental, mientras que lo segundo enfatiza más en la parte cognitiva, buscando establecer la relación entre el *pensar* y lo que se hace realmente. Por otra parte, desde la óptica del autor de este trabajo, se cree que lo de un *mínimo de esfuerzo* no necesariamente es así, puesto que un problema en sí mismo sugiere la idea de que el camino a seguir para resolverlo no es conocido, y en ese sentido la estrategia a seguir no es automática sino que emergerá dependiendo de varios aspectos, entre ellos, el conocimiento del que dispone el individuo así como de su experiencia previa.

Esto último toma su importancia ya que dependiendo de ello, el resolutor de un problema podrá o no llegar a la solución correcta del mismo. En otras palabras, las acciones que realice o las decisiones que tome el estudiante, pueden ser *reflexivas* o *irreflexivas* (Rizo y Campistrous, 1999). Las irreflexivas, ocurren cuando el estudiante responde a un proceder prácticamente automatizado, sin que pase por un proceso previo de análisis u orientación en el problema, es decir, la vía de solución se asocia a factores puramente externos. Por su parte, serían reflexivas si el estudiante lleva un proceso de análisis previo que permite asociar la vía de solución a factores estructurales y no a factores puramente externos.

Finalmente, de la literatura revisada respecto a la definición de estrategia, se concluye que entre las características que se le atribuyen a ésta son:

- Que son ejecutadas voluntaria, consciente e intencionalmente.
- Implica una toma de decisiones, un control metacognitivo, y se asocia también a factores motivacionales, afectivos y de contexto educativo-social.
- Requieren el uso de determinados conocimientos.
- Se busca asegurar el logro de ciertos resultados y no otros.
- Pueden ser reflexivas o irreflexivas.
- Son acciones o decisiones realizadas en determinado orden.

Sin embargo, para efectos de este trabajo, planteamos una definición que considera algunas de estas ideas, pero que también considere al contexto escolar, la población de estudio y la actividad de la resolución de problemas. En ese sentido, en este trabajo se asume que una ***estrategia*** es:

Un conjunto de acciones[1] intencionales, desarrolladas por una persona para resolver cierto problema, permeadas por los conocimientos de que dispone, de su experiencia, de lo afectivo y del contexto social en el que se desenvuelve. De esta manera, la persona podrá llegar o no a la solución del problema, dependiendo o no del análisis que realice para ello. En ese sentido, como lo refieren Rizo y Campistrous (1999) la estrategia puede ser reflexiva o irreflexiva.

2.2 ¿Qué se entiende por problema?

La vida cotidiana enfrenta a todo individuo a situaciones nuevas y por tanto novedosas, que requieren una respuesta elaborada, a las cuales llamamos *problemas* (Ortiz, 2001). Con una forma diferente, también se presentan en el proceso de aprendizaje en la interacción del saber-

[1] Involucran no sólo procedimientos algorítmicos, sino que pueden ser diagramas, dibujos, representaciones, etc. incluso el cálculo mental siempre que funcione como apoyo para resolver los problemas.

alumno, donde el profesor juega un rol importante para propiciar su aparición, ya sea de manera escrita u oral. Sin embargo, la postura de Ortiz parece muy general, puesto que abarca problemas de la vida cotidiana, sin que sean propiamente matemáticos o del contexto escolar. Refiriéndose más al contexto áulico, considera que existe problema "sólo si el sujeto o los sujetos lo visualizan como tal, y que no existe un método eficaz que mediante su aplicación permita encontrar una solución al problema" (Ortiz, 2001, p. 58).

Por su cuenta, Rizo y Campistrous (1999) plantean que un problema es toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla. La vía de solución tiene que ser desconocida y la persona quiere realmente realizar la transformación. En esa misma línea, encontramos que un *problema* es "una situación o tarea que intenta transformar o resolver conscientemente un individuo; que de hecho es una contradicción que se le presenta al individuo y éste quiere resolverla; y que la vía de solución es desconocida para el individuo" (Cabañas, 2000, p. 8). Sin embargo, bajo estas perspectivas, en el aula difícilmente se abordan problemas, ya que los alumnos no siempre quieren resolver las situaciones planteadas por los profesores o los libros de textos. Aunado a que estas sí admiten un algoritmo para su resolución, sólo que el estudiante debe realizar un análisis para llegar a este.

En coincidencia con Ortiz, Santos (2010) considera que una dificultad para definir lo que es un problema radica en que este término es subjetivo, es decir, mientras para una persona lo es, para otra puede ser un simple ejercicio rutinario. Y en esa línea, Schoenfeld (1985: citado en Santos, 2010) define problema como una tarea que resulta difícil para la persona que está tratando de hacerla. En términos similares, Polya (1962: citado en Santos, 2010) caracteriza un problema como una situación que reúne los siguientes componentes:

- ✓ Se debe estar consciente de una dificultad,
- ✓ Tener deseos de resolverla y
- ✓ La no existencia de un camino inmediato para resolverlo.

Finalmente, Santos (2010) una vez analizado las posturas de Schoenfeld, Polya y otros destacados matemáticos e investigadores, plantea que un problema es una tarea o situación que reúne los siguientes componentes: (I) la existencia de un interés, es decir, una persona o un grupo de individuos quiere o necesita encontrar la solución; (II) la no existencia de una solución inmediata; (III) la presencia de diversos caminos o métodos de solución; y (IV) la atención por parte de una persona o un grupo de individuos para llevar a cabo un conjunto de acciones tendentes a resolver esa tarea.

Esta postura, de alguna manera es flexible porque considera que para halla un problema, debe existir una persona (o un grupo de personas) que quiera o necesite encontrar la solución a dicha situación. En ese sentido, considerando el contexto escolar, si en primera instancia el alumno no quiere resolver el problema, puede darse la necesidad de resolverlo, la cual puede estar sujetada por las reglas que establece el contrato didáctico o por otros factores. La necesidad también puede presentarse en la vida cotidiana del estudiante, por ejemplo, en una acción de compra-venta donde necesariamente tiene que resolver situaciones sencillas.

Otra definición que en parte coincide con la de Santos (2010), es la siguiente:

> Un problema es una situación que un individuo o grupo quiere o necesita resolver y para la cual no dispone, en principio, de un camino rápido y directo que le lleve a la solución; consecuentemente eso produce un bloqueo. Conlleva siempre un grado de dificultad apreciable, es un reto que debe ser adecuado al nivel de formación de la persona o personas que se enfrentan a él (Echenique, 2006, p. 20).

En la postura anterior, se destaca que si la situación es demasiado fácil para la persona, es decir, que si se aprecia claramente cuál es el proceso de resolución desde el principio, dicha actividad será un simple *ejercicio.* De este modo, lo que para alumnos de ciertas edades es un problema, para otros no lo es. Pero el *bloqueo* del que se habla, debe ser tal que motive al estudiante a buscar la vía de resolución, y no representar un verdadero obstáculo que le impida siquiera querer resolver la situación que se le proponga.

Por otra parte, en las posturas de Santos y Echenique, encontramos como punto de coincidencia que la persona o grupo de individuos no necesariamente deben querer resolver la situación, sino que pudiera darse el caso de que tuvieran la necesidad de hacerlo. Esto como ya se mencionó, parece ser la que predomina en el contexto escolar, ya que los alumnos se ven en la necesidad de resolver las situaciones que se les proponen bajo la presión o autoridad del profesor.

Finalmente, en la literatura que define problema, se observa distintas precisiones acerca de este concepto, algunas de ellas muy relacionadas, pero a ciencia cierta no existe una postura aceptada por toda la comunidad de matemáticos educativos. En ello radica el temor de asumir una de ellas, aunado a que algunos establecen condiciones muy exigentes, las cuales difícilmente se darían en un aula de clases. Por tanto, para efectos de este trabajo se plantea una caracterización de problema que cumple con ciertos rasgos. Entre estos, que es flexible y realista respecto de las condiciones predominantes en el contexto escolar y considera de alguna manera las particularidades del contexto mixteco.

De esta manera, en este estudio se asume que un ***problema*** es:

Una tarea o situación que tiene los siguientes componentes:

1. Existe una demanda o acción a realizar, para la cual existe una persona o grupo de personas que quieren o necesitan cumplimentarla. La demanda será adecuada al nivel de formación de la(s) persona(s).
2. Hay un proceso que hay que poner en juego para cumplir la demanda, pero que en primera instancia parece desconocido, es decir, se necesita realizar cierto proceso de análisis para comprender lo que se le pregunta y la situación en general.
3. La situación puede tener varios, uno o ningún resultado final, lo cual deberá determinar la persona haciendo uso de alguna estrategia.

Por otra parte, como se puede comprobar, se habla mayormente de ***resolución de problemas*** en detrimento de ***solución de problemas***. El primero alude a todo el procedimiento que lleva a cabo el estudiante para encontrar la respuesta a la situación que se le plantea, mientras que el segundo se refiere sólo al resultado final, donde poco importa el cómo se procede para llegar a este. En otras palabras, en la resolución de problemas importa además de *qué responde* el alumno, *cómo* lo hace y *por qué* procede así, mientras que en la solución de problemas sólo interesa lo primero.

2.2.1 Sobre los problemas aritméticos: formales y prácticos.

Los problemas aritméticos (PA), son aquellos que en su enunciado presentan datos en forma de cantidades y establecen entre ellos relaciones de tipo cuantitativo, cuyas preguntas hacen referencia a la determinación de una o varias cantidades o a sus relaciones, y que necesitan la realización de operaciones básicas (suma, resta, multiplicación o división) para su resolución (Echenique, 2006). De esta manera, queda claro que los PA sólo se abordan en los grados 4°, 5° y 6° de primaria, que es a donde centramos este estudio. Los dos tipos de PA que hacemos referencia, o sea los PAF y los PAP, serán caracterizados enseguida:

Problemas aritméticos formales (PAF) y problemas aritméticos prácticos (PAP).

Un problema aritmético se considera formal si es una situación planteada en los libros de textos, pero es ajena al contexto del estudiante, pudiendo ser ficticia. Mientras que, es práctico si es una situación que está en estrecha correspondencia con la vida cotidiana del estudiante o que pudiera presentársele en su comunidad, es decir, es contextualizado.

De esta manera, normalmente los problemas contenidos en los libros de texto manejado por la SEP, son los PAF puesto que resultan ajenos a lo conocido por el estudiante *Tee Savi*, mientras que los PAP los resuelve en su vida cotidiana, en actividades como la compra-venta de productos de temporada, entre otras.

Por tanto, es posible que los alumnos para resolver los PAP poco requieran de cálculos a lápiz y papel, sino que les baste el cálculo mental. Mientras que los PAF, pudieran resultarles tediosos y poco claros, ya que ilustran objetos conocidos por la cultura castellana, pero desconocido para un alumno de una comunidad *Ñuu Savi*.

2.2.2 Clasificación de los problemas aritméticos.

Los PA asumen también una clasificación. En ese sentido, atendiendo a Echenique (2006), se tiene que éstos pueden ser de tres tipos: de primer nivel (PN) o de un solo paso; de segundo nivel (SN) o combinados; o de tercer nivel (TN). Los dos primeros con una sub-clasificación, según la cantidad de operaciones que requieren para su resolución, así como la operación propiamente dicha. Los PA de PN, como el nombre lo sugiere, requieren de la aplicación de una sola operación para su resolución. Se dividen en:

- Problemas aditivo-sustractivos: Son aquellos que se resuelven por medio de la adición o la sustracción. Según la situación planteada en el enunciado, pueden ser:

a) Problemas de cambio: En su enunciado incluyen una secuencia temporal, muchas veces manifestada a través de los tiempos verbales utilizados. Parten de una cantidad inicial (Ci), que se ve modificada en el tiempo, para dar lugar a otra cantidad final (Cf). De las tres cantidades que deben aparecer en el problema (Ci y Cf), dos serán datos y la otra incógnita. *Ejemplo*:

> El día 1 de Abril conté el dinero que tenía en la hucha y eran 17 euros (Ci). Hoy es el último día del mes y tengo 28 euros (Cf). ¿Cuánto dinero he ahorrado durante este mes?

b) Problemas de combinación: Describen una relación entre conjuntos (P1) y (P2) que unidos forman el todo (T). La pregunta del problema hace referencia a la determinación de una de las partes (P1) o (P2) o del todo (T). *Ejemplo:*

> A una sesión de cine asistieron 153 personas (P1). Si la sala tiene 185 butacas (T), ¿cuántos asientos se encontraban vacíos?

c) Problemas de comparación: en su enunciado, se establece un comparativo de superioridad (más que…) o de inferioridad (menos que…), es decir, una relación de comparación entre dos cantidades. Como información se aporta la cantidad de referencia (Cr), la comparada (Cc) o bien la diferencia (D) entre ambas cantidades. Dos de ellas serán datos y la otra será la incógnita. *Ejemplo:*

> Miren y Javier están haciendo una colección de cromos de animales. Miren tiene 187 cromos (Cc), tiene 46 más que Javier (D). ¿Cuántos cromos tiene Javier?

d) Problemas de igualación: Incluyen en su enunciado un comparativo de igualdad (tantos como… igual que…). En el texto del problema, una de las cantidades (de referencia Cr) se modifica creciendo o disminuyendo (D) para llegar a ser igual a la otra cantidad (comparada Cc). De las tres cantidades (Cr, D, y Cc), dos serán datos y la tercera incógnita. *Ejemplo:*

> Daniel tiene 56 libros de cuentos (Cc). Alberto tiene 25 (Cr). ¿Cuántos libros más debe tener Alberto para tener los mismos que Daniel?

- Problemas de multiplicación-división: Se resuelven a través de una multiplicación o una división. De acuerdo a la situación planteada en el enunciado, pueden ser:

a) Problemas de repartos equitativos o de grupos iguales: Donde una cantidad debe repartirse entre un cierto número de grupos, de modo que cada uno reciba la misma cantidad de elementos. Se aporta como información: la cantidad a repartir, el número de grupos a formar o los elementos por cada grupo. Dos de ellas serán datos y la tercera la incógnita. *Ejemplo:*

En clase hay 18 alumnos. Después de repartir una bolsa grande de caramelos entre todos los alumnos, a cada uno le han correspondido 8 caramelos. ¿Cuántos caramelos tenía la bolsa?

***b) Problemas de factor N o de comparación multiplicativa*:** Incluyen cuantificadores del tipo "… veces más que…" y "… veces menos que…". En la situación intervienen dos cantidades (referente Cr y comparada Cc) del mismo tipo, que se comparan para establecer entre ellas una razón o factor (F). De las informaciones (Cr, Cc y F), dos serán datos y la otra será la incógnita. *Ejemplo:*

Unos zapatos cuestan 72 euros (Cr). Un balón de baloncesto cuesta 8 veces menos (F). ¿Cuánto cuesta el balón?

***c) Problemas de razón o de tasa*:** Incluye informaciones que hacen referencia a medidas de tres magnitudes diferentes. Una de ellas, la llamada magnitud intensiva o tasa, (Ci), resulta de relacionar las otras dos (por ejemplo: km/h, euros/kilo,…) que se llaman extensivas (Ce1 y Ce). *Ejemplo:*

Por un jamón entero hemos pagado 152 € (Ce). Si el precio de esa clase de jamón es de 19 €/kilo (Ci) ¿cuántos kilos pesa el jamón que hemos comprado?

***d) Problemas de producto cartesiano*:** se trata de combinar de todas las formas posibles (T), los objetos de un tipo (C1) con los objetos de otro tipo (C2). *Ejemplo:*

Combinando mis pantalones y camisas me puedo vestir de 24 formas diferentes (T). Tengo 4 pantalones (C1 ó C2). ¿Cuántas camisas tengo?

Por su parte, los PA de SN requieren del uso de más de una operación básica para su resolución. Además, asumen distintas clasificaciones según el criterio adoptado (Echenique (2006), sin embargo, considerando la tipología de operaciones que requieren para su resolución, pueden ser:

a) Combinados puros: En estos, todos los cálculos a realizar para resolver el problema pertenecen al mismo campo operativo-conceptual, es decir, sólo sumas y/o restas, o bien multiplicaciones y/o divisiones. *Ejemplo:*

> Para celebrar el fin de trimestre, las tres clases de tercero de mi colegio hemos ido al cine. En cada clase hay 25 alumnos. Si hemos pagado en total 225 euros, ¿cuánto nos ha costado a cada alumno la entrada al cine?

b) combinados mixtos: En su resolución intervienen distintas operaciones pertenecientes a campos operativo-conceptuales diferentes. *Ejemplo:*

> En un almacén había 127 sacos de garbanzos. Cada saco pesaba 60 kilos. Se sacaron 8 carros de 12 sacos cada uno. ¿Cuántos kilos de garbanzos quedaron en el almacén?

Finalmente, los PA de TN son similares a los de PN o SN, sólo que aportan datos en forma de números decimales, fraccionarios o porcentuales. Por tanto, la dificultad añadida sólo son el tipo de números que involucran en sus datos. *Ejemplo:*

> Una pieza de ¾ de kilo de solomillo de ternera cuesta 21 euros. ¿Cuánto pagaremos por 2 kilos de esa misma carne?

Con base a esta clasificación, en este trabajo, al diseñar los instrumentos para la recolección de datos sólo consideraremos problemas aritméticos de PN y SN, ya que estos involucran sólo números naturales y una o más operaciones básicas.

Capítulo 3

Método de investigación.

En los apartados anteriores se habló acerca del objetivo de este trabajo, así como el marco conceptual que se adopta en el mismo. Sin embargo, aún no se ha dicho el cómo se procedió para alcanzar el objetivo trazado para este trabajo.

En este capítulo se describirá el método que se empleó en el estudio, así como las consideraciones para elaborar los instrumentos utilizados en la recolección de datos. De igual manera, se hace referencia de los participantes, los pormenores de una breve revisión de libros de texto, plan y programa de estudio de los grados de nuestro interés, así como un cuestionario dirigido a los profesores, ya que formaron parte de las acciones que seguimos para el diseño de los instrumentos utilizados. Se finaliza en este capítulo con el planteo de los problemas aritméticos formales (PAF) y los problemas aritméticos prácticos (PAP).

La presente investigación es de corte cualitativo. Este tipo de estudios, de acuerdo a Vasilachis de Gialdino (2006), se interesa por la vida de las personas, en sus perspectivas subjetivas, en sus experiencias, interacciones, acciones, interpretando a todos ellos en el contexto particular en el que tienen lugar. De esta manera, se busca describir sistemáticamente ciertas características de las variables y fenómenos que son del interés del investigador (Quecedo y Castaño, 2002), que para nuestro caso, reside en estudiar las estrategias que emergen cuando los niños *Tee Savi* de primaria resuelven problemas aritméticos (PA).

3.1 El estudio de casos.

El estudio de casos es un método empleado para estudiar un individuo o una institución en un entorno o situación única y de una forma lo más intensa y detallada posible (Castillo, 2007). Que de acuerdo al mismo autor, ofrece ventajas como:

- Dado al enfoque de este hacia un solo individuo o cosa (por ejemplo: un distrito escolar), permite un examen y escrutinio muy de cerca y la recopilación de una gran cantidad de datos detallados.
- Fomenta el uso de varias técnicas distintas para obtener la información necesaria, como: observaciones personales, cuestionarios, entrevistas, expedientes de escuelas, etc.
- Permite obtener una imagen más completa de lo que está ocurriendo.

Por tanto, en este trabajo se adoptó como método de investigación al estudio de casos, ya que permitió buscar de la manera más detallada posible las estrategias que utilizan los niños *Tee Savi*. Sin embargo, el *estudio de casos* que se adopta en este trabajo es de *casos múltiples*, por la cantidad de niños que participan, y es de corte descriptivo e interpretativo. Descriptivo porque busca desarrollar una fiel representación (descripción) del fenómeno estudiado a partir de sus características, lo cual pudiera servir para predecir o inferir ciertas hipótesis de lo que sucede con la población de estudio (Grajales, 2000), e interpretativo porque también se busca establecer las posibles causas o razones de que afloren ciertas estrategias, es decir, se pretende determinar las relaciones de causa y efecto entre los fenómenos estudiados.

De esta manera, los resultados del estudio permitirían orientar nuevas investigaciones a la población *Ñuu Savi*, particularmente en el quehacer matemático en el aula de clases.

Con base en lo anterior, en este trabajo seguimos el siguiente esquema metodológico:

I. Selección de los casos de estudio.
II. Diseño de cuestionarios escritos (selección de los PAF y planteo de los PAP).
III. Validación de los cuestionarios y análisis de las observaciones.
IV. Restructuración de los cuestionarios finales y diseño de la entrevista.
V. Aplicación de los cuestionarios finales y realización de entrevistas.
VI. Análisis de resultados finales para identificar y caracterizar las estrategias encontradas tanto en los cuestionarios escritos como en las entrevistas.

Los puntos I y II serán descritos con más detalle enseguida, mientras que el III, IV y V se abordarán en el siguiente capítulo. Finalmente, el VI se abordará en el capítulo 5 de esta investigación.

3.2 Selección de los casos de estudio.

El autor del presente trabajo es originario de Ayutla de los Libres y pertenece a la cultura mixteca. Esta es una de las razones por las que se optó por realizar el estudio en las comunidades originarias de este municipio. Sin embargo, se explicará con mayor detalle otras razones.

3.2.1 La población de Ayutla de los Libres.

El municipio de Ayutla de los Libres, Guerrero, está anclado en la región Costa Chica del estado de Guerrero. El nombre de Ayutla proviene del náhuatl Ayotla, que da origen al vocablo “Ayotlán”, que significa “lugar donde abundan las tortugas”. Se cree que los primeros pobladores de la región fueron los tlapanecos, descendientes de los yopes; posteriormente, llegaron personas de otros grupos étnicos como los mixtecos, entre otros. Ayutla era un lugar escondido e inaccesible, un paraíso al pie de la Sierra Madre del Sur, donde la pureza de las culturas étnicas querían conservarse y que al ser invadidas por los mestizos se fueron asentando en lo más alto de la sierra, formando pequeños poblados.

Este pueblo con historia, adquirió notoriedad cuando se firmó el plan de Ayutla el 1° de Marzo de 1854 en este poblado, y de ahí adquiera el agregado a su nombre “de los libres”, hasta ser reconocido oficialmente en 1855 como un municipio. Esto se logró gracias a las gestiones del

General Juan Álvarez y del Coronel Florencio Villarreal. Hoy día, Ayutla de los Libres es cabecera municipal y un importante centro comercial, agricultor y ganadero que se levanta en las estribaciones de la Sierra Madre del Sur.

El municipio de Ayutla de los Libres, es importante tanto por su valor histórico, su variedad climática como por la cantidad de grupos étnicos que aún alberga en los pueblos anclados en la parte alta de la montaña. Es rico en cultura y lenguas autóctonas, pues en este municipio aún permanecen los usos y costumbres mayoritariamente de la cultura mixteca (*Fig. 1*) y tlapaneca, aunque influenciados ya por la cultura castellana. En menor número, predominan otros grupos étnicos.

Fig. 1. Mujeres *Nee Savi* de Ayutla de los Libres.

Dada la variedad de la población de Ayutla de los libres, existe una gran cantidad de escuelas primarias donde sólo estudian niños pertenecientes a poblaciones mixtecas. De esta manera, se da otra razón de la elección de este municipio para la selección de la población que participará en el presente estudio.

3.2.2 Las comunidades *Ñuu Savi* en Ayutla y sus actividades.

La población *Ñuu Savi* en Guerrero (México), ocupa el segundo lugar en número de hablantes, considerando sólo las lenguas originarias del México prehispánico, superada sólo por el náhuatl. Las poblaciones *Ñuu Savi*, se ubican en su mayoría en la región Montaña, parte de la Costa Chica de Guerrero y de Oaxaca. En el caso de Ayutla, los *Tee Savi* dominan poco el castellano. Se rigen principalmente por usos y costumbres, según han aprendido de sus antepasados. Asimismo, elaboran algunas artesanías, como por ejemplo, comales y ollas de barros.

En las actividades colectivas en beneficio de estas comunidades, intervienen para el consenso de los trabajos a realizar, los señores de la tercera edad que fungen como consejo de ancianos en coordinación con el comisario municipal y su respectiva comitiva. Para las actividades personales, como en la siembra de productos de temporada, tienden a utilizar *"el cambio de brazo"* que no es más que el intercambio de mano de obra de una familia a otra, pero sin percibir pago alguno.

Normalmente los pobladores de las comunidades *Ñuu Savi*, son campesinos y se dedican al trabajo informal. Hoy día, es común que se alquilen como peones en otras ciudades de México e incluso a los Estados Unidos, fomentándose de esta manera la migración de los jóvenes y adultos jóvenes. Sin embargo, los pobladores que se quedan en sus comunidades se dedican al comercio informal, como la venta de productos de temporada como frijol, maíz, calabaza, arroz, aguacate, mameyes, piloncillo, etc. Igualmente, tienden a criar ciertos ganados para la posterior venta de estos. Los *Tee Savi* realizan un arduo trabajo en el campo para sostener a la familia. Sin embargo, la carencia en que viven muchas de estas familias y la dificultad que implica aprender de manera informal una segunda lengua como el castellano, conlleva a que pocos estudiantes de esta etnia puedan estudiar su educación secundaria u otro nivel educativo superior.

En estas comunidades, principalmente en los hombres jóvenes y adultos jóvenes poco se conserva de los vestuarios típicos de los antepasados. Quizás esto sea consecuencia de la influencia de la cultura castellana, que ha llevado a la creencia en estas comunidades que para progresar hay que ser como los castellanos. Con ello, se va perdiendo parte de la identidad cultural, sin embargo, aún persiste el "*Tu'un Savi"* (el mixteco) como lengua materna y que nos permite sentirnos parte de la cultura.

Es en las comunidades *Ñuu Savi* ancladas en la parte alta del municipio de Ayutla de los Libres, donde se enfocó el presente estudio, particularmente en "El Piñal", "Coxcatlán Candelaria" y "Coxcatlán San Pedro". Las dos últimas, a sugerencia del supervisor de la zona escolar indígena 029 de nivel primaria, a quien se le solicitó el apoyo de dos centros de trabajo para llevar a cabo el presente estudio. Sin embargo, la población participante en la aplicación de cuestionarios fueron las dos primeras, mientras que para las entrevistas sólo la primera. Esto se explicará más adelante.

3.3 Diseño de los cuestionarios escritos.

Para el diseño de los cuestionarios escritos, que implicó el planteo de los problemas que nos permitieron observar las estrategias que los niños mixtecos utilizan en esa actividad, realizamos lo siguiente:

- Una revisión de los libros de textos de los grados 4°, 5° y 6°, como apoyo para plantear los PAF; así como del plan y programa de estudio para ubicar las estrategias que se declaran trabajar en el contexto escolar.
- Diseñamos y aplicamos un cuestionario a los docentes que laboran en las comunidades de *"Coxcatlán Candelaria"* y *"Coxcatlán San Pedro"*, con el fin de conocer mejor las actividades a las que se dedican los escolares en ellas, como apoyo para plantear los PAP.

De esta manera, uno de los instrumentos que se utilizó para la recolección de datos, es el cuestionario que permitió recoger evidencias escritas de las estrategias que son utilizadas por los niños *Tee Savi*, cuando resuelven los problemas que se les propone. Pero, también se hizo uso de entrevistas video-grabadas (que se discutirá más adelante), que nos brindaron más elementos de análisis del por qué emplean una u otra estrategia, y al ser video-grabada, ofreció más pautas para inferir lo que pasa con la población de estudio.

3.3.1 Cuestionarios: su papel en la investigación.

Un cuestionario es un instrumento de recolección de datos conformada por una serie de preguntas dirigidas a obtener información precisa en torno a un tópico específico (Quintana, 2006). En nuestro caso, está referido a nuestro tema de investigación, a saber, la resolución de problemas que permitirá obtener evidencias escritas de las estrategias utilizadas por los niños mixtecos en esta actividad.

Por el rol que juega el cuestionario en este trabajo, consideramos uno de respuestas abiertas¸ ya que este permite respuestas amplia y libres por los alumnos (Quintana, 2006). En este tipo de cuestionarios, en lugar de anticipar posibles alternativas de respuestas, el investigador simplemente provee un espacio suficiente para la redacción de cada respuesta. Nuestra elección obedece a que un cuestionario de respuestas abiertas, ofrece ventajas como:

- ✓ Son útiles cuando se tiene poca información acerca de la población que es objeto de estudio. Aunado a ello, el individuo está menos restringido para contestar las preguntas.
- ✓ Bajo ciertas circunstancias, las preguntas abiertas permiten comprender mejor la conducta de un grupo bajo estudio. La flexibilidad de este tipo de reactivo mostrará respuestas imprevistas que permitirán aumentar la comprensión acerca del tema de investigación.

Dado a las ventajas mencionadas, diseñamos cuestionarios de respuestas abiertas que contemplaron los PAF y los PAP, donde después de cada problema se ofreció espacio suficiente al estudiante para que los resolviera. Con ello, se dio libertad para que el niño muestre las distintas estrategias que emplea en esta actividad.

3.3.2 Algunas consideraciones en la elaboración de los cuestionarios.

Se diseñaron dos tipos de cuestionarios, uno por cada tipo de problemas (PAF y PAP), escritos en castellano que corresponde con la instrucción formal declarado por el Sistema Educativo Mexicano. En cada uno se contemplaron 5 problemas aritméticos, entre problemas de PN y SN, con el objetivo de abordar cada una de las cuatro operaciones básicas (+, -, ·, ÷) y uno donde se combine al menos dos de estas operaciones para.

Los problemas aritméticos formales se retomaron de los libros de textos oficiales y son descontextualizados a la vida del estudiante. Mientras que los *prácticos* se plantearon a partir del cuestionario aplicado a los docentes, que consideran la actividad económica propia de las comunidades *Ñuu Savi* y cuestiones relevantes del entorno a donde se llevó a cabo el estudio, es decir, sólo problemas contextualizados.

3.3.3 Revisión del plan, programa de estudios y libros de texto.

Se revisaron el plan y los programas de estudio de 4° (SEP, 2011a), 5° (SEP, 2011b) y 6° (SEP, 2011c) vigentes, así como los libros de texto de estos grados (Castillo *et al*, 2011; Hernández *et al*, 2011a; Hernández *et al*, 2011b). El plan de estudio declara que el trabajo de las matemáticas en la educación básica persigue como propósito, que niños y adolescentes: desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos; utilicen diferentes técnicas para hacer más eficientes los procedimientos de resolución; y muestren disposición hacia el estudio de la matemática, el trabajo autónomo y colaborativo (SEP, 2011a, 2011b, 2011c).

Por su parte, los programas de estudio señalan que la formación matemática en primaria debe ayudar a los individuos para enfrentar con éxito los problemas de la vida cotidiana así como los escolares. Para ello, sugiere que el docente utilice secuencias de situaciones problemáticas que ayuden a despertar el interés de los alumnos y los invite a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Sin embargo, esto resulta complicado para el docente cuya formación no esté acorde a las demandas establecidas en la Reforma Integral de Educación Básica (RIEB), es decir, el trabajo bajo el enfoque por *competencias*[1], llamadas en matemáticas *competencias matemáticas*. En primaria se busca desarrollar las siguientes competencias:

- ✓ ***Resolver problemas de manera autónoma.*** Implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas, utilizando diferentes procedimientos.
- ✓ ***Comunicar información matemática.*** Consiste en expresar, representar e interpretar información matemática contenida en una situación o en un fenómeno.
- ✓ ***Validar procedimientos y resultados.*** Dirigida a adquirir la confianza para explicar y justificar los procedimientos y soluciones encontradas, mediante argumentos a su alcance.
- ✓ ***Manejar técnicas eficientemente.*** Está referida al uso eficiente de procedimientos y las distintas formas de efectuar los cálculos. Apunta también al desarrollo del significado y uso de los números y de las operaciones, que se manifiesta en la capacidad de elegir adecuadamente la(s) operación(es) al resolver un problema; etc.

Para primaria, se plantea tres ejes de estudio y un cuarto punto denominado “actitud hacia el estudio de las matemáticas”. Los ejes declarados son: Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico (SNyPA); Forma, Espacio y Medida (FEyM); y Manejo de la Información (MI). Cada eje aborda ciertos temas, y dentro de éstos una secuencia de contenidos que normalmente va de menor a mayor grado de dificultad. El tema de problemas aritméticos se presenta más en el eje SNyPA, el cual junto con los demás, debe permitir a los escolares transitar del lenguaje cotidiano

[1] Una competencia es la capacidad de responder a diferentes situaciones, e implica un saber hacer (habilidades) con un saber (conocimiento), así como la valoración de las consecuencias de ese hacer (valores y actitudes) [SEP, 2011].

a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados; ampliar y profundizar los conocimientos de manera que se favorezca la comprensión y el uso eficiente de las herramientas matemáticas; así como avanzar desde el requerimiento de ayuda al resolver problemas hacia el trabajo autónomo (SEP, 2011a, 2011b, 2011c).

En el eje SNyPA se declaran tres temas, los cuales son los mismos para los tres grados, cuya diferencia estriba en un ligero aumento de dificultad en cuanto al contenido planteado dentro de cada tema. Estos son: (1.1) números y sistemas de numeración; (1.2) problemas aditivos; y (1.3) problemas multiplicativos (SEP, 2011a, 2011b, 2011c); donde cada uno de ellos tiene sus respectivos subtemas. Para cada grado, el programa de estudio considera la presentación de 5 bloques, con los cuales se busca favorecer las cuatro competencias ya descritas.

Tomando como referencia la clasificación de los *problemas aritméticos* dado por Echenique (2006), se concluye de la revisión del plan y programas de estudio lo siguiente:

- ✓ El tema de problemas aritméticos se ubica principalmente en el eje SNyPA; sin embargo, se dan indicios de que pudiera presentarse en otros ejes.
- ✓ Se asocian algunas palabras claves a la multiplicación, como: relación proporcional entre medidas, producto de medidas, combinatoria, área, etc.
- ✓ La principal estrategia que se ve favorecida en los tres grados es la de cálculo mental.
- ✓ Se explicita trabajar con los *problemas aritméticos* de los tres niveles en los tres grados, pero se prioriza el tratamiento de los de *tercer nivel*, los cuales no son considerados en nuestros cuestionarios.
- ✓ Es inexistente una secuenciación del tratamiento de los *problemas aritméticos*, es decir, no se aborda primero los de PN, después los de SN y por último a los de TN. El tratamiento es indistinto, sin considerar al menos claramente identificable, la complejidad de los problemas.

Revisión de los libros de textos.

Los libros de textos creados bajo los lineamientos de la RIEB, enfatizan en el trabajo y las actividades dirigidas a los alumnos para el desarrollo de las competencias básicas para la vida y el trabajo. De esos libros, se buscó ubicar los siguientes elementos:

Tabla 2.

Categorías consideradas en la revisión de libros de texto.

Campo de análisis	***Unidades de análisis***	***Propósito***
Revisión conceptual	Aprendizaje esperado	Identificar el tratamiento que se da en los libros de texto de los PA y las operaciones básicas; así como los significados y estrategias que se ven favorecidas en la presentación de éstos. Así mismo, se indaga acerca de las palabras claves asociadas a las operaciones en los distintos problemas que se proponen.
	Conocimientos previos demandados	
	Presentación del algoritmo de las operaciones básicas (numérica o pictóricamente)	
	Palabras claves asociadas a las operaciones básicas en los problemas	
	Ejemplos y problemas (Nivel y tipo de problemas: formales o prácticos)	
	Estrategia que se sugiere implícita o explícitamente en la resolución de los PA.	

De dicha revisión se concluye:

- ✓ El libro de 4° (Castillo *et al*, 2011) y 5° (Hernández *et al*, 2011a) grado se integran por 51 lecciones, mientras que el de 6° (Hernández *et al*, 2011b) sólo de 46. En los tres, estas lecciones se dividen en 5 bloques; cada uno plantea los aprendizajes esperados, enseguida el contenido y al término de cada bloque, destaca *integro lo que aprendo*, *evaluación* y la *autoevaluación*.
- ✓ En los tres grados, se observó que en las lecciones donde aparecen los *problemas aritméticos*, siempre se espera como conocimiento previo que el estudiante pueda realizar las operaciones básicas, y en algunos casos, que sea capaz de usar alguna estrategia en la resolución de problemas.
- ✓ Se prioriza el trabajo de la resolución de problemas, en detrimento del trabajo algorítmico de las operaciones básicas. Donde estos se donde se abordan, se presentan en forma numérica y en menor número de casos pictóricamente.
- ✓ Las palabras claves asociadas a las operaciones básicas son: para la ***suma*** (ganar, juntar), ***resta*** (descuento, diferencia, sobra, quedar, quitar), ***multiplicación*** (suma de productos, conteo, combinación, área, producto, porcentaje) y ***división*** (reparto, cociente, promedio, medida, razón).
- ✓ Las estrategias que se ven favorecidas implícita y explícitamente son: cálculo mental, apoyo en el diseño de un dibujo, palabras claves, conteo directo de un modelo dado o previa modelación, seleccionar la operación cuyo significado se aprecia en el texto, etc.

- ✓ Predominan más los *problemas aritméticos formales*, sin embargo, también se abordan algunas situaciones que se podrían considerar como *prácticas*. No obstante, para asegurarse de ésta última cuestión es necesario conocer las vivencias de los estudiantes donde son usados estos libros.
- ✓ Considerando la cantidad de cada tipo de problema planteado en los libros de texto, se obtiene la siguiente lista, de mayor a menor número de situaciones presentadas: (1) TN; (2) PN: reparto equitativo; (3) SN: Mixtos; (4) PN: Producto cartesiano; (5) PN: Combinación; (6) SN: Puros; (7) PN: Cambio y Comparación; (8) PN: Factor N y (9) PN: Igualación. Esto es considerando la clasificación de PA dada por Echenique (2006).

Considerando estos resultados, en los cuestionarios que diseñamos incluimos aquellos *problemas aritméticos* que son más frecuentes como: los de reparto equitativo, de SN mixtos, producto cartesiano, entre otros. Esto porque creemos que los alumnos están más acostumbrados a ellos, ya que son los que abordan en su salón de clases con mayor regularidad.

3.3.4 Cuestionario para los profesores: principales observaciones.

Por su parte, el cuestionario dirigido a los docentes, indagó cuestiones referentes al contexto de las comunidades *Ñuu Savi*, así como el rol que juegan los estudiantes tanto en la escuela como en la comunidad. Con esos datos, planteamos los PAP, que consideran estos aspectos. El cuestionario se puede visualizar en el *anexo 1*, y está dividido en tres apartados que son:

I. *Datos personales y profesionales*: En este se indaga acerca de algunos datos personales del profesor así como su formación profesional.

II. *Información sobre su actividad profesional*: Aquí se investiga acerca de conocimientos generales del profesor respecto de los programas de estudio, las competencias en matemáticas, las operaciones básicas y sobre la resolución de *problemas aritméticos*.

III. *Sobre la comunidad donde se ubica el centro de trabajo*: En este apartado se cuestiona sobre aspectos generales de la comunidad donde trabaja el docente, que es donde podremos obtener información acerca de las actividades propias de la misma, así como los roles que juega el estudiante en ellas.

La aplicación del cuestionario se hizo en dos escuelas, aunque en una de ellas se incluyó también a un profesor de primer grado. Para ello, se hicieron las gestiones pertinentes para obtener el permiso de los directivos, así como para dar a conocer el objetivo del trabajo y hacerles de su conocimiento del cuestionario para los profesores. Después de ello, uno de los directivos ofreció unas horas para llevar a cabo la aplicación en un día hábil en su centro de trabajo, mientras que el otro argumentó tener mucho trabajo, pero invitó a que se le dejara el cuestionario y lo aplicaría a su personal, haciendo llegar el cuestionario al autor días después.

En el primer caso, la aplicación fue en la comunidad de "*Coxcatlan Candelaria*"; participaron 4 profesores, los 3 que imparten los grados 4° (P1), 5° (P2) y 6° (P3) y el director (P4), quien funge también como profesor de primer grado. De esta aplicación, se obtuvo la siguiente información:

I. Datos personales y profesionales.

Todos los profesores son egresados de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) a excepción de un profesor que sigue siendo estudiante de la misma institución. Sólo P3 y P4 hablan el *Tu'un Savi* (el mixteco).

II. Información sobre su actividad profesional.

Las horas dedicadas a Matemáticas por cada profesor varían. En correspondencia con su formación, sólo dos imparten sus clases en mixteco combinándolo con el castellano, los otros dos lo hacen completamente en castellano. Por los grados que atienden, P1 dice enfatizar más el trabajo con la división, P3 declara trabajar las cuatro operaciones básicas, P2 dice priorizar más el tratamiento de la división y multiplicación, y P4 sólo aborda la suma y la resta. Como recursos de explicación, P1 y P2 recurren al uso de materiales físicos (como piedritas, frijoles, semillas, etc.) para dar las explicaciones referentes al cálculo de las operaciones básicas.

Las *palabras claves* asociadas a las operaciones básicas por los profesores son:

<table>
<tr><th>Profesor/ Operación</th><th>Suma</th><th>Resta</th><th>Multiplicación</th><th>División</th></tr>
<tr><td>P1</td><td>Contar</td><td>Quitar</td><td>-</td><td rowspan="4">Reparto</td></tr>
<tr><td>P2</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td>P3</td><td>-</td><td>Quitar</td><td>Tablas de multiplicar</td></tr>
<tr><td>P4</td><td>Agregar</td><td>Quitar, Disminuir</td><td>Reproducir</td></tr>
</table>

Sin embargo, sólo dos de ellos declaran importante considerar los significados de las operaciones básicas, tanto como objeto de estudio como medio para abordar los *problemas aritméticos*. Todos ellos manifiestan trabajar los PA en el aula, tanto de PN como de SN. Dicen reconocer la importancia de los *problemas aritméticos prácticos* y que sí los trabajan con sus alumnos. Sólo P2 dice retomar los PA de los libros de texto y guías didácticas, quien evidencia ser muy rígido en seguir un plan de clases, programa de estudio e incluso guías didácticas. El resto de los profesores declaran plantear los problemas (es decir, lo diseñan ellos mismos).

III. Sobre la comunidad donde se ubica el centro de trabajo.

La comunidad de *Coxcatlán Candelaria* se ubica aproximadamente a 12 km de la cabecera municipal. Cuenta con los servicios de electrificación, medio de transporte, escuelas y centro de salud. Sus habitantes adultos dominan muy poco el castellano y los niños de 4° se encuentran en la misma situación, a diferencia de los de 5° y 6°, que de acuerdo a sus profesores dominan en un grado aceptable el castellano. Las actividades económicas propias de la comunidad son: venta de productos como el maíz, frijol, arroz, calabaza, mamey, plátanos, cacao, etc. Además, casi todos los habitantes son campesinos.

Los niños y niñas de esta comunidad, acostumbran juegos que aprendieron en la escuela como el basquetbol y el futbol. En el hogar desempeñan roles muy diferentes, mientras los niños cuidan a los ganados en el campo, ayudan en la siembra de productos entre otras labores que realizan los jefes de familia, las niñas se quedan a cargo de las actividades del hogar con la madre, realizando quehaceres y cuidando de los hermanitos más pequeños, o incluso acompañan a la madre a dejar comida al campo donde trabajan los hombres de la familia.

Por otra parte, de la aplicación del cuestionario en la segunda escuela, ubicada en la comunidad de *"Coxcatlán San Pedro"* participaron dos profesores: P1 es profesor de 3° y 4° grado, y P2 de 5° y 6° grado. Los resultados que derivan de esta aplicación son:

I. Datos personales y profesionales.

P1 es egresado de la UPN y habla el *Tu'un Savi*, mientras que P2 es Licenciado en Derecho y habla el castellano. Por la formación de cada profesor, el primero imparte las clases en castellano y mixteco, mientras que el otro sólo lo hace en castellano.

II. Información sobre su actividad profesional.

El tiempo que dedican cada uno de estos profesores a la clase de Matemáticas, es en promedio 6 horas a la semana. Ambos declaran trabajar las cuatro operaciones básicas, recurriendo a materiales físicos y didácticos como recurso de explicación. Las palabras claves que asocian a las operaciones básicas son:

<table>
<tr><th>Profesor/ Operación</th><th>Suma</th><th>Resta</th><th>Multiplicación</th><th>División</th></tr>
<tr><td>P1</td><td>Juntar</td><td rowspan="2">Quitar</td><td rowspan="2">Aumentar</td><td rowspan="2">Reparto</td></tr>
<tr><td>P2</td><td>Conteo</td></tr>
</table>

Tanto P1 como P2, declaran reconocer la importancia de los significados de las operaciones básicas como objeto de estudio y como medio para abordar los *problemas aritméticos*. De la misma forma, revelan abordar los PA de *primer* y de *segundo nivel,* aunque por las respuestas de P2 da la impresión de priorizar el tratamiento algorítmico de las cuatro operaciones básicas. Al parecer, enfatizan el tratamiento de los *problemas aritméticos formales*, que retoman de los libros de texto, guías complementarias o del libro para el profesor.

III. Sobre la comunidad donde se ubica el centro de trabajo.

La comunidad de *Coxcatlán San Pedro* se ubica aproximadamente a 16 km de la cabecera municipal. Cuenta con los servicios de electrificación, medio de transporte y escuelas. Tanto sus habitantes adultos como los niños dominan muy poco el castellano, aproximadamente en un 15% y 25% respectivamente, según los profesores de la comunidad. La actividad económica de la comunidad, gira en torno a la venta de productos como: el maíz, frijol, plátanos, mamey, guanábanos, aguacates, piloncillos, calabaza, jamaica, etc. Todos son campesinos y se dedican a la agricultura y al comercio de productos de temporada.

Los niños acostumbran juegos como: basquetbol, futbol, matatena, papalotes, entre otros, que son enseñados por sus profesores. Mientras que las niñas juegan a la *comidita,* a la escondida, a la mamá, etc. En el hogar, juegan roles similares a los niños de la comunidad de Coxcatlán Candelaria. Algo que se puede incorporar es que en algunos casos, las niñas también participan en las labores del campo.

3.3.5 Selección de los PAF y planteo de los PAP.

Después de la revisión de los libros de texto y la aplicación de los cuestionarios a los docentes, nos dimos a la tarea de seleccionar los PAF y retomando la clasificación dada por Echenique (2006) planteamos los PAP. Se diseñaron dos tipos de cuestionarios, con 5 problemas de cada tipo (formales y prácticos), abarcando PA de PN y de SN. En general, se plantearon 18 problemas aritméticos en total, distribuidos en 3 cuestionarios de cada tipo: 8 formales y 10 prácticos.

Los 8 *problemas aritméticos formales* se distribuyeron en 3 cuestionarios de 5 problemas cada uno, entre los cuales se encontraban problemas de: repartos equitativos o de grupos iguales, comparación, combinación, de factor N, producto cartesiano y SN mixto (*Ver anexo 2*). Por ejemplo:

> En una nevería se venden los siguientes sabores: fresa, vainilla, limón y chocolate. Encuentra todas las formas diferentes de servir un helado de dos sabores.

Este problema es formal de PN tipo producto cartesiano y permitió observar varias estrategias en su resolución, puesto que la situación lo favorece. Se consideró, porque en los libros de texto es uno de los que más se abordan.

Por otra parte, los 10 *problemas aritméticos prácticos* también se distribuyeron en 3 cuestionarios de 5 problemas cada uno. Entre estos problemas, planteamos los de: comparación, igualación, factor N, reparto equitativo o grupos iguales, combinación y de segundo nivel mixto (*Anexo 2*). Por ejemplo:

> Don Juan tiene 122 chivos. Don Pedro tiene 43. ¿Cuántos chivos más debe tener don Pedro para tener los mismos que don Juan?

En este PA práctico de PN tipo igualación, interviene la comparación entre ganados de dos señores, involucrando además sólo nombres que son comunes en las comunidades donde se piensa aplicar los cuestionarios. El hecho de involucrar ganados en esta pregunta, reside en que varias familias se dedican a la cría de estos, por lo que creemos que los niños pudieran estar familiarizados con estas situaciones.

Capítulo 4

Validación, rediseño y aplicación de los instrumentos.

Una vez planteados los PAF y los PAP plasmados en un cuestionario de respuestas abiertas, se validaron con el fin de que existieran valores entendidos, es decir, que todos los alumnos entendieran lo mismo de estos. Que con las observaciones de esta actividad, se reestructuraron para así tener la versión final de estos, listos para su aplicación final.

En este capítulo, también se da cuenta de algunas estrategias que se observaron en la validación de los cuestionarios. Por otra parte, se mencionan algunos aspectos que se consideraron para la entrevista, así como la forma en que se realizó esta con *los casos de estudio.*

4.1 Validación de los cuestionarios.

La validación de los cuestionarios se realizó en la escuela primaria "10 de Octubre del 83", ubicada en la comunidad de "El Piñal", municipio de Ayutla de los Libres. Esta elección se hizo, debido a la disposición que existió en ella. Esta escuela funciona en la modalidad multigrado, atendida por un solo profesor que funge como docente de primero a sexto grado. En esta actividad, participaron 4 niños de cuarto, 4 de quinto y 5 de sexto, que eran la totalidad de estudiantes de estos grados. El tiempo destinado fue libre, según la habilidad de cada estudiante.

Los criterios que se tomaron en cuenta para la validación de los cuestionarios, son:

- Que existiera valores entendidos, es decir, que el lenguaje manejado en el cuestionario fuera entendible para todos los participantes en el estudio.
- Que los datos numéricos permitieran un buen trabajo operatorio por parte de los niños.
- Indagar acerca de las posibles complicaciones que pudieran ocasionar las situaciones planteadas, para su posible replanteo antes de su aplicación final.
- Con la utilización de más de un problema por operación, se buscó observar el desempeño por problema, para así discriminar aquellos que resulten confusos para los estudiantes.
- Finalmente, visualizar algunas estrategias previas que emergen en la población de estudio.

4.1.1 Observaciones en la validación de los cuestionarios.

La aplicación de la primera versión de los cuestionarios se hizo en horas de clases, es decir, mientras el profesor encargado atendía los grados primero a tercero, se llevó a cabo la actividad con los alumnos participantes. Un primer obstáculo que se observó en la mayoría de estos, fue la incomprensión del texto, ya que solicitaban la traducción de las indicaciones dadas en los cuestionarios al *Tu'un Savi*. Se tradujo cada problema, con lo cual los niños trataron de comprender cada uno para así poner en marcha un plan de solución. La traducción permite superar el problema de la lectura en otros niños que declaran no saber hacerlo (los de cuarto), y otros que si bien lo pueden hacer, tienen dificultades para entender a su lengua lo escrito en los cuestionarios.

Respecto a las dificultades inherentes al cálculo, en algunos casos, los alumnos lo superan haciendo uso de la calculadora o bien de las tablas de multiplicar, o en su defecto, realizando el cálculo mental en casos sencillos. También se observó en los niños que al resolver cada situación, posiblemente por la práctica de su profesor, inmediatamente querían verificar si sus resultados eran correctos.

Los PA que resultaron más complicados para los alumnos, fueron los de comparación, de igualación, de factor N, de producto cartesiano que son de PN y los de SN. Por ejemplo, del primer tipo de problema se puede citar el siguiente: *Doña María y doña Petra llevan a vender plátanos a la Ciudad de Ayutla. Doña María lleva 57 plátanos, 36 menos que doña Petra. ¿Cuántos plátanos lleva doña Petra?* Este resultó ser el más confuso tanto para la traducción como para la resolución del mismo por parte de los niños, particularmente por la expresión *menos que*, esto orilló en algunos casos que los estudiantes usaran la suma sin realizar un análisis más exhaustivo de la situación planteada.

Sin embargo, en otros problemas, en la mayoría de los casos los niños seleccionan la operación congruente con el texto, es decir, una vez analizado el problema, identifican la operación a utilizar y en consecuencia realizan el procedimiento necesario. No obstante, si después de la traducción no eran capaces de entender la situación, proceden a operar de manera irreflexiva con los datos que ofrece el problema. Esta práctica, puede estar permeada por la creencia de que en la clase de Matemáticas sólo se efectúan cálculos algorítmicos, realizando de esta manera, la operación que más se les facilita.

En general, en la validación emergieron las siguientes ***estrategias irreflexivas***:

- **Implanta un algoritmo:** Dado que el estudiante no comprende la situación que se le plantea y tampoco tiene en cuenta los datos del problema, establece un algoritmo cualquiera, pero los datos que considera nada tienen que ver con la situación. Por ejemplo, un alumno de cuarto grado, realizó lo siguiente (*Fig. 2*):

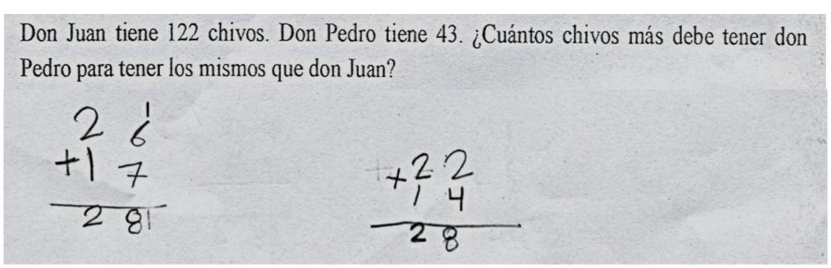


Fig. 2. Resolución de un problema aritmético práctico.

En la *figura 2,* se puede observar que el estudiante para este PA práctico, sin considerar los datos del problema implantó algoritmos que resolvió a su manera.

- **Opera con los datos dados en el problema:** Consiste en que el estudiante retoma los datos que ofrece el problema y realiza una operación con éstos, pero esta no es apropiada al texto. Por ejemplo (*Fig. 3*):

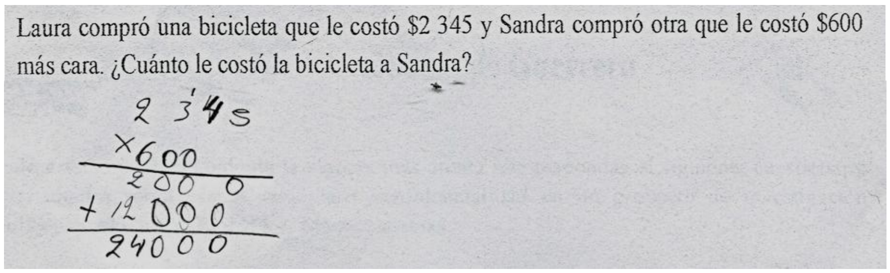


Fig. 3. Resolución de un problema aritmético formal.

En el caso anterior, se aprecia como este estudiante que es de quinto grado, opera con los datos dados en el texto de la situación, sin previo análisis de la misma, puesto que utiliza una operación distinta a la necesaria para resolver el problema.

- **Selecciona la operación a efectuar a partir de una *palabra clave*:** Se caracteriza por asociar las operaciones básicas a determinadas palabras claves, es decir, el niño las identifica en el problema y realiza la operación que estas sugieren. Por ejemplo (*Fig. 4*):

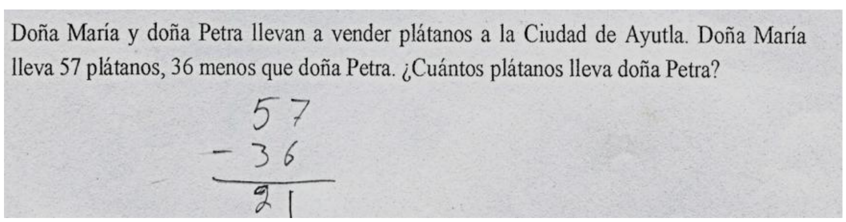


Fig. 4. Resolución de un problema aritmético práctico.

Se observa que este problema amerita el uso de una suma; sin embargo, este estudiante de sexto grado realizó una resta, acción que estuvo sujeta a la palabra clave *menos que*.

Por su parte, las ***estrategias reflexivas*** que afloraron son:

- **Selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto:** Consiste en analizar la situación reflejada en el problema mediante el análisis del texto, con lo cual selecciona la operación correspondiente para resolverlo. Por ejemplo (*Fig. 5*):

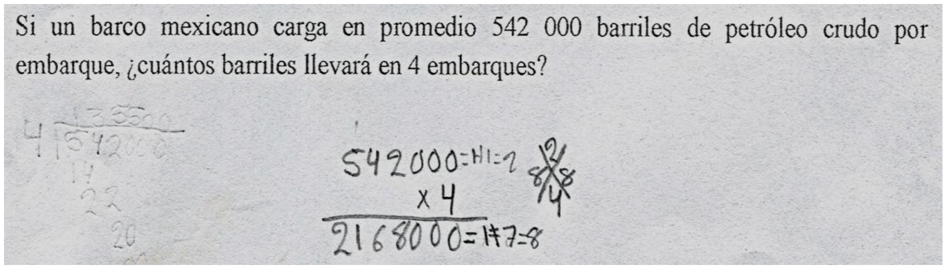


Fig. 5. Resolución de un problema aritmético formal.

Para este PA formal, un estudiante de quinto grado analiza el problema e identifica la necesidad de usar la multiplicación, la cual realiza sin complicación y para asegurarse de su resultado, procede a comprobar su solución.

- **Resuelve de manera parcial el problema:** Esta estrategia emerge en los problemas de SN Mixtos, es decir, donde se requiere del uso de más de una operación básica. En estos, el estudiante sólo considera una parte del problema y realiza las acciones necesarias con base en los datos que retoma; sin embargo, no considera en su totalidad el problema, posiblemente por la dificultad que implica el análisis de una situación de esta naturaleza. Observemos (*Fig. 6)*:

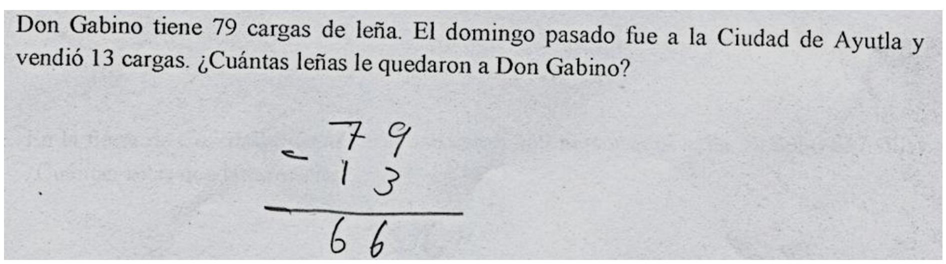


Fig. 6. Resolución de un problema aritmético práctico.

El estudiante en este caso le faltó completar el análisis de la situación, puesto que se le pregunta por la cantidad de leñas que le sobran a *Don Gabino*, y el alumno sólo encuentra la cantidad de *cargas de leñas* que sobran. De esta manera, hizo falta efectuar una multiplicación de 66 por 20 para hallar la solución del problema, puesto que 20 leñas representan una carga.

- **Lista los casos posibles:** Esta estrategia se presentó en problemas de combinatoria donde era necesario realizar sencillas combinaciones. Consiste, como su nombre lo indica, en listar las posibles asociaciones entre dos elementos, según sea el planteamiento de la situación. Por ejemplo (*Fig. 7*):

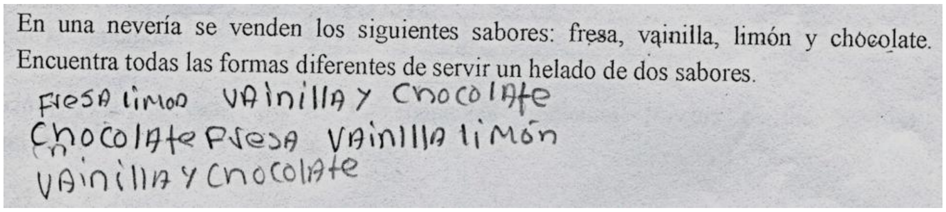

En una nevería se venden los siguientes sabores: fresa, vainilla, limón y chocolate.
Encuentra todas las formas diferentes de servir un helado de dos sabores.
Fresa limon Vainilla y Chocolate
Chocolate Fresa Vainilla limón
Vainilla y chocolate

Fig. 7. Resolución de un problema aritmético formal.

Donde se observa que el estudiante, que era de quinto grado, ofrece una lista de las posibles combinaciones de helados que pensó y que a su ver le resuelve el problema.

En los resultados anteriores, emergió la estrategia de: *selecciona la operación a efectuar a partir de una palabra clave*, que se correspondió con una estrategia irreflexiva, porque la selección de la operación básica para la resolución del problema, estuvo supeditado por ellas y no propiamente por el análisis del texto de la situación. En otro caso, es posible considerarla como reflexiva, en la medida que el estudiante sea capaz de realizar el análisis de la situación planteada y junto a ello, identifique la operación que debe efectuar para resolver el problema. Respecto al desempeño de los niños en ambos tipos de problemas, cabe citar el caso de A5, alumno de quinto grado, que en los PAF priorizó la selección de la operación congruente con el texto; pero sin responder directamente al cuestionamiento dado en el problema, mientras que en los PAP, en al menos tres casos respondió el cuestionamiento que se le hacía.

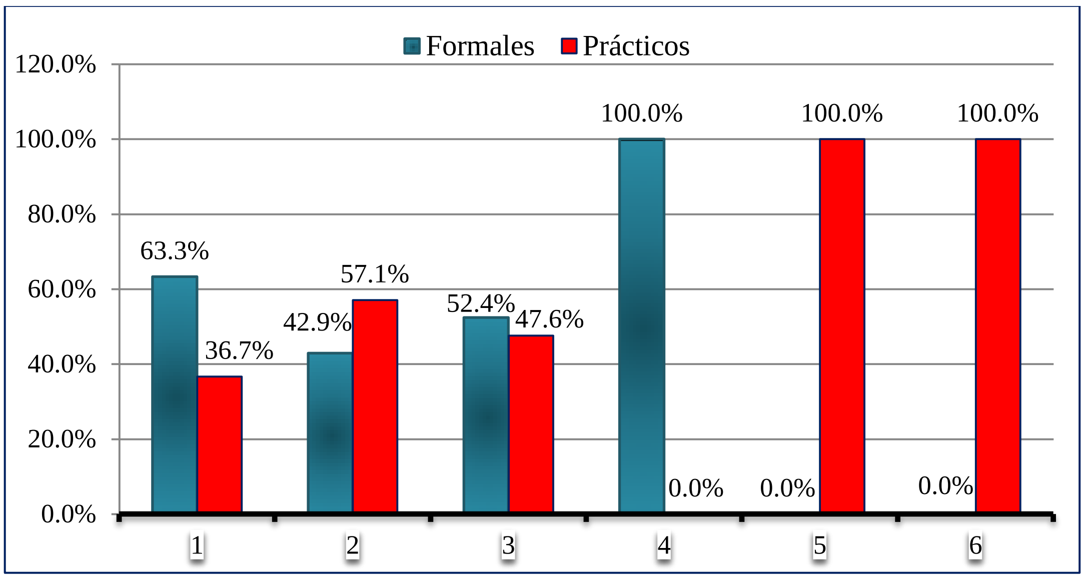
Finalmente, resumiendo la frecuencia con que emergieron las estrategias reflexivas e irreflexivas en la validación de los cuestionarios, obtenemos la siguiente tabla (3) que ilustra con mayor detalle estos resultados:

Tabla 3. Estrategias encontradas en la validación del cuestionario.

N/P	**Estrategia**	**Frecuencia**				
		General	**PAF**	**%**	**PAP**	**%**
1	Selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto.	49	31	63.3%	18	36.7%
2	Opera con los datos dados en el problema.	42	18	42.9%	24	57.1%
3	Implanta un algoritmo.	21	11	52.4%	10	47.6%
4	Lista los casos posibles.	3	3	100%		
5	Selecciona la operación a efectuar a partir de una palabra clave.	8			8	100%
6	Resuelve de manera parcial el problema.	5			5	100%

De esta tabla, se observa que la estrategia que más emerge es la de *selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto*, y la menos frecuente es la de *resuelve de manera parcial el problema*. Curiosamente la primera de ellas, emerge más en los *problemas aritméticos formales* y la última en los *prácticos*. Sin embargo, para visualizar mejor estos datos realizamos el siguiente gráfico (1):

Gráfico 1. Estrategias encontradas en la validación de cuestionarios preliminares.



Nota: Los números del 1 al 6 corresponden a las estrategias ubicadas en la tabla 3.

Se observa que en los PAF se presentan ligeramente con más frecuencia las estrategias reflexivas que en los PAP, mientras que las irreflexivas se presenta casi al doble en los PAP respecto de los PAF. Estos resultados posiblemente se deban a que en los PAP se plantearon problemas de mayor complejidad, como los de igualación y de factor N (que son de PN), mientras que los PAF fueron problemas más sencillos y son los que han resuelto los estudiantes en sus clases de Matemáticas. Estos resultados, junto con las reflexiones que obtuvimos de esta actividad, nos dieron la pauta para rediseñar los cuestionarios finales.

4.2 Rediseño de los cuestionarios.

Con los resultados que se obtuvieron de la validación se rediseñaron los cuestionarios. De esta forma, se quitaron los problemas que resultaron complejos tanto para la traducción como para el análisis que debía realizar el estudiante. En los cuestionarios finales, se cuidó que tanto los PAF como los PAP fueran del mismo nivel de dificultad, a excepción de los problemas de producto cartesiano que sólo se manejaron en los *problemas aritméticos formales*, para así poder establecer una comparación en los resultados finales, porque se cree que la no consideración de esta variable arrojó los resultados antes mostrados en el gráfico 1.

Finalmente, se conservaron problemas de PN como: de reparto equitativo, comparación, combinación, producto cartesiano y, también los de SN mixto, pero se quitaron los de PN: de igualación y factor N. Por ejemplo, de los *problemas aritméticos formales* citamos el siguiente:

> En una fábrica donde se elaboran chocolates de manera artesanal empaquetan la producción del día en bolsas con 8 chocolates cada una. Si el día de hoy se formaron 15 bolsas y faltaron 3 chocolates para completar otra bolsa, ¿cuál fue la producción total de chocolates?

Este problema de SN mixto, se conservó porque permite que los estudiantes muestren el uso de varias estrategias, desde nuestra perspectiva, estas pueden ser: las de seleccionar la operación cuyo significado es apropiado al texto, el cálculo mental o la resolución parcial del problema. De igual manera, se conservó el siguiente *problema aritmético práctico*:

> Don Pedro recoge leña para moler sus cañas y hacer piloncillos. El ha logrado reunir 34 cargas de leñas. Si cada carga tiene 20 leñas. ¿Cuántas leñas ha logrado reunir en total?

Este problema, en la primera versión se presentó en tres formas distintas, siendo la anterior la que causó menos dificultades para hacer uso de alguna estrategia. Por esta razón también se conservó.

En los cuestionarios finales, se distribuyeron 15 *problemas aritméticos formales* y 15 *prácticos* en tres cuestionarios diferentes por cada tipo de problemas (*ver anexo 3*). También se incorporó un apartado de *respuesta* donde se le daba espacio al estudiante para ver si con esto, era posible que volviera al contexto del problema, es decir, si así respondía en función de los objetos que se le preguntaba en el planteamiento de la situación.

4.2.1 Consideraciones para la entrevista.

La entrevista fue una etapa importante del estudio, porque brindó mayor información acerca de las acciones que llevan a cabo los niños para resolver los PA y permitió que estos manifestaran con mayor familiaridad sus estrategias personales. Se llevó a cabo en su lengua materna, lo cual brindó más elementos de análisis sobre la posible influencia que juega la lengua mixteca en cuanto a las estrategias que estos niños utilizan al resolver las situaciones que se les propusieron.

Sin embargo, para la entrevista se plantearon algunas preguntas iniciales como apoyo al momento de iniciar esta parte de la investigación, donde se buscó indagar acerca del *por qué* el estudiante responde como lo hace. Estas preguntas son:

- ✓ ¿Qué entiendes del problema en tus propias palabras?
- ✓ ¿Qué datos te ofrece?
- ✓ ¿Qué es lo que se te pregunta?
- ✓ ¿Qué pudieras hacer para encontrar la respuesta?
- ✓ ¿Por qué esa operación? (si es que indica una operación)
- ✓ ¿Podrías emplear alguna otra operación?
- ✓ ¿Qué operación resulta más apropiada usar? (Si es que puede emplear más de una)
- ✓ ¿Podrías efectuar el mismo cálculo mentalmente? ¿Cómo lo harías?

Estas preguntas sirvieron de apoyo, puesto que la entrevista siguió el curso según la información que fue proporcionando el alumno, como se discutirá en el siguiente capítulo. Por lo que se puede argumentar que la entrevista dependió en gran medida de la apertura de los niños para responder a los cuestionamientos del entrevistador.

4.3 Aplicación de los cuestionarios finales y realización de las entrevistas.

Para la aplicación final del cuestionario, se optó por tomar como participantes a los mismos niños de la escuela “10 de Octubre del 83”, ya que la cantidad de estudiantes de cada grado facilitaba más el *estudio de casos*, además permitiría observar si existe evolución respecto de la primera aplicación. Aunado a ello, en esta escuela existió mucha apertura para la realización del proyecto de tesis. Sin embargo, para reafirmar los resultados finales que se obtuvieran con esta población, también se aplicaron los mismos cuestionarios a los alumnos de la escuela primaria “Dr. Alfonso Cazo”, de la comunidad de Coxcatlán Candelaria, municipio de Ayutla de los Libres, Guerrero, donde también existió disposición.

La aplicación del cuestionario final en la escuela “10 de Octubre del 83” se realizó en dos días hábiles, solicitando para ello un espacio para esta actividad. Asimismo, se cuidó que se realizara por separado, es decir, por grados. La forma de aplicación, se resume en la siguiente tabla (4):

Tabla 4.

Forma de aplicación de cuestionarios en la escuela “10 de Octubre del 83”.

Grado	**De problemas → A problemas** Día 1 → Día 2	**Modo de aplicación**	**Participantes**
Cuarto	PAP→PAF	Verbal-Escrito	4
Quinto	PAF→PAP	Escrito	4
Sexto	PAF→PAP	Escrito	5

En cada día de aplicación, los niños resolvieron un tipo de problema. Para cuarto grado, la aplicación en el primer día se hizo de manera verbal y sólo se les proporcionaron hojas para que realizaran lo que creyeran conveniente. Sin embargo, al segundo día se hizo de manera escrita, pero no se observó una diferencia significativa que permitiera asegurar que la versión en que se presentaron los problemas afectara el uso de alguna estrategia por parte de los alumnos. Mientras que en los otros grados, la versión que se manejó sólo fue la escrita.

Inmediatamente después de la aplicación, se entrevistó a los niños acerca de lo que respondieron en los cuestionarios; sin embargo, en el primer día se observó que de manera individual los estudiantes no respondían prácticamente nada. Por tanto, en el segundo día se optó por realizar la entrevista de manera grupal. De este modo, se dio la oportunidad para que todos participaran porque se le daba la palabra a cada niño buscando el aporte de cada uno.

Una vez terminada las actividades con estos *casos de estudio*, con el objetivo de verificar si las estrategias que afloraron se debían a la modalidad del grupo, dado que es multigrado, se aplicaron los mismos problemas a los alumnos de la escuela “Dr. Alfonso Cazo”. En esta segunda aplicación, para cuarto grado se dio una breve reestructuración de los cuestionarios, a saber, en un mismo cuestionario se consideraron tanto PAF como PAP (*ver anexo 4*) para observar si existía diferencia en cuanto a la resolución dada por los niños de esta escuela, comparado con los resultados de la primera escuela: “10 de Octubre del 83”.

Así, en la escuela "Dr. Alfonso Cazo" aunque los niños resolvieron los mismos cuestionarios que en la primera, éstos se enfrentaron a dos tipos de problemas el mismo día (los de cuarto). La aplicación en ella se detalla enseguida (*Tabla 5*):

Tabla 5.

Forma de aplicación de cuestionarios en la escuela "Dr. Alfonso Cazo".

Grado	**De problemas → A problemas** Día 1→ Día 2	**Modo de aplicación**	**Participantes**
Cuarto	PAFyPAP→PAPyPAF	Escrito	15
Quinto	PAF→PAP	Escrito	24
Sexto	PAP→PAF	Escrito	18

La importancia de esta segunda aplicación, radica en que los profesores declararon en su cuestionario plantear a sus estudiantes *problemas aritméticos prácticos*. De esta manera, se pensó que se podría encontrar una diferencia significativa respecto a los resultados observados en la primera escuela. Sin embargo, después del análisis de resultados dicha diferencia no se observó y el desempeño fue similar en ambas escuelas.

Capítulo 5

Análisis de resultados, entrevistas y conclusiones.

Este último capítulo de la investigación, está dedicado a discutir los resultados que se observaron en la revisión de las producciones escritas y verbales de los alumnos.

Primeramente, se discuten los resultados encontrados en los cuestionarios y posteriormente los referentes a la entrevista, para finalizar con algunas apreciaciones del autor respecto de la influencia de la lengua en el uso de las estrategias por los alumnos. En la parte final del capítulo, se concluye con base al análisis realizado previamente, asimismo, se plantean algunas recomendaciones a los profesores en servicio.

5.1 Estrategias encontradas en la resolución de problemas.

La pregunta de investigación de la que partimos es: *¿Cuáles son las estrategias que utilizan los niños Tee Savi (mixtecos) de primaria en la resolución de problemas aritméticos formales y prácticos?* y como objetivo nos planteamos: *caracterizar esas estrategias.* Para ello, llevamos la aplicación final de los cuestionarios en las escuelas “10 de Octubre del 83” y “Dr. Alfonso Cazo”, mientras que las entrevistas sólo se realizaron en la primera de ellas, en dos días hábiles consecutivos, respectivamente.

Una vez analizadas las evidencias escritas recabadas en los cuestionarios, se identifican distintas acciones emprendidas por los alumnos para resolver los problemas que se les propusieron. En esta actividad, se constató que estas acciones estuvieron supeditadas por los conocimientos que disponían los estudiantes, así como de su experiencia, entre otros factores, que serán descritos más adelante.

Las estrategias se observaron en la medida que se hicieron visibles las acciones emprendidas por los estudiantes para la resolución de los problemas, y se buscó profundizar más de ello en la entrevista. El análisis se hizo pregunta por pregunta por cada *caso estudiado.* Sin embargo, para sintetizar estos resultados mostramos primeramente las estrategias que fueron comunes en los tres grados, después ubicamos aquellas que sólo se presentaron en dos grados o en uno, y para finalizar, presentamos una tabla que permite observar la frecuencia con que emergieron las estrategias detectadas con su respectivo gráfico, para un mejor análisis de estas.

En general, en las producciones escritas de los alumnos, es decir, en los cuestionarios, observamos que emergen tanto estrategias reflexivas como irreflexivas en todos los grados, donde algunas de ellas son personales. Asimismo, fue evidente que en algunos problemas usaron más de una estrategia, ello siempre que se les tradujera a su lengua materna la situación descrita en el texto de los mismos.

Las estrategias reflexivas que se pudieron ubicar en los tres grados o dicho de otra manera, que son comunes en estos, son las siguientes:

5.1.1 Selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto.

La estrategia consiste en que una vez que el estudiante analiza la situación reflejada en el problema, es capaz de identificar qué operación requiere para resolverla. De esta manera, la selección de la operación básica está supeditada por el análisis realizado al texto del problema. Cabe decir, que esta es una de las estrategias que aflora tanto en ambos tipos de problemas (PAF y PAP). Sin embargo, pese a que la estrategia es reflexiva, por los conocimientos de que dispone el estudiante, su experiencia e incluso por el contexto social, los niveles a que llega el empleo de ella puede variar. En los tres grados, se observaron dos casos:

a) El estudiante identifica la operación básica requerida por el texto, con lo cual es capaz de resolver satisfactoriamente el problema; o

b) Selecciona la operación que resuelve el problema, pero probablemente por los conocimientos de que dispone, presenta dificultades en el proceso de resolución.

Del caso ***a***, en **cuarto grado** tenemos los siguientes ejemplos (*Fig. 8* y *9*):

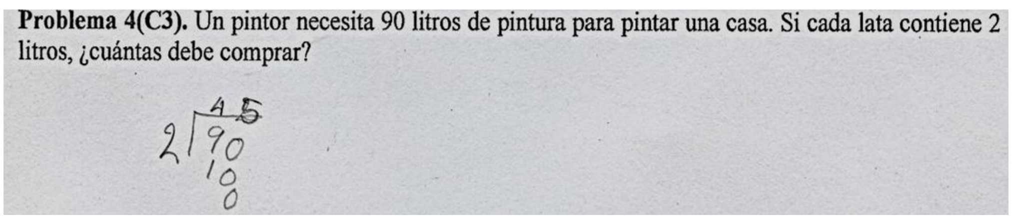

Problema 4(C3). Un pintor necesita 90 litros de pintura para pintar una casa. Si cada lata contiene 2 litros, ¿cuántas debe comprar?

Fig. 8. Resolución de un problema aritmético forma.

En el caso anterior, las acciones realizadas por el estudiante, son:

- ✓ Después de que se le traduce el problema a su lengua materna (*Tu'un Savi*), selecciona la operación que a su ver le permite resolverlo, en este caso, una división;
- ✓ Enseguida, opera identificando los datos que requiere para ello y;
- ✓ Finalmente, aunque no responde directamente la pregunta planteada, cuando se le pregunta: ¿qué representa ese 45? sabe distinguir que es la cantidad de latas de pintura que se debe comprar.

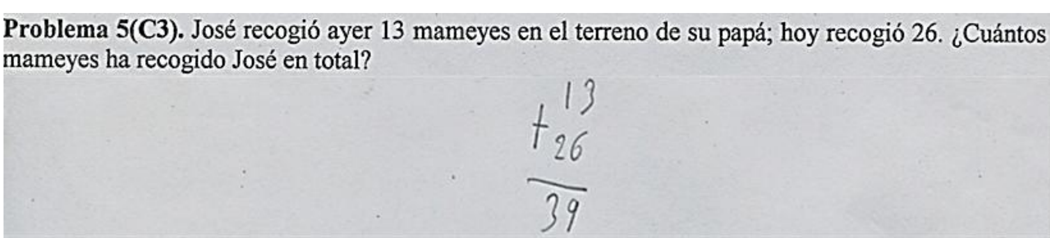

Problema 5(C3). José recogió ayer 13 mameyes en el terreno de su papá; hoy recogió 26. ¿Cuántos mameyes ha recogido José en total?

Fig. 9. Resolución de un problema aritmético práctico.

Donde se observa (*Fig. 9*) que el estudiante realiza acciones similares a las anteriores, a excepción de la operación que efectúa, en este caso una suma. De igual manera, omite responder de manera directa la pregunta planteada en el problema, pero reconoce que la respuesta es *39 mameyes*, lo cual se constata al preguntarle *qué* indica el 39 que obtiene como resultado.

Del caso ***b***, para este mismo grado tenemos los siguientes ejemplos:

1. De los PAF, mostramos el que sigue (*Fig. 10*):

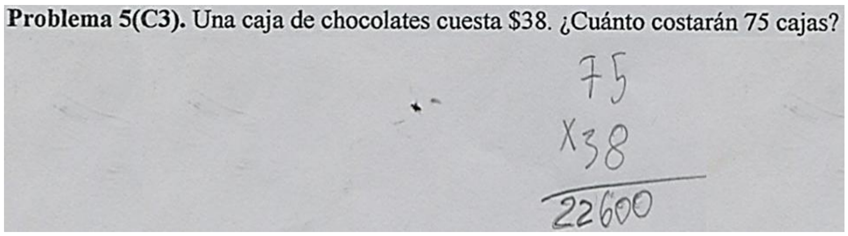


Fig. 10. Uso de la estrategia "selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto".

El niño pese a seleccionar la multiplicación para resolver el problema, es poco hábil para efectuar esta operación. Donde se aprecia que: el 600 corresponde al producto de 8 por 75 y 22 al producto de 3 por 7, que dicho sea de paso, es erróneo. Finalmente, se observa el uso inadecuado del sistema decimal, al colocar el resultado de la multiplicación que efectúa.

2. Un caso similar se visualiza en el siguiente problema aritmético práctico (*Fig. 11*):

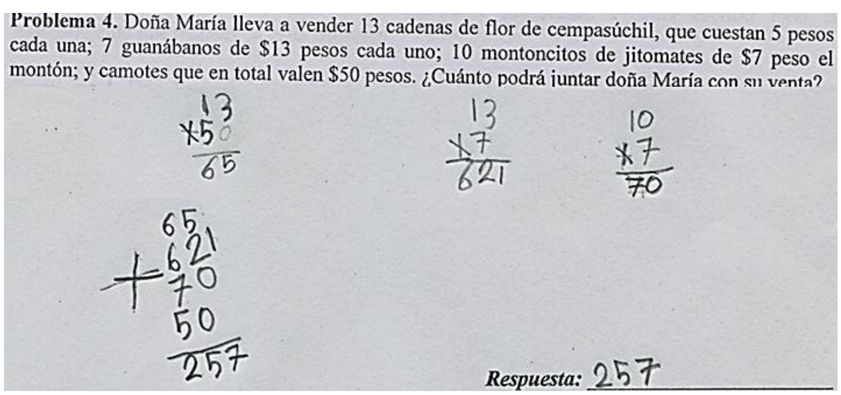
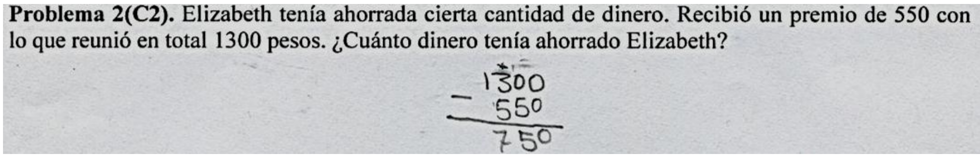


Fig. 11. Resolución de problema aritmético práctico de SN Mixto.

En el caso anterior, el niño reconoce que debe emplear multiplicaciones y suma, puesto que después de traducirle la situación al *Tu'un Savi*, dice: "debo ocupar *por* y *suma*". Haciendo referencia así a las operaciones anteriores. Sin embargo, comete un error de cálculo en el producto de 7 por 13. También se observa un desorden al colocar los sumandos.

De **quinto grado**, mostramos los siguientes ejemplos (*Fig. 12* y *13*) que corresponden al caso ***a***.

1. El primero es referente a un problema aritmético formal.


Problema 2(C2). Elizabeth tenía ahorrada cierta cantidad de dinero. Recibió un premio de 550 con lo que reunió en total 1300 pesos. ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Elizabeth?

$$\begin{array}{r} 1300 \\ -\ 550 \\ \hline 750 \end{array}$$

Fig. 12. Resolución correcta de un problema aritmético de PN.

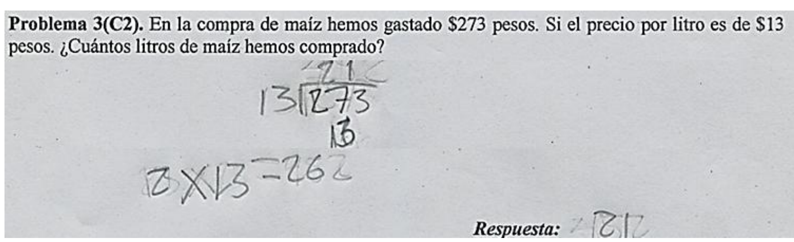
Después de traducir el problema a la lengua materna del estudiante, éste selecciona la operación que requiere para resolver la situación y en consecuencia, opera con los datos que ubica. Si bien, no responde de manera directa a la pregunta planteada, reconoce la respuesta, lo cual se deduce del siguiente extracto:

Investigador: Bueno, entonces ¿cuánto dinero tenía ahorrado Elizabeth?

Alumno: 750 pesos.

Es posible que esto se deba a la práctica desarrollada en el aula de clases, donde el profesor poco cuida que el estudiante responda en función del contexto del problema.

2. El ejemplo que sigue, corresponde a un problema de tipo *práctico*.


Problema 3(C2). En la compra de maíz hemos gastado \$273 pesos. Si el precio por litro es de \$13 pesos. ¿Cuántos litros de maíz hemos comprado?

21

13 | 273

13

13 X 13 = 262

Respuesta: 21

Fig. 12. Resolución correcta de un problema aritmético de PN.

Se aprecia que el estudiante, además de ejecutar adecuadamente su procedimiento algorítmico, comprueba una parte de este. Así, selecciona la operación congruente con el texto del problema.

De **sexto grado**, a manera de ejemplo mostramos acciones que corresponden sólo al caso ***a***. Estos son:

1. El siguiente es un problema aritmético de SN mixto (*Fig. 13*):

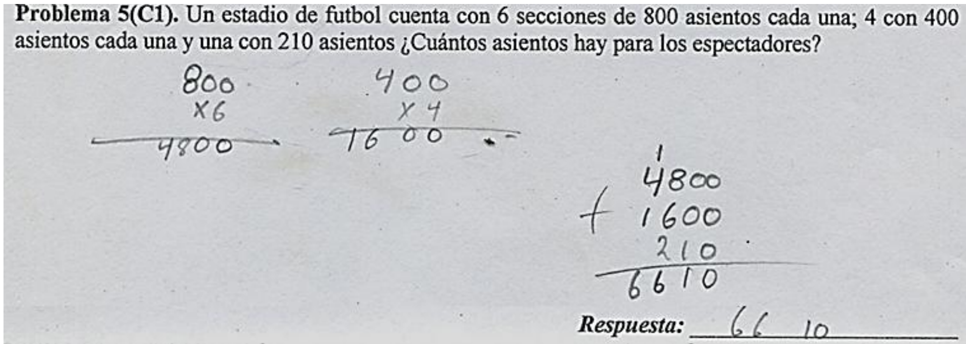


Fig. 13. Resolución de un problema aritmético formal de SN.

De donde se infiere que el estudiante debió realizar un análisis de la situación para seleccionar las operaciones a realizar, así como para ubicar los datos para ello, con los cuales opera y resuelve el problema. El alumno llega a la solución, pero similar a otros casos, omite responder la pregunta planteada en la situación, la cual versa sobre la cantidad total de asientos disponibles para los espectadores en el estadio.

2. El siguiente problema es de tipo práctico (*Fig. 14*):

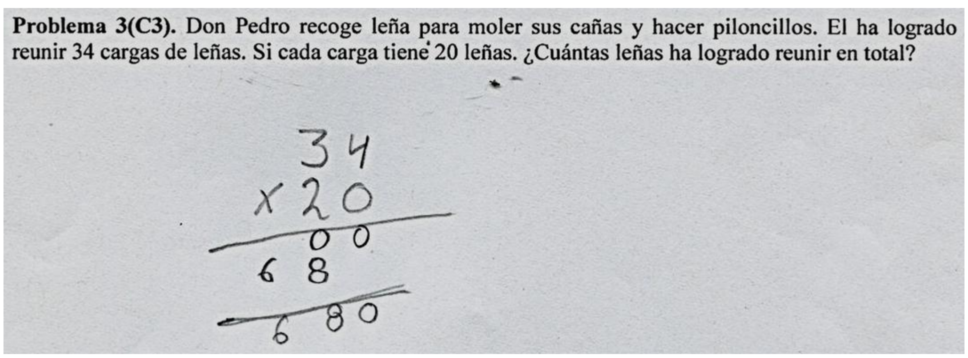


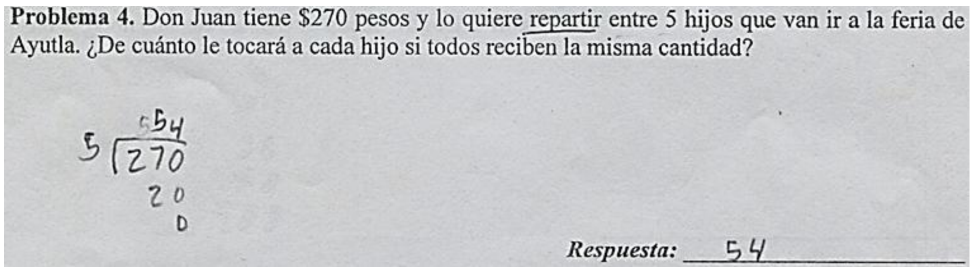
Fig. 14. Resolución de un problema de primer nivel práctico.

Notemos que si el niño no hubiese realizado un análisis de la situación, pudo guiarse por la palabra clave "*reunir*" y en consecuencia efectuar una suma. Sin embargo, elije adecuadamente la operación, así como los datos con los cuales opera para arribar a la solución.

5.1.2 Selecciona la operación a efectuar a partir de una palabra clave *ad hoc*.

Ocupar una *palabra clave* identificada en un problema como apoyo para seleccionar la operación a utilizar en la resolución, es un medio eficaz si está acompañado de un análisis previo o un obstáculo si se toma como referente sólo a ella. De esta manera, desde nuestra perspectiva la estrategia que contemple a las *palabras claves* puede ser tanto reflexiva como irreflexiva. A la reflexiva le hemos denominado *selecciona la operación a efectuar a partir de una palabra clave ad hoc*. Esta consiste en que la selección de la operación a utilizar, obedece además de la palabra clave al análisis de la situación. Por tanto, si se sustituyera esta por otra que no esté asociada directamente a una operación básica, el alumno sigue haciendo la misma selección que sugiere al principio.

En **cuarto grado**, ubicamos la estrategia sólo en los PAP (*Fig. 15*). Observemos:


Problema 4. Don Juan tiene $270 pesos y lo quiere repartir entre 5 hijos que van ir a la feria de Ayutla. ¿De cuánto le tocará a cada hijo si todos reciben la misma cantidad?

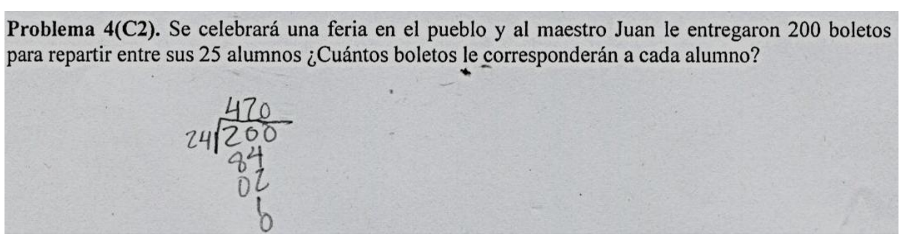
54
5 | 270
20
0

Respuesta: 54

Fig. 15. Ejemplo donde se usa la estrategia en un problema aritmético práctico.

La palabra clave *ad hoc* que permite además del análisis de la situación, sugerir el uso de la división es *repartir*. Esto fue recurrente en varios estudiantes, quienes asocian esta palabra a la división, y por tanto, eligen dicha operación en problemas que la contienen.

En **quinto grado**, podemos visualizar esta estrategia en el siguiente ejemplo (*Fig. 16*):

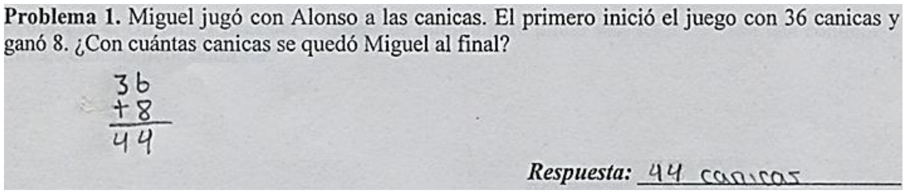

Problema 4(C2). Se celebrará una feria en el pueblo y al maestro Juan le entregaron 200 boletos para repartir entre sus 25 alumnos ¿Cuántos boletos le corresponderán a cada alumno?

470
24 | 200
84
02
0

Fig. 16. Resolución de un problema aritmético práctico de PN.

Donde, pese a que el estudiante identifica la operación que debe usar, a partir de la palabra clave *ad hoc* "repartir" y el análisis de este PA práctico, presenta dificultades para efectuar el cálculo que sugiere, limitado principalmente por los conocimientos de que dispone.

Finalmente, en **sexto grado** esta estrategia emerge en distintos problemas. Por ejemplo, en el siguiente que es de tipo formal (*Fig. 17*):


Problema 1. Miguel jugó con Alonso a las canicas. El primero inició el juego con 36 canicas y ganó 8. ¿Con cuántas canicas se quedó Miguel al final?

36
+8
44

Respuesta: 44 canicas

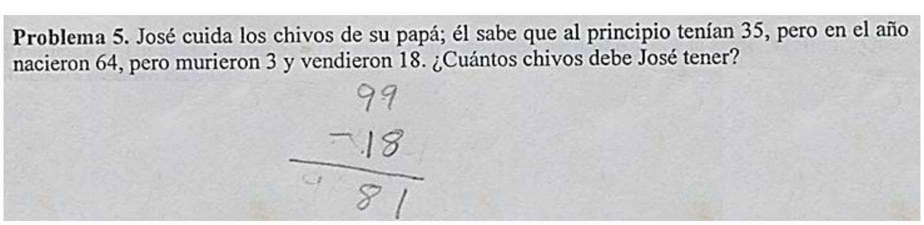
Fig. 17. Uso de la estrategia en un PA de primer nivel.

En esta situación implícitamente aparece la palabra clave "ganar", puesto que al traducir al *Tu'un Savi* (mixteco) la palabra "quedó", se tiene: *ni'i kietava'ara* (ganó) ó *do'o da'ara* (se le quedó), aunque preferentemente la primera, que resulta más claro para el estudiante. De esta manera, el análisis del texto junto a esta palabra clave *ad hoc,* el estudiante logra seleccionar la operación a utilizar apropiadamente y enseguida opera. Notemos que, este alumno responde a la cuestión planteada en el problema, es decir, hace explicito la cantidad de canicas que gana Miguel.

5.1.3 Resuelve de manera parcial el problema.

Este proceder se presenta sólo en los PA de SN mixtos donde se requiere del uso de más de una operación básica para su resolución, lo cual pasa desapercibido en su totalidad por el estudiante. En lugar de ello, considera alguna(s) parte(s) del problema, de donde selecciona las operaciones a efectuar, resolviendo la situación de manera parcial. Una de las posibles causas de que aflore este proceder, es la poca práctica de abordar este tipo de problemas en el aula de clases, pese a que se demanda en el plan y programa de estudio (SEP, 2011a, 2011b, 2011c).

Consideramos *la resolución de manera parcial de un problema* como una estrategia, porque para ello el alumno desarrolla un conjunto de acciones intencionales en la resolución, aunque limitado por sus conocimientos no logra obtener la solución. Es reflexiva, porque se realiza un análisis de la situación para seleccionar adecuadamente las operaciones a utilizar, pero a la luz de varias exigencias dadas, ello provoca que sólo consideren algunas. Por ejemplo, en **cuarto grado**, sólo se observó en los PAP (*Fig. 18*):


Problema 5. José cuida los chivos de su papá; él sabe que al principio tenían 35, pero en el año nacieron 64, pero murieron 3 y vendieron 18. ¿Cuántos chivos debe José tener?

99
−18
81

Fig. 18. Resolución parcial de un problema de SN mixto acompañado de un cálculo mental.

En la *Fig. 18*, se observa que el niño considera *casi* todos los datos que ofrece el problema; sin embargo, omite la parte "*murieron 3*". De esta manera, pese a que reconoce que debe utilizar la suma y la resta para el problema en general, no considera la parte antes descrita. Así, este estudiante resuelve parcialmente el problema que se le plantea y ofrece como respuesta "81" que obtiene del cálculo que efectúa.

A diferencia del grado anterior, en **quinto grado** la estrategia igual emerge en los PAF que en los PAP (*Fig. 19*), siempre que éstos sean de SN.

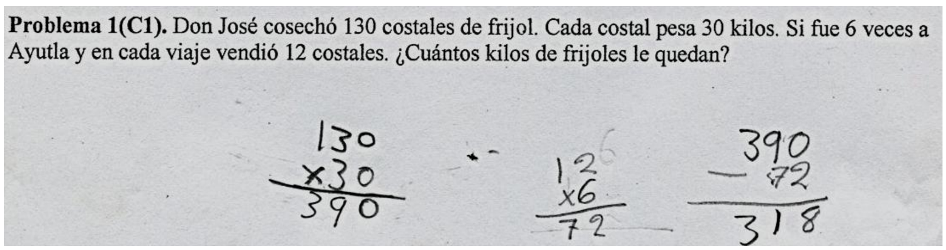

Problema 1(C1). Don José cosechó 130 costales de frijol. Cada costal pesa 30 kilos. Si fue 6 veces a Ayutla y en cada viaje vendió 12 costales. ¿Cuántos kilos de frijoles le quedan?

Fig. 19. Resolución parcial de un problema aritmético práctico de SN Mixto.

Donde se observa que el estudiante identifica que debe efectuar multiplicaciones y resta(s), pero al parecer no logra considerar todas las exigencias del problema, pues retoma sólo parte de estas. En los cálculos desarrollados por el niño, es claro que los dos primeros son correctos, mientras que el último lo sería si hubiese multiplicado primeramente 30 por 72, que sería el sustraendo.

En **sexto grado**, se logró observar la estrategia tanto en los PAF como en los PAP, pero a manera de ejemplo, retomamos uno de tipo formal (*Fig. 20*):

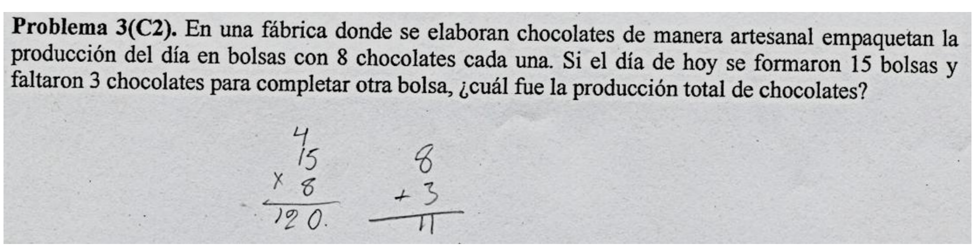

Problema 3(C2). En una fábrica donde se elaboran chocolates de manera artesanal empaquetan la producción del día en bolsas con 8 chocolates cada una. Si el día de hoy se formaron 15 bolsas y faltaron 3 chocolates para completar otra bolsa, ¿cuál fue la producción total de chocolates?

Fig. 20. Resolución parcial de un PA formal de segundo nivel.

Las acciones desarrolladas por el estudiante al parecer obedecen a un análisis poco profundo de la situación, puesto que de los cálculos que efectúa, se infiere que faltó comprender las exigencias dadas en la parte final del problema. Por otra parte, aunque reconoce que debe efectuar una multiplicación y una suma, le faltó reconocer que también debe realizar una resta. Cabe decir que este estudiante finalmente sumó: $120 + 11$ que ofrece como solución del problema.

Después de abordar las estrategias reflexivas observadas en las evidencias escritas de los alumnos de los tres grados, también se ubicaron **estrategias irreflexivas**, con la diferencia de que todas estas se visualizan en los tres grados. A saber, son las siguientes:

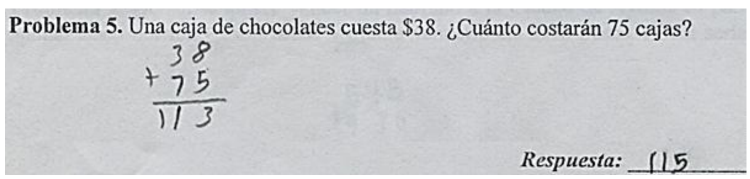
5.1.4 Opera con los datos dados en el problema.

La estrategia consiste en que el alumno opera de manera irreflexiva con los datos dados en el problema, es decir, omite realizar el análisis del mismo para identificar la operación a utilizar para la resolución. En la población de estudio se observaron dos formas de proceder, a saber:

a) El estudiante opera con los datos tal cual están dados en el problema; o
b) Forma nuevos números ocupando los datos dados en el problema, ya sea descomponiendo estos o agregando otros, y opera con los nuevos números.

En **cuarto grado**, se observó el uso de la estrategia en los siguientes ejemplos:

1. Del caso ***a***, retomamos lo desarrollado por un estudiante en un problema formal (*Fig. 21*):


Problema 5. Una caja de chocolates cuesta $38. ¿Cuánto costarán 75 cajas?

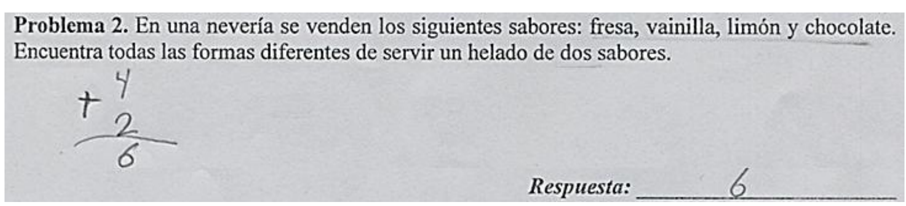
$$\begin{array}{r} 38 \\ +\ 75 \\ \hline 113 \end{array}$$

Respuesta: 115

Fig. 21. Resolución de un PA formal de primer nivel.

Donde se observa que sólo toma los datos tal cual están dados en el problema, estableciendo un algoritmo con estos, que resuelve y cuyo resultado ofrece como la solución del problema.

2. Para el caso ***b***, retomamos los siguientes ejemplos (*Fig. 22* y *23*):

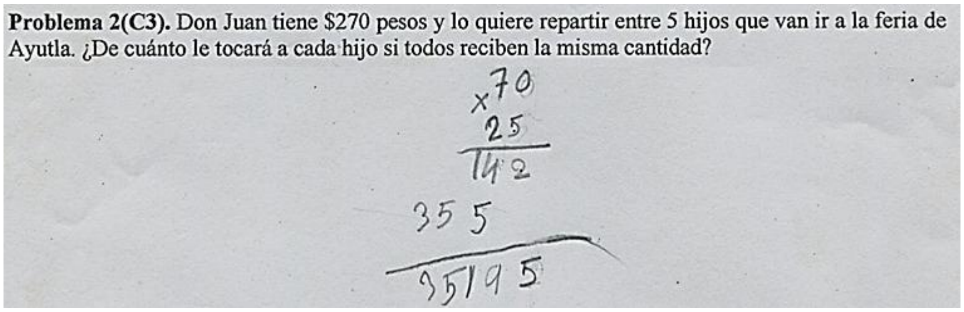

Problema 2. En una nevería se venden los siguientes sabores: fresa, vainilla, limón y chocolate. Encuentra todas las formas diferentes de servir un helado de dos sabores.

$$\begin{array}{r} 4 \\ +\ 2 \\ \hline 6 \end{array}$$

Respuesta: 6

Fig. 22. Resolución de un problema aritmético formal de PN.

En esta situación, el niño retoma el 4 que representa los sabores de helados disponibles y el 2 que alude a la combinación que se debe establecer entre dos de estos; con los que opera para obtener 6 como resultado. Si nos ceñimos sólo a la respuesta, se podría aceptar como correcta puesto esas son todas las formas de servir un helado de dos sabores, pero al considerar las acciones desarrolladas por el estudiante, nos damos cuenta que su proceder es irreflexivo.


Problema 2(C3). Don Juan tiene $270 pesos y lo quiere repartir entre 5 hijos que van ir a la feria de Ayutla. ¿De cuánto le tocará a cada hijo si todos reciben la misma cantidad?

×70
25
142
355
35195

Fig. 23. Se opera con los datos de un PA práctico de primer nivel.

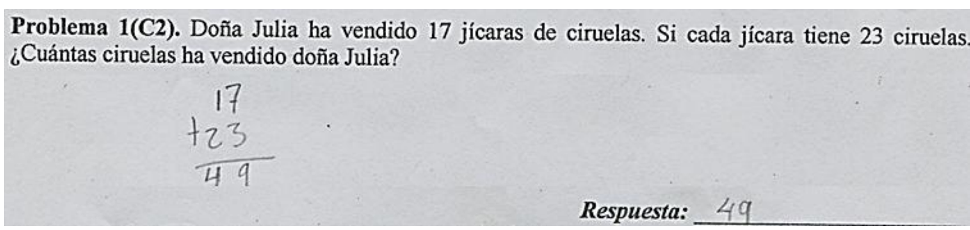
En la *Fig. 23,* observamos que el estudiante:

- ✓ Descompone el 270 "quitando" literalmente el 2 y quedándose sólo con 70;
- ✓ El 2 se lo "agrega" al 5, formando el 25. Finalmente, opera con estos números: 70 y 25.

Este proceder, posiblemente se encuentre en la limitación del niño al trabajar con números de más de dos cifras, como en el caso anterior, lo cual conlleva a que opere de manera irreflexiva.

En **quinto grado**, esta estrategia también se identificó en los dos tipos de problemas (PAF y PAP); sin embargo, a modo de ejemplo, mostraremos un ejemplo de cada caso (*Fig. 24* y *25*).

1. Para el caso ***a***, tenemos el siguiente ejemplo:


Problema 1(C2). Doña Julia ha vendido 17 jícaras de ciruelas. Si cada jícara tiene 23 ciruelas. ¿Cuántas ciruelas ha vendido doña Julia?

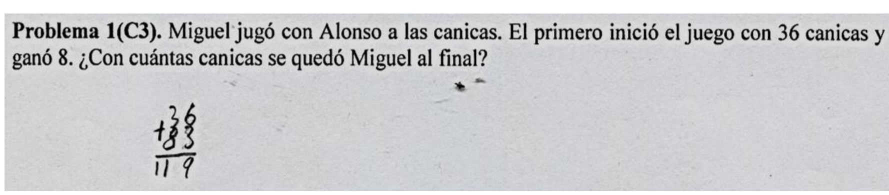
17
+23
49

Respuesta: 49

Fig. 24. Se opera con los datos del PA práctico de PN sin descomponer los números.

Donde se observa que el estudiante opera con los datos tal cual están dados en el problema.

2. Para el caso ***b***, consideramos el siguiente ejemplo correspondiente a un problema formal:


Problema 1(C3). Miguel jugó con Alonso a las canicas. El primero inició el juego con 36 canicas y ganó 8. ¿Con cuántas canicas se quedó Miguel al final?

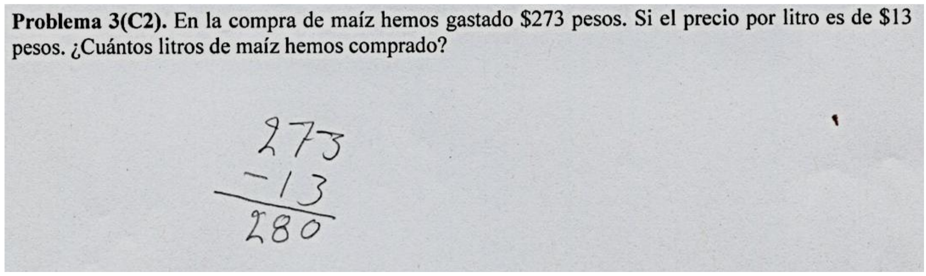
36
+83
119

Fig. 25. Se opera descomponiendo los números dados en el PA formal de primer nivel.

En la *Fig. 25,* se aprecia que el niño agrega literalmente el "3" al segundo sumando para formar el 83. Ello posiblemente, porque representa para él una dificultad sumar números sin la misma cantidad de dígitos, puesto que la operación que plantea la resuelve correctamente.

Finalmente, en **sexto grado** ubicamos los siguientes ejemplos que corresponden el primero a un problema aritmético práctico y el segundo a uno formal (*Fig. 26* y *27*):

1. Del caso ***a***, tenemos el siguiente:



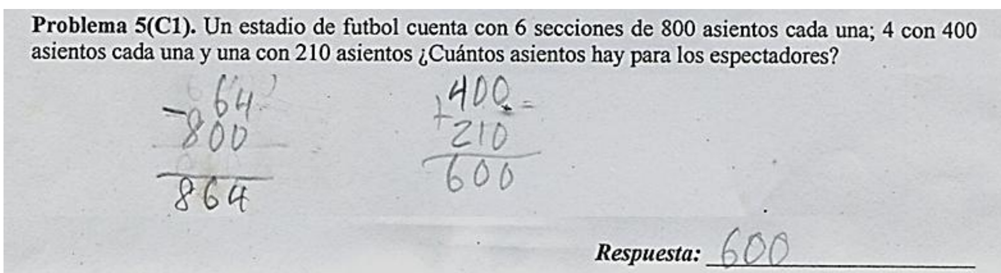
Problema 3(C2). En la compra de maíz hemos gastado $273 pesos. Si el precio por litro es de $13 pesos. ¿Cuántos litros de maíz hemos comprado?

273
-13
280

Fig. 26. Se opera con los datos tal cual están dados en el problema.

Se observa (*Fig. 26*) que el niño opera con los datos numéricos dados en el PA de primer nivel. Al parecer, esto obedece a la falta de un análisis de la situación descrita que demandaba el uso de una división.

2. Para el caso ***b***, tenemos el siguiente ejemplo:



Problema 5(C1). Un estadio de futbol cuenta con 6 secciones de 800 asientos cada una; 4 con 400 asientos cada una y una con 210 asientos ¿Cuántos asientos hay para los espectadores?

-64
800
864

+400
210
600

Respuesta: 600

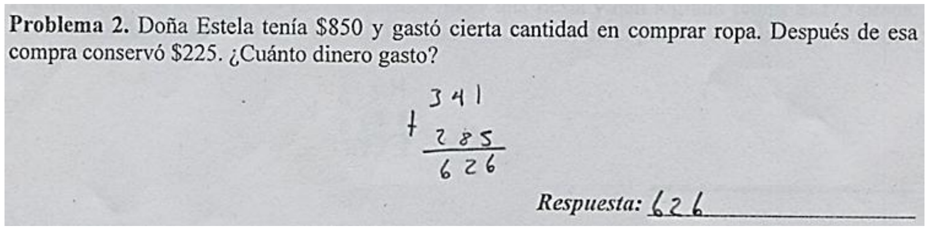
Fig. 27. Resolución de un PA formal de segundo nivel.

Donde el niño forma el 64 (*Fig. 27*) con los datos numéricos dados en el problema y opera con éste y 800 que también retoma de la situación planteada. No obstante, pese a que indica una resta donde el sustraendo es menor al minuendo, finalmente efectúa una suma. Por separado, el niño realiza otra suma, cuyo resultado ofrece como respuesta.

5.1.5 Contesta sin realizar operaciones o implanta un algoritmo.

Esta estrategia se presenta cuando el estudiante al no realizar un análisis de la situación que se le propone, o por su falta de experiencia en esta actividad, contesta sin hacer operaciones. Esto también se puede deber a que el estudiante "*cree*" que como son problemas matemáticos y en matemáticas se efectúan cálculos algorítmicos, implanta uno con el cual opera, pero los datos que contempla nada tienen que ver con el problema.

En **cuarto grado**, observamos acciones correspondientes a esta estrategia (*Fig. 28*):


Problema 2. Doña Estela tenía $850 y gastó cierta cantidad en comprar ropa. Después de esa compra conservó $225. ¿Cuánto dinero gasto?

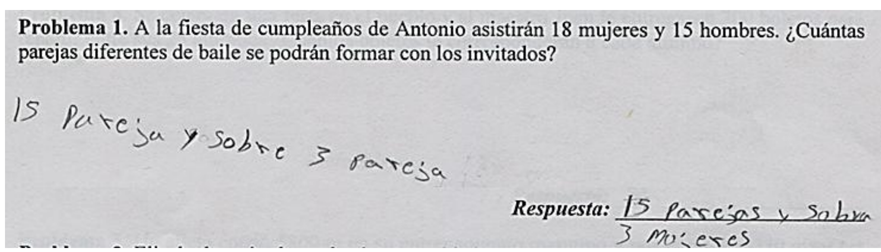
$$\begin{array}{r} 341 \\ +\ 285 \\ \hline 626 \end{array}$$

Respuesta: 626

Fig. 28. Se implanta algoritmo para la resolución de un PA formal de primer nivel.

En la *Fig. 28,* se observa que el alumno *implanta un algoritmo,* cuyos datos nada tienen que ver con los dados en el problema. Este proceder del niño puede surgir por varias razones, entre ellas la incomprensión de un texto dado en castellano o bien, por la dificultad que implica resolver un problema cuando no se les facilita el algoritmo.

Cabe decir, que la estrategia en su versión de *contestar sin realizar operaciones*, puede emerger también porque desde la lógica del estudiante el problema no requiere de un cálculo para hallar la solución. Esto viene colación por el siguiente ejemplo (*Fig. 29*) referente a un problema formal, que se logró ubicar en **quinto grado**:


Problema 1. A la fiesta de cumpleaños de Antonio asistirán 18 mujeres y 15 hombres. ¿Cuántas parejas diferentes de baile se podrán formar con los invitados?

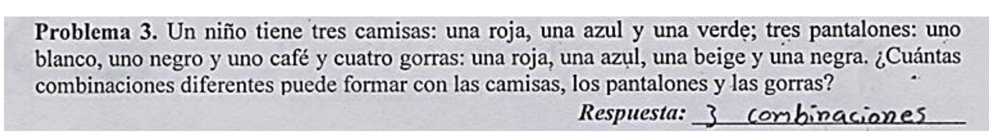
15 Pareja y sobre 3 pareja

Respuesta: 15 parejas y sobra 3 mujeres

Fig. 29. Se contesta sin realizar operaciones en un PA formal de primer nivel.

En dicha situación, se ofrecen como datos la existencia de 15 hombres y 18 mujeres con los cuales se deberán encontrar la cantidad de parejas que se pueden formar. En la lógica del niño para el baile se pueden formar 15 parejas y sobrarían 3 mujeres, ya que toma como referente la cantidad de hombres y considera que éstos sólo tienen una posibilidad de elegir a su respectiva pareja. En esta respuesta, la idea que subyace es que en un baile sólo se pueden formar parejas únicas, sin considerar que existen varias combinaciones que se pueden establecer.

De **sexto grado**, retomamos el siguiente ejemplo (*Fig. 30*) que corresponde a un PA formal:


Problema 3. Un niño tiene tres camisas: una roja, una azul y una verde; tres pantalones: uno blanco, uno negro y uno café y cuatro gorras: una roja, una azul, una beige y una negra. ¿Cuántas combinaciones diferentes puede formar con las camisas, los pantalones y las gorras?

Respuesta: 3 combinaciones

Fig. 30. Un alumno contesta sin realizar operaciones.

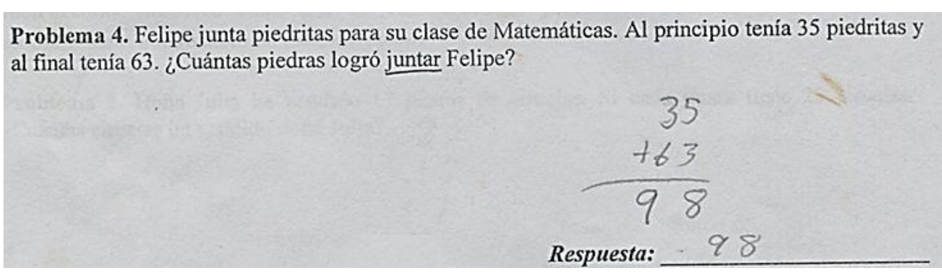
Donde el alumno sin realizar más acciones, ofrece una respuesta que a su ver responde el planteamiento que se le hace (*Fig. 30*). Es posible que en este problema, emerja la estrategia de *contestar sin realizar operaciones* porque al niño le resulta complicado comprender la situación, si es que no es parte de su práctica cotidiana. Esto viene a colación, porque normalmente en la vida difícilmente se establecen combinaciones de ropa para vestirse, al menos en el contexto mixteco, donde permea la idea de que basta vestirse sin importar si la ropa está combinada o no.

La aparición de esta estrategia irreflexiva que emerge en todos los grados, nos sugiere buscar alternativas para desarrollar en los estudiantes la habilidad de utilizar estrategias reflexivas en la resolución de los problemas, o bien, buscar la manera para que ellos mismos desarrollen sus propias estrategias. Cabe decir que los alumnos que usan esta estrategia irreflexiva, suelen efectuar más las operaciones de suma y resta respecto de las demás, posiblemente porque están más familiarizados con estas.

5.1.6 Selecciona la operación a efectuar a partir de una *palabra clave*.

Esta estrategia es otra versión de las palabras claves; sin embargo, a diferencia de la primera, en este caso la única justificación de utilizar una operación básica reside en identificar la *palabra clave* en el texto del problema y en consecuencia ejecutar el cálculo que ella sugiere. Es irreflexiva, porque el hecho de guiarse sólo por ella para seleccionar la operación a utilizar, implica que no se realizó un proceso de análisis de la situación.

En **cuarto grado**, observamos el siguiente caso (*Fig. 31*):


Problema 4. Felipe junta piedritas para su clase de Matemáticas. Al principio tenía 35 piedritas y al final tenía 63. ¿Cuántas piedras logró juntar Felipe?

35
+63
98

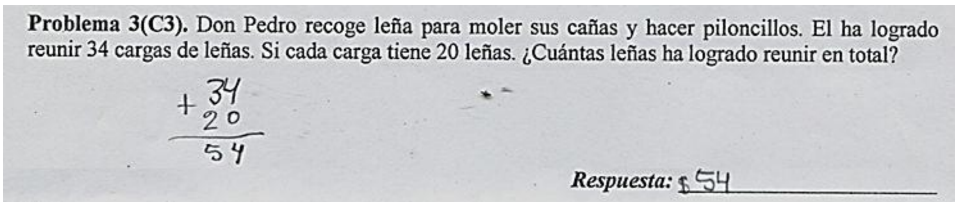
Respuesta: 98

Fig. 31. Resolución de un PA formal de primer nivel.

El niño asocia la palabra clave *juntar* con la suma, la cual realiza pese a que la situación demandaba el uso de una resta. De esta manera, la selección de la operación obedece a dicha *palabra clave*.

Es posible que surja la estrategia en cuestión porque los niños la usan normalmente en el aula, puesto que se observó que algunos de ellos asociaban algunas *palabras claves* a las operaciones básicas. Por ejemplo, después de analizar la situación descrita en los textos del problema solían decir "*ku kuari*" (se hace mucho o se agregan) cuando seleccionaban una suma. Otra *palabra clave* que orilló al uso de la misma operación (suma) es: *reunir*.

De **quinto grado**, retomamos el siguiente ejemplo (*Fig. 32*) que corresponde a un PA práctico:


Problema 3(C3). Don Pedro recoge leña para moler sus cañas y hacer piloncillos. El ha logrado reunir 34 cargas de leñas. Si cada carga tiene 20 leñas. ¿Cuántas leñas ha logrado reunir en total?

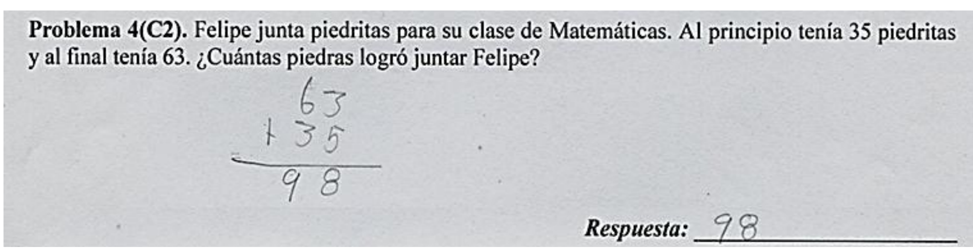
$$\begin{array}{r} 34 \\ +\ 20 \\ \hline 54 \end{array}$$

Respuesta: $54

Fig. 32. Selección de la operación mediante una *palabra clave.*

Donde figura la palabra clave *reunir* dos veces en el texto del mismo y que se asocia a la suma, por tanto este alumno se guío de ello para realizar esta operación, pese a que la situación demanda el uso de la multiplicación. Por tanto, es claro que además de ubicar las *palabras claves* es importante el análisis del texto, para así seleccionar la operación congruente con el problema.

Esta estrategia también emerge en **sexto grado**, de donde tomamos el siguiente ejemplo (*Fig. 33*) que corresponde a un PA práctico:


Problema 4(C2). Felipe junta piedritas para su clase de Matemáticas. Al principio tenía 35 piedritas y al final tenía 63. ¿Cuántas piedras logró juntar Felipe?

$$\begin{array}{r} 63 \\ +\ 35 \\ \hline 98 \end{array}$$

Respuesta: 98

Fig. 33. Resolución mediante la ayuda de una *palabra clave* de un PA de primer nivel.

Donde se observa que el estudiante tiene muy arraigado que la palabra "*juntar*" alude a una suma, por tanto, donde aparece es un indicador de que debe efectuar dicha operación. Sin embargo, pese a que el problema parece un poco confuso, un análisis del mismo permite identificar que se debe efectuar una resta, puesto que en el enunciado se da el todo y una de las partes, preguntando por la otra parte.

En resumen:

En los grados 4°, 5° y 6° afloraron tanto estrategias reflexivas como irreflexivas, donde algunas de ellas emergen en un sólo tipo de problema aritmético. El uso personal de estas fue patente en ciertos alumnos. Se pudo observar que algunos niños tendían a emplear más de una estrategia en la resolución de un mismo problema, por ejemplo: *seleccionar la operación cuyo significado es apropiado al texto* y *realizar un cálculo mental*, entre otras combinaciones de estrategias, según los conocimientos de que disponen, así como de sus experiencias. Como se comentó, las únicas estrategias irreflexivas que afloraron son comunes a los tres grados, donde queda claro que estas emergen principalmente por la incomprensión del texto, además de las dificultades inherentes al cálculo.

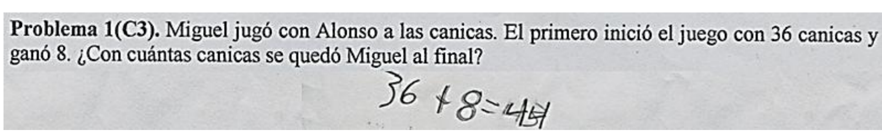
Por otra parte, encontramos **estrategias reflexivas** que sólo se presentan en uno o dos grados, las cuales serán abordadas enseguida:

5.1.7 Conteo a partir de un modelo que construye el alumno.

Esta estrategia consiste en que el estudiante construye un modelo[1] como apoyo para la resolución de la situación descrita en el texto, y sobre la base de este opera mediante conteo. En general, se ubicaron dos modelos construidos por los alumnos, pero la estrategia sólo emerge en los grados cuarto y quinto. En **cuarto grado**, observamos que se presentó el siguiente caso sólo en la suma:

> El niño utiliza los dedos de las manos como modelo y sobre la base de estos, realiza el conteo extendiendo o doblando los dedos.

Se observó que el niño, toma como referente un sumando y enseguida extiende o dobla los dedos que sugiere el siguiente sumando; siempre que este sea un número menor a diez o bien, un múltiplo de diez. Un ejemplo de este proceder, lo ubicamos en el siguiente PA formal (*Fig. 33*):


Problema 1(C3). Miguel jugó con Alonso a las canicas. El primero inició el juego con 36 canicas y ganó 8. ¿Con cuántas canicas se quedó Miguel al final?

$36 + 8 = 44$

Fig.33. Resolución de un PA de primer nivel.

Donde se aprecia que el estudiante escribe los sumandos de manera horizontal con su respectivo resultado, a lo cual se le planteó lo siguiente:

[1] Es una representación física o al lenguaje matemático de las ideas o datos dados en el enunciado de un problema.

Investigador: ¿Cómo hiciste la suma para obtener ese 44?

Alumno: Con mis dedos

Investigador: Haber, ¿cómo?

Alumno: [extiende 8 dedos y partiendo de 36, realiza el conteo mientras va doblando los dedos ya contados, 37, 38,…, 44]

De las acciones realizadas por el niño, se observó que construye un modelo con sus dedos que le sirven de apoyo para realizar un conteo. Sin embargo, este proceder sólo se presentó en el problema aritmético formal anterior, posiblemente porque las cantidades son pequeñas.

Por su parte, en **quinto grado** esta estrategia emerge de manera diferente, a saber:

> El niño realiza un modelo sobre la base de los datos dados en el problema, pero sin usar los dedos de la mano.

De ello, se encontró un modelo construido con sólo números y sobre la base de ellos, el estudiante realizó el conteo (*Fig. 35*). Sin embargo, sólo apareció en el siguiente PA (*Fig. 34*):

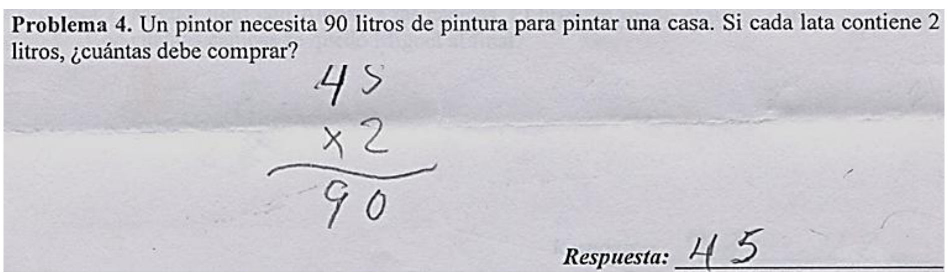


Fig. 34. Comprobación hecha por un alumno de quinto grado.

Los cálculos realizados por este estudiante (*Fig. 34*), sugieren que sólo efectuó una operación inversa a la división y con ello pudo responder a la situación que se le propuso; sin embargo, lo anterior sólo es la comprobación de su resultado y lo que realmente realizó para llegar a la solución es el siguiente modelo (*Fig. 35*):

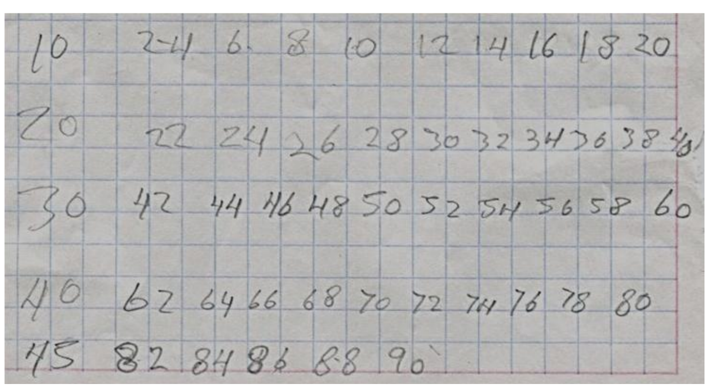


Fig. 35. Modelo realizado por el alumno.

Así, el modelo es formado por la sucesión: $a_n = 2n, \quad n = \{1,2,3,\ldots,45\}$ donde el 2 representa el divisor, a_{45} el dividendo y $n = 45$ el cociente y sobre la base este modelo, conformado por una sucesión de números pares, el niño realiza un conteo para darse cuenta que requiere 45 pares para llegar a 90, que es el último término de la misma y es la cantidad a repartir. Curiosamente, en cada línea coloca de 10 en 10 los términos de la sucesión y se detiene cuando llega a 45, porque en este llega al último término de la misma. Finalmente, es claro que el niño no aplica el algoritmo formal de la división, sin embargo, usa un procedimiento alterno para resolver el problema. Es importante mencionar que las acciones desarrolladas por este niño es una primera aproximación a la idea de sucesión y resulta ser una estrategia muy ingeniosa, además de ser el único caso presentado.

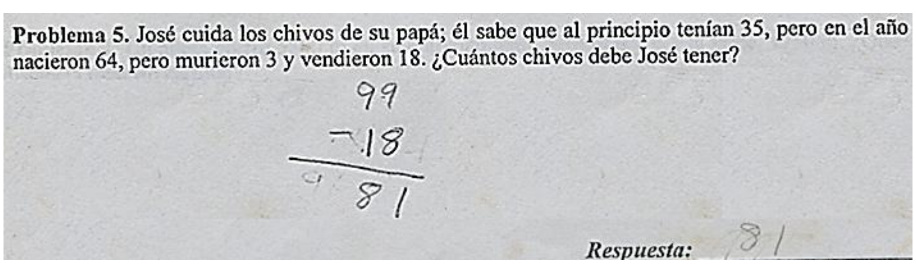
5.1.8 Realiza un cálculo mental.

Consiste en que el proceso de resolución del problema obedece a un conteo o la realización de una operación mentalmente, sin representar los términos de la operación de ninguna manera, lo cual, la distingue de la estrategia de c*onteo a partir de un modelo que construye el alumno*. En **cuarto grado**, observamos que en problemas que requieren de la suma para su resolución, la estrategia se presenta de las siguientes formas:

a) El estudiante realiza un conteo mental a partir del primer sumando, sin importar si es menor o mayor; o

b) Realiza un conteo mental a partir del sumando mayor.

Dentro de las acciones que se observan en el uso de esta estrategia, el alumno inicia siempre con identificar la operación básica a utilizar. Un ejemplo del caso ***a*** (*Fig. 36*) se visualiza enseguida:


Problema 5. José cuida los chivos de su papá; él sabe que al principio tenían 35, pero en el año nacieron 64, pero murieron 3 y vendieron 18. ¿Cuántos chivos debe José tener?

99
−18
81

Respuesta: 81

Fig. 36. Cálculo mental en PA práctico de segundo nivel.

Al observar los cálculos efectuados por el alumno, se le planteó lo siguiente:

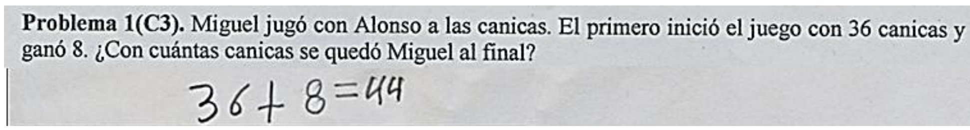
Investigador: ¿Cómo obtienes el 99?

Alumno: Con la mente.

Investigador: ¿Cómo le haces?

Alumno: [empieza a contar] 35, 45, 55,…, 95, 96,…, 99

De esta manera, se observa que las acciones que realiza el alumno permiten ubicarlo en el caso ***a***. Si bien este estudiante *resuelve de manera parcial el problema,* también emplea el *cálculo mental*. A diferencia de ello, del caso ***b*** tomamos el siguiente ejemplo (*Fig. 37*):


Problema 1(C3). Miguel jugó con Alonso a las canicas. El primero inició el juego con 36 canicas y ganó 8. ¿Con cuántas canicas se quedó Miguel al final?

36 + 8 = 44

Fig. 37. Resolución de un PA forma mediante un cálculo mental.

Donde al observar el procedimiento desarrollado por el estudiante, se le planteo lo siguiente:

Investigador: ¿Cómo obtienes el 44 como resultado?

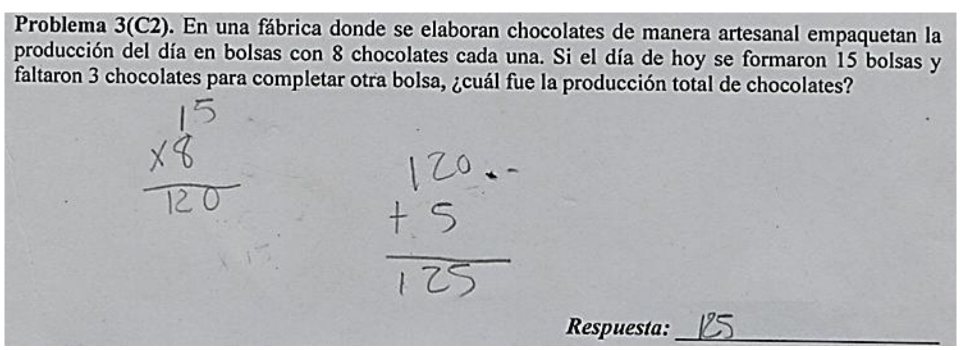
Alumno: Con la mente.

Investigador: Dime cómo.

Alumno: [empieza contando] 36, 37,…,44. [Finalmente dice:] Al 36 le sume 8.

De esta manera, se aprecia que el niño *realiza un cálculo mental* a partir del sumando mayor. La estrategia hace pensar en una cadena de acciones realizadas por el alumno mentalmente; sin embargo, funciona según los conocimientos de que disponga, donde algo tiene que ver que los números involucrados sean menores a 10 o múltiplos de este.

En **quinto grado**¸ se ubicó la estrategia en problemas que involucran para su resolución la resta, pero en un cálculo sencillo (*Fig. 38*). Por ejemplo, en el siguiente PA formal:


Problema 3(C2). En una fábrica donde se elaboran chocolates de manera artesanal empaquetan la producción del día en bolsas con 8 chocolates cada una. Si el día de hoy se formaron 15 bolsas y faltaron 3 chocolates para completar otra bolsa, ¿cuál fue la producción total de chocolates?

15 × 8 = 120

120 + 5 = 125

Respuesta: 125

Fig. 38. Resolución de un PA formal de SN mixto.

En la *Fig. 38,* se observa que el niño omite realizar a lápiz y papel la resta: $8 - 3$ por lo que se le cuestiona:

Investigador: El 5 que le sumas a 120 ¿de dónde lo obtienes?

Alumno: mmm pues dice que faltan 3 chocolates para llenar otra bolsa

Investigador: Aja ¿Qué más?

Alumno: entonces, a 8 le quité 3 y tengo el 5

Investigador: Muy bien.

Mientras el niño responde, se observó que hizo mentalmente la resta, ello es probable porque el cálculo es sencillo.

5.1.9 Recurre a hechos numéricos.

Esta estrategia está muy ligada a los conocimientos de que dispone el alumno, y se puede presentar en dos formas:

a) El alumno recurre a hechos numéricos conocidos; o

b) Recurre a hechos numéricos derivados

El caso ***a*** se presenta cuando el estudiante después de que selecciona la operación a utilizar y ubica los datos del problema, recuerda el resultado del cálculo que resuelve la situación. De esta manera, los conocimientos de que dispone, le permiten *recordar* el resultado de la operación que a su ver le resuelve el problema. Este caso se observó en un alumno de **cuarto grado** (*Fig. 39*):

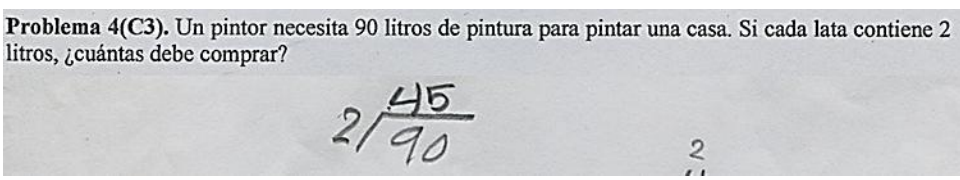

Problema 4(C3). Un pintor necesita 90 litros de pintura para pintar una casa. Si cada lata contiene 2 litros, ¿cuántas debe comprar?

Fig. 39. El alumno recurre a un hecho numérico conocido en este PA formal.

En la *Fig. 39* se da evidencia que el niño sólo escribe el divisor, el dividendo y el cociente, por lo que se le planteo lo siguiente:

Investigador: ¿Cómo obtienes ese 45? O ¿Qué haces para obtenerlo?

Alumno: Una suma

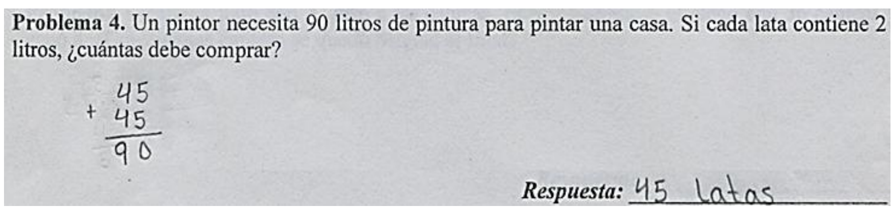
Investigador: ¿Qué sumas?

Alumno: 45+45

De esta manera, el niño *recurre a un hecho numérico conocido* de que una cantidad dividida entre dos es la mitad de esta, es decir, el dividendo es igual a la suma del cociente dos veces, o bien recuerda que: $45 + 45 = 90$.

El caso ***b***, consiste en que el niño obtiene el resultado del cálculo que sugiere mediante procedimientos de composición y descomposición, siempre que primero seleccione la operación pertinente a utilizar así como los datos para ello. Se cae en el uso de ella, por ejemplo si un estudiante concluye que para resolver un problema debe efectuar la suma: $6 + 7$ pero sin realizar el cálculo dice: “yo sé que 6 más 6 es igual a 12; 6 mas siete es 13 porque 7 es uno más que 6, y 13 es uno más que 12”. Esta estrategia se diferencia del cálculo mental, porque no se realiza un conteo mentalmente, sino que se recuerda el resultado de una operación.

Curiosamente, este segundo caso se observó en el mismo problema anterior, pero en un alumno de **sexto grado**, cuyas acciones se observan enseguida (*Fig. 40*):


Problema 4. Un pintor necesita 90 litros de pintura para pintar una casa. Si cada lata contiene 2 litros, ¿cuántas debe comprar?

$$\begin{array}{r} 45 \\ +\ 45 \\ \hline 90 \end{array}$$

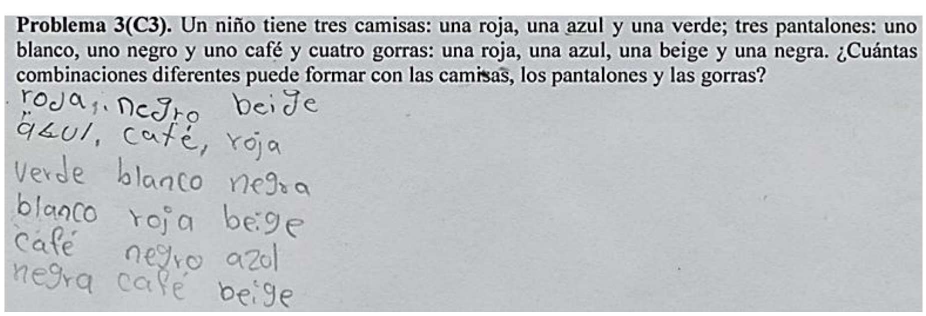
Respuesta: 45 latas

Fig. 40. Se recurre a un hecho numérico derivado.

El niño recuerda que “una cantidad dividida entre dos es igual a su mitad”, y tomando como referente dicho conocimiento, deduce que en consecuencia “dos veces la suma del mismo sumando, es igual a su doble”. De esta manera, le basta con probar que realmente éste último razonamiento es cierto, por lo que sólo realiza una suma, y para verificar la validez de esto, toma como referente el número que derivó del primer razonamiento (*Fig. 40*).

5.1.10 Lista los casos posibles.

Esta estrategia se observa en problemas que asumen varias respuestas (los de tipo producto cartesiano). Consiste en ofrecer una lista de las posibles respuestas del problema (combinaciones) según sea la situación planteada. En **quinto grado** se encontró el siguiente caso (*Fig. 41*):

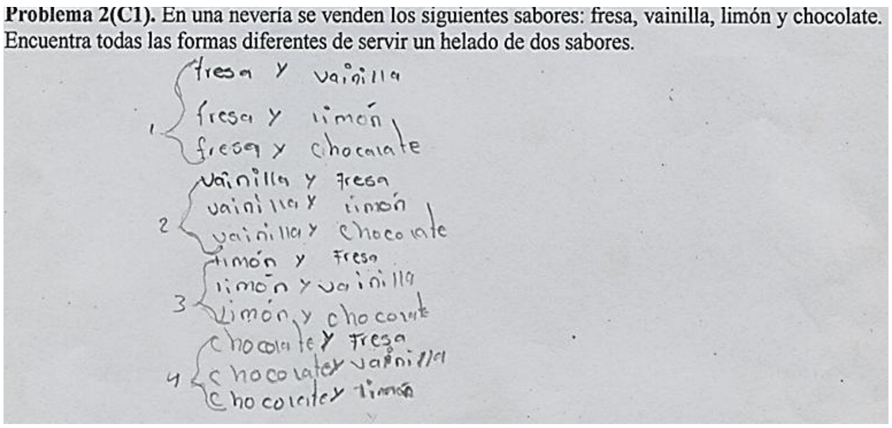

Problema 3(C3). Un niño tiene tres camisas: una roja, una azul y una verde; tres pantalones: uno blanco, uno negro y uno café y cuatro gorras: una roja, una azul, una beige y una negra. ¿Cuántas combinaciones diferentes puede formar con las camisas, los pantalones y las gorras?

roja, negro beige
azul, café, roja
verde blanco negra
blanco roja beige
café negro azol
negra café beige

Fig. 41. Resolución de un problema aritmético formal.

Donde ante la dificultad que implica para el alumno resolver este problema, ofrece una lista de las posibles combinaciones entre las prendas declaradas; sin embargo, de las 6 combinaciones que establece, sólo 3 de ellas contemplan las exigencias planteadas en la situación. Cabe destacar que si bien la estrategia puede funcionar, resulta poco eficaz cuando existe un número grande de combinaciones, como en este caso que son 36.

Esta estrategia también emerge en alumnos de **sexto grado**, por ejemplo para el mismo problema anterior, un alumno realiza lo siguiente (*Fig. 42*):


Problema 2(C1). En una nevería se venden los siguientes sabores: fresa, vainilla, limón y chocolate. Encuentra todas las formas diferentes de servir un helado de dos sabores.

1
fresa y vainilla
fresa y limón
fresa y chocolate

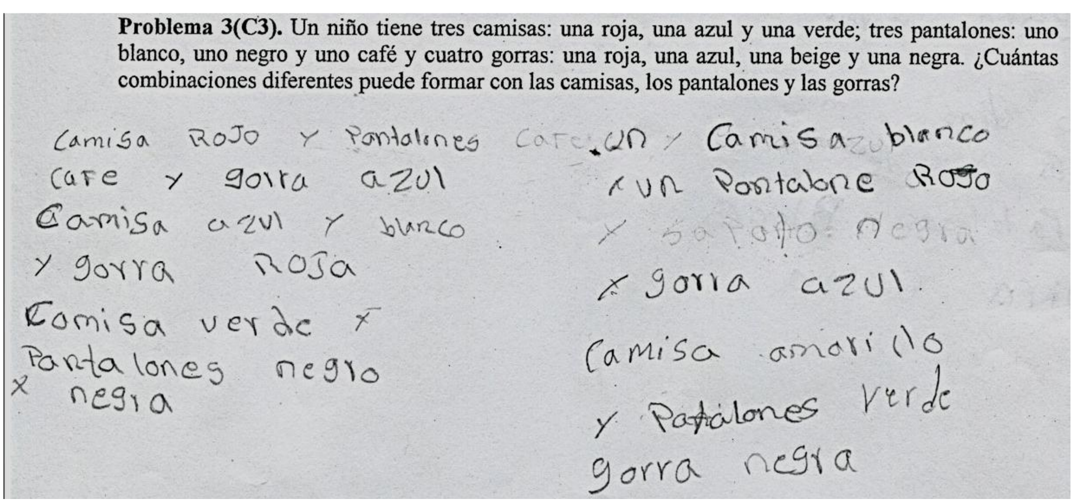
2
vainilla y fresa
vainilla y limón
vainilla y chocolate

3
limón y fresa
limón y vainilla
limón y chocolate

4
chocolate y fresa
chocolate y vainilla
chocolate y limón

Fig. 42 Lista de los casos posibles en un PA formal de primer nivel.

Construye una lista de las posibles formas de servir un helado de dos sabores; sin embargo, le faltó discriminar aquellos casos que se repiten, como la combinación *vainilla* y *fresa* que es la misma que *fresa* y *vainilla*. No obstante, consigue mostrar las 6 combinaciones que se deriva de las exigencias dadas en el problema y que es la solución del mismo. En general, la estrategia es muy útil, sólo resta tener cuidado con las repeticiones. Por otra parte, en este mismo grado observamos el uso de la estrategia en otro problema (*Fig. 43*):


Problema 3(C3). Un niño tiene tres camisas: una roja, una azul y una verde; tres pantalones: uno blanco, uno negro y uno café y cuatro gorras: una roja, una azul, una beige y una negra. ¿Cuántas combinaciones diferentes puede formar con las camisas, los pantalones y las gorras?

Camisa Rojo y Pantalones Cafe y gorra azul
Camisa azul y blanco y gorra Roja
Camisa verde y Pantalones negro y negra
un Camisa blanco
y un Pantalone Rojo
y ~~sotoito negra~~
y gorra azul
Camisa amarillo y Patalones verde gorra negra

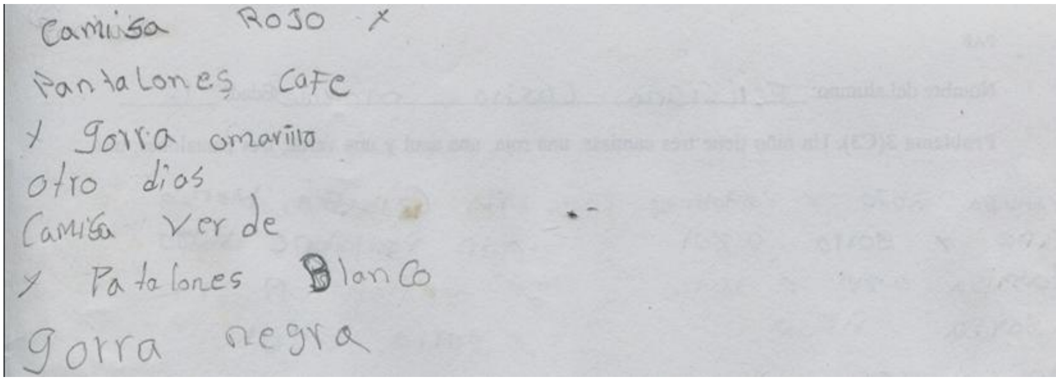


Fig. 43. Resolución de un problema aritmético formal.

Este alumno enlista 7 posibles combinaciones (*Fig. 43*), donde 4 de ellas contemplan las exigencias del problema, quizás ello puede deberse a los conocimientos de que dispone, así como la poca práctica de resolver problemas de este tipo que asumen más de una solución. Por la cantidad de combinaciones que se pueden establecer para este problema en particular, la estrategia usada por el niño no le permite arribar a ello, a saber, a las 36.

5.1.11 Se apoya en el diseño de dibujos.

Esta estrategia sólo se observa en alumnos de **cuarto grado**. Consiste en representar mediante dibujos los datos que ofrece el problema y con este apoyo, buscar responder la pregunta planteada en el texto del mismo. Se diferencia de la estrategia *conteo a partir de un modelo que construye el alumno*, porque en esta no se efectúa conteo alguno. La estrategia sólo emerge en un problema formal de tipo producto cartesiano (*Fig. 44*):

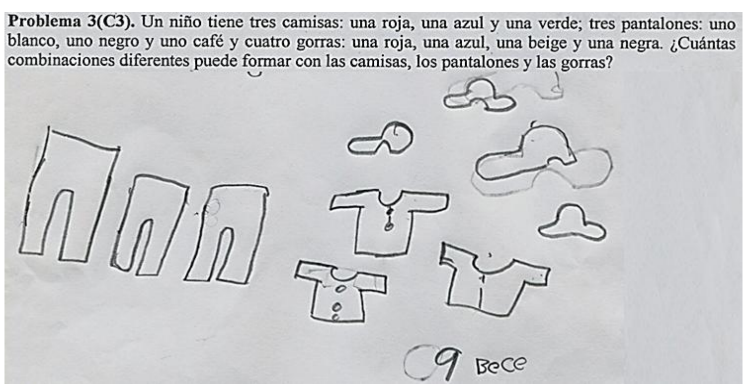


Fig. 44. Diseño de dibujos para resolver un PA formal.

En este caso, el alumno representó con ciertos dibujos los datos que ofrece el problema; sin embargo, la estrategia quizás le hubiera favorecido con el uso de colores para que identificara algún patrón que permitiera responder al problema planteado. Si bien, el niño escribe que existen

9 veces, refiriéndose a las combinaciones, no sabe explicar la razón de porque cree que esta es la respuesta. Creemos que esta estrategia puede evolucionar dependiendo de los conocimientos del alumno, pudiendo permitir identificar cierta pauta que permita inferir qué se puede realizar para hallar la solución del problema, pero esto requiere de un análisis más profundo de la situación.

5.1.12 Resuelve el problema mediante un *tanteo inteligente*.

Esta estrategia se observó en un sólo alumno de **sexto grado**. Consiste en resolver el problema por ensayo y error, pero de manera inteligente, es decir, se presenta siempre que el niño sea capaz de seleccionar una operación congruente con el texto, pero limitado por sus conocimientos, se aproxima a la solución mediante varios procedimientos. Por ejemplo (*Fig. 45*):

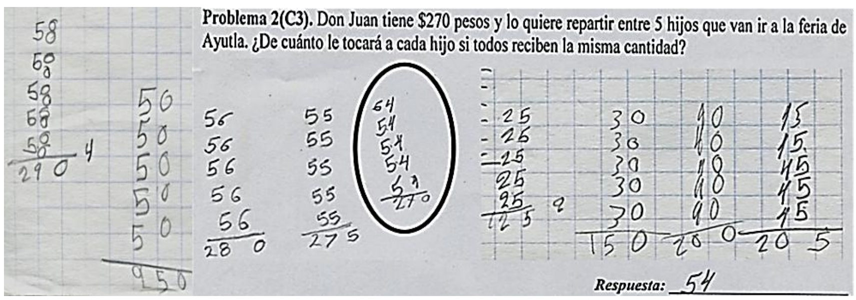
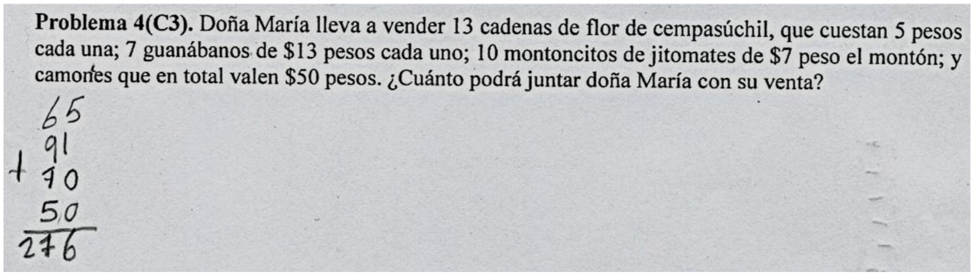


Fig. 45. Aproximación de la solución de un problema aritmético práctico.

El estudiante identifica que debe efectuar una división, donde el dividendo es 270 y el divisor es 5, sin embargo, limitado por sus conocimientos, realiza la repartición como suma de sumandos iguales, considerando los datos ya descritos. De esta manera, se podría argumentar que se aproxima a la solución del problema por exceso y por defecto, empezando a sumar primeramente cinco veces 25, y así se va aproximando por defecto, probando con sumas de 30, 40, 45, 50, 58.
Al llegar a 58 observa que la suma resulta 290, por lo que entiende que se ha excedido de la cantidad a repartir, por lo que ahora, se aproxima por exceso, probando con 56, 55, hasta finalmente llegar a que debe ser 54, que es la solución que ofrece para el problema (*Fig. 45*).

Es interesante observar que el procedimiento realizado por el estudiante es engorroso, pero se acompaña de ciertos conocimientos previos, a saber que la división puede ser vista como un producto del cociente por el divisor, y que éste se puede expresar como suma de sumandos iguales. Lo anterior sirve para argumentar que el niño sabe que la operación requerida para hallar la solución del problema es una división, sin embargo, al no poder realizarla algorítmicamente, recurre al tanteo inteligente.

Por otra parte, el mismo estudiante hace uso de la misma estrategia en el siguiente problema aritmético práctico de SN (*Fig. 46*):


Problema 4(C3). Doña María lleva a vender 13 cadenas de flor de cempasúchil, que cuestan 5 pesos cada una; 7 guanábanos de $13 pesos cada uno; 10 montoncitos de jitomates de $7 peso el montón; y camones que en total valen $50 pesos. ¿Cuánto podrá juntar doña María con su venta?

65
91
+ 70
50
276

Fig. 46. Resolución de un problema aritmético práctico de segundo nivel.

De donde se da cuenta que debe efectuar primeramente tres multiplicaciones y finalmente una suma; sin embargo, realiza cada multiplicación como suma de sumandos iguales, es decir, sigue la siguiente lógica:

$$ab = \underbrace{b + b + \cdots + b}_{a-\ veces}$$

De esta manera, el niño aplica este conocimiento para cada multiplicación hasta obtener las cantidades que deberá sumar finalmente, lo cual realiza sin mayor problema. La estrategia empleada por el estudiante es personal puesto que es el único que la utiliza, ello posiblemente porque efectuar divisiones y multiplicaciones resulta complicado para él, pero es capaz de identificar cuando debe efectuar éstos cálculos y enseguida, los sustituye por sumas.

En resumen:

De esta segunda parte donde abordamos las estrategias que emergen en al menos dos grados, pudimos comprobar que algunas son personales, construidas a partir de ciertas limitantes del alumno, por ejemplo, por los conocimientos de que dispone.

Finalmente, mostramos la tabla (6) siguiente, donde damos cuenta de la frecuencia con que emergen en general las estrategias reflexivas e irreflexivas por tipo de problemas, de un total de 70 alumnos participantes:

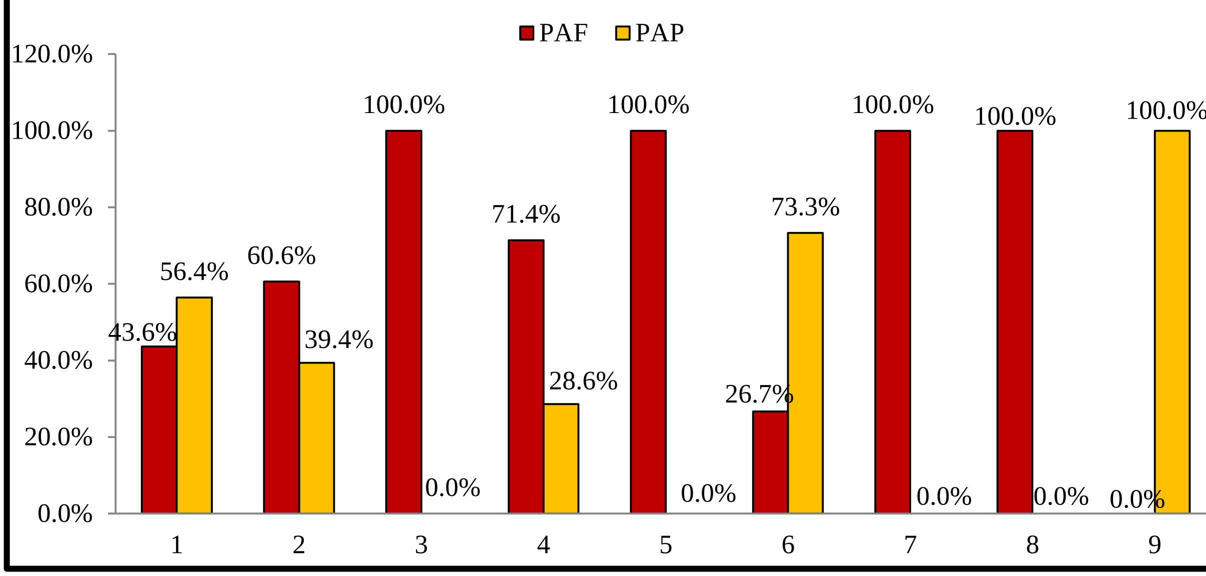
Tabla 6.

Estrategias reflexivas e irreflexivas que emergieron en los cuestionarios.

N/P	Estrategia	Frecuencia				Grados donde emerge
		PAF	%	PAP	%	
1	Selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto	103	43.6%	133	56.4%	4°, 5° y 6°
2	Selecciona la operación a efectuar a partir de una palabra clave *ad hoc*	20	60.6%	13	39.4%	
3	Lista los casos posibles	9	100%			5° y 6°
4	Realiza un cálculo mental	5	71.4%	2	28.6%	4° y 5°
5	Conteo a partir de un modelo que construye el alumno	5	100%			
6	Resuelve de manera parcial el problema	4	26.7%	11	73.3%	4°, 5° y 6°
7	Se apoya en el diseño de dibujos	4	100%			4°
8	Recurre a hechos numéricos	3	100%			4° y 6°
9	Resuelve el problema mediante un *tanteo inteligente*			2	100%	6°
10	Opera con los datos dados en el problema	149	60.1%	99	39.9%	4°, 5° y 6°
11	Contesta sin realizar operaciones o implanta un algoritmo	25	69.4%	11	30.6%	
12	Selecciona la operación a efectuar a partir de una palabra clave	8	19.5%	33	80.5%	

De esta tabla anterior, derivamos los siguientes gráficos:

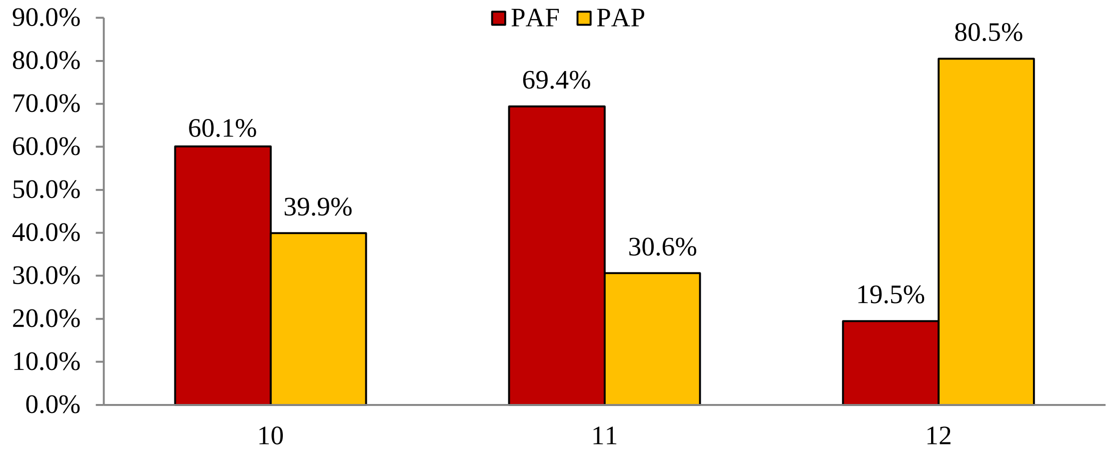
Gráfico 2. Estrategias reflexivas observadas en los grados 4°, 5° y 6°



Nota*:* Los números del 1 al 9 indican las estrategias que se nombran en la tabla 6.

Por su parte, el siguiente gráfico ilustra sólo la frecuencia con que emergieron las estrategias irreflexivas:

Gráfico 3. Estrategias irreflexivas observadas en los grados 4°, 5° y 6°



Nota*:* Los números 10, 11 y 12 indican las estrategias que se nombran en la tabla 6.

De estos resultados, se aprecia claramente que la estrategia reflexiva de: *selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto* se presenta con mayor frecuencia en los PAP que en los PAF, aunque curiosamente surge más variedad de estrategias reflexivas en los *formales* aunque parecen ser personales. Esto es posible porque al desconocer el estudiante estas situaciones (los *formales*) busca más acciones para llegar a la solución. Mientras que en los *prácticos*, sólo tienen dos opciones: si saben resolver el problema, lo hacen haciendo uso de sus conocimientos y de su experiencia, en consecuencia utilizan una estrategia reflexiva, y si no, entonces dan una respuesta sólo por darla, por tanto emplean una estrategia irreflexiva. Por otra parte, las estrategias irreflexivas: *contesta sin realizar operaciones o implanta un algoritmo* y *selecciona la operación a efectuar a partir de una palabra clave*, emerge con mayor frecuencia en los *formales* que en los *prácticos.*

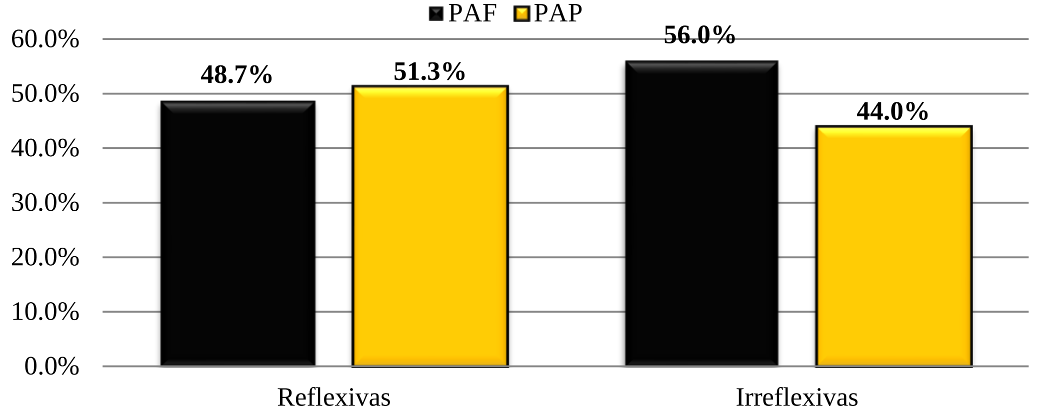
Haciendo una distinción entre la frecuencia con que emergieron todas las estrategias reflexivas e irreflexivas, nos queda la siguiente tabla (*7*) y su respectivo gráfico (4):

Tabla 7.

Estrategias reflexivas e irreflexivas que emergieron.

	Problemas Aritméticos Formales (PAF)				**Problemas Aritméticos Prácticos (PAP)**			
	E. reflexivas		E. irreflexivas		E. Reflexivas		E. Irreflexivas	
Total	153	48.7%	182	56%	161	51.3%	143	44%

Gráfica 4. Diferencias entre la frecuencia con que emergen las estrategias reflexivas e irreflexivas en los PAF y PAP.



El *gráfico 4*, ilustra que en los *problemas aritméticos formales* emergen más estrategias irreflexivas que reflexivas, lo cual resulta ser contrario en los *prácticos* puesto que se observa una mayor presencia de las reflexivas. Una explicación de que aflore un porcentaje alto (44%) de irreflexivas en los problemas prácticos, es que se buscó atender a la diversidad de actividades que se dedica la comunidad *Ñuu Savi*, por lo que no todos los niños estaban familiarizados con todas estas.

Pese a lo anterior, se observa que existe una diferencia en cuanto al uso de estrategias reflexivas e irreflexivas en ambos tipos de problemas, de donde inferimos que el contexto social, la lengua y la cultura del estudiante, juegan un papel importante en su desempeño en dichas situaciones.

5.2 Sobre las entrevistas: estrategias encontradas.

Las entrevistas se realizaron en la escuela “10 de Octubre del 83”, donde se observó que en todos los grados al indagar con los alumnos el *por qué* de sus procedimientos en la resolución de los PAF, eran muy proclives a no contestar o bien a dar explicaciones superfluas. Es posible que esto se deba a que la práctica desarrollada en el aula raramente se les plantea esta pregunta. Por ello, se cuidó que en la segunda aplicación, en todos los grados la entrevista estuviera dirigida más a los PAP. Estos se plantearon verbalmente en el momento de la entrevista, dependiendo de las respuestas y la disponibilidad de los estudiantes, pero de manera grupal. De esta manera, fue posible observar las acciones de los estudiantes al responder las cuestiones que se les plantearon.

5.2.1 En cuarto grado.

En **las entrevistas** con este grado en el segundo día, se buscó partir de PAP sencillos, que resultaran más familiares para los niños. Para el análisis de la misma, denotamos por A1, A2, A3, A4 a los alumnos de este grado, G4 para referirnos al grupo en general y E al entrevistador. **Se transcriben en castellano**, dado que en la comunidad donde se llevó a cabo el estudio la lengua *Tu'un Savi* solo vive en la *oralidad*; en la comunidad del autor también. Partimos, con un problema bastante sencillo que está referido a un problema de tipo práctico, cuyo extracto mostramos enseguida:

E: Imaginen que compran una paleta que cuesta $5 pesos. Si llevan $10 pesos. ¿Cuánto le regresaran de cambio?
A3: 5
E: ¿5?... ¿Cómo lo sabes?
A3: Porque llevo $10 y la paleta cuesta $5 pesos, por eso me sobra $5.
E: ¿Qué operación hiciste?
A3: Una suma
E: ¿Y qué sumaste?
A3: Cinco y cinco

De ello, se observa que el estudiante ***recurre a un hecho numérico*¸** ya que *recuerda* que: $5 + 5 = 10$ de donde deduce que: $10 - 5 = 5$. Sin embargo, para la misma situación se buscó la opinión de A2 para observar si recurría a la misma explicación:

E: ¿Crees que de verdad sobra 5? (dirigiendo la atención a A2)
A2: Sí
E: ¿Cómo le haces para saber?
A2: Contando mis dedos
E: Haber dime cómo.
A2: mmm… así [extiende los 10 dedos de la mano y dice:] como cuesta 5 la paleta, doblo 5 [lo cual hace]. Entonces me sobra 5 [contando los que no se doblan].
E: Muy bien.

De ello, se infiere que A2 para dar su explicación sobre la resolución del problema, realiza un ***conteo a partir de un modelo que construye*** con sus dedos. Sin embargo, esta misma estrategia, emerge con el uso de un modelo diferente en otro alumno, ello se desprende del siguiente extracto de la entrevista:

E: Ahora piensen que tengo $20 pesos y compro un litro de frijol que cuesta $12 el litro. ¿Cuánto me darán de cambio?
A3: ¿Qué es *uxi uvi*? [que es la traducción de 12 en mixteco]
E: 12 [diciéndoselo en castellano]
A3: Bueno. [Después de un rato dice:] ¡8!
E: ¿Qué hiciste?
A3: Una suma

De ello, se observó que se le complica al estudiante reconocer los números en *Tu'un Savi*. Sin embargo, una vez superado lo anterior recurre al uso del siguiente modelo (*Fig. 47*):

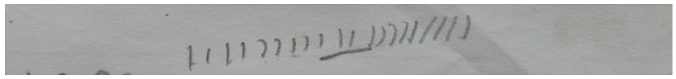


Fig. 47. Modelo empleado para resolver el problema.

Es decir, representó 20 barritas y sobre la base de ellas realiza un conteo hasta 12, cuando llega a esta cantidad subraya la barrita a donde termina esta cuenta e inicia una nueva con las barritas que sobran, es decir, suma las cantidades que sobran para así finalmente dar su respuesta final. El hecho de que el estudiante responda a que sus acciones obedecen a una suma, es porque en el modelo emplea finalmente una suma de las barritas sobrantes. Este niño utiliza con frecuencia este modelo para resolver los problemas que se le plantea (*Fig. 48*), como se observa enseguida:

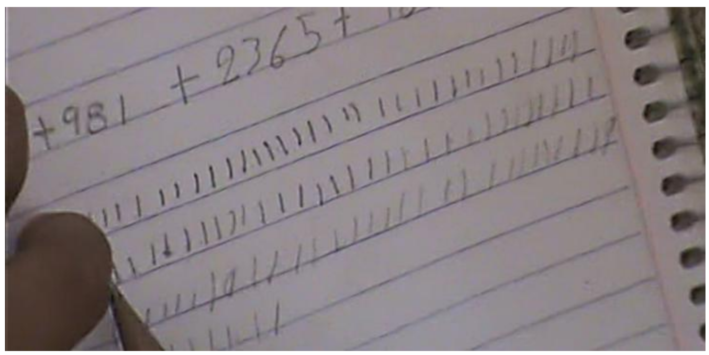


Fig. 48. Uso del modelo de "barritas" para resolver otros problemas.

La cual realiza cuando se le plantea la siguiente situación:

E: Si voy la ciudad de Ayutla y llevo $100 pesos; me compro una camisa de $70. ¿Cuánto me regresarán de cambio?
A3: [Dibuja 100 palitos y cuando termina pregunta] ¿Cuánto dijiste que cuesta la camisa?
E: 70
A3: Aja… [Después de un gran rato, al parecer por equivocarse en el conteo de 70, finalmente dice] 27

Como se puede observar, el conteo a partir de este modelo puede estar sujeto a errores según los datos que involucre el problema, como el caso del estudiante anterior, donde esta variable provoca que el niño ofrezca una respuesta incorrecta, pese a que sabe cómo hacer para llegar a la solución. El modelo que construye el alumno, le sirve en otros problemas cuando involucran números menores a los anteriores, como se pudo constatar cuando hizo uso de este en otras situaciones.

Por otra parte, en la entrevista se observa que emergen otras estrategias, lo cual se desprende del siguiente extracto:

E: Piensen que quiero comprar tres guanábanos. ¿Ustedes venden guanábanos cuando van a Ayutla?
A2: Sí
E: A como lo dan
A2: A $10 pesos
E: Bueno, si quiero comprar tres guanábanos ¿cuánto necesitaré para pagarlos?
A2: 30 [Responde casi de inmediato]
E: ¿Cómo le hiciste?
A2: Una suma
E: ¿Qué sumas?
A2: Tres (Al parecer se refiere a tres veces 10)
E: ¿Tres veces tres o tres veces diez?
A2: tres veces diez
E: Bien.

La actividad anterior resulta más familiar para el niño, puesto que A2 de manera inmediata ofrece la solución de la situación. De esta manera, se observa que A2 ***realiza un cálculo mental***, donde al parecer efectúa lo siguiente:

$$T = 10 + 10 + 10$$

En las actividades de compra-venta, normalmente los estudiantes emplean la misma estrategia del cálculo mental, como se puede constatar enseguida:

E: Muy bien. ¿Qué más venden?
A2: Guamúchil
E: Bueno. ¿A cuánto lo venden?
A2: A cinco pesos
E: ¿La bolsa?
A2: Sí
E: Bueno. Si quiero comprar cuatro bolsas. ¿Cuánto deberé pagar?
A3: 20
E: Cómo le haces
A3: Una suma
E: ¿Qué sumas?
A2: 5, 10, 15, 20

En este caso, también predomina el cálculo mental, donde el modo de proceder del niño, al parecer es:

$$T_1 = 5 + 5 = 10, \quad T_2 = 10 + 5 = 15, \quad T_f = 15 + 5 = \mathbf{20}$$

De las acciones realizadas por los niños de 4° grado en esta etapa de la investigación, podemos concluir que en los PAP planteados, emplean sólo **estrategias reflexivas**, que en resumen son:

- Recurre a un hecho numérico.
- Conteo a partir de un modelo que construye.

- Realiza un cálculo mental.

Cabe notar que prácticamente en todos los PAP verbales pueden llegar a la solución correcta, donde no se observa que emerjan estrategias irreflexivas.

5.2.2 En quinto grado.

Similar al grado anterior, la entrevista con este fue grupal y dirigida por el investigador. Para resumir los resultados encontrados en ella, tomamos como A1, A2, A3 y A4 a los alumnos, G5 al grupo en su totalidad y E al entrevistador. La entrevista inició con el planteo del siguiente problema:

> **E:** Nos dicen que *En la fiesta de Coxcatlán Candelaria asistieron 369 personas al baile. Si hubo 637 sillas,* ¿Cómo le hacen para saber cuántas sillas quedaron vacías?
> **G5:** Una resta
> **E:** ¿Por qué deben efectuar una resta?
> **A1:** Para saber las sillas que sobran

Notemos que inicialmente no se les preguntó a los alumnos por la solución del problema, sino más bien, cómo le harían para llegar a ella. El grupo sugirió que debían realizar una resta, pero al preguntar el por qué de esta elección, sólo A1 responde, asociando a la resta la palabra clave *sobra*. Por tanto, al constatar que sí saben lo que deben realizar, se modifica ligeramente la situación, planteándole lo siguiente:

> **E:** Bueno. Imagínense que sólo fueran 50 sillas y sólo 10 los invitados. ¿Cuántas sillas sobrarían?
> **A1:** 40

En este caso, A1 sigue considerando que debe efectuar una resta, lo cual realiza en su libreta sin mayor problema (*Fig. 49*):

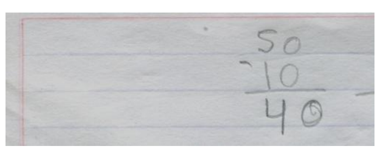


Fig. 49. Cálculo efectuado para resolver el problema propuesto.

Enseguida, después de observar que los cuatro estudiantes proceden a realizar el cálculo en sus libretas, se les plantea lo siguiente:

> **E:** Bien. Piensen que voy a comprar dos marranos pequeños de $150 pesos cada uno. ¿Cuánto deberé pagar por los dos?
> **A1:** $300 pesos
> **E:** ¿Cómo sabes que son 300?
> **A1:** Hago una suma
> **E:** ¿Se podrá también efectuar una multiplicación?

A1: Sí se puede
E: ¿Pero qué cantidades multiplicaríamos entonces?
A1: 150 por 2

En este caso, A1 identifica la operación que debe efectuar para encontrar la solución del problema, pero a la vez, comprende que puede utilizar otra diferente de la que sugiere inicialmente. Sin embargo, realiza la operación que propuso primero (*Fig. 50*):

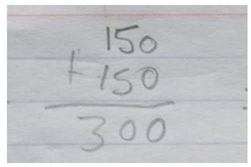


Fig. 50. Cálculo efectuado para resolver el PA propuesto.

En los casos anteriores, los alumnos ***seleccionan la operación cuyo significado es apropiado al texto*** y ***seleccionan la operación a efectuar a partir de una palabra clave ad hoc.*** Sin embargo, del siguiente extracto se infiere el empleo de otras estrategias:

E: Sabemos que por dos marranos debo pagar $300. Qué tal si pago con un billete de $500. ¿Cuánto me regresaran de cambio?
A1 y **A2:** $200 pesos

Esta parte es la continuación del problema anterior. De las acciones realizadas por el estudiante A1 se observó que ***realiza un cálculo mental***, para ello, parte del sustraendo y cuenta 400, 500, que es el minuendo, dándose cuenta que sobraría 200. Por su parte, A2 realiza un ***conteo a partir de un modelo que construye***, donde ocupa los dedos de sus manos, extendiendo 5 y dándole el valor de $100 a cada uno, enseguida cuenta primero los 3, y enseguida observa que sólo quedan 2, entonces responde $200 pesos.

Por otra parte, una observación que se desprende de la entrevista, es que los estudiantes normalmente asocian la resta con la palabra clave "*morir*", ello se deduce del siguiente extracto:

E: Bueno. Piensen en la siguiente situación *Don Pedro tenía 120 chivos hace unos meses; pero nacieron otros 31 recientemente. ¿Cuántos chivos tiene ahora?*, ¿cómo le hacemos para saber cuántos chivos tiene don Pedro?
A1: Hacemos una suma
E: Y ¿Cuál es el resultado?
A1: 151
E: Ahora, si de esos 151 se murieran 11. ¿Cuántos les quedaría?
A1: 140
E: ¿Qué hiciste para saberlo?
A1: Una resta
E: ¿Cómo sabes que se debía hacer una resta?
A1: Porque me dicen que se *murieron.*
E: Bien.

Sin embargo, para responder a la situación que se le planteo al estudiante, recurrió a un cálculo a lápiz y papel (*Fig. 52*), realizando lo siguiente:

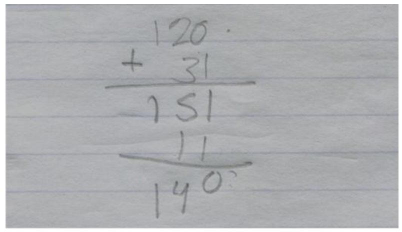


Fig. 51. Operaciones realizadas para resolver el PA propuesto.

Por otro lado, se pudo constatar que en los niños de este grado permea la idea de que la división y la multiplicación son operaciones inversas, lo cual se deduce del siguiente extracto:

E: *Piensen que llevo a vender dulces a la Ciudad de Ayutla. Tengo 27 dulces y los debo empaquetar en bolsas de 3 dulces. ¿Cuántas bolsas necesitaré?* Bien ¿Qué debo hacer para responder a esta pregunta?
A1: Una división
E: Aja y ¿Qué obtienes como resultado?
A3: 9
E: ¿Cómo sabes que es correcto ese resultado?
A3: Con una comprobación
E: Y ¿cómo haces la comprobación?
A3: Multiplicación
E: ¿Multiplicación? Y ¿Qué multiplicas?
A3: El número que está arriba (al parecer se refiere al cociente)
E: ¿Entonces qué números multiplicas?
A3: El 9 con el 3

El niño A3 relaciona a la multiplicación como operación inversa de la división, de la cual se vale para verificar que el resultado de la división que efectúa es correcto.

Finalmente, de este grado se concluye que en la entrevista sólo emergieron estrategias reflexivas, donde sólo se les planteó PAP que tienen más relación con su vida cotidiana. De esta manera tenemos que afloraron las siguientes estrategias:

- Selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto.
- Selecciona la operación a efectuar a partir de una palabra clave *ad hoc.*
- Realiza un cálculo mental.
- Conteo a partir de un modelo que construye el alumno.

Cabe notar que los niños de este grado tendían a utilizar lápiz y papel para efectuar algunos cálculos, argumentando que sólo en operaciones sencillas podían efectuar el cálculo mental. De esta manera, la influencia de la escuela en estas actividades pareciera ser más patente, sin embargo, para comprobar esto habría que indagar cómo operan estos niños cuando realmente están vendiendo o comprando, lo cual escapa del objetivo de este trabajo.

5.2.3 En sexto grado.

La entrevista para este grado también fue grupal y dirigida por el entrevistador. Para efectos de la transcripción de la entrevista, denotaremos por A1, A2, A3, A4, A5 a cada uno de los alumnos, E al entrevistador y G6 al grupo entero. Como ha sido comentado, dado a la evasiva de los estudiantes de responder a cuestiones referentes a PAF, en el segundo día de las entrevistas se plantearon sólo situaciones referentes a PAP. Se partió de la siguiente situación:

E: En el problema *Doña Julia ha vendido 17 jícaras de ciruelas. Si cada jícara tiene 23 ciruelas. ¿Cuántas ciruelas ha vendido doña Julia?* ¿Qué debo hacer para saber la cantidad de ciruelas que ha vendido?
G6: Una multiplicación
E: Bueno. Si tuviera que efectuar esa operación pero sin utilizar lápiz y papel. ¿Cómo le hago?
A1: mmm… contar los dedos
E: ¿Qué dedos?
A1: De la mano

Esta primera parte, está referida a indagar sobre *cómo* hacer para resolver el problema planteado, de donde se observa que A1 sugiere usar la estrategia de conteo a partir de un modelo. Sin embargo, al plantearles lo siguiente:

E: ¿Qué obtengo en ese cálculo?
A2: ¿Son 17 jícaras verdad?
E: Sí 17 jícaras y en cada jícara 23 ciruelas. ¿Qué se obtiene?
G6: [silencio]
E: ¿Están haciendo sus cuentas?
A2: Sí
E: Aja ¿y que se obtiene?
A2: mmm… ¡41!

Posiblemente dado a lo complicado que resulta efectuar el cálculo 17x23 contando con los dedos, A2 al parecer empieza a sumar mentalmente: $23 + 23$ pero comete un error de cálculo.

E: Eso es de dos jícaras pero ¿Estás seguro que es correcto?
A2: ahhh… no es 46.
E: Eso es de dos jícaras ¿En tres cuanto es?
A2: 69

Para obtener el último resultado, A2 parte del 46 y extendiendo cada dedo cuenta: 47, 48, 49. Finalmente, a esta cantidad le suma mentalmente los 20, para así obtener el resultado final.

E: ¡Muy bien! ¿Ahora en cuatro, cuanto es?
A2: 69, 70, 71, 72… [Silencio]… ¡92!
E: ¡Excelente! ¿En cinco cuanto es?

Como se puede apreciar, los estudiantes emplean dos estrategias reflexivas: ***el cálculo mental*** y el ***conteo a partir de un modelo que construyen***. Es posible que esto suceda por la influencia de las preguntas planteadas por el investigador. Sin embargo, en problemas sencillos no fue necesario, esto se desprende de lo siguiente:

E: Para el problema *Doña María vendió el domingo pasado 57 plátanos; y hoy vendió 62. ¿Cuántos plátanos ha vendido en total?* ¿Cómo le hago para responder a lo que me preguntan?
G6: Hacer una suma
E: ¿Una suma?, ¿Cómo saben que se debe realizar una suma?
A3: porque se agregan más plátanos
E: Bueno. ¿Entonces cuál es el resultado?
A3: 119

Notemos que aquí no fue necesario realizar una cadena de preguntas. A3 asocia a la suma la palabra clave ***agregar***, sin embargo, al operar primeramente efectúa la suma: $57 + 2$ empleando para ello como modelo sus dedos, y sobre la base de su resultado, suma mentalmente de 10 en 10 seis veces, hasta llegar a 119 como resultado, es decir, 69, 79, 89, 99, 109, 119. De esta manera, afloran las mismas estrategias anteriores y se añade la de ***selecciona la operación a efectuar a partir de una palabra clave ad hoc***.

Por otra parte, en este grado también emergen otras estrategias. Por ejemplo, del siguiente extracto se observa:

E: Bueno… ahora piensen en que compré 50 paletas y lo quiero repartir entre ustedes que son 5. ¿Qué cantidad de paletas le tocará a cada uno?
A2: 10
E: ¿Cómo lo sabes?
A3: Haciendo una división
E: ¿Cómo sabes que es una división?
A3: Estamos repartiendo cosas
E: ¿y qué pasaría si sólo tuviera 40 paletas, y siguen siendo 5 personas, les tocara la misma cantidad?
A1: Les toca 8
E: ¿Por qué?
A3: Es una división
E: ¿Cómo saben que es 8 la respuesta?
A3: Porque 8 por 5 es 40.

Que A2 emite su respuesta contando sus dedos, dándole el valor de 10 a cada uno, así mientras va extendiendo uno a uno, dice 10, 20, 30, 40, 50; finalmente responde. Es decir, para un problema de reparto supone cierta cantidad y verifica su validez. Este alumno al parecer utiliza la estrategia de tanteo inteligente¸ ya que es el mismo que utilizó esta estrategia en problemas que demandaban el uso de la multiplicación y la división en los cuestionarios escritos. Mientras que

A3 asocia la división con la palabra "repartir", pero para dar la explicación de su resultado recurre a un hecho numérico. De esta manera, se observan las estrategias: ***resuelve el problema mediante un tanteo inteligente, selecciona la operación a efectuar a partir de una palabra clave ad hoc*** y ***recurre a un hecho numérico***.

Finalmente, se observa que en los alumnos de 6° grado también emergen sólo ***estrategias reflexivas*** en actividades que resultan más conocidas por ellos, que de manera resumida son:

- Selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto.
- Realiza un cálculo mental.
- Conteo a partir de un modelo que construye el alumno.
- Resuelve el problema mediante un *tanteo inteligente.*
- Selecciona la operación a efectuar a partir de una palabra clave *ad hoc.*
- Recurre a un hecho numérico.

Por otra parte, la estrategia de tanteo inteligente usada por un estudiante cuando resolvió dos PAP escritos, sigue siendo utilizada por el mismo cuando resuelve PAP verbales que involucran el uso de la multiplicación o la división. De esta manera se refuerza el hecho de que esta es personal y emerge cuando presenta dificultades para efectuar estos cálculos, pero apoyándose de sus conocimientos previos recurre a esta estrategia que sabe manejar bastante bien.

5.3 La influencia de la lengua materna, el contexto y la cultura del estudiante en el uso de las estrategias.

De los resultados obtenidos en las entrevistas y los cuestionarios escritos, se pueden plantear las siguientes reflexiones. En la aplicación de los cuestionarios un paso importante para la comprensión de la situación descrita en los textos, es precisamente la traducción al *Tu'un Savi* (mixteco) de estos. Esto nos hace pensar en la posible influencia de la lengua materna del niño en el proceso de utilizar alguna estrategia para la resolución de los *problemas aritméticos*, lo cual cobra fuerza cuando el alumno manifiesta expresamente requerir de ello para entender la situación que se le propone.

Si bien es cierto, que lo anterior sucede con la mayoría de los niños, se descarta el hecho de que sea para todos, ya que posiblemente una minoría que no requiere la traducción ha logrado incorporarse a la práctica castellanizadora de los docentes, quienes buscan los medios para adentrarlos a la cultura castellana, sin importar que se pierda la cultura propia del niño. Si bien esta apreciación parece muy sutil, no lo es si consideramos que desde el punto de vista de la matemática educativa, como lo señalan Gorgorió, Prat y Santesteban (2006) considerar las matemáticas como un producto cultural constituye el primer paso para un aprendizaje significativo.

Esto es importante porque en las entrevistas, pudimos comprobar que en las actividades de compra-venta donde se involucran activamente los niños, éstos muestran ser más hábiles para resolverlas, utilizando para ello estrategias bastantes reflexivas, aunque se observe cierta influencia de la escuela en ellas. Pero lo interesante de esto, es que en este tipo de *problemas aritméticos*, los niños muestran un desempeño excelente.

De esta manera, la experiencia extraescolar de los alumnos donde son capaces de emplear estrategias bastantes ingeniosas, debieran jugar un papel fundamental en el contexto escolar. Ello porque parece ser que estas estrategias las construyen como producto de su cultura, e incorporar el uso de ellas en el aula, permitiría asumir la interculturalidad como algo que enriquece la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, donde vive la cultura mixteca. Esta postura, permitiría como lo dicen Gorgorió *et al* (2006) interpretar a las Matemáticas como producto sociocultural, es decir, como producto humano surgido para dar respuesta a la necesidad de los individuos en un cierto momento y lugar de la historia.

Sin embargo, interpretar las matemáticas como producto sociocultural, implica reconocer la influencia del contexto social, la cultura del estudiante, así como su lengua materna. Ello requiere del docente un esfuerzo mayor para incorporar en sus planeaciones, lo que nosotros denominamos resolución de PAF y PAP. Puesto que centrarse en sólo uno de ellos sería desaprovechar la potencialidad de los niños *Tee Savi* por aprender, ya que siendo estos descendientes de una de las culturas prehispánicas tienen arraigado ciertos conocimientos producto de su quehacer cotidiano y de su cultura.

Tampoco se debe soslayar el hecho de que los *Tee Savi* emplean el sistema vigesimal en las actividades propias de su comunidad, por lo cual, se deben establecer puentes para que el niño sea capaz de trabajar en el aula con este sistema, así como con el decimal. En esta tarea, resulta necesario tener en cuenta las motivaciones y las implicaciones de la naturaleza social en el aprendizaje del alumno. Como lo refieren Gorgorió *et al* (2006), se podría interpretar al aula de matemáticas como un escenario social, y la enseñanza-aprendizaje de la disciplina como procesos sociales. Así, el alumno es un ser social que participa en un microcontexto que es el aula de clases, donde interactúa junto con sus pares y el profesor. En dicho proceso, es importante la participación del niño en la discusión matemática, donde el significado de los objetos matemáticos juega un papel primordial.

De esta manera, el significado de las operaciones básicas en el contexto escolar debe jugar un papel esencial para la resolución de problemas aritméticos, puesto que estos fungirán como medio para el empleo de algunas estrategias que conlleve a resolver dichas situaciones. El significado de cada operación básica desde nuestro punto de vista, implica reconocer para cada una, su utilidad para resolver ciertos PA, pero esto debe estar acompañado de una explicación, es decir, el alumno debe ser capaz de identificar *qué* operación utilizar, *cómo* y *por qué* utilizarla.

Sin embargo, para ello la negociación de significados es importante, donde se puede establecer un puente entre los conocimientos que construyen los niños fuera del aula con los que marca el currículo, contenido en los libros de texto. Ello puede ser positivo, permitiendo que los alumnos se adentren a los conocimientos de otras culturas, como la castellana, sin buscar castellanizarlos, sino buscar que construyan conocimientos a partir de su contexto y su cultura.

Por los resultados que observamos tanto en los cuestionarios como en la entrevista, sostenemos que el aprendizaje de las matemáticas se ve afectado por todo aquello que tiene lugar en el aula y sus contextos próximos, donde la lengua materna y la cultura del niño pesan en su aprendizaje. Por ello, hacemos nuestra la sugerencia de Gorgorió *et al* (2006), en el sentido de que en el aula de matemáticas deberían caber la negociación de significados y la interacción cultural, para construir conjuntamente una cultura de aula que tendiese puentes para acortar las distancias existentes entre la vida cotidiana y la escolar, que en nuestro caso sería la resolución de los PAF y los PAP.

Conclusión

Después de analizar las producciones escrita (cuestionarios) de los niños y las entrevistas, estamos en posibilidades de responder a la pregunta de investigación de la que partimos: **¿Cuáles son las estrategias que utilizan los niños *Tee Savi* (mixtecos) de primaria cuando resuelven problemas aritméticos formales y prácticos?** Llegamos a la conclusión de que estas estrategias pueden ser reflexivas o irreflexivas, como pudimos observar en el análisis de los resultados. En las producciones escritas, observamos que emergieron las siguientes estrategias (*Tabla 8*), donde damos cuenta de qué tipo son y en qué problemas afloraron, es decir, si se observaron en los problemas aritméticos formales (PAF) y en los problemas aritméticos prácticos (PAP), o en sólo uno de ellos:

Tabla 8.

Estrategias que emergieron en los cuestionarios.

N/P	Estrategia	Reflexivas	Irreflexivas	PAF	PAP
1	Selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto.	✓	x	✓	✓
2	Conteo a partir de un modelo que construye el alumno.	✓	x	✓	x
3	Apoyo en el diseño de un dibujo.	✓	x	✓	x
4	Lista los casos posibles.	✓	x	✓	x
5	Selecciona la operación a efectuar a partir de una palabra clave *ad hoc*.	✓	x	✓	✓
6	Resuelve el problema mediante un *tanteo inteligente*.	✓	x	x	✓
7	Realiza un cálculo mental.	✓	x	✓	✓
8	Resuelve parcialmente el problema.	✓	x	✓	✓
9	Recurre a hechos numéricos (conocidos o derivados).	✓	x	✓	x
10	Opera con los datos dados en el problema.	x	✓	✓	✓
11	Selecciona la operación a efectuar sólo a partir de una palabra clave.	x	✓	✓	✓
12	Contesta sin hacer operaciones o implanta un algoritmo.	x	✓	✓	✓

De lo anterior, apreciamos que afloraron nueve estrategias que caracterizamos como reflexivas y tres irreflexivas. Las estrategias reflexivas se presentan con mayor frecuencia en los PAP, mientras que las irreflexivas en los PAF. Por otra parte, en las entrevistas se observó que en los PAP afloran sólo estrategias reflexivas, donde las comunes a los tres grados son:

- Conteo a partir de un modelo construido.
- Realiza un cálculo mental.

Mientras que aquellas que son comunes en dos grados son:

- ✓ Para cuarto grado y sexto:

  - Recurre a un hecho numérico.
- ✓ Para quinto y sexto grado:
  - Selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto.
  - Selecciona la operación a efectuar a partir de una palabra clave *ad hoc.*

Finalmente, la que sigue sólo se presenta en sexto grado:

  - Resuelve el problema mediante un *tanteo inteligente.*

Con estos resultados, es patente que existe una marcada diferencia entre las estrategias que utilizan los niños *Tee Savi* en los PAF y en los PAP. En los PAP planteados en la entrevista, es posible que emerjan sólo estrategias reflexivas por la influencia que la cultura y la práctica cotidiana ejercen sobre el estudiante. Puesto que los conocimientos que utilizan para resolver este tipo de problemas, principalmente son los que aprenden en el contexto comunitario y en menor grado del contexto escolar.

Se habla de la influencia de la lengua materna, el contexto y la cultura del estudiante, porque es claro que en situaciones en las que participa directamente como en la compra-venta, es muy hábil para resolver los problemas aritméticos que se les propone, donde normalmente recurre al cálculo mental. Al parecer, en algunos casos, las dificultades que tienen los alumnos para resolver los *problemas aritméticos*, estriba más en lo lingüístico que en cuestiones meramente matemáticas. Esto es así, porque antes de traducir el texto de los problemas al *Tu'un Savi*, la mayoría de los alumnos no comprenden lo que deben realizar, hasta que se les traduzca el texto del problema.

Por otra parte, cabe subrayar que los niños *Tee Savi* van olvidando su sistema de numeración que es el vigesimal, privilegiando el uso del sistema decimal incluso en actividades cotidianas propias de su contexto y su comunidad. Ello se constata, porque en la entrevista al darle al niño una cantidad en *Tu'un Savi*, suele pedir que se le traduzca esto al castellano. Incluso, algunos de ellos al dar su respuesta, todo lo dan en *Tu'un Savi* excepto la cantidad numérica.

Con los resultados que derivan de este estudio, observamos que pese al ingenio mostrado en algunas estrategias usadas por los alumnos, al parecer estas son desaprovechadas o ignoradas por los docentes. Por tanto, resulta medular considerar *qué, cómo* y *por qué* responde el estudiante así

como lo hace, lo cual permitirá detectar las estrategias personales que utilizan, que sin duda se puede aprovechar para la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en el contexto escolar.
Por otro lado, pese a que en los planes y programas de estudio vigentes, incluso en los libros de texto, se declara importante abordar los significados de las operaciones básicas en la resolución de los problemas aritméticos, en la práctica eso parece pasar desapercibido. Esto viene a colación, porque algunos profesores tienen que adoptar las exigencias contenidas en esos documentos al contexto del estudiante, aunado a que en estos se reconoce y se promueve la interculturalidad sin declarar cómo hacerlo, el docente se presenta a una disyuntiva, por tanto termina instaurando según su criterio la conducción de la enseñanza-aprendizaje en el aula.

Observamos que si bien en dichos documentos oficiales se instruye desarrollar en los estudiantes el uso de estrategias, tampoco se declara explícitamente cómo hacerlo, lo cual conlleva a que el docente le ponga poca atención a este aspecto. Esta tarea encaminada a desarrollar habilidades en los alumnos para el uso de estrategias, debe estar acompañado de acciones concretas que permitan al docente de comunidades *Ñuu Savi*, así como de otras etnias, incorporar a su labor la cultura del alumno, acompañado de un plan suficientemente específico para mejorar de esta manera el trabajo del alumno.

Resta decir que es fundamental establecer un puente entre las estrategias reflexivas utilizadas al resolver los PAP y las estrategias usadas en los PAF, buscando con ello armonizar con los conocimientos que construye y usa el niño, tanto en su cotidianidad como en el aula y fuera de ella, en otras culturas.

Finalmente, respecto de las hipótesis planteadas inicialmente, se concluye que:

- En efecto, los niños *Tee Savi* recurren a estrategias diferentes al resolver problemas cotidianos (PAP) y escolares (PAF) que demandan el uso de operaciones básicas.
- En los *problemas aritméticos formales* recurren al uso de las mismas estrategias que utilizan los niños hablantes del castellano, identificado en las investigaciones citadas en los antecedentes. De esta manera, la lengua materna juega un papel determinante para resolver problemas en las escuelas con poblaciones hablantes de una lengua étnica.
- En los *problemas aritméticos prácticos* los niños, recurren a estrategias exitosas y más personales, aunque influenciadas por la escuela.

Recomendaciones al profesor

Con los resultados obtenidos en este estudio, así como las observaciones en la entrevista y el trabajo de campo, sugerimos a los docentes tomar en cuenta los siguientes puntos:

- ✓ Ubicar el uso de estrategias personales en los estudiantes y usar estas para resolver algunos problemas aritméticos, como un paso previo para llegar al uso de la estrategia de *seleccionar la operación cuyo significado es apropiado al texto*.
- ✓ Evitar acostumbrar al estudiante al uso de la estrategia: *seleccionar la operación a efectuar a partir de una palabra clave*¸ puesto que se cae en una estrategia irreflexiva, salvo que se realice un análisis del texto del problema y además, se identifique una palabra clave *ad hoc*.
- ✓ Abordar los PAP en la medida de lo posible, como un paso para el trabajo de los PAF, que son descontextualizados a la vida del estudiante.
- ✓ Si bien reconocemos la importancia del aprendizaje de una segunda lengua para ayudar al estudiante a tener éxito en su vida profesional, se debe evitar caer en una práctica totalmente castellanizadora al extremo de impartir una clase completamente en castellano, porque esto repercutirá de alguna manera en el aprendizaje del estudiante. Por ejemplo, puede conllevar a la construcción de algún conocimiento erróneo.
- ✓ Debe existir un equilibrio entre el tratamiento de los PAF y los PAP como medio para darle significado a las operaciones básicas. Entendiendo el significado, como el uso que puedan hacer de estas, así como la explicación que ofrezcan de ello.
- ✓ Desarrollar en los estudiantes la habilidad de utilizar estrategias reflexivas, partiendo siempre de aquellas que sean personales, para posteriormente negociar el uso de estas y asumir algunas de ellas como compartidas, para que sean usadas por los alumnos de una clase.
- ✓ Considerar que los niños construyen conocimientos a partir de su vida práctica y éstos deben ser aprovechado en el aula, para evitar el desajuste que existe entre los conocimientos aplicados a la vida cotidiana y los usados en el contexto escolar.
- ✓ Trabajar en la medida de lo posible el sistema vigesimal, para así evitar que se vaya perdiendo parte de la identidad cultural de los niños *Tee Savi*.

Orientaciones para nuevas investigaciones

Para futuros trabajos con la población *Ñuu Savi*, así como con alumnos de otras culturas, creemos que existe un universo de posibles investigaciones. Al propósito, sugerimos estudiar lo siguiente:

- ✓ Las estrategias que utilizan los estudiantes en el quehacer cotidiano, es decir, profundizar en el estudio de los PAP en situaciones reales, como en el mercado lugar donde llevan a cabo alguna actividad que exige la resolución de problemas.
- ✓ Un estudio comparativo de las estrategias que utilizan los niños de otras culturas, para observar si utilizan las mismas, y en qué medida se pueden considerar como parte de la riqueza cultural de ellos.
- ✓ Realizar diseños que permitan el tránsito de las estrategias usadas en los PAP a los PAF.
- ✓ Indagar acerca de las estrategias utilizadas por los docentes que trabajan en un contexto escolar como el mixteco o con otras poblaciones autóctonas, en situaciones de enseñanza, cuando abordan los problemas aritméticos con los niños de estas poblaciones.
- ✓ ¿Cómo emplean el cálculo mental los adultos de estas culturas en actividades más frecuentes? Y ¿A qué nivel puede llegar el uso de ella en los niños?
- ✓ ¿Qué significados asocian los niños *Tee Savi* a las operaciones básicas y de qué manera estos influyen en la resolución de los problemas aritméticos?
- ✓ ¿Qué estrategias emplean los estudiantes *Tee Savi* o de otras etnias, en la resolución de problemas aritméticos de tercer nivel?, considerando la clasificación dada por Echenique (2006).
- ✓ ¿Qué relación existe en el uso del sistema vigesimal de la cultura mixteca y sus creencias religiosas? Y ¿En qué medida el uso de este sistema de numeración les afecta en actividades como la compra-venta, cuando entran en contacto con otras culturas?
- ✓ ¿Qué conocimientos matemáticos utilizan los *Tee Savi* en actividades cotidianas y cómo se pueden aprovechar estos en el aula?
- ✓ ¿Cuál es la práctica de un profesor de matemáticas en una comunidad *Ñuu Savi*?

Referencias bibliográficas

Alanís, J. J. (1996). *El papel de los significados en la solución de problemas aritméticos en la escuela primaria.* Tesis de maestría no publicada, Universidad Autónoma de Guerrero. México.

Arteaga, J. C. y Guzmán, J. (2005). Estrategias utilizadas por alumnos de quinto grado para resolver problemas verbales de matemáticas. *Revista de Educación Matemática, 17(001),* 33-53.

Barriga, F. D. y Hernández, G. (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: Una interpretación constructivista.* México: Editorial Mc Graw Hill.

Bastiani, J. (2007). El docente de primaria indígena frente a la diversidad sociocultural y lingüística en el aula. *Revista Ra Ximhai, 3(002),* 365-376.

Blanco, B. y Blanco, L. J. (2009). Contextos y estrategias en la resolución de problemas de primaria. *Revista Números, 71,* 75-85.

Cabañas, M. G. (2000). *Los problemas… ¿cómo enseño a resolverlos?* México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Capote, C. M. (2009). *Significados prácticos de las operaciones aritméticas con números naturales.* Recuperado el 12 de septiembre de 2011 de http://www.monografías.com/trabajos65/

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L. y Empson, S.B. (1999). *Children's Mathematics. Cognitively Guided Instruction.* Portsmouth, NH: Heinemann-NCTM.

Carraher, T., Carraher, D. y Schliemann, A. (2007). En la vida diez, en la escuela cero: Los contextos culturales del aprendizaje de las matemáticas. En Carraher, T., Carraher, D. y Schliemann, A. (Eds.), *En la vida Diez, en la escuela cero* (pp. 25-47). México: Siglo XXI Editores.

Castillo, M. (2007). *Metodología de investigación científica USN: Método de estudio de caso*. Recuperado el 2 de octubre de 2011 de www.itescham.com/Syllabus/Doctos/r1614.DOC

Castillo, P. D, García, V. M., Perrusquia, E., León, M. A., Hernández, D. K., Hernández, J. M., Cantón, A. R. y Arredondo, C. (2011). *Matemáticas Cuarto grado*. México: Secretaría de Educación Pública.

Cervera, P. (1998). *Algunas estrategias para la resolución de problemas geométricos en duodécimo grado*. Tesis de maestría no publicada, Instituto Superior Politécnico "Julio Antonia Mella". Cuba.

Cruz, F. A. y Butto, C. (2011). Resolución de problemas de estructura aditiva con alumnos de 3er grado de educación primaria. *Memoria de la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM)*, 1-13.

Díaz, J. J. y Bermejo, V. (2007). Nivel de abstracción de los problemas aritméticos en alumnos urbanos y rurales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 10(3)*, 335-364.

Dorantes, A. (2005). *Caracterización de algunas estrategias para resolver problemas aritméticos en quinto y sexto grado de educación primaria: Un estudio de casos*. Tesis de Maestría no publicada, Universidad Autónoma de Guerrero. México.

Echenique, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas.* Navarra: Fondo de publicaciones del gobierno de Navarra.

Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares (2010). Recuperado el 10 de Julio de 2011 de http://www.enlace.sep.gob.mx/gr/

Fernández, J. A. (2007). La enseñanza de la multiplicación aritmética: una barrera epistemológica. *Revista Iberoamericana de Educación, 43,* 119-130.

Flores, R. C. (2005). El significado del algoritmo de la sustracción en la solución de problemas. *Revista Educación Matemática¸ 002(17),* 7-34.

Fonte, A. (2003). *Estrategias que utilizan los alumnos de Secundaria Básica para resolver problemas: Un estudio de casos*. Tesis de maestría no publicada, Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona". Ciudad de La Habana, Cuba.

Gerónimo, G. y Sturm, C. (2007). *Edumóvil: el futuro de la educación primaria en México.* Recuperado el 8 de Diciembre de 2011 de http://ihm.ccadet.unam.mx/virtualeduca2007/pdf/92-GGC.pdf

Gorgorió, N., Prat, M. y Santesteban, M. (2006). El aula de matemáticas: distancia cultural, normas y negociación. En Goñi, J. M., Albertí, M., Burgos, S., Díaz, R., Domínguez, M., Fioriti, G., Gorgorió, N., Nunes, Ch., Oliveras, M. L., Planas, N., Prat, M., Rojas, F. J, Santesteban, M. y Vilella, X. (Eds.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 7-24). Barcelona: Editorial Graó.

Grajales, T. (2000). *Tipos de investigación.* Recuperado el 25 de Abril de 2012 de http://tgrajales.net/investipos.pdf

Hamel, R. E. (2001). Políticas del lenguaje y educación indígena en México: Orientaciones culturales y estrategias pedagógicas en una época de globalización. En Bein, R. & Born, J. (eds.). *Políticas lingüísticas. Norma e identidad* (pp. 143-170). Buenos Aires: Universidad de Buenos Aires.

Hernández, D. K., García, V. M., León, M.A., Hernández, J. M., Perrusquía, E., Castillo, P. D. y Arredondo, C. (2011a). *Matemáticas Quinto grado*. México: Secretaría de Educación Pública.

Hernández, D. K., García, V. M., León, M.A., Perrusquía, E., León, M.A., Castillo, P. D, Hernández, J. M. y Arredondo, C. (2011b). *Matemáticas Sexto grado*. México: Secretaría de Educación Pública.

Jordá, J. (2009). *Un acercamiento a la realidad escolar indígena y propuesta de cambio.* Programa Universitario México nación multicultural-UNAM y Secretaría de Asuntos Indígenas del Estado de Guerrero.

Lise, M. (2003). Problemas aritméticos: articulación, significados y procedimientos de resolución. *Revista Educación Matemática*, *15(003)*, 29-55.

López, G. y Tinajero, G. (2011). Los maestros indígenas ante la diversidad étnica y lingüística en contextos de migración. *Cuadernos de comillas*, *1,* 5-21.

Massone, A. y González, G. (2003). Análisis del uso de estrategias cognitivas de aprendizaje, en estudiantes de noveno año de educación general básica. *Revista Iberoamericana de educación, 33*, 1-5.

Molina, M. y Ambrose, R. (2010). El papel del lenguaje en la resolución de problemas verbales aritméticos: Un estudio con alumnos bilingües. En Moreno, M.M., Estrada, A., Carrillo, J. y Sierra, T.A. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 423-434). Lleida: SEIEM.

Mónaco, B. S. y Aguirre, N. L. (1996). *Caracterización de algunas estrategias para resolver problemas aritméticos y algebraicos en el nivel básico: Un estudio de casos.* Tesis de maestría no publicada, Unidad Académica de Matemáticas. Guerrero, México.

Monereo, C., Castelló, M., Clariana, M., Palma, M. & Pérez, M. L. (2009). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje: formación del profesorado y aplicación en la escuela*. Barcelona: Editorial Graó.

Morales, R. (2010). *Estrategias de resolución de problemas matemáticos en el nivel medio superior de la Universidad Autónoma de Guerrero.* Tesis de maestría no publicada, Unidad Académica de Matemáticas. Guerrero, México.

Ocampo, M. (2000). *Caracterización de las estrategias que utilizan los profesores al enseñar a resolver problemas aritméticos: Un estudio de casos.* Tesis de Maestría no publicada, Unidad Académica de Matemáticas. Guerrero, México.

Ortiz, F. (2001). *Matemática: estrategias de enseñanza y aprendizaje.* México: Editorial Pax.

Quecedo, R. y Castaño, C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. *Revista de Psicodidáctica, 014*. Recuperado el día 20 de Abril de 2012 de la base de datos de Redalyc.

Quintana, L. (2006). *Métodos y Técnicas de Investigación.* México: Editorial MCGraw-Hill Interamericana

Rizo, C. y Campistrous, L. (1999). Estrategias de resolución de problemas en la escuela. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 2 (2-3),* 31-45.

Rodríguez, B. (2007). *De las operaciones… ¿qué podemos enseñar?* Recuperado el 20 de septiembre de 2011 de http://ipes.anep.edu.uy/documentos/curso_dir_07/modulo2/materiales/mate/rava.pdf

Roncal, F. y Cabrera, F. (2000). *Didáctica de la Matemática: proyecto de profesionalización de promotores educativos.* Guatemala: Colectivo Paulo Freire, EDUMAYA y PRODESSA.

Salmerón, F. (2008). Interculturalidad. *Revista de educación y cultura*, *10*, 11.

Santos, L. M. (2010). *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. México: Editorial trillas.

Schmelkes, S. (2008). Las universidades interculturales en México: ¿Una contribución a la equidad en educación superior? Ponencia, *First Conference on Ethnicity, Race, and Indigenous Peoples in Latin America and the Caribbean,* San Diego, California, Universidad de California.

SEP (1993). *Plan de estudios y programa de estudios 1993.* México.

SEP (2011). *Plan de estudios 2011*. México.

SEP (2011a). *Programas de estudio 2011: Guía para el maestro Educación básica primaria Cuarto Grado.* México.

SEP (2011b). *Programas de estudio 2011: Guía para el maestro Educación básica primaria Quinto Grado.* México.

SEP (2011c). *Programas de estudio 2011: Guía para el maestro Educación básica primaria Sexto Grado.* México.

Silva, M., Rodríguez, A. y Santillán, O. (2009). *Método y estrategias de resolución de problemas matemáticos utilizadas por alumnos de 6to grado de primaria*. Recuperado el 10 de Octubre de 2011 de http://www.cimeac.com/images/2a_parte_reporte_final_inide.pdf.

Vasilachis de Gialdino, I. (2006). *Estrategias de investigación cualitativa.* España: Gedisa Editorial.

Vergara, M. y Esparza, I. (2010). La formación docente indígena con un enfoque intercultural bilingüe. *Memoria del Congreso Iberoamericano de Educación*, 1-12.

Anexo 1.

Universidad Autónoma de Guerrero
Unidad Académica de Matemáticas
Centro de Investigación en Matemática Educativa

Estimado profesor, se le pide de la manera más atenta y respetuosa responda el siguiente cuestionario, cuyos resultados serán usados con plena confidencialidad en un proyecto de investigación desarrollado en el CIMATE-UAGro por el portador del presente. De antemano se le agradece su apoyo.

I. DATOS PERSONALES Y PROFESIONALES

Nombre: ____ Edad (opcional): ________
Lugar de origen: ____
Nombre de su centro de trabajo: _____________________ Lengua que habla: __________
Nivel máximo de estudios: ____________________ Año de egreso: __________________

II. INFORMACIÓN SOBRE SU ACTIVIDAD PROFESIONAL

1. En su centro de trabajo ¿Cuántos turnos se trabajan? _______________ ¿En qué turno trabaja usted? ____
2. ¿Cuántos años lleva como profesor de grupo? ______________________ ¿Qué grado(s) atiende? __________________________ ¿Siempre ha atendido el mismo grado? _______ o ¿cuáles ha atendido con mayor frecuencia? ___________________________________
3. De las asignaturas que imparte ¿Con cuál o cuáles se identifica más? _________________
____
4. ¿Qué asignaturas imparte usted y qué tiempo le dedica en promedio por semana a cada una de ellas?

Asignatura	**Tiempo dedicado por semana**

5. ¿Cuántos alumnos atiende usted?__________ ¿Con que frecuencia asisten a la escuela?___
____
6. Del total de alumnos que ingresan regularmente, ¿en qué porcentaje concluyen sus estudios?
   a) Los niños: _______________________

b) Las niñas: ___________________________

7. ¿Imparte su clase en castellano o en la lengua materna del estudiante? ___________________
   Si en las dos ¿Con qué frecuencia cada una? ____
8. El plan y programa de estudio de primaria 2011, sugiere el trabajo por competencias. Al respecto:
   a) ¿Podría describir qué entiende por competencias en Matemáticas? ____________________
   ____
   b) ¿Qué competencias matemáticas desarrolla en sus estudiantes? ______________________
   ____
   c) ¿Qué estrategias didácticas sigue para el desarrollo de competencias en la asignatura de matemáticas? ____
   ____________________________________ ¿Se sugieren en el plan de estudios? __________
   d) ¿Qué consideraciones previas hace para el inicio de un tema o lección? ________________
   ____
9. ¿Usted cree que el hecho de que los libros de texto estén en castellano, afecte el aprendizaje de sus estudiantes? __________ ¿Por qué? ____
   ____
10. Acerca de las operaciones básicas.
    a) Indique qué operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) aborda con sus alumnos: ____
    Mencione la prioridad que le concede a cada una de ellas y explique por qué:
    ____
    b) ¿A qué recursos de explicación (estrategias) recurre normalmente cuando aborda estas operaciones? ____
    c) Cuando escucha las siguientes palabras ¿qué es lo primero que se le viene a la mente?
    Suma: ____

    Resta: ____

    Multiplicación: ____

    División: ____
    d) En el programa de estudio se declara que se debe priorizar el tratamiento de los significados de las operaciones básicas ¿Usted lo considera importante? _______________
    ¿Por qué? ____
    e) ¿Qué significados reconoce o asocia a las siguientes operaciones básicas?
    Suma: ____
    Resta: ____
    Multiplicación: ____
    División: ____
    f) ¿Qué bibliografía utiliza para abordar las operaciones básicas? ______________________
    ____

11. Acerca de los problemas aritméticos (Nota: Son aquellos problemas que se resuelven utilizando una o más operación básica)
    a) ¿Con que frecuencia trabaja los problemas aritméticos con sus estudiantes? ___________
    ____
    b) En el programa de estudio se habla de problemas aditivos (que se resuelven con suma o resta) y multiplicativos (que se resuelven con multiplicación o división) ¿Cuál de ellos aborda más?_________________________________ Aparte de ellos, ¿aborda problemas aritméticos que se resuelvan utilizando más de una operación básica?_______________ ¿Cuáles?____
    c) Al abordar los problemas aritméticos ¿Considera importante los significados de las operaciones básicas? ___________ ¿Qué significados toma en cuenta? _______________
    ____
    d) ¿Qué técnica de resolución aborda usted con sus estudiantes cuando enseña problemas aritméticos? ____
    e) Muestre un ejemplo de problemas aritméticos (del tipo que usted trabaje con sus estudiantes) para cada operación básica:
    Suma: ____
    Resta: ____
    Multiplicación: ____
    División: ____
    Esos problemas ¿Usted los planteó o los retomó de algún libro? ____________________
    ¿De qué libro o libros? ____
    f) ¿Qué bibliografía utiliza cuando aborda los problemas aritméticos? __________________
    ____

III. SOBRE LA COMUNIDAD DONDE SE UBICA SU CENTRO DE TRABAJO

12. Nombre de la comunidad donde trabaja: ____
13. ¿Con qué servicios públicos cuenta? ____
14. ¿A qué distancia aproximadamente está la comunidad de la cabecera municipal? ___________
15. Los habitantes adultos ¿en qué grado dominan el castellano? __________________________
    ¿y los niños que usted atiende?____
16. ¿Qué actividades económicas son las más comunes en la comunidad? __________________
17. Los adultos ¿A qué actividades se dedican? (por ejemplo normalmente y por temporadas) __
18. ¿Qué tipo de juegos son más comunes entre los niños? Por ejemplo, a la hora de recreo: ____
    y ¿entre las niñas? ____
19. Diga usted en qué tipo de actividades participan sus estudiantes (fuera de la escuela):
    a) Los niños: ____
    b) Las niñas: ____

Anexo 2. Los cuestionarios.

Los cuestionarios correspondientes a los PAF, son:

PAF-C1

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

1. Si un barco mexicano carga en promedio 542 000 barriles de petróleo crudo por embarque, ¿cuántos barriles llevará en 4 embarques?
2. El continente americano tiene una extensión territorial de 42 044 000 km^2 y el continente antártico 14 000 000 km^2, ¿Cuántos kilómetros cuadrados es más grande el continente americano que el antártico?
3. El entrenador del equipo de fútbol Atlético afirmó en una conferencia que su equipo llevaba 450 minutos sin recibir un gol. ¿Cuántos partidos representa este número si un partido dura 90 minutos?
4. En una fábrica donde se elaboran chocolates de manera artesanal empaquetan la producción del día en bolsas con 8 chocolates cada una. Si el día de hoy se formaron 15 bolsas y faltaron 3 chocolates para completar otra bolsa, ¿cuál fue la producción total de chocolates?
5. Un atleta corrió 5 800 m en su entrenamiento matutino y por la tarde, 3 750 m. ¿Qué distancia recorrió en total?

PAF-C2

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

1. Un automóvil salió de la Ciudad de México y se dirige a Monterrey; ha recorrido 567 kilómetros. ¿Cuántos le faltan si la distancia entre las dos ciudades es de 800 kilómetros?
2. Si un barco mexicano carga en promedio 542 000 barriles de petróleo crudo por embarque, ¿cuántos barriles llevará en 4 embarques?
3. El entrenador del equipo de fútbol Atlético afirmó en una conferencia que su equipo llevaba 450 minutos sin recibir un gol. ¿Cuántos partidos representa este número si un partido dura 90 minutos?
4. En una nevería se venden los siguientes sabores: fresa, vainilla, limón y chocolate. Encuentra todas las formas diferentes de servir un helado de dos sabores.
5. En una fábrica donde se elaboran chocolates de manera artesanal empaquetan la producción del día en bolsas con 8 chocolates cada una. Si el día de hoy se formaron 15 bolsas y faltaron 3 chocolates para completar otra bolsa, ¿cuál fue la producción total de chocolates?

PAF-C3

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

1. El entrenador del equipo de fútbol Atlético afirmó en una conferencia que su equipo llevaba 450 minutos sin recibir un gol. ¿Cuántos partidos representa este número si un partido dura 90 minutos?
2. El continente americano tiene una extensión territorial de 42 044 000 km^2 y el continente antártico 14 000 000 km^2, ¿Cuántos kilómetros cuadrados es más grande el continente americano que el antártico?
3. Laura compró una bicicleta que le costó $2 345 y Sandra compró otra que le costó $600 más cara. ¿Cuánto le costó la bicicleta a Sandra?
4. En una fábrica donde se elaboran chocolates de manera artesanal empaquetan la producción del día en bolsas con 8 chocolates cada una. Si el día de hoy se formaron 15 bolsas y faltaron 3 chocolates para completar otra bolsa, ¿cuál fue la producción total de chocolates?
5. Si un barco mexicano carga en promedio 54 2000 barriles de petróleo crudo por embarque, ¿cuántos barriles llevará en 4 embarques?

Por su parte, los cuestionarios correspondientes a los PAP, fueron:

PAP-C1

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

1. Doña María y doña Petra llevan a vender plátanos a la Ciudad de Ayutla. Doña María lleva 57 plátanos, 36 menos que doña Petra. ¿Cuántos plátanos lleva doña Petra?
2. Don Juan tiene 122 chivos. Don Pedro tiene 43. ¿Cuántos chivos más debe tener don Pedro para tener los mismos que don Juan?
3. Un marrano cuesta $790 pesos. Un toro cuesta 9 veces más. ¿Cuánto cuesta el toro?
4. En la compra de maíz hemos gastado $1 196 pesos. Si el precio por litro es de $13 pesos. ¿Cuántos litros de maíz hemos comprado?
5. Don José cosechó 130 costales de frijol. Cada costal pesa 30 kilos. Si fue 6 veces a Ayutla y en cada viaje vendió 12 costales. ¿Cuántos kilos de frijoles le quedan?

PAP-C2

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

1. En la compra de maíz hemos gastado $1 196 pesos. Si el precio por litro es de $13 pesos. ¿Cuántos litros de maíz hemos comprado?
2. En la fiesta de *Coxcatlán Candelaria* asistieron 369 personas al baile. Si hubo 637 sillas, ¿Cuántas sillas quedaron vacías?
3. Doña María y doña Petra llevan a vender plátanos a la Ciudad de Ayutla. Doña María lleva 57 plátanos, 36 menos que doña Petra. ¿Cuántos plátanos lleva doña Petra?
4. Doña Julia ha vendido 17 jícaras de ciruelas. Si cada jícara tiene 23 ciruelas. ¿Cuántas ciruelas ha vendido doña Julia?
5. Don Gabino tiene 79 cargas de leña. El domingo pasado fue a la Ciudad de Ayutla y vendió 13 cargas. ¿Cuántas leñas le quedaron a Don Gabino?

PAP-C3

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

1. Doña María y doña Petra llevan a vender plátanos a la Ciudad de Ayutla. Doña María lleva 57 plátanos, 36 menos que doña Petra. ¿Cuántos plátanos lleva doña Petra?
2. En la compra de maíz hemos gastado $1 196 pesos. Si el precio por litro es de $13 pesos. ¿Cuántos litros de maíz hemos comprado?
3. Doña Julia ha vendido 17 jícaras de ciruelas. Si cada jícara tiene 23 ciruelas. ¿Cuántas ciruelas ha vendido doña Julia?
4. Don Juan tiene 122 chivos. Don Pedro tiene 43. ¿Cuántos chivos más debe tener don Pedro para tener los mismos que don Juan?
5. Don Gabino tiene 79 cargas de leña. Cada carga tiene 20 leñas. El domingo pasado fue a la Ciudad de Ayutla y vendió 13 cargas. ¿Cuántas leñas le quedaron a Don Gabino?

Anexo 3. Cuestionario final.

Universidad Autónoma de Guerrero

Unidad Académica de Matemáticas

Centro de Investigación en Matemática Educativa

Estimado estudiante, se te pide de la manera más atenta que respondas el siguiente cuestionario cuyos resultados serán usados con plena confidencialidad en un proyecto de investigación desarrollado en el CIMATE-UAGro. Muchas gracias.

Nombre del alumno: ____ Edad: _________

Nombre de la escuela: _______________________________________ Grado: _____________

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

Problema 1. Doña Estela tenía $850 y gastó cierta cantidad en comprar ropa. Después de esa compra conservó $225. ¿Cuánto dinero gasto?

Respuesta: _______________________

Problema 2. En una nevería se venden los siguientes sabores: fresa, vainilla, limón y chocolate. Encuentra todas las formas diferentes de servir un helado de dos sabores.

Respuesta: _______________________

Problema 3. Sandra va a empaquetar 475 lápices en cajas en las que sólo caben 25. ¿Cuántas cajas necesitará para guardar todos los lápices?

Respuesta: _______________________

Problema 4. Si un barco mexicano carga en promedio 542000 barriles de petróleo crudo por embarque, ¿cuántos barriles llevará en 4 embarques?

Respuesta: _______________________

Problema 5. Un estadio de futbol cuenta con 6 secciones de 800 asientos cada una; 4 con 400 asientos cada una y una con 210 asientos ¿Cuántos asientos hay para los espectadores?

Respuesta: _______________________

Cuestionario 1 de los PAF.

Universidad Autónoma de Guerrero

Unidad Académica de Matemáticas

Centro de Investigación en Matemática Educativa

Estimado estudiante, se te pide de la manera más atenta que respondas el siguiente cuestionario cuyos resultados serán usados con plena confidencialidad en un proyecto de investigación desarrollado en el CIMATE-UAGro. Muchas gracias.

Nombre del alumno: ____ Edad: _________

Nombre de la escuela: ____ Grado: _____________

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

Problema 1. A la fiesta de cumpleaños de Antonio asistirán 18 mujeres y 15 hombres. ¿Cuántas parejas diferentes de baile se podrán formar con los invitados?

Respuesta: _______________________

Problema 2. Elizabeth tenía ahorrada cierta cantidad de dinero. Recibió un premio de 550 con lo que reunió en total 1300 pesos. ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Elizabeth?

Respuesta: _______________________

Problema 3. En una fábrica donde se elaboran chocolates de manera artesanal empaquetan la producción del día en bolsas con 8 chocolates cada una. Si el día de hoy se formaron 15 bolsas y faltaron 3 chocolates para completar otra bolsa, ¿cuál fue la producción total de chocolates?

Respuesta: _______________________

Problema 4. Se celebrará una feria en el pueblo y al maestro Juan le entregaron 200 boletos para repartir entre sus 25 alumnos ¿Cuántos boletos le corresponderán a cada alumno?

Respuesta: _______________________

Problema 5. Un atleta corrió 5800 m en su entrenamiento matutino y por la tarde, 3750 m. ¿Qué distancia recorrió en total?

Respuesta: _______________________

Cuestionario 2 de los PAF.

Universidad Autónoma de Guerrero

Unidad Académica de Matemáticas

Centro de Investigación en Matemática Educativa

Estimado estudiante, se te pide de la manera más atenta que respondas el siguiente cuestionario cuyos resultados serán usados con plena confidencialidad en un proyecto de investigación desarrollado en el CIMATE-UAGro. Muchas gracias.

Nombre del alumno: ____ Edad: _________

Nombre de la escuela: ____ Grado: _____________

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

Problema 1. Miguel jugó con Alonso a las canicas. El primero inició el juego con 36 canicas y ganó 8. ¿Con cuántas canicas se quedó Miguel al final?

Respuesta: _______________________

Problema 2. Un automóvil salió de la Ciudad de México y se dirige a Monterrey; ha recorrido 567 kilómetros. ¿Cuántos le faltan si la distancia entre las dos ciudades es de 800 kilómetros?

Respuesta: _______________________

Problema 3. Un niño tiene tres camisas: una roja, una azul y una verde; tres pantalones: uno blanco, uno negro y uno café y cuatro gorras: una roja, una azul, una beige y una negra. ¿Cuántas combinaciones diferentes puede formar con las camisas, los pantalones y las gorras?

Respuesta: _______________________

Problema 4. Un pintor necesita 90 litros de pintura para pintar una casa. Si cada lata contiene 2 litros, ¿cuántas debe comprar?

Respuesta: _______________________

Problema 5. Una caja de chocolates cuesta $38. ¿Cuánto costarán 75 cajas?

Respuesta: _______________________

Cuestionario 3 de los PAF.

Universidad Autónoma de Guerrero

Unidad Académica de Matemáticas

Centro de Investigación en Matemática Educativa

Estimado estudiante, se te pide de la manera más atenta que respondas el siguiente cuestionario cuyos resultados serán usados con plena confidencialidad en un proyecto de investigación desarrollado en el CIMATE-UAGro. Muchas gracias.

Nombre del alumno: ____ Edad: _________

Nombre de la escuela: ____ Grado: _____________

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

Problema 1. Don José cosechó 130 costales de frijol. Cada costal pesa 30 kilos. Si fue 6 veces a Ayutla y en cada viaje vendió 12 costales. ¿Cuántos kilos de frijoles le quedan?

Respuesta: ________________________

Problema 2. Don Pedro tenía 120 chivos hace unos meses; pero nacieron otros 31 recientemente. ¿Cuántos chivos tiene ahora?

Respuesta: ________________________

Problema 3. Doña María lleva a vender 69 aguacates a la Ciudad de Ayutla. Si quiere vender cada aguacate en $7 pesos. ¿Si vendiera todos los aguacates, cuánto logrará reunir?

Respuesta: ________________________

Problema 4. En la fiesta de Coxcatlán Candelaria asistieron 369 personas al baile. Si hubo 637 sillas, ¿Cuántas sillas quedaron vacías?

Respuesta: ________________________

Problema 5. Los señores del pueblo quieren hacer una fiesta y han logrado reunir $2775 pesos. Si cada familia cooperó con $75 pesos. ¿Cuántas familias hay en el pueblo, si todas cooperaron?

Respuesta: ________________________

Cuestionario 1 de los PAP.

Universidad Autónoma de Guerrero

Unidad Académica de Matemáticas

Centro de Investigación en Matemática Educativa

Estimado estudiante, se te pide de la manera más atenta que respondas el siguiente cuestionario cuyos resultados serán usados con plena confidencialidad en un proyecto de investigación desarrollado en el CIMATE-UAGro. Muchas gracias.

Nombre del alumno: ____ Edad: _________

Nombre de la escuela: ______________________________________ Grado: _____________

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

Problema 1. Doña Julia ha vendido 17 jícaras de ciruelas. Si cada jícara tiene 23 ciruelas. ¿Cuántas ciruelas ha vendido doña Julia?

Respuesta: ______________________

Problema 2. Doña María vendió el domingo pasado 57 plátanos; y hoy vendió 62. ¿Cuántos plátanos ha venido en total?

Respuesta: ______________________

Problema 3. En la compra de maíz hemos gastado $273 pesos. Si el precio por litro es de $13 pesos. ¿Cuántos litros de maíz hemos comprado?

Respuesta: ______________________

Problema 4. Felipe junta piedritas para su clase de Matemáticas. Al principio tenía 35 piedritas y al final tenía 63. ¿Cuántas piedras logró juntar Felipe?

Respuesta: ______________________

Problema 5. José cuida los chivos de su papá; él sabe que al principio tenían 35, pero en el año nacieron 64, pero murieron 3 y vendieron 18. ¿Cuántos chivos debe José tener?

Respuesta: ______________________

Cuestionario 2 de los PAP.

Universidad Autónoma de Guerrero
Unidad Académica de Matemáticas
Centro de Investigación en Matemática Educativa

Estimado estudiante, se te pide de la manera más atenta que respondas el siguiente cuestionario cuyos resultados serán usados con plena confidencialidad en un proyecto de investigación desarrollado en el CIMATE-UAGro. Muchas gracias.

Nombre del alumno: ____ Edad: _________
Nombre de la escuela: ____ Grado: _____________

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

Problema 1. Don José quiere vender un marrano a la Ciudad de Ayutla. Si para la engorda del animal gastó por todo $545 pesos y quiere venderlo en $970 pesos. ¿Cuál sería la ganancia de don José?

Respuesta: ________________________

Problema 2. Don Juan tiene $270 pesos y lo quiere repartir entre 5 hijos que van ir a la feria de Ayutla. ¿De cuánto le tocará a cada hijo si todos reciben la misma cantidad?

Respuesta: ________________________

Problema 3. Don Pedro recoge leña para moler sus cañas y hacer piloncillos. El ha logrado reunir 34 cargas de leñas. Si cada carga tiene 20 leñas. ¿Cuántas leñas ha logrado reunir en total?

Respuesta: ________________________

Problema 4. Doña María lleva a vender 13 cadenas de flor de cempasúchil, que cuestan 5 pesos cada una; 7 guanábanos de $13 pesos cada uno; 10 montoncitos de jitomates de $7 peso el montón; y camotes que en total valen $50 pesos. ¿Cuánto podrá juntar doña María con su venta?

Respuesta: ________________________

Problema 5. José recogió ayer 13 mameyes en el terreno de su papá; hoy recogió 26. ¿Cuántos mameyes ha recogido José en total?

Respuesta: ________________________

Cuestionario 3 de los PAP.

Anexo 4. Cuestionarios con PAF y PAP aplicados a los alumnos de 4° grado de la escuela primaria "Dr. Alfonso Cazo".

Universidad Autónoma de Guerrero
Unidad Académica de Matemáticas
Centro de Investigación en Matemática Educativa

Estimado estudiante, se te pide de la manera más atenta que respondas el siguiente cuestionario cuyos resultados serán usados con plena confidencialidad en un proyecto de investigación desarrollado en el CIMATE-UAGro. Muchas gracias.

Nombre del alumno: ____ Edad: _________
Nombre de la escuela: ______________________________________ Grado: _____________

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

Problema 1. Don Pedro tenía 120 chivos hace unos meses; pero nacieron otros 31 recientemente. ¿Cuántos chivos tiene ahora?

Respuesta: ______________________

Problema 2. En una nevería se venden los siguientes sabores: fresa, vainilla, limón y chocolate. Encuentra todas las formas diferentes de servir un helado de dos sabores.

Respuesta: ______________________

Problema 3. Sandra va a empaquetar 475 lápices en cajas en las que sólo caben 25. ¿Cuántas cajas necesitará para guardar todos los lápices?

Respuesta: ______________________

Problema 4. Doña María lleva a vender 69 aguacates a la Ciudad de Ayutla. Si quiere vender cada aguacate en $7 pesos. ¿Si vendiera todos los aguacates, cuánto logrará reunir?

Respuesta: ______________________

Problema 5. Don José cosechó 130 costales de frijol. Cada costal pesa 30 kilos. Si fue 6 veces a Ayutla y en cada viaje vendió 12 costales. ¿Cuántos kilos de frijoles le quedan?

Respuesta: ______________________

Cuestionario 1 de los PAFyPAP.

Universidad Autónoma de Guerrero

Unidad Académica de Matemáticas

Centro de Investigación en Matemática Educativa

Estimado estudiante, se te pide de la manera más atenta que respondas el siguiente cuestionario cuyos resultados serán usados con plena confidencialidad en un proyecto de investigación desarrollado en el CIMATE-UAGro. Muchas gracias.

Nombre del alumno: ____ Edad: _________

Nombre de la escuela: ____ Grado: _____________

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

Problema 1. A la fiesta de cumpleaños de Antonio asistirán 18 mujeres y 15 hombres. ¿Cuántas parejas diferentes de baile se podrán formar con los invitados?

Respuesta: _______________________

Problema 2. Elizabeth tenía ahorrada cierta cantidad de dinero. Recibió un premio de 550 con lo que reunió en total 1300 pesos. ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Elizabeth?

Respuesta: _______________________

Problema 3. En una fábrica donde se elaboran chocolates de manera artesanal empaquetan la producción del día en bolsas con 8 chocolates cada una. Si el día de hoy se formaron 15 bolsas y faltaron 3 chocolates para completar otra bolsa, ¿cuál fue la producción total de chocolates?

Respuesta: _______________________

Problema 4. En la compra de maíz hemos gastado $273 pesos. Si el precio por litro es de $13 pesos. ¿Cuántos litros de maíz hemos comprado?

Respuesta: _______________________

Problema 5. Doña María vendió el domingo pasado 57 plátanos; y hoy vendió 62. ¿Cuántos plátanos ha venido en total?

Respuesta: _______________________

Cuestionario 2 de los PAFyPAP.

Universidad Autónoma de Guerrero
Unidad Académica de Matemáticas
Centro de Investigación en Matemática Educativa

Estimado estudiante, se te pide de la manera más atenta que respondas el siguiente cuestionario cuyos resultados serán usados con plena confidencialidad en un proyecto de investigación desarrollado en el CIMATE-UAGro. Muchas gracias.

Nombre del alumno: ____ Edad: ________
Nombre de la escuela: ___________________________________ Grado: ___________

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

Problema 1. Miguel jugó con Alonso a las canicas. El primero inició el juego con 36 canicas y ganó 8. ¿Con cuántas canicas se quedó Miguel al final?

Respuesta: ____________________

Problema 2. Don José quiere vender un marrano a la Ciudad de Ayutla. Si para la engorda del animal gastó por todo $545 pesos y quiere venderlo en $970 pesos. ¿Cuál sería la ganancia de don José?

Respuesta: ____________________

Problema 3. Un niño tiene tres camisas: una roja, una azul y una verde; tres pantalones: uno blanco, uno negro y uno café y cuatro gorras: una roja, una azul, una beige y una negra. ¿Cuántas combinaciones diferentes puede formar con las camisas, los pantalones y las gorras?

Respuesta: ____________________

Problema 4. Don Juan tiene $270 pesos y lo quiere repartir entre 5 hijos que van ir a la feria de Ayutla. ¿De cuánto le tocará a cada hijo si todos reciben la misma cantidad?

Respuesta: ____________________

Problema 5. Una caja de chocolates cuesta $38. ¿Cuánto costarán 75 cajas?

Respuesta: ____________________

Cuestionario 3 de los PAFyPAP.

Universidad Autónoma de Guerrero
Unidad Académica de Matemáticas
Centro de Investigación en Matemática Educativa

Estimado estudiante, se te pide de la manera más atenta que respondas el siguiente cuestionario cuyos resultados serán usados con plena confidencialidad en un proyecto de investigación desarrollado en el CIMATE-UAGro. Muchas gracias.

Nombre del alumno: ____ Edad: _________
Nombre de la escuela: ____ Grado: _____________

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

Problema 1. Un estadio de futbol cuenta con 6 secciones de 800 asientos cada una; 4 con 400 asientos cada una y una con 210 asientos ¿Cuántos asientos hay para los espectadores?

Respuesta: ________________________

Problema 2. Doña Estela tenía $850 y gastó cierta cantidad en comprar ropa. Después de esa compra conservó $225. ¿Cuánto dinero gasto?

Respuesta: ________________________

Problema 3. Si un barco mexicano carga en promedio 542000 barriles de petróleo crudo por embarque, ¿cuántos barriles llevará en 4 embarques?

Respuesta: ________________________

Problema 4. En la fiesta de *Coxcatlán Candelaria* asistieron 369 personas al baile. Si hubo 637 sillas, ¿Cuántas sillas quedaron vacías?

Respuesta: ________________________

Problema 5. Los señores del pueblo quieren hacer una fiesta y han logrado reunir $2775 pesos. Si cada familia cooperó con $75 pesos. ¿Cuántas familias hay en el pueblo, si todas cooperaron?

Respuesta: ________________________

Cuestionario 1 de los PAPyPAF.

Universidad Autónoma de Guerrero

Unidad Académica de Matemáticas

Centro de Investigación en Matemática Educativa

Estimado estudiante, se te pide de la manera más atenta que respondas el siguiente cuestionario cuyos resultados serán usados con plena confidencialidad en un proyecto de investigación desarrollado en el CIMATE-UAGro. Muchas gracias.

Nombre del alumno: ____ Edad: _________

Nombre de la escuela: ____ Grado: _____________

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

Problema 1. Doña Julia ha vendido 17 jícaras de ciruelas. Si cada jícara tiene 23 ciruelas. ¿Cuántas ciruelas ha vendido doña Julia?

Respuesta: ________________________

Problema 2. Un atleta corrió 5800 m en su entrenamiento matutino y por la tarde, 3750 m. ¿Qué distancia recorrió en total?

Respuesta: ________________________

Problema 3. Se celebrará una feria en el pueblo y al maestro Juan le entregaron 200 boletos para repartir entre sus 25 alumnos ¿Cuántos boletos le corresponderán a cada alumno?

Respuesta: ________________________

Problema 4. Felipe junta piedritas para su clase de Matemáticas. Al principio tenía 35 piedritas y al final tenía 63. ¿Cuántas piedras logró juntar Felipe?

Respuesta: ________________________

Problema 5. José cuida los chivos de su papá; él sabe que al principio tenían 35, pero en el año nacieron 64, pero murieron 3 y vendieron 18. ¿Cuántos chivos debe José tener?

Respuesta: ________________________

Cuestionario 2 de los PAPyPAF.

Universidad Autónoma de Guerrero
Unidad Académica de Matemáticas
Centro de Investigación en Matemática Educativa

Estimado estudiante, se te pide de la manera más atenta que respondas el siguiente cuestionario cuyos resultados serán usados con plena confidencialidad en un proyecto de investigación desarrollado en el CIMATE-UAGro. Muchas gracias.

Nombre del alumno: ____ Edad: _________
Nombre de la escuela: ____ Grado: _____________

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Procura escribir todo el procedimiento que realices en cada situación.

Problema 1. Un automóvil salió de la Ciudad de México y se dirige a Monterrey; ha recorrido 567 kilómetros. ¿Cuántos le faltan si la distancia entre las dos ciudades es de 800 kilómetros?

Respuesta: _______________________

Problema 2. Un pintor necesita 90 litros de pintura para pintar una casa. Si cada lata contiene 2 litros, ¿cuántas debe comprar?

Respuesta: _______________________

Problema 3. Don Pedro recoge leña para moler sus cañas y hacer piloncillos. El ha logrado reunir 34 cargas de leñas. Si cada carga tiene 20 leñas. ¿Cuántas leñas ha logrado reunir en total?

Respuesta: _______________________

Problema 4. Doña María lleva a vender 13 cadenas de flor de cempasúchil, que cuestan $5 pesos cada una; 7 guanábanos de $13 pesos cada uno; 10 montoncitos de jitomates de $7 peso el montón; y camotes que en total valen $50 pesos. ¿Cuánto podrá juntar doña María con su venta?

Respuesta: _______________________

Problema 5. José recogió ayer 13 mameyes en el terreno de su papá; hoy recogió 26. ¿Cuántos mameyes ha recogido José en total?

Respuesta: _______________________

Cuestionario 3 de los PAPyPAF.